

Proyecto Fin de Grado

Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales

Incorporación de transformadores al flujo de cargas trifásico en redes radiales trifásicas a cuatro hilos

Autor: Eduardo Molina Reyes

Tutor: Esther Romero Ramos

Dep. de Ingeniería Eléctrica
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2017



Proyecto Fin de Grado
Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

Incorporación de transformadores al flujo de cargas trifásico en redes radiales trifásicas a cuatro hilos

Autor:
Eduardo Molina Reyes

Tutor:
Esther Romero Ramos
Profesor titular

Dep. de Ingeniería Eléctrica
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla
Sevilla, 2017

Proyecto Fin de Carrera: Incorporación de transformadores al flujo de cargas trifásico en redes radiales trifásicas a cuatro hilos

Autor: Eduardo Molina Reyes

Tutor: Esther Romero Ramos

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2017

El Secretario del Tribunal

A mi familia

A mis maestros

Agradecimientos

Llegados a este punto, me gustaría mostrar mi agradecimiento a todas aquellas personas que han estado o formado parte en mi formación en la escuela.

En primer lugar, querría agradecer a mi tutora Esther Romero Ramos por el tiempo que me ha dedicado, estando siempre dispuesta a quedar para atender cualquier duda que pudiese tener. De igual modo, agradecer al resto del profesorado del departamento de eléctrica por su gran trabajo, con el que han conseguido hacer que mi especialidad se convierta en mi vocación.

No olvidarme tampoco de mis amigos y seres queridos que me han estado acompañando a lo largo de toda la carrera, sin los cuales no me cabe duda de que no estaría donde estoy hoy. Y por último remarcar mi más sincero agradecimiento a mis padres que nunca dudaron de mí y siempre estuvieron ahí para ayudarme en cualquier cosa por pequeña que fuera.

Eduardo Molina Reyes

Sevilla, 2017

Resumen

En este trabajo se estudia el proceso necesario para la incorporación de transformadores a un programa desarrollado en MATLAB que resuelve el estado de la red mediante la metodología de flujo de cargas por barridos de árbol. Dicho programa está centrado en las redes radiales trifásicas de 4 hilos que se encuentran en distribución, en el cual se podrá controlar el grado de desequilibrio que se desea modelar para la red en cuestión.

A lo largo del trabajo se explicará detalladamente tanto dicho procedimiento para la incorporación de los transformadores, es decir, las ecuaciones y matrices necesarias (detallando su forma de obtención paso por paso), como también otra explicación a modo de manual para aprender a usar el programa de MATLAB para el estudio de otras redes.

Además de lo anterior, para comprobar la validez del estudio desarrollado, se realizan una serie de comprobaciones y se analiza una red radial (tanto para el caso equilibrado como desequilibrado) cuyos resultados obtenidos se muestran en el anexo.

ÍNDICE

Agradecimientos	ix
Resumen	xi
Índice.....	xiii
Índice de Tablas	xv
Índice de ilustraciones.....	xvii
1 Introducción	1
1.1 <i>Objetivo principal y estructura del trabajo</i>	1
2 Redes de distribución desequilibradas	3
2.1 <i>Redes de distribución desequilibradas dentro del sistema eléctrico</i>	4
2.2 <i>Flujos de carga para el estudio de redes de distribución</i>	4
2.2.1 <i>Flujos de carga de barridos de árbol.</i>	5
3 Introducción de transformadores al flujo de cargas	7
3.1 <i>Obtención de la matriz de admitancias</i>	8
3.2 <i>Resolución a la problemática de las matrices singulares.</i>	13
3.3 <i>Recopilación de Ybus para todas las configuraciones</i>	14
4 Descripción del flujo de carga desarrollado	19
4.1 <i>Función principal</i>	19
4.2 <i>Funciones de entrada</i>	20
4.3 <i>Funciones de conversión de datos</i>	23
4.4 <i>Funciones de barridos de intensidad</i>	24
4.5 <i>Funciones de barridos de tensiones</i>	26
5 Validación de los algoritmos y ecuaciones de los transformadores	29
5.1 <i>Validación del algoritmo de flujo de cargas</i>	29
5.2 <i>Validación de las ecuaciones de los transformadores</i>	34
6 Red analizada	37
7 Conclusiones	43
8 Anexo	45
8.1 <i>Caso equilibrado</i>	45
8.2 <i>Caso desequilibrado</i>	48
9 Bibliografía	51

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Dimensiones Submatrices Configuración Yg-Yg	14
Tabla 2 Dimensiones Submatrices Configuración Yg-Y	15
Tabla 3 Dimensiones Submatrices Configuración Y-Yg	15
Tabla 4 Dimensiones Submatrices Configuración Y-Y	16
Tabla 5 Dimensiones Submatrices Configuración D-Yg	16
Tabla 6 Dimensiones Submatrices Configuración Yg-D	17
Tabla 7 Dimensiones Submatrices Configuración D-Y	17
Tabla 8 Dimensiones Submatrices Configuración Y-D	18
Tabla 9 Dimensiones Submatrices Configuración D-D	18
Tabla 10 Puesta a tierra. Función “Datos_nudos”	20
Tabla 11 Coeficientes de las cargas. Función “Datos_cargas”	21
Tabla 12 Tipo de carga. Función “Datos_cargas”	22
Tabla 13 Tipo de Configuración Función “Datos_trafos”	22
Tabla 14 Tipo de nudo Función “Matriz”	24
Tabla 15 Tensiones Red CIGRÉ	32
Tabla 16 Intensidades Red CIGRÉ	33
Tabla 17 Datos trafo Red comprobación ecuaciones	34
Tabla 18 Resultados tensiones comprobación de las ecuaciones de los trafos	36
Tabla 19 Resultados intensidades comprobación de las ecuaciones de los trafos	36
Tabla 20 Datos nudos Red a analizar	38
Tabla 21 Datos ramas Red a analizar	39
Tabla 22 Datos transformador Red a analizar	40
Tabla 23 Datos cargas Red a analizar	40
Tabla 24 Resultados caso equilibrado Red a analizar	41
Tabla 25 Resultados caso desequilibrado Red a analizar	42
Tabla 26 Tensiones Red equilibrada.	45
Tabla 27 Intensidades Red equilibrada	46
Tabla 28 Pérdidas ramas Red equilibrada	47
Tabla 29 Pérdidas totales Red equilibrada	47
Tabla 30 Tensiones Red desequilibrada.	49
Tabla 31 Intensidades Red desequilibradas.	49
Tabla 32 Pérdidas ramas Red desequilibrada.	50

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1 Sistema eléctrico	3
Ilustración 2 Red de ejemplo para barrido de árbol	5
Ilustración 3 Transformador monofásico	8
Ilustración 4 Devanados de la configuración D-Yg	9
Ilustración 5 Obtención ecuaciones configuración D-Yg	10
Ilustración 6 Diagrama de flujos “Función principal”	20
Ilustración 7 Diagrama de flujos Función “intensidades”	26
Ilustración 8 Diagrama de flujos Función “tensiones”	27
Ilustración 9. Red CIGRÉ	29
Ilustración 10 Red de 4 nudos.	34
Ilustración 11 Red a analizar	37

1 INTRODUCCIÓN

En la actualidad, el estudio constante del estado del sistema eléctrico es algo fundamental para la correcta operación de éste. Su vasta extensión junto a la gran importancia en la sociedad moderna, donde es impensable carecer de energía eléctrica siquiera un día, hace que dicho conocimiento constante del estado de la red se convierta prácticamente en una necesidad.

Para ello, a lo largo de los años desde la creación de dicho sistema se han ido desarrollando numerosos métodos, así como aplicaciones cada vez más precisas y complejas. Muchos de estos estudios se fundamentan en metodologías que reciben el nombre de flujo de cargas o flujo de potencia los cuales determinan el estado del sistema a partir de un escenario de generación/consumo y tras adoptar un modelo del sistema.

Es este conocimiento permanente lo que asegura mantener en un estado estable al sistema, prever estados de emergencia, dimensionar aparataje y más beneficios como plantear futuras mejoras y expansiones del sistema a nuevas áreas de forma segura y controlada.

1.1 Objetivo principal y estructura del trabajo

Es debido a esta gran importancia del estudio de las redes, a que este trabajo tendrá como objetivo principal ahondar en dicho estudio y de esta manera desarrollar una herramienta de análisis de flujos de cargas, centrada en redes trifásicas desequilibradas de distribución radiales.

El punto de partida del trabajo es un programa desarrollado en MATLAB [1], que realiza un flujo de cargas mediante el método de barrido de árbol para redes radiales formadas por: un único punto de consumo, líneas y diferentes puntos de consumos monofásicos. A partir de ahí se desarrollarán e implementarán transformadores de diversas configuraciones y regímenes de puesta a tierra, además de mejoras en la convergencia, todo esto manteniendo la metodología usada para el flujo de cargas.

El cuerpo del trabajo consistirá en un total de 7 capítulos:

- Capítulo 2: Resume la topología y actividades principales que se realizan en el sistema eléctrico. Además desarrolla las diferentes razones que pueden generar desequilibrios en las redes de distribución, así como cuales de los métodos más comunes utilizados para los flujos de cargas es el más adecuado para dichas redes.
- Capítulo 3: Expone el razonamiento seguido para la obtención de las ecuaciones de las diferentes configuraciones de los transformadores. Que son necesarias para la introducción de éstos en el programa.
- Capítulo 4: Desarrolla de forma resumida y esquemática a partir de diagramas de flujos y tablas, las partes más importantes de la programación realizada para llevar a cabo el flujo de cargas y poder implementar las ecuaciones del capítulo anterior.
- Capítulo 5: Valida los algoritmos del flujo de cargas y ecuaciones de los transformadores de los capítulos previos mediante la comparación de resultados con el estudio de redes ya conocidas
- Capítulo 6: Describe una red desarrollada para este trabajo sobre la cual se usará la programación y ecuaciones obtenidas anteriormente a modo de ejemplo.
- Capítulo 7 y 8: Exponen los resultados de la red del capítulo 6 y las conclusiones que se pueden obtener de ellos y de los estudios anteriores del resto de los capítulos.

2 REDES DE DISTRIBUCIÓN DESEQUILBRADAS

Se entiende como sistema eléctrico al conjunto de redes, dispositivos y medios que tienen como finalidad generar, transportar y distribuir energía eléctrica. Siendo estas tres acciones las que definen la estructura y topología principal de dicho sistema, donde cada una de ellas es de vital importancia y presenta diferentes características:

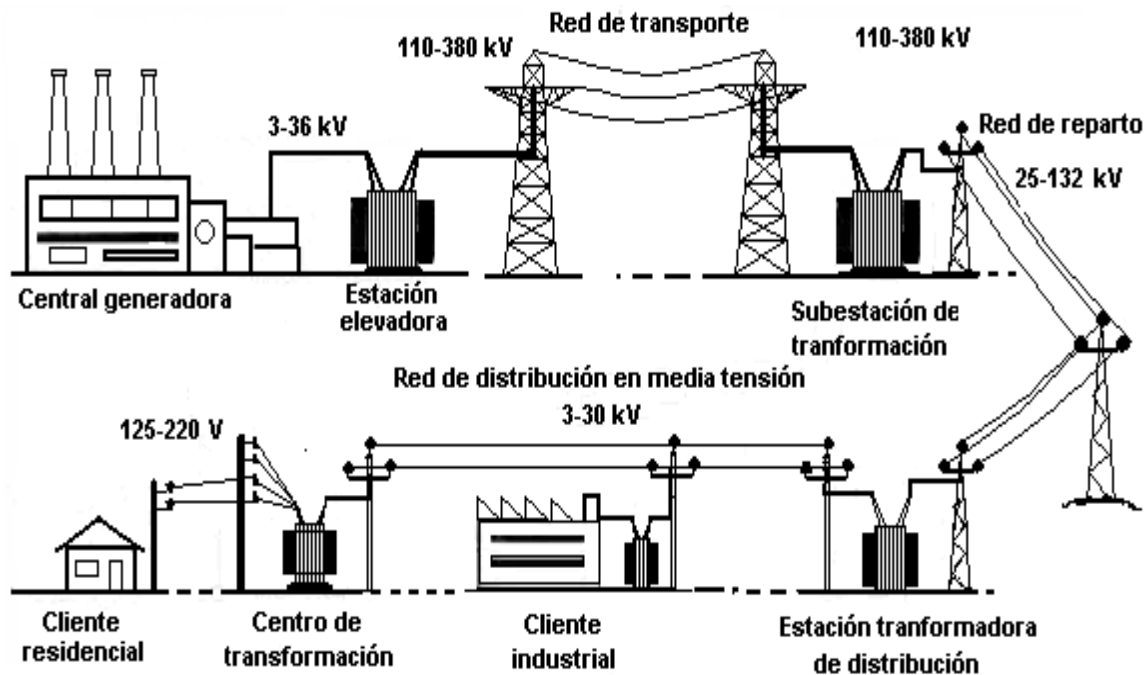


Ilustración 1 Sistema eléctrico

Generación: como su nombre indica es la parte del sistema en la cual se obtiene la energía eléctrica necesaria para satisfacer la demanda de la red. Está constituida por diversos tipos de centrales tales como: nucleares, hidroeléctricas y eólicas donde dicha energía se produce a un rango de tensión que oscila entre 6 y 30 kV , siendo unas tensiones de valor “intermedio” e idóneas para dicha actividad. Esto es debido a que una tensión excesivamente alta como la que se da en transporte, requeriría que las partes activas de las centrales necesiten un gran aislamiento entre ellas (encareciendo así mucho los costes), pero por otro lado una tensión del orden de la de las redes de distribución resultaría en unas pérdidas Joule muy elevadas.

Transporte: es la zona análoga a la generación está constituida por extensas redes por las que previamente se ha elevado la tensión a valores del orden de $100\text{ kV}-400\text{ kV}$. Esto se realiza con el fin de reducir al máximo las pérdidas por los conductores: ya que a través de ella es por la que se conduce la energía a lo largo de grandes distancias hasta los diferentes puntos de consumo antes de distribuirlos.

Distribución: es la parte del sistema que conecta al cliente con la red. Abarca un amplio rango de tensiones, pero en este trabajo se entenderá como redes de distribución aquellas con tensiones inferiores a 20 kV

2.1 Redes de distribución desequilibradas dentro del sistema eléctrico

Estas redes suelen presentar diferentes topologías (anillo, mallada, radial), sin embargo lo más común es emplear una topología mallada pero con explotación radial, al contrario que transporte y reparto que son enteramente malladas. Esto se debe principalmente a que una red de distribución enteramente mallada supondría unos costes excesivamente elevados para su protección, por lo que se opta por una solución de compromiso y se explota radialmente, reduciendo los costes pero manteniendo una continuidad de suministro alta.

Es en la zona de explotación radial de baja tensión donde se centra este estudio. Habitualmente, suele estar constituida por redes de cuatro hilos, por lo que aunque el estudio también vaya a abarcar configuraciones en triángulos, en el anexo sólo se mostrarán los resultados de las conexiones de los secundarios con cuatro hilos, ya que son los que se consideran de mayor interés.

Dentro de lo que es la red, se tratará tanto el caso equilibrado como el desequilibrado. Este último tiene su origen en diversos factores tales como: una asimetría en las impedancias de la red, generación monofásica o, como es el caso de este trabajo (y la forma en la que se modulará el grado de desequilibrio que se desea simular), una distribución desigual de consumos monofásicos que pueden producir consecuencias en la red tales como un aumento de la circulación por el neutro y la tierra, dificultades para mantener la regulación y, entre otras muchas un aumento de las pérdidas.

2.2 Flujos de carga para el estudio de redes de distribución

Tal como se explica en [2], para obtener las magnitudes que permitan definir el estado de un sistema eléctrico en condiciones de régimen permanente, se resuelve el problema conocido como flujo de cargas. En concreto, a partir de la potencia consumida en los nudos y la generada por los alternadores, se trata de encontrar las tensiones en los nudos y los flujos de potencia por las líneas y transformadores.

La resolución del flujo de cargas consta de fundamentalmente dos etapas: la primera consistente en calcular las tensiones complejas en todos los nudos eléctricos, teniendo en cuenta que las restricciones de contorno se especifican en términos de potencias, por lo que habrá que resolver un sistema de ecuaciones no lineales. Mientras que en la segunda etapa se calculan el resto de magnitudes de interés del sistema a partir de las tensiones complejas, tales como los flujos de potencia activa y reactiva, las pérdidas, etc.

Para resolver las ecuaciones no lineales de la primera etapa, existen numerosos métodos iterativos. Los más empleados son:

- Gauss-Seidel: [3] donde se barren secuencialmente los nudos, actualizándose la tensión según el valor disponible en cada iteración. La convergencia del método es muy buena a pesar de ser muy lenta, por lo que se suele emplear para generar valores iniciales para el método de Newton-Raphson en aquellos casos donde haya problemas de convergencia partiendo de perfil plano,
- Newton-Raphson: [4] Se basa en obtener sucesivamente nuevos valores mediante aproximaciones de primer orden de las funciones no lineales involucradas. Tiene una rápida convergencia, pero unos elevados tiempos de cálculo. A partir de ciertas hipótesis se obtienen los siguientes métodos:
- Método desacoplado rápido [5]: Válido únicamente para redes de transporte.
- Flujo de cargas en continua [6]: Calculado a partir de una relación lineal bastante aproximada entre la potencia activa y el desfase de las tensiones.

Para el caso concreto de redes de distribución [7], y más específicamente el caso que concierne al trabajo, la explotación será radial. Donde se tienen tramos de líneas a veces muy cortos y con el cociente entre la resistencia y la inductancia de la línea elevado, por lo no se pueden realizar las simplificaciones típicas de la red de transporte. Todo esto lleva a que algunos métodos como el de desacoplado rápido no funcionen correctamente e incluso el de Newton-Raphson estándar puede presentar problemas en su convergencia.

Por todo ello se ha optado por un método diferente a los anteriores para la resolución del flujo de cargas del sistema, como es el de barridos de árbol. Al tener redes radiales alimentadas únicamente desde la cabecera, se puede implantar algoritmos más simples, con una alta eficacia, y que aprovechan la estructura arborescente para disminuir los tiempos de cálculo.

2.2.1 Flujos de carga de barridos de árbol.

Esta metodología [7] parte de un perfil plano, punto desde el cual el proceso puede dividirse en 3 etapas diferenciadas que se repiten de forma iterativa hasta llegar a un criterio de convergencia., es decir, cuando la diferencia entre iteración e iteración se hace tan pequeña como se desea. Las tres etapas que componen este flujo de cargas son:

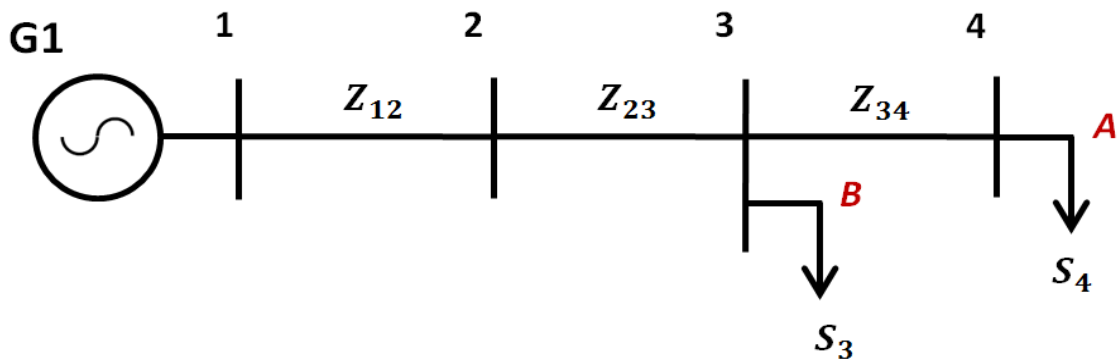


Ilustración 2 Red de ejemplo para barrido de árbol

- 1) A partir de valores de tensión actuales se obtienen las intensidades que inyecta cada nudo:

$$I_i^k = \left(\frac{S_i^{esp}}{U_i^k} \right)^* - Y_i^p U_i^k \quad (2.1)$$

→ Donde Y_i^p es la admitancia en paralelo en el nudo i.

En esta etapa se hallarían las intensidades que demandan los nudos 3 y 4

- 2) Realizando un barrido sentido “aguas arriba” (una vez conocida la intensidad inyectada por cada nudo), se podrá conocer las corrientes que circulan por las diferentes ramas.

$$I_{ij}^k = -I_j^k + \sum_{m \in j, \neq 1} I_{jm} \quad (2.2)$$

Al ser radial la intensidad de la rama más “aguas arriba” es igual a la anterior más la intensidad consumida por el nudo destino. Es decir: $I_{12} = I_{23} = I_{34} + I_3$

- 3) Una vez conocidas las intensidades por las ramas, mediante un barrido sentido “aguas abajo” se obtendrán el resto de las tensiones a partir de conocer la tensión del nudo de cabecera que se considerará siempre constante y conocida (en la red de ejemplo es el nudo 1).

$$U_j^{k+1} = U_i^{k+1} - Z_{ij} I_{ij}^k \quad (2.3)$$

→ Donde Z_{ij} es la impedancia de la línea i-j.

Esto equivale a calcular la caída de tensión por la rama provocada por la circulación de corriente.

Una vez realizada la etapa tres se repite de nuevo el proceso desde la primera etapa, introduciendo ahora en la ecuación (2.1) las tensiones que se acaban de obtener.

3 INTRODUCCIÓN DE TRANSFORMADORES AL FLUJO DE CARGAS

En este capítulo a pesar de que el programa de flujo de cargas desarrollado sólo contempla las configuraciones $D - Yg$, $D - Y$, $Yg - Yg$ y $Y - Y$. Se estudiará la implantación de los transformadores para todas las configuraciones posibles ejemplificando el proceso y al final mostrando las matrices finales para cada configuración. Dicha implantación se lleva a cabo a partir de las siguientes ecuaciones [8]:

- **Para el barrido de “aguas arriba”:**

$$V_p = Y_{sp}^{-1}(I_s - Y_{ss}V_s) \quad (3.1)$$

$$I_p = Y_{pp}V_p + Y_{ps}V_p \quad (3.2)$$

Para esta etapa del flujo de cargas se usarán como datos de entrada las submatrices: Y_{pp} , Y_{ss} , Y_{ps} y Y_{sp} (para esta última se requiere que exista su inversa), la tensión del secundario calculada en la iteración anterior y la intensidad del secundario que es hallada en la misma iteración en la que se quiere obtener la I_p del transformador.

Se procede calculando el valor de V_p a partir de la ecuación (3.1) y posteriormente se introduce dicho valor en (3.2) para obtener I_p . La razón por la cual se introduce la ecuación extra (3.1) en vez de usar directamente el valor de V_p de la anterior iteración, es debido a que en algunas configuraciones dicho valor de V_p en las primeras iteraciones tras la suposición de perfil plano inicial, hace que en la ecuación (3.2) resulte una I_p practicamente nula, sin embargo la V_p de la ecuación (3.1) al no ser un valor ideal solventa ese problema.

- **Para el barrido de “aguas abajo”:**

$$V_s = Y_{ss}^{-1} \cdot (I_s - Y_{sp}V_p) \quad (3.3)$$

Para esta segunda etapa del flujo de cargas se usarán como datos de entrada las submatrices: Y_{sp} , Y_{ss} (para la cual también se requiere la existencia de inversa), la intensidad del secundario y la tensión del primario, ambas calculadas en la misma iteración en la que se desea obtener V_s .

En este caso la obtención de V_s es directa, debido a que no hace falta hallar previamente una V_p no ideal, ya que ésta ya ha sido obtenida durante el barrido de tensiones.

Las submatrices mencionadas Y_{pp} , Y_{sp} , Y_{ss} y Y_{ps} son pertenecientes a la matriz de admitancias del transformador trifásico, la cual modela todas las fases del trafo y cuya obtención se desarrollará en este capítulo.

3.1 Obtención de la matriz de admitancias

La matriz de admitancia o Y_{BUS} es aquella que relaciona las intensidades de línea del transformador con sus tensiones de fase.

Para su cálculo se hace uso de la matriz primitiva (común para todas las configuraciones), y de otras dos matrices que se han denominado como "*matrices de conexión*". Ambas son diferentes para cada configuración, donde la primera de ellas relaciona las tensiones de fase-tierra con las tensiones de las bobinas y la segunda, las intensidades de línea con las corrientes por las bobinas. Siendo la segunda matriz de conexión equivalente a la transpuesta de la primera [9].

- **Matriz admitancia primitiva**

La deducción de la matriz primitiva comienza a partir de los datos de un transformador monofásico de donde se puede obtener su admitancia de cortocircuito " Y_t ":

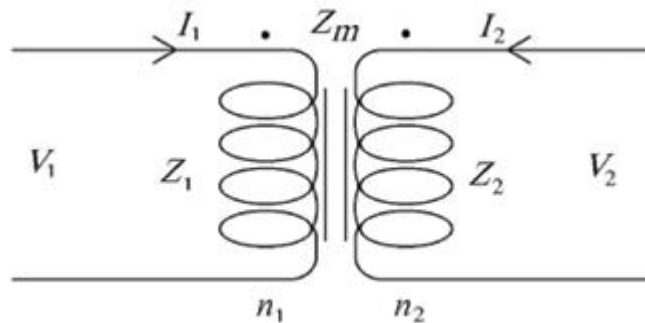


Ilustración 3 Transformador monofásico

$$Y_t = \frac{Z_2}{Z_1 Z_2 - Z_m^2} \quad (3.4)$$

Dicha admitancia expresada matricialmente y referida al primario en ambos devanados, resulta en la matriz primitiva de admitancias, siendo ésta para un transformador monofásico donde " a " es la relación entre el devanado primario y secundario $a = \frac{n_1}{n_2}$.

$$Y_p = \begin{pmatrix} Y_t & -aY_t \\ -aY_t & a^2Y_t \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Una vez obtenida (3.5) extrapolando el anterior razonamiento a un transformador trifásico resulta en la matriz de admitancias primitiva trifásica deseada:

$$Y_{prim} = \begin{pmatrix} Y_t & -aY_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -aY_t & a^2Y_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_t & -aY_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -aY_t & a^2Y_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_t & -aY_t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -aY_t & a^2Y_t \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

- **Matrices de conexión N**

Donde N se puede obtener de la relación existente entre las magnitudes de las tensiones e intensidades de los devanados y la de los nudos:

$$U_{bobinas} = N \cdot U_{F-T} \quad (3.7)$$

$$I_{línea} = N^T I_{bobinas} \quad (3.8)$$

- **Matriz de admitancias del transformador**

Qué resulta del producto de las tres matrices previas:

$$Y_{BUS} = N^T Y_{prim} N \quad (3.9)$$

Las Y_{BUS} obtenidas mediante (3.9) están formadas por 4 submatrices de dimensiones 3×3 cada una, tal que matricialmente se puede expresar como:

$$Y_{BUS} = \begin{pmatrix} Y_{pp} & Y_{ps} \\ Y_{sp} & Y_{ss} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

- **Ejemplo de la obtención de Ybus para la conexión D – Yg**

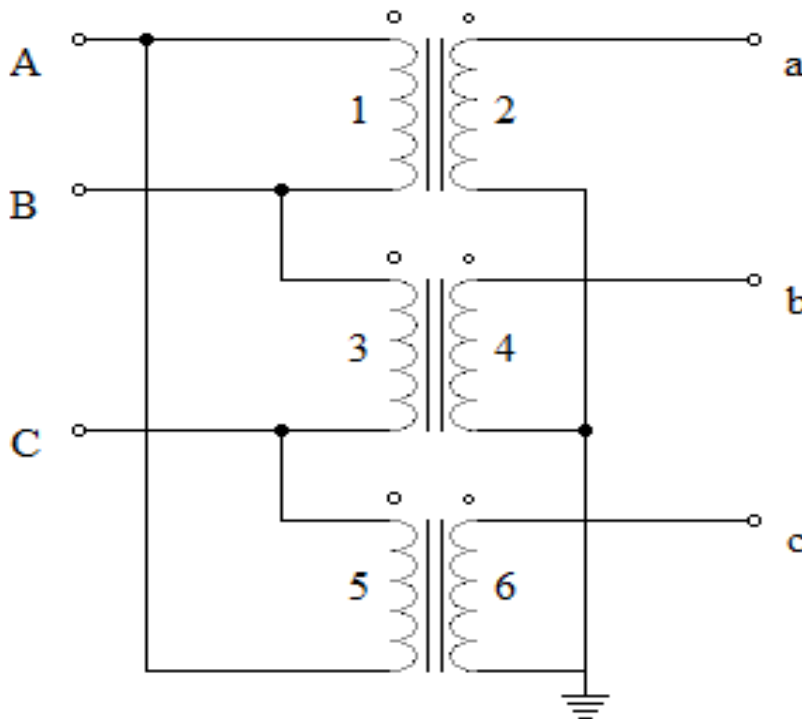


Ilustración 4 Devanados de la configuración D-Yg

- **Matriz primitiva Y_{prim} :**

Obtenida previamente la cual como se ha mencionado será idéntica para todas las configuraciones.

$$Y_{prim} = \begin{pmatrix} Y_t & -aY_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -aY_t & a^2Y_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_t & -aY_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -aY_t & a^2Y_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_t & -aY_t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -aY_t & a^2Y_t \end{pmatrix}$$

- **Matrices de conexión N :**

Las matrices de conexión, se obtienen de realizar mallas de tensión y cortes de intensidad en los devanados del transformador.

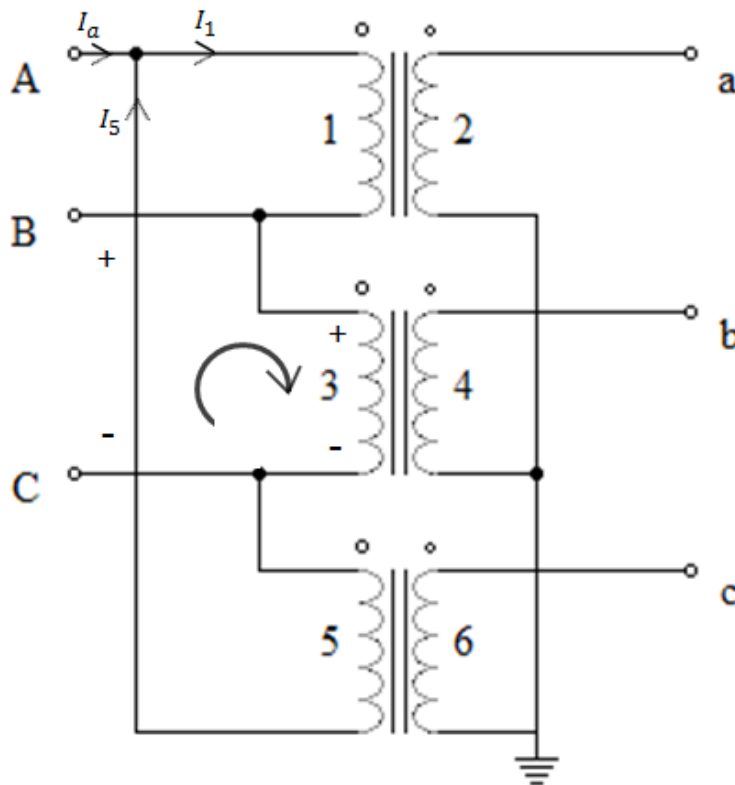


Ilustración 5 Obtención de las ecuaciones de la configuración D-Yg

De las mallas y cortes de la figura anterior se puede deducir: $I_A = I_1 - I_5$ y $U_3 = U_B - U_C$. Si realizamos esto para todos los devanados obtendríamos las siguientes ecuaciones.

- Ecuaciones de las mallas de tensión:

Donde los números están referidos a las tensiones de los devanados y las letras a las tensiones de los nudos respecto de tierra:

$$\begin{array}{lll} U_1 = U_A - U_B & U_3 = U_B - U_C & U_5 = U_C - U_A \\ U_2 = U_a & U_4 = U_b & U_6 = U_c \end{array}$$

- Ecuaciones de los cortes de intensidad:

Donde los números están referidos a las intensidades por los devanados y las letras a las intensidades de línea:

$$\begin{array}{lll} I_A = I_1 - I_5 & I_B = I_3 - I_1 & I_C = I_5 - I_3 \\ I_a = I_2 & I_b = I_4 & I_c = I_6 \end{array}$$

Expresando matricialmente se obtienen dichas matrices de conexiones.

$$U_{123} = N \cdot U_{abc} \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \\ U_a \\ U_b \\ U_c \end{pmatrix}$$

$$I_{abc} = N^T I_{123} \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \\ I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{pmatrix}$$

- **Matriz de admitancias Ybus:**

$$Y_{BUS} = N^T Y_{prim} N$$

$$Y_{BUS} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Y_t & -aY_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -aY_t & a^2Y_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_t & -aY_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -aY_t & a^2Y_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_t & -aY_t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -aY_t & a^2Y_t \end{pmatrix} \cdot$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow Y_{BUS} = \begin{pmatrix} Y_{pp} & Y_{ps} \\ Y_{sp} & Y_{ss} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2Y_t & -Y_t & -Y_t & -aY_t & 0 & aY_t \\ -Y_t & 2Y_t & -Y_t & aY_t & -aY_t & 0 \\ -Y_t & -Y_t & 2Y_t & 0 & aY_t & -aY_t \\ -aY_t & aY_t & 0 & a^2Y_t & 0 & 0 \\ 0 & -aY_t & aY_t & 0 & a^2Y_t & 0 \\ aY_t & 0 & -aY_t & 0 & 0 & a^2Y_t \end{pmatrix}$$

Analogamente se obtendrían las diferentes Ybus de todas las configuraciones.

De la matriz ejemplificada se aprecia que algunas de sus submatrices son singulares en concreto Y_{pp} , Y_{ps} y Y_{sp} . Esto entra en conflicto con la ecuación (3.1), ya que en ella hace falta invertir Y_{sp} , generándose así una problemática. Dicha problemática también puede suceder si Y_{ss} es singular, lo cual sucede en varias configuraciones.

3.2 Resolución a la problemática de las matrices singulares.

La problemática presente afecta a la mayoría de las configuraciones siendo $Yg - Yg$ la única que no la sufre. Para su resolución se ha opta por trabajar con tensiones de línea en vez de fase-tierra, pudiendo así modificar las matrices obteniendo unas equivalentes pero no singulares, lo que permite introducirlas en las ecuaciones [8] [10].

Esta modificación se ha realizado a partir del desarrollo de las Y_{BUS} ya existentes y posteriormente expresando cada ecuación en función de las tensiones de línea de los devanados sin conexión a tierra (D, Y). Además en estos devanados sin referencia de tierra se prescinde de una ecuación, teniéndose sólo en cuenta las de I_a e I_b , debido a la linealidad que tiene I_c con las anteriores al no existir neutro.

- **Ejemplo de la obtención de Ybus modificada para la conexión Y-Y**

Suponiendo conocida la Ybus para esta configuración:

$$\begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \\ I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2Y_t}{3} & \frac{-Y_t}{3} & \frac{-Y_t}{3} & \frac{-2aY_t}{3} & \frac{aY_t}{3} & \frac{aY_t}{3} \\ \frac{-Y_t}{3} & \frac{2Y_t}{3} & \frac{-Y_t}{3} & \frac{aY_t}{3} & \frac{-2aY_t}{3} & \frac{aY_t}{3} \\ \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} \\ \frac{-Y_t}{3} & \frac{-Y_t}{3} & \frac{2Y_t}{3} & \frac{aY_t}{3} & \frac{aY_t}{3} & \frac{-2aY_t}{3} \\ \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} \\ \frac{-2aY_t}{3} & \frac{aY_t}{3} & \frac{aY_t}{3} & \frac{2a^2Y_t}{3} & \frac{-a^2Y_t}{3} & \frac{-a^2Y_t}{3} \\ \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} \\ \frac{aY_t}{3} & \frac{-2aY_t}{3} & \frac{aY_t}{3} & \frac{-a^2Y_t}{3} & \frac{2a^2Y_t}{3} & \frac{-a^2Y_t}{3} \\ \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} \\ \frac{aY_t}{3} & \frac{aY_t}{3} & \frac{-2aY_t}{3} & \frac{-a^2Y_t}{3} & \frac{-a^2Y_t}{3} & \frac{2a^2Y_t}{3} \\ \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \\ U_a \\ U_b \\ U_c \end{pmatrix}$$

Se aprecia que tanto Y_{sp} como Y_{ss} son singulares, se realiza pues el desarrollo de las expresiones de la fase a y b de la matriz de los devanados sin conexión a tierra (para esta configuración ambos devanados carecen de referencia de tierra al ser estrellas aisladas, por lo que se prescinde de las ecuaciones de I_c y I_c) en función de las tensiones de líneas U_{ab} y U_{bc} :

$$\begin{aligned} \rightarrow I_A &= \frac{Y_t}{3}(2U_A - U_B - U_C) + \frac{aY_t}{3}(-2U_a + U_b + U_c) \rightarrow \\ &\rightarrow I_A = \frac{Y_t}{3}(2U_{AB} + U_{BC}) + \frac{aY_t}{3}(-2U_{ab} - U_{bc}) \\ \rightarrow I_B &= \frac{Y_t}{3}(2U_B - U_A - U_C) + \frac{aY_t}{3}(-2U_b + U_a + U_c) \rightarrow \\ &\rightarrow I_B = \frac{Y_t}{3}(-U_{AB} + U_{BC}) + \frac{aY_t}{3}(U_{ab} - U_{bc}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow I_a &= \frac{aY_t}{3}(-2U_A + U_B + U_C) + \frac{a^2Y_t}{3}(2U_a - U_b - U_c) \rightarrow \\ &\rightarrow I_a = \frac{aY_t}{3}(-2U_{AB} - U_{BC}) + \frac{a^2Y_t}{3}(2U_{ab} + U_{bc}) \\ \rightarrow I_b &= \frac{aY_t}{3}(-2U_B + U_A + U_C) + \frac{a^2Y_t}{3}(2U_b - U_a - U_c) \rightarrow \\ &\rightarrow I_b = \frac{aY_t}{3}(U_{AB} - U_{BC}) + \frac{a^2Y_t}{3}(-U_{ab} + U_{bc}) \end{aligned}$$

Expresando de nuevo estas ecuaciones de forma matricial se obtiene la nueva Y_{BUS} modificada:

$$\begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_a \\ I_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2Y_t}{3} & \frac{Y_t}{3} & \frac{-2aY_t}{3} & \frac{-aY_t}{3} \\ \frac{-Y_t}{3} & \frac{Y_t}{3} & \frac{aY_t}{3} & \frac{-aY_t}{3} \\ \frac{-2aY_t}{3} & \frac{-aY_t}{3} & \frac{2a^2Y_t}{3} & \frac{a^2Y_t}{3} \\ \frac{aY_t}{3} & \frac{-aY_t}{3} & \frac{-a^2Y_t}{3} & \frac{a^2Y_t}{3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_{AB} \\ U_{BC} \\ U_{ab} \\ U_{bc} \end{pmatrix}$$

Una vez obtenida la Y_{BUS} se tendrán nuevas submatrices no singulares que serán válidas para las ecuaciones (3.1), (3.2) y (3.3), donde para este caso todas las submatrices tienen unas dimensiones de 2×2 .

3.3 Recopilación de Y_{bus} para todas las configuraciones

- **Configuración Yg-Yg**

$$Y_{BUS} = \begin{pmatrix} Y_t & 0 & 0 & -aY_t & 0 & 0 \\ 0 & Y_t & 0 & 0 & -aY_t & 0 \\ 0 & 0 & Y_t & 0 & 0 & -aY_t \\ -aY_t & 0 & 0 & a^2Y_t & 0 & 0 \\ 0 & -aY_t & aY_t & 0 & a^2Y_t & 0 \\ 0 & 0 & -aY_t & 0 & 0 & a^2Y_t \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Submatrices	Dimensión
Ypp	3x3
Yps	3x3
Ysp	3x3
Yss	3x3

Tabla 1 Dimensiones Submatrices Configuración Yg-Yg

• **Configuración Yg-Y**

$$Y_{BUS} = \begin{pmatrix} \frac{2Y_t}{3} & \frac{-Y_t}{3} & \frac{-Y_t}{3} & \frac{-2aY_t}{3} & \frac{-aY_t}{3} \\ \frac{-Y_t}{3} & \frac{2Y_t}{3} & \frac{-aY_t}{3} & \frac{aY_t}{3} & \frac{-aY_t}{3} \\ \frac{-Y_t}{3} & \frac{-Y_t}{3} & \frac{2Y_t}{3} & \frac{aY_t}{3} & \frac{2aY_t}{3} \\ \frac{-2aY_t}{3} & \frac{aY_t}{3} & \frac{aY_t}{3} & \frac{2a^2Y_t}{3} & \frac{a^2Y_t}{3} \\ \frac{aY_t}{3} & \frac{-2aY_t}{3} & \frac{aY_t}{3} & \frac{-a^2Y_t}{3} & \frac{a^2Y_t}{3} \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Submatrices	Dimensión
Ypp	3x3
Yps	3x2
Ysp	2x3
Yss	2x2

Tabla 2 Dimensiones Submatrices Configuración Yg-Y

• **Configuración Y-Yg**

$$Y_{BUS} = \begin{pmatrix} \frac{2Y_t}{3} & \frac{Y_t}{3} & \frac{-2aY_t}{3} & \frac{aY_t}{3} & \frac{aY_t}{3} \\ \frac{-Y_t}{3} & \frac{Y_t}{3} & \frac{aY_t}{3} & \frac{-2aY_t}{3} & \frac{aY_t}{3} \\ \frac{-2aY_t}{3} & \frac{-aY_t}{3} & \frac{2a^2Y_t}{3} & \frac{-a^2Y_t}{3} & \frac{-a^2Y_t}{3} \\ \frac{aY_t}{3} & \frac{-aY_t}{3} & \frac{-a^2Y_t}{3} & \frac{2a^2Y_t}{3} & \frac{-a^2Y_t}{3} \\ \frac{aY_t}{3} & \frac{2aY_t}{3} & \frac{-a^2Y_t}{3} & \frac{-a^2Y_t}{3} & \frac{2a^2Y_t}{3} \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

Submatrices	Dimensión
Ypp	2x2
Yps	2x3
Ysp	3x2
Yss	3x3

Tabla 3 Dimensiones Submatrices Configuración Y-Yg

- **Configuración Y-Y**

$$Y_{BUS} = \begin{pmatrix} \frac{2Y_t}{3} & \frac{Y_t}{3} & \frac{-2aY_t}{3} & \frac{-aY_t}{3} \\ \frac{-Y_t}{3} & \frac{Y_t}{3} & \frac{aY_t}{3} & \frac{-aY_t}{3} \\ \frac{-2aY_t}{3} & \frac{-aY_t}{3} & \frac{2a^2Y_t}{3} & \frac{a^2Y_t}{3} \\ \frac{aY_t}{3} & \frac{-aY_t}{3} & \frac{-a^2Y_t}{3} & \frac{a^2Y_t}{3} \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Submatrices	Dimensión
Ypp	2x2
Yps	2x2
Ysp	2x2
Yss	2x2

Tabla 4 Dimensiones Submatrices Configuración Y-Y

- **Configuración D-Yg**

$$Y_{BUS} = \begin{pmatrix} 2Y_t & Y_t & -aY_t & 0 & aY_t \\ -Y_t & Y_t & aY_t & -aY_t & 0 \\ -aY_t & 0 & a^2Y_t & 0 & 0 \\ 0 & -aY_t & 0 & a^2Y_t & 0 \\ aY_t & aY_t & 0 & 0 & a^2Y_t \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Submatrices	Dimensión
Ypp	2x2
Yps	2x3
Ysp	3x2
Yss	3x3

Tabla 5 Dimensiones Submatrices Configuración D-Yg

- **Configuración Yg-D**

$$Y_{BUS} = \begin{pmatrix} Y_t & 0 & 0 & -aY_t & 0 \\ 0 & Y_t & 0 & 0 & -aY_t \\ 0 & 0 & Y_t & aY_t & aY_t \\ -aY_t & 0 & aY_t & 2a^2Y_t & a^2Y_t \\ aY_t & -aY_t & 0 & -a^2Y_t & a^2Y_t \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

Submatrices	Dimensión
Ypp	3x3
Yps	3x2
Ysp	2x3
Yss	2x2

Tabla 6 Dimensiones Submatrices Configuración Yg-D

- **Configuración D-Y**

$$Y_{BUS} = \begin{pmatrix} 2Y_t & Y_t & -aY_t & -aY_t \\ -Y_t & Y_t & -aY_t & 0 \\ -aY_t & 0 & \frac{2a^2Y_t}{3} & \frac{a^2Y_t}{3} \\ 0 & -aY_t & \frac{-a^2Y_t}{3} & \frac{a^2Y_t}{3} \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Submatrices	Dimensión
Ypp	2x2
Yps	2x2
Ysp	2x2
Yss	2x2

Tabla 7 Dimensiones Submatrices Configuración D-Y

Configuración Y-D

$$Y_{BUS} = \begin{pmatrix} \frac{2Y_t}{3} & \frac{Y_t}{3} & -aY_t & 0 \\ -\frac{Y_t}{3} & \frac{Y_t}{3} & 0 & -aY_t \\ -aY_t & -aY_t & 2a^2Y_t & a^2Y_t \\ aY_t & 0 & -a^2Y_t & a^2Y_t \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Submatrices	Dimensión
Ypp	2x2
Yps	2x2
Ysp	2x2
Yss	2x2

Tabla 8 Dimensiones Submatrices Configuración Y-D

- **Configuración D-D**

$$Y_{BUS} = \begin{pmatrix} 2Y_t & Y_t & -2aY_t & -aY_t \\ -Y_t & Y_t & aY_t & -aY_t \\ -2aY_t & -aY_t & 2a^2Y_t & a^2Y_t \\ aY_t & -aY_t & -a^2Y_t & a^2Y_t \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

Submatrices	Dimensión
Ypp	2x2
Yps	2x2
Ysp	2x2
Yss	2x2

Tabla 9 Dimensiones Submatrices Configuración D-D

4 DESCRIPCIÓN DEL FLUJO DE CARGA DESARROLLADO

El programa previo de partida [1] no era el óptimo para poder introducir las ecuaciones de los transformadores expuestas en el capítulo anterior. Por ello se decidió desarrollar un nuevo programa también mediante MATLAB que sí permitiese introducir dichas ecuaciones y que además implementase mejoras tales como una forma más simple de realizar la escritura de los datos de entrada que caracterizan la red, o métodos que fuerzan la convergencia.

En este capítulo se comentarán y representarán algunas de las funciones más importantes mediante diagramas de flujo mientras que las restantes se expondrán brevemente o serán desarrolladas a modo de manual para aprender a usar e interactuar con el programa.

Dicho programa contiene un total de 19 funciones que se clasifican en:

- Función principal: la cual se ejecuta y “llama” a todas las restantes para realizar el flujo de cargas.
- Funciones de entrada de datos: son las que el usuario deberá modificar para caracterizar las redes.
- Funciones de conversión de datos: aquellas que a partir de las funciones anteriores modifican y ordenan los datos introducidos para posteriormente poder ser utilizados en las funciones de barrido de intensidades y tensiones.
- Funciones de barrido de intensidad: realizan los cálculos necesarios para la obtención de las intensidades en el barrido de “aguas arriba”.
- Funciones de barrido de tensión realizan los cálculos necesarios para la obtención de las tensiones en el barrido de “aguas abajo”.

4.1 Función principal

Es la función “*Flujo de cargas*” la cual como se ha mencionado antes, va ejecutando todas las restantes hallando de ese modo las tensiones e intensidades mediante iteraciones hasta cumplir un criterio de convergencia.

Para un mejor entendimiento del diagrama de flujo desarrollado se tendrá en cuenta que:

- E : es el valor máximo del error de las tensiones entre las iteraciones.
- dif : es el valor mínimo que se desea que tome E . Y para el cual una vez E es menor, se considera que el programa ya ha convergido. En este trabajo dif se ha considerado de valor 0.01.

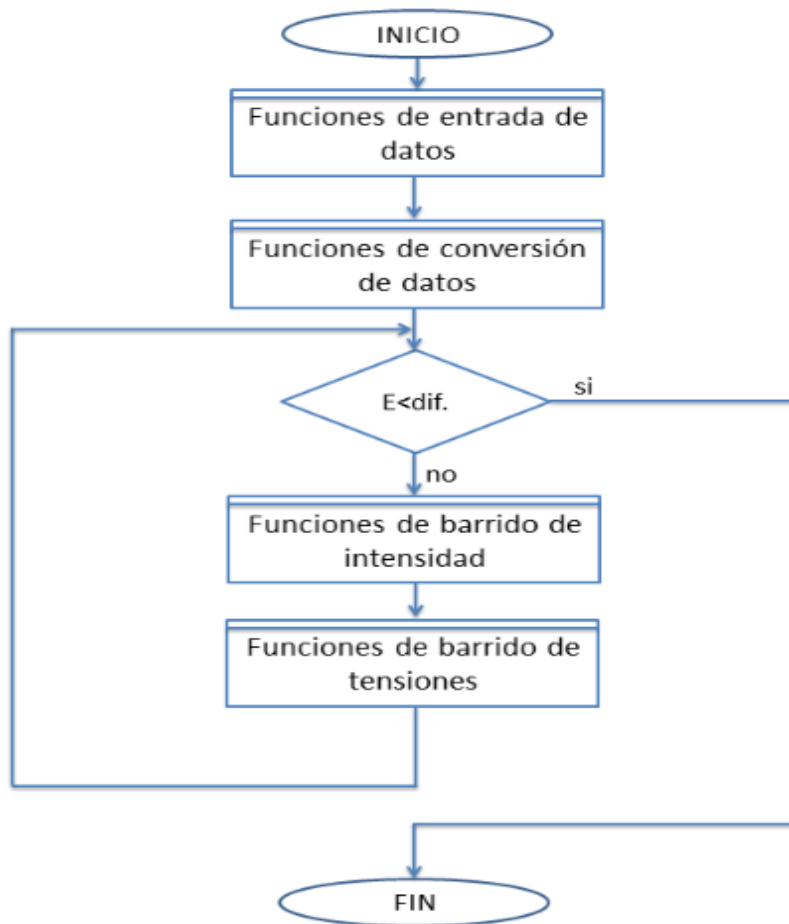


Ilustración 6 Diagrama de flujos “Función principal”

4.2 Funciones de entrada

Este grupo lo forman un total de 5 funciones, en ellas el usuario debe escribir los datos necesarios para determinar la red que se estudiará. Datos tales como: el número de nudos, las ramas, sus impedancias, los transformadores existentes junto con sus configuraciones y las cargas.

- **Función “Datos nudos”**

En esta función se introduce la matriz “nudos” al programa en la que se especifican el número de nudos que contiene la red y el tipo de puesta a tierra de cada uno de ellos (aislados, directamente a tierra o través de puesta a tierra impedante).

La introducción de los datos se hace a partir de una matriz $m \times 2$, donde m es el número total de nudos. En la primera columna se sitúan los nombres de los nudos a los cuales se les deberá de asignar un número, y en la segunda se colocaran sus tipo puesta a tierra.

Tipo de puesta a tierra	Introducir en la matriz
Nudo aislado	-1
Nudo rigidamente a tierra	0
Nudo a tierra a partir de una resistencia	Valor de dicha resistencia en ohmios

Tabla 10 Puesta a tierra. Función “Datos_nudos”

$$nudos = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 40 \\ \vdots & \vdots \\ m & x \end{bmatrix}_{m \times 2}$$

El orden en el que se escriben los nudos dentro de la matriz sólo afecta a la hora de mostrar los resultados, donde las tensiones de cada nudo saldrán en el mismo orden en el que se introdujeron en la matriz.

- **Función “Datos ramas”**

La finalidad de esta función consiste en introducir la matriz “ramas” de dimensiones $r \times 4$ en la que “ r ” es el número de ramas. Cada columna corresponde a una información diferente de las ramas: primera columna, el nudo origen de dicha rama, segunda el nudo destino, tercera su longitud en metros y cuarta el tipo de conductor que la conforma.

$$ramas = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 50 & 1 \\ 2 & 3 & 60 & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m-1 & m & long & x \end{bmatrix}_{r \times 4}$$

Al igual que con la función “Datos_nudos” el orden en el que se escriben las ramas dentro de la matriz sólo afectará a la hora de mostrar los resultados, donde las intensidades que circulan por cada rama saldrán en el mismo orden en el que se introdujeron en la matriz.

- **Función “Datos cargas”**

Encargada de caracterizar las cargas, esta función diferenciará entre las cargas situadas en el nudo Slack y las situadas en el resto de la red, (en caso de existir un transformador en cabecera, éste se tomará como un mismo punto eléctrico siendo parte del nudo de cabecera).

Se completan dos matrices: la primera “ F ” para las cargas que se encuentran en la red y la segunda “ Fs ” para las cargas en el Slack. Dichas matrices tendrán unas dimensiones de $c \times 8$ y $cs \times 8$ donde c y cs serán el número de cargas totales en la red y en el Slack respectivamente.

La organización de las columnas es tal que la primera corresponde a la potencia aparente de la carga en kVA, la segunda a su factor de potencia, la tercera, cuarta y quinta al porcentaje de potencia en el que está repartida la carga sobre las diferentes fases (siendo estos porcentajes donde se podrá contralar el grado de desequilibrio que presentará la red), la sexta pertenece a un coeficiente que depende de la naturaleza de la carga, la séptima distingue entre si es una carga trifásica o monofásicas y la octava y última hace referencia al nudo en el que se encuentra dicha carga.

Naturaleza de la carga	Introducir en la matriz
Residencial	R
Industrial	I
Comercial	C

Tabla 11 Coeficientes de las cargas. Función “Datos_cargas”

Tipo de carga	Introducir en la matriz
Carga monofásica equilibrada	1
Carga trifásica	2

Tabla 12 Tipo de carga. Función “Datos_cargas”

$$F = \begin{bmatrix} 15 & 0.85 & 33.33\% & 33.33\% & 33.33\% & I & 1 & 3 \\ 30 & 0.9 & 36.33\% & 32.33\% & 32.33\% & C & 2 & 5 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S & \cos\varphi & 33.33\% & 33.33\% & 33.33\% & l & n & x \end{bmatrix}_{cx8}$$

$$F_s = \begin{bmatrix} 25 & 0.95 & 33.33\% & 33.33\% & 33.33\% & C & 2 & 1 \\ 45 & 0.8 & 36.33\% & 32.33\% & 32.33\% & R & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S & \cos\varphi & 33.33\% & 33.33\% & 33.33\% & l & n & x \end{bmatrix}_{cx8}$$

Si la red bajo estudio no posee ninguna carga en el Slack o nudo de cabecera, se ha de rellenar “Fs” con ceros.

• Función “Datos trafos”

En esta función se introducen los datos de los transformadores y al igual que en “Datos_cargas” se hará distinción entre si los transformadores están situados dentro de la red o en cabecera. Las matrices a rellenar son “trafo” y “trafoc” donde la primera corresponde a los transformadores en la red que tendrá una dimensión $tx6$ siendo “t” el número de transformadores en la red, y la segunda correspondiente al transformador de cabecera con una dimensión de $1x4$.

En la primera columna de la matriz “trafo” se ha de introducir el nombre numérico del nudo de alta tensión, en la segunda el nudo de baja, posteriormente en la tercera un número del 1 al 4 según la configuración del transformador, la cuarta y la quinta la tensión de alta y baja del transformador en voltios y la sexta la admitancia de cortocircuito de transformador referida al primario, que se podrá obtener a partir de la ecuación (4.1).

Por otro lado “trafoc” su primera columna corresponderá a un número del 1 al 4 en caso de haber trafo en cabecera o un 0 en caso de no haberlo, el resto de sus tres columnas coincide con las tres últimas de la matriz “trafo”.

$$Y_t = \left((R(\%) + X(\%)) \cdot \frac{V_p}{S} \right)^{-1} \cdot 100 \quad (4.1)$$

Configuración del transformador	Introducir en la matriz
Yg-Yg	1
Y-Y	2
D-Yg	3
D-Y	4

Tabla 13 Tipo de Configuración Función “Datos_trafos”

$$trafo = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 20000 & 400 & 0.71 + 0.67i \\ 9 & 10 & 2 & 20000 & 400 & 0.71 + 0.67i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x & y & n & U_p & U_s & Y_t \end{bmatrix}_{tx5}$$

$$trafoc = [3 \quad 20000 \quad 400 \quad 0.71 + 0.67i]$$

Si la red bajo estudio no tiene ningún transformador se ha de rellenar la matriz mediante ceros.

- **Función “Datos conductores”**

Es la última función perteneciente al segundo grupo, en ella se escriben las impedancias propias y mutuas de los conductores que forman la red, en nuestro caso serán siempre las tres fases junto al neutro. La matriz en cuestión será la matriz “Z”.

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{aa} & Z_{aa} & Z_{aa} \\ Z_{ba} & Z_{ba} & Z_{ba} & Z_{ba} \\ Z_{ca} & Z_{ba} & Z_{ba} & Z_{ba} \\ Z_{ba} & Z_{ba} & Z_{ba} & Z_{ba} \end{bmatrix}_{4x4}$$

Se ha dejado un total de 10 huecos para rellenar matrices debido a la posibilidad de que haya más de un tipo de conductor en la red, algo muy habitual. En caso de que no ser necesarios se pueden dejar sin rellenar dichos huecos.

4.3 Funciones de conversión de datos

Como se ha comentado, estas funciones tomaran los datos de las 5 anteriores y junto con otros nuevos que ellas aportaran, los manipularán y modificarán para poder ser usados por las funciones de los barridos. En esta división se encuentran también otras 5 funciones.

- **Función “Introducción potencias cargas” y “Introducción conductores”**

La primera de ellas se encarga de obtener un matriz “S” de dimensiones $cx4$, donde en las tres primeras columnas se encuentran los valores de las potencias expresados en cartesianas y en la cuarta columna el número correspondiente al tipo de carga ya sea trifásica o monofásica.

Por otro lado la segunda función recopila los diferentes tipos de conductores en una misma matriz con los cuales termina generando una matriz “z” donde se encuentran todas las impedancias de los diferentes conductores ordenados numericamente según su tipo.

- **Función “Datos conexiones”**

En ella se recopilan las diferentes matrices de admitancia correspondientes a cada una de las conexiones de los transformadores desarrolladas en el capítulo anterior que comprende el programa.

- **Función “Perfil inicial”**

Crea a partir de las funciones de los datos de las ramas y transformadores, un perfil de tensiones plano. Que servirá como inicio para el cálculo de las intensidades en el barrido de “aguas arriba” durante la primera iteración. En dicha función también se ha introducido el valor de la constante que corresponderá a la condición de convergencia " $dif = 0.01$ ".

- **Función “Matriz”**

Es la función encargada de ordenar las ramas para realizar tanto el barrido de “aguas arriba” como el de “aguas abajo”. Esta función generará una matriz llamada “X” de una dimensión de filas variable y 6 columnas.

De esas 6 columnas, las cuatro primeras coinciden con las de la matriz “ramas” sin embargo la quinta hace referencia al “*tipo de nudo*” y la sexta a su “*índice*”.

Se ha considerado como “índice” el valor de la posición original que tenía dicha rama en la matriz “ramas” y como “*tipo de nudo*” una clasificación según el número de ramas que parten del destino de dicha rama.

Nº de ramas que parten del nudo destino	Introducido en la matriz
Una(continuación de la línea)	1
Más de una (bifurcación)	3
Ninguna (carga)	2

Tabla 14 Tipo de nudo Función “Matriz”

Esta función también introduce filas de ceros tras realizar una lectura sobre un nudo de tipo 3 o 2 (bifurcación o cargas), debido a que facilita las condiciones para el correcto ordenamiento y posterior uso en las funciones de barrido de intensidades. De esta forma se consigue que el programa sepa si está ante una carga, una bifurcación o una continuación de la línea.

4.4 Funciones de barridos de intensidad

Este grupo es el encargado de hallar las intensidades durante el barrido de “aguas arriba” haciendo uso de los datos que les proporcionan las funciones de conversión de datos.

- **Función “IntensidadesCargas”**

Esta función a partir de la matriz “S” y las tensiones, calcula la intensidad por cada fase que demandan las cargas mediante las ecuaciones:

- Para cargas trifásicas:

$$I_{ab} = \text{conj}\left(\frac{S}{U_a - U_b}\right) \quad I_{bc} = \text{conj}\left(\frac{S}{U_b - U_c}\right) \quad I_{ca} = \text{conj}\left(\frac{S}{U_c - U_a}\right) \quad (4.2)$$

$$I_a = I_{ab} - I_{ca} \quad I_b = I_{bc} - I_{ab} \quad I_c = I_{ca} - I_{bc} \quad (4.3)$$

- Para cargas monofásicas:

$$I_i = \text{conj}\left(\frac{S_i}{U_i - U_n}\right) \quad (4.4)$$

- **Función “IntensidadesTierra”**

Obtiene a partir de la información de la matriz nudos y las tensiones, la intensidad de fuga por tierra de cada nudo, y la almacena en el vector “ I_g ”.

$$I_{tierra_i} = \frac{U_{n_i}}{Z_{n_i}} \quad (4.5)$$

- **Función “IntensidadesPrimario”**

La encargada de calcular las intensidades del primario a partir de los datos de las conexiones y del transformador en cuestión. Cálculos que se realizarán a partir de las ecuaciones y matrices del capítulo 3.

- **Función “IntensidadesSlack”**

Esta función una vez finalizadas las iteraciones, halla la corriente por el Slack a partir de las intensidades por las ramas que parten de dicho nudo.

- **Función “Intensidades”**

Calcula las intensidades por las ramas de la red, para lo cual hace uso de la matriz “ X ” y de las intensidades por tierra y cargas.

Para un mejor entendimiento del diagrama de flujo desarrollado se tendrá en cuenta que:

- Matriz X : su quinta columna determina el “tipo” de nudo.
- “Buscar coincidencias”: significa buscar las ramas cuyos orígenes comienzan en el destino de la rama cuya intensidad se está calculando.

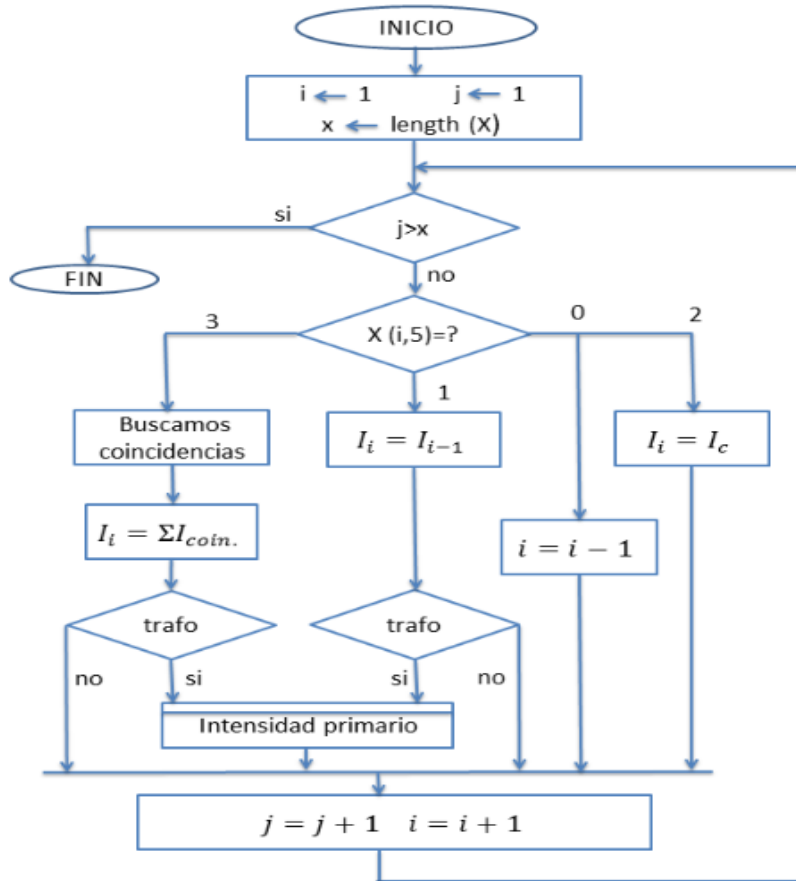


Ilustración 7 Diagrama de flujos Función “Intensidades”

4.5 Funciones de barridos de tensiones

Este último grupo está formado por tres funciones que se encargarán de hallar las tensiones durante el barrido de “aguas abajo” haciendo uso de los datos que le proporcionan las funciones de conversión de datos y las funciones de barrido de intensidad.

- **Función “TensionSecundario”**

Es la función encargada de calcular la tensión en el secundario de los transformadores en el barrido de “aguas abajo”, al igual que la función “IntensidadesPrimario”, las ecuaciones necesarias y matrices de las conexiones para cada una de las configuraciones de los transformadores son las especificadas en el capítulo anterior.

Esta función tiene la particularidad de que en caso de puesta a tierra impedante, realiza una comprobación y regulación de la tensión del neutro en cada iteración. Esto lo realiza multiplicando dicha tensión por un factor $\alpha = 0.05$ en caso de que la diferencia de ésta entre iteraciones sea alta. La razón por la que es requerido hacer esto es debido a que durante la convergencia pueden ocasionarse desequilibrios momentáneos que en caso de no controlarse pueden terminar haciendo divergir al programa. Ya que esos desequilibrios, generan una intensidad por tierra elevada y por tanto una alta tensión en el neutro que afectan a las siguientes iteraciones.

- **Función “TensionSlack”**

Es una función específica para el caso de un transformador en cabecera con la misma finalidad que la función anterior.

• **Función “Tensiones”**

Es la función que a partir del barrido de “aguas arriba” donde se hallan las intensidades, realiza el barrido de “aguas abajo” mediante las impedancias de los conductores, intensidades por las ramas y longitudes de dichas ramas.

Para un mejor entendimiento del diagrama de flujo desarrollado se tendrá en cuenta que:

- “Buscar coincidencias”: significa buscar las longitudes, impedancias e intensidades de las ramas cuyos nudos de origen coincidan con el de destino del que se está calculando su tensión.

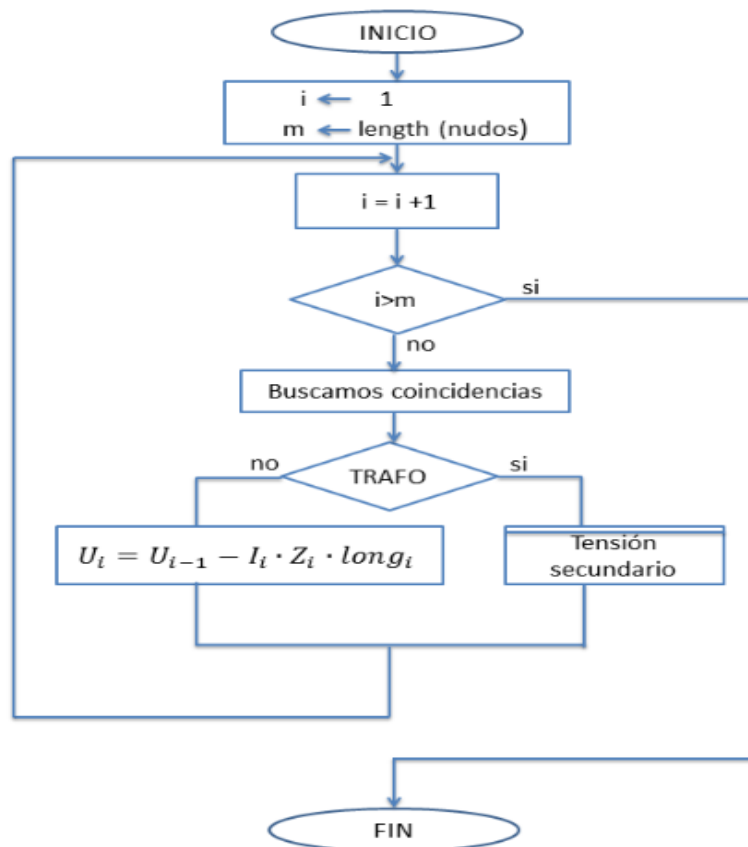


Ilustración 8 Diagrama de flujos Función “Tensiones”

5 VALIDACIÓN DE LOS ALGORITMOS Y ECUACIONES DE LOS TRANSFORMADORES

En este capítulo se comprueba que tanto las funciones programadas del capítulo 4 como las ecuaciones y matrices desarrolladas en el capítulo 3 son correctas y dan resultados coherentes, para ello se van a estudiar dos redes diferentes para cada parte a validar. Dichas redes ya han sido previamente estudiadas por lo que se conocen de antemano los resultados que se deben de obtener.

5.1 Validación del algoritmo de flujo de cargas

Para este apartado se ha estudiado una red cuyos resultados eran conocidos debido a un estudio previo [1].

Dicha red es una tipo europea propuesta por la CIGRÉ cuyas características se exponen en este capítulo.

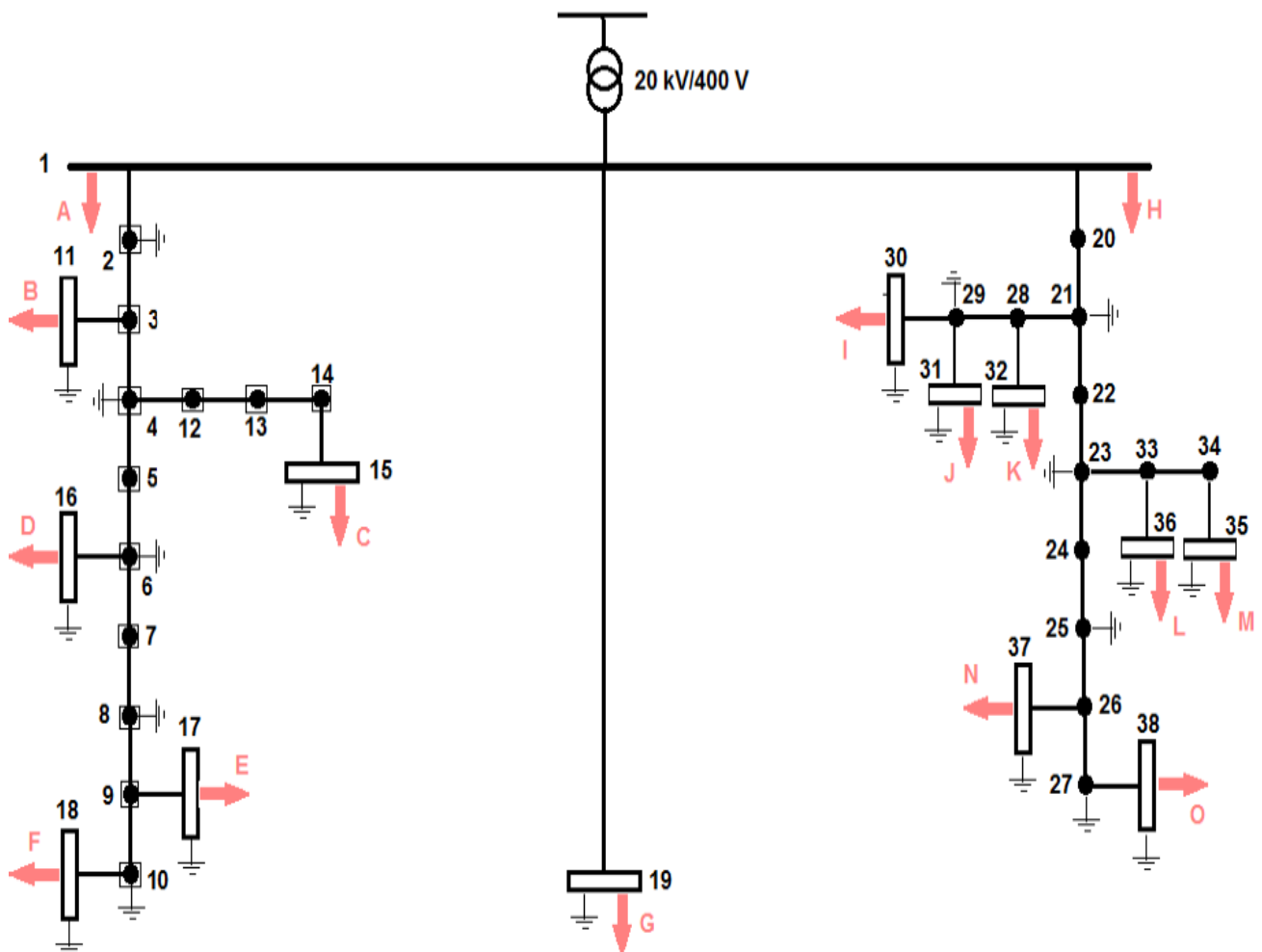


Ilustración 9. Red CIGRÉ

- Lo conforman un total de 38 nudos y 37 ramas.
- Contiene un total de 15 cargas, todas ellas monofásicas de las cuales dos se encuentran conectadas al nudo de inicio (Slack).
- El transformador de cabecera no se incluye puesto que así se hizo en [1], tomando de esta manera una tensión de 400 V para toda la red.

Las características de la red se expondrán directamente en las matrices de las “Funciones de entrada” como si el usuario fuese a realizar el estudio para dicha red:

$$\begin{array}{l}
 \text{nudos} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 40 \\ 3 & -1 \\ 4 & 40 \\ 5 & -1 \\ 6 & 40 \\ 7 & -1 \\ 8 & 40 \\ 9 & -1 \\ 10 & 40 \\ 11 & 40 \\ 12 & -1 \\ 13 & -1 \\ 14 & -1 \\ 15 & 40 \\ 16 & 40 \\ 17 & 40 \\ 18 & 40 \\ 19 & 40 \\ 20 & -1 \\ 21 & 40 \\ 22 & -1 \\ 23 & -1 \\ 24 & -1 \\ 25 & 40 \\ 26 & -1 \\ 27 & -1 \\ 28 & -1 \\ 29 & 40 \\ 30 & 40 \\ 31 & 40 \\ 32 & 40 \\ 33 & -1 \\ 34 & 40 \\ 35 & 40 \\ 36 & 40 \\ 37 & 40 \\ 38 & 40 \end{bmatrix}_{38 \times 2}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \text{ramas} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 35 & 2 \\ 2 & 3 & 35 & 2 \\ 3 & 4 & 35 & 2 \\ 4 & 5 & 35 & 2 \\ 5 & 6 & 35 & 2 \\ 6 & 7 & 35 & 2 \\ 7 & 8 & 35 & 2 \\ 8 & 9 & 35 & 2 \\ 9 & 10 & 35 & 2 \\ 3 & 11 & 30 & 6 \\ 4 & 12 & 35 & 6 \\ 12 & 13 & 35 & 6 \\ 13 & 14 & 35 & 6 \\ 14 & 15 & 30 & 6 \\ 6 & 16 & 30 & 6 \\ 9 & 17 & 30 & 6 \\ 10 & 18 & 30 & 6 \\ 1 & 19 & 200 & 4 \\ 1 & 20 & 30 & 1 \\ 20 & 21 & 30 & 1 \\ 21 & 22 & 30 & 1 \\ 22 & 23 & 30 & 1 \\ 23 & 24 & 30 & 1 \\ 24 & 25 & 30 & 1 \\ 25 & 26 & 30 & 1 \\ 26 & 27 & 30 & 1 \\ 21 & 28 & 30 & 3 \\ 28 & 29 & 30 & 3 \\ 28 & 32 & 30 & 5 \\ 29 & 30 & 30 & 5 \\ 29 & 31 & 30 & 5 \\ 23 & 33 & 30 & 3 \\ 33 & 36 & 30 & 5 \\ 33 & 34 & 30 & 3 \\ 34 & 35 & 30 & 5 \\ 26 & 37 & 30 & 5 \\ 27 & 38 & 30 & 5 \end{bmatrix}_{37 \times 4}
 \end{array}$$

$$Z_{tipo1} = \begin{bmatrix} 0.540 + 0.777i & 0.049 + 0.505i & 0.049 + 0.462i & 0.049 + 0.436i \\ 0.049 + 0.505i & 0.540 + 0.777i & 0.049 + 0.505i & 0.049 + 0.462i \\ 0.049 + 0.462i & 0.049 + 0.505i & 0.540 + 0.777i & 0.049 + 0.505i \\ 0.049 + 0.436i & 0.049 + 0.462i & 0.049 + 0.505i & 0.540 + 0.777i \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

$$Z_{tipo2} = \begin{bmatrix} 0.211 + 0.747i & 0.049 + 0.673i & 0.049 + 0.651i & 0.049 + 0.673i \\ 0.049 + 0.673i & 0.211 + 0.747i & 0.049 + 0.673i & 0.049 + 0.651i \\ 0.049 + 0.651i & 0.049 + 0.673i & 0.211 + 0.747i & 0.049 + 0.673i \\ 0.049 + 0.673i & 0.049 + 0.651i & 0.049 + 0.673i & 0.211 + 0.747i \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

$$Z_{tipo3} = \begin{bmatrix} 1.369 + 0.812i & 0.049 + 0.505i & 0.049 + 0.462i & 0.049 + 0.436i \\ 0.049 + 0.505i & 1.369 + 0.812i & 0.049 + 0.505i & 0.049 + 0.462i \\ 0.049 + 0.462i & 0.049 + 0.505i & 1.369 + 0.812i & 0.049 + 0.505i \\ 0.049 + 0.436i & 0.049 + 0.462i & 0.049 + 0.505i & 1.369 + 0.812i \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

$$Z_{tipo4} = \begin{bmatrix} 0.314 + 0.762i & 0.049 + 0.687i & 0.049 + 0.665i & 0.049 + 0.687i \\ 0.049 + 0.687i & 0.314 + 0.762i & 0.049 + 0.687i & 0.049 + 0.665i \\ 0.049 + 0.665i & 0.049 + 0.687i & 0.314 + 0.762i & 0.049 + 0.687i \\ 0.049 + 0.687i & 0.049 + 0.665i & 0.049 + 0.687i & 0.314 + 0.762i \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

$$Z_{tipo5} = \begin{bmatrix} 2.065 + 0.825i & 0.049 + 0.505i & 0.049 + 0.462i & 0.049 + 0.436i \\ 0.049 + 0.505i & 2.065 + 0.825i & 0.049 + 0.505i & 0.049 + 0.462i \\ 0.049 + 0.462i & 0.049 + 0.505i & 2.065 + 0.825i & 0.049 + 0.505i \\ 0.049 + 0.436i & 0.049 + 0.462i & 0.049 + 0.505i & 2.065 + 0.825i \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

$$Z_{tipo6} = \begin{bmatrix} 0.871 + 0.797i & 0.049 + 0.719i & 0.049 + 0.697i & 0.049 + 0.719i \\ 0.049 + 0.719i & 0.871 + 0.797i & 0.049 + 0.719i & 0.049 + 0.697i \\ 0.049 + 0.697i & 0.049 + 0.719i & 0.871 + 0.797i & 0.049 + 0.719i \\ 0.049 + 0.719i & 0.049 + 0.697i & 0.049 + 0.719i & 0.871 + 0.797i \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

$$F = \begin{bmatrix} 15 & 0.95 & 33.33\% & 33.33\% & 33.33\% & R & 1 & 11 \\ 52 & 0.95 & 33.33\% & 33.33\% & 33.33\% & R & 1 & 15 \\ 55 & 0.95 & 33.33\% & 33.33\% & 33.33\% & R & 1 & 16 \\ 35 & 0.95 & 33.33\% & 33.33\% & 33.33\% & R & 1 & 17 \\ 47 & 0.95 & 33.33\% & 33.33\% & 33.33\% & R & 1 & 18 \\ 100 & 0.85 & 33.33\% & 33.33\% & 33.33\% & I & 1 & 19 \\ 20 & 0.90 & 33.33\% & 33.33\% & 33.33\% & C & 1 & 30 \\ 20 & 0.90 & 33.33\% & 33.33\% & 33.33\% & C & 1 & 31 \\ 25 & 0.90 & 33.33\% & 33.33\% & 33.33\% & C & 1 & 32 \\ 8 & 0.90 & 33.33\% & 33.33\% & 33.33\% & C & 1 & 36 \\ 25 & 0.90 & 33.33\% & 33.33\% & 33.33\% & C & 1 & 35 \\ 16 & 0.90 & 33.33\% & 33.33\% & 33.33\% & C & 1 & 37 \\ 8 & 0.90 & 33.33\% & 33.33\% & 33.33\% & C & 1 & 38 \end{bmatrix}_{13 \times 8}$$

$$Fs = \begin{bmatrix} 200 & 0.95 & 33.33\% & 33.33\% & 33.33\% & R & 1 & 1 \\ 120 & 0.90 & 33.33\% & 33.33\% & 33.33\% & C & 1 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 8}$$

$$trafo = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]_{1 \times 6}$$

$$trafoc = [0 \ 0 \ 0 \ 0]_{1 \times 4}$$

Una vez asignadas las matrices, ejecutando el programa principal “*Flujo de cargas*”, se resuelve la red dando unos resultados coincidentes con [1]:

- Tensiones simples (V)

Nudo	Fase a	Fase b	Fase c	Neutro
1	230.94+0i	-115.47-200.00i	-115.47+200i	0.00+0.00i
2	228.77-0.27i	-114.69-198.24i	-114.27+198.68	0.17-0.18i
3	226.61-0.54i	-113.91-196.48i	-113.07+197.36i	0.34-0.36i
4	224.59-0.79i	-113.19-194.85i	-111.96+196.13i	0.50-0.53i
5	223.14-0.97i	-112.67-193.67i	-111.16+195.25i	0.62-0.66i
6	221.68-1.15i	-112.14-192.49i	-110.36+194.36i	0.73-0.78i
7	220.81-1.25i	-111.82-191.78i	-109.88+193.83i	0.80-0.85i
8	219.93-1.36i	-111.51-191.08i	-109.40+193.29i	0.87-0.93i
9	219.06-1.47i	-111.19-190.37i	-108.92+192.76i	0.94-1.00i
10	218.55-1.53i	-111.01-189.96i	-108.64+192.46i	0.98-1.04i
11	226.06-0.42i	-113.54-196.08i	-112.91+196.85i	0.35-0.37i
12	222.27-0.31i	-111.63-193.15i	-111.26+194.01i	0.56-0.58i
13	219.94+0.17i	-110.07-191.46i	-110.55+191.88i	0.62-0.64i
14	217.62+0.65i	-108.50-189.76i	-109.85+189.76i	0.67-0.69i
15	215.62+1.07i	-107.16-188.31i	-109.24+187.94i	0.72-0.74i
16	219.61-0.70i	-110.74-190.99i	-109.75+192.46i	0.78-0.83i
17	217.73-1.18i	-110.29-189.41i	-108.53+191.55i	0.98-1.03i
18	216.76-1.14i	-109.79-188.67i	-108.12+190.82i	1.03-1.09i
19	226.54+1.14i	-112.46-197.07i	-114.26+196.21i	0.17-0.29i
20	228.61-0.14i	-114.50-198.08i	-114.21+198.34i	0.22+0.09i
21	226.28-0.28i	-113.53-196.16i	-112.95+196.69i	0.44+0.20i
22	225.19-0.34i	-113.07-195.27i	-112.36+195.92i	0.54+0.24i
23	224.10-0.40i	-112.62-194.37i	-111.78+195.15i	0.64+0.29i
24	223.64-0.43i	-112.42-194.00i	-111.53+194.82i	0.68+0.31i
25	223.18-0.45i	-112.23-193.62i	-111.29+194.50i	0.73+0.32i
26	222.73-0.48i	-112.04-193.25i	-111.04+194.17i	0.77+0.34i
27	222.57-0.49i	-111.98-193.12i	-110.96+194.06i	0.78+0.35i
28	223.46+0.32i	-111.65-194.12i	-112.07+194.13i	0.56+0.25i
29	221.73+0.69i	-110.49-192.86i	-111.53+192.54i	0.63+0.28i
30	220.46+1.06i	-109.56-191.98i	-111.22+191.32i	0.67+0.29i
31	220.46+1.06i	-109.56-191.98i	-111.22+191.32i	0.67+0.29
32	221.89+0.78i	-110.49-193.03i	-111.69+192.60i	0.60+0.26i
33	222.67-0.09i	-111.66-193.34i	-111.33+193.84i	0.70+0.31i
34	221.58+0.14i	-110.93-192.55i	-111.00+192.85i	0.75+0.33i
35	219.99+0.61i	-109.76-191.45i	-110.61+191.31i	0.80+0.35i
36	222.16+0.06i	-111.29-192.99i	-111.21+193.35i	0.72+0.32i
37	221.72-0.18i	-111.29-192.55i	-110.80+193.19i	0.80+0.35i
38	222.07-0.34i	-111.60-192.77i	-110.84+193.57i	0.80+0.35i

Tabla 15 Tensiones Red CIGRÉ

- Intensidades (A)

Rama	Fase a	Fase b	Fase c	Neutro
1-2	296.36-96.74i	-231.95-205.i	-61.81+300.52i	-2.44+1.30i
2-3	296.36-96.74i	-231.95-205.25i	-61.81+300.52	-2.45+1.30i
3-4	275.34-89.83i	-215.46-190.6i	-57.37+279i	-2.38+1.26i
4-5	198.91-65.i	-156.07-137.28i	-40.89+201.56i	-1.83+0.98i
5-6	198.91-65.39i	-156.07-137.29i	-40.89+201.57i	-1.83+0.98i
6-7	119.58-39.36i	-93.87-82.37i	-24.42+121.00i	-1.21+0.64i
7-8	119.58-39.36i	-93.87-82.37i	-24.42+121.00i	-1.21+0.64i
8-9	119.58-39.36i	-93.87-82.37i	-24.42+121.00	-1.22+0.66i
9-10	68.67-22.59i	-53.89-47.29i	-14.02+69.45i	-0.71+0.38i
3-11	21.01-6.91i	-16.49-14.65i	-4.44+21.52i	-0.07+0.04i
4-12	76.43-24.44i	-59.39-53.31i	-16.47+77.44i	-0.55+0.30i
12-13	76.43-24.44	-59.39-53.31i	-16.47+77.44i	-0.55+0.30i
13-14	76.43-24.44i	-59.39-53.31i	-16.47+77.44i	-0.55+0.30i
14-15	76.43-24.44i	-59.39-53.31i	-16.47+77.44i	-0.55+0.30i
6-16	79.33-26.03i	-62.20-54.92i	-16.47+80.57i	-0.64+0.36i
9-17	50.91-16.77i	-39.97-35.08i	-10.40+51.55i	-0.51+0.28i
10-18	68.67-22.59	-53.89-47.29i	-14.02+69.45i	-0.73+0.41i
1-19	65.30-39.90i	-67.20-36.38i	2.1076.17i	-0.19+0.10i
1-20	116.08-56.04i	-105.75-71.91i	-9.81+127.65i	-0.34+0.38i
20-21	116.08-56.04i	-105.7571.91i	-9.81+127.65i	-0.34+0.38i
21-22	54.19-26.30i	-49.44-33.48i	-4.48+59.62i	-0.16+0.21i
22-23	54.19-26.30i	-49.44-33.48i	-4.48+59.62	-0.16+0.21i
23-24	22.72-11.08i	-20.77-14.01i	-1.84+25.02i	-0.06+0.09i
24-25	22.72-11.08i	-20.77-14.01i	-1.84+25.02i	-0.06+0.09i
25-26	22.72-11.08i	-20.77-14.01i	-1.84+25.02i	-0.08+0.09i
26-27	7.57-3.69i	-6.92-4.66i	-0.61+8.33i	-0.02+0.03i
21-28	61.89-29.75i	-56.31-38.43i	-5.33+68.04i	-0.19+0.17i
28-29	38.19-18.33i	-34.72-23.72i	-3.31+41.96i	-0.12+0.11i
28-32	23.70-11.41i	-21.59-14.72i	-2.02+26.08i	-0.08+0.06i
29-30	19.09-9.17i	-17.36-11.86i	-1.65+20.98i	-0.06+0.05i
29-31	19.09-9.17i	-17.36-11.86i	-1.65+20.98i	-0.06+0.05i
23-33	31.47-15.22i	-28.67-19.47	-2.65+34.59i	-0.10+0.11i
33-36	7.57-3.68i	-6.91-4.68i	-0.62+8.33i	-0.02+0.03i
33-34	23.90-11.54i	-21.76-14.79i	-2.02+26.26i	-0.08+0.09i
34-35	23.90-11.54i	-21.76-14.79i	-2.02+26.26i	-0.10+0.08i
26-37	15.16-7.39i	-13.85-9.35i	-1.23+16.69i	-0.06+0.05i
27-38	7.57-3.69i	-6.92-4.66i	-0.61+8.33i	-0.02+0.03i

Tabla 16 Intensidades Red CIGRÉ

5.2 Validación de las ecuaciones de los transformadores

Para esta segunda parte se ha tomado otra red diferente de 4 nudos con un transformador, donde el nudo 3 corresponde a su secundario y el nudo 2 al primario. De las diferentes opciones que aporta el estudio [11] se ha optado para la validación de las ecuaciones el caso de un transformador reductor con cargas monofásicas equilibradas:

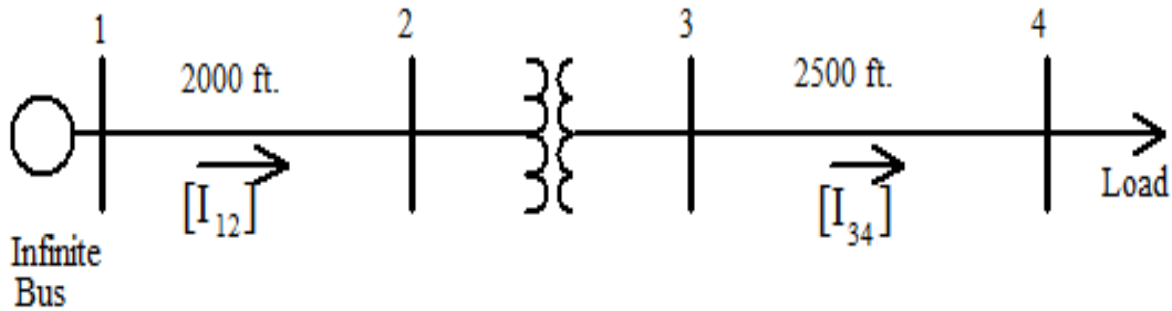


Ilustración 10 Red de 4 nudos.

Datos del transformador:

Potencia	Tensión primario	Tensión	R(%)	X(%)
6000 kVA	12.47 kV	4.16 kV	1.0	6.0

Tabla 17 Datos trafo Red comprobación ecuaciones

- De donde a partir de la ecuación (4.1) se obtiene un valor de $Yt = 0.104283 - 0.6257i$
- Las configuraciones que se van a comprobar para la validación serán: $Yg - Yg, D - Yg$ y $D - D$.

- Validación de las ecuaciones para el cálculo de la tensión secundaria.

Para este caso a partir de la ecuación (3.3) se tomarán como datos de entrada los resultados de la tensión primaria e intensidad secundaria aportados por el artículo para las distintas conexiones cuyas ecuaciones se van a verificar.

- Validación de las ecuaciones para el cálculo de la intensidad primaria.

Para este caso a partir de las ecuaciones (3.1) y (3.2) se tomarán como datos de entrada los resultados de la tensión secundaria e intensidad secundaria aportados por el artículo para las distintas conexiones cuyas ecuaciones se van a verificar.

• **Yg – Yg**

- Tensiones;

$$\begin{bmatrix} V_{anudo3} \\ V_{bnudo3} \\ V_{cnudo3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2 Y_t & 0 & 0 \\ 0 & a^2 Y_t & 0 \\ 0 & 0 & a^2 Y_t \end{bmatrix}^{-1} \cdot \left(\begin{bmatrix} I_{anudo3} \\ I_{bnudo3} \\ I_{cnudo3} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -aY_t & 0 & 0 \\ 0 & -aY_t & 0 \\ 0 & 0 & -aY_t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{anudo2} \\ V_{bnudo2} \\ V_{cnudo2} \end{bmatrix} \right)$$

- Intensidades;

$$\begin{bmatrix} V_{pa} \\ V_{pb} \\ V_{pc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -aY_t & 0 & 0 \\ 0 & -aY_t & 0 \\ 0 & 0 & -aY_t \end{bmatrix}^{-1} \cdot \left(\begin{bmatrix} I_{anudo3} \\ I_{bnudo3} \\ I_{cnudo3} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a^2 Y_t & 0 & 0 \\ 0 & a^2 Y_t & 0 \\ 0 & 0 & a^2 Y_t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{anudo3} \\ V_{bnudo3} \\ V_{cnudo3} \end{bmatrix} \right)$$

$$\begin{bmatrix} I_{anudo2} \\ I_{bnudo2} \\ I_{cnudo2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_t & 0 & 0 \\ 0 & Y_t & 0 \\ 0 & 0 & Y_t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{pa} \\ V_{pb} \\ V_{pc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -aY_t & 0 & 0 \\ 0 & -aY_t & 0 \\ 0 & 0 & -aY_t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{anudo3} \\ V_{bnudo3} \\ V_{cnudo3} \end{bmatrix}$$

• **D – Yg**

En esta configuración al igual que en la $Yg - D$ tras el desarrollo para obtener una Y_{ss} no singular, la submatriz Y_{sp} adquiere unas dimensiones 3×2 y 2×3 respectivamente. En estos casos se ha de prescindir de la ecuación (3.1) y utilizar las tensiones del primario en sustitución de aquellas “ V_p ”.

- Tensiones;

$$\begin{bmatrix} V_{anudo3} \\ V_{bnudo3} \\ V_{cnudo3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2 Y_t & 0 & 0 \\ 0 & a^2 Y_t & 0 \\ 0 & 0 & a^2 Y_t \end{bmatrix}^{-1} \cdot \left(\begin{bmatrix} I_{anudo3} \\ I_{bnudo3} \\ I_{cnudo3} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -aY_t & 0 \\ 0 & -aY_t \\ aY_t & aY_t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{abnudo2} \\ V_{cbnudo2} \end{bmatrix} \right)$$

- Intensidades;

$$\begin{bmatrix} I_{anudo2} \\ I_{bnudo2} \\ I_{cnudo2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2Y_t & Y_t \\ -Y_t & Y_t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{abnudo2} \\ V_{cbnudo2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -aY_t & 0 & aY_t \\ aY_t & -aY_t & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{anudo3} \\ V_{bnudo3} \\ V_{cnudo3} \end{bmatrix}$$

- **D-D**

- Tensiones;

$$\begin{bmatrix} V_{ab_{nudo3}} \\ V_{bc_{nudo3}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a^2Y_t & a^2Y_t \\ -a^2Y_t & a^2Y_t \end{bmatrix}^{-1} \cdot \left(\begin{bmatrix} I_{a_{nudo3}} \\ I_{b_{nudo3}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2aY_t & -aY_t \\ aY_t & -aY_t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{ab_{nudo2}} \\ V_{cb_{nudo2}} \end{bmatrix} \right)$$

Donde se guarda linealidad siendo $Vca = -Vab - Vbc$.

- Intensidades;

$$\begin{bmatrix} V_{pab} \\ V_{pcb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2aY_t & -aY_t \\ aY_t & -aY_t \end{bmatrix}^{-1} \cdot \left(\begin{bmatrix} I_{a_{nudo3}} \\ I_{b_{nudo3}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2a^2Y_t & a^2Y_t \\ -a^2Y_t & a^2Y_t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{ab_{nudo3}} \\ V_{bc_{nudo3}} \end{bmatrix} \right)$$

$$\begin{bmatrix} I_{a_{nudo2}} \\ I_{b_{nudo2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2Y_t & Y_t \\ -Y_t & Y_t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{pab} \\ V_{pcb} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2aY_t & -aY_t \\ aY_t & -aY_t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{ab_{nudo3}} \\ V_{bc_{nudo3}} \end{bmatrix}$$

Donde debido a la no existencia del neutro en el primario hay linealidad entre las intensidades de modo que $Ic = -Ia - Ib$.

- Resultados de la validación

- **Tensiones**

Configuración	Fase a (V)	Fase b (V)	Fase c (V)	Errormax (%)
$Yg - Yg$	2242.9-145.3i	-1251.1-1892.3i	-1000.3+2022.2i	0.022
$D - Yg$	1871.9-1250.1i	-2024.5-1011.5i	142.7+2254.7i	0.086
$D - D$	3502.5+1740.3i	-251.85-3906.5i	-3250.6+2166.3i	0.033

Tabla 18 Resultados tensiones comprobación de las ecuaciones de los trafos

- **Intensidades**

Configuración	Fase a (A)	Fase b (A)	Fase c (A)	Errormax(%)
$Yg - Yg$	285.31-199.04i	-291.4-140.87i	29.35+335.32i	0.046
$D - Yg$	268.1-197.81i	-296.9-143.19i	28.8+341i	0.65
$D - D$	276.1-191.18i	-301.85-147.22i	26.74+336.4i	0.41

Tabla 19 Resultados intensidades comprobación de las ecuaciones de los trafos

Debido a los reducidos errores máximos relativos, se consideran como válidas las ecuaciones de los transformadores.

6 RED ANALIZADA

En este capítulo se propondrán las características y se proporcionarán los datos de una red a analizar cuyos resultados se incluirán en el anexo. La red se estudiará tanto para el caso equilibrado como desequilibrado de lo cual se hará una comparación posterior a la obtención de dichos resultados.

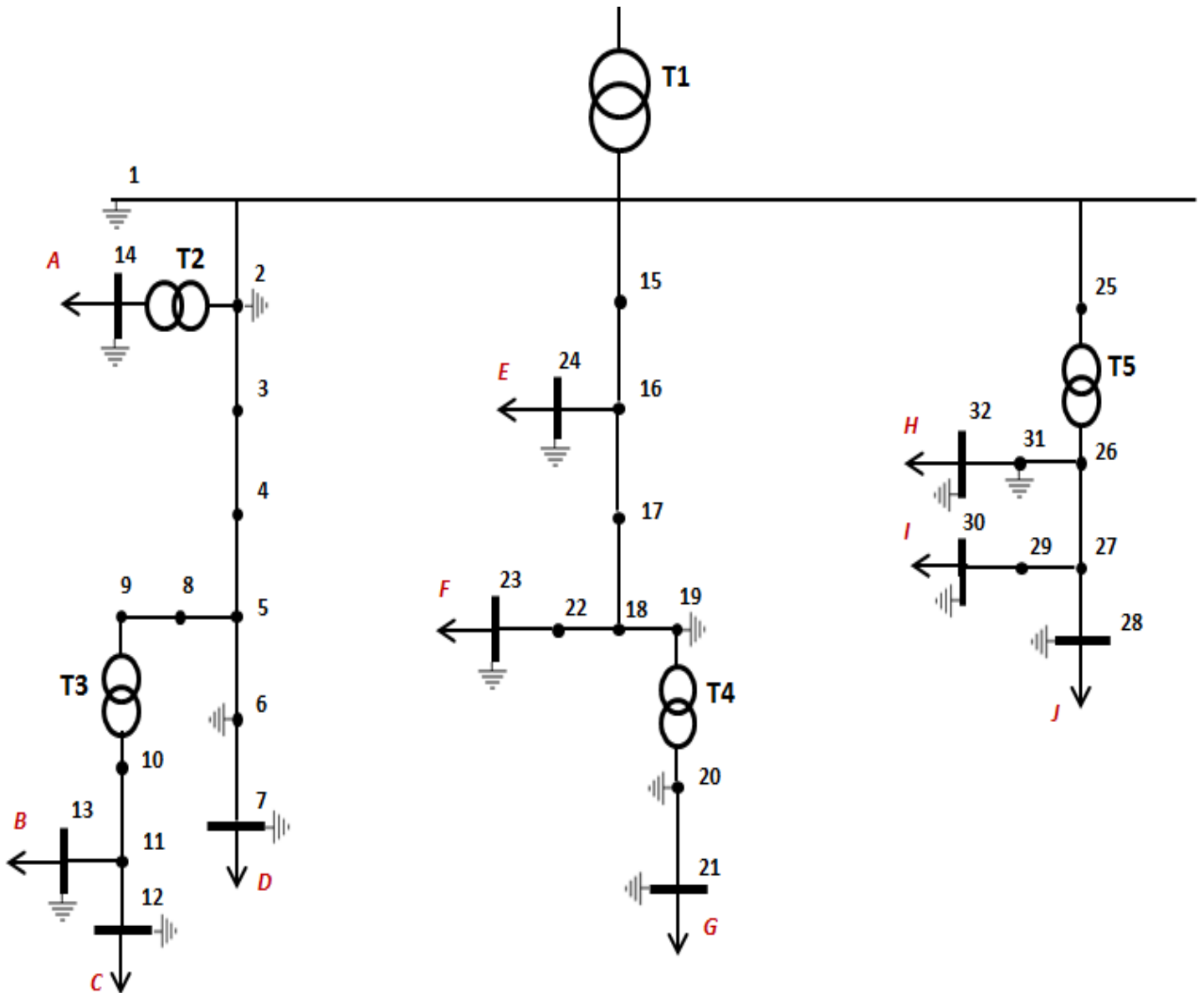


Ilustración 11 Red a analizar

- Datos de los nudos

Nudo	Puesta a tierra
1	Impedante R=40 Ω
2	Impedante R=40 Ω
3	Aislado
4	Aislado
5	Aislado
6	Impedante R=40 Ω
7	Impedante R=40 Ω
8	Aislado
9	Aislado
10	Aislado
11	Aislado
12	Impedante R=40 Ω
13	Impedante R=40 Ω
14	Impedante R=40 Ω
15	Aislado
16	Aislado
17	Aislado
18	Aislado
19	Impedante R=40 Ω
20	Impedante R=40 Ω
21	Impedante R=40 Ω
22	Aislado
23	Impedante R=40 Ω
24	Impedante R=40 Ω
25	Aislado
26	Aislado
27	Aislado
28	Impedante R=40 Ω
29	Aislado
30	Impedante R=40 Ω
31	Impedante R=40 Ω
32	Impedante R=40 Ω

Tabla 20 Datos nudos Red a analizar

- Datos de las ramas

Ramas	Longitud	Tipo de conductor
1-2	35	2
2-3	35	2
3-4	35	2
4-5	35	2
5-6	35	2
6-7	35	2
5-8	30	2
8-9	30	2
9-10	35	2
10-11	35	3
11-12	30	3
11-13	30	3
2-14	30	3
1-15	35	3
15-16	35	3
16-17	35	3
17-18	35	3
18-19	30	3
19-20	35	1
20-21	35	1
18-22	30	1
22-23	30	1
16-24	30	1
1-25	35	1
25-26	35	1
26-27	35	1
27-28	35	3
27-29	30	3
29-30	30	4
26-31	30	4
31-32	30	4

Tabla 21 Datos ramas Red a analizar

- Datos de las trafos

Transformador	Vp(kV)	Vs(kV)	S(kVA)	Z(%)	Configur.
T1	66	20	1250	1+8i	D-Yg
T2	20	0.4	250	1+6i	Yg-Yg
T3	20	0.4	250	1+6i	Y-Y
T4	20	0.4	250	1+6i	Yg-Yg
T5	20	0.4	250	1+6i	Y-Y

Tabla 22 Datos transformador Red a analizar

- Datos de las cargas

Nudo	S (kVA)	$\cos\phi$	Tipo	Naturaleza
7	400	0.95	Monofásicas	Industrial
12	52	0.95	Trifásicas	Residencial
13	55	0.95	Monofásicas	Residencial
14	35	0.95	Trifásicas	Residencial
21	47	0.95	Monofásicas	Residencial
23	250	0.85	Monofásicas	Industrial
24	250	0.90	Monofásicas	Industrial
28	20	0.90	Monofásicas	Comercial
30	25	0.90	Trifásicas	Comercial
32	8	0.90	Monofásicas	Comercial

Tabla 23 Datos cargas Red a analizar

- Datos de los conductores

$$Z_1 = \begin{bmatrix} 0.540 + 0.777i & 0.049 + 0.505i & 0.049 + 0.462i & 0.049 + 0.436i \\ 0.049 + 0.505i & 0.540 + 0.777i & 0.049 + 0.505i & 0.049 + 0.462i \\ 0.049 + 0.462i & 0.049 + 0.505i & 0.540 + 0.777i & 0.049 + 0.505i \\ 0.049 + 0.436i & 0.049 + 0.462i & 0.049 + 0.505i & 0.540 + 0.777i \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

$$Z_2 = \begin{bmatrix} 0.211 + 0.747i & 0.049 + 0.673i & 0.049 + 0.651i & 0.049 + 0.673i \\ 0.049 + 0.673i & 0.211 + 0.747i & 0.049 + 0.673i & 0.049 + 0.651i \\ 0.049 + 0.651i & 0.049 + 0.673i & 0.211 + 0.747i & 0.049 + 0.673i \\ 0.049 + 0.673i & 0.049 + 0.651i & 0.049 + 0.673i & 0.211 + 0.747i \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

$$Z_3 = \begin{bmatrix} 1.369 + 0.812i & 0.049 + 0.505i & 0.049 + 0.462i & 0.049 + 0.436i \\ 0.049 + 0.505i & 1.369 + 0.812i & 0.049 + 0.505i & 0.049 + 0.462i \\ 0.049 + 0.462i & 0.049 + 0.505i & 1.369 + 0.812i & 0.049 + 0.505i \\ 0.049 + 0.436i & 0.049 + 0.462i & 0.049 + 0.505i & 1.369 + 0.812i \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

$$Z_4 = \begin{bmatrix} 0.314 + 0.762i & 0.049 + 0.687i & 0.049 + 0.665i & 0.049 + 0.687i \\ 0.049 + 0.687i & 0.314 + 0.762i & 0.049 + 0.687i & 0.049 + 0.665i \\ 0.049 + 0.665i & 0.049 + 0.687i & 0.314 + 0.762i & 0.049 + 0.687i \\ 0.049 + 0.687i & 0.049 + 0.665i & 0.049 + 0.687i & 0.314 + 0.762i \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

- **Análisis de los resultados**

Para un criterio de convergencia de “*dif* = 0.01” , es decir, una diferencia mínima de 0.01 entre cada iteración los resultado son:

- Caso equilibrado

Número de iteraciones:	4
Máxima caída de tensión:	Rama 10-11 → Δ <i>U</i> = 7.9 V
Máxima pérdida por una rama:	Rama 10-11 → <i>Perd.</i> = 1290 W
Pérdidas totales:	5749+1522.3i
Error máximo entre iteraciones al converger:	0.0015

Tabla 24 Resultados caso equilibrado Red a analizar

- Caso desequilibrado

Número de iteraciones:	4
Máxima caída de tensión:	Rama 10-11 $\rightarrow \Delta U = 9 \text{ V}$
Máxima pérdida por una rama:	Rama 10-11 $\rightarrow \text{Perd.} = 1720 \text{ W}$
Pérdidas totales:	6472.1+1773.7i
Error máximo entre iteraciones al converger:	0.0033

Tabla 25 Resultados caso desequilibrado Red a analizar

Como era de suponer las pérdidas son mayores en el caso desequilibrado debido a la asimetría de las corrientes por las fases, que a su vez también generan una caída de tensión máxima mayor que se da en el lado de baja tensión debido a que es el lado por el que más intensidad circula.

Por otro parte se aprecia que la convergencia del caso equilibrado es un minimamente más rápida que la del desequilibrado.

7 CONCLUSIONES

Como conclusión general se puede afirmar una vez realizadas las comprobaciones a lo largo del trabajo, que se pueden introducir las ecuaciones de los transformadores dentro del flujo de cargas de barrido de árbol a partir del desarrollo de las submatrices en función de las tensiones de línea en los devanados sin referencia de tierra.

Por otro lado con los resultados obtenidos en el estudio de la red en el caso desequilibrado, se comprueba que las redes de distribución de muy baja tensión son más sensibles a dichos desequilibrios, debido a que al tener una tensión tan baja las variaciones en la potencia suponen un considerable aumento en la corriente generada.

Por último puntualizar que efectivamente como se comentó en el capítulo 2, es posible estudiar este tipo de redes sin necesidad de implementar unos flujos de cargas más complejos y a la vez manteniendo un error de cálculo bajo en el estudio del régimen permanente.

- Líneas futuras de desarrollo

Como posible complementación al trabajo desarrollado sería una posible opción intentar estudiar otro tipo de redes que no sean de 4 hilos. Lo que abriría la posibilidad de poder implementar mayor diversidad de transformadores así como poder llegar a estudiar redes americanas.

8 ANEXO

En este capítulo se mostrarán los resultados obtenidos para el caso equilibrado y desequilibrado de la red del capítulo 6.

8.1 Caso equilibrado

- Tensiones(V)

Nudo	Fase a	Fase b	Fase c	Neutro
1	9997.76-5774.46i	-9999.71-5771.09i	1.95+11545.55i	0.00+0.00i
2	9997.69-5774.43i	-9999.66-5771.05i	1.96+11545.49i	0.00-0.01i
3	9997.64-5774.41i	-9999.61-5771.01i	1.97+11545.44i	0.00-0.01i
4	9997.58-5774.38i	-9999.57-5770.98i	1.98+11545.38i	0.00-0.02i
5	9997.52-5774.36i	-9999.52-5770.95i	2.00+11545.33i	0.01-0.03i
6	9997.48-5774.34i	-9999.49-5770.92i	2.00+11545.30i	0.01-0.03i
7	9997.44-5774.32i	-9999.46-5770.90i	2.01+11545.26i	0.01-0.04i
8	9997.50-5774.35i	-9999.51-5770.94i	2.00+11545.31i	0.01-0.03i
9	9997.48-5774.34i	-9999.49-5770.92i	2.00+11545.30i	0.01-0.03i
10	199.87-115.61i	-200.06-115.29i	0.04+230.91i	0.00+0.00i
11	193.32-111.12i	-193.10-112.03i	-0.43+223.41i	0.35+0.01i
12	190.60-109.26i	-190.20-110.68i	-0.63+220.29i	0.49+0.02i
13	190.43-109.14i	-190.03-110.60i	-0.63+220.11i	0.51+0.02i
14	199.93-115.50i	-199.99-115.39i	0.06+230.90i	0.00+0.00i
15	9997.45-5774.16i	-9999.31-5770.97i	1.86+11545.15i	0.02+0.00i
16	9997.13-5773.86i	-9998.90-5770.86i	1.77+11544.75i	0.04+0.00i
17	9996.96-5773.69i	-9998.67-5770.79i	1.71+11544.52i	0.05-0.01i
18	9996.78-5773.51i	-9998.44-5770.73i	1.65+11544.29i	0.06-0.01i
19	9996.73-5773.48i	-9998.39-5770.71i	1.65+11544.23i	0.06-0.01i
20	199.91-115.48i	-199.97-115.39i	0.06+230.87i	0.00+0.00i
21	198.55-115.01i	-198.95-114.51i	0.38+229.62i	0.14+0.01i
22	9996.72-5773.48i	-9998.38-5770.70i	1.65+11544.23i	0.06-0.01i
23	9996.67-5773.44i	-9998.32-5770.67i	1.66+11544.17i	0.07-0.01i
24	9997.07-5773.83i	-9998.85-5770.82i	1.77+11544.69i	0.04+0.00i
25	9997.74-5774.45i	-9999.69-5771.07i	1.95+11545.53i	0.00+0.00i
26	199.92-115.53i	-200.01-115.38i	0.04+230.91	0.00+0.00i
27	199.06-115.09i	-199.26-114.88i	0.15+230.05i	0.10-0.01i
28	198.32-114.42i	-198.33-114.60i	-0.04+229.12i	0.14-0.01i
29	198.27-114.37i	-198.27-114.57i	-0.06+229.06i	0.14-0.01i
30	198.09-114.23i	-198.07-114.50i	-0.08+228.86i	0.14-0.03i
31	199.87-115.48i	-199.95-115.35i	0.03+230.85i	0.00-0.01i
32	199.81-115.44i	-199.88-115.33i	0.02+230.78i	0.00-0.01i

Tabla 26 Tensiones Red equilibrada.

- Intensidades(A)

Rama	Fase a	Fase b	Fase c	Neutro
1-2	6.847-7.647i	-10.036-2.105i	3.189+9.752i	0.000-0.002i
2-3	6.174-6.893i	-9.047-1.899i	2.873+8.792i	0.000-0.002i
3-4	6.174-6.893i	-9.047-1.899i	2.873+8.792i	0.000-0.002i
4-5	6.174-6.893i	-9.047-1.899i	2.873+8.792i	0.000-0.002i
5-6	4.002-4.477i	-5.878-1.227i	1.876+5.704i	0.000-0.002i
6-7	4.002-4.477i	-5.878-1.227i	1.876+5.704i	0.000-0.001i
5-8	2.172-2.416i	-3.169-0.671i	0.997+3.088i	0.000+0.000i
8-9	2.172-2.416i	-3.169-0.671i	0.997+3.088i	0.000+0.000i
9-10	2.172-2.416i	-3.169-0.671i	0.997+3.088i	0.000+0.000i
10-11	108.601-120.825i	-158.461-33.574i	49.962+154.171i	-0.077+0.228i
11-12	52.695-58.556i	-77.059-16.357i	24.364+74.913i	0.012+0.001i
11-13	55.906-62.268i	-81.402-17.217i	25.597+79.258	-0.089+0.228i
2-14	0.673-0.753i	-0.989-0.206i	0.316+0.960i	0.000+0.000
1-15	4.790-7.434i	-8.830-0.431i	4.041+7.863i	0.004+0.001i
15-16	4.790-7.434	-8.830-0.431i	4.041+7.863i	0.004+0.001i
16-17	2.683-4.328i	-5.087-0.159i	2.405+4.486i	0.003+0.001i
17-18	2.683-4.328i	-5.087-0.159i	2.405+4.486i	0.003+0.001i
18-19	0.909-1.020i	-1.336-0.277i	0.427+1.296i	0.001+0.001i
19-20	0.909-1.020i	-1.336-0.277i	0.427+1.296i	-0.001+0.001i
20-21	45.444-50.999i	-66.783-13.846i	21.370+64.791i	-0.028+0.054i
18-22	1.774-3.308i	-3.751+0.118i	1.978+3.190i	0.002+0.000i
22-23	1.774-3.308i	-3.751+0.118i	1.978+3.190i	0.002+0.000i
16-24	2.107-3.106i	-3.743-0.272i	1.636+3.378i	0.001+0.000i
1-25	0.606-0.893i	-1.076-0.078i	0.470+0.972i	0.000+0.000i
25-26	0.606-0.893i	-1.076-0.078i	0.470+0.972i	0.000+0.000i
26-27	25.775-37.964i	-45.735-3.337	19.965+41.287i	0.002+0.013i
27-28	11.450-16.873i	-20.307-1.476i	8.862+18.335i	-0.001+0.014i
27-29	14.326-21.091i	-25.428-1.861i	11.103+22.952i	0.004-0.001i
29-30	14.326-21.091i	-25.428-1.861i	11.103+22.952i	0.004-0.001i
26-31	4.540-6.694i	-8.067-0.584i	3.526+7.278i	0.001+0.000i
31-32	4.540-6.694i	-8.067-0.584i	3.526+7.278i	0.001+0.000i

Tabla 27 Intensidades Red equilibrada

- Pérdidas por las ramas

Rama	Pérdidas (W)
1-2	1,790 + 0,899i
2-3	1,455 + 0,730i
3-4	1,455 + 0,730i
4-5	1,455 + 0,730i
5-6	0,613 + 0,307i
6-7	0,613 + 0,307i
5-8	0,153 + 0,077i
8-9	0,153 + 0,077i
9-10	0
10-11	3644,94 + 887,62i
11-12	737,22 + 179,46i
11-13	826,16 + 201,25i
2-14	0
1-15	10,83 + 2,63i
15-16	10,83 + 2,63i
16-17	3,591 + 0,874i
17-18	3,591 + 0,874i
18-19	0,221 + 0,0538i
19-20	0
20-21	240,11 + 140,05i
18-22	0,622 + 0,363i
22-23	0,622 + 0,363i
16-24	0,622 + 0,363i
1-25	0,060+ 0,035i
25-26	0
26-27	108,46 + 63,25i
27-28	57,52 + 14i
27-29	77,22 + 18,79i
29-30	15,50 + 4,817i
26-31	1,56 + 0,484i
31-32	1,56 + 0,484i

Tabla 28 Pérdidas ramas Red equilibrada

Pérdidas totales(W):	5749+1522.3i
-----------------------------	--------------

Tabla 29 Pérdidas totales Red equilibrada

8.2 Caso desequilibrado

En este apartado se modifican los porcentajes de las fases en cada carga en la matriz F. Dado que las cargas no son excesivamente altas se tomarán desequilibrios elevados para apreciar sus efecto.

Resultando la matriz F en:

$$F = \begin{bmatrix} 400 & 0.95 & 40.33\% & 26.33\% & 33.33\% & I & 1 & 7 \\ 52 & 0.95 & 24.33\% & 50.33\% & 25.33\% & R & 2 & 12 \\ 55 & 0.95 & 21.33\% & 39.33\% & 39.33\% & R & 1 & 13 \\ 35 & 0.95 & 33.33\% & 25.33\% & 41.33\% & R & 2 & 14 \\ 47 & 0.95 & 55.33\% & 24.33\% & 20.33\% & R & 1 & 21 \\ 250 & 0.85 & 46.33\% & 24.33\% & 29.33\% & I & 1 & 23 \\ 250 & 0.9 & 46,33\% & 24,33\% & 29,33\% & I & 1 & 24 \\ 20 & 0.9 & 35,33\% & 33,33\% & 31,33\% & C & 1 & 28 \\ 25 & 0.9 & 30,33\% & 32,33\% & 33,33\% & C & 2 & 30 \\ 8 & 0.9 & 35,33\% & 30,33\% & 34,33\% & C & 1 & 32 \end{bmatrix}$$

- Tensiones(V):

Nudo	Fase a	Fase b	Fase c	Neutro
1	9997.63-5774.24i	-10000.32-5771.36i	2.01+11546.21i	0.00+0.00i
2	9997.56-5774.21i	-10000.27-5771.33i	2.02+11546.15i	0.02-0.01i
3	9997.50-5774.18i	-10000.23-5771.30i	2.02+11546.10i	0.03-0.01i
4	9997.44-5774.15i	-10000.19-5771.26i	2.03+11546.04i	0.05-0.02i
5	9997.38-5774.13i	-10000.15-5771.23i	2.03+11545.99i	0.06-0.02i
6	9997.33-5774.11i	-10000.13-5771.22i	2.04+11545.96i	0.07-0.02i
7	9997.29-5774.09i	-10000.11-5771.20i	2.05+11545.92i	0.09-0.02i
8	9997.36-5774.12i	-10000.14-5771.22i	2.03+11545.97i	0.06-0.02i
9	9997.35-5774.12i	-10000.12-5771.21i	2.03+11545.96i	0.06-0.03i
10	199.90-115.61i	-200.07-115.25i	0.04+230.92i	0.00+0.00i
11	195.45-112.39i	-192.30-110.59i	-1.46+222.13i	-1.52+1.16i
12	193.41-110.94i	-189.34-108.40i	-2.41+218.60i	-1.38+1.14i
13	193.68-111.08i	-188.59-108.78i	-1.79+218.12i	-2.97+2.19i
14	199.92-115.50i	-200.00-115.40i	0.06+230.91i	0.00+0.00i
15	9997.17-5773.83i	-10000.03-5771.29i	1.94+11545.88i	0.25-0.15i
16	9996.72-5773.41i	-9999.75-5771.21i	1.87+11545.55i	0.50-0.31i
17	9996.45-5773.17i	-9999.58-5771.17i	1.82+11545.37i	0.65-0.41i
18	9996.19-5772.92i	-9999.41-5771.13i	1.78+11545.19i	0.80-0.51i
19	9996.11-5772.87i	-9999.38-5771.11i	1.78+11545.15i	0.84-0.55i
20	199.89-115.47i	-199.98-115.40i	0.06+230.89i	0.00+0.00i
21	197.5-114.80i	-199.33-114.83i	0.34+230.21i	1.45-0.47i
22	9996.11-5772.88i	-9999.38-5771.11i	1.78+11545.13i	0.84-0.52i
23	9996.03-5772.83i	-9999.34-5771.09i	1.78+11545.08i	0.88-0.53i
24	9996.63-5773.38i	-9999.71-5771.19i	1.88+11545.50i	0.55-0.31i
25	9997.60-5774.23	-10000.30-5771.35i	2.02+11546.19i	0.00+0.00
26	199.92-115.52i	-200.02-115.38i	0.04+230.92i	0.00+0.00i
27	198.98-115.10i	-199.23-114.93i	0.16+230.15i	0.12-0.04i
28	198.19-114.39i	-198.31-114.64i	-0.01+229.28i	0.20-0.13i
29	198.08-114.39i	-198.18-114.71i	0.01+229.26i	0.16-0.03i

30	197.88-114.25i	-197.97-114.66i	-0.01+229.08i	0.16-0.05i
31	199.86-115.48i	-199.96-115.36i	0.03+230.86i	0.01+0.00i
32	199.80-115.43i	-199.91-115.34i	0.03+230.79i	0.02-0.01i

Tabla 30 Tensiones Red desequilibrada.

- Intensidades(A):

Rama	Fase a	Fase b	Fase c	Neutro
1-2	7.010-7.959	-9.138-2.242	4.203+9.518	-2.071+0.681
2-3	6.308-7.069	-8.253-2.129	4.020+8.514	-2.071+0.682
3-4	6.308-7.069	-8.253-2.129	4.020+8.514	-2.071+0.682
4-5	6.308-7.069	-8.253-2.129	4.020+8.514	-2.071+0.682
5-6	4.843-5.417	-4.643-0.970	1.876+5.704	-2.071+0.682
6-7	4.843-5.417	-4.643-0.970	1.876+5.704	-2.073+0.682
5-8	1.466-1.651	-3.610-1.159	2.145+2.811	0.000+0.000
8-9	1.466-1.651	-3.610-1.159	2.145+2.811	0.000+0.000
9-10	1.466-1.651	-3.610-1.159	2.145+2.811	0.000+0.000
10-11	73.283-82.573	-180.515-57.959	75.941+175.080	31.182-34.465
11-12	38.783-44.073	-82.928-36.010	44.145+80.083	-0.035+0.028
11-13	34.500-38.500	-97.587-21.950	31.796+94.997	31.217-34.493
2-14	0.702-0.890	-0.885-0.113	0.183+1.004	0.000+0.000
1-15	6.915-10.631	-6.440-0.309	3.435+6.567	-3.853+4.337
15-16	6.915-10.631	-6.440-0.309	3.435+6.567	-3.853+4.337
16-17	3.986-6.313	-3.708-0.111	1.995+3.595	-2.230+2.801
17-18	3.986-6.313	-3.708-0.111	1.995+3.595	-2.230+2.801
18-19	1.520-1.714	-0.970-0.197	0.255+0.788	-0.784+1.109
19-20	1.520-1.714	-0.970-0.197	0.255+0.788	-0.805+1.123
20-21	76.003-85.704	-48.501-9.841	12.746+39.411	-40.211+56.122
18-22	2.466-4.599	-2.7380.086	1.740+2.807	-1.446+1.692
22-23	2.466-4.599	-2.7380.086	1.740+2.807	-1.446+1.692
16-24	2.929-4.318	-2.732-0.198	1.440+2.972	-1.623+1.536
1-25	0.680-0.931	-1.081-0.025	0.400+0.957	0.000+0.000
25-26	0.680-0.931	-1.081-0.025	0.400+0.957	0.000+0.000
26-27	29.200-39.457	-46.698-0.742	17.660+38.044	-0.153+2.151
27-28	12.153-17.902	-20.309-1.469	8.318+17.215	-0.157+2.152
27-29	17.048-21.555	-26.389+0.726	9.342+20.829	0.004-0.001
29-30	17.048-21.555	-26.389+0.726	9.342+20.829	0.004-0.001
26-31	4.813-7.097	-7.340-0.531	3.631+7.497	-1.103+0.131
31-32	4.813-7.097	-7.340-0.531	3.631+7.497	-1.104+0.132

Tabla 31 Intensidades Red desequilibradas.

- Pérdidas por las ramas

Rama	Pérdidas
1-2	1.780+ 0.857i
2-3	1.450 + 0.692i
3-4	1.450 + 0.692i
4-5	1.450 + 0.692i
5-6	0.658 + 0.320i
6-7	0.658 + 0.320i
5-8	0.154 + 0.0724i
8-9	0.154 + 0.0724i
9-10	0
10-11	4006.18 + 944.65i
11-12	791.30 + 188.73i
11-13	985.142 + 231.678i
2-14	0
1-15	13.443 + 3.546i
15-16	13.443 + 3.546i
16-17	4.5842 + 1.215i
17-18	4.584 + 1.2154i
18-19	0.3468 + 0.0945i
19-20	0
20-21	378.985 + 250.98i
18-22	0.7452 + 0.471i
22-23	0.745 + 0.471i
16-24	0.745 + 0.471i
1-25	0.0614 + 0.0358i
25-26	0+ 0i
26-27	109.20 + 63.87i
27-28	57.88 + 14.288i
27-29	78.14 + 18.92i
29-30	15.68 + 4.822i
26-31	1.576 + 0.4827i
31-32	1.5764 + 0.4827i

Tabla 32 Pérdidas ramas Red desequilibrada.

Pérdidas totales(W):	6472.1+1773.7i
-----------------------------	-----------------------

Tabla 33 Pérdidas totales Red desequilibrada.

9 BIBLIOGRAFÍA

- [1] I. P. Moreno, «Análisis de un flujo de cargas en una red de baja tensión a cuatro hilos,» 2016.
- [2] A. Gómez Expósito y F. L. Alvarado, «Flujo de cargas, Introducción,» de *Análisis y operación de sistemas de energía eléctrica*, McGraw-Hill, 2002, p. 139.
- [3] A. Gómez Expósito y F. L. Alvarado, «Flujo de cargas, Método de Gauss-Seidel,» de *Análisis y operación de sistemas de energía eléctrica*, McGraw-Hill, 2002, pp. 145-146.
- [4] A. Gómez Expósito y F. L. Alvarado, «Flujo de cargas, Método de Newton-Raphson,» de *Análisis y operación de sistemas de energía eléctrica*, McGraw-Hill, 2002, pp. 147-152.
- [5] A. Gómez Expósito y F. L. Alvarado, «Flujo de cargas, Método desacoplado rápido,» de *Análisis y operación de sistemas de energía eléctrica*, McGraw-Hill, 2002, pp. 152-155.
- [6] A. Gómez Expósito y F. L. Alvarado, «Flujo de cargas, Flujo de cargas en continua,» de *Análisis y operación de sistemas de energía eléctrica*, McGraw-Hill, 2002, pp. 156-157.
- [7] A. Gómez Expósito y F. L. Alvarado, «Flujo de cargas, Aplicación a redes de distribución radiales,» de *Análisis y operación de sistemas de energía eléctrica*, McGraw-Hill, 2002, pp. 162-163.
- [8] L. F. Jun Kang, «Three-Phase Transformer Models for Load Flow Calculations in Power Systems».
- [9] L. F. Ochoa, «Distribution Transformers Modeling With Angular Displacement».
- [10] R. D. Zimmerman, «Transformer Modeling Using Line-to-Line Voltages in Ungrounded Power Distribution Networks».
- [11] M. L. Baughman, «IEEE 4 Node Test Feeder».