REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Marzo de 2011, Número 25, páginas 161- 174
ISSN: 1815-0640
Coordinado por
Agustín Carrillo de Albornoz

Presentación y resolución dinámica de problemas mediante GeoGebra

Eva Barrena Algara; Raúl Manuel Falcón Ganfornina;
Rosana Ramírez Campos; Ricardo Ríos Collantes de Terán.

Resumen

GeoGebra es un software de Matemáticas, diseñado para enseñar y aprender, que ofrece herramientas para la resolución dinámica de problemas. Sin embargo, a la hora de exponer dicha resolución, parece que a priori no ofrece una forma de elaborar presentaciones secuenciales. Para solventar esta dificultad, en el presente artículo se explora la posibilidad de usar herramientas como deslizadores, casillas de control y operadores booleanos, junto a unas básicas nociones de Java.

Abstract

GeoGebra is a mathematic software, designed for teaching and learning, which offers tools for the dynamical resolution of problems. However, for the exposition of such a resolution, it seems that a priori the program does not offer facilities for the elaboration of sequential presentations. In order to solve it, the possibility of using tools such as sliders, check boxes and boolean operators, together with basic notions of Java programming, are analyzed in deep in the core part of this work.

Resumo

GeoGebra é um software de Matemáticas, desenhado para ensinar e aprender, que oferece ferramentas para a resolução dinâmica de problemas. No entanto, à hora de expor dita resolução, parece que a priori não oferece uma forma de elaborar apresentações secuenciales. Para solventar esta dificuldade, no presente artigo explora-se a possibilidade de usar ferramentas como sliders, caixas de controle e operadores booleanos, junto a umas básicas noções de Java.

1. Introducción

Un *slideware* o programa de presentaciones es una herramienta informática que se utiliza para mostrar información de forma visual, normalmente mediante una secuencia de diapositivas en las que se permite colocar texto, gráficos y otros objetos. Entre los más difundidos se encuentran *PowerPoint* (*Microsoft*), *Keynote* (*Apple*) o *Impress* (*OpenOffice*). En los últimos años el uso docente de *slidewares* ha aumentado de forma exponencial puesto que estos programas permiten expresar ideas de forma concisa, enfocar la atención del alumnado, comprender conceptos de forma visual y adecuar el ritmo de trabajo atendiendo a la diversidad del aula (García Manzano, 2009, p.193). No obstante, existen argumentos razonados en contra tanto del abuso como del uso incorrecto de estas herramientas. En este sentido puede mencionarse la creación de diapositivas con una alta densidad de información o con excesivas animaciones que distraen al alumnado (Hassner, 2005, p. 395). Por otra parte, cabe observar que una metodología basada únicamente en este tipo de presentaciones invita al alumnado a una relajación y a un desplazamiento de la atención del profesor a la pantalla, al mismo tiempo que no promueve una confrontación dialéctica profesor-alumno (García Manzano, 2009, p. 194). Esto conlleva a una debilitación de la capacidad analítica del estudiante y a una pérdida de su razonamiento verbal y espacial (Tufte, 2003, pp. 12 y 25), que resulta aún más patente en el aula de Matemáticas, donde el desarrollo cognitivo se centra en la resolución de problemas y no tanto en la exposición en sí de la materia. La manipulación de los elementos que intervienen en los mismos es fundamental y no es suficiente realizar una presentación secuencial que refleje únicamente las distintas partes de la exposición de un problema (enunciado, planteamiento y resolución), sino que se requiere de una interacción por parte del estudiante que le permita asimilar conceptos y profundizar en su conocimiento.

En el sentido de facilitar una interacción por parte del alumnado, los avances llevados a cabo en los últimos años en sistemas informáticos basados en geometría dinámica (*DGS*), como pueden ser *Cabri*, *Cinderella* o *GeoGebra*, han permitido tanto la presentación de resultados como la resolución de problemas matemáticos, haciendo uso de una metodología docente basada en la manipulación de objetos. Sin embargo, a diferencia de los *slidewares*, que se basan en una secuencia de diapositivas o páginas individuales, los *DGS's* incorporan todos los elementos de la presentación en una única pantalla, donde se van acumulando en pasos sucesivos tanto los elementos geométricos utilizados, como los textos informativos que guían al alumnado en la resolución de un determinado problema, lo que representa el inconveniente de saturación de información.

No obstante, la versatilidad de este tipo de programas a la hora de generar *applets* interactivos en *Java*, permite que una alternativa para aligerar esta saturación de información sea crear un entorno web donde aparezcan, por una parte, un marco que muestre la pantalla del correspondiente *DGS* a utilizar por el alumnado y, por otra, las distintas explicaciones asociadas al problema en cuestión. Sin embargo, cuando la naturaleza del problema requiera una larga secuenciación entre textos explicativos y manipulación de los elementos del *DGS* por parte del estudiante, la extensión de la página web correspondiente puede llegar a ser un inconveniente, pues no se podría visualizar en una misma pantalla instrucciones y entorno de trabajo. En el presente artículo plantearemos como solución el uso de las herramientas existentes en un *DGS* para elaborar una presentación secuencial interactiva en el marco del programa informático en sí. En concreto utilizaremos las siguientes herramientas disponibles en *GeoGebra*: deslizadores, animación automática, casillas de control, operadores booleanos y creación de *applets* de *Java*. A través de ejemplos prácticos, el lector podrá preparar una secuencia de diapositivas que ilustren la explicación de problemas matemáticos, creando su propio modelo de *slideware* y disponiendo de las herramientas necesarias para la creación de materiales adaptados a las necesidades de su aula.

Como ilustración de las distintas herramientas que se van a explicar, se mostrará su utilización con vistas a crear en GeoGebra[1] una presentación que englobe diferentes resoluciones del problema de Sam Loyd "La piedra de afilar" (Sam Loyd, 1914, p. 172), gran inventor de rompecabezas y acertijos, que divulgó

[1] En el desarrollo del presente artículo se ha utilizado la versión 3.2.45 de GeoGebra.

las matemáticas extensamente y gozó de gran popularidad gracias a la aparición de sus trabajos en revistas y diarios durante más de 50 años, así como por el uso de algunos de sus acertijos en campañas publicitarias de importantes candidatos a la presidencia de los EE.UU.[2]

2. Presentaciones secuenciales en GeoGebra

GeoGebra memoriza el orden de los pasos realizados a la hora de llevar a cabo una construcción geométrica, pudiéndose utilizar la *barra de navegación por pasos* para crear una presentación lineal del algoritmo de construcción. Si bien es posible determinar los elementos geométricos a mostrar marcándolos como *puntos de interrupción*, la linealidad a la que está sometida la construcción no permite hacer desaparecer de la pantalla dichos elementos, salvo que se oculten expresamente. De esta forma, la presentación resultante dispone solamente de una única diapositiva en la que es difícil separar convenientemente las distintas fases de la exposición de un problema: enunciado, planteamiento y resolución. Por otra parte, la linealidad citada imposibilita atender las diversas opciones de resolución que surgen a la hora de abordar cualquier problema matemático, por ello que se hace necesario elaborar un mecanismo de navegación alternativo que posibilite tanto la aparición y desaparición de elementos como la elección de la ruta de resolución a seguir.

Una posibilidad consiste en crear una barra de navegación personalizada, haciendo uso de un *deslizador* que permitiese al usuario poder elegir la etapa de la presentación que quisiera visualizar. En particular, si la presentación a elaborar constase de *n* etapas diferenciadas, bastaría crear un deslizador *Etapa* definido en el *Intervalo [1, n]* con *Incremento 1.* Cabe observar que una presentación básica estaría formada al menos por las siguientes tres etapas:

1. *Enunciado.* 2. *Elección de la ruta de resolución.* 3. *Resolución.*

La presentación de cada etapa puede estar constituida a su vez por un conjunto de diapositivas que sería regulado a partir de un segundo deslizador. Cada etapa estaría entonces vinculada a una serie de elementos que deben aparecer en la pantalla únicamente cuando el deslizador se encuentra en la posición exacta asociada. Esto puede lograrse haciendo uso de la opción *"condición para exponer el objeto"*, dentro de las propiedades avanzadas de cada elemento. Sería suficiente escribir *Etapa == m*, siendo *m* el número asociado a la etapa en cuestión. Cuando el usuario moviese el deslizador a una etapa anterior o posterior, el objeto desaparecería, tal y como ocurriría en una presentación secuencial al uso.

Este procedimiento tiene el inconveniente de que si posteriormente se necesita intercalar una etapa intermedia, sería necesario modificar las condiciones de todos los objetos creados hasta el momento. Para evitar esta circunstancia es recomendable hacer uso de *variables booleanas* asociadas a cada etapa. En el caso de una presentación con las tres etapas indicadas anteriormente, dichas variables se definirían por ejemplo como:

enu = Etapa == 1 *sol = Etapa == 2* *res = Etapa == 3*

Como condición para exponer objetos se introduciría entonces los nombres de dichas variables en lugar de la expresión *Etapa == m*. De esta forma, en caso de

[2] Puede ampliarse información sobre Loyd en la dirección web http://www.samuelloyd.com.

tener avanzada la presentación y necesitar intercalar una nueva etapa (como, por ejemplo, una etapa de "conocimientos previos" entre el enunciado y la elección de solución), bastaría aumentar el intervalo de definición del deslizador de *[1, n]* a *[1, n+1]* y modificar únicamente la definición de las variables booleanas correspondientes, sin necesidad de cambiar las propiedades de todos los objetos ya existentes en la hoja de trabajo.

El uso de variables booleanas es también fundamental a la hora de determinar la ruta de resolución a llevar a cabo. Es necesario crear para ello tantas *Casillas de Control para Ocultar Objetos* como métodos de resolución se tengan previstos plantear en la presentación. Su valor booleano verdadero (1) / falso (0) (según esté activada o no la casilla, respectivamente), puede utilizarse entonces como condición para exponer un determinado objeto. Sin embargo, dado que GeoGebra no permite casillas de control de selección única, hay que analizar los mencionados valores booleanos para obligar al usuario a marcar una única casilla. De esta forma, se puede por ejemplo incorporar un mensaje de error si, al pasar a una etapa posterior mediante el deslizador, no se ha seleccionado ninguna casilla o se ha marcado más de una. En concreto, si existen *k* posibles métodos de resolución asociadas a las casillas de control Sol_1, Sol_2, …, Sol_k, se define la variable:

$$Sol = Sol_1 + Sol_2 + \ldots + Sol_k$$

De esta forma, si la variable Sol tiene valor nulo, entonces el usuario no ha marcado ninguna solución, mientras que si tiene un valor mayor que la unidad, entonces ha marcado más de una solución. Se pueden crear por tanto un par de textos con mensajes de error asociados a cada una de las anteriores situaciones.

Finalmente, en el planteamiento y la resolución del problema es cuando pueden aplicarse explícitamente las herramientas algebraicas y geométricas de GeoGebra. Dependiendo de cada problema en cuestión, la combinación de éstas con los deslizadores permite mejorar una de las características más atractivas de los *slidewares*, como es ofrecer una interfaz gráfica para incorporar animaciones basadas en rotaciones, desplazamientos, etc. Por su parte, unos conocimientos básicos en HTML posibilitan generar applets interactivos en Java que no se encuentran incluidos como tales en GeoGebra.

3. Ejemplo práctico

Siguiendo las ideas presentadas en la anterior sección y como ilustración de las mismas, se muestran a continuación los diversos pasos a llevar a cabo para elaborar una presentación secuencial en GeoGebra con tres rutas distintas de resolución del siguiente problema de Sam Lloyd[3] llamado "*La piedra de afilar*", el que se presenta a continuación.

"Se dice que dos sirios honestos reunieron sus ahorros y compraron una piedra de afilar. Como vivían a varias millas de distancia, convinieron que el mayor conservaría la piedra hasta que el tamaño de ésta se hubiera reducido a la mitad, y luego se la daría al otro hombre. La piedra tenía un diámetro exacto de 22 pulgadas, con un orificio de 3 pulgadas 1/7 en el centro de la manija, como lo muestra el dibujo. ¿Cuál sería el diámetro de la piedra al recibirla el segundo hombre?"

[3] Se puede obtener una versión completa del ejemplo práctico a desarrollar en la dirección web http://www.geogebra.org/en/upload/files/spanish/omthales/Loyd/Loyd.html.

Figura 1. Portada del problema "The Grindstone Puzzle" (Sam Loyd, 1914, p. 172).

3.1. Barra de navegación: deslizador

En una nueva hoja de trabajo de GeoGebra, se ocultan los ejes y se visualiza la *Barra de Entrada*. Seguidamente se realizan los siguientes pasos:

a = 2 En la esquina superior derecha se inserta un deslizador de nombre *Etapa* en el *Intervalo [1,3]* con *Incremento 1* y *Ancho 300*. Con el botón derecho del ratón sobre el deslizador se desactiva la opción *Muestra Rótulo*.

ABC Encima del deslizador se inserta el siguiente texto:

Enunciado | *Soluciones* | *Resolución*

Entrada: En *Entrada* se define las variables booleanas asociadas:

enu = Etapa == 1 *sol = Etapa == 2* *res = Etapa == 3*

En la vista algebraica se puede comprobar cómo cambian los valores booleanos al desplazar el deslizador (Fig. 2).

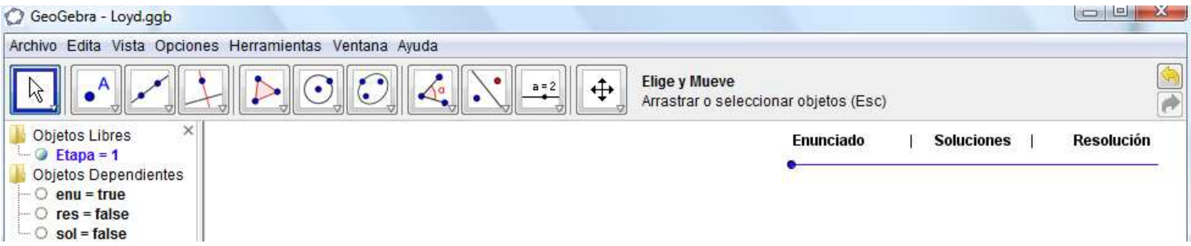


Figura 2. Creación de un deslizador que actúa como barra de navegación

3.2. Primera etapa: enunciado

En la hoja de trabajo creada, según se especifica en la sección anterior, se plantea el enunciado del problema a resolver siguiendo los siguientes pasos:

Se inserta la imagen del problema en la esquina superior izquierda.

ABC Se inserta el texto del enunciado del problema debajo del deslizador secuencial. En las *Propiedades Avanzadas* del texto se impone *enu* como *Condición para Exponer el Objeto*. (Fig. 3). De esta forma, cuando el usuario mueve el deslizador a una etapa posterior, el texto del enunciado desaparece, tal y como ocurriría en una presentación secuencial.

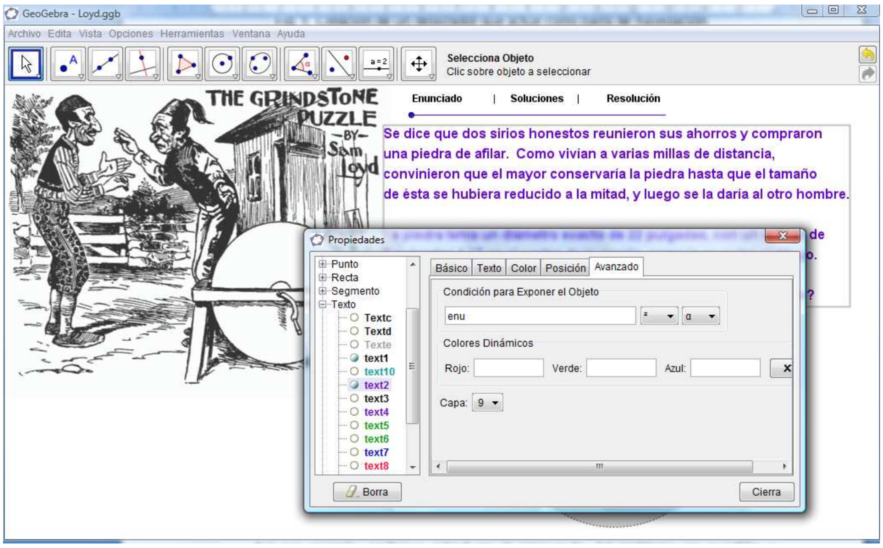


Figura 3. Vinculación de un texto a la primera diapositiva

3.3. Segunda etapa: elección de la ruta de solución (casillas de control)

Para posibilitar la elección de la ruta de solución, se mueve el deslizador hacia el intervalo correspondiente a la etapa Soluciones y se llevan a cabo los siguientes pasos:

Se insertan tres casillas de control que tendrán como *Subtítulos* una descripción de cada tipo de solución (Fig. 4): A*proximación mediante deslizador*, *Solución Algebraica* y *Solución de Loyd: Teorema de Pitágoras para círculos*.

Figura 4. Creación de casillas de control para elegir entre las posibles soluciones

En *Propiedades* (Fig. 5), se cambian sus nombres respectivamente por *Sol_1*, *Sol_2* y *Sol_3*. Estas casillas sólo deben verse cuando el deslizador está en el instante *Soluciones*. Para ello, en sus *Propiedades Avanzadas* imponemos *sol* como *Condición para Exponer el Objeto*.

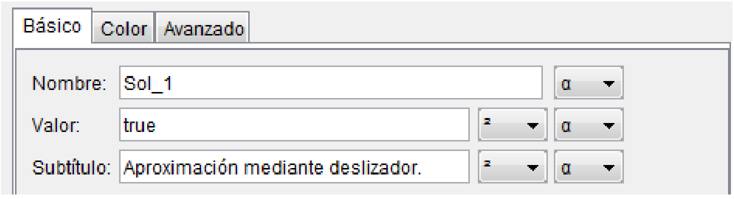


Figura 5. Propiedades básicas de una casilla de control

Entrada: Se crea la variable *Sol* = *Sol_1* + *Sol_2* + *Sol_3*.

ABC Se insertan los siguientes textos: “No has marcado ninguna casilla” con res ∧ Sol = 0 como Condición para Exponer el Objeto y “Has marcado más de una casilla” con condición res ∧ Sol > 1.

3.4. Tercera etapa: resolución

En la etapa de resolución se plantean los diferentes métodos de resolución del problema. La construcción de cada uno de ellos se hace de forma separada. Así, en este caso concreto se distinguen tres métodos de resolución: basado en animaciones automáticas, resolución algebraica y resolución geométrica, cuyas construcciones se detallan en las siguientes secciones.

3.4.1. Animaciones automáticas

El primer método de resolución será aproximativo. La idea es crear un deslizador asociado al diámetro de la piedra a medida que ésta se va desgastando (Fig. 6). A partir de dicho diámetro se puede calcular el área de la piedra en todo momento y compararla con el área de la superficie gastada. Desplazando el deslizador llegará un instante en el que ambas áreas coincidan.

Todos los elementos que intervengan en esta resolución tendrán asociada la condición *res* ∧ *Sol* = *1* ∧ *Sol_1* = *1* para ser expuestos. Además, con vistas a trabajar en una pantalla lo más limpia posible de elementos, previamente debe marcarse la casilla de control *Aproximación mediante deslizador* y desplazarse el deslizador hasta la etapa *Resolución*. A continuación se siguen los siguientes pasos:

Entrada: Se introducen en la barra de entrada los datos de partida:

diámetro *d* del orificio y diámetro inicial D_0 de la piedra:

d = 3 + 1 / 7 *D_0* = 22.

a = 2 Se crea el deslizador *diam* en el *Intervalo [d, D_0]*, con *Incremento 0.01* y *Ancho 400,* correspondiente al diámetro de la piedra restante.

Se dibujan tres círculos concéntricos C_1, C_2 y C_3, empezando por el mayor, de radio D_0, el segundo, de radio *diam,* y el del orificio, de radio *d*.

En *Propiedades* puede elegirse un color y sombreado para cada círculo.

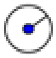


Figura 6. Utilización de deslizadores para incorporar animaciones

ABC Deben añadirse los textos asociados a las medidas de las áreas:

“Área inicial = ” + (Area[C_1] – Area[C_3])

“Área final = ” + (Area[C_2] – Area[C_3])

“Área gastada = ” + (Area[C_1] – Area[C_2])

También se podría insertar otro texto encima del deslizador *diam* para indicar las instrucciones de buscar una solución aproximada de la solución desplazando el deslizador.

3.4.2. Resolución algebraica

El segundo método de resolución será algebraico, mostrando únicamente cómo se resuelve el problema utilizando la fórmula del área de una corona circular (Fig. 7). En concreto, si D_f es el diámetro buscado, entonces, dado que el área inicial debe ser el doble que el área final, debe cumplirse que:

$$\frac{\pi\left(\frac{D_0}{2}\right)^2-\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2}{\pi\left(\frac{D_f}{2}\right)^2-\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2}=2\Leftrightarrow\frac{D_0^2-d^2}{D_f^2-d^2}=2\Leftrightarrow D_f=\sqrt{\frac{1}{2}(D_0{}^2-d^2)+d^2} \quad (1)$$

Bastaría entonces con que el alumno introdujese la última fórmula anterior en la barra de entrada de GeoGebra para obtener el valor de D_f:

D_f = sqrt((D_0² - d²) / 2 + d²).

En caso de querer incluir un texto informando al usuario acerca de dicha fórmula, ésta podría ser incorporada en la hoja de trabajo como imagen o bien haciendo uso por ejemplo de la herramienta *LaTex* disponible en GeoGebra, que permite introducir símbolos matemáticos con una mayor calidad.

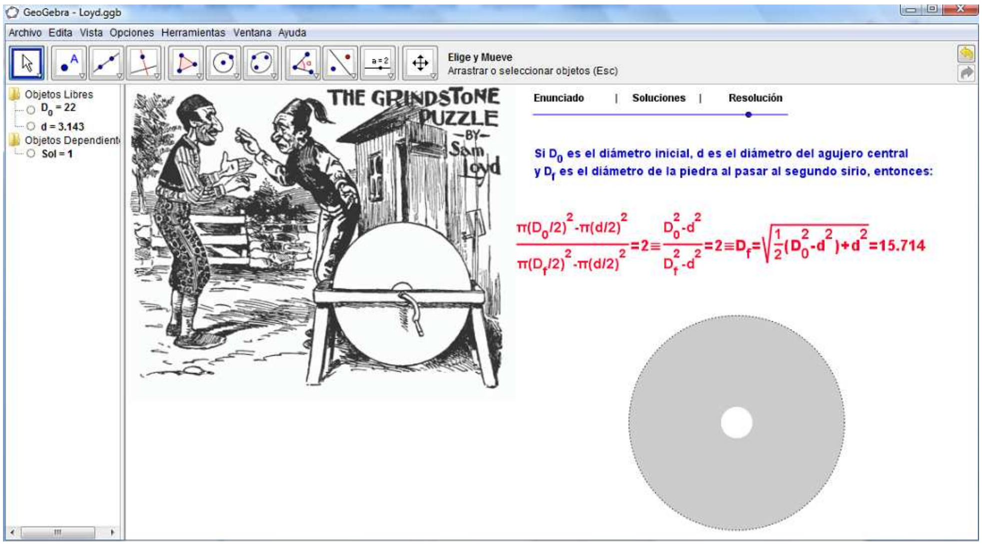


Figura 7 Solución algebraica

En concreto, una vez marcada la casilla de control *Solución Algebraica* y desplazado el deslizador hasta la etapa de *Resolución*, bastaría introducir los siguientes dos textos:

a) "Si D_0 es el diámetro inicial, d es el diámetro del agujero central y D_f es el diámetro de la piedra al pasar al segundo sirio, entonces:"

b) \frac {π \left(\frac{D_0}2\right)² - π \left(\frac d2\right)²} {π \left(\frac {D_f}2\right)² - π \left(\frac d2\right)²} = 2 \, ≡ \, \frac {D_0² - d²} {D_f² - d² } = 2 \, ≡ \, D_f = \sqrt{ \frac 12 \left(D_0² - d²\right) + d²}

En el segundo texto habría que marcar la casilla *Fórmula LaTex* (Fig. 8). Ambos textos deben tener asociados la condición *res* ∧ *Sol = 1* ∧ *Sol_2 = 1.*

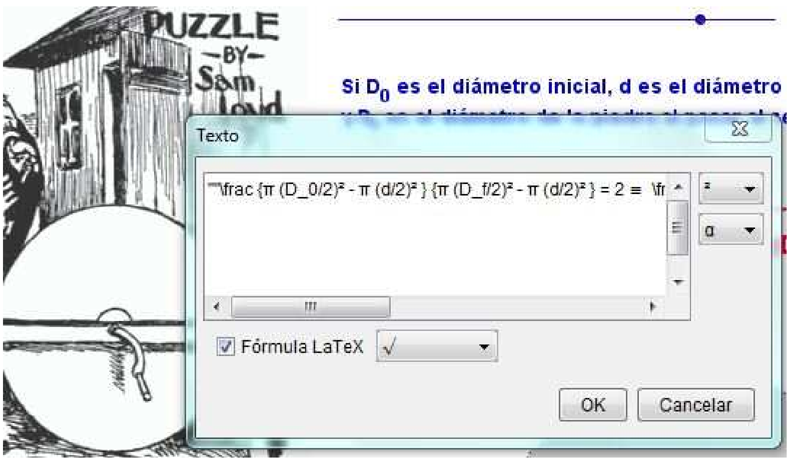


Figura 8: Fórmula LaTex.

3.4.3. Resolución geométrica

El tercer método de resolución será geométrico, si bien se basa en la primera igualdad que aparece en (1), de donde se puede deducir que:

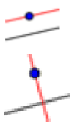
$$\pi\left(\frac{D_f}{2}\right)^2 = \frac{\pi\left(\frac{D_0}{2}\right)^2 + \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2}{2} \qquad (2)$$

Esto es, el área de la piedra de afilar en el momento del cambio será igual a la mitad del área que tendría inicialmente la piedra si no hubiese agujero, más la mitad del área de la circunferencia que determina dicho agujero. El propio Lloyd basa su resolución en este razonamiento, haciendo uso de los siguientes dos resultados:

1. El área de la circunferencia inscrita a un cuadrado es la mitad del área de la circunferencia circunscrita a dicho cuadrado.
2. Teorema de Pitágoras para circunferencias: La suma de las áreas de dos circunferencias de radios r_1 y r_2 es igual al área de la circunferencia que tiene por radio la hipotenusa h del triangulo rectángulo de catetos r_1 y r_2:

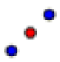
$$\pi\cdot r_1^2 + \pi\cdot r_2^2 = \pi\left(r_1^2 + r_2^2\right) = \pi h^2 \qquad (3)$$

Dado que esta resolución es más compleja, será necesario definir un segundo deslizador *Diapositiva* en el *Intervalo [1,3]* con *Incremento 1* y condición res □ Sol = 1 □ Sol_3 = 1, que permite alternar entre tres diferentes diapositivas (Fig. 9), siendo en la primera de ellas donde se introducirá el texto explicativo correspondiente a la presente resolución. Mostramos a continuación los pasos a seguir en las otras dos diapositivas, indicando entre paréntesis las condiciones a imponer en cada caso.

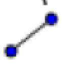


(***res* □ *Sol = 1* □ *Sol_3 = 1* □ *Diapositiva = 2***). Con vistas a crear el cuadrado inscrito a la circunferencia C_1 de la piedra inicial, se crea una recta r_1 paralela al eje *OX* (se necesitaría visualizar los ejes) y su perpendicular r_2, pasando ambas por el centro de C_1.

Se obtienen los cuatro puntos de intersección de ambas rectas con C_1 y se unen dichos puntos mediante la herramienta *Polígono*, para crear el cuadrado inscrito.



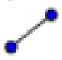
Se calcula el punto medio M de uno de los lados del cuadrado y se crea la circunferencia C_4 inscrita al cuadrado, con centro el mismo que C_1 y que pasa por M. Este mismo proceso se realiza en la circunferencia C_3 correspondiente al agujero, creando la circunferencia C_5.



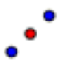
(***res* □ *Sol = 1* □ *Sol_3 = 1* □ *Diapositiva = 3***). Se calculan los puntos de intersección P_1 y P_2 de r_1 y C_4 y los puntos de intersección P_3 y P_4 de r_2 y C_5. Se crean los segmentos P_1P_2 y P_3P_4.

Se crea el vector v con origen P_3 y extremo P_2.

Se trasladan el segmento P_3P_4 y la circunferencia C_5 mediante el vector v, dando lugar al segmento P_2P_5 y la circunferencia C_6.



Se crea el segmento P_1P_5, cuya longitud será el diámetro buscado.



Para concluir el dibujo correspondiente al Teorema de Pitágoras para circunferencias, se calcula el punto medio M_1 de P_1P_5 y se obtiene la circunferencia C_7 de centro M_1 que pasa por P_1.

Una vez realizada la construcción, pueden ocultarse todos los elementos salvo circunferencias, segmentos y longitudes.

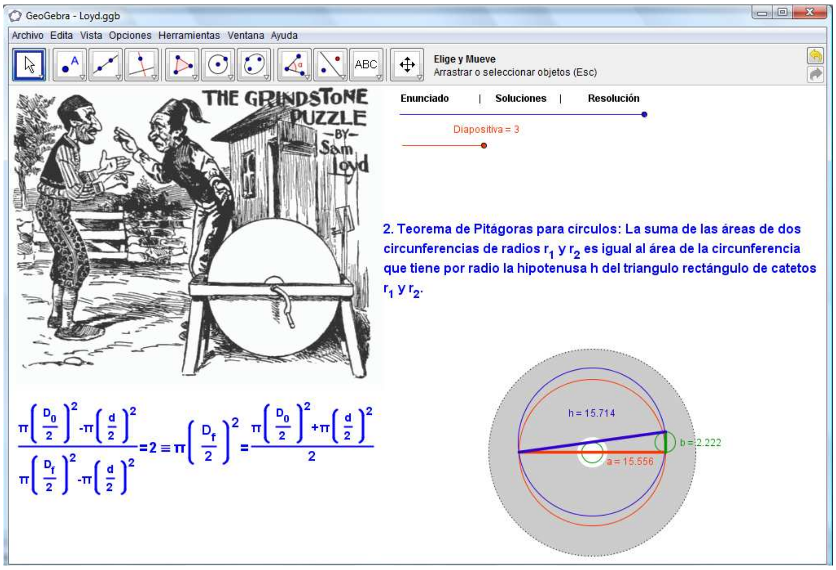


Figura 9 Teorema de Pitágoras para circunferencias

3.5. Interactividad mediante Java

A la hora de presentar el problema al alumnado es recomendable darle la posibilidad de usar GeoGebra para construir de forma interactiva la solución. También es interesante que pueda comprobar su construcción con la planteada en la presentación, sin necesidad de tener que ir cambiando continuamente de ventana, pudiendo así trabajar en pantalla completa. Esto se consigue creando una página Web con dos columnas, la primera para la presentación que se ha ido elaborando en los puntos anteriores y la segunda para incorporar un elemento interactivo con vistas a comprobar la solución y un área de trabajo en blanco de GeoGebra a disposición del alumnado (Fig. 10).

Figura 10 Pantalla completa

La elaboración de esta página Web puede dividirse en cuatro pasos. En el primero de ellos hay que seguir trabajando en nuestra presentación, incluyendo un texto explicativo, una nueva variable y dos textos de acierto/error. Con el primer texto se indica al alumnado la posibilidad de resolver el problema en la ventana de la derecha, junto a la ayuda que dispone con alguna de las soluciones propuestas. Este texto se podría insertar en la Etapa 2, “Soluciones”.

Entrada: Se introduce a continuación la variable *SolAlumno = 0*, que estará asociada a la solución que introducirá el alumnado. Su valor inicial es cero.

ABC Los dos textos de acierto/error indicarán si la solución es aproximadamente correcta o no:

a) *“Si tienen que cambiarse la piedra cuando tenga un diámetro de " + SolAlumno + " pulgadas, uno de los dos sirios se lleva más de la mitad de la piedra.*

SOLUCIÓN INCORRECTA."

b) *"Efectivamente, tiene que devolver la piedra cuando tenga un diámetro de " + SolAlumno + " pulgadas aprox. Siendo más precisos: 15,714 pulgadas."*

Las condiciones a imponer a cada texto son respectivamente:

a) $\boldsymbol{(SolAlumno > 15.8 \lor SolAlumno \leq 15.6) \land (SolAlumno \neq 0)}$

b) $\boldsymbol{SolAlumno > 15.6 \land SolAlumno \leq 15.8}$

En el segundo paso es necesario abrir un nuevo archivo de GeoGebra, que será donde el alumnado pueda construir su propia solución. Debe reducirse el tamaño de esta nueva ventana en blanco para que junto con la ya construida quepa en una única pantalla (Fig. 10).

El tercer paso consiste en *Exportar* a *Hoja Dinámica como Página Web (HTML)* desde el menú *Archivo*, los dos archivos de GeoGebra creados. Denominaremos *Loyd.html* y Blanco.html, respectivamente, a cada una de las dos páginas Webs. Previamente, en la pestaña *Avanzado* se pueden seleccionar aquellos elementos del programa de GeoGebra que se quieren mostrar en cada una de ellas. En concreto, en el archivo de presentación deben desmarcarse todos los ítems y en el de la ventana en blanco deben marcarse como mínimo las Barras de Herramientas y de Entrada, y la funcionalidad del clic derecho del ratón. En el primer archivo se puede escribir como título *“La piedra de afilar (Sam Loyd)”*.

En el cuarto y último paso se necesitarán unos conocimientos básicos sobre HTML. Este lenguaje funciona por etiquetas que se encuentran entre los símbolos < y > y que se cierran igual que se abren añadiendo */*. Así, por ejemplo, una tabla comienza con *<table>* y termina con *</table>*. Dentro de la tabla, las filas se encuentran entre *<tr>* y *</tr>* y las columnas entre *<td>* y *</td>*. Finalmente, los applets que genera GeoGebra se enmarcan en la primera fila y columna de una tabla entre las etiquetas *<table><tr><td><applet>* y *</applet></td></tr><table>*.

La idea a seguir es incorporar las dos ventanas de GeoGebra creadas hasta el momento en dos columnas de una única página Web e incorporar también en la segunda columna una casilla de introducción de texto que permita al alumnado insertar su solución. En concreto se va a crear una casilla de introducción de texto acompañada de un botón para comprobar si la solución es correcta o no (Fig. 10).

Para ello es necesario abrir las dos páginas Webs creadas mediante un editor de texto como *Notepad* o *TexEdit* y localizar los códigos applets de ambas ventanas de GeoGebra. Se modifica entonces el archivo *Loyd.html* localizando dónde termina la primera columna de la tabla en la que se encuentra el applet y añadiendo entre las etiquetas *</td>* y *</tr>* la siguiente columna:

```
<td>
<form>
<p align="center"> ESCRIBE TU SOLUCI&Oacute;N:<br>
<b>El di&aacute;metro tiene que medir </b>
<input type="text" name="T1" size="5" value="0" /> <b> pulgadas
aproximadamente.</b><br>
<input type="button" value="Comprobar" name="B1"
onclick="document.ggbApplet.evalCommand('SolAlumno='+T1.value);"/>
</p>
</form>
<applet name="ggbApplet" code="geogebra.GeoGebraApplet"
archive="geogebra.jar"
codebase="http://www.geogebra.org/webstart/3.2/unsigned/" width="385"
height="410" mayscript="true">
…
</applet>
</td>
```

La primera parte corresponde a la casilla de control de solución, mientras que el código applet corresponde a la ventana de trabajo del alumnado, que puede copiarse directamente del archivo *Blanco.html*. Para que la casilla de control funcione correctamente es necesario renombrar este último applet, modificando por ejemplo el código *applet name="ggbApplet"* por *applet name="ggbApplet2"*.

Una vez guardado el archivo resultante, éste puede abrirse con cualquier navegador ofreciendo el resultado final. Un ejemplo puede verse en la siguiente dirección Web:

http://www.geogebra.org/en/upload/files/spanish/omthales/Loyd/Loyd.html.

4. Conclusiones

A la hora de realizar una presentación interactiva con GeoGebra es necesario utilizar herramientas del programa que en un primer momento parecen destinadas a otros fines, pero que son de gran utilidad para la consecución de dicha presentación. En el presente artículo se han mostrado tales herramientas y se ha profundizado en su uso con vistas a crear una secuencia de diapositivas que permitan presentar de forma dinámica y activa la resolución de un problema matemático. A través de un ejemplo práctico se ha iniciado al lector en la elaboración de este tipo de material que puede resultar de utilidad como forma de atraer la atención del alumnado en el aula de matemáticas.

Bibliografía

García Manzano A. A. *(2009): Redes sociales y aprendizaje a través de las presentaciones on-line.* Revista Electrónica Teoría de la Educación. Educación y Cultura en la Sociedad de la Información 10 (1), 193-216.

Hassner R. E. (2005): *Sliding into Home Plate: How to Use Slideware to Improve Your Presentation (While dodging the Bullets*). Political Sciences and Politics 38 (3), 393-397.

Loyd, S. (1914): *Cyclopedia of puzzles*. The Lamb Publishing Company, New York.

Tufte, E. R. (2003). *The cognitive style of PowerPoint*. Graphics Press, Cheshire, CT.

Dos Santos, J. M. (2010): Taller *"Geogebra, Internet, e intercomunicación con JavaScript".* Jornadas de Geogebra de Andalucía.

Eva Barrena Algara. Doctora en Ciencias Matemáticas por la Technische Universität Kaiserslautern. Actualmente es investigadora postdoctoral en el Dpto. de Matemática Aplicada II de la Universidad de Sevilla. Autora de publicaciones y aportaciones a congresos sobre toma de decisiones basadas en lógica difusa, diseño de redes aplicado a transporte, didáctica y divulgación de las matemáticas. **ebarrena@us.es**

Raúl Manuel Falcón Ganfornina. Doctor en Ciencias Matemáticas por la Universidad de Sevilla, donde trabaja actualmente como profesor ayudante doctor del Dpto. de Matemática Aplicada I. Autor de publicaciones y aportaciones a congresos sobre cuadrados latinos, su aplicación en estadística, criptografía y diseño, didáctica y divulgación de las matemáticas. **rafalgan@us.es**

Rosana Ramírez Campos. Licenciada en Ciencias Matemáticas por la Universidad de Granada. Vocal de olimpiada y concursos matemáticos en la S.A.E.M. Thales por Almería. Autora de varias publicaciones y aportaciones a congresos sobre didáctica y divulgación de las matemáticas. **roracam@gmail.com**

Ricardo Ríos Collantes de Terán. Doctor en Ciencias Matemáticas por la Universidad de Sevilla. Vocal en el Instituto de GeoGebra de Andalucía. Coordinador T.I.C. del I.E.S. Sofía. Autor de publicaciones y aportaciones a congresos sobre unicidad de sistemas independientes, didáctica y divulgación de las matemáticas. **profesofricardo@yahoo.es**