

La Torre de Hanoi/Sevilla: una Prueba para Evaluar las Funciones Ejecutivas, la Capacidad para Resolver Problemas y los Recursos Cognitivos

J. León-Carrión¹, J. M. Barroso y Martín².

¹ *Departamento de Psicología Experimental. Universidad de Sevilla.*

² *Centro de Rehabilitación de Daño Cerebral. C.RE.CER.*

Resumen: En el presente trabajo se estudia la capacidad de la Torre de Hanoi/Sevilla (TH/S) para evaluar el funcionamiento ejecutivo, analizando el papel que juega la definición del problema, así como el conocimiento incompleto de las reglas de solución de una tarea compleja que requiere estrategias de resolución de problemas. Se seleccionó una muestra compuesta por 120 sujetos que fueron divididos en cuatro grupos de 30 que debían resolver la TH/S con diferente nivel de dificultad (3 ó 4 discos), y con o sin tener restricciones (Administración A ó B) en la información necesaria para solucionar la tarea. El análisis estadístico indica diferencias significativas en las variables Movimientos, Tiempo Total, y Número de Errores Totales, tanto para el nivel utilizado (3 ó 4 discos), como para la restricción de la información (Administración A ó B), y también para el cruce de ambas (Nivel x Administración). Los resultados muestran que la complejidad de la tarea, así como el conocimiento las reglas necesarias para completarla juegan un papel muy importante en las estrategias de resolución del problema. La TH/S, que requiere de factores como la necesidad de iniciar-mantener una acción (drive), comprensión del problema, planificación, monitorización y uso de feedback (entre otros), es una herramienta efectiva para evaluar el sistema ejecutivo. Algunas de las variables estudiadas son presentadas como índices que ofrecen información sobre la integridad de dicho sistema. **Palabras clave:** funcionamiento ejecutivo, resolución de problemas, Torre de Hanoi/Sevilla, evaluación neuropsicológica.

The Tower of Hanoi/Sevilla: A task to assess Executive Functions, Solving Problems Capacity and Cognitive Resources

Abstract: This work study the capacity of the Tower of Hanoi/Sevilla (TH/S) to served as a measure of executive function, analyzing the role played by the definition of the problem and by the incomplete knowledge of the rules in a problem solving behavior task. A sample made up of 120 subjects divided in four groups of 30 each was used, having to solve the

Correspondencia: Juan M. Barroso. E-mail: jmbarro@us.es.

TH/S with different difficulty levels (3-4 disks) and with or without restrictions (Administration A/B) in the information necessary to solve the task. The statistical analysis indicates significant differences in the variables Movements, Total Time, and Total Errors, both for the level used (3/4 disks) and the information restrictions (Administration A/B), and also for the cross of both (level x administration). Results shows that the complexity of the task, as well as the knowledge of rules needed to complete it place an important role in solving problem strategies. The TH/S, that involve factors as drive, comprehension of the problem, planning, monitoring, and the use of feedback (among others), is an effective tool for evaluating the executive system. Some of the variables studied are also presented as indexes offering information on the functioning and integrity of said system. **Key words:** executive functioning, problem solving, Tower of Hanoi/Sevilla, neuropsychological assessment.

La estructura de las tareas que parten de una situación inicial para llegar a una situación final según reglas han permitido estudiar diferentes procesos cognitivos como la capacidad de planificación, el pensamiento estratégico, o la flexibilidad cognitiva. Dentro de las pruebas que se utilizan para evaluar la capacidad de planificación y el funcionamiento ejecutivo asociado al lóbulo frontal se encuentra la Torre de Hanoi/Sevilla (THS), (Gagné y Smith, 1962; Hormann, 1965; Klix, 1971; Egan, 1973; Simon, 1975, León-Carrión, 1991), en la versión de la Batería Neuropsicológica Sevilla, (León-Carrión, 1999). Entre las características de la THS se encuentra tanto la rapidez y facilidad de aplicación, análisis, evaluación e interpretación, además de permitir seleccionar diferentes niveles de dificultad, así como de manipular sus reglas de aplicación. (Barroso y Martín, 1994). El sujeto tiene que resolver un problema de transformación que requiere un esfuerzo para llegar a una meta ejecutando una serie de movimientos. Para resolver esta tarea necesita razonamiento complejo en resolución de problemas y procedimientos de aprendizaje (Anzai & Simon 1979; Karat 1982; Simon op. cit.).

El objetivo de la prueba es conseguir desplazar la torre desde la primera varilla a la tercera. La torre está segmentada en bloques, que son los que realmente se mueven para reconstruirla de nuevo en la posición final. Para realizar esta operación se cuenta con una varilla de apoyo, la número 2, que está situada entre las extremas (1 y 3). Esta tarea es necesario realizarla en el menor número de movimientos posibles y cometiendo el menor número de errores.

Los movimientos de los bloques están condicionados por dos restricciones:

- no está permitido colocar un bloque de tamaño mayor sobre otro de tamaño menor.
- sólo se pueden mover los bloques en el orden en el que están situados en la varilla, comenzando por el que se encuentra primero por arriba.

Un intento de movimiento que implique la ruptura de una de las restricciones expuestas no será llevado a cabo por el ordenador produciendo un error que será contabilizado y notificado mediante una señal acústica.

El objetivo del presente estudio es el de comprobar cómo afecta la complejidad de la tarea en la ejecución de la torre de Hanoi/Sevilla, observando si existen diferencias en cuanto a la ejecución de una tarea que necesita del uso de estrategias cognitivas elaboradas en una muestra de sujetos con características similares. En detalle, se pretende observar si existe una ejecución diferente en las estrategias de resolución de un problema cuando las variables de dicho problema se manipulan en sus aspectos fundamentales produciendo variaciones notables en cuanto a su grado de dificultad.

Para este trabajo se utilizaron dos tipos diferentes de administración. En la Administración A el sujeto conoce todas las restricciones posibles para ejecutar la tarea. En la Administración B la información o ayuda que se ofrece al sujeto es restringida, es decir, no se explica que no puede mover una pieza más grande para colocarla sobre otra más pequeña. Sí se le informa que existen unos movimientos que no están permitidos y son considerado erróneos. Si los realiza, el ordenador emitirá una señal acústica que le indicará que el movimiento que acaba de realizar no es correcto por lo que deberá intentar otro diferente.

Para la solución de la tarea en la THS el número mínimo de movimientos viene dado por la fórmula $(2^n)-1$, siendo n el número de discos que hay en la varilla número 1 al comenzar la prueba. (Klahr y Robinson, 1981; Spitz, Webster y Borys, 1982). Al realizar la prueba con tres discos, el número mínimo de movimientos en que se puede realizar es de $(2^3)-1= 7$. Para la prueba con 4 discos son necesarios $(2^4)-1= 15$ movimientos como mínimo.

Método

Participantes

La muestra estuvo compuesta por un total de 120 sujetos distribuidos en cuatro grupos de 30 cada uno que fueron asignados al azar a cada grupo experimental antes de comenzar la investigación.

Las medias, desviaciones estándar y rangos para la Edad y para los Años de Educación de los diferentes grupo se especifican en la tabla que sigue.

	Grupo 1			Grupo 2			Grupo 3			Grupo 4		
	M	SD	R	M	SD	R	M	SD	R	M	SD	R
Edad	24.93	3.26	20-34	24.96	2.51	23-33	24.66	2.9	22-23	25.43	4.64	22-39
Años Educ.	18.9	2.07	17-26	19.03	1.92	16-23	19.93	1.94	17-26	18.86	1.45	16-23
μ		6			5			6			8	
v		24			25			24			28	

Tabla 1. *Medias, desviaciones estándar y rangos para las variables Edad y Años de Educación de los diferentes grupos.*

Todos los sujetos se presentaron de forma voluntaria. Para evitar que la ejecución de la prueba se viera afectada por el nivel educativo de los sujetos, se seleccionaron a aquellos que tenían mas de 15 años de estudios, y que no tuvieran antecedentes psiquiátricos y/o psicopatológicos, así como un nivel socioeconómico y cultural equivalente.

Procedimiento.

Tanto en el procedimiento seguido como en las instrucciones que se dio a los sujetos se siguieron las propuestas por León- Carrión y Cols. (op. cit.).

Se plantearon cuatro situaciones experimentales. Para ello se distribuyeron a los sujetos en dos grupos, uno de ellos resolvería la Torre de Hanoi con un nivel de dificultad 3 (tres discos) y otro grupo lo haría con un nivel de dificultad 4 (cuatro discos). Ambos grupos fueron subdivididos a su vez en otros dos grupos cada uno según el tipo de Administración recibida A o B. (Tabla 2)

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4
Nivel 3	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 4
Administración A	Administración B	Administración B	Administración A

Tabla 2. *Número de discos y tipo de Administración utilizado para los diferentes grupos.*

Para el análisis estadístico de los datos se trabajó con el Análisis de la Varianza realizado mediante el paquete estadístico SPSS/PC+.

Las variables independientes estudiadas fueron: a. *Nivel*, que corresponde al número de discos utilizado en la prueba, con dos variantes, 3 o 4 discos; y b. *Administración*, que corresponde con las restricciones de información recibidas por los sujetos, también con dos variantes, con restricciones o sin ellas.

Las variables dependientes estudiadas fueron: a. Tiempo total; b. Movimientos totales; y c. Número total de errores.

Resultados

En la tabla 3, se pueden observar las medias, desviaciones estándar y rangos para las variables Número Total de Movimientos, Tiempo Total, Número Total de Errores, Errores Tipo 3 y Errores Tipo 2 obtenidas por cada uno de los diferentes grupos estudiados.

	Grupo 1		Grupo 2		Grupo 3		Grupo 4	
	3 Disc. - Admon. A		3 Disc. - Admon. B		4 Disc. - Admon. B		4 Disc.- Admon. A	
	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD
Movim.	14.33	5.89	21.43	15.76	87.46	57.90	36.6	17.5
Tot.Tie	92.3	60.06	148.26	130.07	470.8	329.51	267.46	188.0
Total Err.	2.5	2.40	6.8	6.07	35.13	30.06	6.5	7.6
Erro.tip.3	1.9	2.04	6.23	5.81	32.5	27.48	4.46	5.97
Erro.tip.2	0.6	1.0	0.56	0.97	2.63	5.08	2.03	3.72

Tabla 3. Medias, desviaciones estándar y rangos para las variables N°. de Movimientos, Tiempo Total, Errores Totales, Errores Tipo 2 y Errores Tipo 3 de los diferentes grupos.

En la tabla 4, se presentan los resultados obtenidos en el análisis de la varianza Nivel (2) x Administración (2) obtenidas para las variables dependientes Tiempo Total, N°. Total de movimientos, y N° Total de errores.

	Tiempo Total			N°. Total de Movimientos			N°. Total de Errores		
	G.l.	F	p	G.l.	F	p	G.l.	F	p
Nivel	1	44.55	.000	1	59.31	.000	1	31.18	.000
Admon.	1	11.92	.000	1	25.56	.000	1	32.35	.000
Niv.x Ad.	1	4.16	.043	1	14.57	.000	1	17.66	.000

Tabla 4. Puntuaciones obtenidas en el Análisis de la Varianza, Nivel (2) x Administración (2) para las variables dependientes Tiempo Total, N° Total de Movimientos, y N° total de Errores.

Los resultados muestran que los sujetos que resuelven la torre con 4 discos, así como los que han tenido que ejecutar la tarea con la Administración B tardan más tiempo, realizan un mayor número de movimientos y cometen más errores al realizar la prueba que los del grupo que lo hacen con tres discos y con la Administración A. Las diferencias encontradas son significativas a nivel estadístico en todas las variables (Nivel y Administración) estudiadas ($p < 0.05$).

A su vez, cuando se utiliza una tarea más compleja (4 discos) y los sujetos tienen que trabajar con restricciones de información (Administración B), las puntuaciones obtenidas por los sujetos se incrementan considerablemente con un aumento muy significativo en las mismas. De igual forma, también son significativas a nivel estadístico las diferencias encontradas para la interacción (Nivel x Administración) de estas variables ($p < 0.05$).

Discusión

Evidentemente los resultados obtenidos muestran que el nivel de dificultad utilizado tiene un efecto directo sobre el tiempo necesario para solucionar la tarea. Mientras mayor es el nivel de dificultad más altas son las puntuaciones obtenidas en las diferentes variables dependientes estudiadas. Esto significa que hay ciertos problemas que son más complicados de solucionar que otros, que necesitan de diferentes estrategias y que consumen más requisitos del sistema, lo que se traduce también en aumento de las puntuaciones en las variables dependientes. Las puntuaciones más altas son las obtenidas por los sujetos que tienen que resolver el problema con cuatro discos y con restricciones de información.

Para ejecutar esta tarea, tanto el nivel de dificultad (3/4 discos) como las restricciones de información (Administración A/B), necesitan involucrar el funcionamiento del sistema ejecutivo relativo a la anticipación, comprensión, y elaboración del programa completo para solucionarla. Los sujetos necesitan la capacidad para empezar una actividad (drive), y también la capacidad para planificar (planning), y dirigir el orden apropiado de sub-metas para conseguir el objetivo final. A su vez, deben comprender la complejidad de la situación, las reglas que se siguen en el problema y comprobar sus hipótesis. Para hacerlo deben tener una necesidad para empezar la tarea y luego mantenerla hasta conseguir la meta planteada (consumo de atención). Mientras se está ejecutando esta tarea, se debe dirigir todo lo que se hace para comprender su pertinencia, modificando la

ejecución con los errores cometidos para llegar a la meta correcta final (monitorización), sin olvidar la capacidad de prospectiva y/o anticipatoria propia de la memoria de trabajo que es específicamente frontal. Todo este proceso complejo está bajo la dirección del sistema ejecutivo.

Cuando no se tiene toda la información necesaria para solucionar el problema, se debe cambiar la forma de procesar la información de acuerdo con el feedback que el ordenador proporciona sobre la ejecución realizada. Estos problemas son complicados de resolver y requieren una mayor implicación del sistema ejecutivo puesto que los sujetos tienen que pensar el camino que tienen que seguir, y no porque estén inmersos en la tarea de buscar entre el enorme número de alternativas posibles. (Holyoak, 1990). Los sujetos aparte de demostrar la habilidad para conseguir la meta, también tienen que mostrar su capacidad para descubrir las reglas de transformación. Este es el procedimiento necesario para evaluar la complejidad de este sistema ejecutivo. (León-Carrión et al. op. cit.).

Mientras menor sea el número de discos y si se tiene toda la información necesaria para solucionar el problema, menor será la dificultad planteada a los componentes del sistema ejecutivo. En este caso, este es el procedimiento a seguir para evaluar la integridad del sistema. Si un sujeto falla en este proceso de poca dificultad, se puede decir que su sistema ejecutivo no funciona correctamente. También puede ocurrir que una persona tenga su sistema ejecutivo intacto, pero éste no será ni muy sofisticado ni muy complejo (puede ser el caso de aquellos que resuelven la prueba con tres discos y la Administración B, pero no pueden resolver la tarea cuando se complejiza con cuatro discos). Esto significa que el sistema necesita para operar una estructura simple que le permite desarrollar actividades de la vida diaria de poca complejidad de forma adaptada y correcta. Parece como si la naturaleza dotara a los seres humanos de un sistema capaz de solucionar problemas elementales y, (lo más importante), de la habilidad de aprender. El aprendizaje procedimental sería un camino natural y fácil para construir el sistema ejecutivo, mientras el aprendizaje declarativo sería un camino más elaborado. Probablemente, la educación y la complejidad del ambiente social y físico funcionen como sus formadores. De esta forma esa estructura simple se va haciendo más compleja. Cohen, (1984), y Cohen et al, (1985), sugieren que la Torre de Hanoi pudiera ser el tipo de tarea que podría hacerse procedimentalmente incluso por pacientes amnésicos.

El tiempo total consumido al ejecutar la tarea se puede interpretar como un índice de la habilidad para solucionar el problema. Es decir, es un índice de la capacidad de procesamiento y de la integridad de todo el sistema. Mientras menores sean las puntuaciones, mejor será su integridad y efectividad. Los sujetos necesitan la capacidad para comenzar la actividad y

también la capacidad para mantener, planificar, y dirigir el orden apropiado de submetas para conseguir la meta final. De esa forma, deben comprender la complejidad de la situación, las reglas del problema y la hipótesis a comprobar, influyendo todas ellas sobre la variable tiempo.

El número total de movimientos puede ser visto como el uso de estrategias de aprendizaje. Mientras menores sean las puntuaciones, mejor será el uso de estrategias del sistema, y mejor será también el uso de los mecanismos relacionados con la retroalimentación (feedback). Probablemente sea esta la mejor puntuación para conocer la integridad de los circuitos prefrontales.

El número total de errores en su conjunto se puede asociar con el mecanismo que dirige la retroalimentación del sistema ejecutivo. Mientras menor sea la puntuación, mejor es la integridad del mecanismo.

La puntuación en los Errores Tipo 3 es un índice de la capacidad de aprendizaje. Mientras menor sea su puntuación, mejor es la capacidad, y además también podría ser un índice para observar la integridad del sistema. Los sujetos con puntuaciones altas en esta variable, ni si quiera entienden la situación de examen. Desde otra interpretación este tipo de respuestas se da asociada a sujetos muy impulsivos. En este caso esta impulsividad también es un indicador sobre el funcionamiento del sistema.

La puntuación de errores tipo 2, al igual que ocurre en la anterior, pueden indicar la incapacidad del sujeto no ya para aplicar y/o descubrir las reglas necesarias para realizar la tarea, sino también para entender las instrucciones básicas y elementales para ejecutar la prueba.

Conclusiones

Los resultados indican que la Torre de Hanoi/Sevilla (THS) incluida en la Batería Neuropsicológica Computarizada Sevilla (BNS) (León-Carrión, 1999), es una prueba que reúne todos los criterios conceptuales para ser utilizada en la evaluación de las funciones ejecutivas. Los datos indican que la mejor forma para evaluar la integridad y el funcionamiento del sistema ejecutivo en general es la aplicación de la versión en la que se utilizan tres discos y la Administración B (restringir las reglas criteo al sujeto). Para valorar la sofisticación del sistema y el nivel de funcionamiento ejecutivo se debe utilizar la versión que presenta cuatro discos y la Administración B.

El análisis cualitativo conjuntamente con el cuantitativo de los resultados obtenidos por una persona en la realización de esta prueba permitirán,

asímismo, conocer la capacidad que tiene para resolver problemas y también cómo utiliza sus recursos cognitivos.

Referencias

Anzay, Y., & Simon, H.A. (1979). The theory of learning by doing. *Psychological Review*, 86, 124-140.

Barroso y Martín, J. (1994). *Procesos y estrategias de resolución de problemas. Un estudio a través de la Torre de Hanoi*. Trabajo de investigación no publicado. Facultad de Psicología. Universidad de Sevilla.

Cohen, N.J. (1984). Preserved learning capacity in amnesia: Evidence for multiple memory systems. En L.R. Squire & N. Butters (Eds.), *Neuropsychology of Memory* (1st Ed. pp. 83-103). New York: Guilford Press.

Cohen, N.J, Eichenbaum H, DeAcedo H & Corkin S. (1985). Different memory systems underlying acquisition of procedural and declarative knowledge. *Annals by the New York Academy os Sciences*, 444, 54-71.

Egan, D.E. (1973). The structure of experience acquired while learning to solve a class problem. Unpublished Doctoral Thesis. Michigan University.

Gagnè, R.M., & Smith, E.C. (1962). A study if the effects of verbalization on problem solving. *Journal of Experimental Psychology*, 63, 12-18.

Holyoak, KJ. (1990). Problem solving. In: D.N. Osherson & E.E. Smith (Eds.), *Problem Solving* (pp. 117-146). Cambridge, Massachusetts: The Mit Press.

Hormann, A. (1965). M. Gaku: An artificial student. *Behavior Science*, 10, 88-107.

Karat, J. (1982). A model of Problem Solving with incomplete Constraint Knowledge. *Cognitive Psychology*, 14, 538-559.

Klahr, D., & Robinson, M. (1981). Formal Assessment of Problem-solving andplanning processes in Preschool Children. *Cognitive Psychology*, 13, 113-148.

Klix, F. (1971). *Information und verhalten*. Berlin: VEB Deustcher Verlag der Wissenschaften.

León-Carrión, J., Morales, M., Forastero, P., Dominguez, M.R., Murillo, F., Jimenez-Baco, R., & Gordón, P. (1991). The computericed Tower of Hanoi: A new form of administration and suggestions for interpretation. *Perceptual ande Motor Skills*, 73, 63-66.

León-Carrión, J. (1999). *Batería Neuropsicológica Computarizada Sevilla*. Madrid: TEA.

Simon, H.A. (1975). The functional equivalence of problem solving skills. *Cognitive Psychology*, 7, 268-288.

Spitz, H.H., Webster, N.A., & Borys, S.V. (1982). Further Studies of the Tower of Hanoi Problem-solving Performance of Retarded Young Adults and Nonretarded Children. *Developmental Psychology*, 18 (6), 922-930.

Recibido 15 Junio, 2000

Aceptado 18 Junio, 2001