

Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Aeroespacial
Int. en Navegación Aérea

Modelado y Simulación de un
Receptor Digital Loran

Autor: Eduardo de la Rosa Padrón

Tutor: Joaquín Granado Romero

Dep. Ingeniería Electrónica
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2017



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Aeroespacial
Int. en Navegación Aérea

Modelado y Simulación de un Receptor Digital Loran

Autor:

Eduardo de la Rosa Padrón

Tutor:

Joaquín Granado Romero
Profesor Titular de Universidad

Dep. Ingeniería Electrónica
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2017

Trabajo Fin de Grado: Modelado y Simulación de un Receptor Digital Loran

Autor: Eduardo de la Rosa Padrón

Tutor: Joaquín Granado Romero

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2017

El Secretario del Tribunal

*A los que creyeron en mí cuando
yo no lo hacía: mi familia*

Agradecimientos

Lo primero es lo primero: la familia, sin los que todo esto no habría sido posible. Gracias al esfuerzo de todos ellos, tanto de los que viven bajo mi mismo techo como de los que no, hoy yo no estaría aquí. Soy quien y como soy porque ellos han tenido la paciencia de enseñarme, *al golpito*, cómo ser una persona humilde, agradecida y honrada.

Me gustaría también expresar lo afortunado que me siento por haber podido realizar este proyecto con aquel profesor con quien siempre deseé hacerlo, Joaquín Granado. Querría agradecerle de forma especial y efusiva el haber aceptado de manera incondicional ser mi tutor, por toda su ayuda prestada, su trato cercano y cómodo, su consejo, y por su dedicación.

Dicen que los amigos son la familia que uno elige. Yo he elegido una familia más bien reducida, y que ahora anda un tanto dispersa, pero con la seguridad de que hemos establecido lazos no volátiles. Debo pedirles perdón y darles las gracias por el mismo motivo: soportarme durante estos años compartidos donde cada uno ha aportado su hilo particular para confeccionar un saco de recuerdos inmenso. De entre ellos debo nombrar a Mauricio Di Rado por haberme ayudado de forma completamente desinteresada con el ámbito idiomático de este trabajo.

No puedo finalizar estos agradecimientos sin hacer una mención especial a Ruymán Cruz, profesor del Departamento de Análisis Matemático de la Universidad de La Laguna, pero ante todo amigo, por su valioso apoyo a lo largo de todos estos años, tanto en lo personal como en lo académico. Sus meticulosas aportaciones han contribuido a aportar el rigor que este documento se merece.

*Eduardo de la Rosa Padrón
Sevilla, 2017*

Resumen

El sistema de radionavegación Loran-C (LONg RANge Navigation) se trata de un sistema de navegación hiperbólico (las líneas de posición son hipérbolas) empleado masivamente por aviones y barcos del bando aliado en la Segunda Guerra Mundial, y que posteriormente pasaría a utilizarse en el transporte civil y comercial. El enfoque principal de este TFG es el estudio de este sistema de navegación, desconocido para muchos. Para ello este documento se ha dividido en 5 capítulos cuyos contenidos se introducen a continuación.

En primer lugar, y como no podía ser de otra forma, se comienza este documento con un capítulo de introducción donde se contextualiza este sistema mediante una breve reseña histórica desde su origen hasta la actualidad. Seguidamente se concretan los objetivos principales que se planifican para este proyecto y se recopilan las principales hipótesis simplificadoras asumidas. Los tres pilares fundamentales a conseguir son: el estudio pormenorizado del funcionamiento de este sistema, el diseño de un receptor que permita recibir la señal y sustraerle la información, y la realización de simulaciones para verificar el modelo y conocer el desempeño del propio sistema.

A continuación, en el capítulo 2 se describen todos aquellos elementos que permiten comprender cómo se comporta Loran-C, tanto del punto de vista de los fundamentos de navegación como de las características de su señal. Además se incluyen otros apartados de índole más cualitativa sobre la propagación de las ondas de este sistema y una sucinta exposición de los equipos y funcionalidades que son necesarios para la transmisión y recepción de las señales.

Seguidamente el capítulo 3 incluye una exposición en profundidad del receptor digital Loran-C propuesto y desarrollado en MATLAB. Aunque cada bloque funcional que lo compone se detalla y justifica debidamente en este capítulo, se puede indicar a modo de preámbulo que el receptor sugerido consta de tres bloques principales: un detector de la señal, un algoritmo de extracción de información y un estimador hiperbólico. El primer bloque trata de manipular la señal de manera que quede en unas condiciones favorables para que el bloque ulterior pueda demodularla. Una vez obtenida la información relevante se ha implantado un estimador simple y eficiente que proporcione la posición. De entre las numerosas ventajas que supone transformar un sistema de analógico a digital (reducción de volumen y peso de los dispositivos, aumento en la velocidad de procesamiento, aumento de la fiabilidad mediante integración de sistemas, detección automática de errores, etc), la que más se ha explotado aquí ha sido la facilidad de implantación de algoritmos de procesamiento de señal más sofisticados. Esto ha permitido construir un receptor robusto a través de la aportación de funcionalidades tales como modos de operación, ajuste automá-

tico de umbrales o condiciones de verificación, posibilitando su operación incluso en entornos sumamente ruidosos.

Una vez se considera finalizado el trabajo de modelar el sistema receptor, es necesario probar su funcionamiento realizando diversas simulaciones que ilustren tanto el funcionamiento del propio receptor como del sistema en su conjunto. Para las simulaciones de este capítulo 4 se han empleado tres actuaciones típicas de la aeronave: vuelo en punto fijo, trayectoria recta y viraje. En cada una de ellas se ha caracterizado el error en la estimación de la posición cometido por el receptor respecto a la ubicación real. El comportamiento del error ante la variación de ciertos parámetros de configuración permitirá analizar el desempeño del sistema Loran-C. En particular, se ha constatado que la calidad de las estimaciones dependen fuertemente del gradiente hiperbólico de la ubicación y del SNR de la señal recibida, pero de forma bastante más débil de la frecuencia de muestreo del receptor y de la velocidad y tipo de trayectoria descrita por el vehículo. Se han mejorado los resultados obtenidos haciendo uso del diezmado, con el que se consigue aumentar la precisión y exactitud significativamente.

Todos los resultados obtenidos en el capítulo anterior confluyen en una serie de conclusiones que se incluyen en un capítulo 5 junto con una batería de propuestas de ampliación y mejora de este trabajo que, por falta de tiempo o exceso de trabajo, no han podido llevarse a cabo en el presente TFG.

Abstract

Radionavigation system Loran-C (LONg RANge Navigation) is an hyperbolic navigation system (position lines are hyperboles) used massively by Allies' Side's planes and ships during World War II and by civil and commercial transport afterwards. The main focus of this project is the study of the mentioned navigation system, unknown for many. To do so, this document has been divided in 5 chapters that I am about to explain.

First of all, as you would expect, we begin this document with an introduction chapter contextualizing this system with a short historical review from its origins to the present. Then we will establish the main objectives of this project and set the simplifying hypothesis that has been assumed. The three main pillars we hope to achieve are: the detailed study of this system's functioning, the design of a receiver that allow us to receive the signal and demodulate the information within, and the realization of simulations to verify the model and get to know the performance of the system itself.

Then, in chapter 2 all the elements that allow us to understand how Loran-C behaves are described, from the navigation basics point of view and the signal characteristics one as well. Also, other sections of a more qualitative nature are included about the wave propagation of this system and a succinct exposition of the equipment and functionalities that are necessary for the transmission and reception of the signals.

Afterwards, chapter 3 includes a deep exposition of the proposed Loran-C digital receiver developed in MATLAB. Even though every functional part is described and justified in this chapter, as a preamble we could point out that the suggested receiver is made out of three different parts: the signal detector, the information-extractor algorithm and a hyperbolic estimator. The first one tries to manipulate the signal so that it is in favorable conditions for the subsequent part can demodulate it. Once the important information has been obtained, a simple and efficient estimator has been implanted to provide the position. Out of all the advantages of transforming an analogic system to a digital one (reduction of size and weight of the devices, improvement in processing speed, automatic error detection, etc.), the one that has been the most exploited here has been the ease to implement more sophisticated processing algorithms. That allowed a strong receiver to be built through the addition of functionalities such as operating modes, thresholds auto-adjustments or verification conditions, enabling its use even in extremely noisy environments.

Once we finish modeling the receiver system, it becomes a necessity to test its performance through different simulations that show how the receiver works and then

the system as a whole. For the simulations in chapter 4, three typical configurations had been used: hovering, straight trajectory and circular banking turn. In each one of them has been characterized the error in the estimation of the position committed by the receiver with respect to the actual location. The way that error behaves with the variation of certain parameters allows the study of Loran-C. In particular, it has been found that the quality of the estimation strongly relies on the hyperbolic gradient of the position and the signal's SNR, but not so much on the sampling frequency of the receiver and the speed and type of the vehicle's path. The results had been improved with the use of decimate, improving the precision significantly.

All the results from chapter 4 come together in a series of conclusions included in chapter 5 alongside a few proposals of expansion and improvement of this document that, because of lack time or work overload, could not be accomplished in this project.

Índice

Agradecimientos	I
Resumen	III
Abstract	V
Índice	VIII
Índice de figuras	IX
Índice de tablas	XIII
1. Introducción: justificación y objetivos	1
1.1. Reseña histórica	1
1.2. Objetivos	3
1.2.1. Metodología e hipótesis generales	3
2. Loran-C: fundamentos y características	5
2.1. Principios de operación del sistema	5
2.1.1. Líneas de posición	5
2.1.2. Arquitectura Loran-C	11
2.2. Características de la señal	12
2.2.1. Forma del pulso Loran-C	12
2.2.2. Transmisión de los pulsos	13
2.3. Propagación	17
2.3.1. Mecanismos de propagación	17
2.3.2. Velocidad de propagación	19
2.4. Equipamiento Loran-C	21
2.4.1. Emisión	21
2.4.2. Recepción	22
3. Receptor digital Loran-C propuesto	25
3.1. Estructura del receptor	25
3.2. Detección de señal	26
3.2.1. Filtros (BPF y LPF)	26
3.2.2. Detector de envolvente	27
3.2.3. Correlación cruzada	30
3.3. Control del receptor	32
3.3.1. Modo escucha	33
3.3.2. Modo detección	37

3.4. Estimación de la posición	41
3.4.1. Fuentes de error	43
3.4.2. Fuentes adicionales	47
4. Resultados de las simulaciones	49
4.1. Metodología	49
4.2. Simulaciones realizadas	50
4.2.1. Posicionamiento estático	50
4.2.2. Posicionamiento móvil	55
4.3. Efecto del canal	66
4.3.1. Ruido	66
4.3.2. Atenuación	69
5. Conclusiones y trabajos futuros	73
5.1. Conclusiones	73
5.2. Propuestas de ampliación	74
Nomenclatura	77
Bibliografía	81
Anexo A. Información de las Loran-C chain	85
Anexo B. Método de Chan	91
B.1. Modelo matemático general para la estimación hiperbólica de la posición	91
B.2. Propuesta de resolución del Método de Chan	92

Índice de figuras

2.1. El sistema Loran-C: dos transmisores cada uno de ellos radiando breves pulsos de anchura especificada con un intervalo de repetición fijo	6
2.2. Línea LOP producida por dos estaciones transmisoras emitiendo pulsos simultáneamente	6
2.3. Familia de LOPs producidas por dos estaciones transmisoras emitiendo pulsos simultáneamente	7
2.4. Modificación de las LOPs de la Fig. 2.3. La estación B no comienza su transmisión hasta que es disparada por un pulso proveniente de la estación A	8
2.5. Una modificación adicional en las LOPs de la Fig. 2.3. La estación B no sólo debe esperar la recepción de un pulso de la estación A sino además un CD, alterando el valor de la diferencia temporal que caracteriza a cada LOP	9
2.6. Cronograma de emisión y recepción de la señal	9
2.7. Un <i>chain</i> está constituido por un <i>master</i> y hasta un total de cinco <i>slaves</i>	11
2.8. Forma del pulso unitario del sistema Loran-C	13
2.9. Transmisión Loran-C por <i>single pulsing</i>	14
2.10. Transmisión Loran-C por <i>multiple pulsing</i>	14
2.11. Restricciones para la asignación del ED	15
2.12. <i>Ground waves</i> y <i>sky waves</i>	19
2.13. Área típica de cobertura para el día y la noche del sistema Loran-C	20
2.14. Diagrama funcional del equipamiento de una estación Loran-C	21
2.15. Disposición típica de los equipos de transmisión	22
2.16. Ejemplos de receptores Loran-C embarcados en aeronaves	24
2.17. NGA <i>Loran chart</i> para el <i>chain</i> 9940, parejas 9940-X y 9940-Y	24
3.1. Diagrama de la arquitectura del receptor	25
3.2. Forma directa de un filtro FIR discreto de orden N	26
3.3. Módulo de la respuesta en frecuencia de los filtros FIR BPF y LPF	27
3.4. PSD de las señales entrante y saliente a los filtros BPF y LPF, así como el de su original transmitida	28
3.5. Circuito DdE digital	29
3.6. Diferentes comportamientos del DdE ante distintos valores de τ_1 y τ_2	31
3.7. Comportamiento del DdE para los parámetros τ_1 y τ_2 ajustados	32
3.8. Umbrales, medidas del ruido e instantes CheckMax	33

3.9. Porcentaje de los valores aleatorios que caen dentro de la banda centrada en la media de una distribución normal y con un ancho de dos, cuatro y seis desviaciones estándar	35
3.10. Posibles escenarios que pueden presentarse a la hora de validar un máximo en el instante CheckMax	36
3.11. OAs antes y después del procedimiento de retraso	38
3.12. Casuística presentable en la detección de estaciones	39
3.13. Diagrama de flujo detallado del control del receptor	40
3.14. Señales producidas de cada etapa del receptor	42
3.15. Error de estimación de la posición debida al movimiento del vehículo	43
3.16. Señal formada en el receptor para diferentes valores de T_s	44
3.17. Áreas de incertidumbre en función del gradiente hiperbólico	45
3.18. Familia de LOPs de una pareja <i>master-slave</i> donde se ilustran los excesivos gradientes que se tienen cerca de la <i>baseline extension</i>	46
4.1. Esquema metodológico propuesto para el estudio del sistema Loran-C	49
4.2. Comparación entre la (in)exactitud y la (im)precisión	52
4.3. Error DRMS en función del SNR y el gradiente para el posicionamiento estático	53
4.4. Posiciones estimadas para diferentes valores de SNR durante posicionamiento inmóvil	55
4.5. Definición gráfica de ATE y XTE	56
4.6. Definición de precisión y exactitud en términos probabilísticos	57
4.7. Posiciones estimadas para diferentes valores de SNR volando a 250 km/h en trayectoria recta	59
4.8. Posiciones estimadas para diferentes valores de SNR volando a 900 km/h en trayectoria recta	59
4.9. Posiciones estimadas diezmaradas un factor 12 frente a las originales para diferentes valores de SNR volando a 250 km/h en trayectoria recta	60
4.10. Histogramas y ajuste a distribución normal de errores ATE y XTE para diferentes valores de SNR volando a 250 km/h en trayectoria recta; estimaciones originales	61
4.11. Histogramas y ajuste a distribución normal de errores ATE y XTE para diferentes valores de SNR volando a 250 km/h en trayectoria recta; estimaciones diezmaradas	62
4.12. Posiciones estimadas diezmaradas un factor 12 frente a las originales para diferentes valores de SNR volando a 900 km/h en trayectoria recta	63
4.13. Histogramas y ajuste a distribución normal de errores ATE y XTE para diferentes valores de SNR volando a 900 km/h en trayectoria recta; estimaciones originales	64
4.14. Histogramas y ajuste a distribución normal de errores ATE y XTE para diferentes valores de SNR volando a 900 km/h en trayectoria recta; estimaciones diezmaradas	65
4.15. Posiciones estimadas para diferentes valores de SNR volando a 900 km/h en viraje	67
4.16. Efecto del ruido sobre la señal transmitida para diferentes valores de SNR	69

4.17. Efecto de la atenuación de la señal en la detección/validación de un grupo de pulsos	71
--	----

Índice de tablas

2.1.	Valores que adoptan las funciones $pcXY$	16
2.2.	Permitividad y conductividad de diferentes medios de propagación . .	21
4.1.	Parámetros de configuración establecidos para las simulaciones	51
4.2.	Información del <i>chain</i> empleado	51
4.3.	Valores estimados de la media y desviación estándar para el ajuste gaussiano de los errores en el caso de vuelo a 250 km/h	58
4.4.	Valores estimados de la media y desviación estándar para el ajuste gaussiano de los errores en el caso de vuelo a 900 km/h	58
4.5.	Valores estimados de la media y desviación estándar para el ajuste gaussiano de los errores en el caso de vuelo a 900 km/h	66
A.1.	Información de las Loran-C chain en coordenadas WGS-84	86
A.2.	Información de las Loran-C chain en coordenadas WGS-84 (cont.) . .	87
A.3.	Información de las Loran-C chain en coordenadas WGS-84 (cont.) . .	88
A.4.	Información de las Loran-C chain en coordenadas WGS-84 (cont.) . .	89

Capítulo 1

Introducción: justificación y objetivos

*Lucha, mientras los demás están durmiendo.
Aprende, mientras el resto está de fiesta.
Vive, como ellos sueñan.*

Katinka Hosszú, nadadora húngara

1.1. Reseña histórica

EL sistema Loran (LONg RANge Navigation) es un sistema de radionavegación hiperbólico que permite al receptor determinar su ubicación gracias a la escucha de señales de radio de baja frecuencia transmitidas por estaciones fijas en tierra. En general, cualquier tipo de navegador se posiciona gracias a la intersección de dos líneas de posición situadas sobre la superficie terrestre. Cada una de estas líneas es el lugar geométrico en el que un determinado parámetro que las caracterice tiene un valor específico. Es conveniente clasificar los sistemas de ayuda a la navegación acorde con la forma que puede adoptar sus líneas de posición [1]:

- Posicionamiento mediante la determinación de dos direcciones: las líneas son radios (por ejemplo, el sistema ADF).
- Posicionamiento mediante la determinación de una dirección y una distancia: por coordenadas polares (por ejemplo, el sistema RADAR).
- Posicionamiento mediante la determinación de dos distancias: las líneas son circunferencias (por ejemplo, el sistema DME).
- Posicionamiento mediante la determinación de dos diferencias de distancia: las líneas son hipérbolas, como es el caso del sistema Loran.

Por suerte o por desgracia, el ingenio del ser humano se agudiza durante las etapas de guerra con el fin de estar en una mejor posición que el enemigo. Un gran número de descubrimientos e inventos se han logrado durante las épocas bélicas, y Loran no escapa a este macabro origen. Durante la Primera Guerra Mundial se ideó un método para localizar las armas enemigas camufladas, que consistía en medir las diferencias entre los tiempos con los que eran escuchados sus disparos por tres puestos de escucha diferentes. Estos puestos se encontraban eléctricamente conectados, por lo

que las tres denotaciones recibidas de un mismo disparo efectuado por un arma podían ser registrados en un cronógrafo. El intervalo de tiempo transcurrido desde la llegada de un sonido a uno de los puestos hasta su llegada a otro es una medida de cuánto la distancia del arma al segundo puesto excede la distancia al primero. Esta diferencia es precisamente la constante que define una hipérbola, en cuyos focos se encuentran los dos puestos de escucha. El intervalo temporal entre la recepción del sonido del disparo por el segundo puesto y un tercer puesto adicional localiza el arma sobre una línea de posición hiperbólica que pasa entre los dos puestos y que es cóncava hacia el más cercano. De manera análoga, se tendría otra línea de posición diferente para los dos primeros puestos. Estas dos líneas de posición hiperbólicas se intersectan en el arma, lo que permitía a los soldados conocer su localización y así poder destruirla. Este es el principio en el que se basan los sistemas de navegación denominados hiperbólicos, cambiando las señales sonoras por señales de radio. Gran Bretaña y Estados Unidos fueron los pioneros en su desarrollo desde su aparición hasta llegar al que fue el sistema hiperbólico por excelencia: Loran-C [1].

Este sistema ha estado operativo en los EE.UU. desde los años 70 [2], proporcionando una precisión en el posicionamiento de centenares de metros. Cuando el GPS (*Global Positioning System*) apareció en la década de 1980, con una precisión de decenas de metros, muchos empezaron a considerar a Loran-C irrelevante. Sin embargo, otros veían en él una fuente esencial de posicionamiento y tiempo en la que confiar en caso de fallo del GPS. En septiembre de 2001, casi simultáneamente a los atentados del 9/11, el gobierno de los EE.UU. publicó su “Volpe Report” [3]. En él se explicaba el grado en el que tanto los EE.UU. como otros países estaban empezando a basar sus infraestructuras críticas en el sistema GPS. El informe manifestaba la vulnerabilidad del GPS (y otros sistemas GNSS -*Global Navigation Satellite System*-) a las interrupciones del servicio debidas a interferencias intencionadas y no intencionadas. Se reconoció a Loran como una potencial solución para este importante problema. Esto atrajo el interés mundial y trajo consigo un ímpetu en modernizar el sistema Loran en EE.UU. El programa americano de evaluación y modernización de Loran fructificó en una nueva versión que ofrecía notables mejoras en las prestaciones, versión que se denominó Enhanced Loran (eLoran). Este renovado sistema ofrecía una mayor exactitud, integridad y continuidad a la vez que se preservaban los requisitos de disponibilidad del Loran-C tradicional.

Estas mejoras se han obtenido principalmente a través de la adición de un *data channel* (LDC, *Loran Data Channel*), siendo esta la principal diferencia entre ambas versiones de Loran. Este *data channel* permite a eLoran cumplir con los requisitos que se imponen para aterrizajes haciendo uso de instrumentos de aproximación de no precisión (NPA, *Non-Precision Approach*), y de llevar con seguridad a los barcos a puerto (HEA, *Harbor Entrance and Approach*) en condiciones de poca visibilidad. eLoran se mostró capaz también de proveer referencias de tiempo y frecuencia extremadamente precisas necesarias para los sistemas de telecomunicaciones que emplean comunicaciones de audio e internet. La idea del LDC es enviar con un bajo *bitrate* mensajes tales como correcciones diferenciales en tiempo real, avisos, e incluso información sobre la integridad de la señal al receptor del usuario por medio de la transmisión Loran. Estas correcciones son ofrecidas por estaciones de referencia que detectan diminutas variaciones en la señal eLoran, de manera similar a cómo operan las estaciones de referencia de los GNSS diferenciales, permitiendo a los receptores corregir estas variaciones. Ya que eLoran emplea transmisores de gran potencia para

emitir señales de baja frecuencia (no microvatios y microondas como GNSS), es muy improbable que pueda ser perturbada o interferida por las mismas causas por las mismas causas que afectan a las señales GNSS. Esto implica que pequeños receptores eLoran, incluso incorporados en las mismas unidades GNSS, pueden mitigar el impacto de las interrupciones de los GNSS [4]. La FAA (*Federal Aviation Administration*) declaró que “[...] la modernización del sistema Loran podría satisfacer los actuales restricciones NPA, HEA y de tiempo/frecuencia en los EE.UU. y podría ser empleado para mitigar los efectos operacionales de una interrupción en el servicio GPS, permitiendo de esta manera a los usuarios conservar los beneficios derivados del uso del GPS” [5].

Esto no impidió que años más tarde el entonces presidente de EE.UU., Barack Obama, cumpliera su promesa de eliminar programas federales, como el del sistema Loran-C, considerados innecesarios e inviables económicamente a causa de la importante inversión en nueva infraestructura y equipamiento del usuario necesaria para implantar eLoran. La USCG (*United States Coast Guard*) declaró que “Loran-C [...] se había convertido en un sistema anticuado que ya no era requerido por las fuerzas armadas, el sector del transporte o los intereses de seguridad de la nación”, finalizando así las transmisiones de todas las señales Loran-C en terreno americano el pasado día 8/2/2010 [6]. Consecuentemente, el sistema entró en decadencia a nivel mundial.

1.2. Objetivos

Este trabajo surge en relación con un concepto propuesto por la Universidad de Delft conocido como Eurofix [7], en el que se trata de combinar sistemas GNSS (como GPS y Galileo) y Loran-C en un único sistema integrado. El primer paso para ello es analizar individualmente cada sistema y sus actuaciones. Se ha optado por estudiar en concreto el sistema Loran-C por ser bastante más desconocido que los sistemas GNSS, sobre todo en el mundo aeronáutico.

El propósito principal de este trabajo será el estudio detallado de este sistema desde el punto de vista de la señal. Para ello primero habrá que comprender tanto los fundamentos que rigen el funcionamiento de este sistema hiperbólico como las características propias de la modulación Loran-C que permitan generar la señal. Conocidos estos aspectos se está en disposición de proponer una arquitectura digital de receptor que permita la detección de la señal Loran-C y la posterior extracción de la información necesaria para poder estimar la posición del receptor. En último lugar, y con el propósito doble de validar el diseño planteado y conocer las actuaciones del propio sistema de navegación, se realizarán una serie de simulaciones en diferentes escenarios y configuraciones.

Se ha procurado hacer hincapié en la contrastación de la información mediante la consulta en multitud de referencias de legítima procedencia que enriquezcan y aporten veracidad.

1.2.1. Metodología e hipótesis generales

De manera conceptual, la metodología llevada a cabo partirá de la definición arbitraria de una trayectoria real seguida por el vehículo, en este caso una aeronave. El conocimiento de estos puntos permite conformar una señal de el transmisor que

después de atravesar un canal arriba a un receptor capaz de ofrecer una estimación de la posición. El análisis del sistema se basa en la comparación entre la trayectoria previamente definida y la estimada por el receptor.

Entre las hipótesis esenciales asumidas a lo largo de este trabajo se encuentran:

- Hipótesis de tierra plana bidimensional. Por lo tanto, se pasa de trabajar en coordenadas geográficas tridimensionales (ϕ, λ, h) a coordenadas cartesianas bidimensionales (x, y) .
- Generación ideal de la forma de onda Loran-C en el bloque transmisor.
- Propagación de las ondas electromagnéticas a la velocidad de la luz y mediante *ground waves*.
- Todas las interferencias presentes en el canal se modelan como un ruido tipo AWGN. La atenuación provocada por el medio de propagación sigue el modelo de *free space path loss* (FSPL).

Capítulo 2

Loran-C: fundamentos y características

2.1. Principios de operación del sistema

Las estaciones transmisoras Loran envían un tren de pulsos con un período de valor fijo y conocido. El recíproco de esta tasa temporal será la frecuencia de repetición de pulsos, más conocido por su denominación anglosajona: *pulse repetition frequency* (PRF) o *pulse repetition rate* (PRR). Asumiendo que la velocidad de propagación de las señales de radio que transportan estos pulsos a través del espacio libre es igual a la de la luz [8], la distancia recorrida por un pulso puede ser medida mediante el tiempo que le toma viajar esa distancia, gracias a la propia definición de la velocidad.

$$v = \frac{d}{t} \implies t = \frac{d}{v}, \quad (2.1)$$

donde d = distancia en metros, $v \simeq c_0$ = velocidad de las ondas de radio en m/s, y t = tiempo en segundos tomado por el pulso en viajar d metros. Esto es posible gracias a que la velocidad de la luz es una constante universal conocida, siendo su valor $c_0 = 299\,792\,458$ m/s. En caso de que la propagación se realice por un medio que no se comporte de manera ideal a efectos de la propagación, la velocidad dependerá de la conductividad del mismo, no teniendo que ser necesariamente constante en toda la trayectoria recorrida (§2.3.2). Es habitual encontrarse esta circunstancia cuando la propagación se realiza mediante *ground waves* (§2.3.1), donde la conductividad dependerá principalmente de si el medio es oceánico o continental.

2.1.1. Líneas de posición

Considérense dos transmisores A y B transmitiendo simultáneamente el mismo tren de pulsos, irradiado omnidireccionalmente (Fig. 2.1). Si se asume que la distancia entre ambas estaciones es por ejemplo de 1800 km, empleando la ecuación (2.1) y haciendo la aproximación de que $c_0 \approx 3 \times 10^8$ m/s se puede obtener fácilmente el tiempo empleado por la señal en cubrir esa distancia.

$$t = \frac{1800 \times 10^3 \text{ [m]}}{3 \times 10^8 \text{ [m/s]}} = 6000 \text{ } \mu\text{s} \quad (2.2)$$

Un receptor situado en el segmento que une las localizaciones de ambas estaciones (denominado *baseline*) recibirá los trenes de pulsos emitidos por cada transmisor en

un instante de tiempo concreto que dependerá de la posición que ocupe el receptor en el *baseline*.

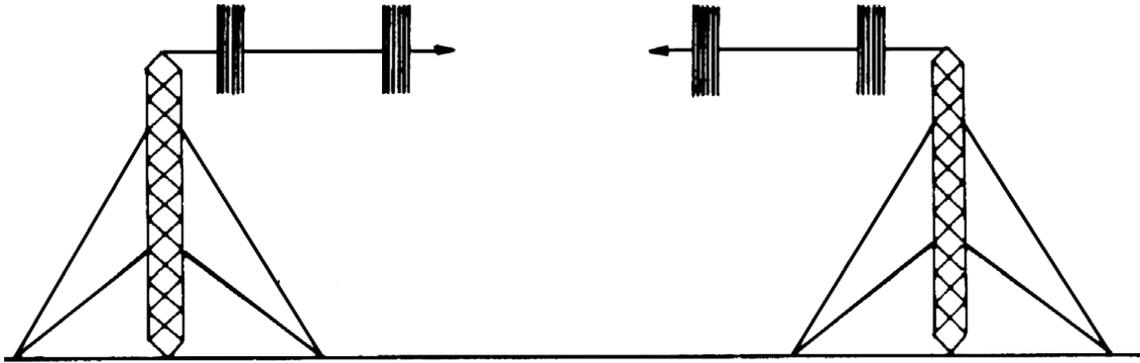


Figura 2.1: El sistema Loran-C: dos transmisores cada uno de ellos radiando breves pulsos de anchura especificada con un intervalo de repetición fijo (Fuente: [8]).

Si el receptor se encontrara ubicado a una distancia de 600 km de la estación A y a 1200 km de la estación B, los trenes de pulsos tardarían en llegar a este $2000 \mu\text{s}$ y $4000 \mu\text{s}$ respectivamente (cálculos análogos al ejemplo expuesto en (2.2)). Esto significa que la diferencia temporal (también como *time difference*, TD) entre ambas recepciones es de $4000 - 2000 = 2000 \mu\text{s}$. Existirán otras posiciones en la región entre los transmisores, no necesariamente en la *baseline*, donde TD tenga el mismo valor. Si se unen todos los posibles puntos donde TD vale $2000 \mu\text{s}$ se obtiene la llamada línea de posición (*line of position*, LOP). La Fig. 2.2 muestra un gráfico de todas las posibles posiciones donde la diferencia en la recepción de los pulsos es de $2000 \mu\text{s}$.

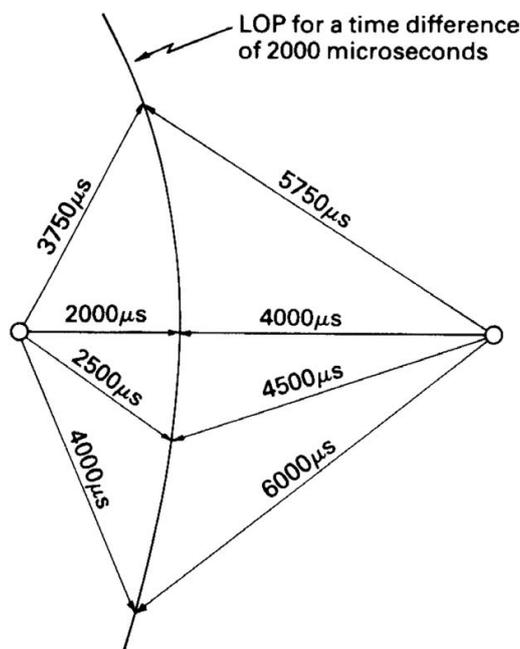


Figura 2.2: Línea de diferencia temporal constante (LOP) producida por dos estaciones transmisoras emitiendo pulsos simultáneamente (Fuente: [8]).

Llegado a este punto conviene recordar la definición de hipérbola. Una hipérbola se define como «el lugar geométrico de los puntos de un plano tales que el valor

absoluto de la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es igual a la distancia entre los vértices, la cual es una constante positiva»[9]. Esto es, en forma matemática:

$$|d(\vec{F}_1, \vec{x}) - d(\vec{F}_2, \vec{x})| = 2a = cte, \quad (2.3)$$

donde \vec{F}_1 y \vec{F}_2 son las posiciones de los focos y \vec{x} la de un punto cualquiera del plano. Nótese que es justamente esta condición, extrapolable al dominio temporal gracias a (2.1), la que se ha usado para definir las LOPs. Por tanto, la LOP mostrada en la Fig. 2.2 corresponde a una hipérbola con focos en las estaciones transmisoras. Es por esta razón por la que tanto Loran como otros sistemas con principios de funcionamiento semejantes son conocidos como sistemas hiperbólicos. Dos estaciones transmisoras definen una familia uniparamétrica (el parámetro será TD) completa de hipérbolas, todas ellas con focos en las estaciones. Por ello, al igual que para el caso de 2000 μs , se pueden representar otras hipérbolas de la misma familia pero con un valor de TD distinto. Esto se ha hecho en la Fig. 2.3 con un paso en TD de 1000 μs .

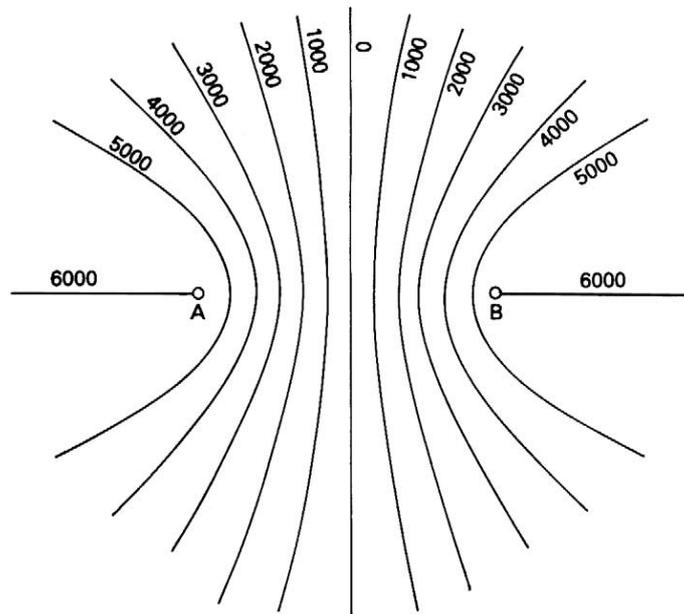


Figura 2.3: Familia de LOPs producidas por dos estaciones transmisoras emitiendo pulsos simultáneamente (Fuente: [8]).

En este diagrama puede advertirse que las diferentes LOPs se encuentran simétricamente dispuestas a ambos lados de la mediatriz del *baseline*, es decir, hay dos LOPs con el mismo valor (excepto la propia mediatriz). Por lo tanto, si la única información que recibe el receptor es el valor de TD, se puede inducir una ambigüedad ya este que no será capaz de discernir en cuál de las dos posibles LOPs se encuentra. Este inconveniente puede ser solventado haciendo que la segunda estación, tómesese arbitrariamente que sea B, se dispare¹ cuando llegue a ella un pulso de la estación A. La disposición hiperbólica de las LOPs para esta proposición de funcionamiento no difiere geoméricamente frente al caso anterior, aunque sí lo harán los valores de TD correspondientes a cada LOP, tal y como se ilustra en la Fig. 2.4.

¹El término ‘dispararse’ es una tosca traducción de ‘to be triggered’, que en electrónica se refiere generalmente a la activación de un dispositivo, periférico, etc. En este caso en particular una estación ‘se dispara’ quiere decir que inicia su transmisión de pulsos.

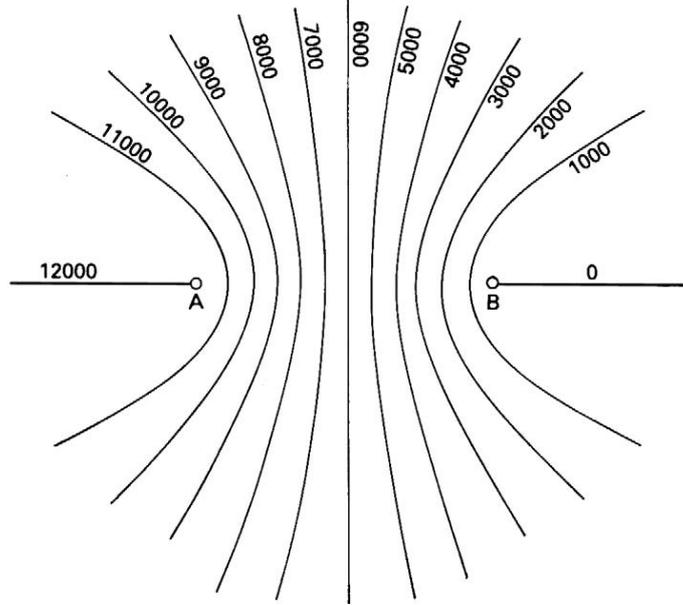


Figura 2.4: Modificación de las LOPs de la Fig. 2.3. La estación B no comienza su transmisión hasta que es disparada por un pulso proveniente de la estación A (Fuente: [8]).

En esta configuración la estación A se denota como estación *master* mientras que la estación B se la conoce como *slave*. De esta manera, podemos redefinir (2.3) de la siguiente forma:

$$|dM(\vec{x}) - dS(\vec{x})| = 2a, \quad (2.4)$$

donde dM denota la distancia al *master* y dS denota la distancia al *slave* desde la posición \vec{x} . Esta distribución, que aparentemente resuelve la indeterminación planteada, en realidad engendra otro problema. En la Fig. 2.4 se puede percibir que en la semirrecta que parte de la estación B paralela a la *baseline* y en dirección de alejamiento respecto de la estación contraria (llamada *baseline extension* tanto cuando el origen de la semirrecta es la estación *master* como *slave*), el TD entre dos pulsos provenientes de diferentes estaciones es menor que el propio ancho del pulso (Loran-C tiene un ancho de pulso de $250 \mu s$). De hecho es cero en la propia *baseline extension*. Por consiguiente, en estas regiones es imposible separar ambos pulsos con el fin de medir el TD. Este inconveniente se resuelve retrasando la transmisión del pulso emitido por la estación *slave* una cierta cantidad de tiempo después de que dicha estación haya sido ‘disparada’. Este retraso se conoce como *coding delay* (CD). En la Fig. 2.5 se han representado las LOPs cuando el *coding delay* es de $1000 \mu s$.

El tiempo total transcurrido desde que la transmisión parte del *master* hasta que tiene lugar la del *slave* se denomina *emission delay* (ED). Este tiempo es igual a la suma del tiempo tomado por la señal que parte del *master* en viajar hasta la estación *slave* (bautizada como *baseline travel time*, BTT) y el *coding delay* (ec. 2.5) [8]. La Fig. 2.6 resulta muy útil para esclarecer la consecución temporal de todos estos instantes.

$$ED = BTT + CD \quad (2.5)$$

Recapitulando, se tiene que ya no se presentan dos LOPs con el mismo TD, eliminando así la posible ambigüedad, que junto con la inclusión del CD se garantiza

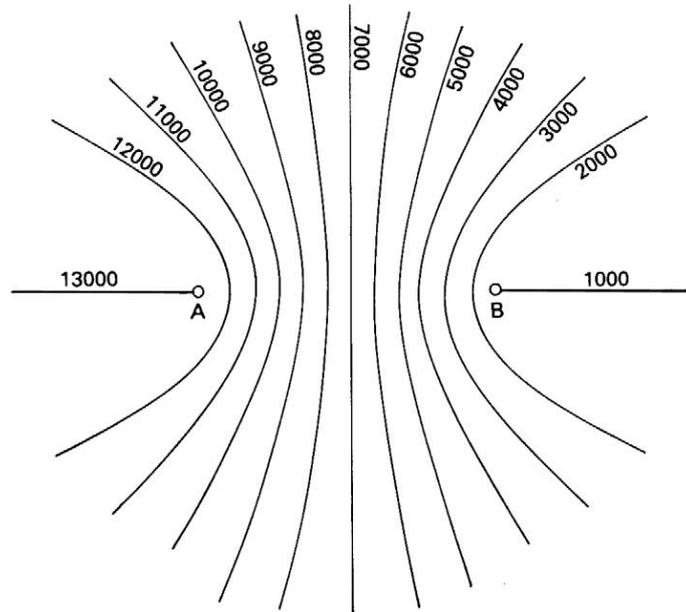


Figura 2.5: Una modificación adicional en las LOPs de la Fig. 2.3. La estación B no sólo debe esperar la recepción de un pulso de la estación A sino además un *coding delay* (1000 μ s en este ejemplo), alterando el valor de la diferencia temporal que caracteriza a cada LOP (Fuente: [8]).

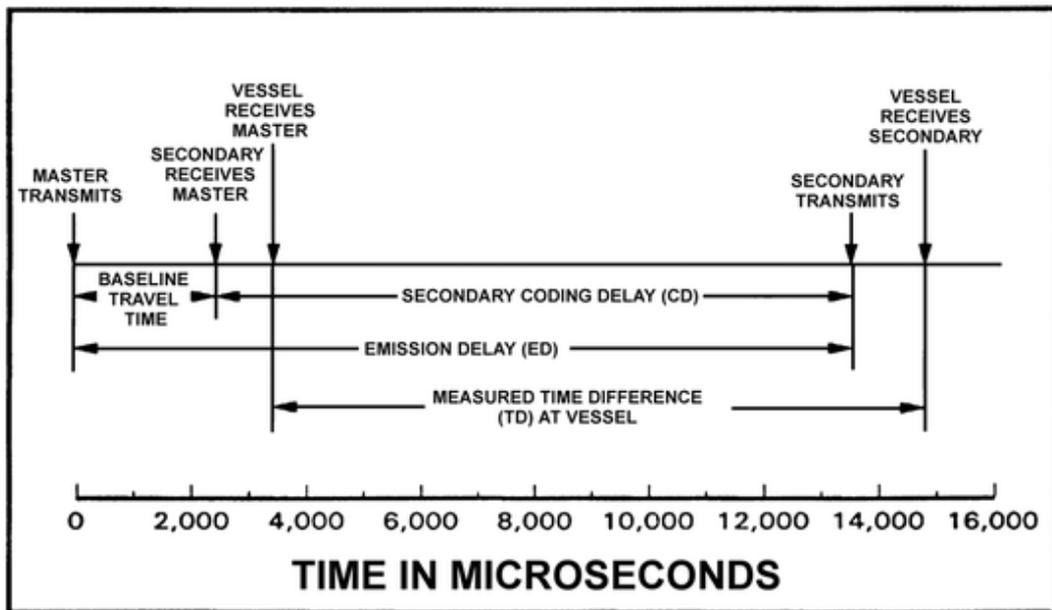


Figura 2.6: Cronograma de emisión y recepción de la señal (Fuente: [10]).

que no existe dominio en el plano en el no se sea capaz de recibir dos pulsos claramente separados. Es importante asegurar que el CD se mantiene constante con una gran precisión, debido a que cualquier variación acarrea errores en el TD medido por el receptor, ocasionando un posicionamiento erróneo del vehículo.

Para la distribución final de la Fig. 2.5, el *time difference* se puede expresar de

la siguiente manera:

$$TD = \left| \frac{2a}{c} \pm BTT \right| + CD, \quad (2.6)$$

donde $2a$ es la constante definida en (2.3), c la velocidad de propagación de la señal, BTT el *baseline travel time*, CD el *coding delay*, y donde los signos $+$ y $-$ corresponden a los semiplanos *master* y *slave* respectivamente. Estos semiplanos hacen referencia a los dos sectores que quedan a ambos lados de la mediatriz de la *baseline*: aquel que contenga la posición de la estación *master* será el semiplano *master* (\mathbb{H}_M), mientras que el contenga a la estación *slave* será el semiplano *slave* (\mathbb{H}_S).

Por otro lado, de la propia ecuación de la hipérbola se sigue que

$$0 \leq 2a \leq d(F_1, F_2), \quad (2.7)$$

que en forma temporal puede expresarse según

$$0 \leq \frac{2a}{c_0} \leq BTT, \quad (2.8)$$

permitiendo eliminar el valor absoluto en (2.6). Se tiene así que

$$a(TD) = \begin{cases} \frac{c_0}{2}(BTT + CD - TD) & \text{si } TD \in [CD, CD + BTT], \\ \frac{c_0}{2}(TD - BTT - CD) & \text{si } TD \in (CD + BTT, CD + 2BTT], \end{cases} \quad (2.9)$$

$$TD(a) = \begin{cases} BTT + CD - \frac{2a}{c_0} & \text{si } dS(\vec{x}) \leq dM(\vec{x}) \Leftrightarrow \vec{x} \in \mathbb{H}_S, \\ BTT + CD + \frac{2a}{c_0} & \text{si } dS(\vec{x}) > dM(\vec{x}) \Leftrightarrow \vec{x} \in \mathbb{H}_M. \end{cases} \quad (2.10)$$

En las relaciones (2.9) y (2.10) los parámetros c_0 , BTT y CD son constantes: BTT y CD por ser preestablecidos y c_0 por ser una constante universal. Los dos bloques principales (Tx y Rx) del sistema Loran-C modelado harán uso de estas relaciones.

$$TD \xrightarrow{iv} a \xrightarrow{iii} \vec{x} \quad (2.11)$$

- **Tx:** en el conformado de la señal se parte de una posición conocida \vec{x} para llegar a TD. Por lo tanto, habría que aplicar los procesos *iii* y *iv*, que corresponden a las ecs. (2.4) y (2.10) respectivamente.
- **Rx:** para la estimación de la posición se parte de TD para llegar a (una estimación de) \vec{x} . Para ello se atraviesan los procesos *i* y *ii*, correspondientes a las ecs. (2.9) y (2.12) respectivamente.

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{c_0^2 - a^2} = 1 \quad (2.12)$$

La ec. (2.12) no es más que la ecuación canónica de la hipérbola en coordenadas cartesianas x e y .

Todos los procesos de (2.11) son unívocos salvo el proceso *ii*, que es trivial: un punto en el plano es atravesado por una única hipérbola (implicando un único valor de a), pero ella misma atraviesa también una infinidad de otros puntos. Por lo tanto, el conocimiento de un valor de posición \vec{x} brinda un único valor de a (proceso *iii*), mientras que el conocimiento de un valor de a ofrece una inmensidad de posibles puntos. Esta es la razón por la que es necesario disponer de dos curvas hiperbólicas (dos LOPs) con el fin de intersectarlas para hallar un único punto.

2.1.2. Arquitectura Loran-C

El sistema Loran-C se encuentra constituido por un conjunto (*chain*) que consta de un mínimo de tres a un máximo de seis estaciones de transmisión. Una de ellas siempre se designa como *master* (M), mientras que el resto se comportarán como estaciones *slaves*, designadas victor (V), whisky (W), x-ray (X), yankee (Y) y zulu (Z), acorde con el International Phonetic Alphabet. Existe la posibilidad de que una misma estación *master* sea compartida por dos *chains* distintos (*dual-rated*).

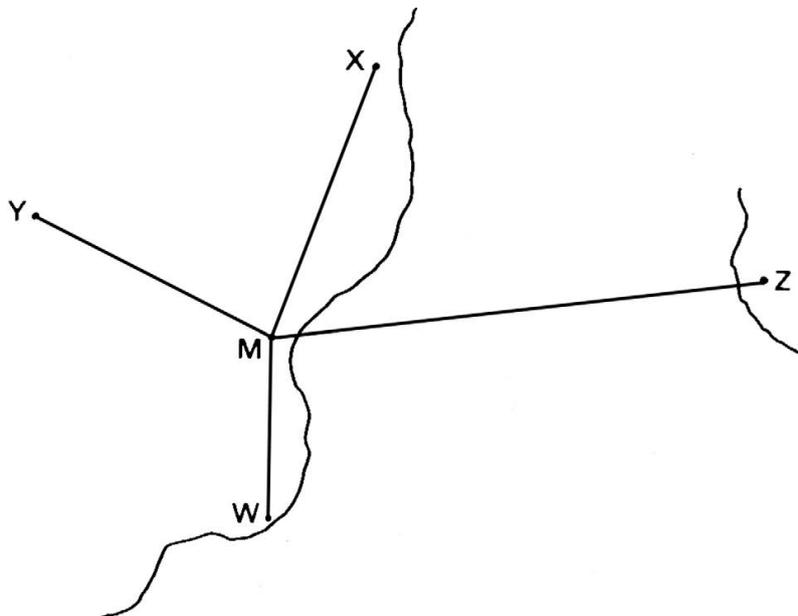


Figura 2.7: Un *chain* está constituido por un *master* y hasta un total de cinco *slaves* (Fuente: [8]).

Todas las estaciones de un mismo *chain* se encuentran sincronizadas entre sí, por lo que las señales de los *slaves* poseen precisas relaciones temporales con las transmisiones del *master*. Detalles de las estaciones que conforman cada *chain*, así como de los parámetros característicos de cada una de ellas se encuentran recopilados en el Anexo A.

Es evidente que el método más sencillo (entendido como que suponga la menor carga de maniobra para el piloto) para ir de un punto a otro es mediante una ruta con rumbo constante. Por este motivo las aerovías del espacio aéreo se han confeccionado tradicionalmente haciendo uso de radioayudas VOR como sus puntos de origen/destino, donde el piloto únicamente tendrá que interceptar un radial de la radiobaliza y mantenerse en él. Si este sistema de guiado punto a punto quisiera emplearse con Loran-C, su geometría hiperbólica entrañaría cierta complejidad a la hora del guiado por no ser curvas de rumbo constante. Pese a ello, Loran-C ofrece una característica adicional importante: es posible dirigirse a cualquier punto geográfico dentro de la cobertura del *chain*. Las ventajas de este sistema son obvias en comparación con otros basados en radiobalizas, en los que el modo de vuelo se restringe a una trayectoria desde/hacia la radiobaliza [11].

2.2. Características de la señal

2.2.1. Forma del pulso Loran-C

Las transmisiones del sistema Loran-C son transmisiones de tipo ‘pulsadas’. Pulsos de radiofrecuencia de muy corta duración son radiados a intervalos periódicos que son mucho más largos que la duración del pulso. Durante el intervalo entre pulsos sucesivos de una estación existe un período de ‘silencio’ [12]. La forma de estos pulsos se encuentra definida en el documento COMDTINST M16562.4A de la USCG [13]. En primer lugar se define la envolvente de un pulso individual de la forma:

$$E(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t < \tau \\ A(t - \tau)^2 \exp[-2(t - \tau)/65] & \text{para } \tau \leq t \leq \tau + 65 \\ \text{indefinido} & \text{para } t > \tau + 65 \end{cases} \quad (2.13)$$

donde A es la constante de normalización relacionada con el pico de intensidad de corriente de la antena (en amperios), t es el tiempo en μs , y τ es el conocido como *envelope to cycle difference* en μs .

- Idealmente, el *envelope to cycle difference* o ECD tiene un valor de $\tau = 0$, por lo que se adoptará esta suposición a partir de ahora.
- Según [8], “El *pulse trailing edge* (aquella porción del pulso a continuación del pico del pulso, o a los $65 \mu\text{s}$, cualquiera que se produzca primero) es controlada con el fin de mantener los requerimientos espectrales. Para diferentes lugares de transmisión, o con diferentes equipos de transmisión, el *pulse trailing edge* puede diferir significativamente en apariencia y características. A pesar de estas diferencias, para cada pulso y para todo $t > 500 \mu\text{s}$, $i(t)$ satisface las tolerancias del *pulse trailing edge*, basadas en los picos de amplitud (A)” ([8, págs. 95-96], donde $i(t)$ es lo que en este documento corresponde prácticamente con $x_0(t)$). Estas tolerancias son:

$$\text{Categoría 1: } i(t) \leq 0,0014A, \quad (2.14)$$

$$\text{Categoría 2: } i(t) \leq 0,016A. \quad (2.15)$$

Los requisitos espectrales se encuentran especificados en [13]: “la energía total fuera de la banda $90 - 110 \text{ KHz}$ debe de ser menor que un 1% de la energía total radiada”. En el presente trabajo se ha optado por prolongar la forma de la envolvente definida para el intervalo $\tau \leq t \leq \tau + 65$ para el caso $t > \tau + 65$. Se utilizará esta simplificación a pesar de que no cumpla ni (2.14) ni (2.15) debido a que el establecimiento de estas tolerancias viene motivado únicamente por aspectos residuales de la señal que no intervienen de manera relevante en la extracción de información.

- El valor del parámetro A , se ha considerado darle el valor específico que haga que la señal completa se encuentre normalizada a 1, con el fin de facilitar posteriormente su interpretación. Para ello, se busca el valor de t que haga que $E(t)$ sea máxima. Haciendo un análisis mediante el uso de las derivadas de la envolvente, se tiene que

$$\frac{dE(t)}{dt} = 2At \exp\left(\frac{-2t}{65}\right) \left[1 - \frac{t}{65}\right]. \quad (2.16)$$

Igualando a 0 y resolviendo para t se obtienen como posibles soluciones $t = 0$ y $t = 65$. Evaluando la segunda derivada para estos dos valores se obtiene

$$\left. \frac{d^2 E(t)}{dt^2} \right|_{t=0} = 2A > 0 \implies \text{mínimo} \quad (2.17)$$

$$\left. \frac{d^2 E(t)}{dt^2} \right|_{t=65} = -2Ae^{-2} < 0 \implies \text{máximo} \quad (2.18)$$

con lo que es en el instante $t = 65 \mu\text{s}$ cuando se alcanza el pico del pulso. Igualando a 1 el valor de la envolvente para ese instante, se obtiene el valor de:

$$E(t = 65) = 65^2 \exp(-2 \cdot 65/65)A = 1 \implies A = e^2/4225 \simeq 0,001749 \quad (2.19)$$

La envolvente $E(t)$ modula a una portadora de manera que la señal modulada es

$$x_0(t) = E(t) \sin(2\pi f_0 t) \quad (2.20)$$

donde f_0 es la frecuencia de la portadora, que en el sistema Loran-C es de 100 kHz. En lo sucesivo se tomará $f_0 = 0,1 \text{ MHz}$, con la única finalidad de que la escala temporal esté en μs . Este aspecto es sumamente sencillo de demostrar:

$$f_0 [\text{Hz}] \times t [\text{s}] = f_0 [\text{MHz}] \times \frac{1}{10^6} \frac{[\text{MHz}]}{[\text{Hz}]} \times t [\mu\text{s}] \times \frac{10^6}{1} \frac{[\mu\text{s}]}{[\text{s}]} = f_0 [\text{MHz}] \times t [\mu\text{s}]. \quad (2.21)$$

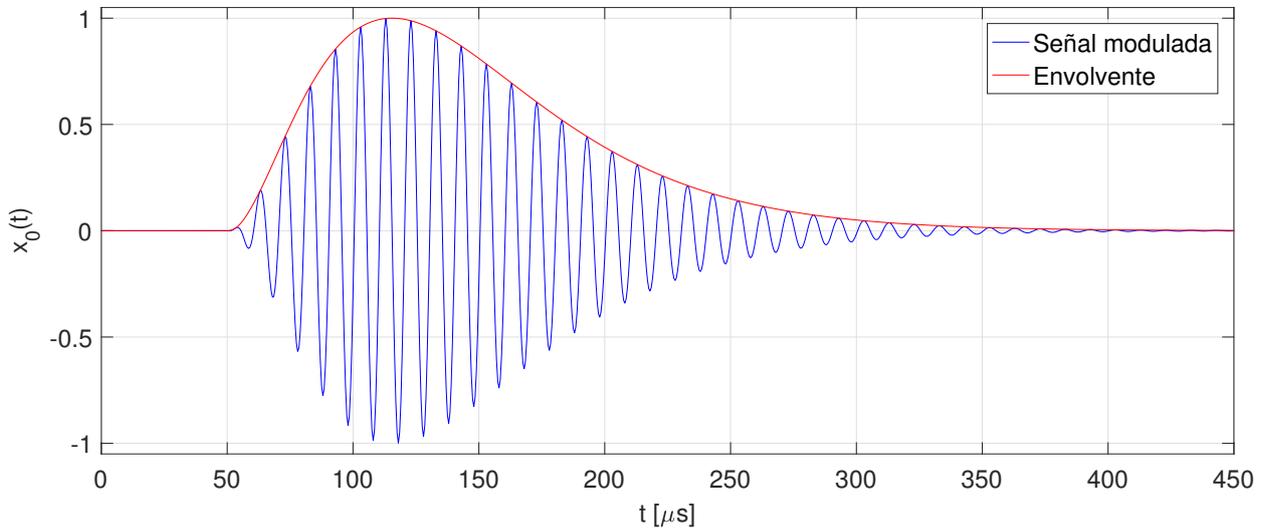


Figura 2.8: Forma del pulso unitario del sistema Loran-C.

2.2.2. Transmisión de los pulsos

El patrón Loran-C más simple de transmisión es el mostrado en la Fig. 2.9, en el que varias estaciones *slave*, X, Y y Z, emiten pulsos individuales (como el mostrado en Fig. 2.8), mientras que la estación *master*, M, emite un doble pulso con el propósito de identificarla frente a las *slaves*. Si en vez de usar *simple pulsing* empleamos *multiple pulsing*, como en la Fig. 2.10, es posible incrementar la potencia media de

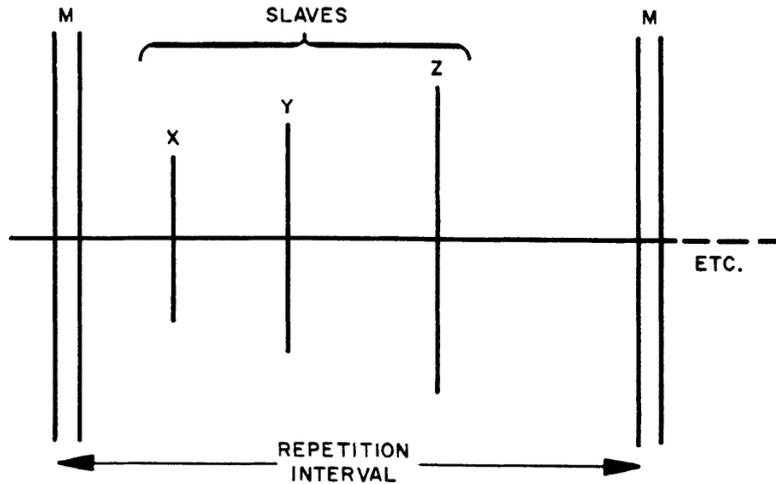


Figura 2.9: Transmisión Loran-C por *single pulsing* -desestimada- (Fuente: [14]).

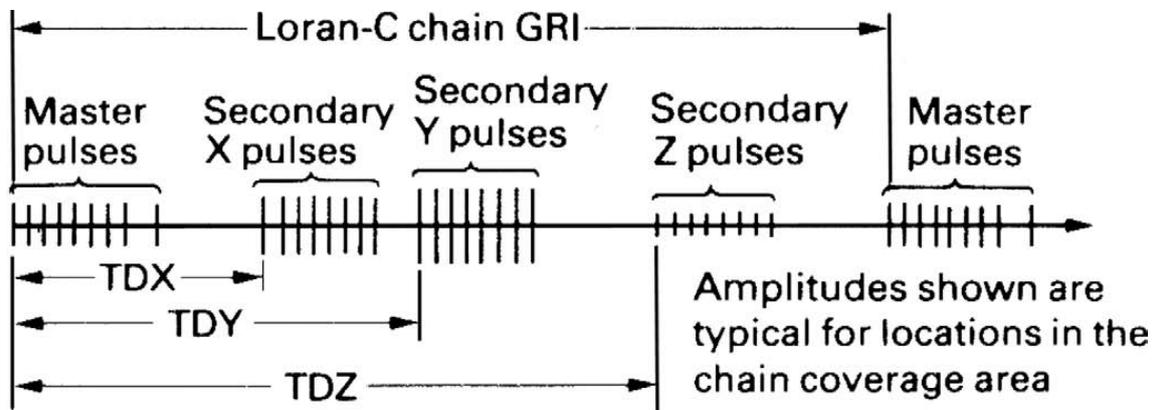


Figura 2.10: Transmisión Loran-C por *multiple pulsing* -real- (Fuente: [8]).

los transmisores en un factor cuatro o mayor sin un correspondiente incremento de la potencia pico. Esta es la manera en la que se extiende al máximo la cobertura del sistema para una potencia pico dada [14].

Los pulsos desde el segundo al octavo de cada grupo se encuentran referenciados al primero de cada grupo, equiespaciados entre ellos $1000 \mu\text{s}$ más una cierta tolerancia (§4.3.5 en [8]). El noveno pulso correspondiente a la transmisión *master* está espaciado $2000 \mu\text{s}$ del octavo pulso del grupo. Este pulso se emplea primordialmente como ayuda a la identificación del grupo *master* y no como ayuda para la navegación [8]. El TD que ya se mencionó en §2.1.1 se esclarece gráficamente en Fig. 2.10, donde hay un TD por cada pareja *master-slave*. Nótese que las diferencias de tiempo se refieren siempre al primer pulso de cada grupo aunque se emplee *multiple pulsing*.

Cada estación *master* del sistema Loran-C opera con un intervalo de repetición de grupo (más conocido como *group repetition interval* o GRI) que es múltiplo de $10 \mu\text{s}$, desde $40000 \mu\text{s}$ hasta $99990 \mu\text{s}$. Un GRI particular se identifica mediante el valor del GRI dividido entre 10, i.e. 7980 designaría un GRI de $79800 \mu\text{s}$. El GRI no es más que el período entre dos recepciones consecutivas de pulsos correspondientes a un *master*. Los retrasos en las transmisiones de las estaciones secundarias con respecto a las *master* son seleccionadas de manera que se asegure el cumplimiento de los siguientes criterios para cualquier señal que pueda ser recibida de cualquier

chain particular [8].

- La diferencia temporal mínima entre cualquier *slave* y el *master* es de $10900 \mu\text{s}$.
- La diferencia mínima entre dos diferencias temporales es de $9900 \mu\text{s}$.
- La diferencia temporal máxima es el valor del GRI menos $9900 \mu\text{s}$.
- El espaciado mínimo entre los puntos correspondientes al último pulso del grupo de una estación y al primero del grupo consecutivo dentro del mismo *chain* es $2900 \mu\text{s}$. El espaciado mínimo entre el noveno pulso del grupo *master* y el siguiente pulso *slave* (del mismo *chain*), sin embargo, debe de ser de tan sólo $1900 \mu\text{s}$. Este es un resultado directo de la aplicación de los tres primeros criterios.

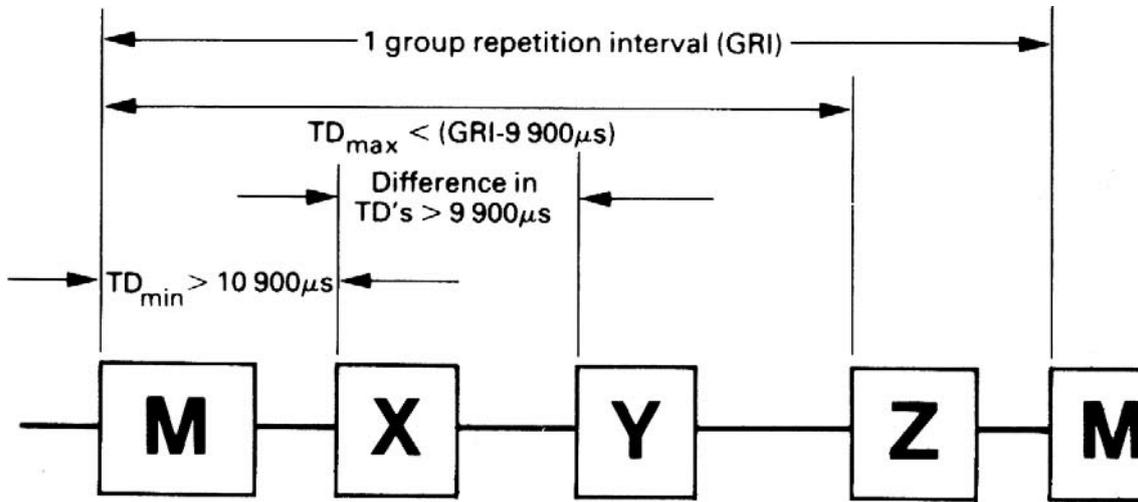


Figura 2.11: Restricciones para la asignación del ED (Fuente: [8]).

Cuando se introdujo en §2.1.1 el parámetro CD no se especificó ninguna limitación al valor que pudiera tomar, salvo ser mayor o igual que cero, ya que un retraso negativo no tendría significado físico. Con la necesidad del cumplimiento de estas restricciones en TD, CD se encuentra ahora acotado. Esto es debido a que, tal y como se mostró en (2.9), los valores extremos que puede tomar TD dependen de CD y BTT. Como este último únicamente depende de la posición espacial de las estaciones emisoras y de la velocidad de propagación de la señal (ambas supuestas constantes), CD será la única variable que permita ajustarse para satisfacer dichas restricciones. Recuérdese que existirá un valor de cada CD por cada estación *slave* del *chain*.

Haciendo uso de lo anteriormente explicado podemos partir de (2.20) para continuar el desarrollo matemático hasta conseguir una expresión de la señal global. Los trenes de pulsos se pueden obtener mediante la convolución del pulso individual con un conjunto de impulsos [15]:

$$\left. \begin{aligned} x_{s1}(t) &= x_0(t) * I_s(t) \\ x_{m1}(t) &= x_0(t) * I_m(t) \end{aligned} \right\} \text{ para } 0 \leq t < GRI \quad (2.22)$$

donde $*$ denota el producto de convolución², e $I_{s,m}(t)$ son funciones que dependen de si los pulsos individuales $x_0(t)$ pertenecen a una emisión proveniente de una estación *slave* o de una estación *master*:

$$I_s(t) = \sum_{m=1}^8 [\delta(t - TD - 1000(m - 1)) \cdot pcsA(m) + \delta(t - TD - GRI - 1000(m - 1)) \cdot pcsB(m)] \quad (2.23)$$

$$I_m(t) = \sum_{m=1}^8 [\delta(t - 1000(m - 1)) \cdot pcmA(m) + \delta(t - GRI - 1000(m - 1)) \cdot pcmB(m)] + [\delta(t - 9000) \cdot pcmA(9) + \delta(t - GRI - 9000) \cdot pcmB(9)] \quad (2.24)$$

donde $\delta(t)$ representa la función delta de Dirac, y las funciones $pcXY$ son los parámetros de fase (*phase-code parameter*), que toman los valores mostrados en la Tabla 2.1 en función del carácter X (m -*master*- o s -*slave*-) e Y (A o B). Para su identificación, el primer grupo de pulsos en la secuencia se etiqueta como grupo A y el segundo grupo, un GRI después, es etiquetado como grupo B. Una secuencia de transmisión (*phase-code interval* o PCI) completa consta de un grupo A y un grupo B. A partir de ahí, la secuencia PCI se repite cada $2 \cdot GRI \mu s$ [8].

Phase Coding		m								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Master	A	+1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1
	B	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1
Slave	A	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	*
	B	+1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	*

Tabla 2.1: Valores que adoptan las funciones $pcXY$.

El uso de la modulación de fase atiende a diferentes propósitos [14]:

- Aporta un método de identificación de las señales *master* y *slave* para los equipos automáticos (que sintonizan los *chains* de manera autónoma).
- Aceleran el proceso de búsqueda automática y simplifican los equipos receptores.
- La codificación de fase resuelve el problema de *multihop skywave interference* (Véase [14]).
- El método de codificación de fase proporciona comunicaciones entre estaciones Loran-C para propósitos administrativos.
- Asiste al receptor a operar cuando las señales son débiles en presencia de ruido [8].

²Conviene recordar que el operador matemático de la convolución de dos funciones f y g se define mediante $f(t) * g(t) := \int_{-\infty}^{\infty} f(\eta) \cdot g(t - \eta) d\eta$.

Usando las propiedades de la convolución aplicadas a la delta de Dirac

$$f * (ag) = a(f * g) \quad \forall a \in \mathbb{C} \quad (2.25)$$

$$f(t) * \delta(t - t_0) = f(t - t_0) \quad (2.26)$$

en (2.22)-(2.23) y (2.22)-(2.24), se tiene

$$x_{s1}(t) = \sum_{m=1}^8 [x_0(t - TD - 1000(m - 1)) \cdot pcsA(m) + x_0(t - TD - GRI - 1000(m - 1)) \cdot pcsB(m)] \quad (2.27)$$

para el caso *slave*, y

$$x_{m1}(t) = \sum_{m=1}^8 [x_0(t - 1000(m - 1)) \cdot pcmA(m) + x_0(t - GRI - 1000(m - 1)) \cdot pcmB(m)] + [x_0(t - 9000) \cdot pcmA(9) + x_0(t - GRI - 9000) \cdot pcmB(9)] \quad (2.28)$$

para el caso *master*. Como la secuencia de transmisión se repite cada $2 \cdot GRI \mu s$:

$$x_{s,m}(t) = x_{s1,m1}(\text{mod}(t, 2 \cdot GRI)), \quad \forall t \geq 0, \quad (2.29)$$

en el que $\text{mod}(*,*)$ representa la operación módulo³. Finalmente la señal total que llega al receptor será la superposición de las señales enviadas por cada una de las estaciones del *chain*.

$$x(t) = x_m(t) + \sum_{i=1}^n x_s(t). \quad (2.30)$$

La señal completa dependerá del número de estaciones *slaves* (n) que dispone el *chain* en cuestión ($n = 3$ en este trabajo). El efecto del canal hace que a (2.30) se le agreguen señales espurias que la corrompan y degraden su calidad.

2.3. Propagación

2.3.1. Mecanismos de propagación

El suelo, la troposfera y la ionosfera son responsables de que el modelo ideal de propagación en espacio libre no sea totalmente fidedigno en la mayoría de los casos reales. La orografía del suelo y sus características morfológicas, que condicionan sus propiedades eléctricas, afectan a la propagación de las ondas electromagnéticas. La banda de frecuencia de trabajo va a definir los mecanismos de propagación de ondas que hay que considerar a la hora de analizar un canal de radio. La señal Loran-C se encuentra en la banda de frecuencias LF en la que se produce la propagación principalmente mediante ondas de tierra (*ground waves*). Esta onda se propaga en la discontinuidad tierra – aire debido a las corrientes inducidas en la Tierra. El

³La operación módulo $\text{mod}(a,n)$ devuelve el resto de la división euclídea de un número a por otro n . Esta operación matemática es útil a la hora de repetir una cierta secuencia numérica cada cierto período, en este caso n .

alcance que se obtiene varía con la frecuencia, la potencia transmitida y el tipo de suelo (tierra seca, húmeda, mar...) [16].

A su vez, para estas frecuencias también existe otros mecanismo de propagación denominado reflexión ionosférica (*sky waves*), en el que la presencia de la ionosfera hace que se reflejen las ondas radioeléctricas, provocando que éstas retornen a la Tierra. La ionosfera es la región superior de la atmósfera (aproximadamente entre los 60 a 400 km de altura) compuesta por una mezcla de gases ionizados (plasma) impenetrable para las ondas de radio de frecuencias por debajo de los 30 MHz, lo que provoca esta reflexión. Esta ionización, o presencia de electrones libres, se produce fundamentalmente por la absorción de radiaciones solares altamente energéticas, como las radiaciones ultravioleta, rayos X y radiación gamma. Esto hace que la densidad de electrones varíe según la hora del día, la estación del año y los ciclos de manchas solares. La ionosfera se encuentra dispuesta en las siguientes capas [16]:

- La primera capa es la capa D, producida entre los 60 y los 90 km. Decece rápidamente tras la puesta de sol, por lo que sólo aparece durante el día. Es sumamente absorbente para frecuencias por debajo de unos 10 MHz, ocasionando que las señales lleguen a la Tierra muy atenuadas.
- La capa E está localizada entre los 90 y 130 km. Aparece fundamentalmente de día, y muy tenuemente por la noche.
- La capa más importante, donde se produce principalmente la reflexión ionosférica, es la capa F. Se extiende desde los 150 hasta los 400 km, y de día se desdobra de dos capas: F1 y F2.

La desaparición de la capa D y la permanencia de la capa F durante la noche origina que la cobertura del sistema Loran-C sea mayor en este período que durante el día (véase Fig. 2.13), ya que la desaparición de la capa absorbente permite a las ondas llegar hasta la capa F, reflejarse y alcanzar lugares hasta tres veces más distantes de la Tierra que las *ground waves*. El área de cobertura se establece como aquella zona en la que la recepción de la señal tiene un nivel que permita determinar la posición con un grado de exactitud y SNR específico [8].

La operación normal de Loran-C asume la recepción de *ground waves* para obtener una localización con una alta precisión, ya que son señales más estables [14]. Las *sky waves* siempre llegan después que las *ground waves*, aunque la diferencia entre ambas se hace cada vez más pequeña a medida que aumenta la distancia al transmisor, no siendo nunca menor que $30 \mu\text{s}$ en ningún punto del área de cobertura. Esta condición asegura por tanto que durante los primeros $30 \mu\text{s}$ de un pulso Loran-C no se producirá una contaminación por *sky wave*. Para distancias superiores a las 1000 NM⁴, las *ground waves* es probable que sean inutilizables debido a que sufren una atenuación mayor que las *sky waves*. Por consiguiente, las *sky waves* se emplean para alcances mayores que este valor, siendo consciente de que estas ofrecen una menor precisión y que es necesario aplicar factores correctivos para compensar la diferencia en la trayectoria seguida por la onda en comparación con la *ground wave* [8].

Por otro lado, se ha constatado que la fiabilidad del sistema Loran-C se ve sólo ligeramente afectada por las condiciones atmosféricas adversas, a diferencia de otros sistemas de radionavegación.

⁴Nautical miles

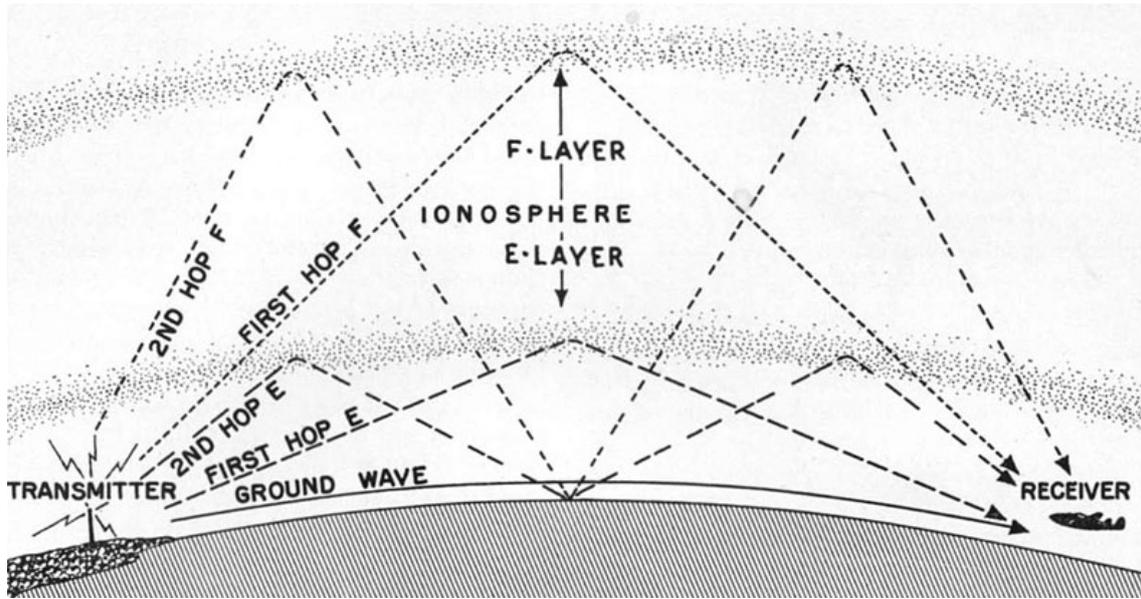


Figura 2.12: *Ground waves y sky waves* (Fuente: [11]).

2.3.2. Velocidad de propagación

La velocidad de propagación de una señal es

$$v = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}}, \quad (2.31)$$

donde c_0 es la velocidad de la luz en el vacío y ϵ_r es la permitividad relativa (o constante dieléctrica) del medio a través del cual se propaga dicha señal. La permitividad relativa depende esencialmente del material, y en menor grado de otros factores como la frecuencia, la temperatura, etc. Estos factores provocan que cualquier medida de tiempo pueda estar ligeramente equivocada. Con el objetivo de que el sistema opere dentro de los límites de exactitud que se requiere, se deberán aplicar unos factores de corrección. Hay tres factores de corrección que pueden ser aplicados y que se denominan factores de fase [8].

- Factor de fase primario (PF): relacionado con el hecho de que la velocidad de propagación atmosférica de la señal es ligeramente más lenta que en el vacío. Esta diferencia es debida a que el índice de refracción de la atmósfera es ligeramente superior a la unidad ($\epsilon_r \geq 1$).
- Factor de fase secundario (SF): relacionado con el hecho de que la velocidad de propagación de la señal es más lenta cuando viaje por el agua marina ya que su conductividad es mayor que comparada con la tierra. Este factor permite corregir el tiempo extra necesario para la propagación de la señal por un camino completo de agua marina comparado con uno sobre tierra.
- Factor de fase secundario adicional (ASF): debido a que los transmisores Loran-C se encuentran situados en tierra, la señal propagada viajará sobre tierra y agua. El ASF puede ser calculado tratando el camino de propagación como segmentos separados, cada uno de los cuales posee un valor de conductividad dependiente de si el segmento es sobre tierra o sobre agua. Además, factores

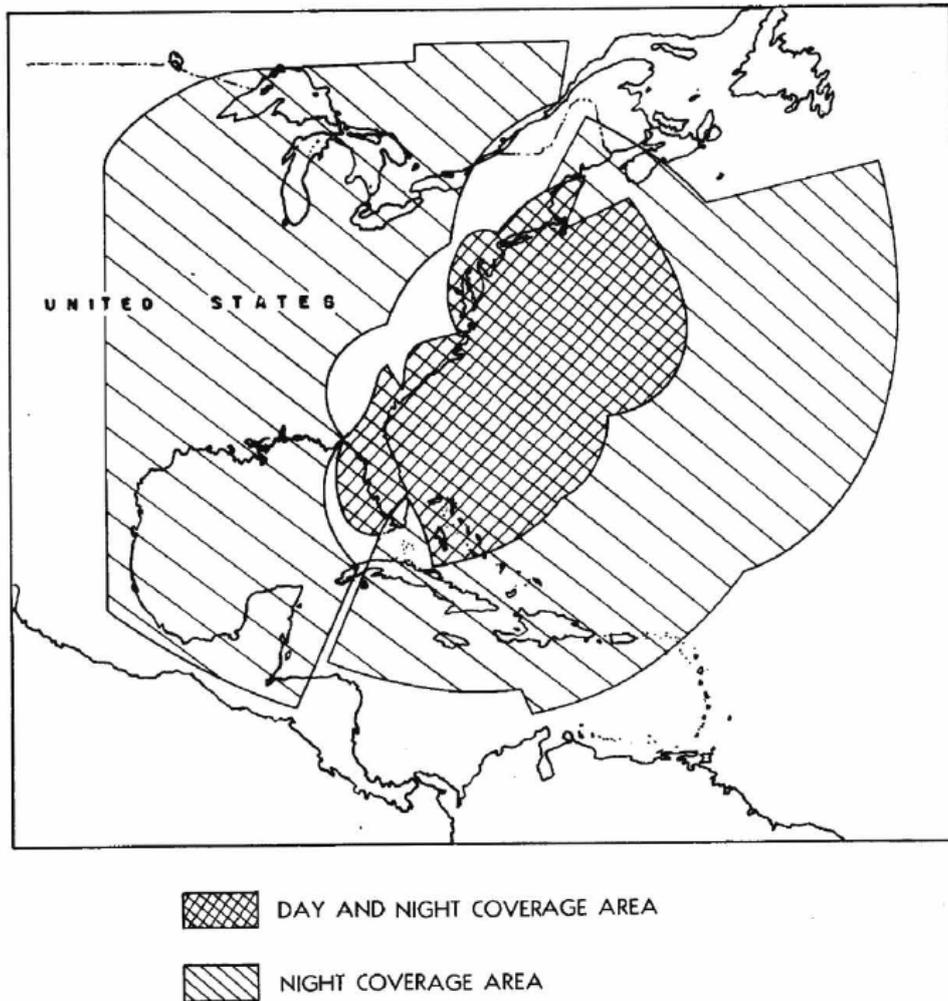


Figura 2.13: Área típica de cobertura para el día y la noche del sistema Loran-C (Fuente: [12]).

como la variación estacional de la temperatura y la actividad meteorológica local pueden hacer que el valor del ASF para un punto fijo del área de cobertura pueda variar con el tiempo.

Los valores de las correcciones ASF (que pueden ser positivos o negativos) pueden almacenarse en el receptor Loran-C. Cada uno de estos valores corresponderá a una pareja *master-slave* de un *chain* determinado y a una posición del espacio concreta. Como ya se sabe, cuando se obtiene un conjunto suficiente de medidas de TD se determina una posición. Para aplicar la corrección ASF se busca la ubicación más cercana a la posición determinada de la que se tengan datos de corrección. Las lecturas de TD ya corregidas son usadas para recalcular una nueva posición más precisa que la previamente obtenida [8]. Estas correcciones estaban disponibles a través de varias organizaciones, como por ejemplo:

- US National Ocean Survey
- Defense Mapping Agency
- Canadian Hydrographic Service

- UK Hydrographic Office

Medio	Permitividad relativa, ϵ_r	Conductividad, σ (S/m)
Agua marina	~ 80	1 – 5
Tierra seca	3 – 6	$1.1 \times 10^{-5} - 2 \times 10^{-3}$
Aire	~ 1	$3 \times 10^{-15} - 8 \times 10^{-15}$

Tabla 2.2: Permitividad y conductividad de diferentes medios de propagación.

En este trabajo se supondrá que todas las señales, en su camino de transmisión, sólo se encontrarán con aire, lo que implica que $v \simeq c_0$.

2.4. Equipamiento Loran-C

2.4.1. Emisión

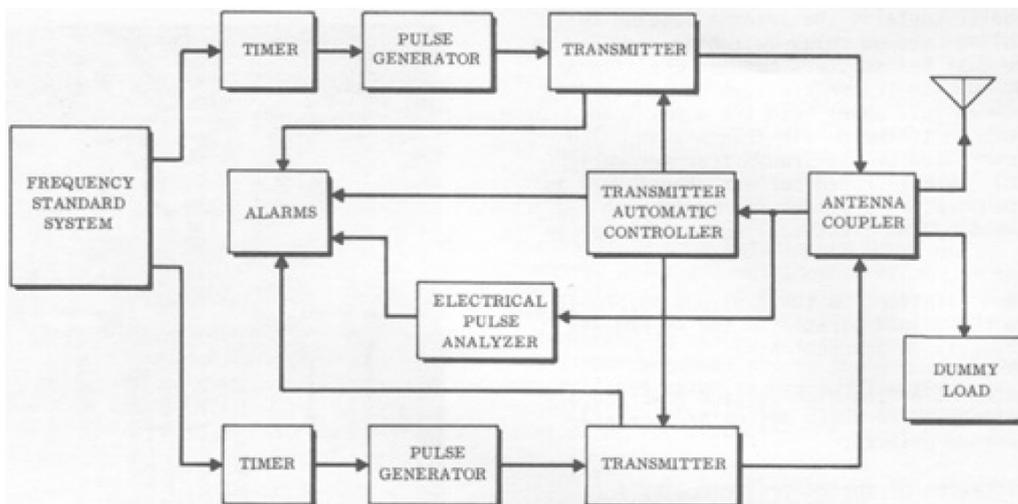


Figura 2.14: Diagrama funcional del equipamiento de una estación Loran-C (Fuente: [17]).

La Fig. 2.14 muestra un diagrama funcional primario entre los principales equipos de una estación transmisora terrestre.

El *frequency standard system* suministra una señal de referencia precisa empleada por el *timer* para generar pulsos de disparo (*trigger pulses*) que se envían al *Pulse Generator* (PGEN). El PGEN genera un pulso de control del transmisor (*transmitter drive pulse*) por cada disparo proveniente del *timer*. Este dispositivo tiene la capacidad de ajustar manualmente la amplitud de los 8 primeros períodos (80 primeros μs) de los pulsos de control a través de un panel de control frontal. Adicionalmente, el PGEN posee una circuitería destinada a compensar caídas en la fuente que alimenta al transmisor mediante el incremento del nivel del pulso de control para el segundo hasta el último pulso del grupo de pulsos Loran-C. Debido a que los PGENs están directamente conectados a los transmisores, estos no son intercambiables. Para operaciones en modo *dual-rate* se requieren 4 PGEN (dos por cada transmisor).

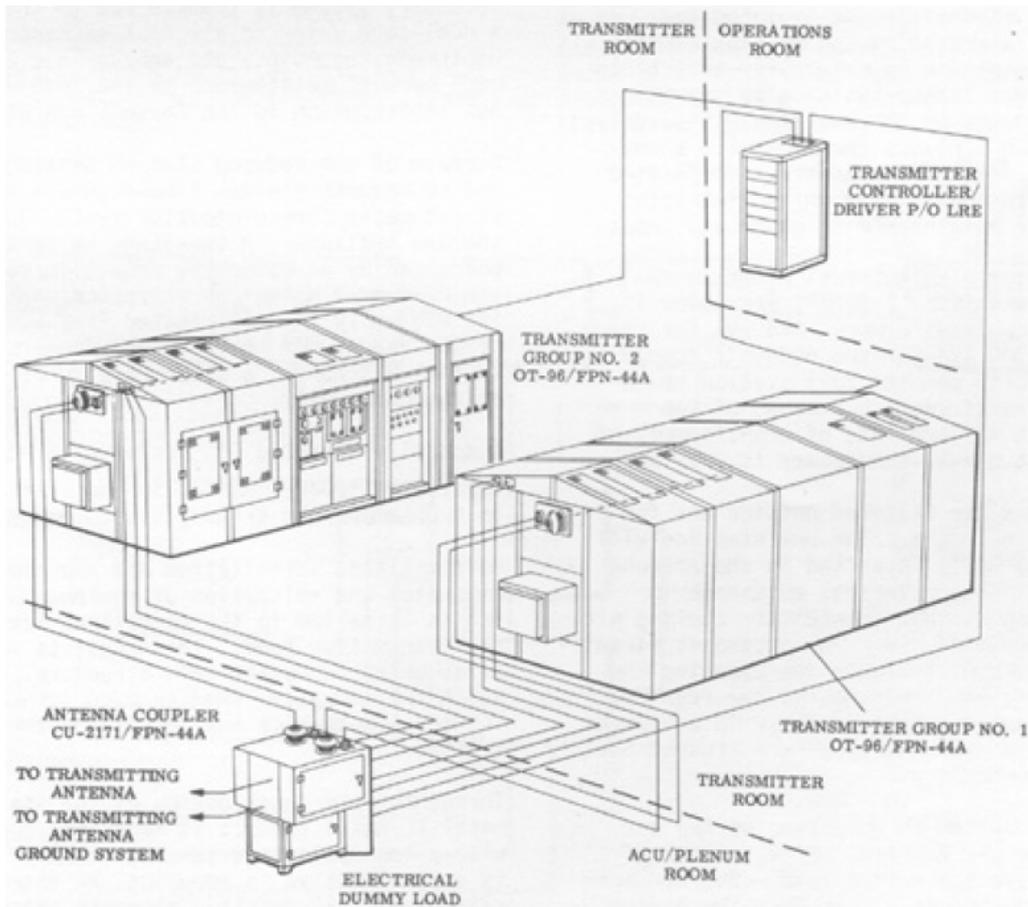


Figura 2.15: Disposición típica de los equipos (Fuente: [17]).

El *Transmitter Automatic Controller* (TAC) ofrece un medio para la selección del grupo transmisor operativo. La circuitería del *antenna coupler* evita la posibilidad de que ambos grupos transmisores se encuentren conectados a la antena simultáneamente. El TAC evalúa el estado (operativo o *standby*) de ambos grupos transmisores y las condiciones del transmisor operativo desde un transformador de corriente instalado en el *antenna coupler*. Si el transmisor que está en *standby* se encuentra listo y ocurre que el transmisor que en ese momento se encuentra operativo falla debido por ejemplo a que su salida tiene un nivel muy bajo, el TAC permuta automáticamente los transmisores.

Una *Local Control Unit* en la sala del transmisor actúa como una extensión del TAC por medio de la selección manual del transmisor operativo. En el modo de control local, la función de permutación automática del TAC se inhibe.

Otras unidades que se encuentran interconectadas directamente con el transmisor son el *Emergency Stop Panel*, que permite la desconexión remota de ambos transmisores; el *Electrical Pulse Analyzer*, utilizado para el ajuste del pulso de control; y las *Alarm Units*, que avisan de una variedad de malfuncionamientos en el sistema [17].

2.4.2. Recepción

Desde un punto de vista cualitativo, un receptor Loran-C que es capaz de medir la posición con la precisión demandada debería poseer las siguientes características

[8]:

- Adquirir la señal Loran-C e identificar los pulsos *master* y *slave* automáticamente.
- Las lecturas de TD deben tener una resolución de al menos $0,1 \mu s$.
- Incorporar filtros *notch* para minimizar los efectos de las interferencias de radiofrecuencia donde el usuario espera operar.

Los receptores modernos poseen un proceso de inicialización automático por medio del cual el operador introduce la latitud/longitud inicialmente conocida del vehículo y el propio receptor selecciona el mejor *chain*, y ya dentro de él la mejor pareja *master-slave* para operar en esa posición. La recepción de la señal puede estropearse por la interferencia con otras señales que actúan como un ruido a la entrada y reduciendo el SNR de la señal Loran-C recibida y degradando la precisión del posicionamiento. El uso de filtros *notch* incluidos en el receptor pueden asistir en la minimización del efecto de la interferencia. Estos filtros pueden ser preajustados por el fabricante o ser ajustables *in situ*.

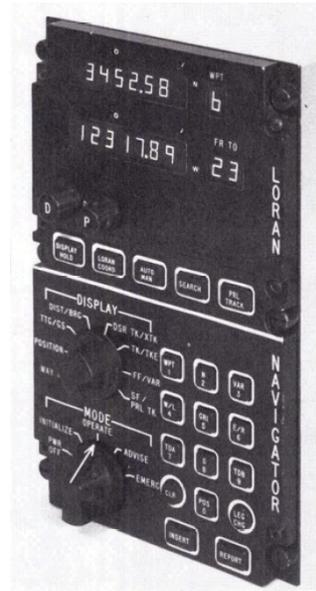
Los receptores Loran-C más modernos (como el Teledyne TDL-424 de la Fig. 2.16(b)) están diseñados con un panel frontal que contiene una pantalla y un teclado con botones de función y botones numéricos para introducir datos y cambiar los datos mostrados. Las pantallas indican información como: datos de estado y advertencia, información sobre el GRI en uso y *slaves* elegidos, ajustes de alarma, información de la posición en TDs o en latitud/longitud e información relacionada con la navegación como indicadores de *waypoint*, rumbo y distancia al próximo *waypoint*, *time to go* (TTG), *cross-track error* (XTE), velocidad y curso, etc. Los TD son medidos por el receptor y posteriormente convertidos en latitud/longitud por algoritmos del computador. Tales algoritmos muy probablemente incorporan correcciones ASF, que son almacenados en memoria.

Otra función interesante que suelen incorporar los receptores modernos Loran-C es la monitorización del progreso del viaje y permitir correcciones en el rumbo si fueran necesarias. El receptor proporciona la posición a un ritmo constante, por lo que es posible producir información de navegación como la velocidad del vehículo y el rumbo. El poder almacenar en la memoria del receptor a través del teclado las coordenadas de los *waypoints* que conforman la ruta planeada posibilita al receptor monitorizar el progreso entre *waypoints* y ofreciéndole al operador información como podría ser el rumbo hacia el siguiente *waypoint*, el TTG o el XTE.

Los primeros receptores Loran-C tenían un aspecto y modo de lectura bastante diferente. Un ejemplo es el modelo AN/APN-4 (Fig. 2.16(a)), un receptor-indicador embarcado que fue producido en gran cantidad y utilizado ampliamente durante la Segunda Guerra Mundial, más que ningún otro equipo Loran o radar [1]. Este tipo de receptores Loran sólo permitían una lectura del TD mediante la superposición y alineado de las señales del par seleccionado. Haciendo uso de ella un operador debía acudir a una serie de cartas (*Loran charts*, Fig. 2.17) donde venían pintadas las LOPs de cada pareja de estaciones y con las que el operador podía traducir la diferencia temporal medida en una línea de posición. La correspondiente intersección que proporcionaría la posición la debía efectuar manualmente el operador.



(a) Primer receptor Loran-C, modelo AN/APN-4 (Fuente: [18])



(b) Receptor moderno, modelo TDL-424 (Fuente: [19])

Figura 2.16: Ejemplos de receptores Loran-C embarcados en aeronaves.

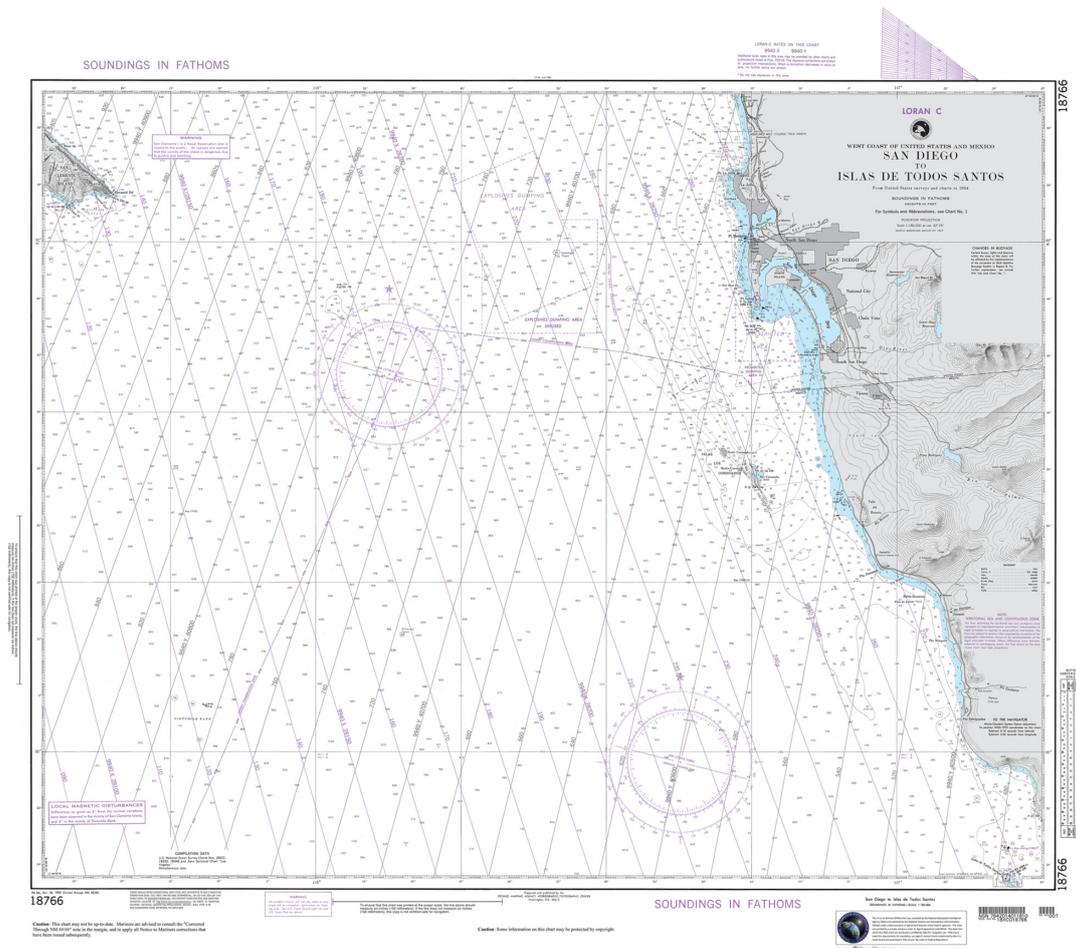


Figura 2.17: NGA Loran chart para el chain 9940, parejas 9940-X y 9940-Y.

Capítulo 3

Receptor digital Loran-C propuesto

3.1. Estructura del receptor

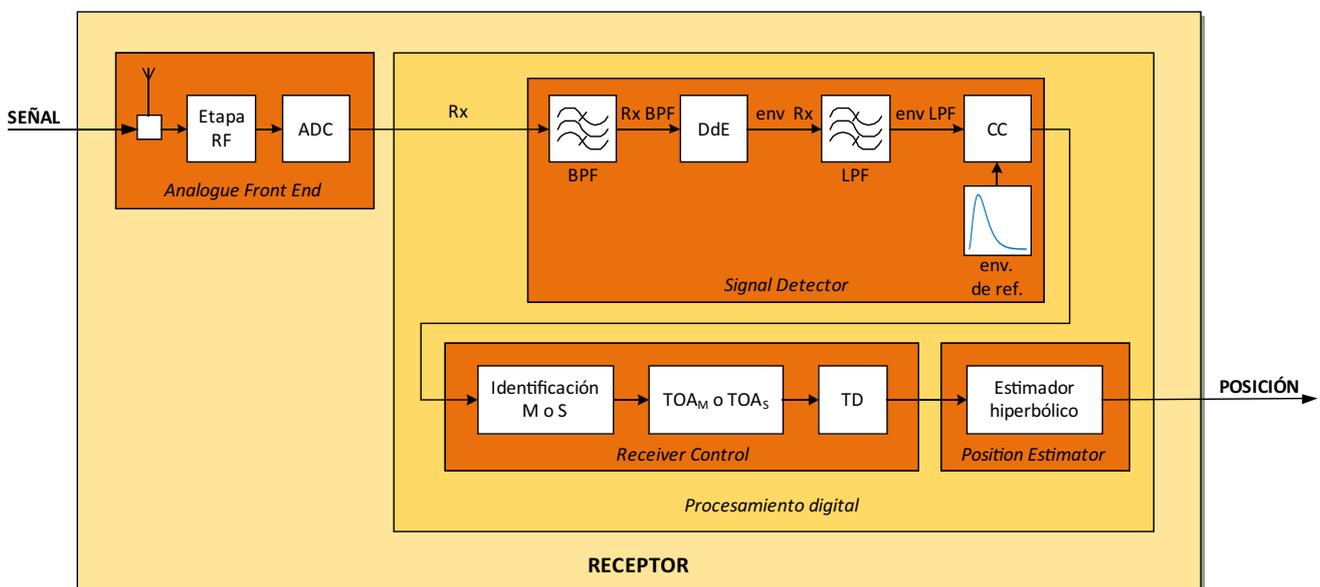


Figura 3.1: Diagrama de la arquitectura del receptor.

EL receptor propuesto consta de cuatro bloques funcionales: *Analogue Front End* (AFE), *Signal Detector* (SD), *Receiver Control* (RC) y *Position Estimator* (PE). Este proyecto se ocupará del diseño de los tres últimos bloques; los que conforman el ‘Procesamiento digital’. El tratamiento del bloque electrónico AFE no está dentro del alcance de este proyecto, por lo tanto se asume que las actuaciones que lo constituyen (secuencialmente: captación de la señal por la antena, adaptación de impedancias, procesamiento analógico y posterior conversión a digital) se ejecutan convenientemente.

Las finalidades del resto de los bloques son:

- **SD:** se ocupa del tratamiento de la señal desde el punto de vista de la forma de la onda exclusivamente; es decir, sin tener en cuenta la información contenida en esta. En él se incluyen los filtros, el detector de envolvente y el correlador.
- **RC:** robusta algoritmia encargada de extraer de la señal de radiofrecuencia aquellas medidas que son necesarias y del control de los umbrales.

- **PE**: elemento que computa la estimación de la posición. En caso de presentarse ambigüedades también es el encargado de solventarlas.

3.2. Detección de señal

3.2.1. Filtros (BPF y LPF)

El ruido y las interferencias son, en prácticamente la mayoría de las aplicaciones, indeseables. Por esta razón, en multitud de sistemas de comunicaciones se emplean técnicas para su supresión o atenuación para así obtener una señal de mejor calidad comparada con la original. La herramienta aquí empleada para cumplir este propósito será el uso de filtros FIR (*finite impulse response*), designados de esta manera por disponer de una respuesta impulsional de duración finita.

Para un filtro FIR causal en tiempo discreto de orden N , cada valor de la secuencia de salida es la suma ponderada de los valores más recientes de la entrada al filtro [18]:

$$y[n] = \sum_{k=0}^N b_k \cdot x[n - k] \quad (3.1)$$

donde $x[n]$ es la señal de entrada, $y[n]$ es la señal de salida, N es el orden del filtro (un filtro de orden N -ésimo tiene $N+1$ coeficientes b_k), y b_k es el valor de la respuesta impulsional en el instante k -ésimo para $0 \leq n \leq N$ en un filtro de orden N -ésimo.

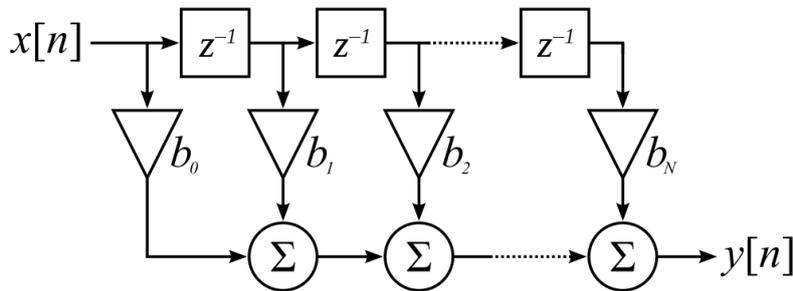


Figura 3.2: Forma directa de un filtro FIR discreto de orden N . Cada unidad de retraso es el operador z^{-1} en notación de la transformada Z (Fuente: [18]).

En concreto, se emplearán dos filtros FIR de orden 32: el primero será un filtro con comportamiento BPF (*band pass filter*) con un ancho de banda BW centrado en $f = 100$ kHz para reducir el nivel de ruido inmediatamente después de recibir la señal Rx , y en segundo lugar un filtro con comportamiento LPF (*low pass filter*) con frecuencia de corte $f = BW/2$ situado a la salida del DdE con el propósito de disminuir el rizado de la envolvente detectada. Las respuestas en frecuencia de ambos filtros utilizados se muestran en la Fig. 3.3.

El correcto comportamiento de los filtros ante las señales que atañen a este receptor Loran-C se comprueba con las respuestas en frecuencia de la Fig. 3.4. Cada una de las gráficas de esta figura corresponde a un filtrado determinado: la superior al de paso banda y el inferior al de paso bajo. En ambas situaciones el proceso de filtrado pasa una señal *input* (color azul) a una *output* (color rojo) con la intención de

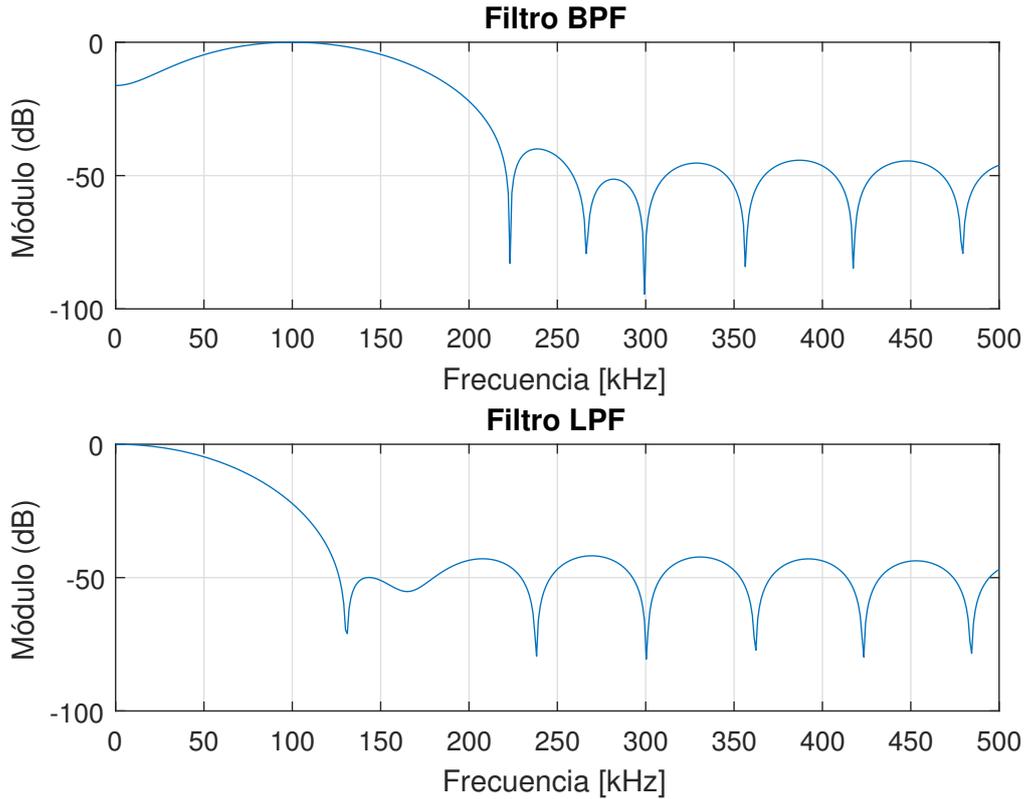


Figura 3.3: Módulo de la respuesta en frecuencia de los filtros FIR BPF y LPF.

asemejarla lo máximo posible a la ideal (color verde), que corresponde a la respuesta de las señales en el transmisor.

Todo filtrado de una señal introduce un desfase. Esto significa que la señal de salida del filtro se encontrará desplazada en tiempo con respecto a la de entrada. Los filtros de respuesta impulsional finita a menudo provocan un retraso de igual cantidad para todas las componentes de frecuencia, lo que los hace fáciles de compensar en términos temporales [20]. Se puede demostrar que el retraso de estos filtros es de $\tau = N/2$ (cada filtro).

3.2.2. Detector de envolvente

El detector de envolvente (DdE) digital se corresponde con el circuito mostrado en la Fig. 3.5.

La diferencia fundamental entre este DdE con su equivalente analógico es la sustitución del diodo por un interruptor dinámico controlado, de tal manera que el circuito se encontrará en modo ON (dinámica rápida o de carga) cuando dicho interruptor se encuentre conectado y en modo OFF (dinámica lenta o de descarga) cuando esté desconectado. Para ambos casos, la relación entre el voltaje de entrada $x(t)$ y el de salida $y(t)$ se detallan a continuación.

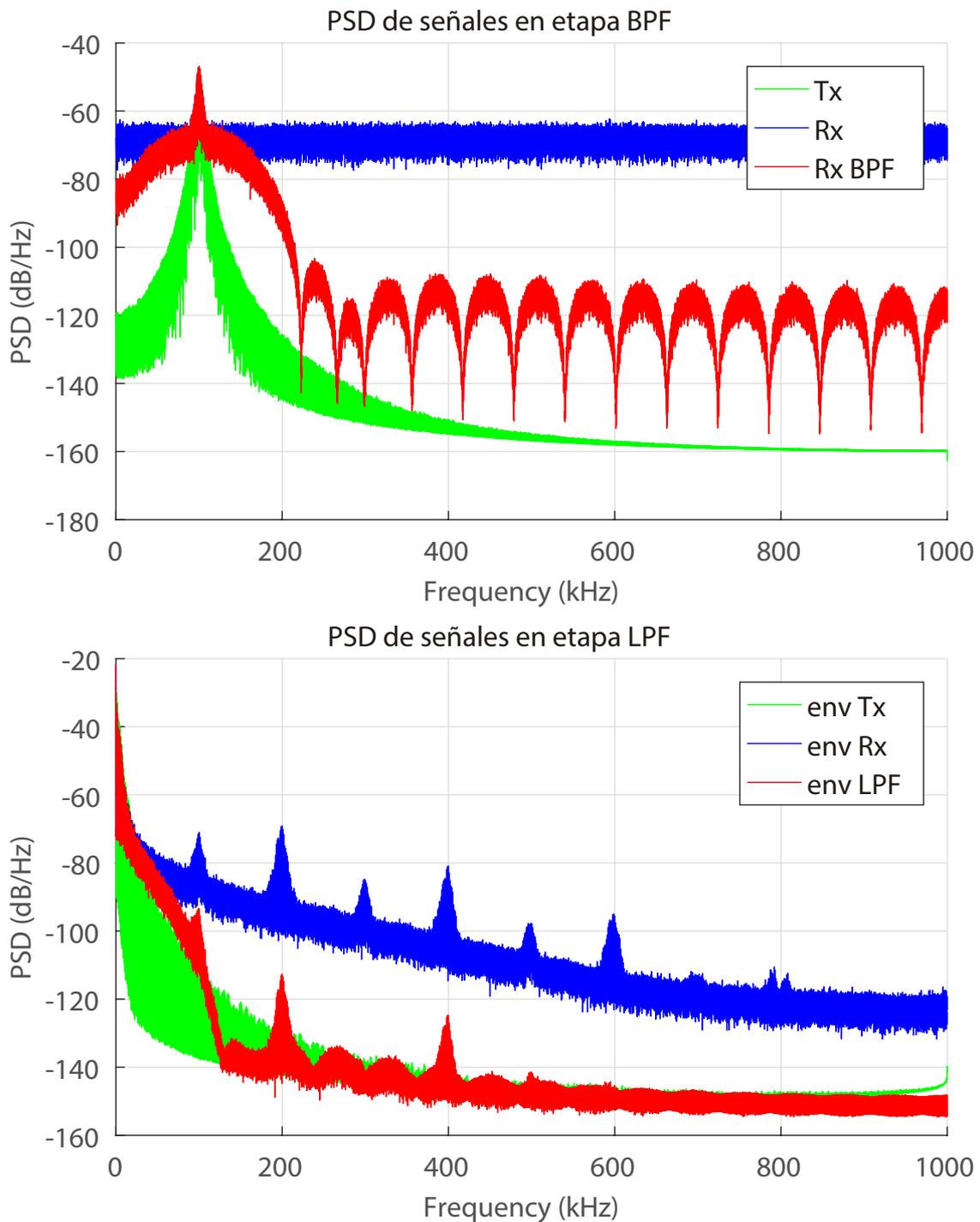


Figura 3.4: PSD (*Power Spectral Density*) de las señales entrante y saliente a los filtros BPF y LPF, así como el de su original transmitida.

Modo ON Cuando el interruptor se encuentra conectado, la ec. que gobierna la dinámica del circuito es

$$x(t) = R_2 \left(\frac{y(t)}{R_1} + C \frac{dy(t)}{dt} \right) + y(t). \quad (3.2)$$

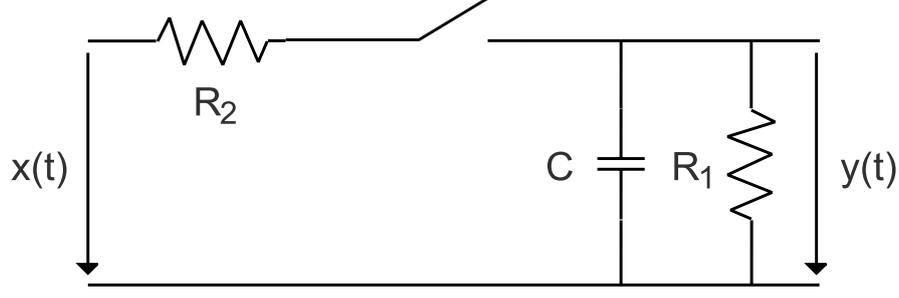


Figura 3.5: Circuito DdE digital.

Discretizando el dominio temporal⁵ para la ec. (3.2) y haciendo uso de las relaciones

$$K_1 = \frac{R_1 C}{T_s} = \frac{\tau_1}{T_s} \Rightarrow \text{dinámica lenta}, \quad (3.3)$$

$$K_2 = \frac{R_2 C}{T_s} = \frac{\tau_2}{T_s} \Rightarrow \text{dinámica rápida}, \quad (3.4)$$

se tiene que

$$x[n] = \frac{K_2}{K_1} y[n] + K_2(y[n] - y[n-1]) + y[n], \quad (3.5)$$

donde despejando la salida

$$y[n] = \frac{K_1}{K_1 + K_2 + K_1 K_2} x[n] + \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2 + K_1 K_2} y[n-1]. \quad (3.6)$$

Asumiendo que $K_1 \gg K_2$, podemos simplificar la ec. (3.6) para obtener

$$y[n] = \frac{1}{1 + K_2} x[n] + \frac{K_2}{1 + K_2} y[n-1]. \quad (3.7)$$

En (3.7) puede verse que el primer término corresponde a la actualización y el segundo a la memoria.

Modo OFF Cuando el interruptor se encuentra desconectado sólo entran en juego el condensador C y la resistencia R_1 . La descarga del condensador proporciona una salida no dependiente de la entrada $x(t)$ del circuito.

$$y(t) = -R_1 C \frac{dy(t)}{dt}. \quad (3.8)$$

Procediendo de manera análoga al apartado anterior se llega a

$$y[n] = -K_1(y[n] - y[n-1]) = \frac{K_1}{1 + K_1} y[n-1]. \quad (3.9)$$

Debido a que en esta ocasión el circuito se encuentra aislado de la entrada, sólo se tiene término de memoria.

⁵El proceso de discretización cumple que $x[n] = x(t)|_{t=nT_s} = x(nT_s) \forall n \in \mathbb{N}_0$. Para la discretización de las derivadas se ha empleado la diferencia dividida regresiva de orden uno.

Reuniendo ambas coyunturas se tiene que a la salida del DdE será

$$y[n] = \begin{cases} \frac{1}{1+K_2} x[n] + \frac{K_2}{1+K_2} y[n-1] & \implies \text{modo ON} \\ \frac{K_1}{1+K_1} y[n-1] & \implies \text{modo OFF} \end{cases} \quad (3.10)$$

En esta ocasión, ya que el control del interruptor es digital, hará falta establecer una condición que haga que el circuito permute entre los estados ON y OFF. Esta condición no es más que

$$\begin{cases} \text{modo ON} & \iff y[n-1] \leq x[n], \\ \text{modo OFF} & \iff y[n-1] > x[n], \end{cases} \quad (3.11)$$

y es simple de comprender: cuando el valor de la señal modulada $x[n]$ alcanza el valor de la envolvente $y[n]$, el circuito se establece en modo ON y la envolvente la ‘persigue’ durante su ascensión hasta el momento en el que $x[n]$ comienza a decrecer de manera más acusada de la que lo hace la envolvente, instante en el que se permuta al estado OFF.

Los parámetros de ajuste del DdE son τ_1 y τ_2 , por lo que el desempeño de este dependerá de los valores particulares que se le asignen. A modo ilustrativo, en la Fig. 3.6 se presenta el comportamiento del DdE para diferentes valores de estos parámetros.

Ambas gráficas de la fila superior corresponden a cambios en τ_1 por encima y por debajo del valor que finalmente se ha ajustado, mientras que las inferiores corresponden a cambios en τ_2 , igualmente por encima y por debajo del valor ajustado. Con ellas se puede comprobar que:

- A mayor valor de τ_1 , al estar relacionado con la dinámica lenta, la descarga será más lenta y a la inversa.
- A menor valor de τ_2 , al estar relacionado con la dinámica rápida, la carga será más rápida y a la inversa.

Finalmente se han ajustado estos parámetros a los valores $\tau_1 = 50 \mu\text{s}$ y $\tau_2 = 0,5 \mu\text{s}$, que proporcionan la respuesta que se muestra en la Fig. 3.7.

Es importante destacar que el empleo de un DdE implica que la información del *phase coding* se abandone ya que se pasa a trabajar con la envolvente en vez de con la señal oscilatoria modulada, que es donde va el PC.

El DdE es, en definitiva, un caso particular de filtro no lineal, lo que dificulta el conocimiento analítico del retraso que introduce. No obstante, se ha podido estimar que para los valores τ_1 y τ_2 ajustados se tiene una demora en el entorno a las 9 muestras. Si aumentara (disminuyera) el valor de alguno (o ambos) de los parámetros, el valor del retraso aumentaría (disminuiría).

3.2.3. Correlación cruzada

En la disciplina del procesamiento de señales la correlación cruzada o *cross-correlation* (CC) es una medida de la similitud entre dos señales, frecuentemente usada para encontrar características relevantes en una señal desconocida por medio

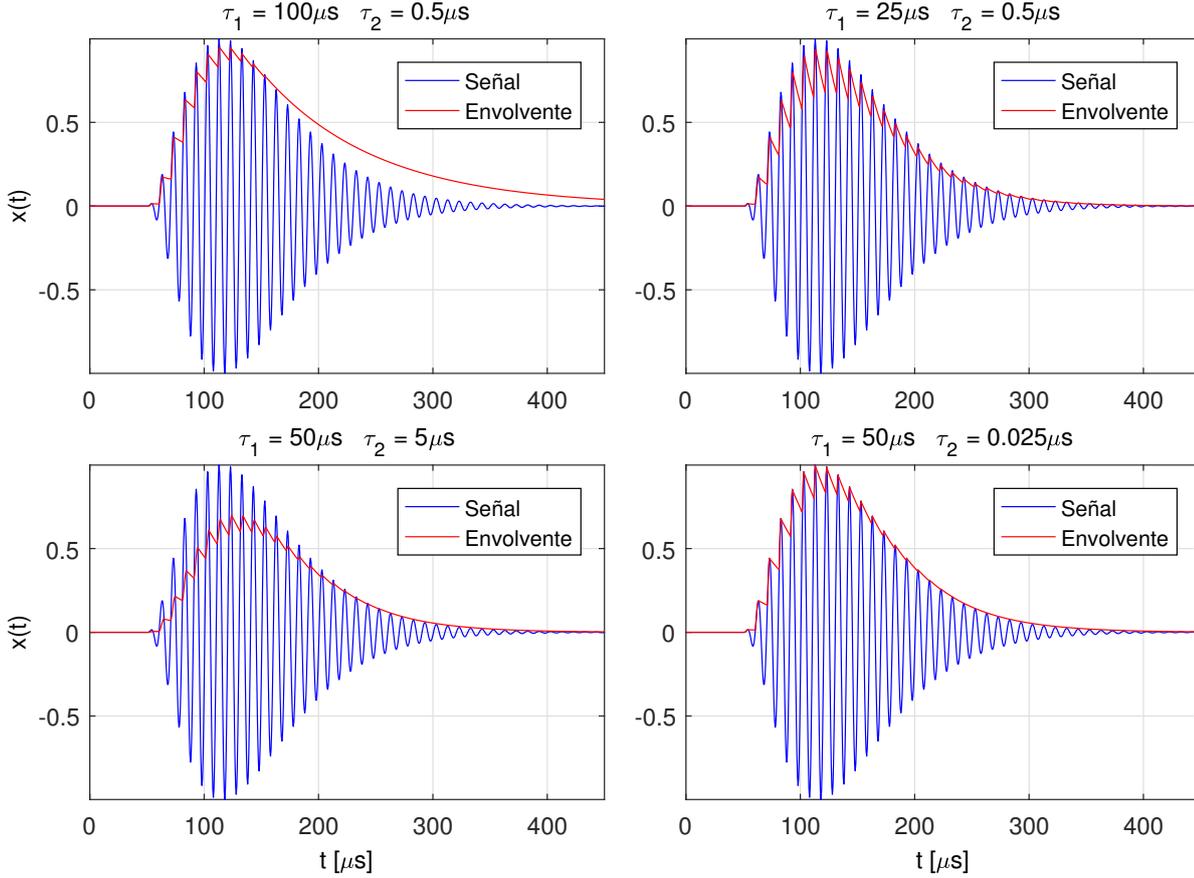


Figura 3.6: Diferentes comportamientos del DdE ante distintos valores de τ_1 y τ_2 .

de la comparación con otra que sí se conoce (patrón o referencia). Para el caso particular de funciones discretas reales, la correlación cruzada entre dos señales f y g se define tal que:

$$f[n] \star g[n] := \sum_k f[k] \cdot g[n+k], \quad (3.12)$$

donde la sumatoria se realiza sobre valores enteros de k apropiados.⁶ La correlación cruzada es útil para determinar el retraso temporal entre dos señales. Una vez calculada la CC de ambas, el máximo de la función de CC indicará el instante temporal para el cual las señales se encuentran lo más alineadas posible [18], pudiendo así conocer el retraso entre ellas.

Esta herramienta se aplicará de la siguiente manera: la señal `env_LPF` (envolvente filtrada, Fig. 3.1) se correlará con una señal patrón (denominada `REF_PULSE`) que será la envolvente ideal de un pulso unitario Loran-C (en Fig. 2.8, línea sólida roja en intervalo $t \in [50, 400]$). El resultado de esta operación puede contemplarse en la gráfica inferior de la Fig. 3.14, en la que puede comprobarse que los máximos de CC coinciden con los instantes en los que se inician cada uno de los pulsos individuales de la señal (TOA, *time of arrival*) (gráfica superior de la misma Fig.).

La robustez de este instrumento reside en el calificativo de ruido *blanco*, que signi-

⁶La correlación cruzada se relaciona con la convolución mediante $f(t) \star g(t) = f^*(-t) * g(t)$.

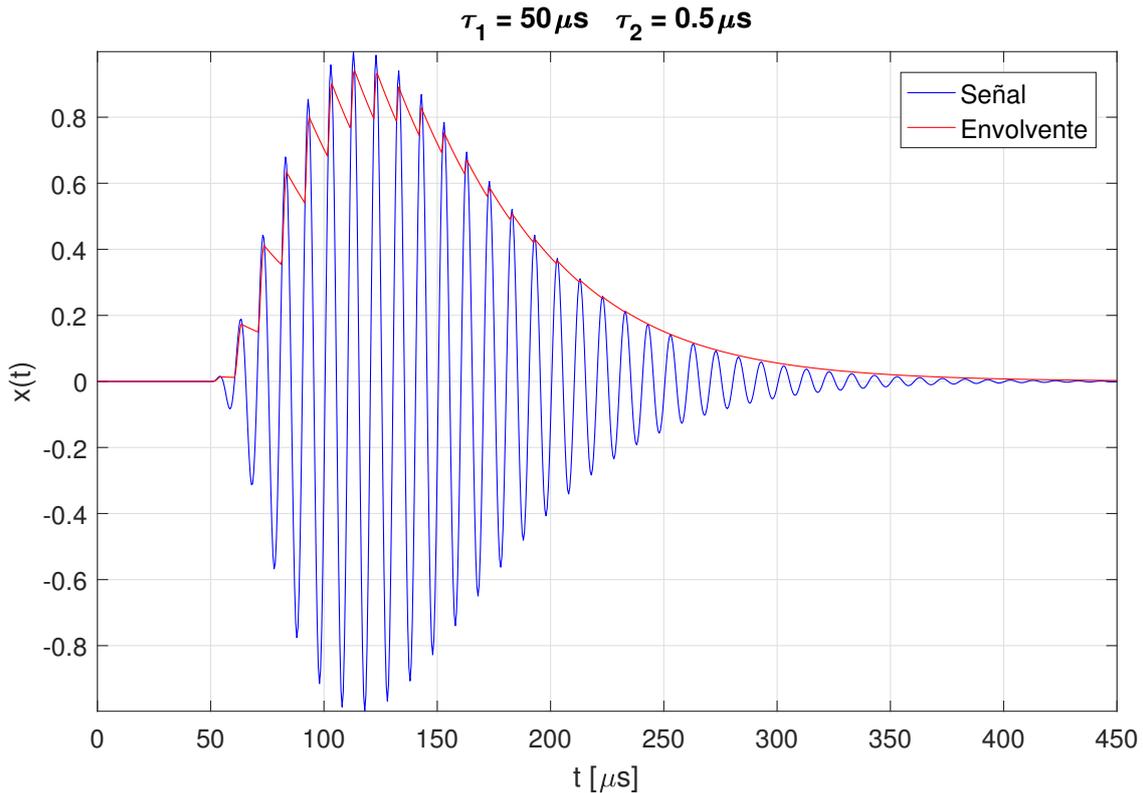


Figura 3.7: Comportamiento del DdE para los parámetros τ_1 y τ_2 ajustados.

fica que sus valores no se encuentran correlacionados entre sí. Esto permite que al correlar nuestra señal con ruido con un patrón limpio, los instantes de alineación puedan ser fácilmente identificables. El *offset* que aparece en la función CC es debida a esta característica del ruido AWGN.

3.3. Control del receptor

Las actuaciones concernientes a esta etapa del procesado vienen gobernadas mediante una señal de control biestado denominada `DetectMode`, la cual indicará si el receptor se encuentra en modo detección/búsqueda (MD) o en modo escucha (ME). Las conmutaciones entre ambos estados son realizadas de manera autónoma por el propio receptor, sin necesidad de manipulación externa, favoreciendo la automatización del sistema. Con este método se pretende que, durante aquellos intervalos temporales existentes entre dos conjuntos consecutivos de pulsos cualesquiera⁷ (intervalo de ‘silencio’), el receptor se encuentre midiendo el ruido adherido a la señal por efecto de su paso por el canal (ME); mientras que cuando se detecte que se está recibiendo uno de estos conjuntos, el receptor se encargará de determinar los instantes en los que se inician cada uno de los pulsos que lo conforman, así como identificando cada conjunto como *master* o *slave* y su posterior posprocesado hasta conseguir la estimación de la posición (MD). Así mismo, desde el punto de vista de la implementación real en hardware del receptor, donde las restricciones de diseño suelen venir dadas principalmente por la capacidad computacional y de memoria de

⁷Independientemente de la estación emisora del que provengan.

los componentes, la existencia de un modo de operación ‘relajado’ reduce la carga de trabajo del microprocesador, lo que genera una ventaja significativa.

No se pretende en esta Memoria explicar de manera pormenorizada el código desarrollado en MATLAB para el receptor Loran-C, sino una descripción sucinta y concisa del funcionamiento del mismo.

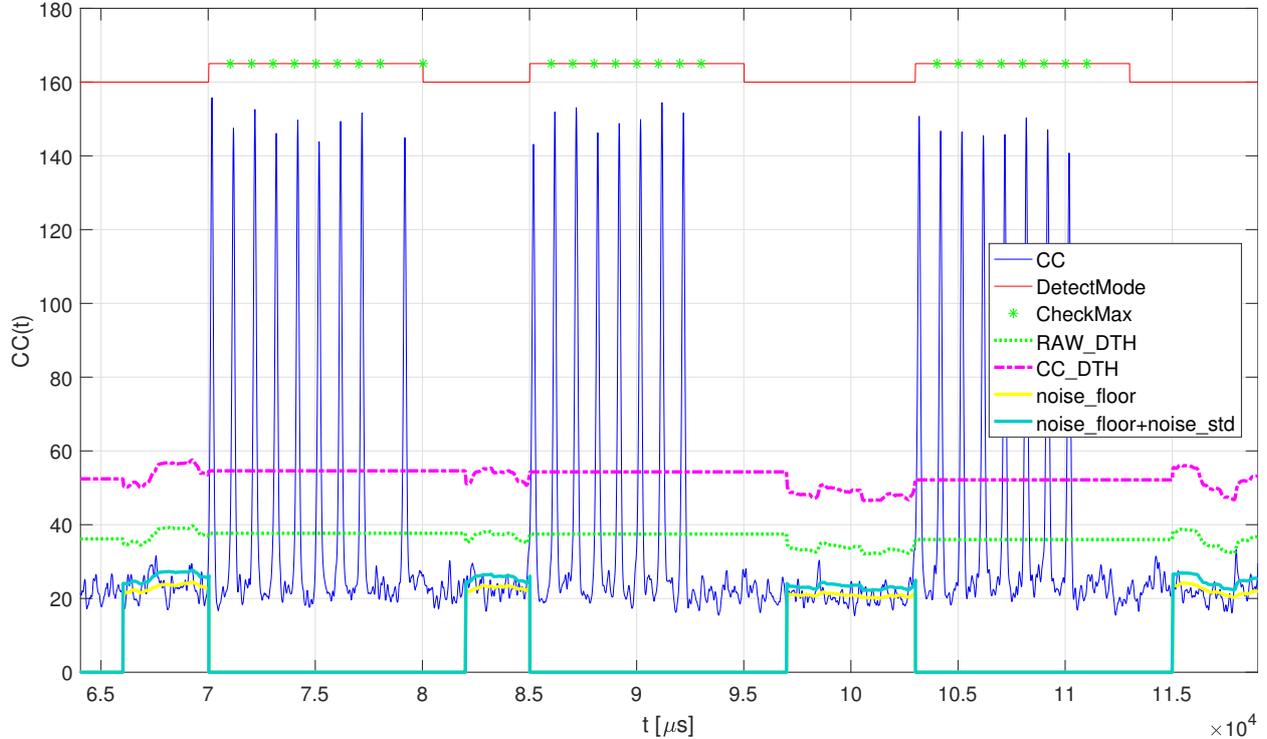


Figura 3.8: Umbrales, medidas del ruido e instantes CheckMax.

En la Fig. 3.8 se muestra un ejemplo ilustrativo de esta señal de control (línea sólida roja), en la que un valor ‘alto’ corresponde al MD y un valor ‘bajo’ al ME. La referencia del valor bajo de esta señal se ha tomado caprichosamente a una altura arbitraria con la única finalidad de facilitar la visualización simultánea de la señal de control con la CC.

3.3.1. Modo escucha

3.3.1.1. Activación del modo escucha

La transición de MD a ME acontecerá cuando, una vez se produzca el inicio del MD, haya transcurrido una ventana temporal, denominada RAW_DETECTION_WINDOW, lo suficientemente grande como para abarcar la duración del conjunto de pulsos más largo existente en el sistema Loran-C, asegurando así que durante la recepción de pulsos el sistema se encuentra percibiéndolos. Se recuerda que el sistema Loran-C presenta dos configuraciones de conjuntos de pulsos, los relativos a una estación *slave* y los correspondientes a una estación *master*. Los primeros se componen de 8 pulsos equiespaciados una cantidad de $1000 \mu\text{s}$ (denominada W_1), mientras que los segundos tienen la misma estructura que los ya mencionados, con la salvedad de que se le anexa un noveno pulso espaciado con su inmediatamente precedente el doble de W_1 . Con ello, es fácil comprobar que el conjunto de pulsos más largo es el

relativo al *master*, con una duración máxima⁸ de $8 \times W_1 + 2 \times W_1 = 10000 \mu\text{s}$, que será el valor adoptado por `RAW_DETECTION_WINDOW`.

3.3.1.2. Actuaciones durante el modo escucha

Como se ha admitido que las interferencias que afectan a la señal se pueden modelar mediante un ruido blanco gaussiano aditivo (AWGN), la señal recibida entre conjuntos de pulsos se trata exclusivamente del ruido del canal. Por tanto, mientras el modo de escucha se encuentra activado, el receptor únicamente se encarga de realizar una medidas sobre el ruido; en particular de su media y su desviación estándar. Estos valores, almacenados en las variables `noise_floor` y `noise_std` respectivamente (matemáticamente μ y σ), se reservarán para establecer unos umbrales que se explicarán a continuación. Ambas medidas estadísticas requieren disponer de un conjunto de valores del ruido anteriores al instante actual. Para ello, se toma una ventana de duración `INACTIVE_TH` que va guardando los últimos valores anteriormente medidos del ruido. La elección de la longitud de esta ventana debe ser un compromiso entre: un vector lo suficientemente largo para que las medidas estadísticas estén convenientemente enriquecidas, pero no de manera excesiva como para no permitir ni una sola estimación de estos valores.

Los umbrales que se calculan a partir de las medidas del ruido son:

$$\text{RAW_DTH} = (\mu + \sigma) * \rho + 1, \quad (3.13)$$

$$\text{CC_DTH} = \text{RAW_DTH} * \eta, \quad (3.14)$$

donde `RAW_DTH` se define como el valor que debe superar la señal `CC` para pasar de ser considerada ruido a ser considerada como ‘señal útil’, y donde `CC_DTH` se establece como el límite por debajo del cual el valor que se encuentre almacenado como máximo local actual no será consolidado como máximo⁹ (ambos umbrales se muestran en un ejemplo de señal en la Fig. 3.8). En estas ecuaciones μ representa la media, σ la desviación estándar, y η un coeficiente que será explicado en detalle a continuación. No se debe caer en la tentación de presuponer que los valores de estos umbrales pueden ser elegidos de manera caprichosa; es más, son una de las piezas clave del buen o mal desempeño del receptor. Es por eso que se hace se torna imperativo el detenerse un instante para justificar las ecs. (3.13) y (3.14).

En primer lugar se calcula la media estadística del ruido en una ventana muestral de longitud `INACTIVE_TH`, que nos proporcionará una estimación del nivel de suelo en el que se encuentra centrado (`noise_floor` en Fig. 3.8), a la vez que se obtiene también la desviación estándar de la misma ventana. Este valor dará una medida del grado de dispersión de los datos con respecto al valor promedio. Gracias a que el ruido se comporta como una variable aleatoria con distribución normal, el conocimiento de estas cantidades permite predecir un rango de valores dentro del cual la variable aleatoria tomará valor con una probabilidad determinada, tal y como se muestra en la Fig. 3.9 para el caso teórico gaussiano.

Se puede observar en ella que a medida que el rango de valores $[\mu - \varrho\sigma, \mu + \varrho\sigma]$, centrado en μ , aumenta en longitud (aumentando ϱ), la probabilidad de contener en él un valor tomado por la variable aleatoria aumenta. En particular, y debido a que

⁸Se considera que los pulsos Loran-C son prácticamente cero para valores temporales de más de $1000 \mu\text{s}$ tras el inicio de este.

⁹La comprensión de estos umbrales se verá reforzada en los apartados posteriores.

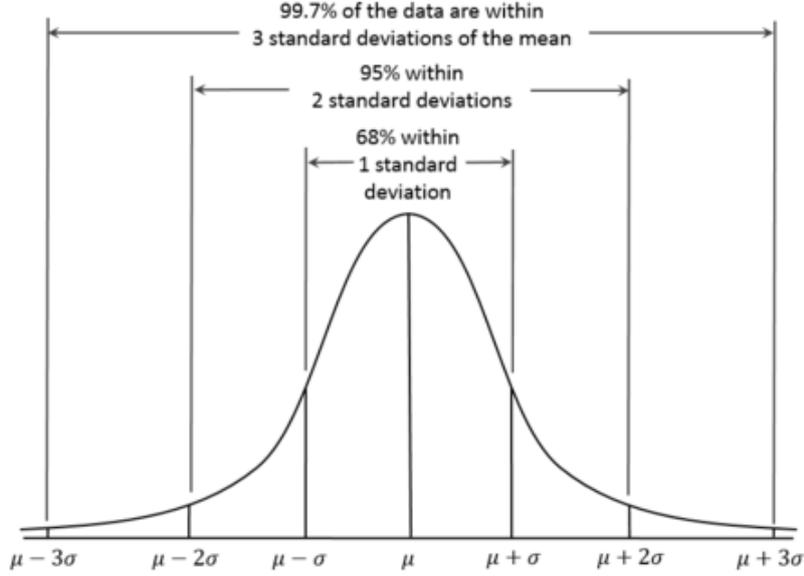


Figura 3.9: Porcentaje de los valores aleatorios que caen dentro de la banda centrada en la media de una distribución normal y con un ancho de dos, cuatro y seis desviaciones estándar (Fuente: [18]).

se está interesado en establecer un umbral por encima de la media, sólo nos atañerá el límite superior del intervalo indicado. En esta ocasión, tras una proceso de ajuste empírico tras diversas simulaciones, se ha optado por tomar un umbral superior de la forma $\rho(\mu + \sigma)$, donde $\rho = 1,4$ para asegurar que se encuentra lo suficientemente apartado verticalmente del ruido como para que los valores de la señal que alcancen este límite puedan ser tomados como ‘señal útil’ con una certeza de $\approx 83,85\%$. Esta probabilidad se calcula haciendo uso de la teoría de probabilidad, que dicta que

$$P(\rho(\mu - \sigma) \leq X \leq \rho(\mu + \sigma)) = \Phi_{\mu, \sigma^2}[\rho(\mu + \sigma)] - \Phi_{\mu, \sigma^2}[\rho(\mu - \sigma)] \quad (3.15)$$

donde X es la variable aleatoria ruido y $\Phi_{\mu, \sigma^2}(x)$ es la función de distribución de la distribución normal definida como sigue:

$$\Phi_{\mu, \sigma^2}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{(u - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) du \quad (3.16)$$

Tomando para este cálculo aproximado la función de distribución de la normal estándar, donde $\mu = 0$ y $\sigma = 1$, y particularizando en (3.15), la probabilidad que se obtiene es de $\approx 83,85\%$. Si se quisiera un valor de certeza mayor, no habría más que aumentar el valor de ρ . Se puede demostrar fácilmente que los coeficientes ρ y ϱ son intercambiables, siendo su relación

$$\varrho = \frac{\rho(\mu + \sigma) - \mu}{\sigma}. \quad (3.17)$$

En la ec. (3.13) aparece un segundo sumando de valor unidad. Este *offset* se implanta porque en caso de que no existiera ruido en canal, $\mu = \sigma = 0$, lo que supondría que $\text{RAW_DTH}=0$. Esta circunstancia provoca que $\forall \text{CC}(t) > 0$ cuando el ME está activado, aún a pesar de que debiera teóricamente debiera tomar 0^{10} , activaría el MD innecesariamente.

¹⁰Coyuntura habitual cuando se trabaja con un sistema numérico de precisión finita.

La definición de CC_DTH mediante (3.14) se elige de esta manera por simplicidad, donde se garantiza que $CC_DTH > RAW_DTH$ siempre que se cumpla $\eta > 1$. La desventaja que induce esta ausencia de complejidad se puede percibir en la Fig. 3.10.

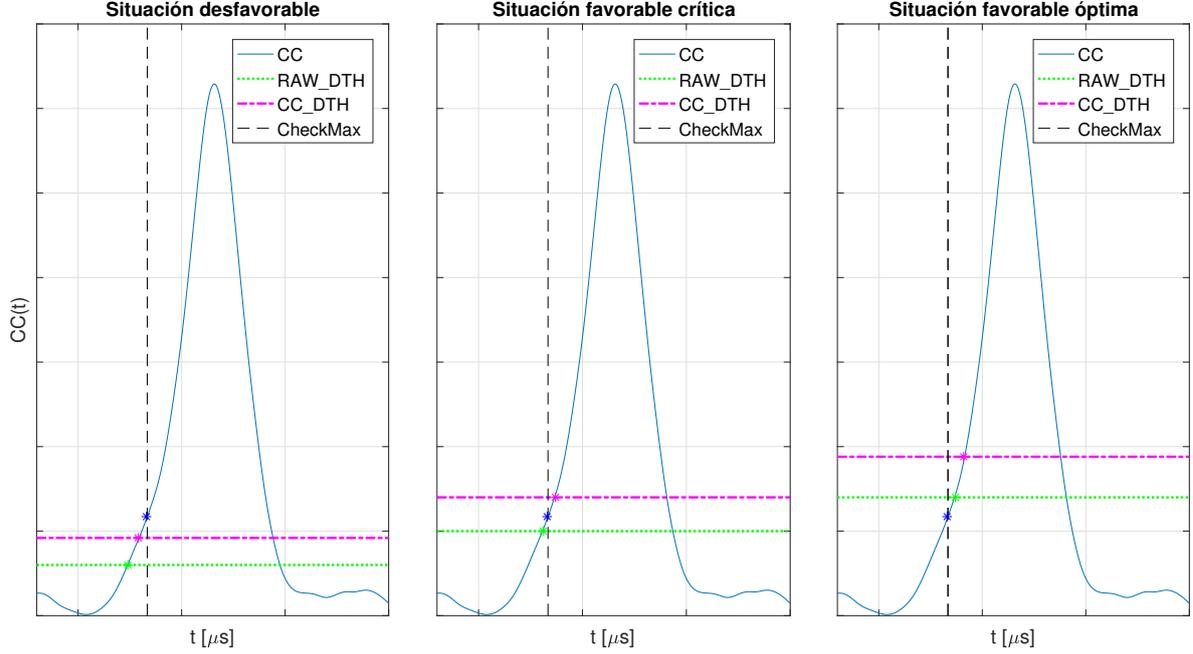


Figura 3.10: Posibles escenarios que pueden presentarse a la hora de validar un máximo en el instante CheckMax.

Una vez se activa el MD, teóricamente los instantes en los que acontece un CheckMax debería coincidir temporalmente con un corte de RAW_DTH con CC . Sin embargo, la forma concreta de CC depende del ruido que porte la señal de radiofrecuencia, ruido que aún siendo atenuado mediante filtrado, permanece presente. Esto hace que cada ‘campana pico’ de CC posea una pendiente en la zona creciente que, a pesar de ser bastante similar con el resto de ‘campanas’, no será idéntica. Este es el origen de la discrepancia entre puntos de corte. Pero, ¿qué problema ocasiona este desacuerdo entre intersecciones? Veamos las tres situaciones que pueden tomar lugar:

$$t_{RD} < t_{CD} < t_{CM} \implies \text{Situación desfavorable}, \quad (3.18)$$

$$t_{RD} < t_{CM} < t_{CD} \implies \text{Situación favorable crítica}, \quad (3.19)$$

$$t_{CM} < t_{RD} < t_{CD} \implies \text{Situación favorable óptima}, \quad (3.20)$$

en el que t_{RD} y t_{CD} son los instantes de corte de RAW_DTH y CC_DTH con CC , y t_{CM} es el instante CheckMax.

En caso de la situación desfavorable y que el máximo actual de ese subintervalo W_1 concreto se produzca en el instante CheckMax (no correspondiendo a ningún pico), por la condición $t_{CD} < t_{CM}$ de (3.18) se confirmará *indebidamente* como pico de CC . Si se da esta segunda circunstancia pero en cualquiera de los otros dos casos catalogados en la Fig. 3.10 como favorables, la condición $t_{CM} < t_{CD}$ evitará confirmar un máximo que no corresponde. Por lo tanto, η debe de elegirse de manera tal que cerciore que ante diferentes configuraciones de ruido en el canal,

se produzca prácticamente siempre una situación favorable. El valor que finalmente se ha adoptado ha sido $\eta = 1,45$.

Para concluir, indicar que inicialmente se fuerza a que el receptor comience en ME y se mantenga en él durante un cierto período con el objetivo de inicializar los umbrales correspondientes, pese a que durante ese tiempo pueda estar recibiendo señal útil cuya potencial información estaría desaprovechándose. Lo conveniente sería que durante ese tiempo se midiera exclusivamente el ruido, pero si ocurriera que también se mide señal útil, μ se incrementaría en una cierta cantidad que no es excesiva. Esta etapa transitoria es algo usual en prácticamente todos los dispositivos electrónicos; una fase donde todo el sistema se prepara para comenzar su funcionamiento nominal.

3.3.2. Modo detección

3.3.2.1. Activación del modo detección

Cuando estando el receptor en ME, la señal CC supere el umbral RAW_DTH anteriormente definido, se accionará automáticamente el MD, con una duración fija RAW_DETECTION_WINDOW. En este preciso instante se reinician a sus valores por defecto todas las variables relacionadas con las medidas que se realizan en cada activación del MD, como por ejemplo el número de *slaves* y *masters* detectados, el valor y el índice del máximo actual medido, etc; variables que se irán actualizando a lo largo del tiempo.

3.3.2.2. Actuaciones durante el modo detección

Mientras el MD se encuentre en funcionamiento, el receptor se verá sometido a una elevada carga de trabajo debido a la multitud de operaciones que se deben de realizar en esta sección del programa. A continuación se describirán estas acciones.

El objetivo principal de este modo será el de, una vez contados el número de máximos que presenta la señal CC en el intervalo RAW_DETECTION_WINDOW, identificar si el conjunto de pulsos se corresponde con un *master* o un *slave*, para entonces poder calcular los TOAs, TDs y con ello, finalmente la estimación de la posición.

Es evidente que antes de estar en posesión de efectuar el conteo del número de máximos hallados, es necesario realizar la propia búsqueda de los máximos. Para ello sólo hay que tener en cuenta que un máximo local de la señal CC es aquel punto $(t_0, CC(t_0))$ donde se cumple que $CC(t) \leq CC(t_0), \forall t \in I \subset \mathbb{R}$, con I un intervalo reducido en el entorno de t_0 . Algorítmicamente, lo que se hace es almacenar el mayor valor de CC encontrado hasta ese momento dentro del intervalo I e ir comprobando si el valor medido en el instante actual es mayor que ese. En caso afirmativo, este nuevo valor reemplaza al anteriormente guardado, mientras que en caso contrario, se mantiene el valor que ya estaba. Esta operación de búsqueda se realiza $\forall t \in \text{RAW_DETECTION_WINDOW}$. Sin embargo, esta ventana se encuentra subdividida a su vez en intervalos regulares I de duración W_1 en los que, al finalizar cada uno de ellos, se produce la comprobación de si el máximo encontrado se considera realmente un pico de la señal CC o no. Estos instantes se muestran con asteriscos verdes en la Fig. 3.8, denominados CheckMax. Es aquí donde entra en juego el segundo umbral definido previamente, CC_DTH: si cuando se produce un CheckMax el máximo almacenado supera el valor dicho umbral, el máximo asegura como pico (registrando la

posición temporal en la que se localizó el último), lo que aumenta en uno el número de máximos encontrados, a la vez que se resetea el valor del máximo actual para reiniciar la búsqueda en el intervalo inmediatamente posterior. Este procedimiento se realiza hasta finalizar la ventana `RAW_DETECTION_WINDOW`, momento en el que dependiendo de si se han obtenido 8 ó 9 picos en el conteo, se reconocerá la transmisión de un *slave* o un *master* respectivamente. En caso de el conteo proporcione un número diferente a los mencionados (circunstancia ocasionada probablemente por la operación en un entorno con ruido excesiva que provoque un mal funcionamiento), el receptor no estará en condiciones de saber la procedencia del conjunto de pulsos, por lo que se devuelve una información *vacía* que acarrea una imposibilidad de ofrecer una estimación de la posición.

Estimación del TOA y TD Una vez transcurrido un intervalo temporal de duración igual al GRI del *chain* sintonizado, supuesto en esta ocasión compuesto una estación *master* y dos *slaves*, y siempre que el receptor funcione de manera apropiada, dispondremos del instante en el que se produce el último pico de `CC` tanto del conjunto de pulsos *master* como de los *slaves*. Como ya se vio en el §3.2.3, estos picos presentes en `CC` se corresponden con los instantes TOA. Como el TD se ha definido como la diferencia entre el TOA del primer pulso del conjunto *slave* menos el del primero del *master*, y dado que el receptor devuelve el TOA del último de los pulsos de cada conjunto, habrá que retrasar esta medida $9000 \mu\text{s}$ en el caso del *master* (*DelayMaster*) y $7000 \mu\text{s}$ en el caso del *slave* (*DelaySlave*) (véase Fig. 3.11).

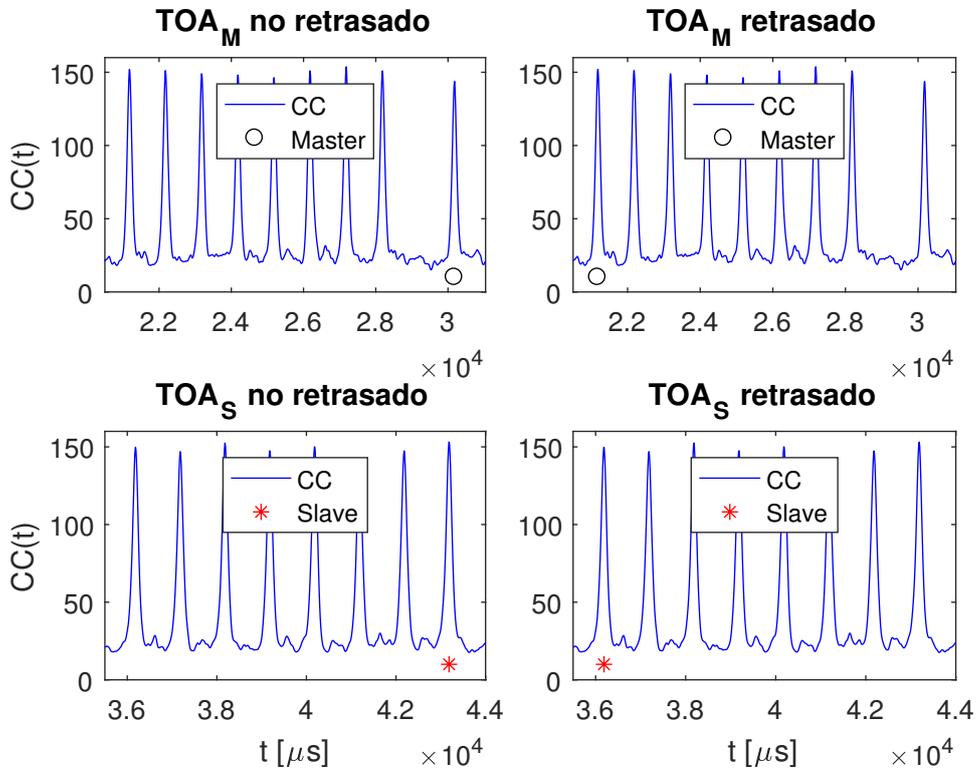


Figura 3.11: TOAs antes (izquierda) y después (derecha) del procedimiento de retraso.

El retraso introducido por el filtrado implica que, adicionalmente al *DelayMaster*

y al *DelaySlave*, habrá que aplicar otro, denominado aquí como *CalibratedDelay*, inherente al propio paso de la señal a través de filtros. En este caso los bloques del receptor que introducen retraso serán el LPF, DdE y el BPF. El valor concreto del *CalibratedDelay* (en índices) será la suma de los retrasos de cada uno de ellos, expuestos en sus respectivos apartados 3.2.1 y 3.2.2. El cálculo del TD no será más que aplicar la resta

$$TD_i = TOA_{S_i} - TOA_M, \quad \forall i = X, Y, Z... \quad (3.21)$$

donde *TOA* serán los *TOAs* una vez ya retrasados, y los subíndices *S* y *M* identifican al *slave* y al *master*.

Un ejemplo destacable de la robustez del código es que (3.21) sólo se calcula cuando se cumple que para un GRI se tiene una terna completa (1 *TOA_M* y 2 *TOA_S*) y adecuada (TD está dentro de su rango apropiado (ec. 2.9)) de datos, como la gráfica izquierda de la primera fila en la Fig. 3.12. El resto de posibles combinaciones son descartadas porque imposibilitan dar una estimación de la posición.

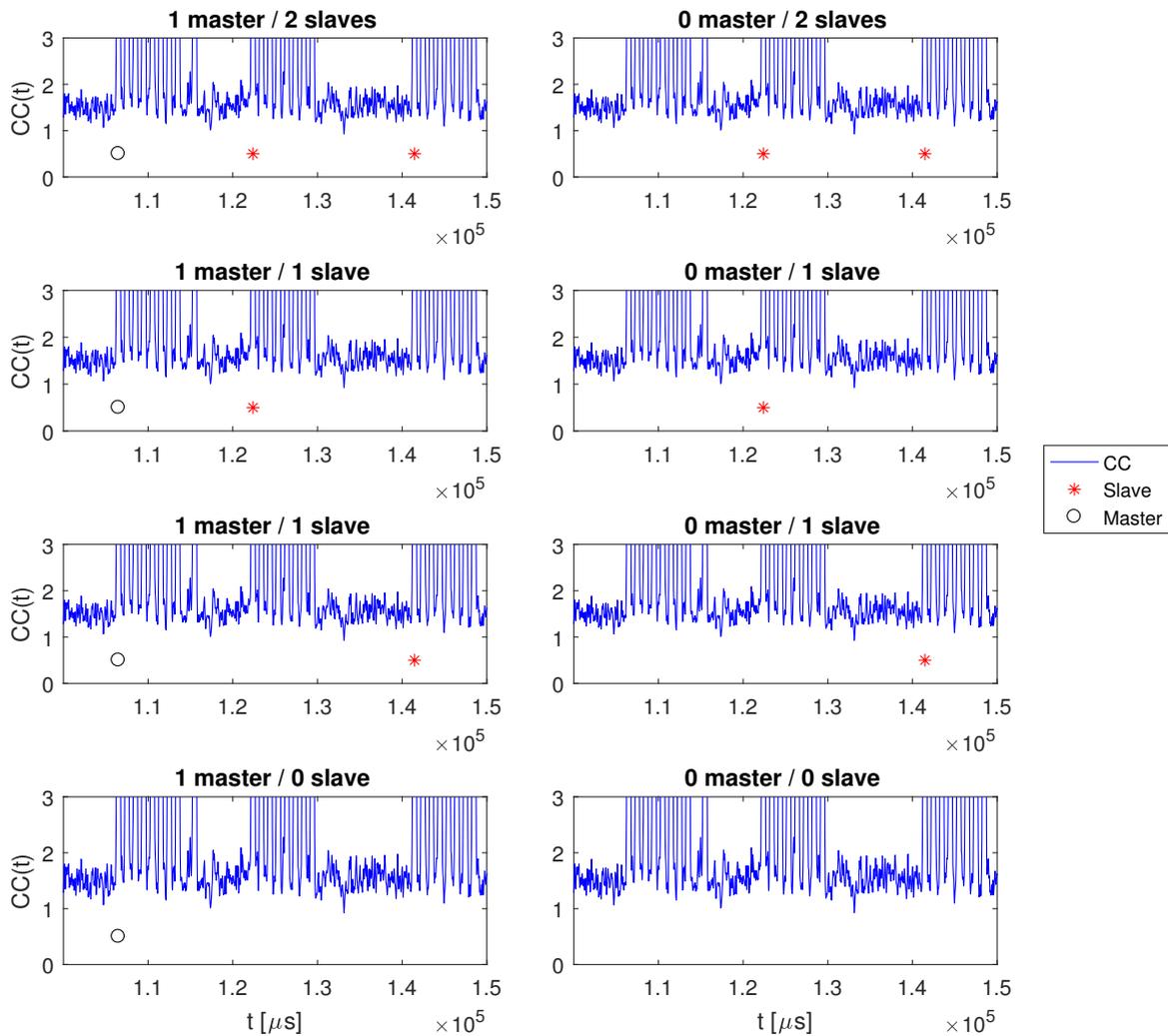


Figura 3.12: Casuística presentable en la detección de estaciones.

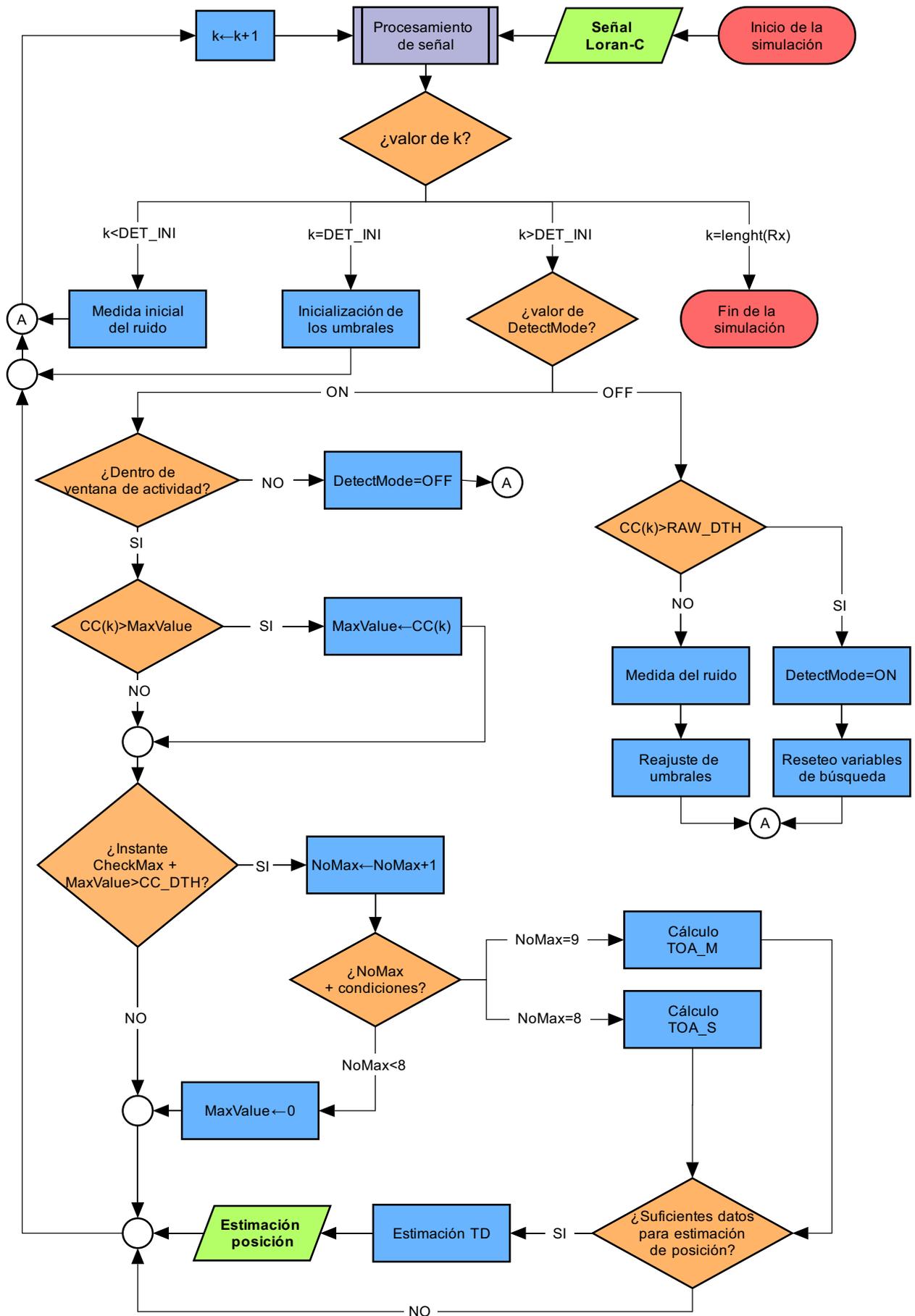


Figura 3.13: Diagrama de flujo detallado del control del receptor.

3.4. Estimación de la posición

Una vez se han adquirido las estimaciones del TD para un mismo GRI, se precisa de un algoritmo eficiente que resuelva el problema del posicionamiento; es decir, que utilice esta información para proporcionar una estimación precisa y sin ambigüedad de la posición.

De forma general, cuando las estaciones emisoras se encuentran situadas en ubicaciones arbitrarias con respecto al receptor, la localización de este es determinada mediante la intersección de curvas hiperbólicas derivadas a partir de las estimaciones de TD. El conjunto de ecuaciones que describe estas curvas hiperbólicas son no lineales, lo que provoca que no sean fáciles de resolver. Si este conjunto de ecuaciones se encuentra constituido por tantas ecuaciones como número de coordenadas desconocidas del receptor (incógnitas), entonces el sistema es consistente y existe una solución única. Cuando el sistema es inconsistente, por ejemplo si se tienen medidas redundantes no congruentes, el problema de resolución del posicionamiento del receptor se hace más difícil debido a que en ese caso no existe solución única.

En la literatura pueden encontrarse diversos procedimientos matemáticos para resolver este problema específico, ya sea para el caso consistente como inconsistente, donde cada uno de ellos ofrece diferentes precisiones y presenta sus complejidades particulares. El algoritmo concreto que habría de aplicarse para un escenario concreto depende de la configuración geométrica concreta de las estaciones emisoras, el número de coordenadas que determinen el receptor, las medidas empleadas, los requisitos computacionales, las suposiciones acerca de la naturaleza estadística del canal y la precisión deseada. Se pueden citar algunos ejemplos de estos métodos: el método de intersección esférica (SX), método de interpolación esférica (SI), método DAC (*Divide and Conquer*), método de Fang, la aproximación de Friedlander, etc. El método empleado en este trabajo será el desarrollado por Y.T. Chan y K.C. Ho en su artículo [21], adaptando su notación a la configuración del sistema Loran-C. Se ha optado por emplear esta técnica específica debido a su simplicidad y a que la solución se obtiene mediante una fórmula analítica para el caso del sistema consistente (3 estaciones), eliminando así la necesidad de usar un proceso iterativo que converja a la solución [22]. La descripción de este método, bautizado en la literatura como el ‘Método de Chan’, se ha trasladado al Anexo B con el propósito de no precipitar al lector en un prolijo desarrollo matemático, desorientándolo del objetivo principal, que es hallar la posición del receptor gracias a las medidas de TD.

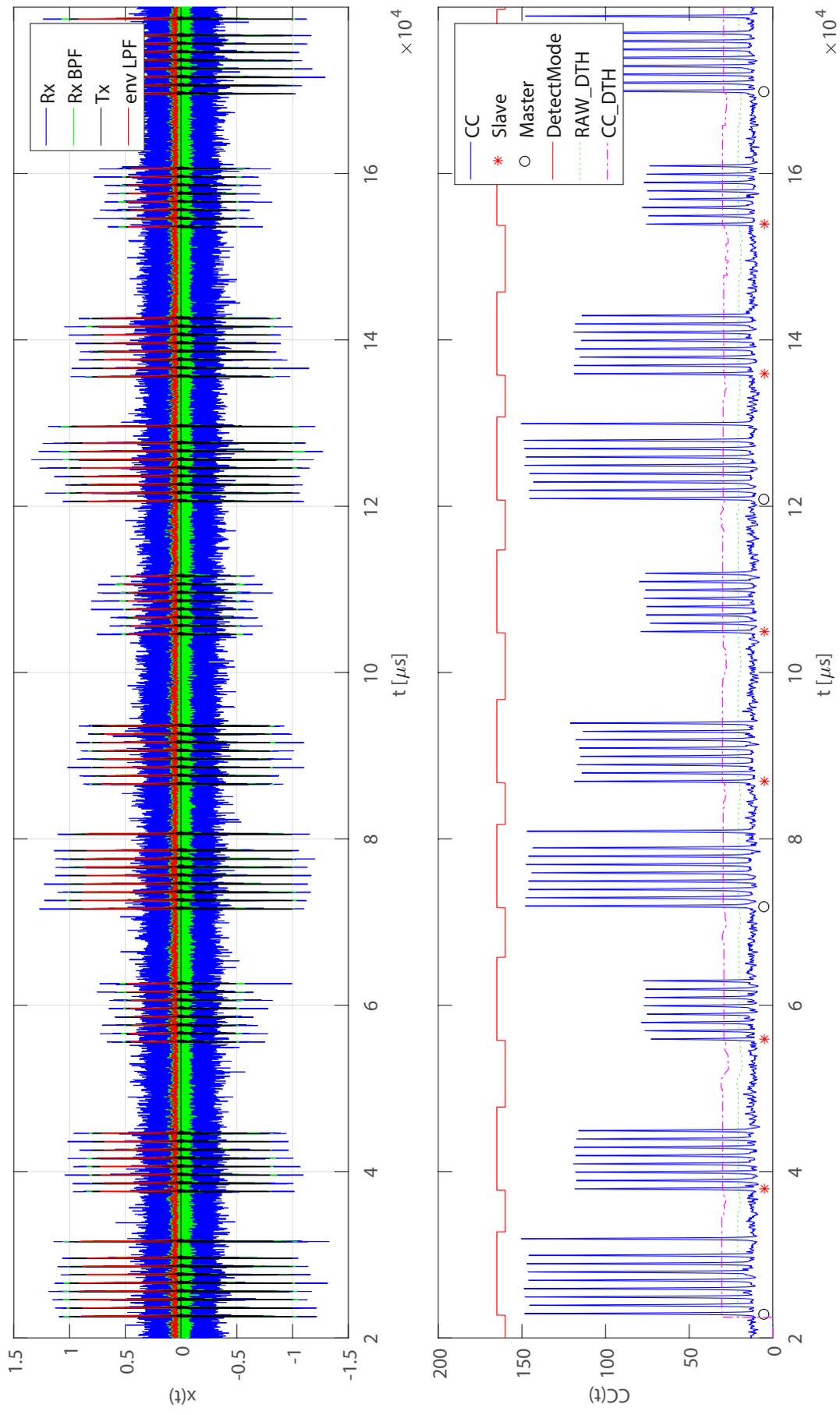


Figura 3.14: Señales producidas de cada etapa del receptor.

3.4.1. Fuentes de error

3.4.1.1. Dependencia de TD con el tiempo

Todo sistema de posicionamiento basado en la diferencia de dos (o más) medidas de tiempos posee un error inherente al propio método de posicionamiento. Este hecho se ilustra en la figura a continuación:

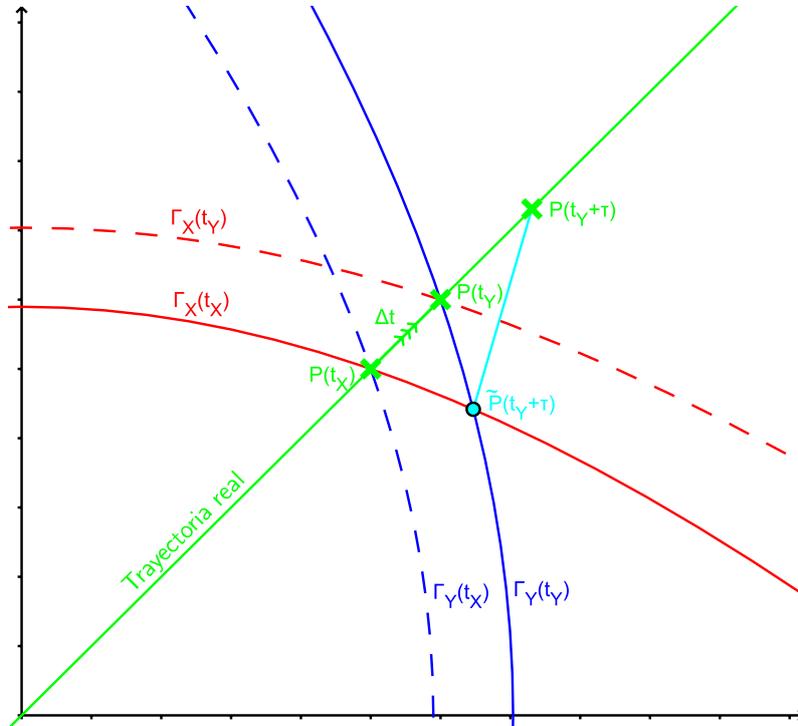


Figura 3.15: Error de estimación de la posición debido al movimiento del vehículo.

Si se supone que el sistema se halla embarcado en un vehículo que, durante el intervalo de tiempo Δt entre la primera medida de tiempo (t_X) y la segunda ($t_Y > t_X$), se encuentra en movimiento, es evidente que en ambos instantes el vehículo se encontrará en posiciones del plano $P(t_X)$ y $P(t_Y)$ diferentes por el mero hecho de estar desplazándose. Esta situación hace que la pareja de hipérbolas que se toman para interseccionarlas ($\Gamma_X(t_X) \cap \Gamma_Y(t_Y)$) y obtener así una estimación de la posición \tilde{P} (que pudiera darse en un cierto instante posterior¹¹, $t_Y + \tau$, a la segunda medida temporal), correspondan a posiciones diferentes. Esto hace que, como bien se ilustra en la Fig. 3.15, la posición estimada $\tilde{P}(t_Y + \tau)$ y la posición real $P(t_Y + \tau)$ difieran en una cantidad (segmento de color cian) que será significativa o no dependiendo de la velocidad del vehículo, ya que a mayor velocidad, mayor distancia recorrida durante Δt y por tanto mayor error en la estimación. Nótese que en el caso particular del reposo, ambas hipérbolas sí corresponderían a la misma posición, ya que durante el intervalo Δt el vehículo permanece fijo si no existe movimiento, por lo que el error cometido entre la posición estimada y la real desaparecería.

La conclusión de la coyuntura planteada es que, siempre que el sistema de posicionamiento Loran-C se encuentre en un vehículo *en movimiento*, ello implica que:

- Existirá un error ineludible entre la posición estimada y la real que será significativo o no dependiendo de la velocidad del vehículo.

¹¹En el código de MATLAB, este instante se denomina PRT (position refresh time).

- Ya que la posición variará con el tiempo, el vector TD pasará a ser dependiente de este también ($TD = TD(t)$), como ya se había indicado.

3.4.1.2. Resolución del receptor

Como todo sistema digital, el receptor operará a una cierta tasa o período de muestreo T_s durante el proceso de discretización de la señal analógica recibida (*sampling*), siendo este el tiempo entre intervalos de toma de muestras. En lo sucesivo, se denominará *resolución del receptor* al menor incremento con el que el receptor es capaz de obtener una medida, que coincide con T_s .

Esta discretización del tiempo limita el desempeño del receptor en la búsqueda de los instantes de inicio de los trenes de pulsos (t_M y t_{S_i} , con $i = X, Y, Z...$), ya que $\forall t \geq 0$ tal que $\text{mod}(t, T_s) \neq 0$ (es decir, para todo instante de tiempo distinto de los múltiplos de T_s), el receptor sólo será capaz de proporcionar una estimación del t real de manera que $\tilde{t} = \lfloor t/T_s \rfloor T_s \in \{0, T_s, 2T_s, \dots, nT_s\} \forall n \in \mathbb{N}_0$, y donde $\lfloor * \rfloor$ expresa la función parte entera. Esto ocasiona un error de resolución temporal tal que $\delta t < T_s$, que se propagará al cálculo del TD y que se denotará como δTD .

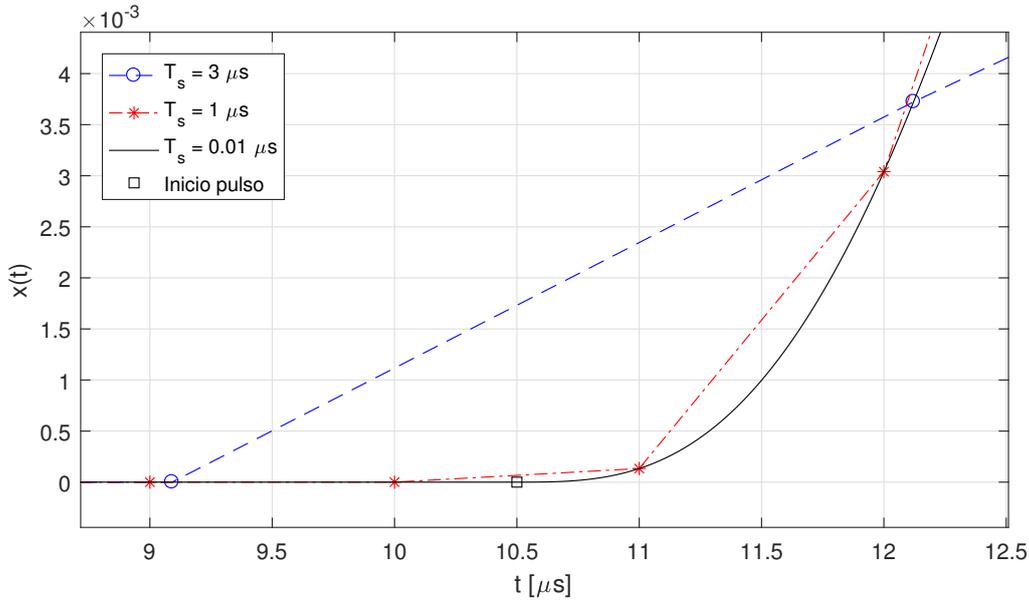


Figura 3.16: Señal formada en el receptor para diferentes valores de T_s . Puede verse que cuando el instante de inicio del pulso no es un múltiplo entero del T_s seleccionado, el valor estimado del inicio diferirá del real en una cantidad δt tanto mayor cuanto mayor sea el valor de T_s .

3.4.1.3. Gradiente hiperbólico

Lo que se pretende a continuación es caracterizar el error de posicionamiento que se comete si el receptor, en vez de posicionarnos sobre una LOP correspondiente a un cierto TD , lo hiciera sobre una que correspondiera a $TD + \delta TD$.

Desde un punto de vista pragmático, al operador del receptor lo que le interesará conocer será el área de incertidumbre de la localización estimada. Este área es entendida como aquel sector situado en los alrededores de la posición estimada donde

cambios en el TD menores a la resolución del receptor δTD no serán detectados por este. Para ilustrar esta idea véase la Fig. 3.17.

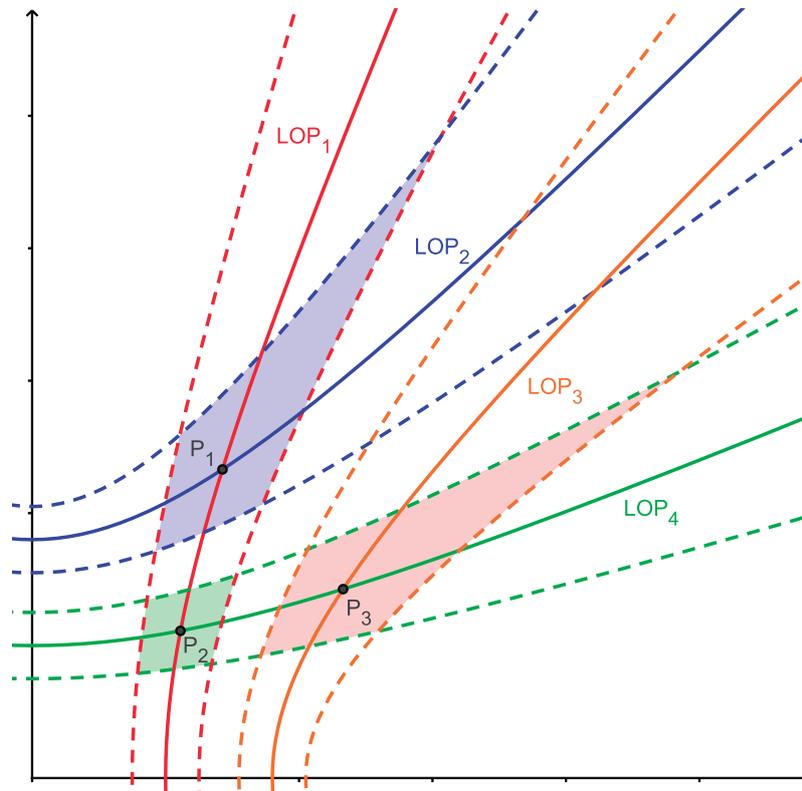


Figura 3.17: Áreas de incertidumbre en función del gradiente hiperbólico.

En esta figura se han representado una serie de LOPs arbitrarias (líneas sólidas) correspondientes a dos parejas *master-slave* con *master* común, las LOPs que resultan de sumar o restar al TD de la principal la cantidad δTD (líneas punteadas) y las áreas de incertidumbre (área sombreadas). Las líneas de posición LOP_2 y LOP_4 pertenecerán a una de las parejas, mientras que LOP_1 y LOP_3 corresponderán a la otra. Según las LOPs particulares que estime el receptor y su posterior intersección, hallaremos la posición del vehículo.

$$P_1 = LOP_1 \cap LOP_2, \quad (3.22)$$

$$P_2 = LOP_1 \cap LOP_4, \quad (3.23)$$

$$P_3 = LOP_3 \cap LOP_4. \quad (3.24)$$

Puesto que el receptor sólo podrá dar estimaciones discretas de TD (... $TD - \delta TD$, TD , $TD + \delta TD$...), sus LOPs correspondientes tendrán unos pasos fijos entre sus adyacentes. Por lo tanto, hay que destacar dos cuestiones:

- Una familia discreta de LOPs que se intersecan con otra familia diferente da lugar a un mallado de puntos en el plano que hará que, toda aquella posición real del vehículo no coincidente con un punto de la malla, se estime por uno que sí pertenece a ella.
- Por otro lado, los errores en las estimaciones del TD por parte del receptor, que siempre que se produzcan serán como mínimo de $\pm \delta TD$, harán que en

vez de darse la posición ideal P_i se dé como estimación alguno de los vértices del área sombreada. En caso de que el error cometido sea mayor, debido por ejemplo a una alta tasa de ruido, es evidente que vértices distarán una mayor cantidad de la posición ideal, incrementando el error de posicionamiento.

Nótese que fijada la resolución del receptor, las áreas de incertidumbre se amplían a medida que el punto de intersección se aleja de la *baseline*, por lo que el gradiente entre las ramas hiperbólicas aumenta. En este contexto se define el *gradiente hiperbólico* como la distancia perpendicular a la tangente de un LOP en un punto que hay que recorrer para alcanzar el LOP consecutivo.

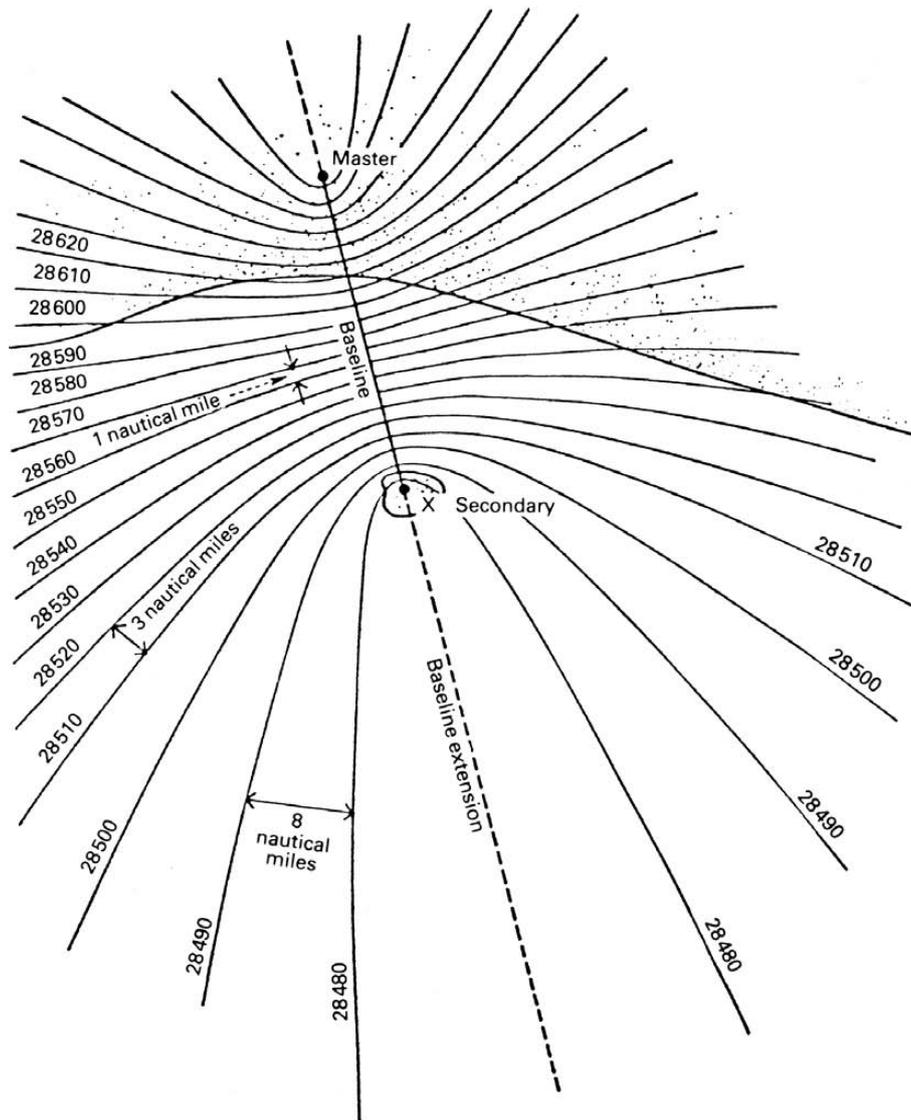


Figura 3.18: Familia de LOPs de una pareja *master-slave* donde se ilustran los excesivos gradientes que se tienen cerca de la *baseline extension* (Fuente: [8]).

Teniendo estas consideraciones presentes, ahora se está en condiciones de comprender el porqué de que, generalmente, los *chains* tengan un mayor número de estaciones que las estrictamente necesarias para el posicionamiento¹². Para una localización particular dentro de la cobertura de más de un *chain* Loran-C, el operador

¹²Se recuerda que el mínimo son 2 estaciones *slaves* por cada *master*.

(de forma manual) o el propio receptor (de forma automática) debería seleccionar el mejor chain disponible, entendiéndose este como el que se reciba con mayor potencia¹³. Una vez se ha seleccionado el chain más conveniente, es necesario seleccionar la triada *master* más dos *slaves* que ofrezcan el mejor posicionamiento. Es aquí donde entra en juego la redundancia de estaciones *slaves*. Para una misma ubicación pero para distintas triadas, el área de incertidumbre puede diferir significativa entre ellas. Idealmente, dos LOPs que se corten en ángulo recto deberán ser siempre las que se utilicen, ya que son las que darán mejor precisión. Dado que esto no es siempre posible de conseguir, las LOPs que se deben elegir serán las que intersequen lo más cerca posible al ángulo recto. Este requisito es equivalente a buscar la triada con menor área de incertidumbre, o lo que es lo mismo, menor gradiente entre LOPs. En la regiones cercanas al *baseline extension* de una pareja *master-slave*, los gradientes se hacen muy grandes, potenciando que se produzcan errores muy grandes. Cuando esto ocurre, el sistema Loran-C provee de un patrón repetitivo de parpadeo on-off (aproximadamente 0,25 s ‘on’ y 3,75 s ‘off’) de los dos primeros pulsos de la señal *slave*, el cual advierte que esa estación es inservible en la configuración actual (para más detalle, véase §4.3.6 en [8]).

3.4.2. Fuentes adicionales

- *Man-made noises* [23]:
 - *Cross-rate interference* (CRI): provocado por aquellas señales originadas en un *chain* diferente que opera en las cercanías del que se ha sintonizado. El problema proviene por la corrupción que puede provocar el hecho de que todas las estaciones empleen una misma frecuencia de transmisión.
 - *Carrier-wave interference* (CWI): el espectro de Loran-C va desde los 90 hasta los 110 kHz. Otras señales que se encuentren en el espectro circundante de los 50-150 kHz son potencialmente perjudiciales para la operación de Loran-C. Estas señales se las denominan CWI.
- Cambios en la velocidad de propagación de la señal de radio por cambios en el tipo de medio o condiciones ambientales en los mismos.
- Inestabilidades en el control del valor de CD.

¹³Es posible aplicar otro criterio de selección de chain si así se considera oportuno.

Capítulo 4

Resultados de las simulaciones

4.1. Metodología

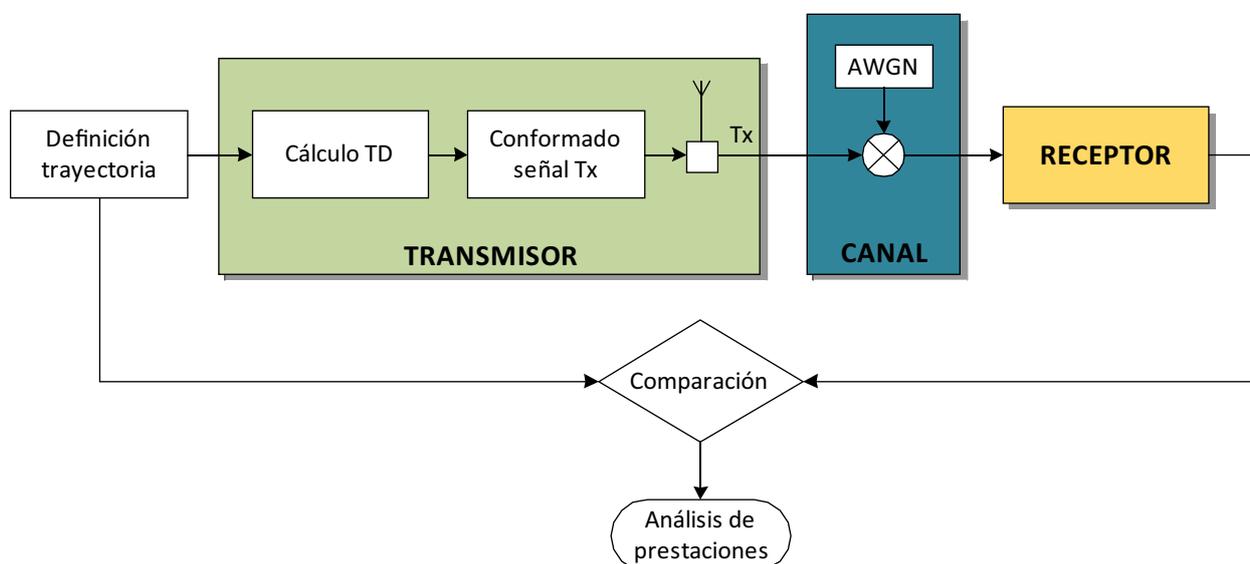


Figura 4.1: Esquema metodológico propuesto para el estudio del sistema Loran-C. El interior del bloque receptor es el exhibido en la Fig. 3.1.

LA Fig. 4.1 ofrece una visión general del planteamiento llevado a cabo para estudiar el sistema. Al igual que cualquier otro sistema de telecomunicaciones, este presenta tres bloques principales: transmisor, canal y receptor. La idea que se sugiere es la siguiente: en primer lugar predefinir una serie de puntos coordenados (trayectoria) que se supone serán recorridos por un vehículo, en este caso una aeronave. El conocimiento de esta trayectoria permite calcular la forma que tendrá la señal de radio (efectuado en el transmisor) a su llegada al receptor. Sin embargo, la existencia del canal entre Tx y Rx introducirá un ruido que perturbará la calidad de la señal. Estas interferencias harán que la información de posición que se extraiga de esta señal (efectuado en el receptor) difiera con respecto a la original. La cuestión es comparar la trayectoria definida inicialmente con la estimada por el receptor y analizar, en función de su similitud, el desempeño del sistema.

4.2. Simulaciones realizadas

En este capítulo se muestran y comentan los resultados obtenidos de las diferentes simulaciones llevadas a cabo. Con ellos se trata de verificar el correcto funcionamiento del código desarrollado para modelar el sistema Loran-C.

Las simulaciones se clasificarán en escenarios diferentes: posicionamiento con el vehículo inmóvil, posicionamiento durante trayectoria recta y posicionamiento durante viraje. Se analizan estas tres configuraciones por ser las más habituales durante el vuelo de una aeronave. Para todos los casos la dinámica de estudio será la siguiente: para cada uno de los valores de SNR (*Signal to Noise*) en un rango que irá desde un valor alto (buena calidad de señal) hasta uno bajo (baja calidad de señal) se realizará una simulación lo suficientemente duradera como para poder obtener una buena estimación del error producido en el proceso de posicionamiento. En cada caso el error se caracterizará mediante el parámetro que se ha considerado más apropiado. Con la información suministrada por las simulaciones será posible confeccionar tanto una gráfica comparativa error-SNR como un mapa en coordenadas cartesianas planas donde se presenten y contrasten las posiciones estimadas frente a las reales.

En las Tablas 4.1 y 4.2 se recopilan todos los parámetros que se han fijado para la realización de las diferentes simulaciones, posibilitando de esta manera una eventual reproducción de los resultados aquí obtenidos. Ocasionalmente algún parámetro muestra más de un valor, ya que en ciertas situaciones se han variado en un rango para comprobar distintos aspectos del comportamiento del receptor, como son T_s (y F_s consecuentemente), la velocidad de la aeronave, el SNR y el tipo de trayectoria seguida. Cuando aparece el símbolo * en una casilla quiere decir que ese campo no procede rellenarlo. Todas las filas menos las pertenecientes a la categoría Loran_Rx son parámetros que se establecen en la función `genConfig`, mientras que el resto se establecen dentro del propio receptor. De los valores adoptados conviene reseñar que las frecuencias de muestreo cumplen, como no podía ser de otra forma, el teorema de Nyquist:

$$f_s > 2 \cdot f_{max} \quad (4.1)$$

donde idealmente $f_{max} = 100$ kHz, la frecuencia de modulación.

4.2.1. Posicionamiento estático

En caso de que se tenga la certeza de que el vehículo del que queremos determinar su ubicación se encuentre inmóvil, las LOPs sobre las que el sistema Loran-C lo posicionará serán las mismas (salvo errores de estimación de las medidas) para todo instante de tiempo; es decir, los valores de TD que identifican dichas LOPs no dependerán del tiempo.

Antes de presentar la magnitud que se va a emplear para cuantificar el error, hay que clarificar una idea fundamental. Aunque en el lenguaje cotidiano los términos exactitud y precisión se usen indistintamente para referirse al mismo concepto, en las ciencias físicas y estadísticas es importante hacer una distinción entre ambos: la exactitud (*accuracy*) es la cuantificación de cómo de cerca se encuentran las medidas al valor “real” (valor aceptado como correcto), mientras que la precisión (*precision*) es la cuantificación de cómo de cerca se encuentran las diferentes medidas unas de otras [24]. Figuras como 4.2 son comúnmente utilizadas para esclarecer las diferencias

	Parámetro	Descripción	Valor	Unidad
Ctrl	T_s	Período de muestreo	0,25/0,5	μs
	F_s	Frecuencia de muestreo (F_s)	4/2	MHz
	t_sim	Tiempo final de simulación	10	s
	plane_vel	Velocidad de la aeronave	0,0694/0,25	km/s
	signal_vel	Velocidad de propagación de la señal	2,9979e5	km/s
Channel	FSPLEnable	Control atenuación manual/automático	0 (manual)	*
	AF ₁	Attenuation factor del <i>slave</i> X	0	dB
	AF ₂	Attenuation factor del <i>slave</i> Y	0	dB
	SNR	Signal-to-noise ratio	[8 ··· 40]	dB
Rx	SIM_INI	Inicio del funcionamiento del Rx	801	muestras
	AdapPwrEnable	Control activación autoadaptación umbrales	1 (ON)	*
	PostProcEnable	Control activación posprocesado	1 (ON)	*
	BW	Ancho de banda	3,1831e3	Hz
	rho	ρ en (3.13)	1,4	*
	eta	η en (3.14)	1,45	*
	τ_1	Constante de tiempo lenta en DdE	50e-6	s
	τ_2	Constante de tiempo rápida en DdE	0,5e-6	s
Path	tray_type	Control del tipo de trayectoria	1/2/3	*
	Información de la Tabla 4.2			
Loran_Rx	W_pulse	Ancho de envolvente de referencia	801	muestras
	W_1	Ventana de búsqueda de máximos	1000·F _s	muestras
	TH_MASTER_WIN_MAX	Tamaño máx. de separación de último pulso <i>master</i>	2250·F _s	muestras
	TH_MASTER_WIN_MIN	Tamaño mín. de separación de último pulso <i>master</i>	1750·F _s	muestras
	TH_SLAVE_WIN_MIN	Tamaño mín. de separación de último pulso <i>slave</i>	750·F _s	muestras
	TH_SLAVE_WIN_MAX	Tamaño máx. de separación de último pulso <i>slave</i>	1250·F _s	muestras
	RAW_DETECTION_WINDOW	Ventana de actividad del MD	10·W_1	muestras
	INACTIVE_TH	Ventana de medida del ruido durante ME	[2000·F _s]	muestras
	GRI_WIN	Tamaño máximo de la diferencia TOA _S – TOA _M	(GRI – 900)·F _s	muestras
	DelayMaster	Retraso aplicable a TOA _M	9000·F _s	muestras
	DelaySlave	Retraso aplicable a TOA _S	7000·F _s	muestras
	CalibratedDelay	Retraso aplicable por desfases introducidos por filtros	41	muestras

Tabla 4.1: Parámetros de configuración establecidos para las simulaciones.

Estación		Coordenadas [km]	Parámetros [μs]			
			CD	BTT	ED	GRI
<i>Master</i>		[0 0]	*	*	*	49000
<i>Slave</i>	X	[600 0]	13000	2,0014e3	1,5001e4	*
	Y	[0 1200]	29000	4,0028e3	3,3003e4	*

Tabla 4.2: Información del *chain* empleado. Los datos no corresponden a ningún *chain* que figure en las tablas del Anexo A.

conceptuales entre exactitud y precisión. Las medidas se dice que son exactas si la agrupación se encuentra cercana al valor real, y se dice que son precisas si entre ellas están cerca. Por ejemplo, en la Fig. 4.2, el diagrama de arriba a la derecha muestra medidas inexactas pero precisas, mientras que en el de abajo a la izquierda muestra medidas exactas pero imprecisas.

Estos conceptos es necesario tenerlos comprendidos cuando se trabaja con cualquier sistema de medida, pero en especial con los sistemas de posicionamiento. Matemática y estadísticamente, tanto la exactitud como la precisión en 2D se medirán aquí

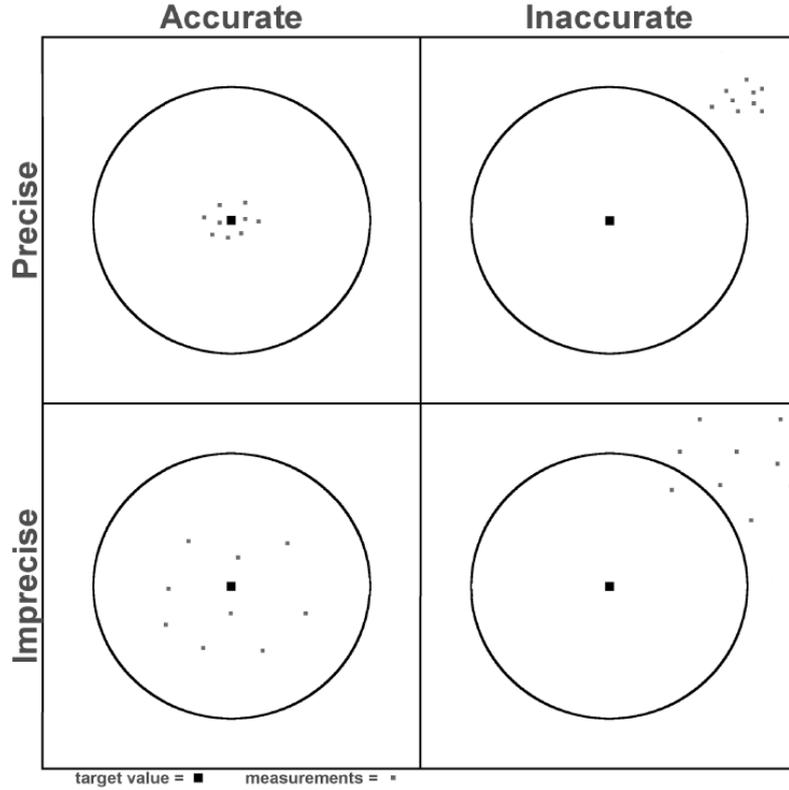


Figura 4.2: Comparación entre la (in)exactitud y la (im)precisión (Fuente: [24]).

usando la distancia media cuadrática (DRMS, *distance root mean square*).

$$DRMS := \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(\bar{x} - x_i)^2 + (\bar{y} - y_i)^2]} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} \quad (4.2)$$

donde n es el número de medidas realizadas, \bar{x} y \bar{y} son las medias aritméticas de las coordenadas x e y respectivamente, x_i e y_i son las coordenadas de la estimación i -ésima, y σ_x^2 y σ_y^2 son las varianzas de x e y .

Aunque existen otros cuantificadores horizontales tales como el AEE (*Average Euclidean Error*), el CEP (*Circular Error Probability*) o el R95¹⁴, es habitual que el DRMS sea el recomendado por multitud de agencias, como por ejemplo la FAA o la FGDC (*Federal Geographic Data Committee*).

Los errores que se producen en el sistema Loran-C tienen principalmente tres orígenes:

- T_s (período de muestreo de la señal): presente en todo sistema digital; explicado detalladamente en §3.4.1.2.
- Gradiente hiperbólico: exclusivo de sistemas hiperbólicos; explicado detalladamente en §3.4.1.3.
- SNR (relación señal/ruido): manifestado en todo sistema de comunicaciones (analógico o digital).

¹⁴Suele ser habitual que exista una conversión (si no exacta al menos aproximada) entre ellos, por lo que el conocimiento de uno permite estimar el resto [25].

Por este motivo estas son las magnitudes que habrá que ‘barrer’ en valor para estudiar los diferentes comportamientos de funcionamiento del receptor que se ha propuesto. Para estas simulaciones: $T_s=[0,5 \ 0,25] \mu s$, $F_s=[2 \ 4] \text{ MHz}$, $SNR=[8 \dots 37] \text{ dB}$, $plane_vel=0,0694 \text{ km/s}$ y $tray_type=1$ (posicionamiento inmóvil).

En primer lugar se mostrará una figura de la que, a pesar de aparentar simplicidad, se pueden extraer varias ideas interesantes, ya que reúne en una misma gráfica los comportamientos de las tres variables frente al error.

Para obtenerla se han realizado 4 simulaciones en las que, para cada valor de SNR entre 37 y 8 con un paso unitario, se ha puesto a funcionar el receptor para que obtuviera las estimaciones de la posición y con ellas se calculara su DRMS correspondiente. Se trata de 4 simulaciones para cubrir las combinaciones de gradiente pequeño y grande con las de T_s igual a 0,5 y 0,25 μs .

El rango de valores de SNR no finaliza en 8 de manera voluntaria. La razón es que por debajo de ese valor se ha observado que cae drásticamente el número de estimaciones de la posición conseguidas, tanto que es insuficiente para poder comparar la lectura con sus predecesoras. A modo de ejemplo: si hasta un $SNR=8$ se obtienen algo más de 200 estimaciones, a partir de $SNR=7$ se tienen unas pocas estimaciones, haciendo que el DRMS calculado para este último caso no sea tan rico estadísticamente hablando y por tanto incomparables.

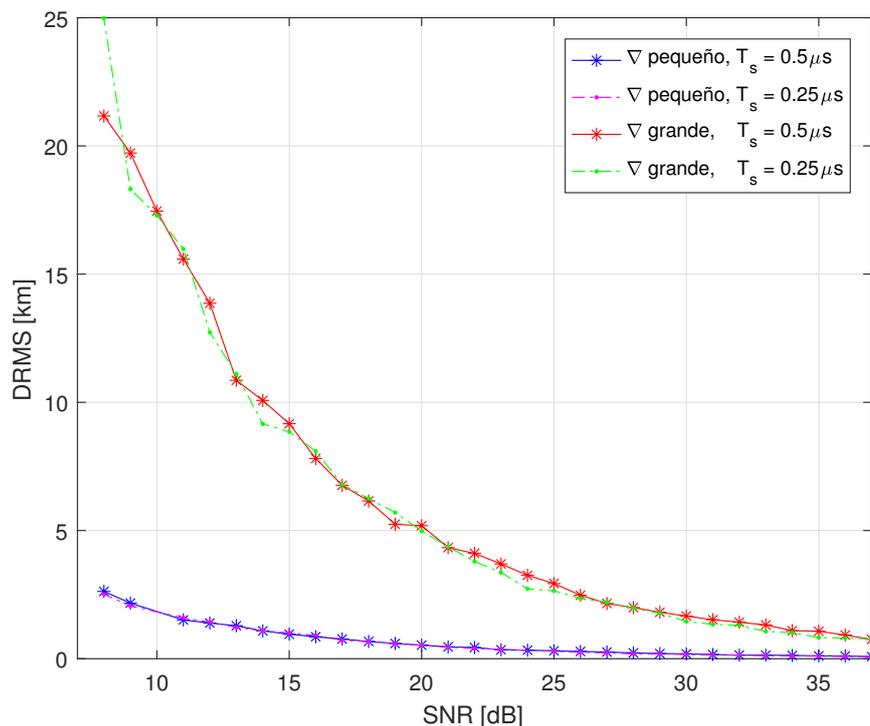


Figura 4.3: Error DRMS en función del SNR y el gradiente para el posicionamiento estático.

La idea es, más que reparar en los valores concretos de las curvas, observar la tendencia que muestran.

- Dependencia respecto al SNR: todas las curvas de la Fig. 4.3 presentan un

comportamiento parabólico convexo, es decir, a medida que empeora la calidad de la señal (disminuye SNR) de radiofrecuencia el DRMS aumenta, tal y como debiera esperarse. El hecho de que Loran-C sea un sistema basado en medidas temporales unido a que su alcance logra los centenares de kilómetros hace que el error cometido se deba medir en kilómetros en las peores situaciones. Es fácil comprobar que si tomamos la ec. (2.1) y la aplicamos para una pequeña desviación, $\delta d = c_0 \delta t$, valores extremadamente pequeños como podrían ser milésimas de μs ya son capaces de provocar un δd mayor al kilómetro. La alta velocidad que presentan las señales electromagnéticas hacen que pequeñas variaciones en el tiempo conlleven grandes desplazamientos. Fruto de ello hará que, tanto para el caso de posicionamiento estático como móvil, para valores de SNR muy bajos la determinación del TOA pueda variar en ese orden de magnitud y originar un error de varios kilómetros tal vez inaceptable. Por este motivo, el uso de este método es sumamente delicado debido a que se requiere un exquisito control de la sincronización si se quiere un cierto grado de precisión.

- Dependencia respecto al T_s : se advierte que para un mismo tipo de gradiente, una disminución del T_s por debajo del valor que se ha establecido como nominal ($0,5 \mu s$) no provoca una mejora sustancial en términos generales, siendo las gráficas para ambos valores de T_s para un mismo gradiente son prácticamente coincidentes. Este resultado supone que aumentarle la exigencia de muestreo al receptor no aporta ninguna ventaja, por lo que se puede relajar la fijación de T_s siempre que se mantenga el cumplimiento del teorema de Nyquist.
- Dependencia respecto al gradiente: la dependencia con el gradiente sí resulta ser sumamente notable, ya que la ubicación en un punto de mayor gradiente provoca que la curva DRMS(SNR) crezca de manera más acusada.

En definitiva, a la luz de esta gráfica se puede afirmar que la dependencia del error con el gradiente es bastante más fuerte de lo que lo es con SNR. Esta observación es importante, ya que implica que el sujeto (ya sea un operador manual o de manera automática el propio receptor) encargado de seleccionar el *chain* más adecuado con el que sintonizarse deberá tener en cuenta que, en general, *es más conveniente elegir aquel que produzca un gradiente menor en el entorno del Rx, aún a pesar de que la señal recibida sea más ruidosa.*

Se incluye también en este apartado la Fig. 4.4 donde, para el valor de T_s nominal y un conjunto representativo de SNRs, se comparan las posiciones estimaciones respecto a la real. En concordancia con la Fig. 4.3, estimaciones provenientes de señales más ruidosas dispersan la ‘constelación’ de estimaciones más de lo que lo hacen valores más pequeños de SNR. Otro aspecto que salta a la vista de esta gráfica es cómo se encuentran repartidas las estimaciones en ambos casos. Para el gradiente pequeño la constelación es más o menos circular, mientras que para el gradiente grande la constelación parece estar concentrada en forma de diagonal. Esta cuestión está relacionada con la Fig. 3.17: cuando el gradiente es pequeño los ángulos del área de incertidumbre se aproximan más a ángulos rectos que para el gradiente grande, cuya área de incertidumbre se asemeja más a un romboide estirado.

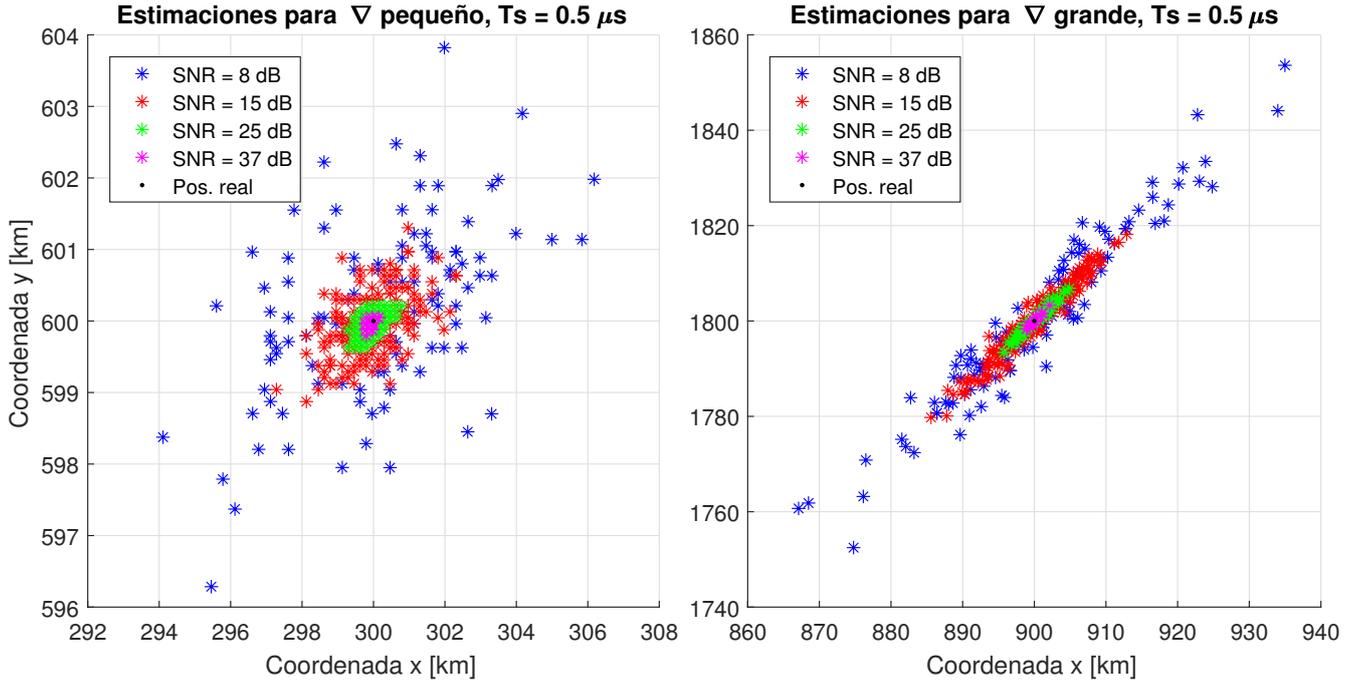


Figura 4.4: Posiciones estimadas para diferentes valores de SNR durante posicionamiento inmóvil.

4.2.2. Posicionamiento móvil

En contraposición con el caso reseñado anteriormente, el movimiento del vehículo origina una dependencia de TD con el tiempo. Esta circunstancia hace que se introduzca un error que no se manifestaba en el caso estático (§3.4.1.1). Este error lo que hace es incorporarse al resto de errores que cometerá el sistema por otras causas diversas.

En esta ocasión, se reemplazará el cuantificador de error DRMS por dos parámetros: ATE y XTE, definidos tal y como se indica en [26]. Su uso reiterado en documentos de esta naturaleza avalan su utilización en este trabajo:

- **ATE (*Along-track error*)**: distancia entre el origen del sistema de referencia de la aeronave (posición real) y el correspondiente al computado por el sistema de navegación (en este caso el sistema Loran-C) a lo largo de una línea paralela a la trayectoria de vuelo deseada (*desired flightpath*).
- **XTE (*Cross-track error*)**: distancia perpendicular desde el origen del sistema de referencia computado por el sistema Loran-C hasta la trayectoria de vuelo deseada.

Estas definiciones se interpretan gráficamente haciendo uso de la Fig. 4.5.

En ella, P_k y P_{k+1} simbolizan dos posiciones consecutivas sobrevoladas por el vehículo en cuestión, mientras que \tilde{P}_k representa la estimación de P_k dada por el sistema Loran-C. Los instantes en los cuales se consideran estas posiciones se definen también en §3.4.1.1.

A la hora de cuantificar numéricamente estos parámetros será necesario conocer su

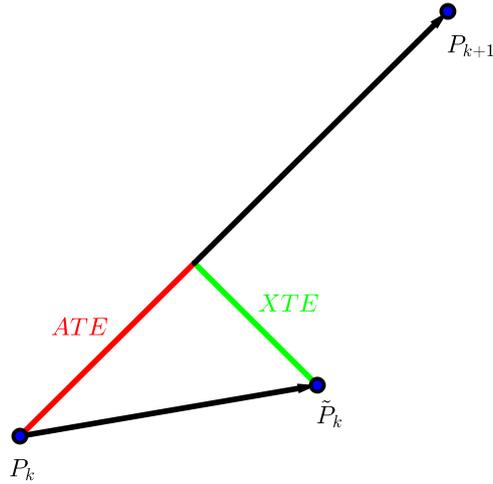


Figura 4.5: Definición gráfica de ATE y XTE.

definición matemática:

$$ATE = \frac{\overrightarrow{P_k P_{k+1}} \cdot \overrightarrow{P_k \tilde{P}_k}}{\|\overrightarrow{P_k P_{k+1}}\|} \in \mathbb{R} \quad (4.3)$$

$$XTE = \sqrt{(\|\overrightarrow{P_k \tilde{P}_k}\|)^2 - ATE^2} \geq 0 \in \mathbb{R} \quad (4.4)$$

El hecho de disponer ahora de dos variables supone que la mejor opción para visualizar los resultados de manera conveniente sea el uso de histogramas.

Todos los resultados presentados a continuación se han realizado con una configuración de simulación tal que: $T_s=0,5 \mu s$, $F_s=2 \text{ MHz}$, $SNR=[11 \ 18 \ 28 \ 40] \text{ dB}$, $plane_vel=[0,0694 \ 0,25] \text{ km/s}$ y $tray_type=[2 \ 3]$ (trayectoria recta y circular respectivamente).

4.2.2.1. Trayectoria recta

La trayectoria predominante durante la mayor parte del vuelo de una aeronave es el crucero, fase en la que este viaja a velocidad, altitud y rumbo constante. De manera arbitraria se ha establecido una trayectoria en línea recta definida por un punto de partida situado en las coordenadas (300, 600) y con un ángulo de rumbo con respecto a la horizontal de 45° . Se ha definido como una semirrecta y no como un segmento de recta mediante una posición inicial y final para facilitar la variabilidad del tiempo de detención de la simulación (t_{sim}). Para esta misma trayectoria se han simulado dos velocidades de vuelo diferentes: 250 km/h (avioneta) y 900 km/h (avión comercial).

Para cada valor de SNR se ha realizado una simulación en la que la aeronave traza la trayectoria recta elegida. Una vez finalizado el período de simulación, a cada posición estimada por el receptor se le calcula su error ATE y XTE mediante las ecs. (4.3) y (4.4), representándose los resultados en forma de histograma. Adicionalmente se ha representado también la curva de ajuste de los datos a la distribución normal. Los términos de ‘exactitud’ y ‘precisión’ serán de ayuda a la hora de examinar los

resultados en cada caso. En esta ocasión la interpretación de estos términos diferirá ligeramente respecto a como se presentaron anteriormente (véase Fig. 4.6).

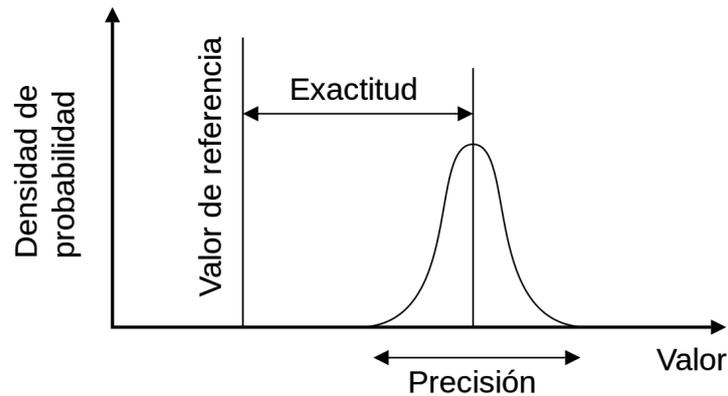


Figura 4.6: Definición de precisión y exactitud en términos probabilísticos.

Como ya es sabido, una disminución en el valor del SNR equivale a una señal recibida con mayor cantidad de ruido y por tanto, proclive a provocar mayores errores en las estimaciones, traduciéndose en una pérdida tanto de precisión (relacionado con σ) como de la exactitud (relacionado con μ). Esto conlleva que a menor valor de SNR, la forma de la curva ajustada gaussiana se dilate (pérdida de precisión) y se encuentre centrada más lejos del 0 (pérdida de exactitud). La expansión de la campana puede comprobarse en las Figs. 4.10 y 4.13 tanto para XTE como para ATE sin más que mirar las escalas que presentan los ejes de abscisas. En cuanto a la pérdida de exactitud, las gráficas correspondientes a XTE muestran ese esperado distanciamiento del centro de la distribución respecto al 0, hecho que no se aprecia en la de ATE, en las que el centro aparenta permanecer en el entorno de 0 con independencia del SNR.

Al igual que pasaba para el caso estático, se verifica que las estimaciones hechas en condiciones de mayor ruido se diseminan por el plano en mayor grado que cuando hay menor tasa de ruido, donde las estimaciones quedan en un entorno mucho más próximo a la trayectoria real descrita. Esta trayectoria también ha sido representada en la Fig. 4.7 y 4.8 a modo de comparativa entre ella y las estimaciones.

Los elevados errores que se cometen para bajos niveles de SNR (varios kilómetros) plantean la siguiente pregunta: ¿es posible mejorar la estimación para estos (y otros) valores de SNR? La respuesta es afirmativa, haciendo uso del diezmado. El diezmado se puede interpretar como la operación inversa a la interpolación; se tiene un exceso de medidas y se desea reducir la tasa de datos a un valor menor. Para ello se ha empleado un filtro paso bajo FIR de orden 32 con un factor de diezmado de $r = 12$ (comando `decimate` de MATLAB). Este factor r lo que nos indica es el número de muestras con las que se promedia una nueva, por lo el tiempo de refresco de estimación se incrementará de $GRI/1e6$ [s] a $GRI \times r/1e6$ [s]. En particular, para esta configuración se pasaría de tener una estimación cada 0,049 s a 0,588 s, lo que es totalmente admisible en aras de lograr una mejora.

Los resultados de esta herramienta se ven en las Figs. 4.9 y 4.12, donde las estimaciones diezmadas se acercan más a la trayectoria real de lo que lo hacen las originales. Este hecho también puede verificarse comparando los histogramas respectivos: 4.10

con 4.11 y 4.13 con 4.14. Ya con la intención de disipar cualquier recelo sobre lo aquí expuesto, los valores numéricos de los ajustes normales se recopilan en las Tablas 4.3 y 4.4. Las filas comparables se han sombreado con la misma tonalidad de gris. Las conclusiones son las siguientes:

- $\downarrow SNR \implies \uparrow \hat{\sigma} \iff$ dilatación de campana \iff pérdida de precisión
- $\hat{\sigma}_{\text{originales}} > \hat{\sigma}_{\text{diezmadas}} \implies$ mejoría en la precisión con el diezmado (tanto para ATE como para XTE)
- $\hat{\mu}_{\text{originales}} > \hat{\mu}_{\text{diezmadas}} \implies$ mejoría en la exactitud con el diezmado (para XTE)
- Al igual que pasaría para el caso del posicionamiento estático con T_s , en esta ocasión puede constatararse que en términos generales la dependencia de TD con el tiempo no es realmente significativa puesto que para 250 y 900 km/s se obtienen valores prácticamente iguales. Se justifica de esta manera que en la práctica puede ser asumido que $P(t_X) \simeq P(t_Y) \simeq P(t_Y + \tau)$ (§3.4.1.1).

Póngase en relieve que se ha obtenido una apreciable mejoría en la estimación mediante el uso de un simple filtro FIR de diezmado fácilmente implementable; sin necesidad de poner en juego ningún tipo de ecualizador.

			SNR [dB]			
			40	28	18	11
Estimaciones originales	XTE	$\hat{\mu}$	0,03458	0,094707	0,31179	0,68955
		$\hat{\sigma}$	0,037083	0,077913	0,23082	0,5203
	ATE	$\hat{\mu}$	-0,047458	-0,044838	-0,031233	0,062144
		$\hat{\sigma}$	0,057105	0,18315	0,64023	1,3218
Estimaciones diezmadas	XTE	$\hat{\mu}$	0,024269	0,035865	0,10332	0,14701
		$\hat{\sigma}$	0,022353	0,045989	0,10834	0,12187
	ATE	$\hat{\mu}$	-0,049165	-0,054729	-0,042263	0,044581
		$\hat{\sigma}$	0,029232	0,050175	0,14072	0,28542

Tabla 4.3: Valores estimados en km de la media y desviación estándar para el ajuste gaussiano de los errores en el caso de vuelo a 250 km/h.

			SNR [dB]			
			40	28	18	11
Estimaciones originales	XTE	$\hat{\mu}$	0,034353	0,10237	0,30351	0,7321
		$\hat{\sigma}$	0,032856	0,082835	0,22998	0,56553
	ATE	$\hat{\mu}$	-0,053124	-0,031013	0,0086978	-0,052624
		$\hat{\sigma}$	0,048033	0,18806	0,57983	1,4019
Estimaciones diezmadas	XTE	$\hat{\mu}$	0,016182	0,031258	0,061835	0,12987
		$\hat{\sigma}$	0,011344	0,023755	0,042521	0,08263
	ATE	$\hat{\mu}$	-0,050083	-0,027207	-0,05794	-0,12659
		$\hat{\sigma}$	0,016331	0,044342	0,16397	0,42969

Tabla 4.4: Valores estimados en km de la media y desviación estándar para el ajuste gaussiano de los errores en el caso de vuelo a 900 km/h.

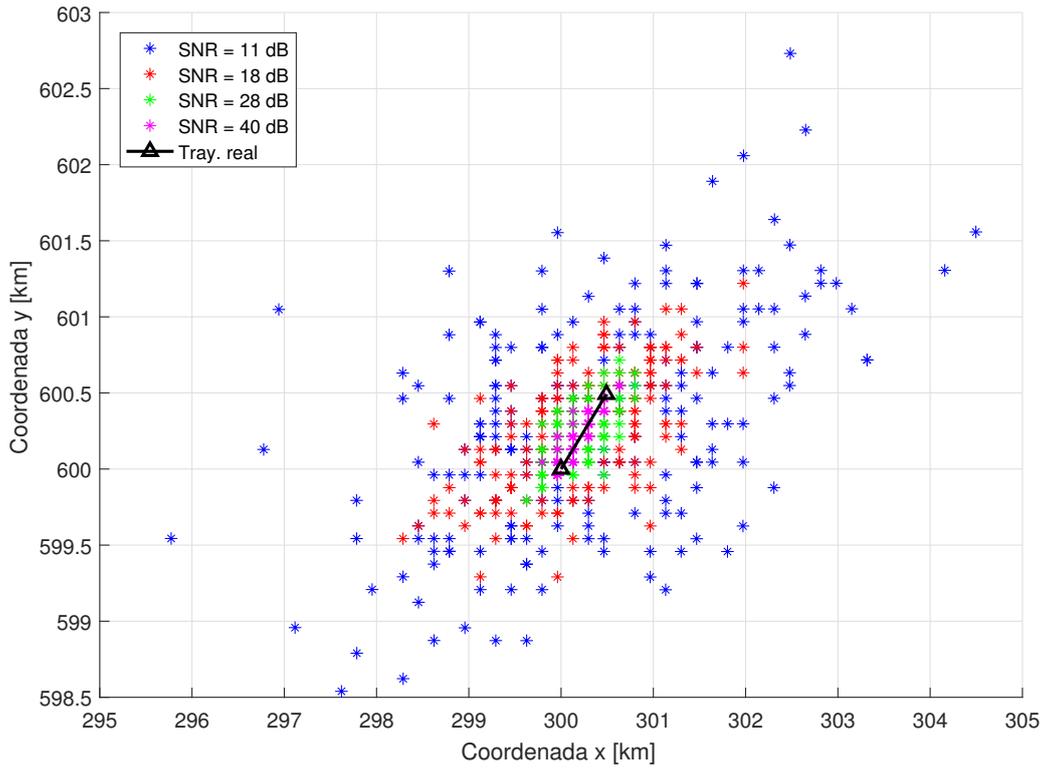


Figura 4.7: Posiciones estimadas para diferentes valores de SNR volando a 250 km/h en trayectoria recta.

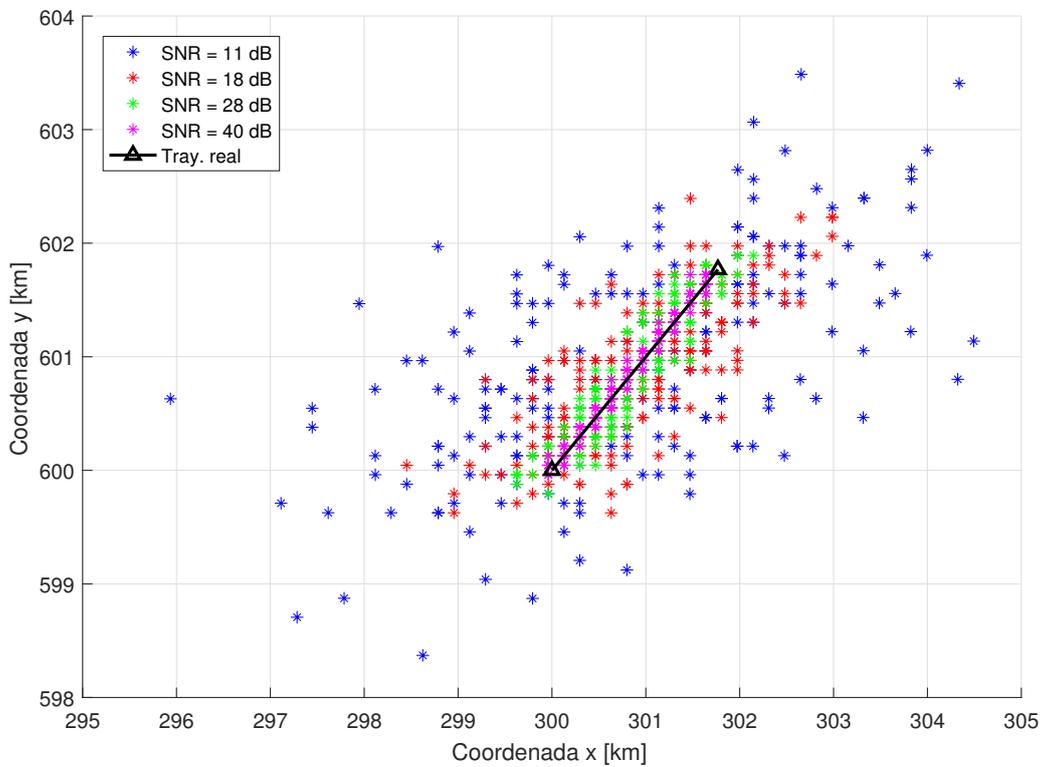


Figura 4.8: Posiciones estimadas para diferentes valores de SNR volando a 900 km/h en trayectoria recta.

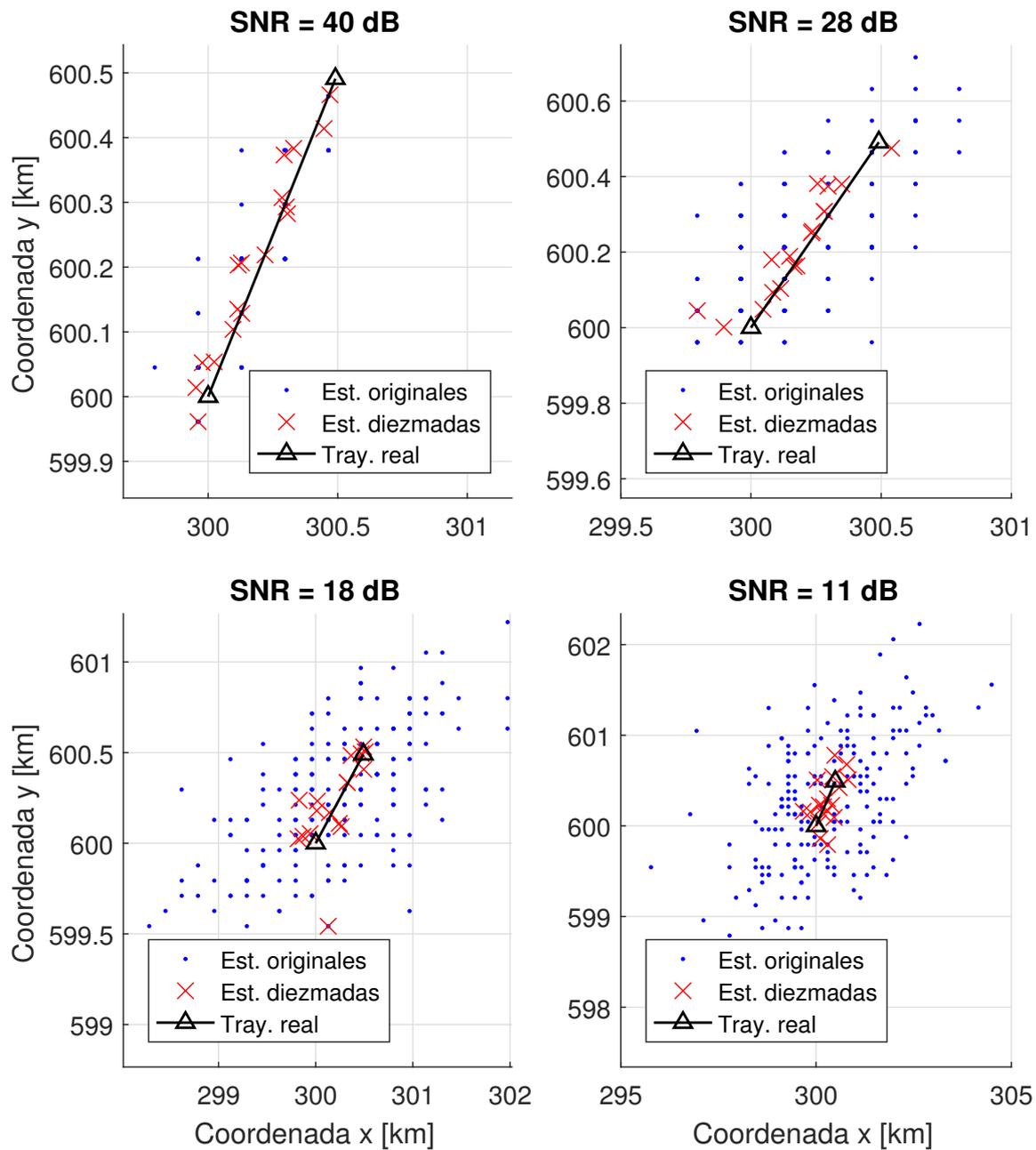


Figura 4.9: Posiciones estimadas diezmadadas un factor 12 frente a las originales para diferentes valores de SNR volando a **250 km/h** en trayectoria recta.

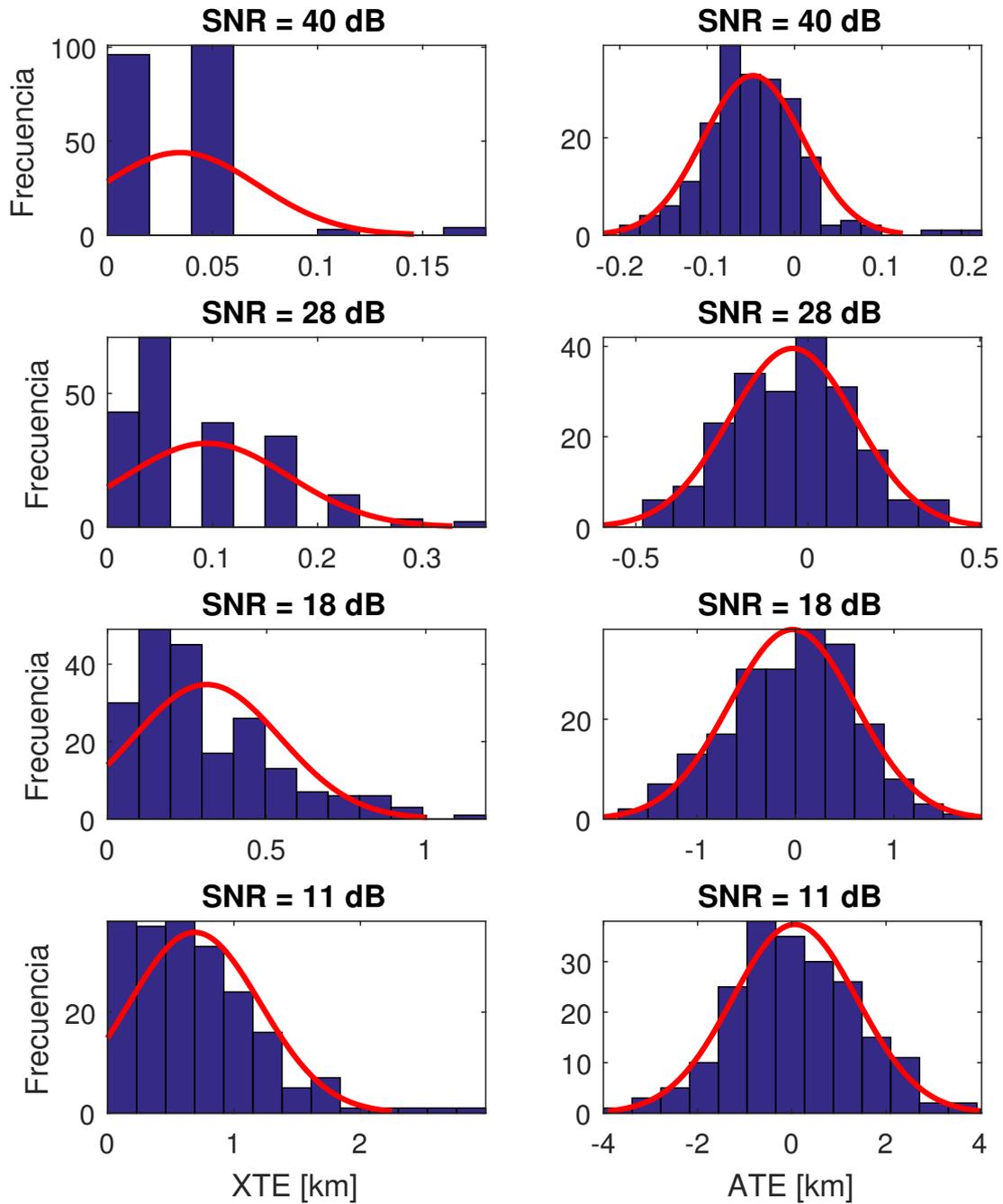


Figura 4.10: Histogramas y ajuste a distribución normal de errores ATE y XTE para diferentes valores de SNR volando a **250 km/h** en trayectoria recta; **estimaciones originales**.

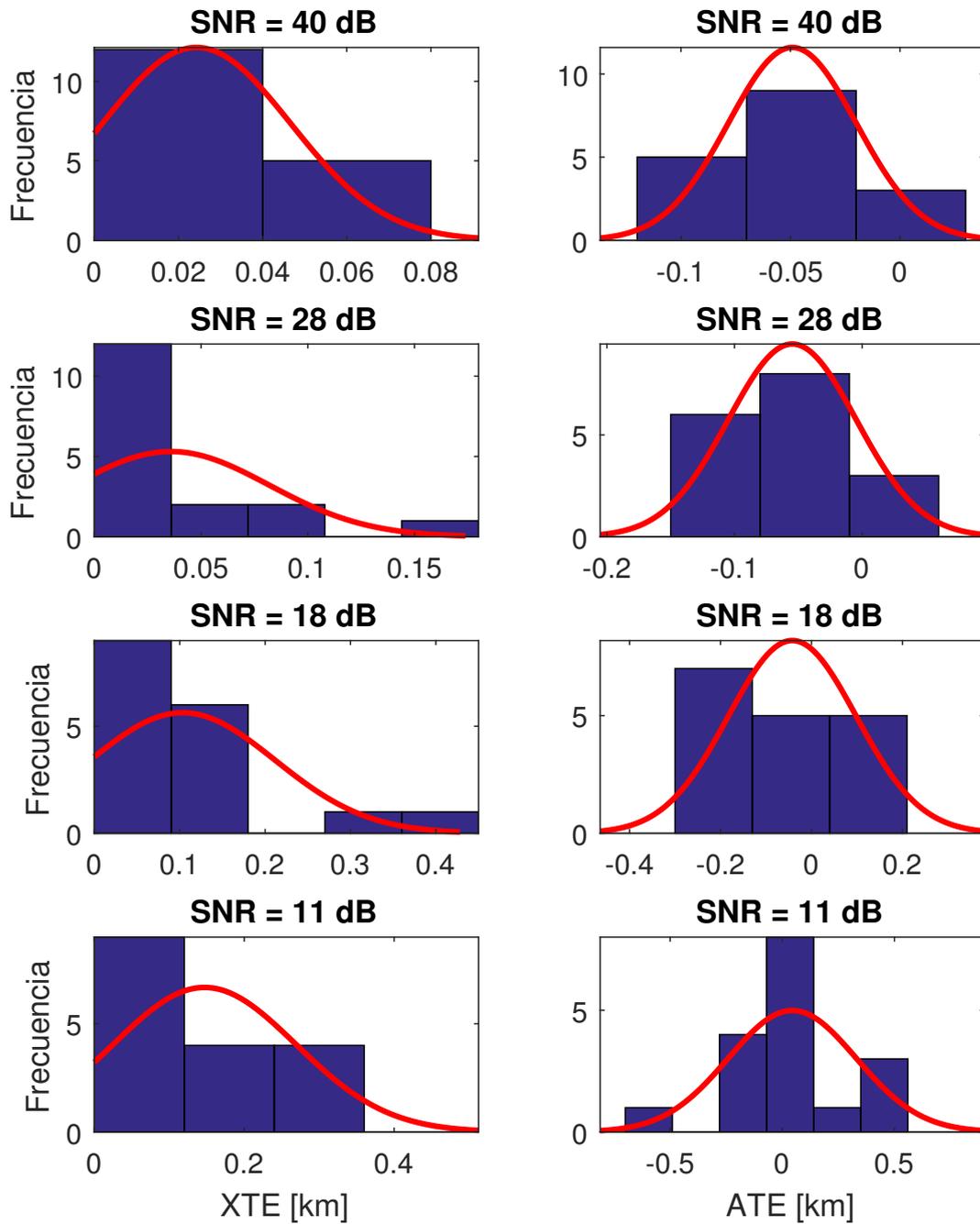


Figura 4.11: Histogramas y ajuste a distribución normal de errores ATE y XTE para diferentes valores de SNR volando a **250 km/h** en trayectoria recta; **estimaciones diezmadas**.

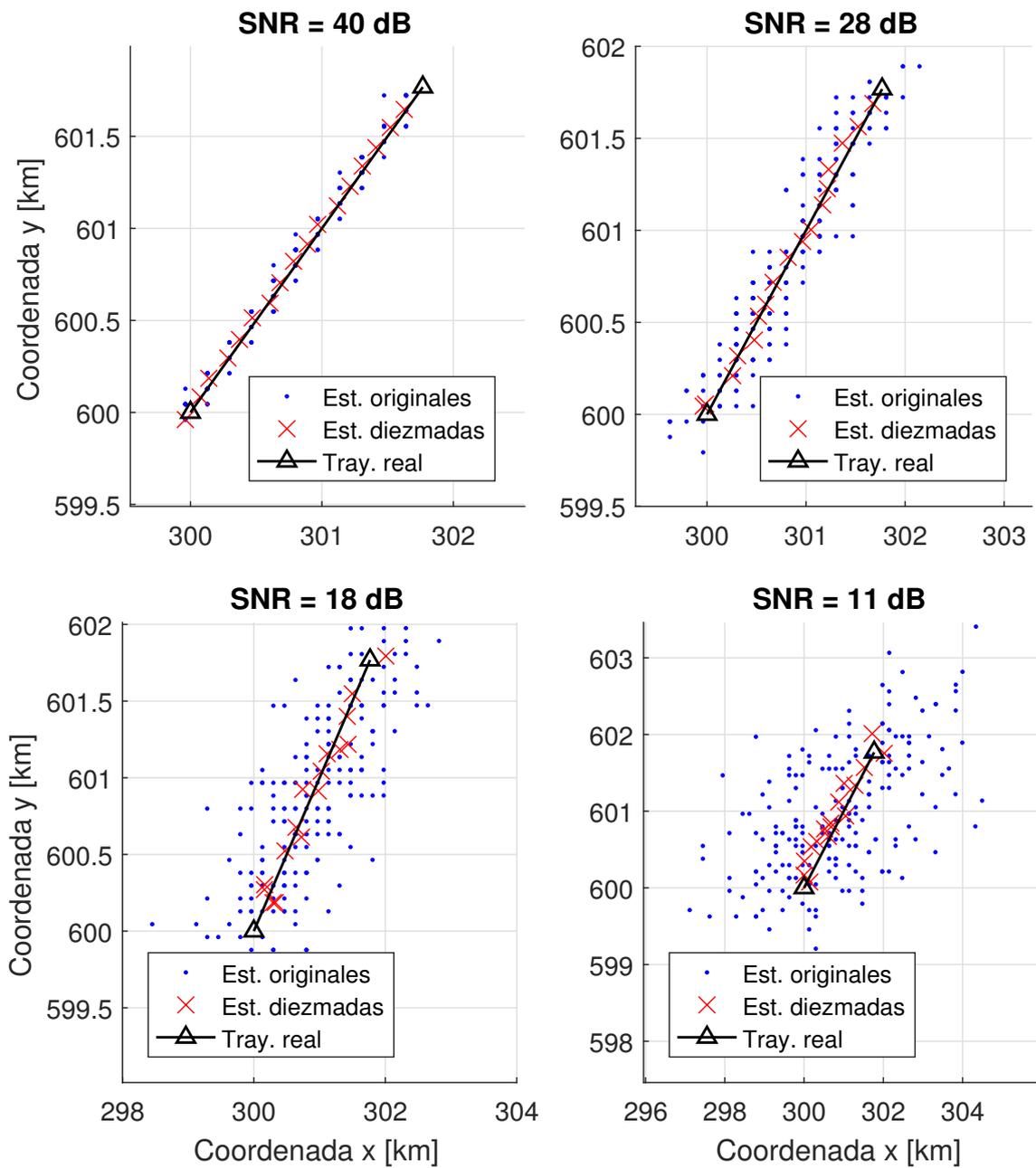


Figura 4.12: Posiciones estimadas diezmadadas un factor 12 frente a las originales para diferentes valores de SNR volando a **900 km/h** en trayectoria recta.

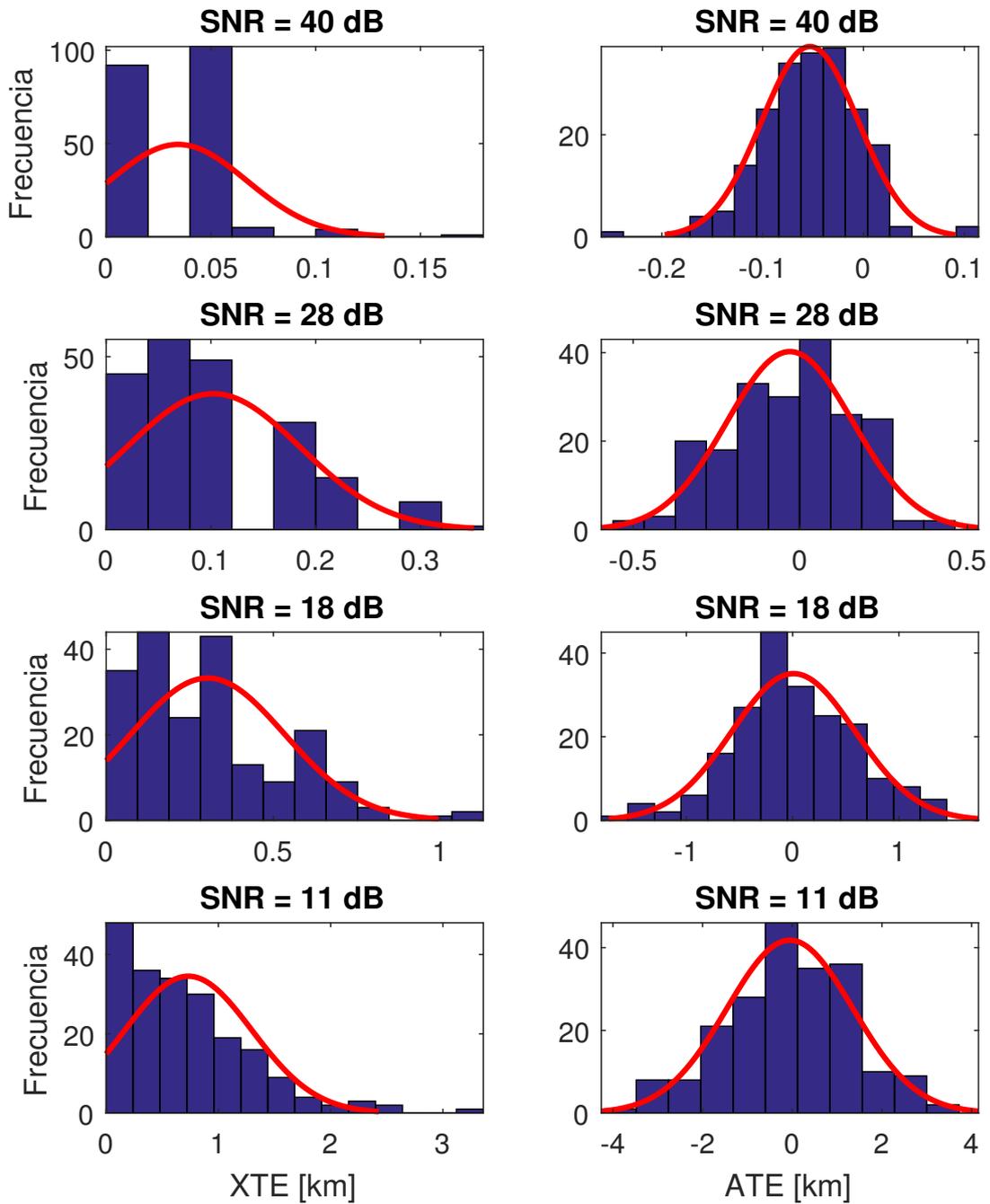


Figura 4.13: Histogramas y ajuste a distribución normal de errores ATE y XTE para diferentes valores de SNR volando a **900 km/h** en trayectoria recta; **estimaciones originales**.

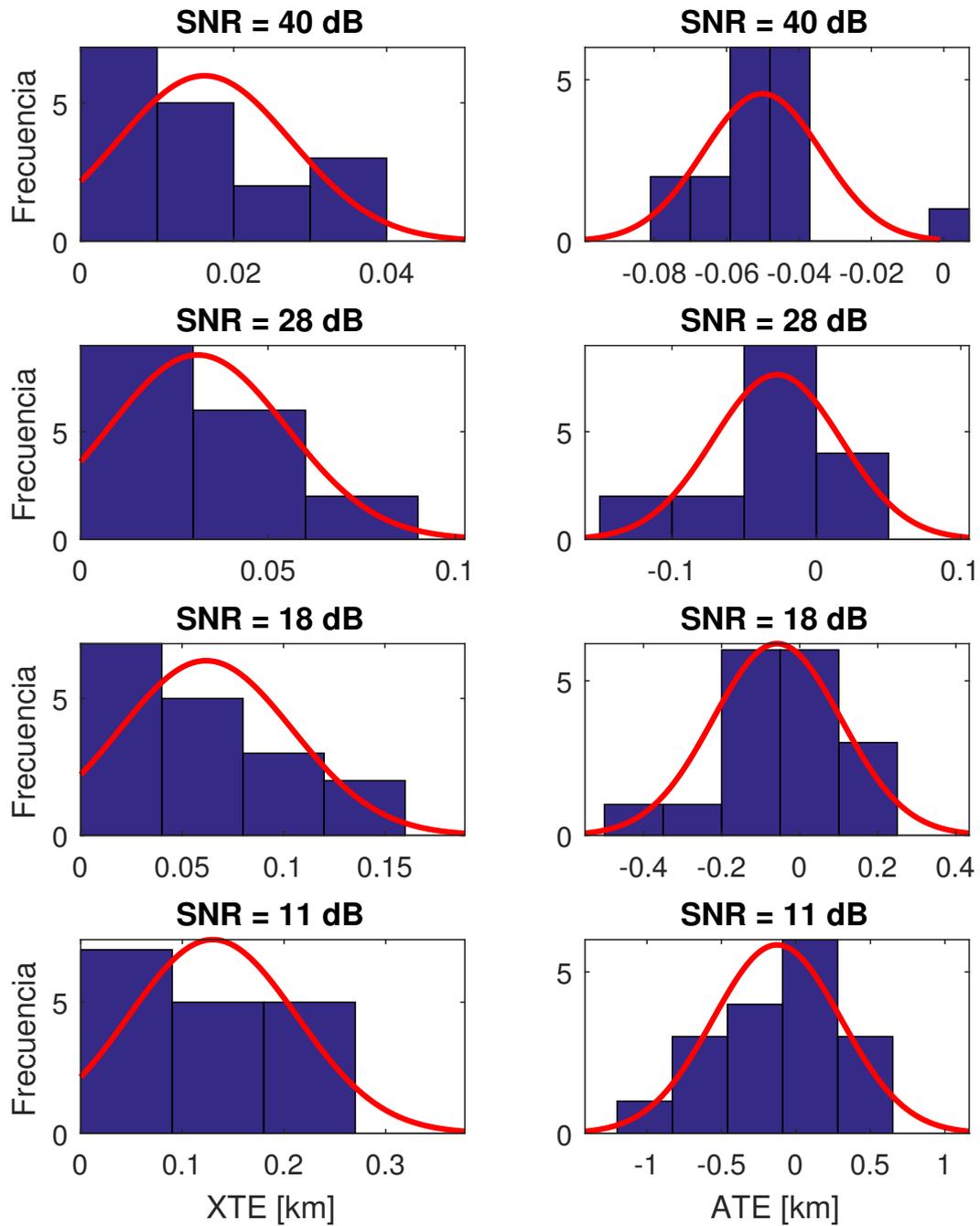


Figura 4.14: Histogramas y ajuste a distribución normal de errores ATE y XTE para diferentes valores de SNR volando a **900 km/h** en trayectoria recta; **estimaciones diezmadas**.

4.2.2.2. Trayectoria circular

Otro tipo de trayectorias efectuadas por las aeronaves con asiduidad son las trayectorias circulares; que en general suelen acotarse en arcos de circunferencia, llamados comúnmente virajes, y que sirven habitualmente para empatar un rumbo con otro. Se ha tomado un arco de circunferencia de radio $R = 0,85$ km, punto de origen (300, 600) y con sentido horario.

Obsérvese que en la Fig. 4.5 se han unido los puntos P_k y P_{k+1} mediante una línea recta. Esto hace que para la trayectoria recta, los parámetros ATE y XTE funcionen adecuadamente a la hora de caracterizar el error. Sin embargo, adviértase que si la trayectoria es curva, los puntos P_k y P_{k+1} no se encuentran unidos mediante una línea recta, sino por una curva, lo que induce una cierta inexactitud a la hora de caracterizar el error con estos parámetros. Sin embargo, la alta tasa de adquisición de estimaciones junto con el amplio radio con el que se suelen ejecutar los virajes hace que se puedan emplear ATE y XTE con sobrada tranquilidad, ya que la aproximación recta de esos puntos se aproxima mucho a la curva.

Las estimaciones obtenidas para este escenario se hallan en la Fig. 4.15. Además se recopilan en la Tabla 4.5, igual que anteriormente, los valores numéricos de los ajustes tanto para las estimaciones originales como para las diezmadas. No es difícil comprobar que los valores numéricos de la tabla prácticamente coinciden con los mostrados para el caso de la trayectoria recta, lo que implica que la operatividad del sistema en ambos casos no difiere sustancialmente.

		SNR [dB]				
		40	28	18	11	
Estimaciones originales	XTE	$\hat{\mu}$	0,041561	0,091962	0,27979	0,69006
		$\hat{\sigma}$	0,024933	0,069295	0,20067	0,53014
	ATE	$\hat{\mu}$	-0,036742	-0,033479	-0,028708	0,13426
		$\hat{\sigma}$	0,0598	0,18452	0,55166	1,3216
Estimaciones diezmadas	XTE	$\hat{\mu}$	0,035998	0,030174	0,063069	0,18573
		$\hat{\sigma}$	0,017683	0,026084	0,057378	0,27322
	ATE	$\hat{\mu}$	-0,035516	-0,025871	-0,036132	0,18017
		$\hat{\sigma}$	0,03447	0,066489	0,16645	0,34782

Tabla 4.5: Valores estimados en km de la media y desviación estándar para el ajuste gaussiano de los errores en el caso de vuelo a 900 km/h.

4.3. Efecto del canal

4.3.1. Ruido

El canal AWGN se comporta de manera tal que su salida y en un tiempo discreto k es la suma de la entrada x en ese mismo instante más el ruido z :

$$y[k] = x[k] + z[k] \quad (4.5)$$

z es una variable aleatoria distribuida acorde a una normal de media cero y varianza σ_n^2 $\{z[k] \sim \mathcal{N}(0, \sigma_n^2)\}$. Además, $z[k]$ tiene la propiedad de ser independiente (autocorrelación nula) y estar idénticamente distribuido respecto al ruido de instantes

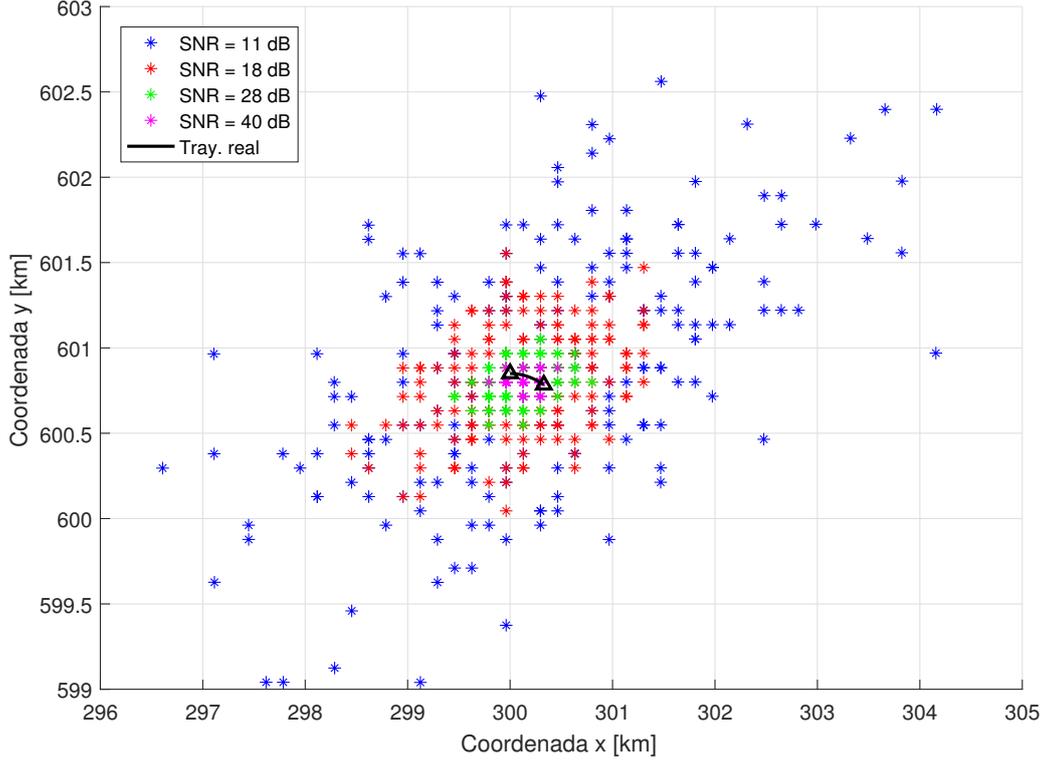


Figura 4.15: Posiciones estimadas para diferentes valores de SNR volando a 900 km/h en viraje.

diferentes.

El comando `randn` de MATLAB devuelve valores escalares aleatorios ajustados a la distribución normal estándar [20]. Por lo tanto: $u \leftarrow \text{randn} \mid u \sim \mathcal{N}(0,1)$. La propiedad de simetría respecto a su media de la distribución normal permite relacionar cualquier variable aleatoria normal $v \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ con la distribución normal estándar u de la siguiente manera:

$$v = u \cdot \sigma + \mu \quad (4.6)$$

Si particularizamos para nuestra variable aleatoria $z = v$, se obtiene fácilmente que

$$z = u \cdot \sigma_n \quad (4.7)$$

La cuestión ahora es qué valor debe de adoptar σ_n para que la señal recibida a la entrada del transmisor presente un valor de SNR fijado. Para ello se comienza con la definición del SNR:

$$snr = \frac{P_x}{P_{n,Rx}} \quad (4.8)$$

donde P_x es la potencia de la señal transmitida y $P_{n,Rx}$ es la potencia del ruido a la entrada del receptor. SNR es simplemente snr en dB.

La potencia de una señal en un determinado intervalo de frecuencias $[f_0, f_1]$ puede ser calculado integrando la densidad espectral de potencia $S_{xx}(f)$ con respecto a la frecuencia. Como $S_{xx}(f)$ es simétrica respecto a $f = 0$ la misma cantidad de potencia puede ser atribuida a frecuencias tanto positivas como negativas, lo que provoca la aparición de un factor 2 [18].

$$P = 2 \int_{f_0}^{f_1} S_{xx}(f) df \quad (4.9)$$

Para el ruido AWGN la densidad espectral de potencia vale

$$S_{xx}(f) = N_0 \quad \forall f \in [-f_s/2, f_s/2] \quad (4.10)$$

siendo f_s la frecuencia de muestreo. Aplicándole a esta la integral (4.9) se obtiene

$$P_n = 2 \int_0^{f_s/2} N_0 df = N_0 f_s \quad (4.11)$$

Por otro lado también se tiene que

$$P_n = \sigma_n^2 \quad (4.12)$$

$$P_x = \sigma_x^2 \quad (4.13)$$

Igualando (4.11) y (4.13) tenemos que el nivel de ruido se puede expresar como

$$N_0 = \frac{\sigma_n^2}{f_s} \quad (4.14)$$

Sin embargo, el receptor con el que aquí se trabaja está limitado en banda a un ancho BW , con lo que

$$P_{n,Rx} = 2 \int_0^{BW} N_0 df = 2 N_0 BW \quad (4.15)$$

Si finalmente introducimos (4.13), (4.14) y (4.15) en (4.8) podemos despejar σ_n en función de snr :

$$snr = \frac{\sigma_x^2 f_s}{2 \sigma_n^2 BW} \implies \sigma_n = \sqrt{\frac{\sigma_x^2 f_s}{2 BW snr}} \quad (4.16)$$

donde f_s es la frecuencia de muestreo, σ_x^2 la varianza de la señal transmitida, snr la relación señal-ruido y BW el ancho de banda del receptor.

Para hallar una estimación de este último parámetro se ha aproximado la forma de la envolvente del pulso Loran-C a la respuesta de un filtro gaussiano cuyo ancho de banda es conocido [18]:

$$f_c = \frac{f_s}{2\pi \cdot K_dev} \implies BW = 2f_c = \frac{f_s}{\pi \cdot K_dev} \quad (4.17)$$

en la que f_c es la frecuencia de corte del filtro gaussiano y K_dev la desviación de los pulsos Loran-C (en muestras a la frecuencia de muestreo), empleado para ajustar ambas curvas.

En la Fig. 4.16 se puede observar como el ruido AWGN degrada la señal transmitida a medida que aumenta su potencia en comparación con la señal. Para valores sumamente bajos como SNR=11 dB, el ruido es tan grande que la señal recibida se vuelve prácticamente indistinguible del propio ruido; y aún en esta circunstancia es posible obtener, aunque ruda, una estimación de la posición.

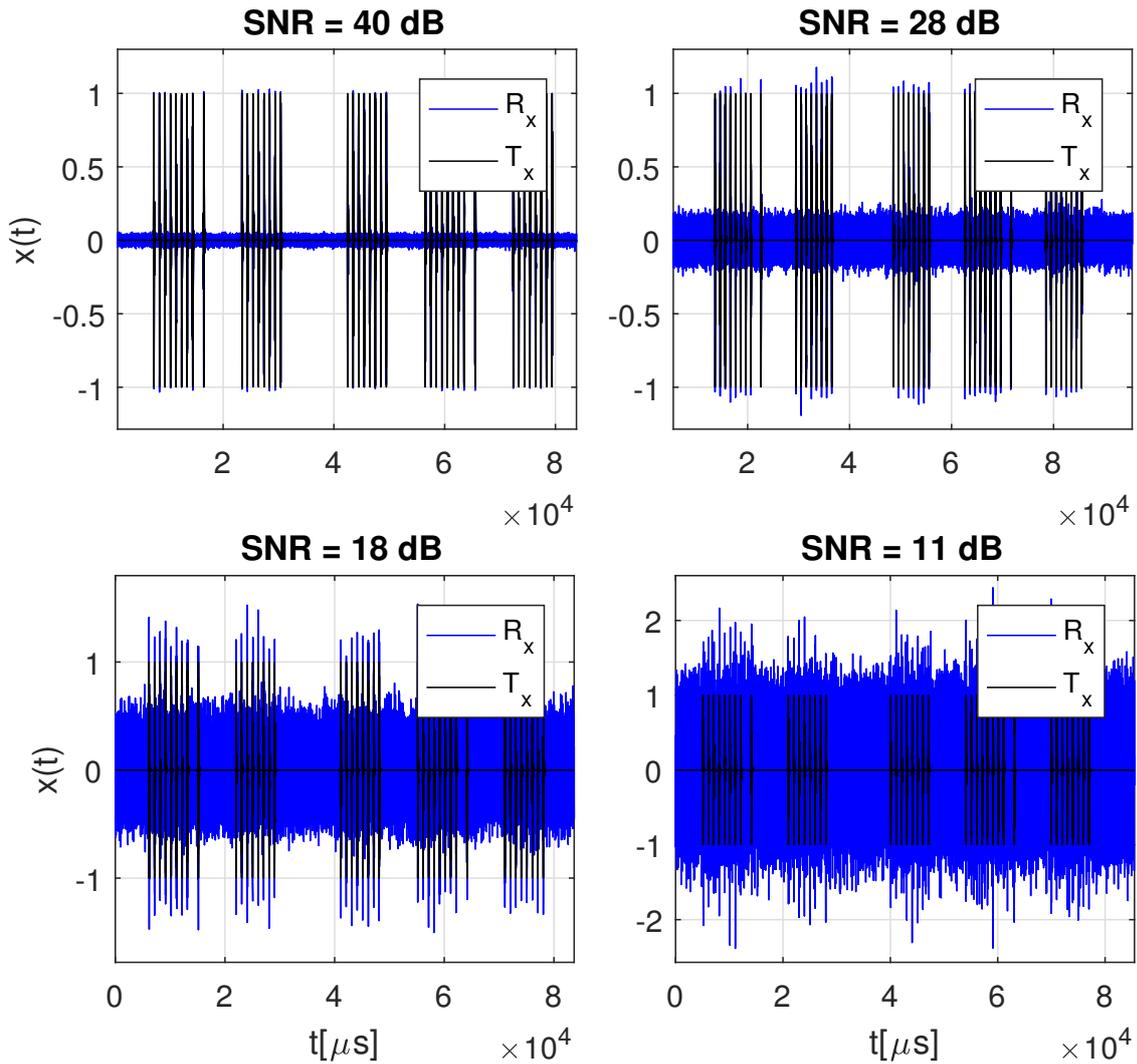


Figura 4.16: Efecto del ruido sobre la señal transmitida para diferentes valores de SNR.

4.3.2. Atenuación

En línea con lo expuesto en §2.3, se ha modelado también la diferencia de amplitud que puede existir entre los pulsos de las diferentes estaciones, tal y como se indicó en la Fig. 2.10.

Se dispone de dos modos de operación: uno automático y otro manual, establecidos dependiendo del valor de una variable booleana definida en el configurador. El modo automático toma el valor de la distancia entre el receptor y cada estación (conocido) para aplicarle a cada una de ellas un modelo de atenuación y predecir el nivel con el que cada pulso llegará al receptor. El nivel de referencia con respecto al que se aplican estas atenuaciones será de 1; es decir, se tomará que la amplitud de todas las señales justo a la salida de su correspondiente transmisor será de valor 1 (normalizado). El modelo que se ha empleado es el modelo ideal de propagación en el

espacio libre, donde la atenuación L en decibelios es¹⁵:

$$L = 20 \log \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right) \quad (4.18)$$

donde d es la distancia Rx-estación en metros y λ la longitud de onda de la señal en metros. Sabiendo que en Loran-C $f = 100$ kHz, para una propagación atmosférica en la que $v \simeq c_0$ tenemos que

$$\lambda = \frac{c_0}{f} \simeq \frac{300000 \text{ [km/s]}}{100 \text{ [kHz]}} = 3 \text{ [km]} = 3000 \text{ [m]}. \quad (4.19)$$

En el modo manual, como su propio nombre indica, se puede especificar manualmente el valor de esta diferencia. Para ello se ha establecido un nuevo parámetro denominado *Attenuation Factor* definido como:

$$AF_i := \frac{P_{Si}}{P_M} \longleftrightarrow AF_i \text{ (dB)} = 10 \log \left(\frac{P_{Si}}{P_M} \right), \quad (4.20)$$

donde P_{Si} y P_M son las amplitudes de los pulsos de un grupo *slave* y *master* respectivamente. Con este parámetro lo que se hace es establecer la atenuación (si $AF_i \text{ (dB)} < 0$) o la ganancia (si $AF_i \text{ (dB)} > 0$) de los pulsos del grupo *slave* i -ésimo con respecto a los del *master*.

Nótese que con este último modo puede forzarse a que la señal presente una determinada amplitud que según la ec. (4.20) no le correspondería.

A pesar de lo que pudiera sospecharse, la manifestación de esta diferencia de amplitudes entre pulsos sólo perjudica el funcionamiento del receptor en lo relativo al nivel de SNR mínimo admisible antes de que el Rx entre en malfuncionamiento. En este trabajo se ha establecido que el receptor empieza a malfuncionar cuando, debido a la cantidad de ruido introducida por el canal, los umbrales se encuentran en unos niveles tan elevados que no es capaz de ofrecer estimaciones de la posición con la regularidad requerida. Tras las simulaciones se ha contemplado que el número de estimaciones no disminuye progresivamente cuando se alcanza un cierto nivel de ruido, sino que cae bruscamente. Este es el punto que se considera de comienzo de malfuncionamiento del receptor. En cualquier caso, nada impide que el criterio aquí asumido como funcionamiento límite del receptor pueda tomarse de cualquier otro modo más conveniente según las circunstancias de estudio. Por ejemplo, podría haberse tomado que el receptor entra en malfuncionamiento desde que el parámetro que cuantifique el error supere una cierta cantidad por encima de la cual las estimaciones se consideran inaceptables.

En la Fig. 4.17 se tiene que para SNR=25, tanto si existe (superior derecha) como si no existe (superior izquierda) atenuación, las posiciones de las *masters* y de los *slaves* se determinan correctamente. Para una mayor cantidad de ruido (SNR=15) los umbrales CC_DTH y RAW_DTH se elevarán. Si no existe atenuación para este caso (inferior izquierda), el Rx sigue funcionando acertadamente, mientras que si se produce atenuación (inferior derecha) pueden haber pulsos (en este ejemplo los correspondientes al *slave* Y) que se encuentren continuamente por debajo de uno o ambos umbrales, lo que los haría indetectables.

¹⁵log denota el logaritmo en base 10.

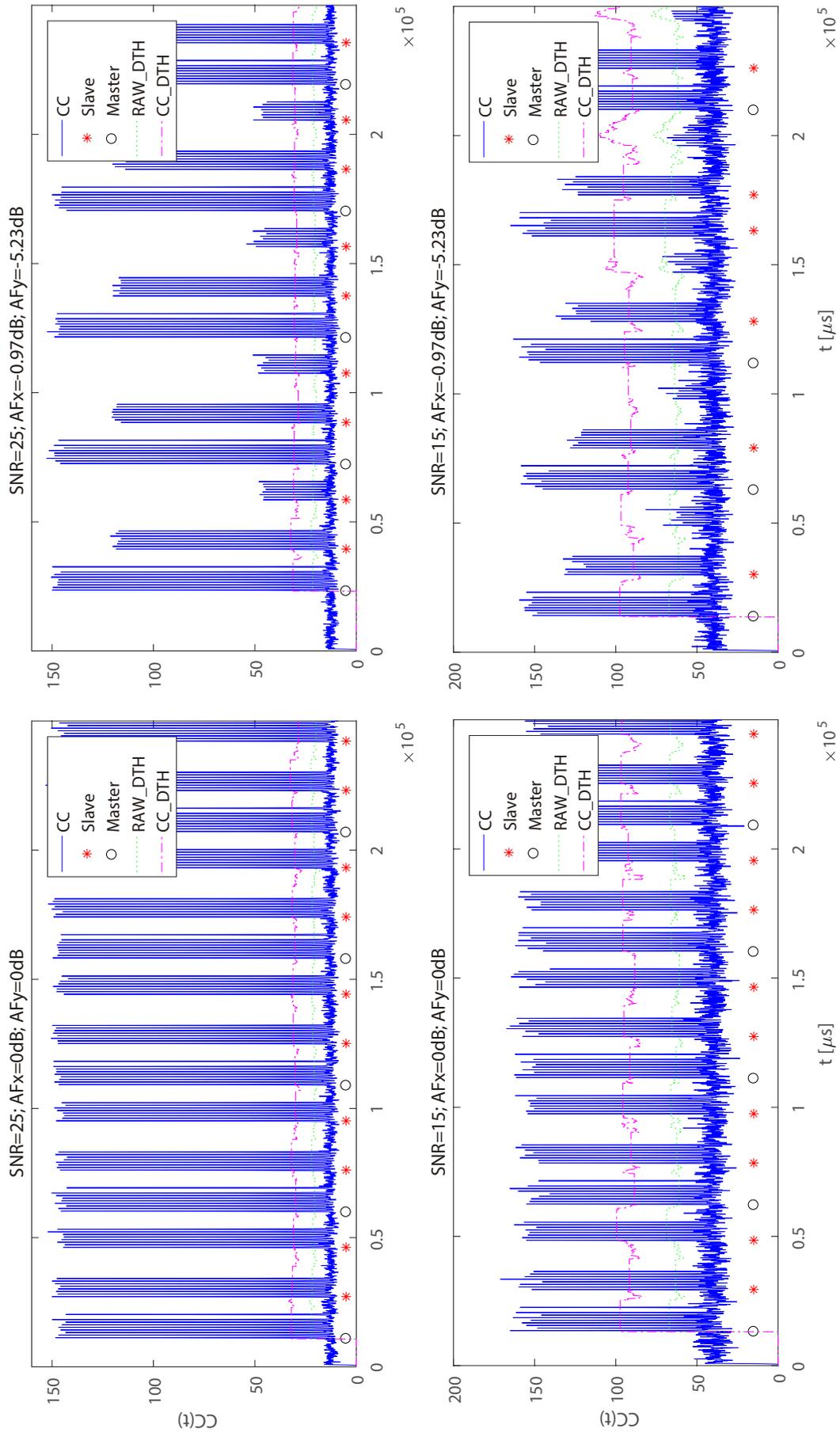


Figura 4.17: Efecto de la atenuación de la señal en la detección/validación de un grupo de pulsos.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajos futuros

5.1. Conclusiones

CON la culminación de este TFG se genera un documento en el que se expone una descripción completa del sistema Loran-C y se propone un modelo de receptor digital con el que se han estudiado las actuaciones de este sistema de navegación mediante simulación. Las conclusiones generales cosechadas durante su elaboración son:

- Con el modelado y desarrollo en MATLAB de los bloques fundamentales del sistema Loran-C (transmisor, canal y receptor) se ha comprobado las ventajas de emplear una herramienta de simulación: posibilitar la reproducción de un rango de escenarios con las que hallar malfuncionamientos y detectar defectos en el modelo. Con estos datos se puede retroalimentar el diseño del receptor y así poder mejorar su robustez.
La principal dificultad encontrada ha sido a la hora de ajustar los umbrales `CC_DTH` y `RAW_DTH`, donde finalmente se han conseguido establecer unos valores de los parámetros que permitan un funcionamiento adecuado del receptor hasta aproximadamente $\text{SNR}=11$ dB.
- Los resultados obtenidos en las simulaciones realizadas para diferentes configuraciones validan el diseño propuesto. El receptor Loran-C planteado es capaz de proporcionar estimaciones incluso en situaciones de alto ruido ($\text{SNR} \sim 10$ dB) y resolver de forma autónoma posibles ambigüedades durante la intersección hiperbólica.
- Aunque el parámetro fundamental empleado para estudiar el desempeño de este sistema de navegación ha sido el SNR , también se han analizado las dependencias de los errores cometidos al estimar la posición con respecto a otros. En particular, se ha advertido que diferentes tipos de trayectoria comunes, períodos de muestreo y velocidades de la aeronave no contribuyen significativamente en estos errores. No obstante, el concepto denominado gradiente hiperbólico sí que presenta repercusiones importantes de cara al error, incluso de mayor calibre que el SNR . Como regla general, la calidad de las estimaciones mejora cuanto mayor sea el SNR y menor sea el gradiente hiperbólico.
- Tanto para el posicionamiento estático como el móvil y en presencia de poca cantidad de ruido en el canal (entornos óptimos), los errores se miden en

centésimas de kilómetro, o lo que es lo mismo, decenas de metros. Cuando se aumenta progresivamente la hostilidad del canal empeoran los errores cometidos, llegando incluso a varios kilómetros. Con la finalidad de mejorar los datos obtenidos se ha empleado un proceso de diezmado mediante un filtro FIR para el caso de posicionamiento móvil, con el que se ha logrado reducir sustancialmente los errores. En concreto, se consigue disminuir la dispersión de las estimaciones en el entorno del 70 %.

5.2. Propuestas de ampliación

A pesar de haberse cumplido el objetivo principal propuesto para este trabajo, siempre existen aspectos que son susceptibles de ampliación y mejora. A continuación se reúnen aquellos que han surgido a lo largo del desarrollo del mismo y que se creen interesantes de abordar en un futuro con el objetivo de enriquecer el estudio aquí comenzado.

- El que sin duda sería el aspecto más interesante a modelar sería la inclusión de *chains* que dispusieran de más de dos estaciones *slaves*. Esto haría posible que, en principio y a expensas del estudio aparejado, se obtuviera una mejora en la estimación de la posición ya que esta se pasaría a obtener a partir de más de una única pareja de TD como se ha hecho hasta ahora. La redundancia de información a la hora de ofrecer una estimación favorece por lo general la fiabilidad del resultado alcanzado. Para su resolución sería necesario la generalización del método de Chan para el caso de $M \geq 4$, extensión que se encuentra incluida en [21]. A pesar de que esto infiera un aumento en la complejidad matemática involucrada, la programación los códigos de MATLAB se ha orientado de manera que no resulte un arduo trabajo la extensión a un mayor número de estaciones *slaves*, incitando a abordar esta sugerencia. Incluso la integración de este sistema con su candidato idóneo, GPS, por medio de un ecualizador del estilo del filtro de Kalman satisfaría la tendencia habitual de integrar sistemas de navegación con el fin de mejorar la precisión de las estimaciones.
- Nótese que se ha modelado un único *chain* y por lo tanto, una cuestión importante que ha quedado sin resolver: ¿cómo afecta el CRI que surge cuando las áreas de cobertura de dos o más *chains* se solapan? Este tipo de interferencia derivado del uso de la misma frecuencia para todas las estaciones motivó el surgimiento de la diferencia en valor del GRI para cada uno de los *chains* con propósito de poder identificarlos. Poner en juego más de un *chain* y ser capaz de identificarlos y distinguirlos conlleva perspicaces actuaciones en el bloque del receptor. Adicionalmente con esta disposición de más de un *chain*, podría también modificar el receptor propuesto para que la sintonización del *chain* que proporcione la mejor estima de la posición se realizara automáticamente, evitando así solicitar la actuación por parte del navegante.
- A pesar de que en este trabajo se haya optado por utilizar el método de Chan como estimador hiperbólico, nada impide que pueda emplearse otro que incluso pueda ser mejor. La coexistencia de varios estimadores hiperbólicos en la literatura no suele ser caprichosa, sino que atiende a que cada uno de ellos se comportará de una manera específica en función del escenario concreto en

el que operen. Se propone el uso de cualesquiera otros y su comparativa con el aquí propuesto para ilustrar sus diferencias.

- Los efectos en los cambios en los medios de propagación, así como la presencia de las *sky waves* y las correspondientes acciones correctivas, podrían incluirse con la intención de reproducir el comportamiento real del sistema con mayor rigor. Igualmente, el tratamiento del ruido introducido por el canal como un AWGN podría extenderse para introducir otros tipos de ruido (CRI y/o CRW por ejemplo).

Nomenclatura

\mathbb{H}_M	Semiplano <i>master</i>
\mathbb{H}_S	Semiplano <i>slave</i>
AEE	Average Euclidean Error
AF	Attenuation Factor
AFE	Analogue Front End
ASF	Additional Secondary phase Factor
ATE	Along-Track Error
AWGN	Additive White Gaussian Noise
BPF	Band-Pass Filter
BTT	Baseline Travel Time
BW	Bandwidth
CC	Cross-Correlation
CD	Coding Delay
CEP	Circular Error Probability
CRI	Cross-Rate Interference
CWI	Carrier-Wave Interference
DAC	Divide And Conquer
DdE	Detector de Envolvente
DRMS	Distance Root Mean Square
ED	Emission Delay
eLORAN	Enhanced LORAN
FAA	Federal Aviation Administration
FGDC	Federal Geographic Data Committee
FIR	Finite Impulse Response

FSPL	Free-Space Path Loss
GNSS	Global Navigation Satellite System
GPS	Global Positioning System
GRI	Group Repetition Interval
HEA	Harbor Entrance and Approach
LDC	Loran Data Channel
LF	Low Frequency
LOP	Line Of Position
LORAN	Long Range Navigation
LPF	Low-Pass Filter
MD	Modo Detección
ME	Modo Escucha
NPA	Non-Precision Approach
PC	Phase Coding
PCI	Phase-Code Interval
PE	Position Estimator
PF	Primary phase Factor
PGEN	Pulse Generator
PRF	Pulse Repetition Frequency
PRR	Pulse Repetition Rate
PRT	Position Refresh Time
PSD	Power Spectral Density
RC	Receiver Control
Rx	Receptor
SD	Signal Detector
SF	Secondary phase Factor
SI	Spherical-interpolation
SNR	Signal-to-Noise Ratio
SX	Spherical-intersection

TAC	Transmitter Automatic Controller
TD	Time Difference
TOA	Time Of Arrival
TTG	Time To Go
Tx	Transmisor
USCG	United States Coast Guard
XTE	Cross-Track Error

Bibliografía

- [1] L.A. Turner, J.A. Pierce, A.A. McKenzie & R.H. Woodward. *LORAN*. 1.^a ed. McGraw Hill, 1948.
- [2] G.W. Johnson, P.F. Swaszek, R.J. Hartnett, R. Shalaev & M. Wiggins. «An Evaluation of eLoran as a Backup to GPS». En: *2007 IEEE Conference on Technologies for Homeland Security*. Mayo de 2007, págs. 95-100. DOI: 10.1109/THS.2007.370027.
- [3] John A. Volpe National Transportation Systems Center. *Vulnerability Assessment of the Transportation Infrastructure relying on the Global Positioning System*. Inf. téc. Autor, agosto de 2001.
- [4] International Loran Association. *Enhanced Loran - Definition Document*. Octubre de 2007.
- [5] M. Narins. «The Global Loran / eLoran Infrastructure Evolution». En: *2014 National Space-Based Positioning, Navigation, and Timing Meeting*. Junio de 2014.
- [6] U.S. Coast Guard. «Terminate Long Range Aids to Navigation (Loran-C) Signal». En: *Federal Register* 75.4 (Enero de 2010). Docket N° USCG-2009-0299, pág. 998.
- [7] Durk Van Willigen. «Eurofix». En: *Journal of Navigation* 42.3 (1989), págs. 375-381. DOI: 10.1017/S0373463300014661.
- [8] L. Tetley & D. Calcutt. «Electronic Navigation Systems». En: 3.^a ed. Butterworth-Heinemann, 2001. Cap. 4.
- [9] J. de Burgos. *Álgebra lineal y geometría cartesiana*. 3.^a ed. Madrid: McGraw-Hill España, 2013.
- [10] National Geospatial-Intelligence Agency. «Loran Navigation». En: *American Practical Navigator: An epitome of navigation*. Vol. 1. Springfield, Virginia, EE.UU.: Autor, 2017. Cap. 24.
- [11] Navy Department. *The Tactical Use of Radar in Aircraft*. Radar Bulletin 2A. Washington: Office of the Chief of Naval Operations, 1946.
- [12] U.S. Coast Guard. «Loran System». En: *Aids to Navigation manual*. Washington, EE.UU.: Autor, enero de 1953. Cap. 18.
- [13] U.S. Coast Guard. *Specification of the transmitted Loran-C signal*. Commandant Instruction M16562.4A. Washington D.C., U.S.A.: U.S. Dept. of Transportation, mayo de 1994.

- [14] R.L. Frank. «Multiple Pulse and Phase Code Modulation in the Loran-C System». En: *IRE Transactions on Aeronautical and Navigational Electronics* 7.2 (Junio de 1960), págs. 55-61. ISSN: 0096-1639. DOI: 10.1109/TANE3.1960.4201731.
- [15] A.J. Fisher. *The Loran-C Cycle Identification Problem*. Department of Computer Science, University of York, U.K., 1999.
- [16] J.L. Besada & M. Sierra. *Tema 3: Propagación de ondas en medio natural*. OpenCourseWare de la Universidad Politécnica de Madrid: Radiación y Propagación. Madrid, 2010.
- [17] H.T. Sherman & V.L. Johnson. *The Loran-C Navigation Station*. Inf. téc. Institute of Navigation, National Marine Meeting, octubre de 1975.
- [18] *Wikipedia, la enciclopedia libre*. URL: <https://es.wikipedia.org/wiki/>.
- [19] C.W. Dull & W.H. Clerke. «Loran-C Navigation as an Aid to Aerial Photographic Operations». En: *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing* 49.11 (Noviembre de 1983), págs. 1577-1584.
- [20] MathWorks[©]. *Matlab Documentation*. URL: <https://es.mathworks.com/help/matlab/>.
- [21] Y.T. Chan & K.C. Ho. «A simple and efficient estimator for hyperbolic location». En: *IEEE Transactions on Signal Processing* 42.8 (Agosto de 1994), págs. 1905-1915. ISSN: 1053-587X. DOI: 10.1109/78.301830.
- [22] G.A. Mizusawa. «Performance of hyperbolic position location techniques for code division multiple access». Tesis de mtría. Blacksburg, Virginia, EE.UU.: Virginia Polytechnic Institute and State University, agosto de 1996.
- [23] M. Beckmann. «Carrier Wave Signals Interfering with Loran-C». Tesis doct. Technische Universiteit Delft, enero de 1992.
- [24] L. Lee, M. Jones, G.S. Ridenour, M.P. Testa & M.J. Wilson. «Investigating and Comparing Spatial Accuracy and Precision of GPS-Enabled Devices in Middle Tennessee». En: *Geo-Informatics in Resource Management and Sustainable Ecosystem: Second International Conference, GRMSE 2014*. Ed. por F. Bian & Y. Xie. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2015, págs. 215-224. DOI: 10.1007/978-3-662-45737-5_22.
- [25] GPS World staff. *GPS Accuracy: Lies, Damn Lies, and Statistics*. Enero de 1998. URL: <http://www.gpsworld.com/gps-accuracy-lies-damn-lies-and-statistics/>.
- [26] Federal Aviation Administration. *RNP 10 - Qualification through Data Collection*. Autor. Abril de 2019.
- [27] D.A. Panshin. «What You Should Know About Loran-C Receivers». En: *Marine Electronics*. Washington D.C., U.S.A.: ERIC Clearinghouse, Mayo de 1978.

Anexos

Anexo A

Información de las Loran-C chain

A continuación se recopilan en una serie de tablas tanto las ubicaciones (en coordenadas geográficas WGS-84) como los parámetros ED y CD de cada estación (*slave* y *master*) que conforman cada uno de los *chains* (identificados por su GRI) que en su día se emplearon para dar el servicio de radionavegación Loran-C. Asimismo se incluye la potencia nominal radiada en kW por cada estación. La fuente de esta información ha sido [8].

<i>Chain</i>		<i>Latitude</i>	<i>Longitude</i>	<i>Emission delay</i>	<i>Coding delay</i>	<i>Power (kW)</i>
<i>5543 Calcutta</i>						
M	Balasore	21°29'08,000"N	86°55'18,000"E			45
W	Diamond Harbour	22°10'18,000"N	88°12'25,000"E	18510,68	18000	11
X	Patpur	20°26'48,000"N	85°49'47,000"E	36542,75	36000	11
<i>5930 Canadian East Coast</i>						
M	Caribou	46°48'27,305"N	67°55'37,159"W			800
X	Nantucket	41°15'12,046"N	69°58'38,536"W	13131,88	11000	350
Y	Cape Race	46°46'32,286"N	53°10'27,606"W	28755,02	25000	1000
Z	Fox Harbour	52°22'35,252"N	55°42'27,862"W	41594,59	38000	900
<i>5980 Russian-American</i>						
M	Petropavlovsk	53°07'47,584"N	157°41'42,900"E			700
W	Attu	52°49'44,134"N	173°10'49,528"E	14467,56	11000	400
X	Alexandrovsk	51°04'42,800"N	142°42'04,950"E	31509,50	28000	700
<i>5990 Canadian West Coast</i>						
M	Williams Lake	51°57'58,876"N	122°22'01,686"W			400
X	Shoal Cove	55°26'20,940"N	131°15'19,094"W	13343,60	11000	560
Y	George	47°03'48,096"N	119°44'38,976"W	28927,36	27000	1400
Z	Port Hardy	50°36'29,830"N	127°21'28,489"W	42266,63	41000	400
<i>6042 Bombay</i>						
M	Dhrangadhra	23°00'14,000"N	71°31'39,000"E			11
W	Veraval	20°57'07,000"N	70°20'13,000"E	13862,41	13000	11
X	Billamora	20°45'40,000"N	73°02'073,02"E	40977,61	40000	11
<i>6731 Lessay</i>						
M	Lessay	49°08'55,224"N	01°30'17,029"W			250
X	Soustons	43°44'23,029"N	01°22'49,584"W	13000	10992,53	250
Y	Loop Head	52°35'03,000"N	09°49'06,000"W	27300	24968,61	250
Z	Sylt	54°48'29,975"N	08°17'36,856"E	42100	39027,54	250
<i>6780 China South Sea</i>						
M	Hexian	23°58'03,847"N	111°43'10,298"E			1200
X	Raoping	23°43'25,951"N	116°53'44,826"E	14464,69	12700	1200
Y	Chongzuo	22°32'35,452"N	107°13'21,665"E	26925,76	25300	1200
<i>7001 Bø</i>						
M	Bø	68°38'06,216"N	14°27'47,350"E			400
X	Jan Mayen	70°54'51,478"N	08°43'56,525"W	14100	11014,42	250
Y	Berlevåg	70°50'43,014"N	29°12'15,980"E	29100	27032,68	250

Tabla A.1: Información de las Loran-C chain en coordenadas WGS-84.

<i>Chain</i>		<i>Latitude</i>	<i>Longitude</i>	<i>Emission delay</i>	<i>Coding delay</i>	<i>Power (kW)</i>
<i>7030 Saudi Arabia South</i>						
M	Al Khamasin	20°28'02,025"N	44°34'52,894"E			1000
W	Salwa	24°50'01,631"N	50°34'12,574"E	13620,00	11000	1000
X	Afif	23°48'36,952"N	42°51'18,184"E	27265,00	26000	1000
Y	Ash Shaykh Humayd	28°09'15,997"N	34°45'40,544"E	41414,00	40000	1000
Z	Al Muwassam	16°25'56,028"N	42°48'04,884"E	57664,00	56000	1000
<i>7270 Newfoundland East Coast</i>						
M	Comfort Cove	49°19'53,570"N	54°51'42,570"W			250
W	Cape Race	46°46'32,286"N	53°10'27,606"W	12037,49	11000	500
X	Fox Harbour	52°22'35,252"N	55°42'27,862"W	26148,01	25000	900
<i>7430 China North Sea</i>						
M	Rongcheng	37°03'51,765"N	122°19'25,954"E			1200
X	Xuancheng	31°04'07,937"N	118°53'09,625"E	13459,70	11000	1200
Y	Helong	42°43'11,562"N	129°06'27,213"E	30852,32	28000	1200
<i>7499 Sylt</i>						
M	Sylt	54°48'29,975"N	08°17'36,856"E			250
X	Lessay	49°08'55,224"N	01°30'17,029"W	14100	11027,54	250
Y	Værlandet	61°17'49,435"N	04°41'46,618"E	29500	26986,19	250
<i>7950 Eastern Russia 'Chayka'</i>						
M	Alexsandrovsk	51°04'42,800"N	142°42'04,950"E			700
W	Petropavlovsk	53°07'47,584"N	157°41'42,900"E	14506,50	11000	700
X	Ussuriisk	44°31'59,702"N	131°38'23,403"E	33678,00	30000	700
Y	Tokachibuto	42°44'37,214"N	143°43'09,757"E	49104,15	46000	600
Z	Okhotsk	59°25'02,050"N	143°05'22,916"E	64102,05	61000	10
<i>7960 Gulf of Alaska</i>						
M	Tok	63°19'42,884"N	142°48'31,346"W			550
X	Narrow Cape	57°26'20,301"N	152°22'10,708"W	13804,45	11000	400
Y	Shoal Cove	55°26'20,940"N	131°15'19,094"W	29651,14	26000	550
Z	Port Clarence	65°14'40,372"N	166°53'11,996"W	47932,52	44000	1000
<i>7980 Southeast U.S.</i>						
M	Malone	30°59'38,870"N	85°10'08,751"W			800
W	Grangeville	30°43'33,149"N	90°49'43,046"W	12809,54	11000	800
X	Raymondsville	26°31'55,141"N	97°49'59,539"W	27443,38	23000	400
Y	Jupiter	27°01'58,528"N	80°06'52,876"W	45201,88	43000	400
Z	Carolina Beach	34°03'46,208"N	77°54'46,100"W	61542,72	59000	800
<i>7990 Mediterranean Sea</i>						
M	Sellia Marina	38°52'20,707"N	16°43'06,713"E			165
X	Lampedusa	35°31'20,912"N	12°31'30,799"E	12755,98	11000	325
Y	Kargabarun	40°58'21,066"N	27°52'02,074"E	32273,29	29000	165
Z	Estartit	42°03'36,629"N	03°12'16,066"E	50999,71	47000	165

Tabla A.2: Información de las Loran-C chain en coordenadas WGS-84 (cont.).

<i>Chain</i>		<i>Latitude</i>	<i>Longitude</i>	<i>Emission delay</i>	<i>Coding delay</i>	<i>Power (kW)</i>
<i>8000 Western Russian</i>						
M	Bryansk	53°07'50,600"N	34°54'44,800"E			1150
W	Petrozavodsk	61°45'32,400"N	33°41'40,400"E	13217,21	10000	1150
X	Slonim	53°07'55,200"N	25°23'46,000"E	27125,00	25000	1150
Y	Simferopol	44°53'20,600"N	33°52'32,100"E	53070,25	50000	1150
Z	Syzran (Karachev)	53°17'17,600"N	48°06'53,400"E	67941,60	65000	1150
<i>8290 North Central U.S.</i>						
M	Havre	48°44'38,589"N	109°58'53,613"W			400
W	Baudette	48°36'49,947"N	94°33'17,915"W	14786,56	11000	800
X	Gillette	44°00'11,305"N	105°37'23,895"W	29084,44	27000	400
Y	Williams Lake	51°57'58,876"N	122°22'01,686"W	45171,62	42000	400
<i>8390 China East Sea</i>						
M	Xuancheng	31°04'07,937"N	118°53'09,625"E			1200
X	Raoping	23°43'25,951"N	116°53'44,826"E	13795,52	11000	1200
Y	Rongcheng	37°03'51,765"N	122°19'25,954"E	31459,70	29000	1200
<i>8830 Saudi Arabia North</i>						
M	Afif	23°48'36,952"N	42°51'18,184"E			1000
W	Salwa	24°50'01,631"N	50°34'12,574"E	13645,00	11000	1000
X	Al Khamasin	20°28'02,025"N	44°34'52,894"E	27265,00	25000	1000
Y	Ash Shaykh Humayd	28°09'15,997"N	34°45'40,544"E	42645,00	40000	1000
Z	Al Muwassam	16°25'56,028"N	42°48'04,884"E	58790,00	56000	1000
<i>8930 North West Pacific</i>						
M	Niijima	34°24'11,943"N	139°16'19,476"E			1000
W	Gesashi	26°36'25,038"N	128°08'56,920"E	15580,86	11000	1000
X	Minamitorishima	24°17'08,007"N	153°58'53,779"E	36051,53	30000	1100
Y	Tokachibuto	42°44'37,214"N	143°43'09,757"E	53349,53	50000	600
Z	Pohang	36°11'05,450"N	129°20'27,440"E	73085,64	70000	150
<i>8970 Great Lakes</i>						
M	Dana	39°51'07,658"N	87°29'11,586"W			400
W	Malone	30°59'38,870"N	85°10'07,751"W	14355,11	11000	800
X	Seneca	42°42'50,716"N	76°49'33,308"W	31162,06	28000	800
Y	Baudette	48°36'49,947"N	94°33'17,915"W	47753,74	44000	800
Z	Boise City	36°30'20,783"N	102°53'59,487"W	63669,46	59000	800
<i>9007 Ejde</i>						
M	Ejde	62°17'59,837"N	07°04'26,079"W			400
W	Jan Mayen	70°54'51,478"N	08°43'56,525"W	14200	10983,83	250
X	Bø	68°38'06,216"N	14°27'47,350"E	28000	23951,92	400
Y	Væ rlandet	61°17'49,435"N	04°41'46,618"E	41100	38997,27	250
Z	Loop Head	52°35'03,000"N	09°49'06,000"W	55700	52046,62	250

Tabla A.3: Información de las Loran-C chain en coordenadas WGS-84 (cont.).

<i>Chain</i>		<i>Latitude</i>	<i>Longitude</i>	<i>Emission delay</i>	<i>Coding delay</i>	<i>Power (kW)</i>
<i>9610 South Central U.S.</i>						
M	Boise City	36°30'20,783"N	102°53'59,487"W			800
V	Gillette	44°00'11,305"N	105°37'23,895"W	13884,48	11000	400
W	Searchlight	35°19'18,305"N	114°48'16,881"W	28611,81	25000	550
X	Las Cruces	32°04'18,130"N	106°52'04,388"W	42044,93	40000	400
Y	Raymondsville	26°31'55,141"N	97°49'59,539"W	56024,80	52000	400
Z	Grangeville	30°43'33,149"N	90°49'43,046"W	69304,00	65000	800
<i>9930 East Asia</i>						
M	Pohang	36°11'05,450"N	129°20'27,400"E			150
W	Kwang Ju	35°02'23,966"N	126°32'27,295"E	11946,97	11000	50
X	Gesashi	26°36'25,038"N	128°08'56,920"E	25565,52	22000	1000
Y	Niijima	34°24'11,943"N	139°16'19,473"E	40085,64	37000	1000
Z	Ussuriisk	44°31'59,702"N	131°38'23,403"E	54162,44	51000	700
<i>9940 U.S. West Coast</i>						
M	Fallon	39°33'06,740"N	118°49'55,816"W			400
W	George	47°03'48,096"N	119°44'38,976"W	13796,90	11000	1600
X	Middletown	38°46'57,110"N	122°29'43,975"W	28094,50	27000	400
Y	Searchlight	35°19'18,305"N	114°48'16,881"W	41967,30	40000	550
<i>9960 Northeast U.S.</i>						
M	Seneca	42°42'50,716"N	76°49'33,308"W			800
W	Caribou	46°48'27,305"N	67°55'37,159"W	13797,20	11000	800
X	Nantucket	41°15'12,046"N	69°58'38,536"W	26969,93	25000	400
Y	Carolina Beach	34°03'46,208"N	77°54'46,100"W	42221,65	39000	800
Z	Dana	39°51'07,658"N	87°29'11,586"W	57162,06	54000	400
<i>9990 North Pacific</i>						
M	Saint Paul	57°09'12,350"N	170°15'06,245"W			325
X	Attu	52°49'44,134"N	173°10'49,528"E	14875,25	11000	625
Y	Port Clarence	65°14'40,372"N	166°53'11,996"W	32068,95	29000	1000
Z	Narrow Cape	57°26'20,301"N	152°22'10,708"W	46590,45	43000	400

Tabla A.4: Información de las Loran-C chain en coordenadas WGS-84 (cont.).

Anexo B

Método de Chan

B.1. Modelo matemático general para la estimación hiperbólica de la posición

Se considera el plano bidimensional cartesiano en el que se encuentran situados tanto el vehículo del que se desea estimar su posición, con coordenadas (x,y) , como las diferentes estaciones emisoras que conforman un *chain* del sistema Loran-C (tanto *slaves* como *master*), cuyas coordenadas son (x_j,y_j) . Por tanto, la distancia entre el vehículo y cualquier estación del *chain* en un instante determinado será

$$r_j = \sqrt{(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2} \quad \text{para } j = M, X, Y, Z \dots \quad (\text{B.1})$$

Ya que todas las estimaciones del TD_i ($i = X, Y, Z \dots$) ofrecidas por el receptor se encuentran referidas a la estación *master*, la diferencia entre la distancia del vehículo a la estación i -ésima y a la estación *master* es

$$r_{i,M} := r_i - r_M = \begin{cases} -2a & \text{si } r_i < r_M \quad (\text{semiplano } \textit{slave}) \\ 0 & \text{si } r_i = r_M \quad (\textit{baseline bisector}) \\ 2a & \text{si } r_i > r_M \quad (\text{semiplano } \textit{master}) \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

donde hay que recordar que $a = a(TD)$, por lo que $r_{i,M} = r_{i,M}(TD)$, siendo por tanto esta una medida (dato) proporcionada por el receptor. Las ecs. (B.2) definen un conjunto de ecuaciones hiperbólicas no lineales cuya solución (intersección entre ellas) proporciona las coordenadas del vehículo. Sin embargo, la resolución de estas ecuaciones no lineales es compleja. Por ello, una posible (y usual) opción es linealizar (B.2) mediante expansiones por series de Taylor reteniendo los dos primeros términos y posteriormente resolver iterativamente hasta converger a la solución (Método de Foy, [22]). Un método alternativo frecuentemente utilizado consiste en transformar este mismo conjunto de ecuaciones no lineales en otro conjunto de ecuaciones. Este segundo enfoque será el llevado a cabo. Por tanto, despejando r_i de (B.2) y elevando al cuadrado se tiene

$$r_i^2 = (r_{i,M} + r_M)^2 \quad (\text{B.3})$$

en la que se introduce (B.1) y se desarrollan términos, obteniendo

$$r_i^2 = (x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 = (r_{i,M} + r_M)^2 \quad (\text{B.4})$$

$$K_i + x^2 - 2x_i x + y^2 - 2y_i y = r_{i,M}^2 + r_M^2 + 2r_{i,M} r_M \quad (\text{B.5})$$

donde $K_i := x_i^2 + y_i^2$. Si ahora le restamos r_M^2 a (B.5) se tiene

$$K_i + x^2 - 2x_i x + y^2 - 2y_i y - r_M^2 = r_{i,M}^2 + 2r_{i,M} r_M \quad (\text{B.6})$$

e introducimos la ec. (B.1) particularizada para $j = M$, la ecuación resultante sería

$$r_{i,M}^2 + 2r_{i,M} r_M = K_i - K_M - 2xx_{i,M} - 2yy_{i,M} \quad \text{con } i = X, Y, Z \dots \quad (\text{B.7})$$

en la que $x_{i,M} := x_i - x_M$ y $y_{i,M} := y_i - y_M$. Nótese que las únicas incógnitas que aparecen son x , y y r_M , ya que:

- Sabiendo las coordenadas (x_i, y_i) de todas las estaciones, se pueden conocer las cantidades K_j , $x_{i,M}$ y $y_{i,M}$.
- El receptor, a través de la estimación del TD , proporcionará $r_{i,M}$.

El conjunto de ecs. (B.7) son ahora lineales, lo que facilita en gran medida su resolución.

B.2. Propuesta de resolución del Método de Chan

Para el caso concreto de tener una estación *master* (M) y dos estaciones *slaves* (S_X y S_Y), el problema tiene solución analítica, ya que tenemos el mismo número de incógnitas que de ecuaciones ((B.7) junto con (B.1)). El Método de Chan parte de (B.7), que particularizada para esta composición se tiene

$$i = X \implies r_{X,M}^2 + 2r_{X,M} r_M = K_X - K_M - 2xx_{X,M} - 2yy_{X,M} \quad (\text{B.8})$$

$$i = Y \implies r_{Y,M}^2 + 2r_{Y,M} r_M = K_Y - K_M - 2xx_{Y,M} - 2yy_{Y,M} \quad (\text{B.9})$$

Si se despeja x e y (vector de posición) en función de r_M y se expresa en forma matricial, el resultado quedaría

$$\vec{x}(r_M) = \begin{bmatrix} x(r_M) \\ y(r_M) \end{bmatrix} = Ar_M + B \quad (\text{B.10})$$

donde

$$M = - \begin{bmatrix} x_{X,M} & y_{X,M} \\ x_{Y,M} & y_{Y,M} \end{bmatrix}^{-1} \quad (\text{B.11})$$

$$A = M \begin{bmatrix} r_{X,M} \\ r_{Y,M} \end{bmatrix} \quad (\text{B.12})$$

$$B = \frac{1}{2} M \begin{bmatrix} r_{X,M}^2 - K_X + K_M \\ r_{Y,M}^2 - K_Y + K_M \end{bmatrix} \quad (\text{B.13})$$

Para garantizar que el sistema tiene solución única (sistema compatible determinado) se asume la existencia de la inversa de la matriz M , es decir, tiene rango máximo. Esto se cumple siempre que las estaciones no se encuentren emplazadas linealmente [21].

Si se despeja cada componente de (B.10)

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} r_M + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \implies \begin{cases} x = a_1 r_M + b_1 \\ y = a_2 r_M + b_2 \end{cases} \quad (\text{B.14})$$

y se introduce en (B.1) con $j = M$

$$r_M = \sqrt{(x_M - (a_1 r_M + b_1))^2 + (y_M - (a_2 r_M + b_2))^2} \quad (\text{B.15})$$

$$r_M^2 = K_M + (a_1 r_M + b_1)^2 - 2x_M(a_1 r_M + b_1) + (a_2 r_M + b_2)^2 - 2y_M(a_2 r_M + b_2) \quad (\text{B.16})$$

Si se reúnen términos en torno a la variable independiente r_M en la ec. (B.16) se puede reconocer fácilmente que se trata de una simple ecuación cuadrática $\alpha r_M^2 + \beta r_M + \gamma = 0$, donde los coeficientes valen

$$\alpha = a_1^2 + a_2^2 - 1 \quad (\text{B.17})$$

$$\beta = 2a_1 b_1 - 2x_M a_1 + 2a_2 b_2 - 2y_M a_2 \quad (\text{B.18})$$

$$\gamma = K_M - 2x_M b_1 + b_2^2 - 2y_M b_2 + b_1^2 \quad (\text{B.19})$$

De las dos posibles raíces que puede tener a lo sumo la ecuación cuadrática anterior, sólo tendrán sentido físico aquellas que cumplan que $r_M = \{r_M \in \mathbb{R} : r_M \geq 0\}$, que introducidas de vuelta en (B.10) facilitan finalmente la estimación de la posición \vec{x} . En caso de que ambas raíces cumplieran dicha condición, se encontraría ante una ambigüedad que habría que resolver estableciendo algún criterio que nos indicara cuál de las dos soluciones es la más probable a ser la solución real. En esta ocasión, este criterio de selección se ha establecido para que se tome como estimación acertada aquella que diste menos de la estimación anteriormente obtenida. Si ocurriese que la primera de las estimaciones ya es ambigua, al no disponer de una ‘estimación anterior’, se considerará que será conocida una estimación preliminar aproximada (obtenida por algún medio externo al sistema Loran-C) al inicio del funcionamiento del receptor con la que poder cotejarla.

Sin embargo, en caso de que el *chain* disponga de 3 o más estaciones *slaves*, el sistema (B.7) se encontrará sobredeterminado, ya que se dispondrán de un mayor número de ecuaciones que de incógnitas. En la práctica, y de manera acentuada con la inclusión de ruido, es improbable que el sistema sea compatible. Por ello, la respuesta apropiada a la búsqueda de la estimación de la posición será aquella pareja (x, y) que mejor se ajuste, por ejemplo en el sentido de los mínimos cuadrados, a las ecuaciones.

