

Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Civil

Análisis experimental y modelización numérica del
Alminal de San Juan de los Caballeros

Autor: Rafael Ruiz Maestre
Tutor: Pedro Galvín Barrera

Dep. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2017



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Civil

Análisis experimental y modelización numérica del Alminar de San Juan de los Caballeros

Autor:

Rafael Ruiz Maestre

Tutor:

Pedro Galvín Barrera

Profesor titular

Dep. de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2017

Proyecto Fin de Grado:

Análisis experimental y modelización numérica del Alminar de San Juan de los Caballeros

Autor: Rafael Ruiz Maestre

Tutor: Pedro Galvín Barrera

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2017

El Secretario del Tribunal

A mi familia
A mis amigos
A mis profesores

Agradecimientos

Siempre hay que comenzar dando las gracias. Primero, por supuesto, gracias a mi tutor Pedro Galvín, sin el cual este TFG no habría visto la luz, por su paciencia y su increíble disponibilidad. Gracias a mi familia, por confiar en mí en los momentos en los que veía imposible avanzar durante mis estudios. A mis amigos, tanto por darme ánimos como por despejarme cuando lo necesitaba, y cuando no, también. A mis compañeros de estudios, con los que he compartido mañanas, tardes y noches de biblioteca, porque se puede disfrutar de todo si la compañía y la actitud son buenas, gracias. En definitiva, gracias a todos los que habéis estado a mi lado durante mi etapa universitaria, que ha sido la más intensa de mi vida.

Rafael Ruiz Maestre

Sevilla, 2017

Este trabajo fin de grado surge con la idea de formar parte de un conjunto en el que se estudiará a fondo la estructura del Alminar de San Juan de los Caballeros a través de sus propiedades dinámicas. La obtención de sus propiedades modales, mediante la utilización de diferentes metodologías de identificación, para realizar un seguimiento del daño de la estructura entre la actualidad y tras la restauración que se espera se lleve a cabo.

Siendo este trabajo la primera parte, se ha realizado una breve investigación de los antecedentes de la estructura: historia, propiedades arquitectónicas y descripción estructural. Por otro lado, se ha llevado a cabo un análisis modal operacional midiendo la respuesta de la estructura ante las solicitaciones ambientales para, posteriormente, aplicar la técnica conocida como Peak Picking e identificar las propiedades modales del alminar a través de un análisis en el dominio de la frecuencia.

Una vez conocidas dichas propiedades dinámicas, se ha realizado una modelización numérica mediante elementos finitos, utilizando el software ANSYS, del Alminar comparando después los modos obtenidos numéricamente con los experimentales mediante el índice MAC.

Índice

Agradecimientos	IX
Resumen	XI
Índice	XIII
Índice de Tablas	XV
Índice de Figuras	XVI
1 Introducción	1
2 Antecedentes del Alminar de San Juan	3
2.1 Ubicación	4
2.2 Reseña histórica	5
2.3 Descripción arquitectónica	7
2.4 Planos del Alminar	9
3 Análisis experimental	11
3.1 Ensayo	11
3.2 Postproceso de los datos medidos	14
3.3 Identificación de las frecuencias naturales	17
3.4 Obtención de los modos de vibración	19
3.4.1 Modo 1	21
3.4.2 Modo 2	27
4 Modelización numérica	35
4.1 Dimensiones	35
4.2 Elementos	36
4.3 Condiciones de contorno	37
4.4 Material	37
4.5. Análisis	37
5 Conclusiones y desarrollos futuros	45
Anexos	1
1. Espectros del análisis experimental	1
2. Código de MATLAB	31
Bibliografía	41

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3.1 Referencias de los acelerómetros	11
Tabla 3.2 Tiempo de cada medida	13
Tabla 3.3 Ubicaciones de los acelerómetros	13
Tabla 3.4 Parámetros para el promedio del autoespectro	15
Tabla 3.5 Frecuencias pico identificadas	18
Tabla 3.6 Coeficientes de amortiguamiento	19
Tabla 3.7 Frecuencias naturales identificadas	19
Tabla 3.8 Localización de los acelerómetros	20
Tabla 3.9 Frecuencias naturales	21
Tabla 3.10 Amplitud en los puntos medidos para el modo 1	21
Tabla 3.11 Estudio de los espectros cruzados	22
Tabla 3.12 Modo 1 definido en los puntos de la planta superior	22
Tabla 3.13 Modo 1	23
Tabla 3.14 Amplitudes modo 2	27
Tabla 4.1 Módulos de Young de referencia [22]	37
Tabla 4.2 Equivalencia nodos-ubicación	38
Tabla 4.3 Modo 1 obtenido numéricamente	38
Tabla 4.4 Modo 2 obtenido numéricamente	38
Tabla 4.5 Resultados y MAC (1)	39
Tabla 5.1 Parámetros modales obtenidos a través de otros análisis [29]	45
Tabla 5.2 Parámetros modales identificados en este trabajo	46

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Alminar de San Juan de los Caballeros	3
Figuras 2.2 (a) Alminar Iglesia Santiago, (b) Alminar de Santa Clara y (c) Alminar de la Mezquita Aljama	4
Figuras 2.3 (a) Fotografía aérea del centro de Córdoba (b) Fotografía aérea de la zona del Alminar	4
Figura 2.4 Fachada Iglesia de Las Esclavas del Sagrado Corazón	5
Figuras 2.5 (a) Aparejo alternado de sogas y tizones y (b) fachada NO del Alminar de San Juan	6
Figuras 2.6 Detalle de las ventanas del Alminar de San Juan	6
Figuras 2.7 (a) Ventana NO y (b) Ventana NE del Alminar de San Juan	7
Figuras 2.8 (a) Friso de la fachada NO y (b) Friso de la fachada NE	7
Figuras 2.9 (a), (b), (c) y (d) Fotografías del interior del Alminar de San Juan	8
Figuras 2.10 (a), (b) y (c) Fotografías del interior del Alminar	8
Figura 2.11 Fachada sureste del Alminar de San Juan	9
Figura 2.12 Secciones transversales del Alminar de San Juan	9
Figura 3.1 Acelerómetro ETNA KINEMATRICS	11
Figura 3.2 (a) Metro y (b) medidor laser	12
Figura 3.3 Representación de los ejes de referencia	12
Figura 3.4 Ubicación de los acelerómetros	13
Figuras 3.5 Autoespectros promediados con diferentes configuraciones	16
Figura 3.6 ANPSD en las 3 direcciones	18
Figura 3.7 Indeformada del alminar	20
Figura 3.8 Distribución de los puntos para la representación de los modos	20
Figura 3.9 Deformada experimental modo 1, puntos medidos, vista superior	23
Figura 3.10 Deformada experimental modo 1, puntos medidos, fachada sureste	23
Figura 3.11 Deformada experimental modo 1, puntos medidos, perspectiva	23
Figura 3.12 Planta superior del modelo	24
Figura 3.13 Modo 1 visto desde la fachada sureste obtenido experimentalmente	26
Figura 3.14 Perspectiva del modo 1 obtenido experimentalmente	26
Figura 3.15 Vista superior del modo 1 obtenido experimentalmente	26
Tabla 3.16 Estudio de los espectros cruzados	28
Tabla 3.17 Modo 2 definido en los puntos de la planta superior	28
Tabla 3.18 Modo 2	29

Figura 3.19 Deformada experimental modo 2, puntos medidos, fachada sureste	29
Figura 3.20 Deformada experimental modo 2, puntos medidos, vista superior	29
Figura 3.21 Deformada experimental modo 2, puntos medidos, perspectiva	29
Figura 3.22 Vista de la fachada sureste del Alminar del segundo modo de vibración experimental	31
Figura 3.23 Perspectiva del segundo modo de vibración experimental	31
Figura 3.24 Deformada del modo 2 obtenido experimentalmente, vista superior	32
Tabla 3.25 Frecuencias naturales	32
Tabla 3.26 Coeficientes de amortiguamiento	33
Figura 3.27 Modo 2	33
Figura 3.28 Modo 1	33
Figura 4.1 Perspectiva del Alminar en 3D	35
Figura 4.2 Detalle de la coronación del Alminar	35
Figura 4.3 Detalle de las ventanas del Alminar	35
Figura 4.4 Perspectiva del núcleo con los escalones	36
Figura 4.5 Volúmenes, vista 2	36
Figura 4.6 Volúmenes, vista 1	36
Figura 4.7 Deformada del primer modo de vibración	40
Figura 4.8 Deformada del segundo modo de vibración	41
Figura 4.9 Deformada del tercer modo de vibración	41
Figura 4.10 Vista fachada sureste, modo 1 experimental-modo 1 numérico	42
Figura 4.11 Perspectiva, modo 1 experimental-modo 1 numérico	42
Figura 4.12 Vista superior, modo 1 experimental-modo 1 numérico	42
Figura 4.13 Vista fachada sureste, modo 2 experimental-modo 3 numérico	43
Figura 4.14 Perspectiva, modo 2 experimental-modo 3 numérico	43
Figura 4.15 Vista superior, modo 2 experimental-modo 3 numérico	43
Figura 4.16 Modo 1 numérico y experimental	44
Figura 4.17 Modo 3 numérico y 2 experimental	44
0.1 Autoespectro M1, S1 en X	1
0.2 Autoespectro M1, S1 en Y	1
0.3 Autoespectro M1, S1 en Z	2
0.4 Autoespectro M2, S1 en X	2
0.5 Autoespectro M2, S1 en Z	3
0.6 Autoespectro M2, S1 en Y	3
0.7 Autoespectro M3, S1 en Y	4
0.8 Autoespectro M3, S1 en X	4
0.9 Autoespectro M4, S1 en X	5

0.10 Autoespectro M3, S1 en Z	5
0.11 Autoespectro M4, S1 en Z	6
0.12 Autoespectro M4, S1 en Y	6
0.13 Autoespectro M1, S2 en X	7
0.14 Fase del espectro cruzado entre M1, S1 en X y M1, S2 en X	7
0.15 Autoespectro M1, S2 en Y	8
0.16 Fase del espectro cruzado entre M1, S1 en Y y M1, S2 en Y	8
0.17 Autoespectro de M1, S2 en Z	9
0.18 Fase del espectro cruzado entre M1, S1 en Z y M1, S2 en Z	9
0.19 Autoespectro de M1, S3 en X	10
0.20 Fase del espectro cruzado entre M1, S1 en X y M1, S3 en X	10
0.21 Fase del espectro cruzado entre M1, S1 en Y con M1, S3 en Y	11
0.22 Autoespectro de M1, S3 en Y	11
0.23 Fase del espectro cruzado entre M1, S1, en Z con M1, S3 en Z	12
0.24 Autoespectro de M1, S3 en Z	12
0.25 Fase del espectro cruzado entre M2, S1 en X y M2, S2 en X	13
0.26 Autoespectro de M2, S2 en X	13
0.27 Fase del espectro cruzado entre M2, S1 en Y y M2, S2 en Y	14
0.28 Autoespectro de M2, S2 en Y	14
0.29 Fase del espectro cruzado entre M2, S1 en Z con M2, S2 en Z	15
0.30 Autoespectro de M2, S2 en Z	15
0.31 Fase del espectro cruzado entre M2, S1 en X con M2, S3 en X	16
0.32 Autoespectro de M2, S3 en X	16
0.33 Fase del espectro cruzado entre M2, S1 en Y con M2, S3 en Y	17
0.34 Autoespectro de M2, S3 en Y	17
0.35 Fase del espectro cruzado entre M2, S3 en Z con M2, S3 en Z	18
0.36 Autoespectro de M2, S3 en Z	18
0.37 Fase del espectro cruzado entre M3, S1 en X con M3, S2 en X	19
0.38 Autoespectro de M3, S2 en X	19
0.39 Fase del espectro cruzado entre M3, S1 en Y con M3, S2 en Y	20
0.40 Autoespectro de M3, S2 en Y	20
0.41 Fase del espectro cruzado entre M3, S1 en Z con M3, S2 en Z	21
0.42 Autoespectro de M3, S2 en Z	21
0.43 Fase del espectro cruzado entre M3, S1 en X con M3, S3 en X	22
0.44 Autoespectro de M3, S3 en X	22
0.45 Fase del espectro cruzado entre M3, S1 en Y con M3, S3 en Y	23

0.46 Autoespectro de M3, S3 en Y	23
0.47 Autoespectro de M3, S3 en Z	24
0.48 Fase del espectro cruzado entre M3, S1 en Z con M3, S3 en Z	24
0.49 Fase del espectro entre M4, S1 en X con M4, S2 en X	25
0.50 Autoespectro de M4, S2 en X	25
0.51 Fase del espectro entre M4, S1 en Y con M4, S2 en Y	26
0.52 Autoespectro de M4, S2 en Y	26
0.53 Fase del espectro cruzado entre M4, S1 en Z con M4, S2 en Z	27
0.54 Autoespectro de M4, S2 en Z	27
0.55 Fase del espectro cruzado entre M4, S1 en X con M4, S3 en X	28
0.56 Autoespectro de M4, S3 en X	28
0.57 Fase del espectro cruzado de M4, S1 en Y con M4, S3 en Y	29
0.58 Autoespectro de M4, S3 en Y	29
0.59 Fase del espectro cruzado de M4, S1 en Z con M4, S3 en Z	30
0.60 Autoespectro de M4, S3 en Z	30

1 INTRODUCCIÓN

Los estudios dinámicos para monitorizar e identificar el daño estructural están teniendo un desarrollo cada vez mayor por la necesidad creciente de asegurar el correcto funcionamiento de las infraestructuras y garantizar su seguridad. Dichos estudios se han realizado sobre: puentes [1], presas [2], plataformas marítimas [3] y estadios deportivos [4], entre otros.

El patrimonio histórico es especialmente destacable en nuestro país y las estructuras que lo componen requieren un seguimiento especial no solo por la necesidad de cuidar esta herencia, sino porque suponen el fundamento económico de un sector importante de la población. Al tener que hacer frente a potenciales riesgos, bien naturales como seísmos, o a la acumulación de daños físicos, químicos y mecánicos, el cuidado de este tipo de construcciones se hace cada vez más necesario ya que un fallo de las mismas podría acarrear daños, no solo materiales, lo que supondría la pérdida de lugares de gran valor histórico, si no de vidas humanas.

El presente trabajo girará entorno a los métodos dinámicos de identificación del daño en una estructura histórico-artística y están basados en la comparación de los parámetros modales. Por ejemplo, un aumento del daño trae consigo una reducción de la rigidez. Concretamente, las de mampostería, a las cuales pertenece el Alminar objeto de este estudio, sufren daños fruto del paso del tiempo que son sobre todo grietas localizadas, deterioro del material y deformaciones excesivas. Algunos trabajos previos en los que se ha estudiado el aumento del daño sobre estructuras de mampostería son: un palacio histórico [5] y estructuras tipo arco [6]. En este último se verifica la eficacia de los métodos dinámicos de identificación de daño. La estructura tipo arco se estudió en el laboratorio, siendo sus propiedades conocidas. En distintas fases se fue incrementando el daño de forma controlada y obteniéndose sus parámetros modales, comprobándose la relación entre los parámetros dinámicos y el daño interno.

La estructura que se estudia en este trabajo es el Alminar de San Juan de los Caballeros, uno de los más antiguos de la ciudad; este alminar data del siglo X, época de la Córdoba califal, y su estado de conservación actual es ruinoso [17], estando pendiente de los fondos económicos necesarios para comenzar su restauración. En el capítulo 2 se expone una recopilación de la documentación existente en relación a su historia y a su arquitectura.

Para estudiar el incremento del daño interno se deben obtener los parámetros modales en distintos instantes de tiempo, con el fin de realizar una comparación entre ellos, aportando el análisis de este trabajo los primeros resultados que existirán sobre la estructura, de forma que en el futuro, con nuevos análisis, se pueda realizar dicha comparativa y comprobar la eficacia de las mejoras realizadas y/o el incremento del daño.

Para calcular los parámetros modales, en el análisis experimental dinámico clásico se calcula la función de respuesta en frecuencia (FRF) como una relación entre la salida del sistema dinámico y la entrada. La FRF muestra las propiedades del sistema independientemente del tipo de excitación. La entrada sería una excitación conocida y la salida la respuesta ante la misma. Un ejemplo de ello es la excitación de una viga mediante el golpeo con un martillo y la medición de las aceleraciones que provoca. Sin embargo, para calcular la FRF es necesario conocer la excitación y la respuesta que provoca, esto es un impedimento en el ámbito de la ingeniería civil, porque es difícil aislar las estructuras de las sollicitaciones ambientales que soportan y las respuestas medidas serán las provocadas por diversas cargas. Si se miden las aceleraciones en un puente

debidas a un excitador artificial, también se obtendrán las que induce el viento y el paso de vehículos, lo que dificulta el análisis. Para evitar tener que separar las respuestas según su origen y tener que excitar la estructura artificialmente, se usará un Análisis Modal Operacional (OMA)[7], que consiste en medir la respuesta provocada por las solicitaciones ambientales, que son desconocidas. Se podría realizar una modelización de las cargas del viento, de las olas o por el paso de vehículos, pero no es necesario. Como parámetro de entrada no se usa una excitación, si no la respuesta ante las solicitaciones ambientales medida en un punto de referencia. El análisis modal operacional ha sido estudiado con anterioridad [7] buscando su optimización [8]. Este método es muy conveniente en estructuras civiles e históricas de mampostería, como queda reflejado en otros estudios [9, 10]. Sin embargo, una limitación del OMA es que no permite calcular la amplitud de los modos de vibración debido a que no intervienen en el análisis las solicitaciones que excitan a la estructura. El OMA cuenta con la ventaja de que no es necesario excitar a la estructura artificialmente, facilitando el ensayo experimental y evitando a la estructura soportar cargas adicionales.

Por estas razones en este trabajo se aplicará un análisis modal operacional. En el capítulo 3 se describirá la metodología seguida durante la fase experimental. En el primer apartado se describirá el ensayo realizado en el que se midieron las aceleraciones en distintos puntos del Alminar frente a las excitaciones ambientales, para lo cual se usaron unos acelerómetros ETNA KINEMATRICS, que tomaron datos en 3 direcciones ortogonales. En el apartado 3.2 se enumeran y explican las diferentes operaciones realizadas a las mediciones del ensayo para su posterior análisis. En el apartado 3.3 se explican dos metodologías de identificación de parámetros modales, ambos a través de un análisis en el dominio de la frecuencia, y se obtendrán las frecuencias naturales y los coeficientes de amortiguación. Por último, en el apartado 3.4 se calcularán los modos de vibración de la estructura y, a través de unas ecuaciones de ligadura, se caracterizará el comportamiento del alminar completo.

En el capítulo 4, se expone la modelización numérica mediante elementos finitos del Alminar con el software ANSYS [24] y se comentarán los resultados obtenidos. Para que los parámetros modales producto del cálculo numérico sean equivalentes a los experimentales se modificará iterativamente el módulo de Young del material y se compararán los resultados numéricos con los experimentales mediante el índice MAC [21], ya usado en otras aplicaciones como en [1].

MOTIVACIÓN DEL ESTUDIO Y OBJETIVOS

Debido a la importancia del Alminar de San Juan de los Caballeros dentro del Patrimonio Histórico Cultural de la ciudad de Córdoba se pretende realizar, por parte de la propiedad de La Congregación de las Esclavas del Sagrado Corazón, unas obras de restauración [12,17]. Tanto para plantear las mejoras estructurales como para cuantificar el estado de mejoría que provocarán, se aplicará un análisis modal operacional con el que se obtendrán los parámetros modales de la estructura que supondrán información del estado actual del Alminar, permitiendo en el futuro, una vez restaurado, realizar una comparación.

Conocidos los parámetros modales, se podrá ajustar una modelización numérica, mediante elementos finitos, de la torre, lo que permitirá estudiar las distintas mejoras estructurales de la restauración, pudiendo así elegir la más conveniente.

2 ANTECEDENTES DEL ALMINAR DE SAN JUAN

La ciudad de Córdoba se caracteriza por su riqueza en cuanto a Patrimonio Histórico se refiere, ya que multitud de culturas se han desarrollado en el transcurrir de los siglos en la misma. Entre ellas y en orden cronológico: iberos, tartessos, romanos, visigodos, musulmanes... Todas ellas dejaron vestigios de sus asentamientos y de su cultura en la ciudad que aún pueden observarse gracias a la conservación, bien por haber soportado las inclemencias del tiempo, bien a propósito de las generaciones que les sucedieron.

Concretamente, la cultura musulmana encumbró a la ciudad de Córdoba a su máximo esplendor. Asentándose en el año 711 bajo el mando del invasor Tariq, localizaron la base de su gobierno en el alcázar visigodo, designando allí un gobernador. Cinco años más tarde, la ciudad fue distinguida como la capital de Al-Andalus. Se reconstruyó el puente romano, se consolidaron las murallas y en la margen izquierda del Guadalquivir se fundó el arrabal.

En el año 756, el príncipe omeya Abd al-Rahman derrotó al emir abasí y se alzó, como Abd al-Rahman I, como líder de Andalucía e impulsó la constitución de la mezquita Aljama en el 786. Poco a poco y bajo el mando de sus sucesores, Al-Andalus se fue haciendo más rica tanto material, como culturalmente y fue en el 929, bajo el mando de Abd al-Rahman III cuando Córdoba se convirtió en un califato independiente de Damasco, y en la ciudad más floreciente, culta y poblada de Europa. Es en ese periodo, en el siglo X, en el que se data la construcción del Alminar de San Juan de los Caballeros [13-15]. En la figura 2.1 se observa una fotografía de su estado actual.



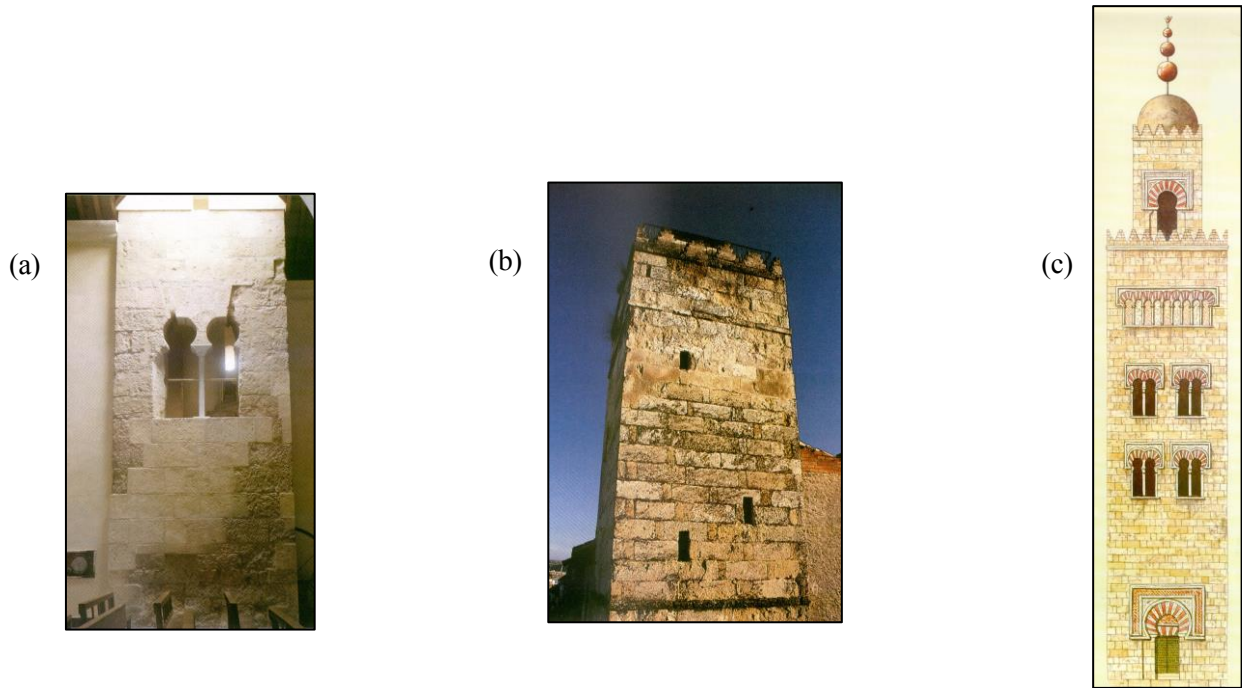
Figura 2.1 Fachada noroeste del Alminar de San Juan de los Caballeros

Se identifican tres elementos diferenciados en las mezquitas de Al-Ándalus: el oratorio cubierto, el patio de las abluciones (lavatorio) y el alminar, estando este último caracterizado por su verticalidad frente a la horizontalidad del oratorio, del que queda separado por el patio.

La palabra alminar de etimología árabe, significa “lugar donde se pone el fuego”, “torre donde se coloca el fuego” y, finalmente, “faro” ya que, igual que un faro sirve de guía a los barcos hacia tierra, el alminar sirve de guía a los creyentes para acudir a la oración.

El alminar más conocido de la Córdoba islámica es el que perteneció a la Mezquita Aljama de Córdoba, única conservada en la ciudad, hoy Catedral, y fue mandado construir, tras el derribo del primer alminar, por Abd al Rahman III, constituye el interior de la actual torre de la Catedral. La figura 2.2 (c) es un dibujo del Alminar de la Mezquita en la época califal. Este sería modelo para los posteriores alminares almohades, como el de la Giralda sevillana o el de la mezquita Kutuviyya, en Marrakech.

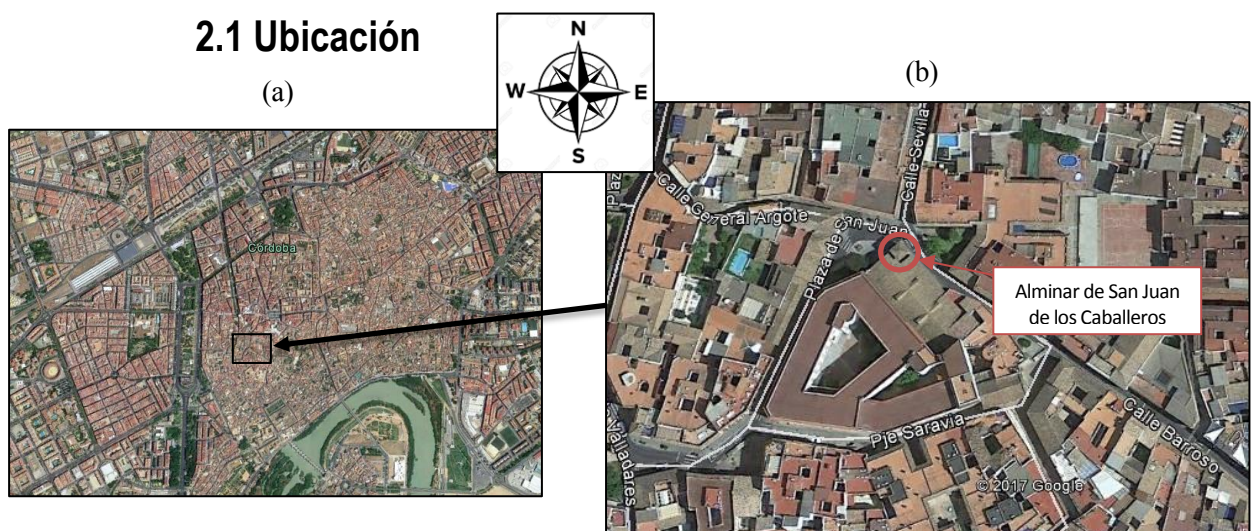
Otros tres alminares se conservan hoy en día y los tres pertenecían a mezquitas menores, de cuyos oratorios apenas quedan restos. Son, por orden cronológico, estos: el situado actualmente dentro de la iglesia de Santiago, el que se halla anejo a la iglesia de San Juan de los Caballeros (el Alminar de San Juan) y el de la calle Rey Heredia.



Figuras 2.2 (a) Alminar Iglesia Santiago, (b) Alminar de Santa Clara y (c) Alminar de la Mezquita Aljama

El alminar de Santiago es actualmente la torre de la iglesia de nombre homónimo y su construcción data de finales del siglo IX. En la figura 2.2 (a) se observa una fotografía de una de las fachadas que queda dentro de la misma iglesia.

El de la calle de Rey Heredia, el más esbelto de los tres, fue integrado como campanario en el antiguo convento de Santa Clara. La figura 2.2 (b) es una fotografía del Alminar en la actualidad y puede observarse la degradación de la fachada por las inclemencias del tiempo. El arquitecto Félix Hernández fijó la fecha de la torre como no anterior a la muerte de al-Hákam II en 976 ni posterior al 1010 [13-16].



Figuras 2.3 (a) Fotografía aérea del centro de Córdoba (b) Fotografía aérea de la zona del Alminar

El Alminar de San Juan de los Caballeros se encuentra situado en la capital de la provincia de Córdoba, en pleno centro histórico, más concretamente en la plaza de San Juan de los Caballeros, en la esquina de la calle Sevilla con la calle Barroso. En la figura 2.3 (a) se tiene una imagen aérea del centro de Córdoba, indicándose la ubicación en la que se encuentra en la figura 2.3 (b), ambas imágenes se han obtenido con Google Earth.

2.2 Reseña histórica

Su construcción data del periodo comprendido entre mediados del siglo IX y principios del X siendo el testimonio de su mezquita original, perdida al haberse construido en su lugar la iglesia de San Juan, figura 2.4, a raíz de la reconquista de Fernando III en el siglo XIII; dicha iglesia se dedicó a San Juan Bautista y fue cedida a la orden de caballeros de San Juan de Jerusalén, convirtiéndose entonces el alminar emiral en torre de la citada iglesia. Hay opiniones la misma que aseguran “que era de tan mala construcción que más parecía una bodega que una iglesia” [16]. Opiniones aparte, fue parroquia durante un tiempo y ha sufrido muchas transformaciones a lo largo de su historia aunque es cierto que, debido a esta mala construcción, tuvo que someterse a una minuciosa intervención en la primera mitad del siglo XVII en la que pierde buena parte de su arquitectura original [13-15]. A finales del siglo XVIII se refunda con la parroquia de Omnium Sanctorum.

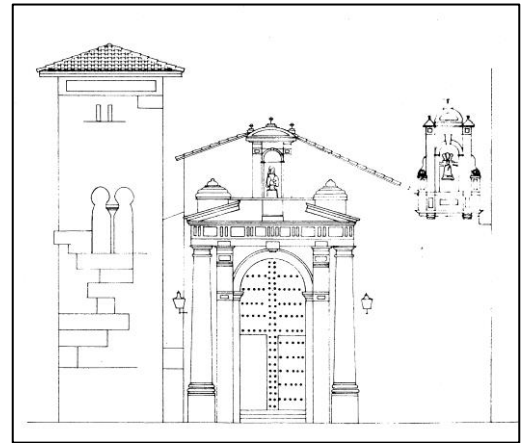


Figura 2.4 Fachada Iglesia de Las Esclavas del Sagrado Corazón

En la figura 2.4 se observa un croquis realizado por Félix Hernández de la fachada frontal de la Iglesia de San Juan de los Caballeros a la derecha, con el Alminar como torre a su izquierda.

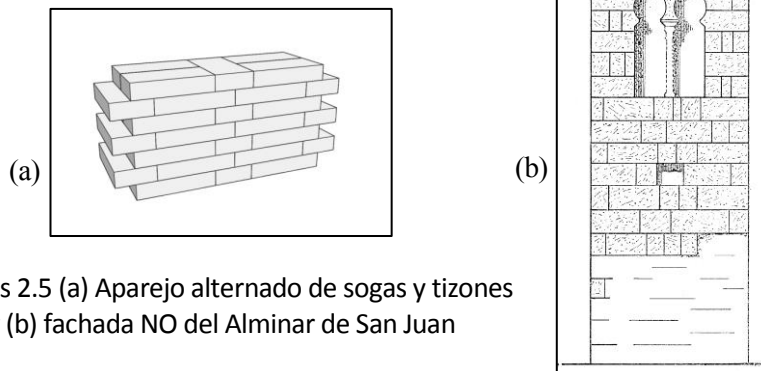
La Iglesia de San Juan de los Caballeros y el Alminar adyacente pasaron de manos del Obispado de Córdoba a la Congregación de las Esclavas del Sagrado Corazón en el 1880, recayendo ya sobre ellas la responsabilidad de su mantenimiento y su conservación [12].

En el año 1927, en las obras de reforma de la iglesia, encargadas a Félix Hernández, se descubrió que la torre de la iglesia era en realidad el alminar de la antigua mezquita menor que allí existió:

“Al proceder a los trabajos preparativos para renovar el guarnecido exterior de la torre de la iglesia que fue parroquia de San Juan, han aparecido en los desconchones efectuados en sus paramentos, para aplicación de los andamios, vestigios que no solo confirman la apreciación formulada por el Señor Ramírez de Arellano de que dicha torre constituye resto de un alminar de mezquita, sino que permite hacer atribución del mismo al arte califal de la época de Abd-er-Rhman III” [16].

Tras el análisis realizado durante la fase previa a la restauración de 1927 se alcanzaron las siguientes conclusiones [16]:

- Que se estaba ante una construcción árabe de la época califal, observando su característica traza de herradura de los arcos de sus ventanas y su aparejo irregularmente alternado de sogas y tizones.

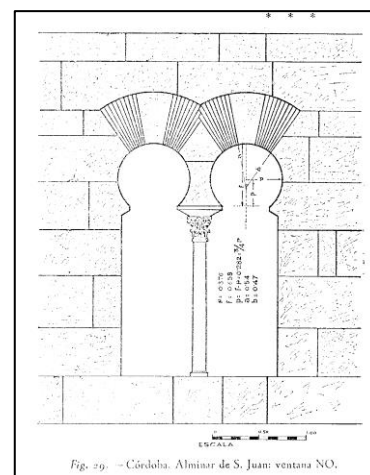


En la figura 2.5 (a) se observa un ejemplo de la disposición de aparejos alternados de sogas y tizones. Esta disposición se caracteriza porque unas piezas están dispuestas con su lado mayor en una dirección y otras piezas dispuestas perpendicularmente. En la figura 2.5 (b) se puede observar dicha disposición en la fachada noroeste del Alminar de San Juan.

La figura 2.6 es un croquis realizado por Félix Hernández de la ventana de la fachada noroeste del Alminar de San Juan en la que se observan los mencionados arcos de herradura y la columneta con capitel árabe.

- Que no podía ser posterior a la primera mitad del siglo X, ya que la tipología del capitel árabe que se ha conservado en una de las ventanas evolucionó a partir de entonces para pasar a un capitel de avispero, perdiendo la disposición de encintado de sus caulículos y el modelado clásico de las hojas; no siendo compatible, además, la presencia en la torre de restos visigóticos con el florecimiento del gran periodo de las construcciones Medinat al-Zahra y de la segunda ampliación de la Mezquita mayor de Córdoba.

- Que podía considerarse que de la construcción del siglo X se conservaban casi íntegramente los muros Noroeste, Sureste y Noreste hasta la altura de la cornisa y en una altura de seis metros el de Suroeste; conservándose más o menos destrozados en cada uno de aquellos tres muros una ventana que estuvo constituida por dos huecos gemelos con columna intermedia de las que se conserva la que corresponde al frente Noroeste.



Figuras 2.6 Detalle de las ventanas del alminar

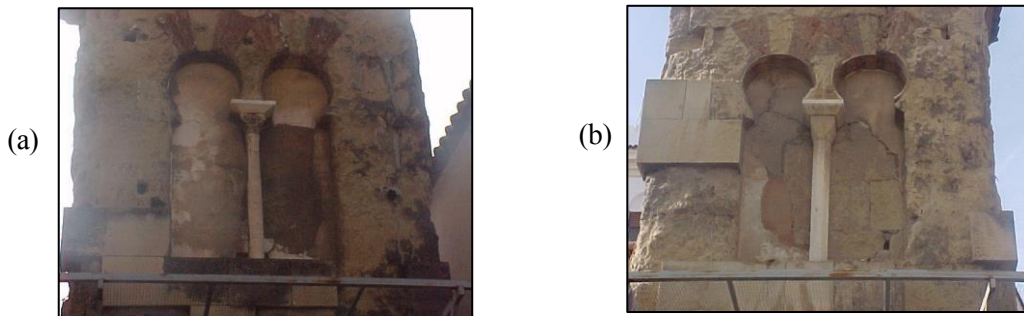
- Que el interior del alminar ha sido totalmente modificado, deduciéndose que la planta circular que por dentro existe es resultado del recortado de la parte central de los muros mucho después de su construcción original, también se observa que el núcleo central de planta circular alrededor del cual gira la escalera de

caracol es posterior. En un principio la escalera sería cuadrada de tramos rectos adosados a la pared, y el núcleo central seguramente también fuese cuadrado [16].

Todo el edificio ha sido remozado en 1980, bajo dirección del Arquitecto Francisco Raya [16].

2.3 Descripción arquitectónica

Respecto a su fisionomía, es una torre de planta cuadrada de un solo cuerpo con paramento liso de sillares de piedra arenisca irregularmente dispuestos a soga y tizón. En los cuatro alzados presenta ventanas de arcos gemelos separados por una columnita con capitel y cimacio que sólo se conserva en el lado suroeste. Estos arcos son de herradura con despiece acusado y con tres dovelas cada uno de ellos, siendo de ladrillo las laterales y de piedra la central los salmeres de todos estos arcos son enjarjados. En las figuras 2.8 (a) y 2.8 (b) se encuentran fotografías de las mencionadas ventanas, respectivamente la NO y la NE del Alminar de San Juan de los Caballeros.



Figuras 2.7 (a) Ventana NO y (b) Ventana NE del Alminar de San Juan

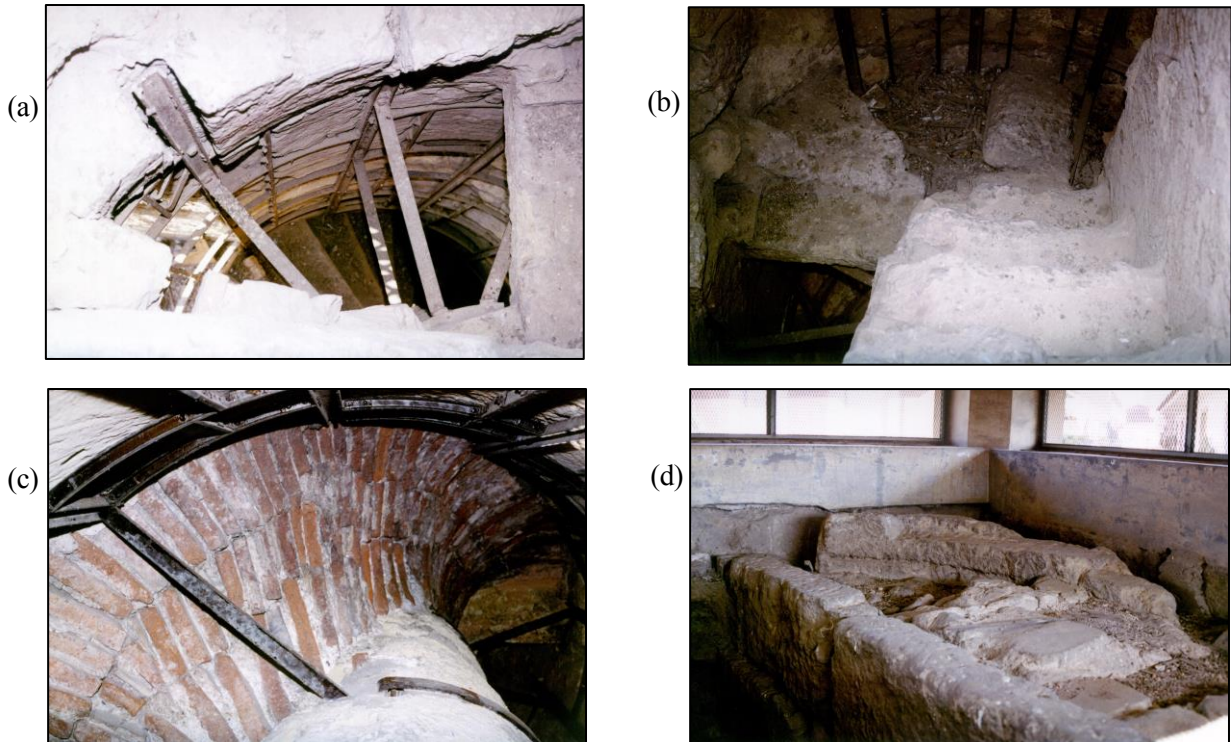
El remate del alminar lo constituye un friso de siete pequeños arcos ciegos de herradura sobre columnitas de mármol con fustecillos visigodos, muy estropeados en la actualidad. Pueden verse el estado de los frisos que aún se conservan en las Figuras 2.9 (a) y (b), ambas fotografías del Alminar de San Juan, la primera del Friso de la fachada noroeste y la segunda de la fachada noreste. Es éste un sistema bastante empleado en arquitectura hispano-islámica.



Figuras 2.8 (a) Friso de la fachada NO y (b) Friso de la fachada NE del alminar

Su altura debía ser algo superior a la que posee actualmente, rematado por un tejado a cuatro aguas, no siendo este original de su construcción. En su lugar, la torre culminaba en linterna sobre terraza almenada, al estilo de los alminares de al-Andalus, como aún puede apreciarse en el de la calle de Rey Heredia.

En su interior oculta una escalera de planta circular con un núcleo de igual forma. La escalera en la actualidad se encuentra en un estado ruinoso faltando varios escalones. Se observa una diferencia de materiales entre su construcción y el resto.

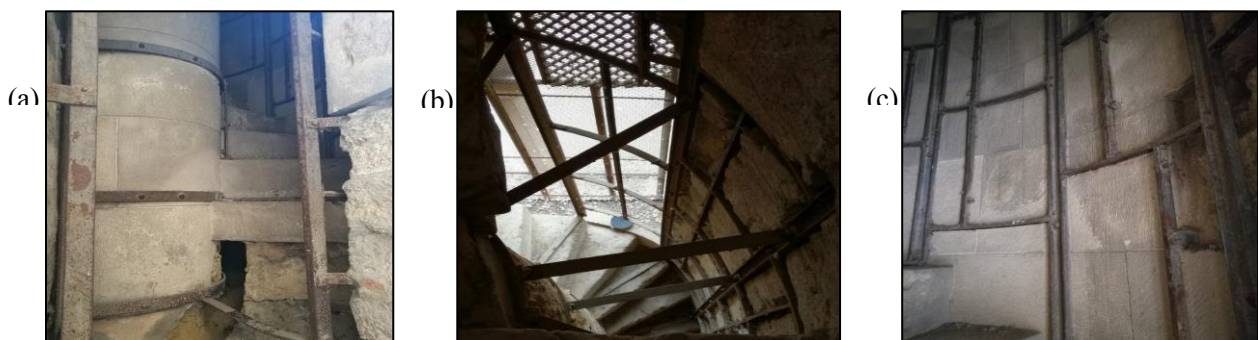


Figuras 2.9 (a), (b), (c) y (d) Fotografías del interior del Alminar de San Juan

En las fotografías de las figuras 2.10 se observa lo mencionado. En la 2.10 (a) faltan 3 escalones de la escalera. En la figura 2.10 (c), que muestra la parte inferior, se ven ladrillos, añadidos en alguna reparación. Las fotografías 2.10 (b) y (d) son de la coronación del Alminar, donde se ve la diferencia de materiales entre la construcción original y la coronación posterior.

Existe una estructura metálica formada por: barras dispuestas radialmente, desde el núcleo central hasta la pared contraria, y por otras que rodean perimetralmente ambas paredes circulares. Ya que no se haya ninguna referencia en las intervenciones realizadas por Félix Hernández, se deduce que debe haber sido añadida en el 1980 durante la última reparación [16]. En la figura 2.11 (a) se ve una fotografía del núcleo cilíndrico de la estructura, rodeado por las barras metálicas que le aportan rigidez. En la 2.11 (c) otra fotografía muestra como

Figuras 2.10 (a), (b) y (c) Fotografías del interior del Alminar



la misma estructura metálica cubre la superficie interna de la pared. Por último, en la fotografía 2.11 (b) las barras transversales que terminan de formar la estructura de acero.

2.4 Planos del Alminar

La torre del Alminar queda definida por una planta cuadrada que se ajusta a las secciones de la figura 2.13: la sección A-A' es en la que esta la escalera de caracol, sin ventanas. La B-B' muestra el hueco de las ventanas del Alminar. La C-C' es la entrada del Alminar con el hueco de la puerta. Por ultimo, la D-D' es la sección de la coronación, con las ventanas de dicha zona. El perímetro exterior es cuadrado, de 2.9 m de lado. El radio del círculo exterior que define el hueco de las escaleras es de 1.25 m y el del núcleo cilíndrico central de 0.5 m.

La fachada sureste del Alminar queda definida en la figura 2.12. La altura de la puerta de entrada es de 2.30 m y su anchura de 0.80 m. Cada fachada tiene 2 ventanas a una altura de 6.16 m, de 1.80 m de altura y 0.50 m de ancho cada una, separadas por 0.10 m. El Alminar está coronado por una estructura de 1.20 m con una ventana longitudinal en cada fachada.

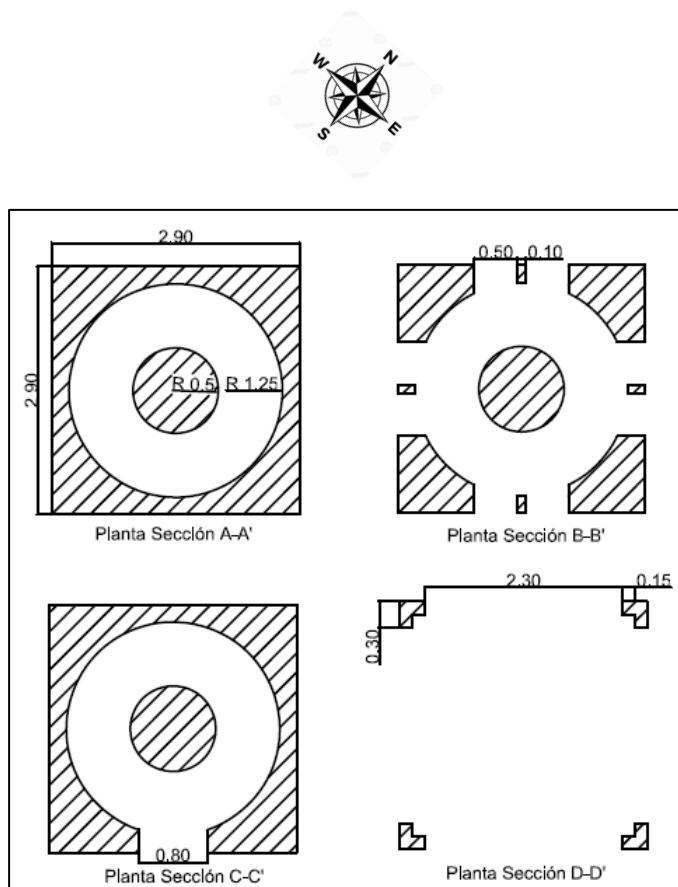


Figura 2.12 Secciones transversales del Alminar de San Juan

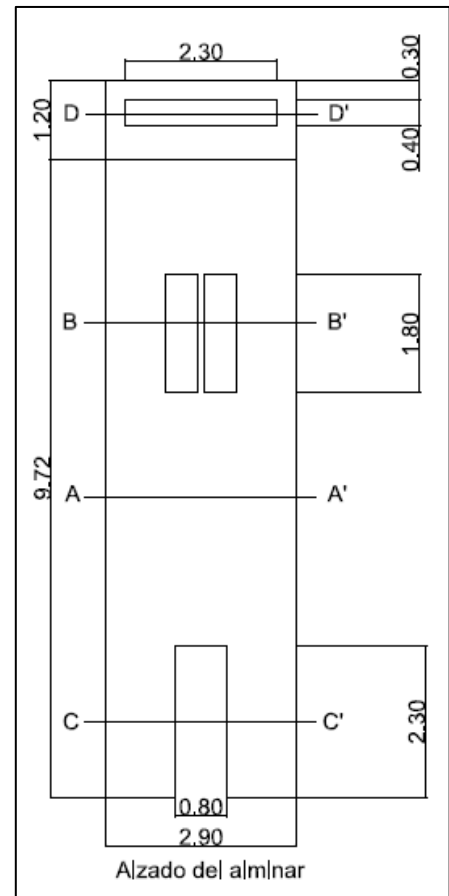


Figura 2.11 Fachada sureste del Alminar de San Juan

En este capítulo se ha recogido la información obtenida de las diversas fuentes histórico-arquitectónicas existentes, llegando a las siguientes conclusiones:

- Que es una parte importante del patrimonio histórico de la ciudad de Córdoba y como tal ha de conservarse.
- Que el estado actual del Alminar es ruinoso, necesitando una restauración urgente.
- Que a lo largo del pasado siglo se han realizado una serie de intervenciones, que si bien han garantizado su estabilidad estructural, no han conseguido la restauración deseada.
- Que el Alminar, fruto de las diversas intervenciones, está formado por diversos materiales, siendo difícil estimar cuales conforman cada parte del mismo y cuales son sus propiedades mecánicas.

Por último, se ha realizado una descripción geométrica del Alminar con las dimensiones obtenidas en el ensayo, ilustradas mediante un croquis acotado en las figuras 2.11 y 2.12.

3 ANÁLISIS EXPERIMENTAL

En este capítulo se expondrá el cálculo de las propiedades dinámicas (frecuencias naturales, coeficientes de amortiguación y modos de vibración) del Alminar mediante un análisis experimental dividido en dos fases. Se describirá primero el ensayo realizado en el Alminar, y segundo la aplicación de técnicas de identificación de parámetros modales utilizando las mediciones obtenidas en campo.

3.1 Ensayo

El objetivo del ensayo, realizado el día 27 de marzo de 2017, era obtener la respuesta dinámica de la estructura ante las solicitaciones ambientales en una serie de puntos que permitieran caracterizar su comportamiento dinámico. En este apartado se describe el equipo utilizado y la metodología seguida durante el ensayo.

Para medir las respuestas se utilizaron unos acelerómetros ETNA ALTUS SERIES de KINEMATRICS [24]. El acelerómetro ETNA, que puede verse en la figura 3.1, tiene una resolución de 18 bits de medición de datos de aceleración, cuenta con una batería que le permite una autonomía de 36 horas y un Acelerómetro de Fuerza Balanceado EpiSensor interno. Es un acelerómetro triaxial por lo que mide simultáneamente en tres direcciones ortogonales, indicadas en la parte superior del aparato. La información se almacena en una tarjeta de memoria PCMCIA extraíble, pudiendo conectarse al ordenador para transferir los datos. La configuración del tiempo se puede realizar vía GPS, sobre el acelerómetro en la figura 3.1, o manualmente mediante el software proporcionado por la empresa QuickTalk. La frecuencia muestral usada en el ensayo fue de 250 Hz, midiendo los dispositivos 250 aceleraciones por segundo en cada dirección. Se necesitó un ordenador portátil para usar dicho software, debido a que los acelerómetros no disponen de interfaz gráfica.

En el ensayo se utilizaron tres acelerómetros ETNA, las referencias utilizadas en este capítulo se recogen en la tabla 3.1.



Figura 3.1 Acelerómetro ETNA KINEMATRICS

Tabla 3.1 Referencias de los acelerómetros

Acelerómetro	5851	5937	7143
Numeración	1	2	3

Se deben conocer las ubicaciones de los acelerómetros para el post-proceso de los datos, así como la geometría del alminar para su modelización numérica. Para medir las distancias se ha contado con un medidor laser GLM 80, figura 3.2 (b), y una cinta métrica de fibra de vidrio de 30 m de longitud, figura 3.2 (a).

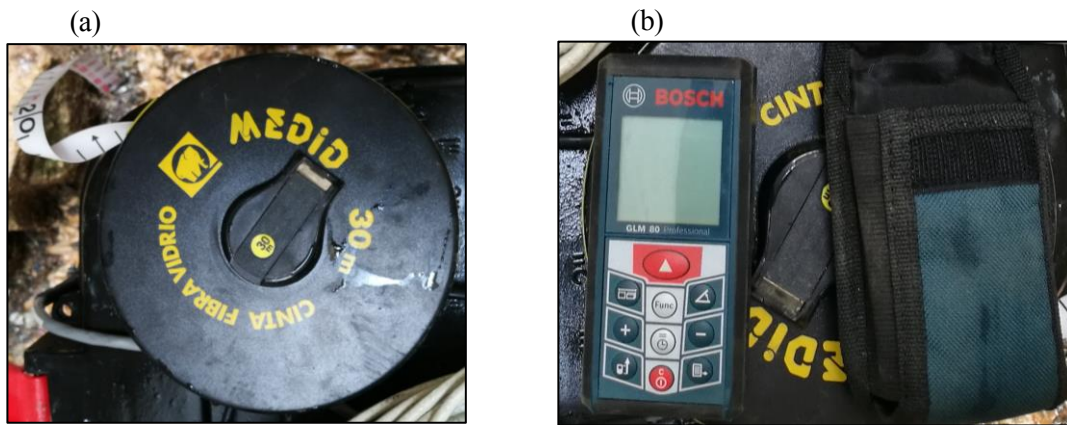


Figura 3.2 (a) Metro y (b) medidor laser

En cuantos más puntos pueda medirse la respuesta, mayor será la precisión que podrá tener la identificación de los parámetros modales. Con el objetivo de medir más de 3 puntos, se han realizado 4 mediciones, pero para superponer los datos recogidos por acelerómetros en distintos instantes de tiempo, se debe tener un acelerómetro en común entre todas las mediciones, por lo que se utilizará el 1 como referencia, permaneciendo en la misma ubicación durante todo el ensayo.

Las posiciones de los acelerómetros son determinantes, ya que en caso de que alguno de ellos se sitúe en alguno de los nodos de un modo de vibración no medirá aceleraciones. Sin embargo, debido al estado del Alminar, había pocos lugares en los que poder ubicar los acelerómetros. La elección más importante y que sí pudo tomarse fue la del lugar que ocuparía el de referencia, ya que en caso de situarse en un nodo invalidaría el ensayo completo. Se eligió el punto que se consideró tendría unas aceleraciones mayores, la esquina sur de la planta superior. El resto de acelerómetros se posicionaron en todos los lugares que permitían orientarlos en la misma dirección, para que coincidieran los ejes en los que tomaban los datos, pueden verse representados en la figura 3.3.



Figura 3.3 Representación de los ejes de referencia

Para coordinar los acelerómetros y que comenzasen las distintas mediciones al mismo tiempo, se trataron de conectar vía GPS, aunque al no conectarse al menos a 3 satélites, tuvo que configurarse la hora de inicio y finalización de las mediciones manualmente, conectándolos al portatil, lo cual tiene una exactitud menor y requiere eliminar el desfase en el postproceso de los datos. Se diseñó el ensayo de forma que los acelerómetros no dejaran de medir. Las horas a las que comenzaron y terminaron las 4 mediciones realizadas, quedan recogidas en la tabla 3.2; cada una tuvo una duración de 1800 s.

Tabla 3.2 Tiempo de cada medida

Medidas	Inicio	Fin
1	12:20	12:50
2	12:52	13:22
3	13:25	13:55
4	13:56	14:26

En la figura 3.3 se muestran las ubicaciones de los acelerómetros en todas las mediciones. Como se ha explicado, el acelerómetro 1 de referencia, que ocupa la ubicación número 3, no se ha cambiado de posición. Los otros dos acelerómetros han medido puntos distintos en cada medición. Al estar midiendo durante todo el ensayo, cuando se terminaba una medición se zarandeaban los acelerómetros 2 y 3, para que registrasen unas aceleraciones que se detectasen fácilmente y así poder separar en su registro las medidas de un punto de las del siguiente. En la tabla 3.3 se recogen las ubicaciones que ha ocupado cada acelerómetro y su localización en la figura 3.4, se ha considerado como cota 0 el suelo del Alminar en su entrada.

Tabla 3.3 Ubicaciones de los acelerómetros

Acelerometro	Medida 1	Medida 2	Medida 3	Medida 4
1	Referencia-3			
2	1	4	6	8
3	2	5	7	9

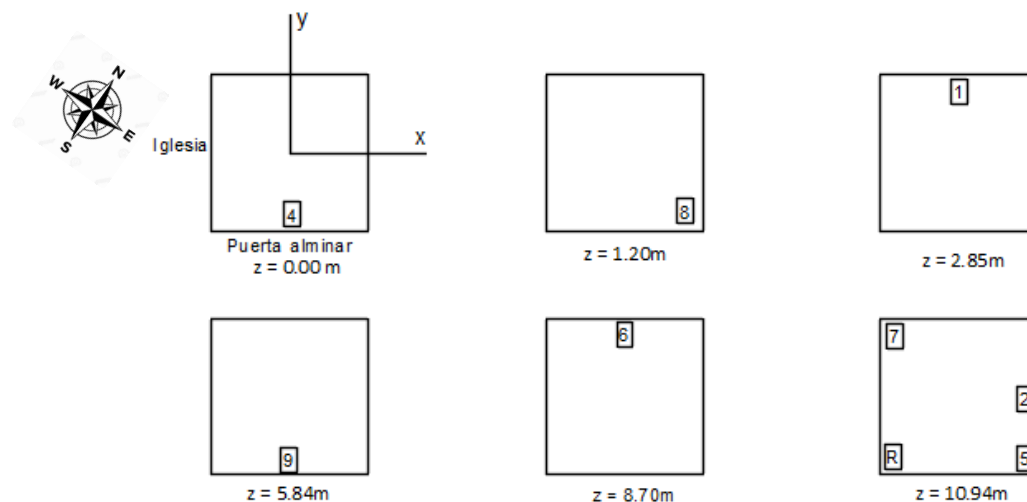


Figura 3.4 Ubicación de los acelerómetros

Las solicitaciones ambientales que excitaron a la estructura durante el ensayo fueron los vehículos y peatones que circubalan por las calles aledañas al alminar y el viento. Los modos de vibración que se obtendrán a través del análisis modal operacional serán los que dichas cargas hayan excitado durante el ensayo.

A continuación se realizará un resumen del proceso seguido durante el ensayo. Se han utilizado 3 acelerómetros para medir la respuesta de la estructura ante solicitaciones ambientales. Uno de los acelerómetros ha permanecido estático, servirá de referencia, y los otros dos se han cambiado de posición en 4 mediciones diferentes, midiendo por tanto 9 puntos en total. Por otro lado, se han obtenido medidas geométricas para ubicar en el espacio los acelerómetros y definir geoméricamente el Alminar para la posterior modelización numérica.

3.2 Postproceso de los datos medidos

En este apartado se explicarán las operaciones realizadas sobre las mediciones para después aplicar los métodos de identificación de los parámetros modales.

En primer lugar se transfieren los datos medidos desde las tarjetas de memoria de los acelerómetros al ordenador. Los archivos obtenidos de cada acelerómetro se dividen en las diferentes mediciones, y se solventa el desfase provocado en la configuración horaria de los acelerómetros. Al haber tomado una frecuencia muestral de 250 Hz, se toman 250 muestras por segundo, siendo cada medición de 1800 s, se tienen 450.000 muestras por cada medición. La respuesta de la estructura queda recogida en 4 ficheros, cada uno es una matriz de 9 columnas y 450.000 filas, las 3 primeras columnas son las aceleraciones medidas en las direcciones X, Y y Z por el acelerómetro 1, las siguientes 3 columnas, las medidas por el 2 y, las últimas, por el 3, cada columna es una señal en función del tiempo.

Si la frecuencia de muestreo ha sido de 250 Hz, según la teoría de Nyquist, el valor máximo de frecuencia que puede estudiarse es la mitad de dicha frecuencia de muestreo, 125 Hz. Las frecuencias de interés para las estructuras de ingeniería civil se encuentran comprendidas entre 0-25 Hz, por lo que las señales medidas se adaptan a dicho rango, para lo cual se aplicará una decimación de $D=4$. La decimación reduce el número de datos con los que se trabaja, en lugar de 250 por segundo, se contarán con 62.5 por segundo, por lo que, según Nyquist, el valor máximo de frecuencia de estudio será de 31.5 Hz. Para aplicar la decimación se ha usado la función *decimate* de MATLAB [24].

A las señales decimadas se les aplican dos filtros, uno de paso alto, que atenúa las componentes de la señal que tengan una frecuencia inferior a 1 Hz, y otro de paso bajo que permite el paso de las componentes con frecuencias por debajo de 25 Hz, atenuando las que tengan una frecuencia superior.

Las técnicas utilizadas para la identificación de los parámetros naturales se basan en el estudio de la respuesta de la estructura en el dominio de la frecuencia. De los ensayos y del postproceso se obtienen las señales decimadas y filtradas en el dominio del tiempo, pero para poder identificar las frecuencias naturales se deben trasladar al dominio de la frecuencia, lo que significa dejar de representar las aceleraciones respecto a cuando ocurrieron, a representarlas respecto a cada cuanto. La transformada de Fourier es una operación matemática que transforma una señal en el dominio del tiempo a otra en el dominio de la frecuencia y viceversa. Siendo $h(t)$ una función en el dominio del tiempo y $H(f)$ una señal resultante de representar $h(t)$ en el dominio de la frecuencia se define la relación entre ellas mediante la transformada de Fourier como:

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f)e^{-2\pi ift} df$$

Que puede aplicarse a la inversa:

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{2\pi ift} dt$$

Cuando la transformada se aplica sobre una señal discreta, como con las que se está trabajando, se conoce como transformada de Fourier discreta (DFT). Mediante MATLAB se aplican dos funciones que usan una implementación de la DFT conocida como transformada rápida de Fourier (FFT): con la primera, “*pwelch*”, se obtiene el autoespectro promedio de la señal y con la segunda, “*cpsd*”, el espectro cruzado promedio entre la señal de entrada, las medidas por el acelerómetro de referencia, y la señal de salida, las medidas por el resto de acelerómetros. Ambas funciones utilizan el promedio de ventanas de Welch el cual divide a las señales en segmentos, conocidos como ventanas, cuya longitud puede definirse, y aplica a cada ventana una FFT para después promediar los resultados. Además de su longitud, mediante la función de MATLAB, también puede ordenarse que se superpongan unas ventanas a las ventanas contiguas un número de registros específico.

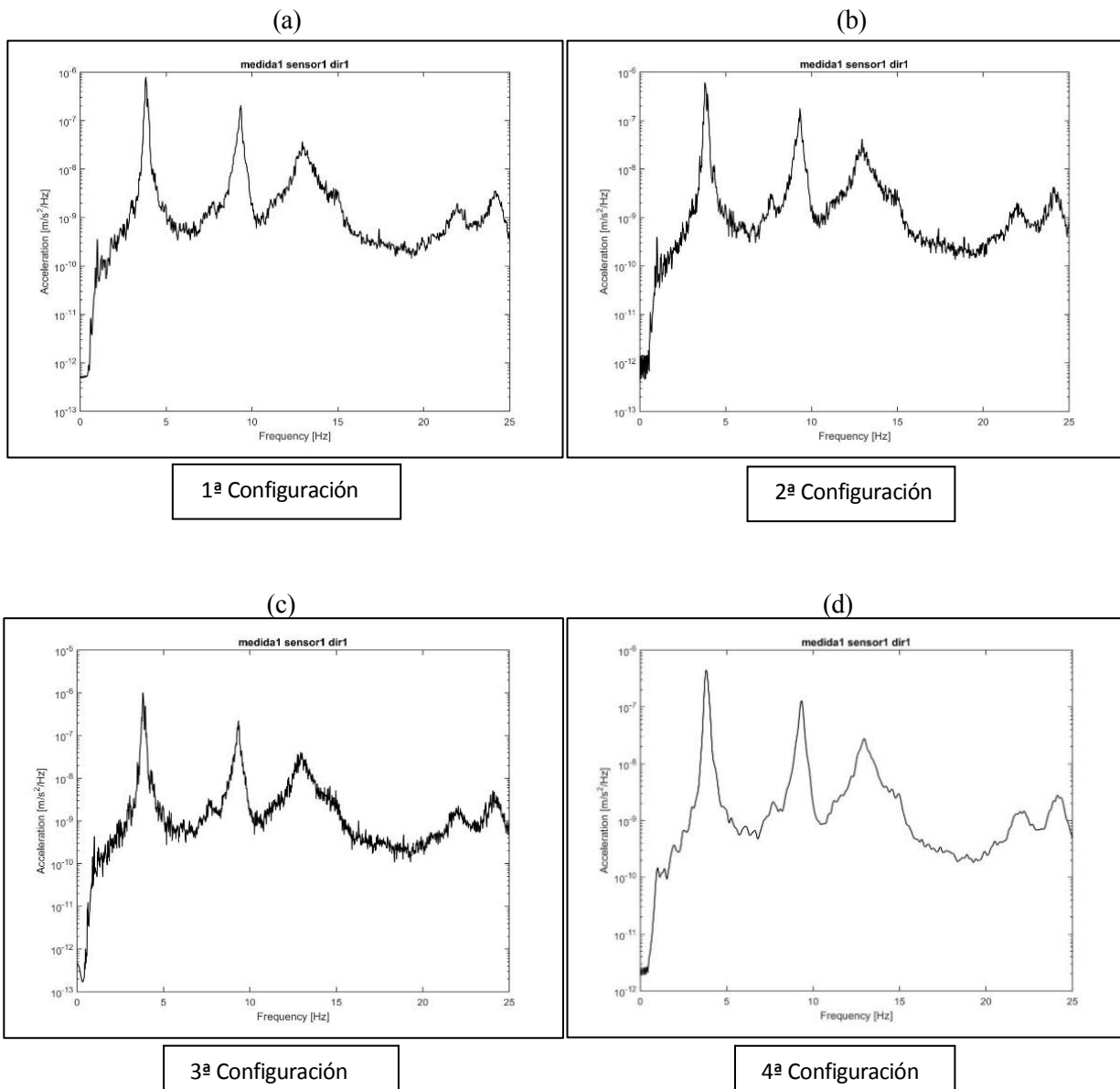
En primer lugar se realiza la elección de los parámetros de longitud de ventana y de solapamiento, para después explicar el cálculo y significado de los autoespectros y espectros cruzados.

La elección de los parámetros que definen la longitud de ventana y el solapamiento entre ellas se ha realizado comparando los resultados del *pwelch* con diferentes valores. En la tabla 3.4 se indican las cuatro configuraciones con las que se ha ejecutado la función: “*segmentlength*” es la longitud de los segmentos y “*noverlap*” las longitudes de los segmentos que se superponen con los contiguos.

Tabla 3.4 Parámetros para el promedio del autoespectro

Configuraciones	Segmentlength	Noverlap
1ª	2000	20
2ª	2500	35
3ª	4000	10
4ª	500	50

La función se ha aplicado sobre las aceleraciones medidas por el acelerómetro 1 en la primera medición en X. Las figuras 3.5 (a-d) son los resultados de las cuatro configuraciones, en ellas se observa que al tener la longitud de ventana mayor, menor es el promedio realizado ya que se divide la señal en menos ventanas. La comparación más evidente es entre la figura 3.5 (c) con un window de 4000 y la 3.5 (d) con uno de 500. El nivel de detalle de la 3.5 (d) es mucho menor, ya que se ha realizado un promedio mayor al dividir más veces la cadena de datos. Por otro lado, el comando *noverlap* no influye en el detalle del resultado. Es necesario realizar un promedio tal que se consiga que los datos experimentales, medidos en un tiempo finito y con los posibles errores durante el ensayo, sean representativos de la respuesta en el dominio de la frecuencia de la estructura. Sin embargo, si se realiza un promedio excesivo puede perderse información sobre la respuesta, por ello se usará la segunda configuración, en la figura 3.5 (b).



Figuras 3.5 Autoespectros promediados con diferentes configuraciones

Con dichos parámetros, a continuación, se calcula el auto espectro de cada señal y el espectro cruzado entre la señal de entrada, que será la medida del acelerómetro de referencia, y el resto de señales. Siendo x una señal discreta en el dominio del tiempo, el auto espectro es el resultado de aplicar una FFT sobre una señal igual a x^2 , y su resultado muestra la respuesta de la estructura en ese punto en el dominio de la frecuencia. Por otro lado, el espectro cruzado entre una señal de entrada X y una señal de salida Y es el resultado de aplicar una FFT sobre una señal igual a $x * y$. Observando la fase del espectro cruzado se puede detectar como se mueve el punto medido respecto al de referencia. En el anexo 1 se adjuntan las gráficas resultantes de este proceso: en primer lugar, los autoespectros de las señales obtenidas por el primer acelerómetro, en las 4 mediciones y en las 3 direcciones de cada una; tras ellos, los autoespectros del resto de medidas en la parte superior de la página y, en la parte inferior, la gráfica de fase en valor absoluto del espectro cruzado entre cada medida y dirección y la medición del acelerómetro de referencia para dicha medida y dirección. Los espectros cruzados calculados son 24, ya que se calculan entre las mediciones realizadas de 2 acelerómetros y el de referencia, en 4 mediciones y en 3 direcciones.

La nomenclatura utilizada en el anexo 1 es:

Medida: M

Acelerómetro: S

En este apartado se han aplicado sobre las aceleraciones medidas en el ensayo una decimación y dos filtros. A continuación se han escogido los parámetros que definirán el promedio de Welch que MATLAB utilizará en las funciones *pwelch* y *cpsd*. Se han calculado los autoespectros para cada una de las señales medidas, por lo que se han obtenido 36 autoespectros. Además, se han calculado los espectros cruzados entre cada señal y la señal medida por el acelerómetro de referencia en la misma medición y en la misma dirección, adjuntándose los resultados en el Anexo 1. Los espectros obtenidos se estudiarán en próximos apartados para identificar los parámetros modales de la estructura.

3.3 Identificación de las frecuencias naturales

En este apartado se explicarán dos metodologías para la identificación de las frecuencias naturales, ambas basadas en el estudio de la respuesta de la estructura en el dominio de la frecuencia. La primera es conocida como Peak Picking (PP), la cual ha sido utilizada con éxito en estudios como [1, 18]. El PP se basa en que la respuesta de la estructura en el dominio de la frecuencia alcanza un pico a una determinada frecuencia, debido a una fuerza o a una frecuencia natural [27]. Este procedimiento proporciona buenas estimaciones para estructuras débilmente amortiguadas, como son las de ingeniería civil.

Podría, mediante la metodología del PP, estudiarse la respuesta de la estructura en los 36 autoespectros obtenidos en el apartado anterior, pero, en lugar de ello, se seguirá una implementación práctica del PP conocida como Averaged Normalized Power Spectral Densities (ANPSDs), descubierta por Felber [25]. En este caso, los autoespectros se normalizan y promedian, obteniendo una función de densidad espectral promedio que, normalmente, muestra todas las frecuencias naturales del sistema.

$$ANPSD(\omega) = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l \frac{Autoespectro(\omega)}{\sum_{j=1}^n Autoespectro(\omega_j)}$$

Siendo l el número de localizaciones medidas. Se aplica la técnica del ANPSD de forma independiente para cada dirección, obteniendo 3 gráficas de ANPSD, en las cuales se identifican las frecuencias que provocan un pico en la respuesta en frecuencia. En la figura 3.6 se han superpuesto las 3 gráficas ANPSD, siendo la X la roja, la Y la azul y la Z la verde. Se observa un claro pico en las 3 alrededor de 4 Hz, y otro, menos pronunciado en X e Y e inexistente en Z, en 9 Hz.

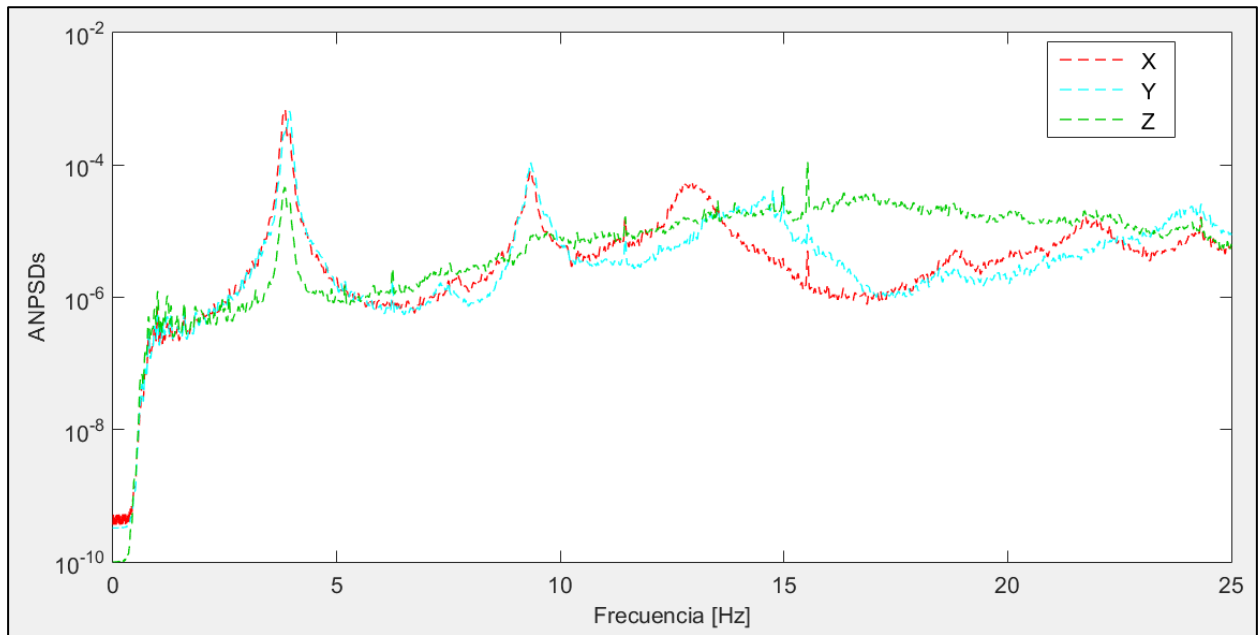


Figura 3.6 ANPSD en las 3 direcciones

En la tabla 3.5 se recogen las frecuencias que provocan un pico en las gráficas del ANPSD.

Pico	Frecuencia [Hz]
1	3.799
2	9.338

Tabla 3.5 Frecuencias pico identificadas

El primer pico identificado es muy marcado y se encuentra en las ANPSD de las 3 direcciones. El segundo es observable para las direcciones X e Y pero inexistente para Z, lo cual puede significar que en el modo de vibración excitado a esa frecuencia no se provoca una respuesta vertical.

Para comprobar que dichos picos son debidos a frecuencias naturales y no a fuerzas externas se calcula el coeficiente de amortiguamiento sobre los auto-espectros promedio en las 3 direcciones. Para ello se aplica sobre las aceleraciones del autoespectro un paso a decibelios, que para unidades de amplitud:

$$dB = 20 * \log_{10}\left(\frac{aceleración}{aceleración\ de\ referencia}\right)$$

Siendo la aceleración de referencia indicada en la normativa ISO R-1683 de 10^{-6} m/s^2 .

Sobre el autoespectro en escala logarítmica se aplica el método del semi-ancho de banda [20], que consiste en bajar 3 dB desde el valor de la respuesta en el pico, siendo el coeficiente de amortiguamiento en tanto por 1:

$$\xi = \frac{Semi\ ancho\ de\ banda}{Frecuencia\ pico}$$

Se calcula el coeficiente de amortiguamiento en las tres direcciones medidas, los resultados se adjuntan en la tabla 3.6. En el auto espectro en dirección Z, para la segunda frecuencia no hay un pico claro en la respuesta por lo que no se estima con este procedimiento su amortiguamiento.

Tabla 3.6 Coeficientes de amortiguamiento

	Pico	ξ [%]
X	1	1.01
	2	0.54
Y	1	0.76
	2	0.54
Z	1	1.01
	2	-

En este apartado, mediante la técnica del ANPSD se han identificado las frecuencias que provocan un pico en la respuesta de la estructura en el dominio de la frecuencia. Como dichas aceleraciones máximas pueden ser debidas a fuerzas externas o a frecuencias naturales se han calculado los coeficientes de amortiguamiento mediante el método del semi ancho de banda confirmándose que son frecuencias naturales. Como resultado del análisis se han obtenido las frecuencias naturales de la tabla 3.7 y los coeficientes de amortiguamiento de la tabla 3.6, identificándose 2 modos de vibración en el rango de frecuencias de estudio.

Tabla 3.7 Frecuencias naturales identificadas

Modo	Frecuencia [Hz]
1	3.799
2	9.338

3.4 Obtención de los modos de vibración

Se comenzará este apartado exponiendo la metodología utilizada para calcular los modos de vibración identificados. A continuación se describirán un conjunto de puntos con los que se definirá el alminar para después calcular en los mismos una representación de los modos. Por último, se recogerán y comentarán los resultados.

En este trabajo se ha realizado un análisis modal operacional, por lo que las fuerzas que excitan a la estructura son desconocidas y no pueden utilizarse para obtener su función de respuesta en frecuencia. En lugar de las fuerzas excitadoras, se utilizará como parámetro de entrada la respuesta medida por el acelerómetro de referencia, esta solución permite obtener una estimación de los modos de vibración, pero sin estar estos escalados. Para escalarlos se debería excitar la estructura artificialmente, midiendo la excitación y la respuesta provocada en un punto. Conociendo el valor de la función de respuesta en frecuencia para dicho punto podrían escalarse los demás obteniendo el modo de vibración cuantitativo.

Los modos de vibración se calculan mediante un estudio de los autoespectros y las gráficas de fase de los espectros cruzados obtenidos en el apartado 3.2 y que se encuentran en el Anexo 1. Para definir un modo de vibración es necesario conocer las amplitudes de la respuesta en la frecuencia natural del modo en una serie de puntos, así como el sentido de dicha respuesta. La amplitud se obtiene del valor del autoespectro en la

frecuencia natural. Para calcular el sentido de los movimientos de un punto, se toma un sentido para el de referencia, el resto tendrán el mismo sentido que él si se encuentran en fase o sentido contrario si están en contrafase. La gráfica de fase del espectro cruzado entre cada medición de los sensores 2 y 3 (S2 y S3) y el de referencia (S1) tendrá un valor cercano a π radianes si ese punto en dicha dirección se encuentra en contrafase y cercano a 0 si está en fase.

Se definen 48 puntos para calcular los modos de vibración de la estructura distribuidos en las 6 cotas en las que se han ubicado los acelerómetros en el ensayo, a pesar de que los acelerómetros no ocupaban exactamente esas posiciones, estaban lo suficientemente próximas como para así considerarlas.

En la figura 3.7 se observa el almiar definido por los 48 puntos, los medidos aparecen señalados con una cruz, los ejes de coordenadas indicados son los mismos en los que midieron los acelerómetros. En la figura 3.8 se indica la distribución de los puntos en las 6 cotas, 4 puntos de las plantas están en las esquinas y otros 4 en el centro de los lados.

Figura 3.7 Indeformada del almiar

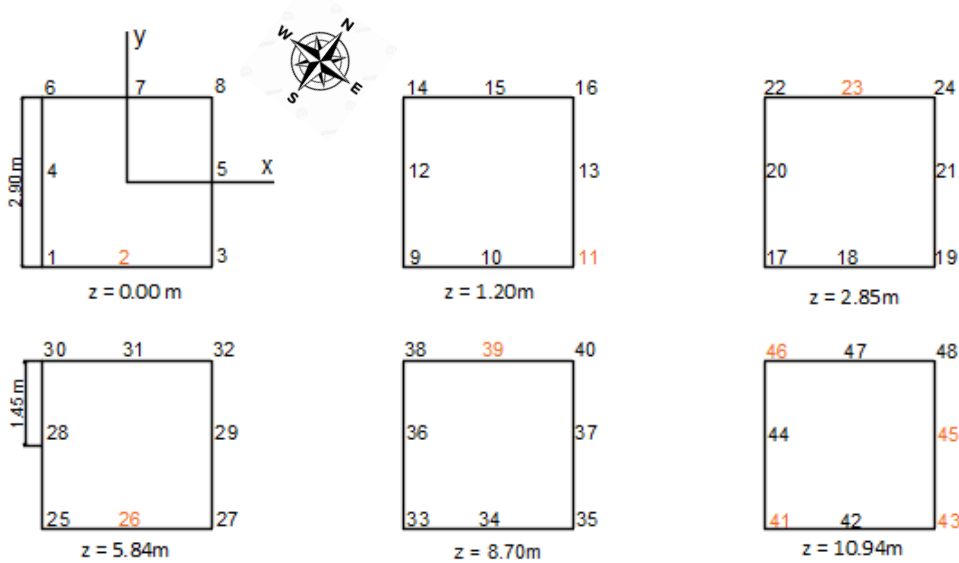
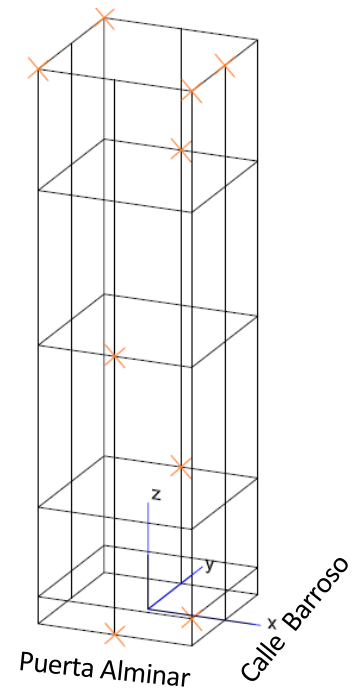


Figura 3.8 Distribución de los puntos para la representación de los modos

En la tabla 3.8 se recogen los puntos en los que se utilizarán los datos medidos por los acelerómetros y su localización.

Tabla 3.8 Localización de los acelerómetros

Acelerómetro	1	2	3	2	3	2	3	2	3
Ubicación	3 (R)	1	2	4	5	6	7	8	9
Punto	41	23	45	2	43	39	46	11	26
Cota punto	10.94	2.85	10.94	0	10.94	8.7	10.94	1.2	5.84
Coorden. X	-1.45	0	1.45	0	1.45	0	-1.45	1.45	0
Coorden. Y	-1.45	1.45	0	-1.45	-1.45	1.45	1.45	-1.45	-1.45

3.4.1 Modo 1

En este subapartado se describirá el cálculo del primer modo de vibración identificado y se expondrán y comentarán los resultados obtenidos.

La primera frecuencia natural identificada en el apartado anterior es de $f_1=3.799$ Hz, sin embargo, en el cálculo del modo asociado se encontró una distorsión en la respuesta en frecuencia de la estructura, no siendo posible su correcta obtención. Se realiza la hipótesis de que esto es debido a que en frecuencias próximas a f_1 se excitan dos modos de vibración de la estructura ya que, pudiendo asimilar el comportamiento dinámico de la torre con el de un prisma de planta cuadrada, los dos primeros modos de vibración que se obtendrían serían los de flexión alrededor de un par de ejes perpendiculares entre sí y serían excitados a unas frecuencias naturales muy similares. Para solventar el problema de la superposición se cambió la frecuencia natural por la más próxima en la que desaparecía dicho efecto, siendo por tanto las frecuencias de estudio las recogidas en la tabla 3.9.

Modo de vibración	Frecuencia [Hz]
1	3.876
2	9.338

Tabla 3.9 Frecuencias naturales

Para la frecuencia natural $f_1'=3.876$ Hz se calculan las amplitudes de la respuesta en frecuencia y los sentidos de dichas amplitudes. En primer lugar, y como se explicó en el apartado anterior, las amplitudes se obtienen de los valores del autoespectro de cada señal en la frecuencia natural en estudio. En el anexo 1 se encuentran los 36 autoespectros de las mediciones realizadas, resultados de 4 mediciones, en 3 puntos por medición y en 3 direcciones por punto. Mediante MATLAB [24] se obtienen los valores de los autoespectros en f_1' y se ordenan en una matriz de 3 columnas, una por cada dirección y 12 filas, una por cada punto, existen 4 mediciones del mismo punto obtenidas por el acelerómetro de referencia las cuales se promediarán de forma independiente para cada dirección. A continuación se normaliza la matriz obtenida. Finalmente, el resultado es una matriz de 3 columnas y 9 filas, que se adjunta en la tabla 3.10.

Modo 1				
Ubicación	Punto	X	Y	Z
1	23	0.0082	0.004	1.95E-04
2	45	0.1499	0.0801	0.0018
3	41	0.3052	9.33E-02	0.0052
4	2	0.002	8.04E-04	8.7-5
5	43	0.5072	0.1716	1.70E-03
6	39	0.1516	0.1267	3.20E-03
7	46	0.3256	0.1536	5.30E-03
8	11	0.0013	8.31E-04	1.30E-04
9	26	0.0147	0.0078	3.63E-04

Tabla 3.10 Amplitud en los puntos medidos para el modo 1

Para conocer los sentidos de los movimientos se estudian las gráficas de fase de los espectros cruzados calculados en el apartado 3.2. Se tomará un valor positivo en X, Y y Z para el movimiento en el punto de referencia y el resto de puntos se moverán en fase o desfase respecto a él: cómo se explicó en el apartado 3.2, en caso de que el valor del ángulo del espectro cruzado sea cercano a 0 rad estará en fase, si está cercano a π rad, en desfase.

Modo 1				
Ubicación	Punto	X	Y	Z
1	23	-	-	-
2	45	Fase	Fase	Desfase
3	41	Referencia		
4	2	-	-	-
5	43	Fase	Fase	Desfase
6	39	-	-	-
7	46	Fase	Fase	Fase
8	11	-	-	-
9	26	Fase	Fase	Fase

Tabla 3.11 Estudio de los espectros cruzados

En la tabla 3.11 se recogen los resultados del análisis de los espectros cruzados. No se han podido estimar los sentidos en los puntos 1, 4, 6 y 8, todos ellos medidos por el acelerómetro 2, en ninguna de las 3 direcciones, porque todas las gráficas de fase de los espectros cruzados calculados, que pueden consultarse en el Anexo 1, figuras 13-18, 25-30, 37-42 y 49- 54, oscilan entre 0 y π radianes. Se piensa en un primer momento que es debido a que esos puntos son nodos del modo de vibración, sin embargo, para la frecuencia natural en estudio sí que se encuentra un pico en la respuesta en frecuencia de la estructura como se observa en los respectivos autoespectros de esas mediciones. Para poder utilizar las mediciones realizadas en dichos puntos, se deben estimar los sentidos de sus movimientos, lo que se hará en base a los movimientos de los puntos de la planta superior y a los resultados numéricos de los modos calculados en el capítulo 4.

Modo 1				
Ubicación	Punto	X	Y	Z
2	45	0.1499	0.0801	-0.0018
3	41	0.3052	9.33E-02	0.0052
5	43	0.5072	0.1716	-1.70E-03
7	46	0.3256	0.1536	5.30E-03

Tabla 3.12 Modo 1 definido en los puntos de la planta superior

En la tabla 3.12 se recogen los movimientos que caracterizan al modo 1 en los puntos de la planta superior. La componente Z del modo tiene muy poca aportación, al contrario que la X. Continuando con la hipótesis realizada en este subapartado de que el modo 1 es un modo de flexión, y ante el hecho de que los movimientos horizontales de la planta superior, en la dirección X e Y, son todos positivos, se decide adoptar para todos los puntos medidos el mismo sentido en la dirección X e Y, como los movimientos en la dirección Z son difíciles de estimar, se tomarán en base a los resultados numéricos del capítulo 4, tabla 4.3.

Por tanto, tras calcular y estimar los sentidos de los movimientos en los puntos medidos, el modo 1 queda definido por los valores de la tabla 3.13.

Modo 1				
Ubicación	Punto	X	Y	Z
1	23	0.0082	0.004	-1.95E-04
2	45	0.1499	0.0801	-0.0018
3	41	0.3052	9.33E-02	0.0052
4	2	0.002	8.04E-04	8.7-5
5	43	0.5072	0.1716	-1.70E-03
6	39	0.1516	0.1267	-3.20E-03
7	46	0.3256	0.1536	5.30E-03
8	11	0.0013	8.31E-04	-1.30E-04
9	26	0.0147	0.0078	3.63E-04

Tabla 3.13 Modo 1

Una vez calculados los movimientos en los 9 puntos medidos puede realizarse una estimación gráfica del modo. En las figuras 3.9, 3.10 y 3.11 se representa el alminar indeformado con traza discontinua, los puntos en los que se tiene definido el modo en su situación indeformada (azul) y la deformada del modo 1 (rojo). En dichas imágenes se observa gráficamente lo ya analizado en este subapartado: que el modo está caracterizado por un movimiento horizontal en la dirección X y que el movimiento en Z no es significativo.

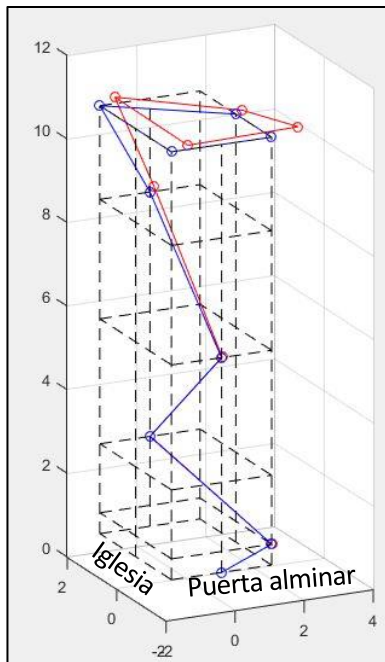


Figura 3.11 Modo 1 experimental, puntos medidos, perspectiva

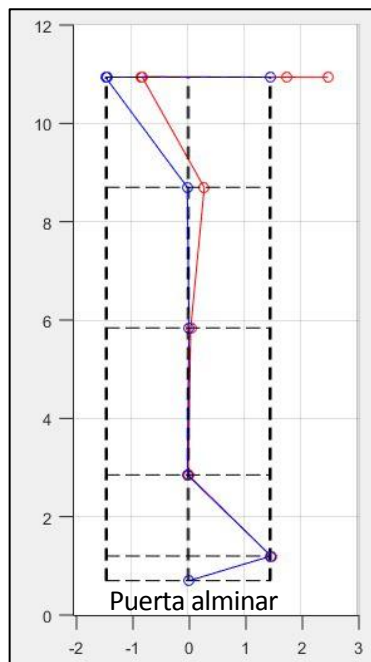


Figura 3.10 Modo 1 experimental, puntos medidos, fachada sureste

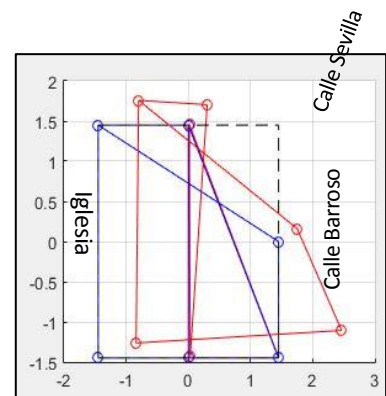


Figura 3.9 Modo 1 experimental, puntos medidos, vista superior



Para representar el modo 1 completo se calculan los movimientos en los 48 puntos definidos al comienzo de este apartado, representados en las figuras 3.7 y 3.8. Conocidos los movimientos en 9 de ellos se relacionan los de estos puntos con el resto mediante unas ecuaciones de ligadura que se plantearán a la vista de la deformada de las figuras 3.9-3.11.

En el modo de flexión, los puntos a la misma cota tienen unos desplazamientos horizontales similares, estando el modo caracterizado por la diferencia entre las distintas cotas, por lo que los puntos a misma cota se relacionarán con los acelerómetros ubicados en ellas. En aquellas en las que solo se tengan datos de un punto, todos los puntos tendrán los mismos movimientos, como es el caso de las 5 primeras cotas. En la sexta, si que se tienen las mediciones de 4 puntos, por lo que se realizará un promedio para calcular el resto. Los desplazamientos de los puntos de las 5 primeras plantas son:

Cota 1, 0 m:

$$u_2 = u_1 = u_3 = u_4 = u_5 = u_6 = u_7 = u_8$$

Cota 2, 1.20 m:

$$u_{11} = u_9 = u_{10} = u_{12} = u_{13} = u_{14} = u_{15} = u_{16}$$

Cota 3, 2.90 m:

$$u_{23} = u_{17} = u_{18} = u_{19} = u_{20} = u_{21} = u_{22} = u_8$$

Cota 4, 5.80 m:

$$u_{26} = u_{24} = u_{25} = u_{27} = u_{28} = u_{29} = u_{30} = u_{31}$$

Cota 5, 8.70 m:

$$u_{39} = u_{32} = u_{33} = u_{34} = u_{35} = u_{36} = u_{37} = u_{38}$$

En la figura 3.12 se tiene un croquis de la planta 6, en ella se ubicaron 4 acelerómetros en los puntos 41, 43, 45 y 46. Para las ecuaciones de ligadura se realizará un promedio ponderado de los desplazamientos de dichos puntos, siendo el peso de cada uno inversamente proporcional a la distancia entre su ubicación y el punto a ligar.

El promedio se ha realizado mediante la siguiente formulación:

$$u_i = \frac{\sum_{j=1}^n (u_j * (d_{total} - d_j))}{d_{total} * (n - 1)}$$

Siendo n el número de acelerómetros a promediar, 4 en este caso.

$$d_{total} = \sum_{j=1}^n d_j$$

d_j la distancia de cada ubicación al punto i , y u_j los movimientos de los puntos conocidos a promediar.

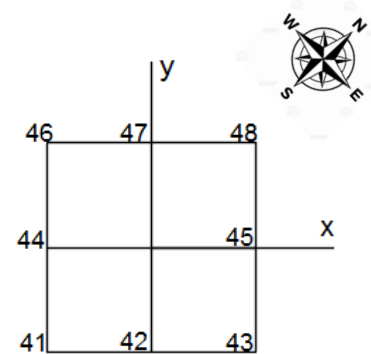


Figura 3.12 Planta superior del modelo

Con este procedimiento, los cálculos de las ecuaciones de ligadura son los siguientes:

- Ecuación de ligadura para u_{42} :

Para realizar el promedio se toma como valor unidad la mitad del lado de la planta, es decir, 1 es la distancia entre el punto 41 y el 42 de la figura 3.12.

$$d_{total} = d_{41} + d_{43} + d_{45} + d_{46} = 1 + 1 + \sqrt{2} + \sqrt{5} = 5.65 \text{ m}$$

$$u_{42} = \frac{\sum_{j=1}^4 ((5.65 - d_j) * u_j)}{5.65 * (4 - 1)}$$

$$u_{42} = \frac{(5.65 - 1) * (u_{41} + u_{43}) + (5.65 - \sqrt{2}) * u_{45} + (5.65 - \sqrt{5}) * u_{46}}{16.95}$$

$$u_{42} = 0.274(u_{41} + u_{43}) + 0.201u_{45} + 0.25u_{46}$$

- Ecuación de ligadura para u_{44} :

$$d_{total} = d_{41} + d_{43} + d_{45} + d_{46} = 1 + \sqrt{5} + 2 + 1 = 6.236 \text{ m}$$

$$u_{44} = \frac{(6.236 - 1) * (u_{41} + u_{46}) + (6.236 - \sqrt{5}) * u_{43} + (6.236 - 2) * u_{45}}{18.71}$$

$$u_{44} = 0.279(u_{41} + u_{46}) + 0.214u_{43} + 0.226u_{45}$$

- Ecuación de ligadura para u_{47} :

$$d_{total} = d_{41} + d_{43} + d_{45} + d_{46} = \sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{2} + 1 = 6.886 \text{ m}$$

$$u_{47} = \frac{(6.886 - \sqrt{5}) * (u_{41} + u_{43}) + (6.886 - \sqrt{2}) * u_{45} + (6.886 - 1) * u_{46}}{20.66}$$

$$u_{47} = 0.225(u_{41} + u_{43}) + 0.265u_{45} + 0.285u_{46}$$

- Ecuación de ligadura para u_{48} :

$$d_{total} = d_{41} + d_{43} + d_{45} + d_{46} = 2\sqrt{2} + 2 + 1 + 2 = 6.886 \text{ m}$$

$$u_{48} = \frac{(6.886 - 2) * (u_{43} + u_{46}) + (6.886 - 2\sqrt{2}) * u_{41} + (6.886 - 1) * u_{45}}{20.66}$$

$$u_{48} = 0.248(u_{43} + u_{46}) + 0.213u_{41} + 0.29u_{45}$$

Con dichas ecuaciones se obtiene el modo de vibración de la frecuencia 1, 3.876 Hz, obtenido experimentalmente, el resultado se representa en las figuras 3.13 – 15.

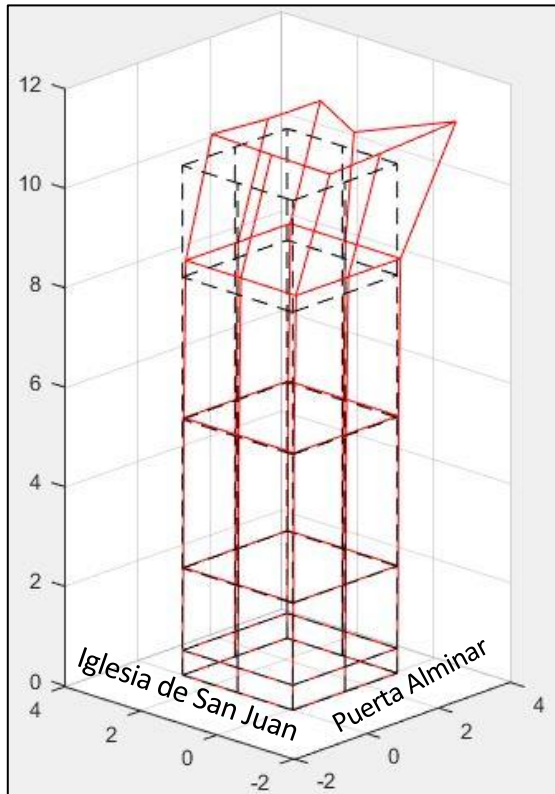


Figura 3.14 Perspectiva del modo 1 obtenido experimentalmente

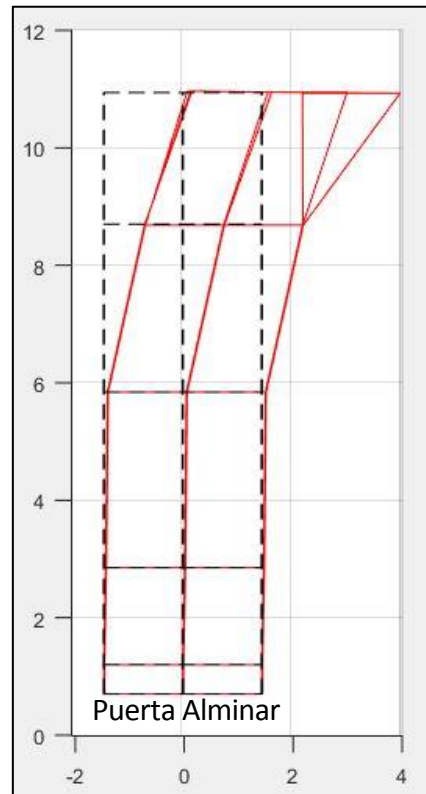


Figura 3.13 Modo 1 visto desde la fachada sureste obtenido experimentalmente

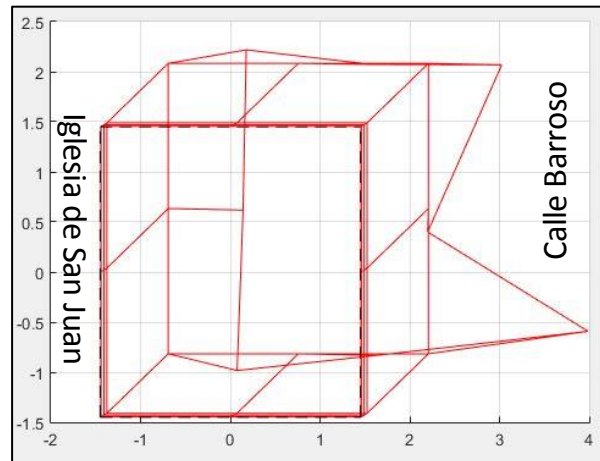


Figura 3.15 Vista superior del modo 1 obtenido experimentalmente



Si se divide la torre a través de los 6 metros en una parte superior y otra inferior, se observa que los movimientos horizontales de la zona inferior son mucho menores que los de la superior para este modo, lo que puede deberse a que la estructura está en peores condiciones en la parte superior debido a que la roca caliza esté más deteriorada.

En este subapartado se ha calculado el primer modo de vibración de la estructura, excitado a una frecuencia de 3.876 Hz. Se han encontrado dos problemas: el primero, que el método utilizado no permite diferenciar las respuestas en el dominio de la frecuencia provocadas por dos modos de vibración con frecuencias naturales próximas entre sí, y, el segundo, que los espectros cruzados de las señales medidas por el acelerómetro 2 no han podido analizarse para conocer los sentidos de sus movimientos, por lo que han sido estimados.

3.4.2 Modo 2

En este subapartado se explicará el cálculo seguido para obtener el segundo modo de vibración identificado en el apartado 3.3, se representarán los resultados y se comentarán.

De forma análoga al cálculo del modo 1, las amplitudes se obtienen de los autoespectros de las mediciones realizadas en los puntos medidos para la frecuencia que excita este modo, $f_2=9.338$ Hz. Los autoespectros están recogidos, como se indicó en el apartado 3.2 en el Anexo 1. Tras normalizar la matriz obtenida con las amplitudes en dirección X, Y y Z se adjunta en la tabla 3.14.

Tabla 3.14 Amplitudes modo 2

Modo 2				
Ubicación	Punto	X	Y	Z
1	23	0.0368	0.001	1.60E-03
2	45	0.0035	0.2273	0.0015
3	41	0.2951	2.63E-01	0.0027
4	2	0.0012	6.86E-04	7.58E-04
5	43	0.23	0.0937	3.00E-03
6	39	0.0804	0.0051	1.00E-03
7	46	0.0582	0.3323	1.60E-03
8	11	0.002	1.90E-03	8.12E-04
9	26	0.0019	0.0068	2.10E-03

A continuación, se decide por conveniencia para la comparación que se realizará en el capítulo 4, que los movimientos del punto 41 de referencia sean negativos en X, positivos en Y y positivos en Z, los ejes de coordenadas referidos son los definidos en el apartado 3.1. El resto de puntos se moverán con el mismo sentido que el de referencia si están en fase, o contrario si están en desfase. Tras estudiar los espectros cruzados recogidos en el Anexo 1 para $f_2=9.338$ Hz se obtiene la información recogida en la tabla 3.16.

Modo 2				
Ubicación	Punto	X	Y	Z
1	23	-	-	-
2	45	Desfase	Desfase	Fase
3	41	Referencia		
4	2	-	-	-
5	43	Fase	Desfase	Desfase
6	39	-	-	-
7	46	Desfase	Fase	Fase
8	11	-	-	-
9	26	Desfase	Fase	Fase

Tabla 3.16 Estudio de los espectros cruzados

Surge el mismo problema encontrado en el subapartado 3.4.2, las gráficas de fase de los espectros cruzados de las señales medidas por el acelerómetro 2, adjuntas en el anexo 1, oscilan entre 0 y π radianes en todo el rango de frecuencias de estudio, por lo que no se puede conocer cual es el sentido de los movimientos en las ubicaciones 1, 4, 6 y 8. Utilizando la misma metodología que en el cálculo del modo 1, se estudiarán los movimientos de la planta superior y, en base a ellos y a los resultados de la modelización numérica, se estimarán los del resto de puntos.

Modo 2				
Ubicación	Punto	X	Y	Z
2	45	0.0035	-0.2273	0.0015
3	41	-0.2951	2.63E-01	0.0027
5	43	-0.23	-0.0937	-3.00E-03
7	46	0.0582	0.3323	1.60E-03

Tabla 3.17 Modo 2 definido en los puntos de la planta superior

En la tabla 3.17 se muestran los valores del modo en la planta superior y de la figura 3.20, en la que se observa la deformada del modo 2 de la planta superior, se identifica un giro de la planta superior alrededor del eje Z, por ello y continuando la hipótesis realizada en el subapartado 3.4.1 de que la torre se comporta de forma similar a un prisma de planta cuadrada, este modo de vibración se identifica como un modo de torsión alrededor del eje Z. Finalmente, y habiéndose estimado los sentidos de los movimientos en los puntos 1, 4, 6 y 8 en base a hipótesis y observando el modo 2 obtenido a través de la modelización numérica en el capítulo 4, tabla 4.4, el modo 2 queda definido en la tabla 3.18.

Modo 2				
Ubicación	Punto	X	Y	Z
1	23	-0.0368	-0.001	-1.60E-03
2	45	0.0035	-0.2273	0.0015
3	41	-0.2951	2.63E-01	0.0027
4	2	-0.0012	6.86E-04	-7.58E-04
5	43	-0.23	-0.0937	-3.00E-03
6	39	0.0804	-0.0051	1.00E-03
7	46	0.0582	0.3323	1.60E-03
8	11	-0.002	-1.90E-03	-8.12E-04
9	26	0.0019	0.0068	2.10E-03

Tabla 3.18 Modo 2

Se representa en los 9 puntos medidos el modo 2 (rojo) y la indeformada (azul) en las siguientes figuras 3.19-21:

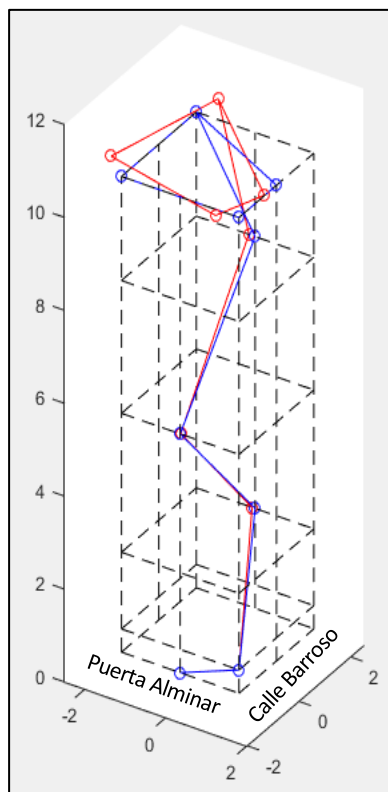


Figura 3.21 Modo 2 experimental, puntos medidos, perspectiva

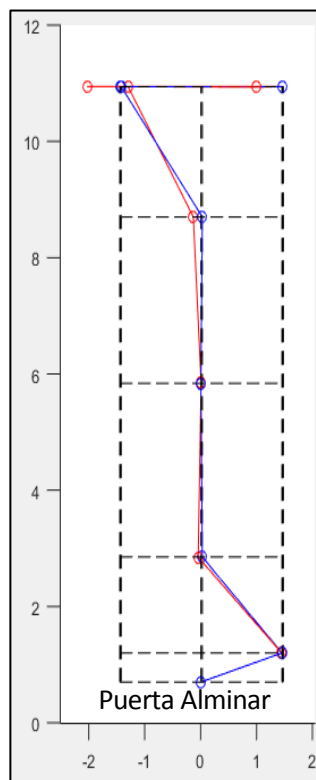


Figura 3.19 Modo 2 experimental, puntos medidos, fachada sureste

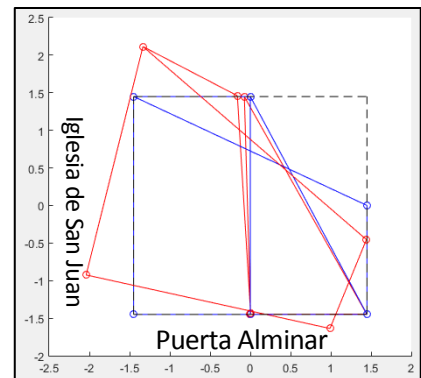


Figura 3.20 Modo 2 experimental, puntos medidos, vista superior



En las figuras 3.19 y 3.21 y en la tabla 3.18 se observa que los movimientos verticales son pequeños frente a los demás, lo que es propio de un modo de torsión. Los movimientos horizontales se analizan en las figuras 3.20 y 3.21, en la planta superior se observa un giro de la misma alrededor del eje Z, por lo que se deduce que el modo 2 será un modo de torsión alrededor de él.

A continuación se describirá el cálculo de las ecuaciones de ligadura que permitirán obtener una estimación del modo 2, identificado en el apartado 3.3 del presente capítulo, en los 48 puntos descritos al inicio del apartado 3.4. Ante la posición de los puntos excitados en el modo 2 de los que se conocen datos, se realizan unas ecuaciones de ligadura de manera que se complete parte de la sección:

$$uy_{44} = 0.5 * uy_{46} + 0.5 * uy_{41}$$

$$uy_{48} = 0.5 * uy_{45} + 0.5 * uy_{43}$$

$$ux_{48} = uy_{41}$$

$$uy_{48} = ux_{41}$$

$$ux_{44} = 0.5 * ux_{46} + 0.5 * ux_{41}$$

Para el resto de las plantas, se han usado los desplazamientos conocidos de los acelerómetros existentes en la recta vertical sobre cada punto. Se realiza la hipótesis de que los puntos tendrán mayor desplazamiento horizontal conforme mayor sea su cota, por lo que se crea una ley lineal para relacionar los puntos en las verticales con un único acelerómetro. Estas verticales son: vertical bajo el 41, 44, 45, 46 y 48. Bajo la 42 se usará para el promedio la medición del punto 26. Con ella también se calcularán los movimientos del punto 42.

La forma de relacionar los movimientos tanto en x como en y es:

$$u_i = \frac{z_i * u_j}{z_j}$$

Siendo z_i la altura del punto del que se quieren obtener los movimientos, z_j la altura del punto de movimientos conocidos, u_j los movimientos conocidos y, por último, u_i el movimiento del punto a calcular.

En las rectas en las que hay más de un acelerómetro se realiza un promedio entre los que se obtendrían en caso de haber solo uno. Se tienen 2 acelerómetros, realizando un promedio en base a las distancias entre los acelerómetros y los puntos a promediar se obtienen unas funciones $A(u_i)$, que se definen como:

$$Au_i(u_j) = \frac{z_i * u_j}{z_j}$$

Siendo u_i el movimiento que se desconoce y u_j el del acelerómetro del cálculo parcial, se calculan los movimientos en el resto de puntos de la vertical para cada acelerómetro por separado, como si hubiera una única medida, teniendo dos acelerómetros por vertical se obtienen un par de movimientos para cada punto. Dichos movimientos se promedian con las ecuaciones que se muestran a continuación.

Vertical del punto 43

Se tiene un acelerómetro en el punto 11 y otro a cota máxima.

$$u_3 = 0.833 * Au_3(u_{11}) + 0.167 * Au_3(u_{43})$$

$$u_{19} = 0.75 * Au_{19}(u_{11}) + 0.25 * Au_{19}(u_{43})$$

$$u_{27} = 0.5 * Au_{27}(u_{11}) + 0.5 * Au_{27}(u_{43})$$

$$u_{35} = 0.25 * Au_{35}(u_{11}) + 0.75 * Au_{35}(u_{43})$$

Vertical del punto 47

Se tiene un acelerómetro en el punto 23 y otro en el 39, realizando un promedio en base a las distancias entre los acelerómetros y los puntos a promediar se obtienen:

$$u_7 = 0.667 * Au_7(u_{23}) + 0.333 * Au_7(u_{39})$$

$$u_{15} = 0.75 * Au_{15}(u_{23}) + 0.25 * Au_{15}(u_{39})$$

$$u_{31} = 0.5 * Au_{31}(u_{23}) + 0.5 * Au_{31}(u_{39})$$

$$u_{47} = 0.25 * Au_{47}(u_{23}) + 0.75 * Au_{47}(u_{39})$$

La deformada completa del modo 2 de vibración calculado a frecuencia 9.338 Hz se puede estudiar en las figuras 3.22-24. La 3.22 es la torre vista desde la fachada sureste del Alminar, en la que se encuentra situada la puerta. La 3.23 es una perspectiva donde se observa el modo en conjunto. Por último, la 3.24 es una vista superior del Alminar en el que puede detectarse como la planta tiene la forma característica de un modo de torsión.

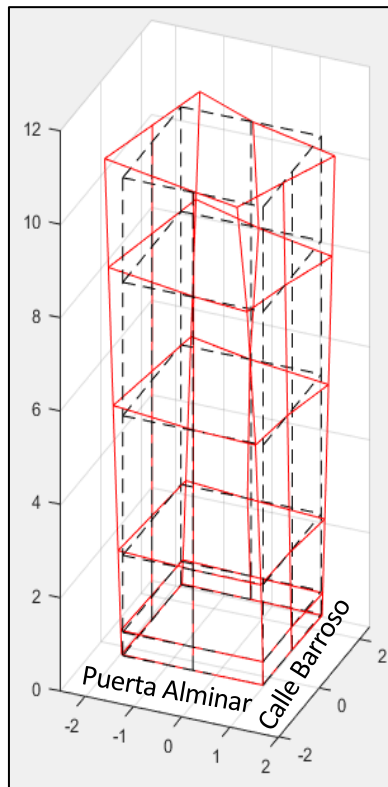


Figura 3.23 Perspectiva del segundo modo de vibración experimental

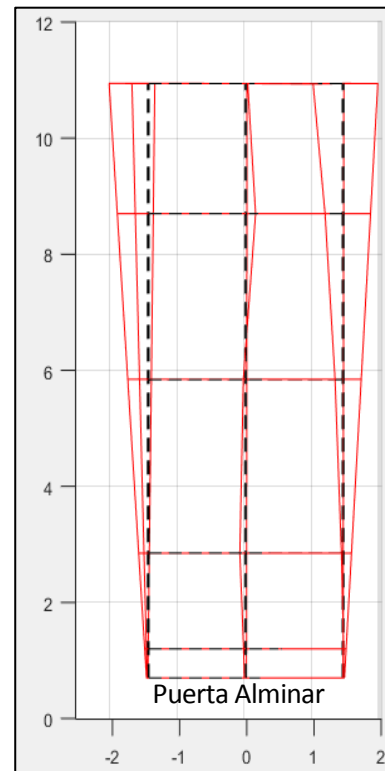


Figura 3.22 Vista de la fachada sureste del Alminar del segundo modo de vibración experimental

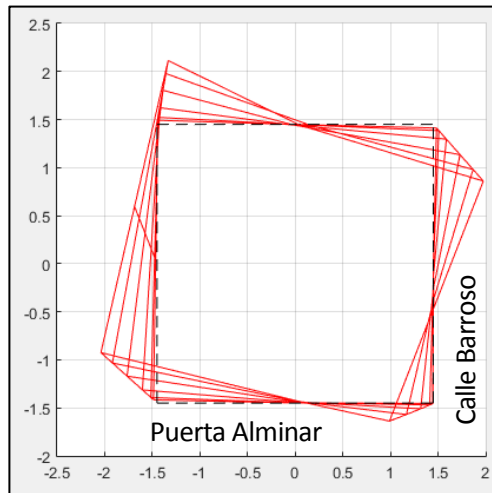


Figura 3.24 Deformada del modo 2 obtenido experimentalmente, vista superior

Este capítulo se ha dividido en 4 apartados:

- En el primero se ha descrito la metodología seguida durante el ensayo realizado en el Almarin de San Juan de los Caballeros, el día 27 de marzo del 2017, y el equipo utilizado.
- En el segundo se han explicado las operaciones realizadas sobre las señales medidas por los acelerómetros, que han sido: una decimación, un filtrado y el cálculo de los autoespectros de todas las mediciones y los espectros cruzados entre las señales de los acelerómetros 2 y 3 y las señales del acelerómetro de referencia, el 1.
- En el apartado tercero se ha expuesto la metodología seguida para la identificación de las frecuencias naturales conocida como ANPSD, obteniendo dos frecuencias naturales de la estructura, una a 3.876 Hz y otra a 9.338 Hz, también se calcularon los coeficientes de amortiguamiento en las tres direcciones ligados a dichos modos mediante la aplicación del método del semi ancho de banda.
- Por último, en el cuarto apartado se han calculado los dos modos de vibración de la estructura excitados a las frecuencias naturales detectadas, así como unas ecuaciones de ligadura para cada modo que han permitido caracterizar la deformada de cada modo de vibración en 48 puntos del Almarin.

Los resultados obtenidos en el capítulo 3 se recogen a continuación:

Frecuencias naturales detectadas mediante la técnica del ANPSD, en la tabla 3.25:

Modo de vibración	Frecuencia [Hz]
1	3.876
2	9.338

Tabla 3.25 Frecuencias naturales

Coefficientes de amortiguamiento para cada modo de vibración y cada dirección medida, tabla 3.26:

	Pico	ξ [%]
X	1	1.01
	2	0.54
Y	1	0.76
	2	0.54
Z	1	1.01
	2	-

Tabla 3.26 Coeficientes de amortiguamiento

Modos de vibración: la figura 3.28 es el modo 1, de flexión y la figura 3.27 es el modo 2, de torsión.

Figura 3.28 Modo 1

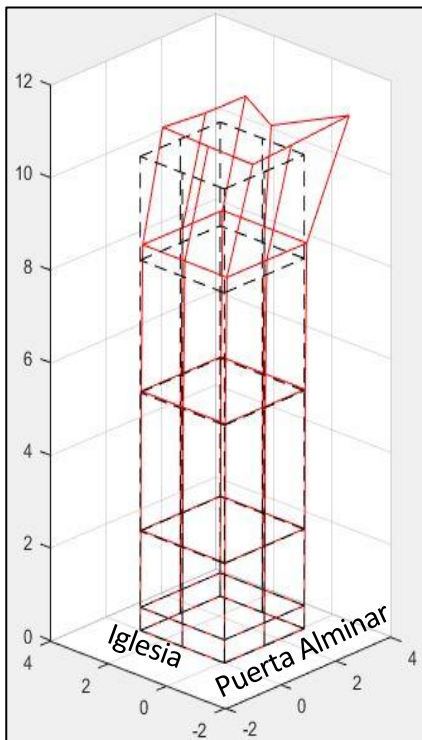
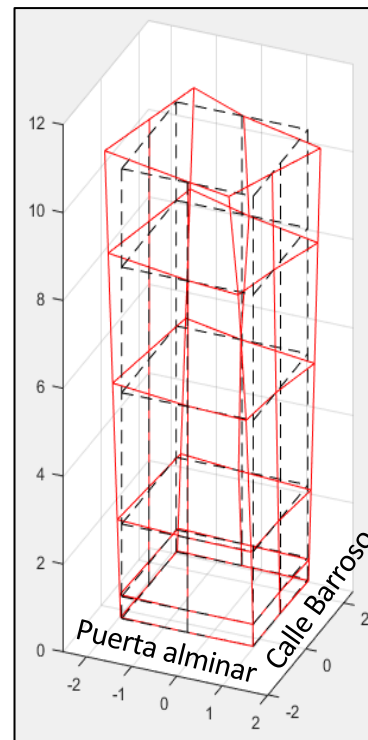


Figura 3.27 Modo 2



4 MODELIZACIÓN NUMÉRICA

En este capítulo se exponen los parámetros utilizados para la realización de una modelización numérica del alminar mediante el software ANSYS [23], los resultados del mismo y, por último, se comparan los resultados experimentales con los numéricos mediante el índice MAC, comprobándose que la modelización consigue una buena estimación del comportamiento dinámico de la estructura.

4.1 Dimensiones

En este apartado se describirán las dimensiones utilizadas para la modelización del alminar.

En la figura 4.1 se muestra una perspectiva de la fachada sureste del volumen mallado del Alminar. Las medidas utilizadas para la definición del volumen vienen recogidas en el croquis acotado del apartado 4 del capítulo 2.

El volumen de la torre se ha definido con la función *modeling* de ANSYS, la cual, permite realizar operaciones booleanas pudiendo restar unos volúmenes a otros. Se define, en primer lugar, un cilindro de radio 0.50 m y altura 9.72 m que representa el núcleo macizo del Alminar. Para la pared externa se resta a un prisma de planta cuadrada de 2.90 m de lado y una altura de 9.72 m un cilindro de la misma altura y radio 1.25 m, a este volumen se le restan el volumen del hueco de la puerta, y de las 8 ventanas, se observa el resultado de las ventanas en la figura 4.3. El último volumen es la coronación del alminar, con las 4 ventanas, que pueden observarse en la figura 4.2.

Los escalones del alminar quedan definidos por placas de altura la del escalón y anchura 0.25 m, en la figura 4.4 se observa la disposición de los escalones alrededor del núcleo cilíndrico central.

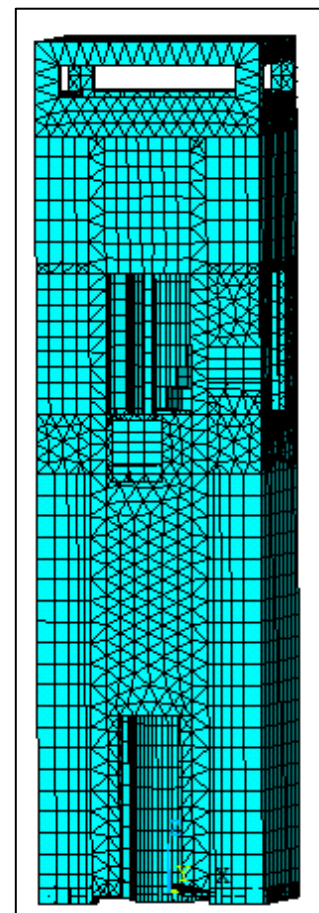


Figura 4.1 Perspectiva del Alminar en 3D

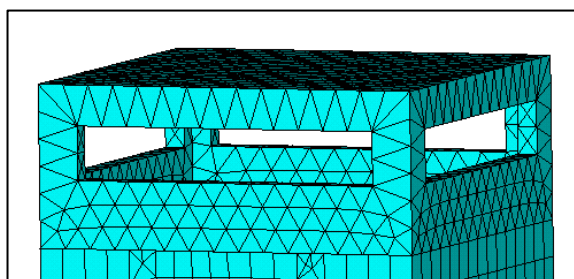


Figura 4.2 Detalle de la coronación moderna del Alminar

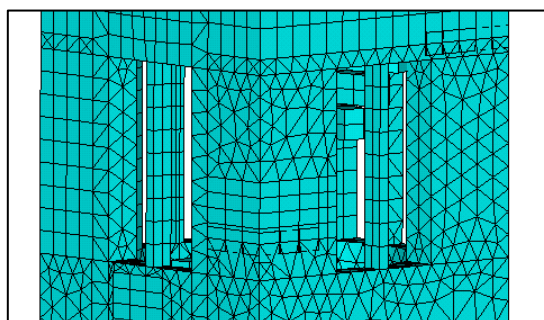


Figura 4.3 Detalle de las ventanas del Alminar

4.2 Elementos

En este apartado se numeran y describen los tipos de elementos finitos utilizados para mallar los distintos volúmenes y áreas que intervienen en la modelización.

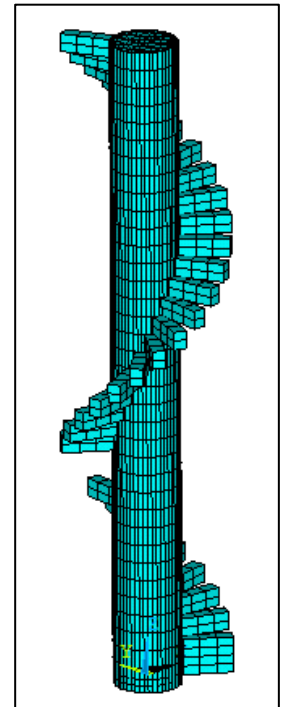
El primero es el Shell181, un elemento placa que utiliza la formulación de Reissner-Mindlin, que considera la deformación por esfuerzo cortante, cuenta con 4 nodos en cada uno de los cuales existen 6 grados de libertad, 3 desplazamientos y 3 giros. Las áreas malladas mediante el Shell181 son las que definen los escalones y su función es la de solidarizar el núcleo cilíndrico y la pared externa.

Para mallar los volúmenes se han usado dos tipos de elementos:

El Solid185 es un elemento 3D definido por 8 nodos, cada uno de los cuales tiene 3 grados de libertad: desplazamiento en la dirección X, Y y Z. Este elemento se ha utilizado para mallar los volúmenes que están en contacto con los escalones de manera que se controle la ubicación de sus nodos de forma que coincidan con los de los escalones mediante la orden de mallado VSWEEP.

El Solid 187 es un elemento 3D con 10 nodos, cada uno de los cuales tiene 3 grados de libertad: los desplazamientos en X, Y y Z, se ha usado para mallar los volúmenes en los que no se necesitaba controlar la ubicación de sus nodos.

Los volúmenes mallados con el Solid185 son los morados y los mallados con el Solid187 los rojos que pueden verse en la figura 4.5, perspectiva en la que se muestra la fachada sureste a la izquierda y la noreste a la derecha y la 4.6, vista de las otras dos fachadas.



Puerta Almarin

Figura 4.4 Perspectiva del núcleo con los escalones

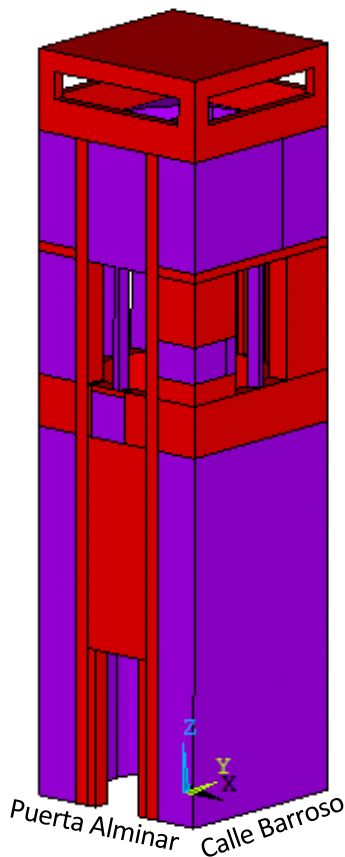


Figura 4.5 Volúmenes, vista 1

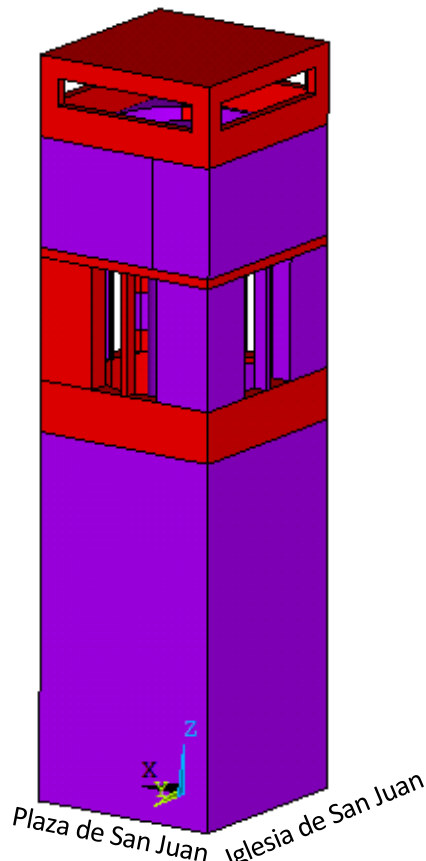


Figura 4.6 Volúmenes, vista 2

4.3 Condiciones de contorno

En este apartado se definen las condiciones impuestas a los desplazamientos para la modelización numérica. En primer lugar se han impuesto que la base del núcleo cilíndrico y la base del muro exterior tengan los desplazamientos y los giros igual a 0, suponiéndose una unión rígida entre el Alminar y la cimentación. Por otro lado, se ha impuesto que los nodos de los escalones en contacto con el núcleo central y la pared exterior tengan los mismos movimientos, de esta forma se solidarizan ambos volúmenes.

4.4 Material

Se ha supuesto que todo el Alminar está compuesto por un único material, piedra caliza. Se ha utilizado un coeficiente de Poisson de 0.2 y una densidad de 1800 kg/m^3 . El valor de referencia consultado para la roca caliza en buen estado es de 2100 kg/m^3 [22], pero se ha considerado menor debido al estado de deterioro en el que se encuentran los bloques de caliza.

Por último, el módulo de Young del material se definirá en el apartado 4.5, tras ajustarse de manera que los modos de vibración obtenidos con esta modelización numérica se ajusten lo máximo posible a los obtenidos experimentalmente.

4.5. Análisis

En este apartado se solucionará la modelización numérica y se compararán los resultados numéricos con los experimentales.

A la modelización definida se le ha aplicado un análisis modal, los parámetros que lo definen han sido: el rango de frecuencias de estudio, de 1 a 25 Hz; que extraiga los 3 primeros modos de vibración y que utilice una matriz de masa diagonal.

Se han realizado 6 iteraciones para calcular el módulo de Young. Como índice para comparar los modos experimentales con los numéricos se ha empleado el *Matrix Assurance Criterion* (MAC) [21]. El índice MAC muestra el grado de similitud entre dos conjuntos de modos de vibración $x^{\{1\}}$ y $x^{\{2\}}$:

$$MAC(x_{(i)}^{\{1\}}, x_{(j)}^{\{2\}}) = \frac{x_{(i)}^{\{1\}T} x_{(j)}^{\{2\}}}{\|x_{(i)}^{\{1\}}\| \|x_{(j)}^{\{2\}}\|}$$

En esta ecuación el MAC se calcula entre el modo i calculado a través de la modelización numérica y el modo j resultado del análisis experimental. Los valores del MAC oscilan entre 0 y 1, un valor unitario indica una correlación perfecta, por lo que en la diagonal de la matriz MAC deben hallarse valores próximos a 1, para el resto de valores deberán ser cercanos a 0, por la propiedad de ortogonalidad existente entre los modos de vibración de una estructura.

Los valores del modulo de Young para la piedra caliza [22] que se han usado como referencia son:

Tabla 4.1 Módulos de Young de referencia [22]

Tipos de piedra	Módulo de Young $[\text{N/m}^2]$
Caliza	(5-30)E+10
Caliza compacta	(30-60)E+10

Para los modelos se ha tomado un módulo de Young menor $E=1.50E+10 \text{ N/m}^2$, debido a que el material se encuentra en un estado avanzado de deterioro.

Tabla 4.2 Equivalencia nodos-ubicación

NODOS	112	9625	9688	2190	12784	361	12877	10	220
Ubicación	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Los modos de la modelización numérica del Alminar se han obtenido de los desplazamientos en los nodos de la tabla 4.2. Los resultados de los modos obtenidos numéricamente en este capítulo se muestran en las tablas 4.3 y 4.4.

Modo 1 numérico				
Ubicación	Punto	X	Y	Z
1	23	8.54E-04	1.02E-06	-3.83E-05
2	45	6.18E-03	2.24E-04	-9.17E-04
3	41	6.24E-03	-2.21E-04	8.87E-04
4	2	1.08E-05	2.63E-06	3.96E-06
5	43	6.21E-03	2.00E-04	-7.88E-04
6	39	5.59E-03	3.30E-07	-1.03E-04
7	46	5.95E-03	-2.02E-04	7.93E-04
8	11	5.20E-05	1.62E-05	-1.56E-05
9	26	3.14E-03	-1.85E-05	6.53E-05

Tabla 4.3 Modo 1 obtenido numéricamente

Modo 2 numérico				
Ubicación	Punto	X	Y	Z
1	23	3.65E-05	-8.87E-05	2.38E-05
2	45	1.12E-03	-5.46E-03	-6.00E-04
3	41	-3.97E-03	5.45E-03	6.16E-04
4	2	-3.25E-05	-2.58E-06	-3.07E-06
5	43	-3.62E-03	-4.78E-03	-4.93E-04
6	39	5.54E-03	-5.94E-04	-4.48E-05
7	46	6.66E-03	4.83E-03	3.54E-04
8	11	-1.61E-04	-1.49E-04	6.53E-06
9	26	-2.78E-03	2.73E-04	9.30E-05

Tabla 4.4 Modo 2 obtenido numéricamente

Estos dos modos se utilizarán en el capítulo 3.4 para estimar los sentidos de los movimientos en los puntos de los que las fases de los espectros cruzados no daban información.

En la tabla 4.5 se han recogido los resultados con los 6 módulos de Young con los que se ha resuelto el modelo de ANSYS, también las frecuencias naturales obtenidas y, por último, los índices MAC. En las variaciones del módulo de Young no se percibe variación en el índice MAC, con el último $E=1.59E+10$ N/m² la frecuencia natural de los primeros modos de flexión está muy cerca a la experimental, alejándose más de la de torsión. Se escoge este módulo para la roca caliza en la modelización numérica y para comparar las deformadas experimentales con las numéricas.

Módulo de Young [N/m ²]	1ª Freq [Hz]	2ª Freq [Hz]	3ª Freq [Hz]
1.50E+10	3.757	3.771	9.51
	MAC	Modo 1 exp.	Modo 2 exp.
	Modo 1 num.	0.8237	0.2977
	Modo 3 num.	0.0016	0.8156
1.80E+10	4.114	4.129	10.434
	MAC	Modo 1 exp.	Modo 2 exp.
	Modo 1 num.	0.8237	0.2977
	Modo 3 num.	0.0016	0.8156
1.60E+10	3.878	3.893	9.837
	MAC	Modo 1 exp.	Modo 2 exp.
	Modo 1 num.	0.8237	0.2977
	Modo 3 num.	0.0016	0.8156
1.55E+10	3.819	3.833	9.682
	MAC	Modo 1 exp.	Modo 2 exp.
	Modo 1 num.	0.8237	0.2977
	Modo 3 num.	0.0016	0.8156
1.58E+10	3.854	3.869	9.682
	MAC	Modo 1 exp.	Modo 2 exp.
	Modo 1 num.	0.8237	0.2977
	Modo 3 num.	0.0016	0.8156
1.59E+10	3.868	3.882	9.791
	MAC	Modo 1 exp.	Modo 2 exp.
	Modo 1 num.	0.8237	0.2977
	Modo 3 num.	0.0016	0.8156

Tabla 4.5 Resultados y MAC (1)

El índice MAC, para un módulo elástico de $1.59E+10 \text{ N/m}^2$, indica que el modo 1 experimental tiene una semejanza con el primer modo numérico de un 82.37% y el segundo experimental con el tercero numérico de un 81.56%. En las otras dos posiciones los valores deben ser próximos a 0 debido a que los modos de vibración son por definición ortogonales entre ellos [11], lo que si se consigue satisfactoriamente en la posición 2,1 de la matriz, pero no completamente en la 1,2.

En el modelo de ANSYS, se han calculado las deformadas para los 3 primeros modos de vibración calculados con el modulo de Young de $1.59E+10 \text{ N/m}^2$.

El primer modo de vibración consiste en una flexión alrededor del eje Y cuya deformada es la figura 4.7, este es el modo que se ha comparado con el primer modo de vibración obtenido experimentalmente.

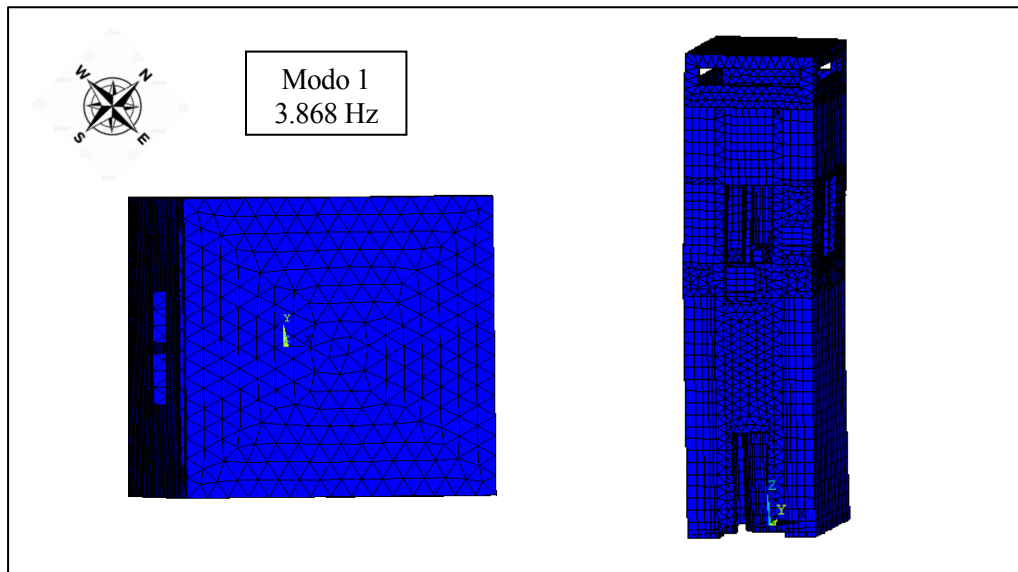


Figura 4.7 Deformada del primer modo de vibración

El segundo modo de vibración obtenido con ANSYS, figura 4.8, es el primer modo de flexión alrededor del eje X. Este modo no se ha podido identificar mediante el análisis experimental mediante la técnica del Peak Picking ya que su frecuencia natural esta muy próxima a la del primer modo de vibración.

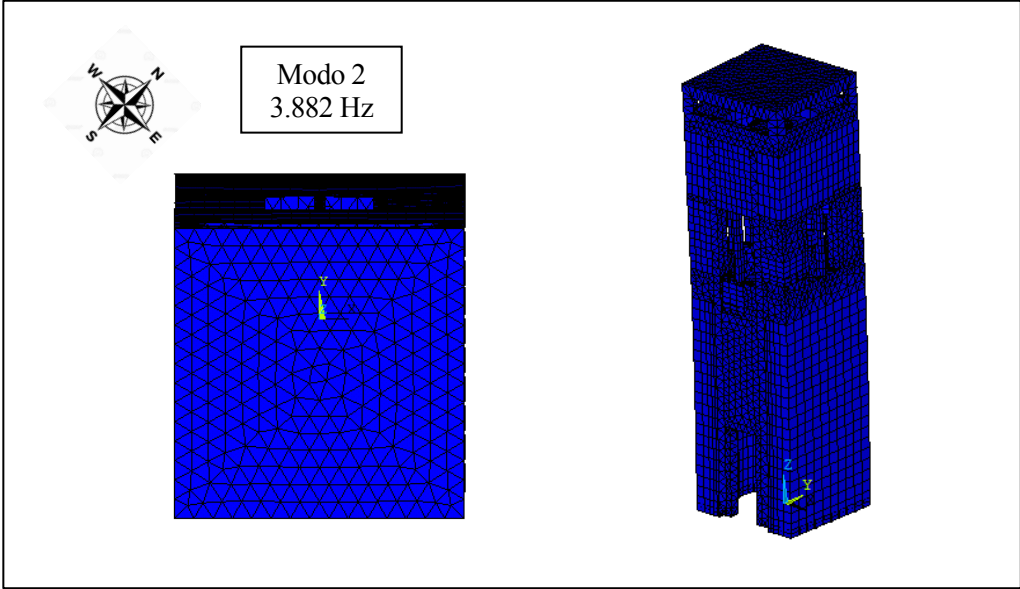


Figura 4.8 Deformada del segundo modo de vibración

El tercer modo de vibración es un modo de torsión alrededor del eje Z, cuya deformada es la figura 4.9, que se ha comparado con el segundo modo obtenido experimentalmente.

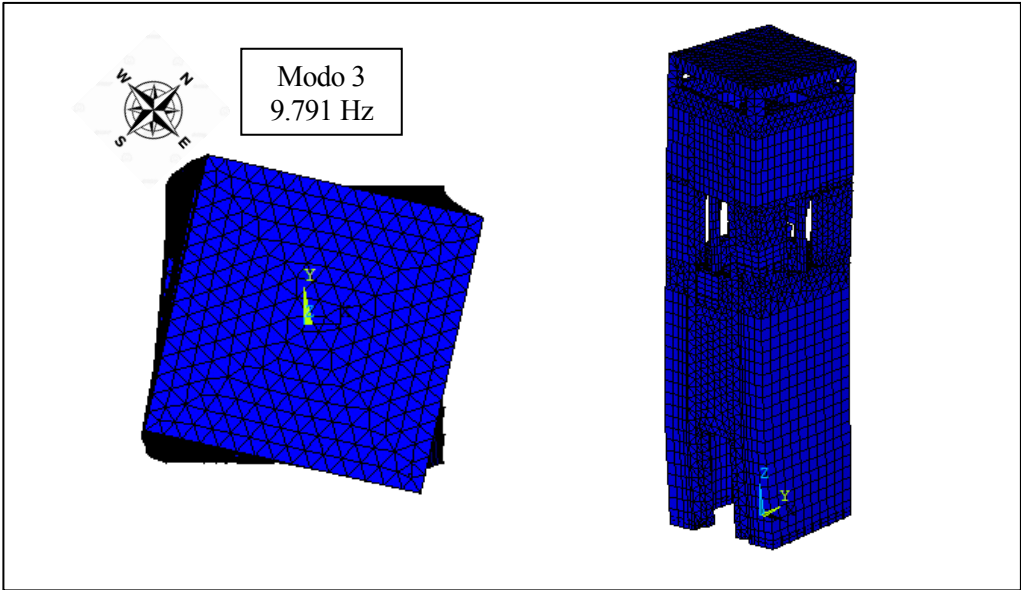


Figura 4.9 Deformada del tercer modo de vibración

A continuación se muestran las deformadas del primer modo experimental (en rojo) con el primero del análisis numérico (en azul). En la figura 4.11 se observa en perspectiva, en la 4.10 una vista desde la fachada sureste donde se encuentra la puerta del Alminar y, por último, en la 4.12 una vista superior, en ellas se detecta la semejanza entre ambos. El modo de vibración es el primero de flexión en el eje Y.

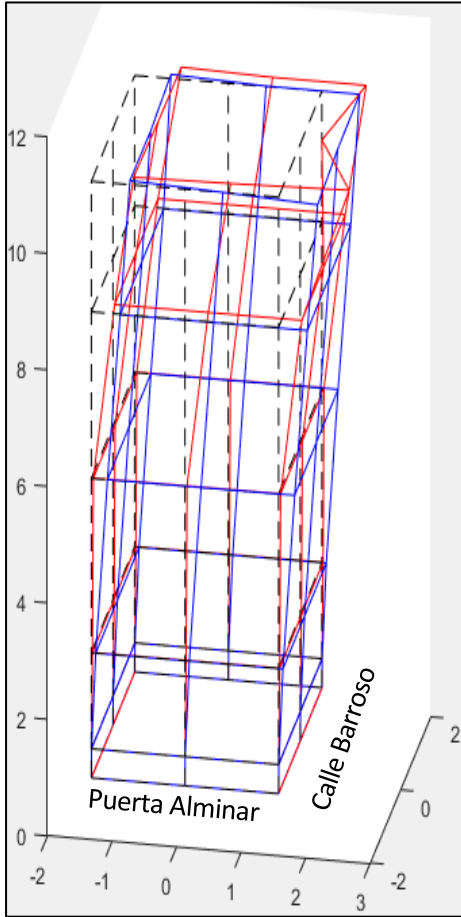


Figura 4.11 Perspectiva, modo 1 experimental-modo 1 numérico

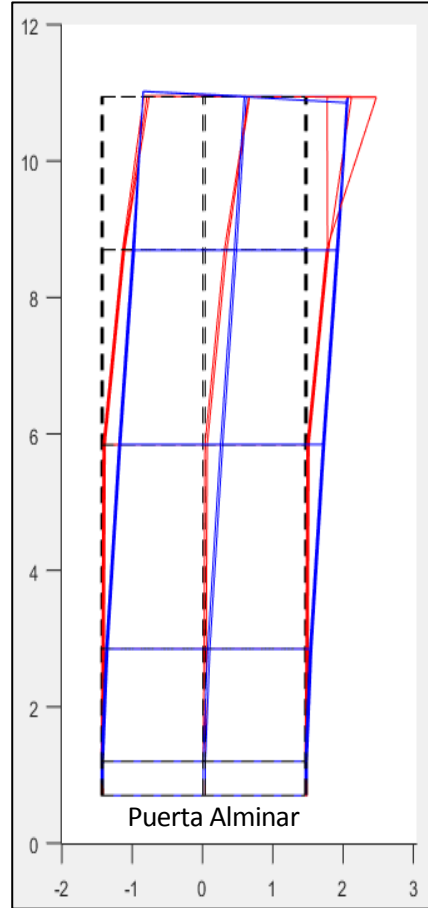


Figura 4.10 Vista fachada sureste, modo 1 experimental-modo 1 numérico

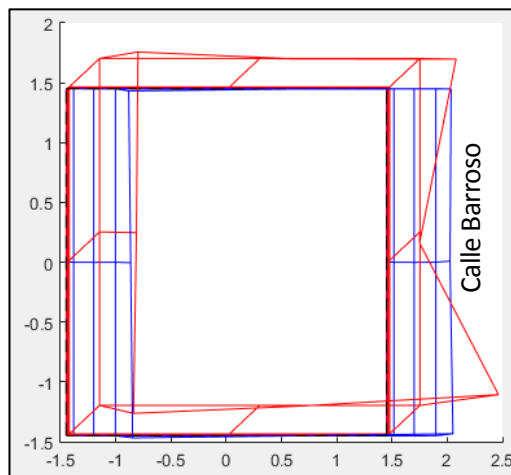


Figura 4.12 Vista superior, modo 1 experimental-modo 1 numérico

Por último, el segundo modo experimental (rojo) superpuesto al tercer modo numérico (azul), en ambos se observa un modo de torsión alrededor del eje Z, figuras 4.13, 4.14 y 4.15. Existe una inexactitud mayor entre ellos que en los anteriores modos comparados que puede deberse a que en la vertical sobre la puerta los acelerómetros midieron unas respuestas muy tenues, pudiendo ser debido a que se colocaron en nodos. Sin embargo, el MAC y que tengan unas frecuencias naturales cercanas, así como la deformada indican que la semejanza entre los modos es aceptable.

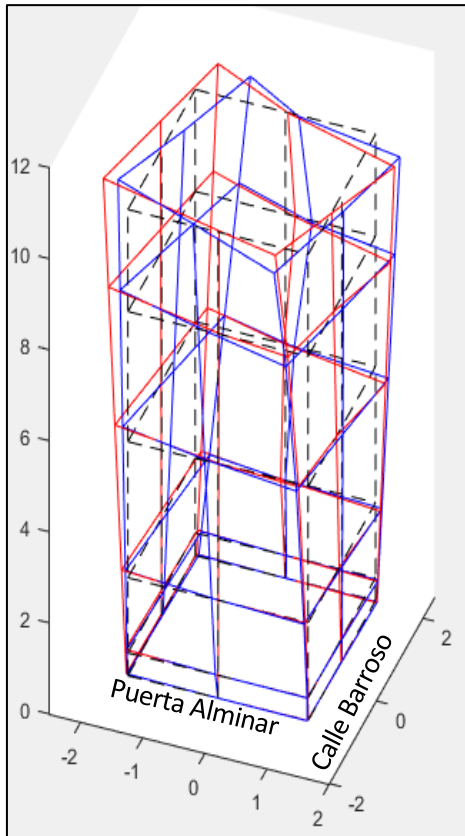


Figura 4.14 Perspectiva, modo 2 experimental-modo 3 numérico

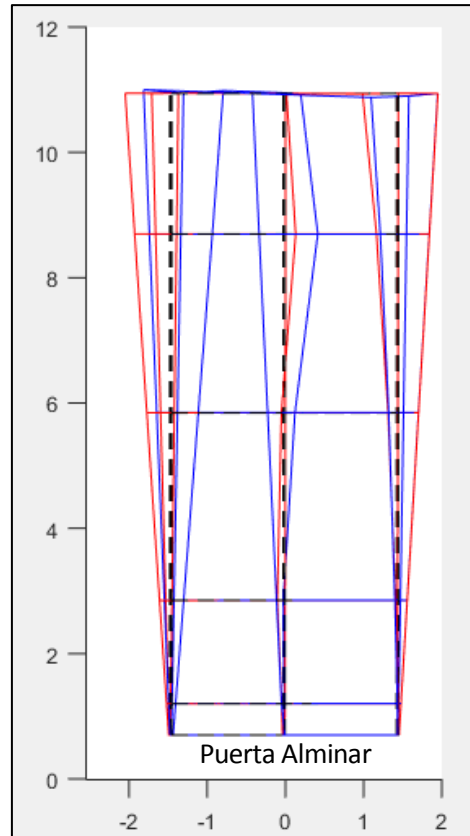


Figura 4.13 Vista fachada sureste, modo 2 experimental-modo 3 numérico

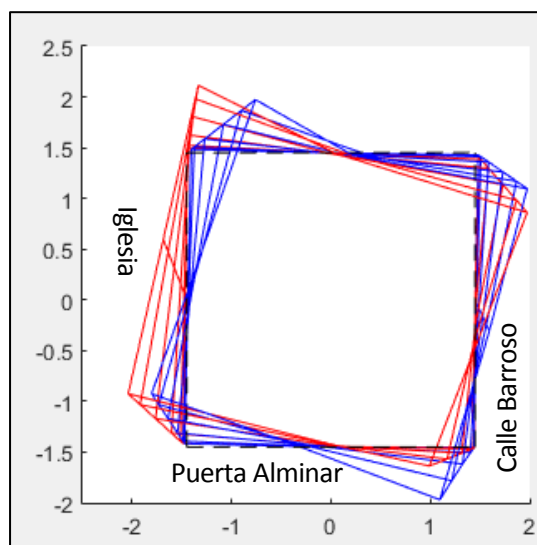


Figura 4.15 Vista superior, modo 2 experimental-modo 3 numérico

En el capítulo 4 se ha descrito el proceso de la modelización numérica del Alminar y se han comentado los resultados obtenidos mediante el mismo. A continuación se ha realizado una comparación entre los resultados numéricos y los experimentales utilizando el MAC, obteniéndose una matriz de dos filas y dos columnas:

$$MAC = \begin{pmatrix} 0.8237 & 0.2977 \\ 0.0016 & 0.8156 \end{pmatrix}$$

Este MAC indica una similitud entre el primer modo numérico y el primer modo experimental de un 82.37% y entre el tercero numérico y segundo experimental de un 81.56%. Lo que indica una correlación entre los modos aceptable. El primer modo experimental si muestra una relación de ortogonalidad con el tercer modo numérico, sin embargo, entre el primer modo numérico y el segundo experimental no se consigue, ya que se obtiene un valor de 0.2977. Las desaveniencias que muestra el MAC se deben a que los resultados de la modelización numérica son una estimación del comportamiento dinámico de la estructura. Como se explicó en el capítulo 2, el alminar presenta una gama de materiales diversos y, al ser difícil estimar su comportamiento mecánico, se ha considerado para su modelización un solo material. Por otro lado, las medidas geométricas utilizadas para la modelización numérica deberían revisarse para mejorar su exactitud.

Por último, en este capítulo se han superpuesto las deformadas de los modos de vibración. El modo 1 numérico (azul) y el 1 experimental (rojo) se muestran en la figura 4.16 y el modo 3 numérico (azul) superpuesto al modo 2 experimental (rojo) en la figura 4.17.

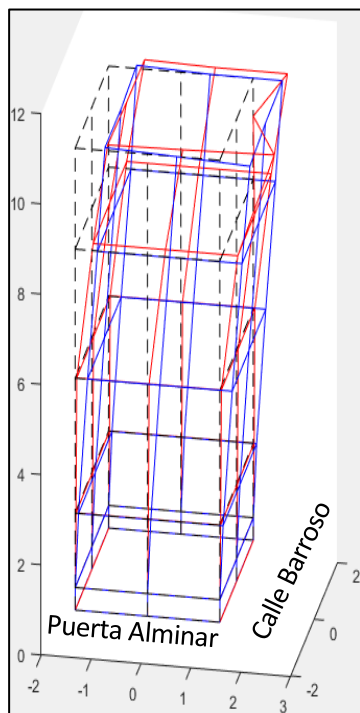


Figura 4.16 Modo 1 numérico y experimental

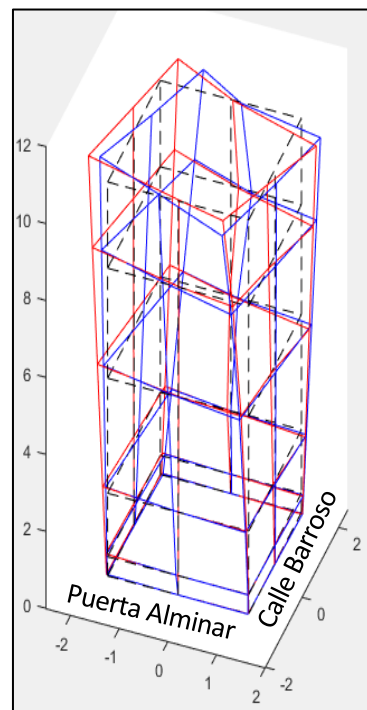


Figura 4.17 Modo 3 numérico y 2 experimental

5. CONCLUSIONES Y DESARROLLOS FUTUROS

Toda la documentación recopilada en relación a la historia y a los análisis arquitectónicos del Alminar de San Juan de los Caballeros dan fe de que es una de las estructuras más antiguas de la ciudad de Córdoba y como tal debe mantenerse en buen estado de conservación. A lo largo del pasado siglo se han realizado una serie de intervenciones que, aunque han asegurado hasta el momento su integridad estructural, no han alcanzado el grado de restauración deseado. Únicamente con un análisis visual de la torre se diagnostica el estado de deterioro avanzado: los bloques de roca caliza han perdido material, cuenta con una malla metálica a modo de paragüas para evitar que los desprendimientos caigan sobre peatones y los detalles arquitectónicos de sus ventanas apenas son reconocibles. Las diferentes obras realizadas sobre el alminar han provocado que esté compuesto por una serie de materiales heterogéneos de los cuales es difícil estimar sus propiedades mecánicas.

El análisis modal operacional (OMA) es un método experimental de aplicación sencilla ya que no es necesario excitar artificialmente la estructura. Midiendo las aceleraciones de la estructura provocadas por las sollicitaciones naturales se han podido identificar, mediante la metodología conocida como Peak Picking, un modo de vibración a una frecuencia cercana a 4 Hz y otro alrededor de los 9 Hz. Durante el desarrollo del análisis experimental (capítulo 3) se han encontrados una serie de limitaciones. La primera es propia del OMA, y es que las sollicitaciones ambientales limitan la obtención de los modos de vibración, ya que solo podrán identificarse aquellos que hayan sido excitados durante la realización del ensayo. La segunda, que al aplicar la técnica del Peak Picking (PP) y su implementación práctica conocida como ANPSD, en la respuesta de la estructura en el dominio de la frecuencia no se diferencian los picos excitados a frecuencias próximas entre sí. En la tabla 5.1 se adjuntan los resultados de un trabajo fin de grado en el que se han aplicado 2 técnicas de análisis más avanzadas para realizar una comparativa con los resultados obtenidos experimentalmente en el capítulo 3.

Tabla 5.1 Parámetros modales obtenidos a través de otros análisis [28]

		EFDD	SSI	
		Artemis	Artemis	MACEC
Modo flexión 1	Frecuencia (Hz)	3.826	3.807	3.462
	Amortiguamiento (%)	1.023	1.11	12.56
Modo flexión 2	Frecuencia (Hz)	3.944	3.945	-
	Amortiguamiento (%)	0.9122	1.042	-
Modo torsión	Frecuencia (Hz)	9.341	9.373	9.458
	Amortiguamiento (%)	1.172	0.9191	7.49

Modo	Frecuencia [Hz]	Amortiguamiento [%]		
		x	y	z
Flexión 1	3.876	1.01	0.76	1.01
Torsión	9.338	0.54	0.54	-

Tabla 5.2 Parámetros modales identificados en este trabajo

En la tabla 5.2 se muestran las frecuencias naturales y los coeficientes de amortiguamiento calculados en el apartado 3.3 del presente trabajo fin de grado. Comparando las frecuencias naturales de los modos de flexión de la tabla 5.1 con los de la 5.2 se observa que la del modo de flexión de la 5.2 se encuentra entre las dos frecuencias de los modos de flexión de la 5.1. Además, las frecuencias del modo de torsión calculadas en ambos trabajos difieren muy poco la una de la otra. En conclusión, puede afirmarse que mediante el método ANPSD se identifican correctamente las frecuencias naturales asociadas a modos de vibración, pero que no permite diferenciar aquellas muy cercanas entre sí. Existen muchas aplicaciones dentro de la ingeniería en las que el objetivo es hallar las frecuencias naturales de una estructura para evitar que entre en resonancia debido a las sollicitaciones ambientales a las que va a ser sometida durante su vida útil, para ellas el método ANPSD es perfecto ya que calcula de forma rápida y confiere resultados fiables de las frecuencias naturales.

Por otro lado, los coeficientes de amortiguamiento calculados en el presente trabajo están por debajo de los valores de la tabla 5.1, siendo las técnicas con las que se han obtenido estos últimos más precisas, se afirma que, mediante el método del semi ancho de banda no se alcanza una precisión alta en el cálculo, pero confiere una estimación del rango de valores en los que se encuentran los coeficientes de amortiguamiento.

Un inconveniente del análisis experimental realizado fue el de no obtener información de las fases de los espectros cruzados sobre los puntos medidos por el acelerómetro 2, lo que pudo ser debido a que en dichos puntos se midieron unas aceleraciones de un rango inferior a las del resto. Por ello se han estimado los sentidos de sus movimientos basándose en la hipótesis de que el alminar se comporta como un prisma de planta cuadrada y analizando los modos obtenidos numéricamente en el capítulo 4.

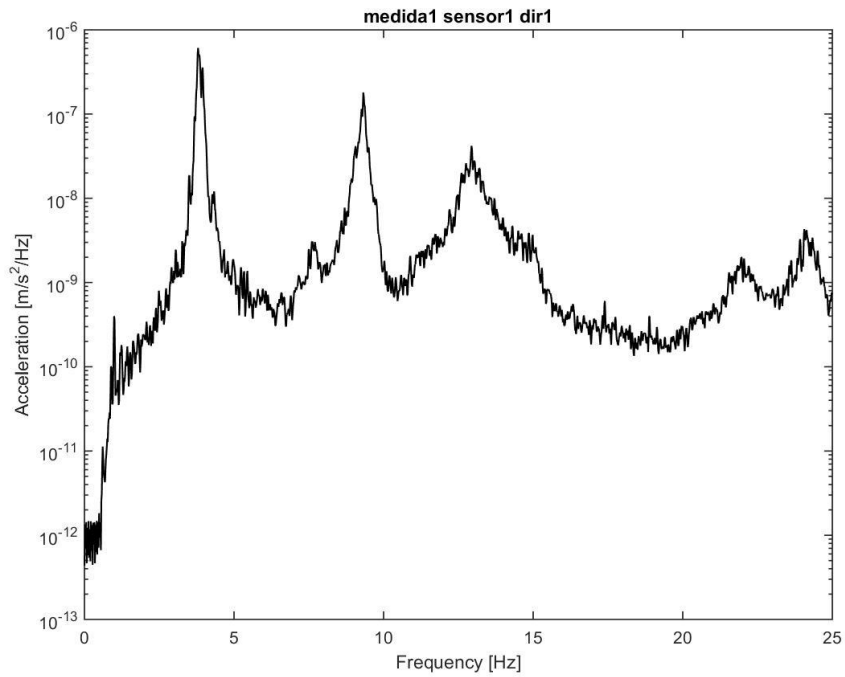
Por último, el análisis modal operacional utiliza como dato de entrada del sistema dinámico las mediciones del acelerómetro de referencia en lugar de la excitación, por ello, los modos de vibración obtenidos son de carácter cualitativo.

Mediante el índice MAC se han comparado los modos de vibración experimentales y numéricos, se ha obteniéndose una similitud de un 81% lo que indica que mediante la modelización numérica se ha conseguido una buena estimación del comportamiento dinámico de la estructura. Podrían mejorarse los resultados numéricos: considerando la heterogeneidad de materiales que conforman el alminar, aunque la estimación de sus propiedades mecánicas sería ardua, y revisando las medidas geométricas utilizadas en la modelización del alminar.

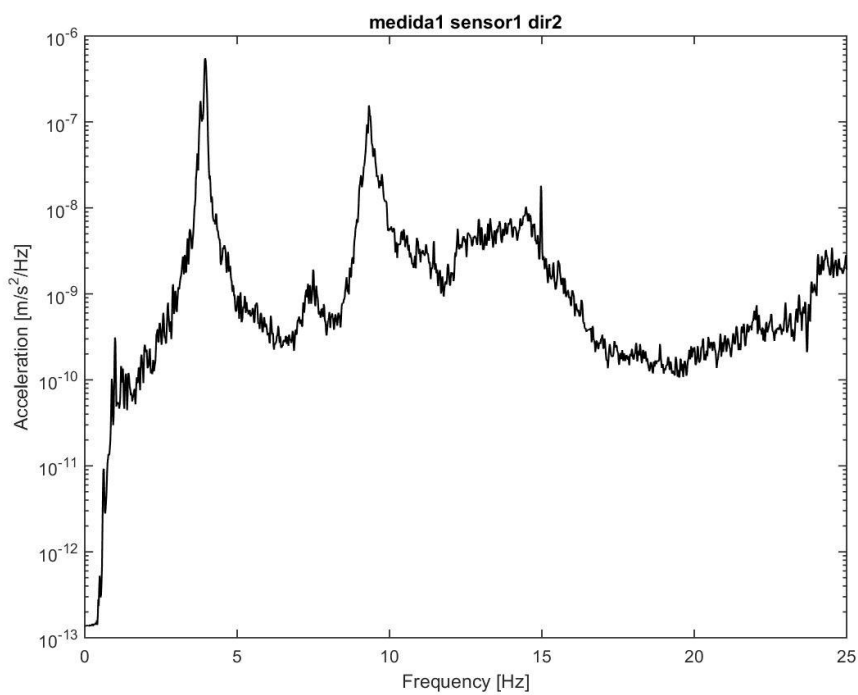
Se ha observado en los modos numéricos, obtenidos con la hipótesis de que el alminar se compone por un material homogéneo, que los movimientos en los puntos son proporcionales a la altura. Sin embargo, en los experimentales se detecta que los 6 primeros metros de altura de la torre tienen un movimiento mucho menor que los de la parte superior. Analizando este hecho y confirmando la hipótesis con las fotografías del alminar se detecta que hasta el comienzo de las ventanas el alminar se encuentra en un mejor estado de conservación que el resto. Es evidente que la parte superior requeriría unas obras de restauración más costosas para no dañar los detalles arquitectónicos de las ventanas, sin embargo, como primera obra de restauración se tendrían que sustituir los bloques de caliza desgastados contiguos a las ventanas. Para comprobar mediante la modelización numérica como afectaría esta restauración al alminar se modificaría el módulo de Young de las zonas en las que se interviniese para sustituir los materiales por el de la caliza en buen estado.

Por último, para que tras la restauración se pudiera verificar mediante un análisis experimental la medida en la que ha mejorado el comportamiento dinámico del alminar se podría repetir el ensayo descrito en el apartado 3.1 de este trabajo. En caso de que la restauración no se llevase a cabo, en un futuro se podría también repetir el ensayo y, mediante la comparación de las propiedades modales en ambos instantes de tiempo, cuantificar el incremento del daño interno en la estructura o el grado de mejora que la restauración hubiera conseguido.

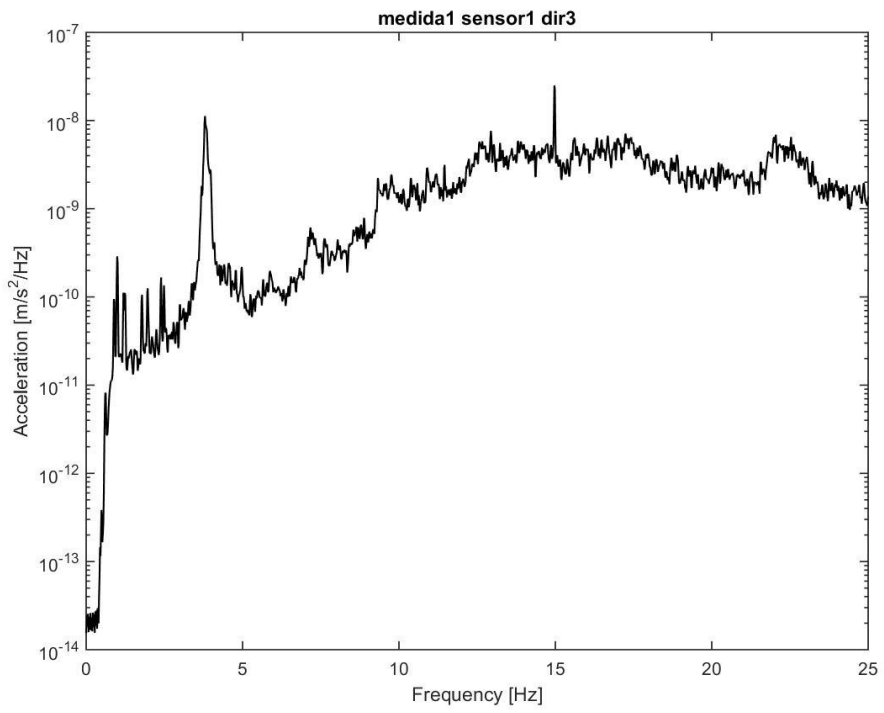
1. Espectros del análisis experimental



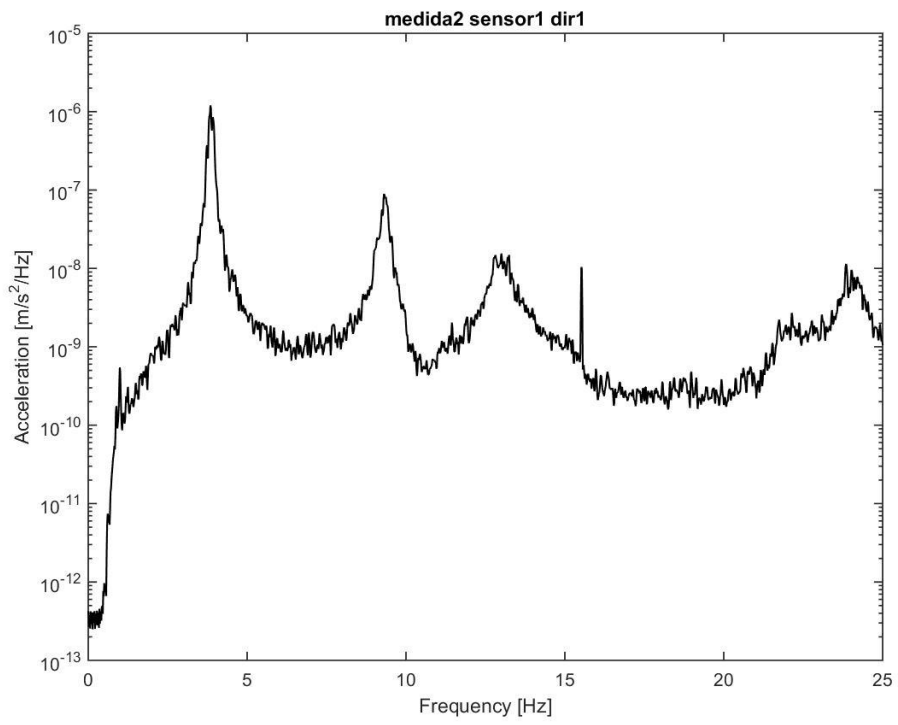
0.1 Autoespectro M1, S1 en X



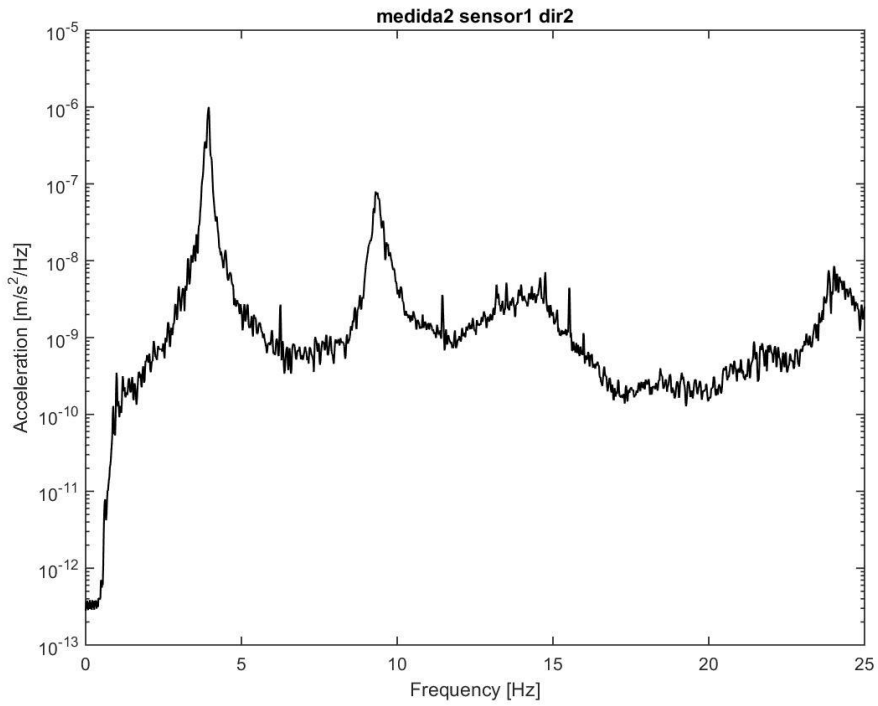
0.2 Autoespectro M1, S1 en Y



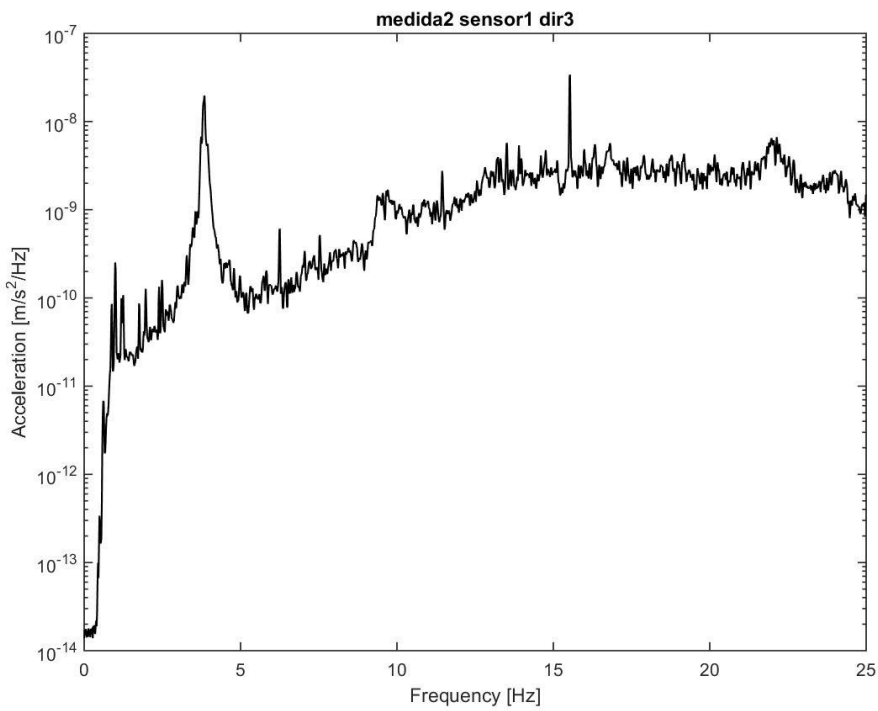
0.3 Autoespectro M1, S1 en Z



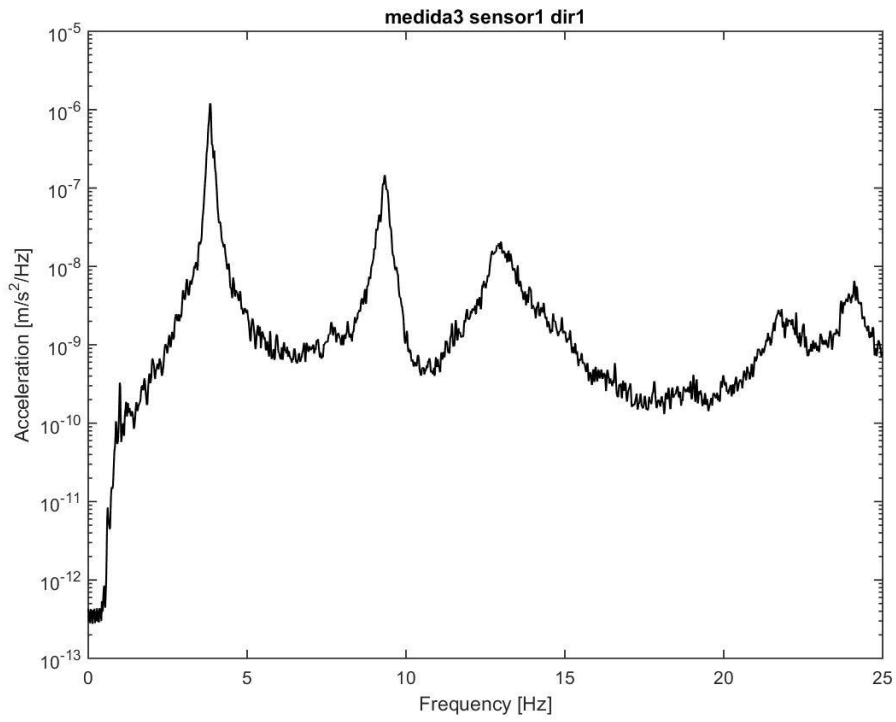
0.4 Autoespectro M2, S1 en X



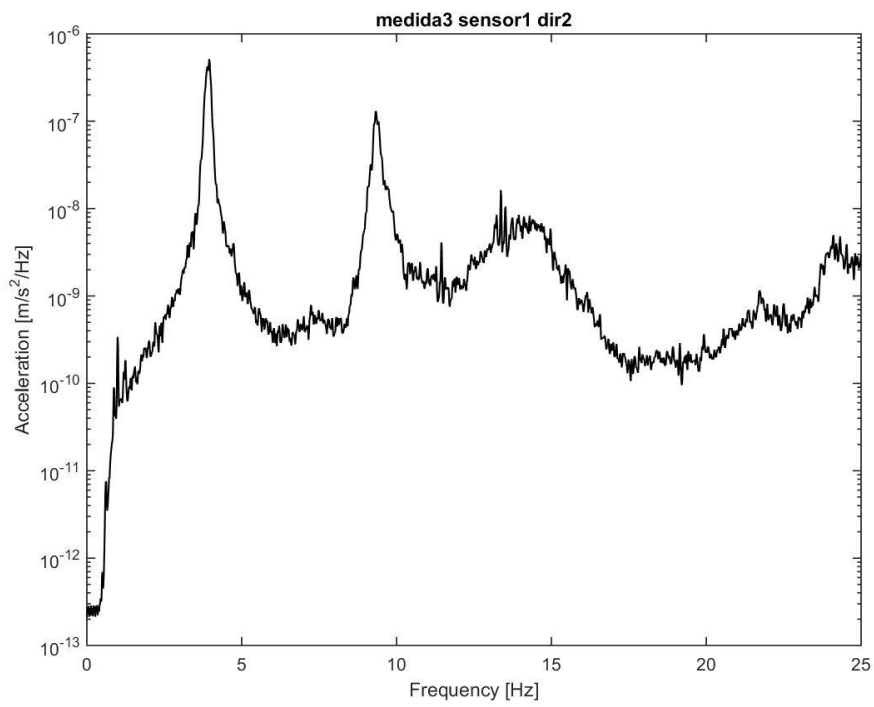
0.6 Autoespectro M2, S1 en Y



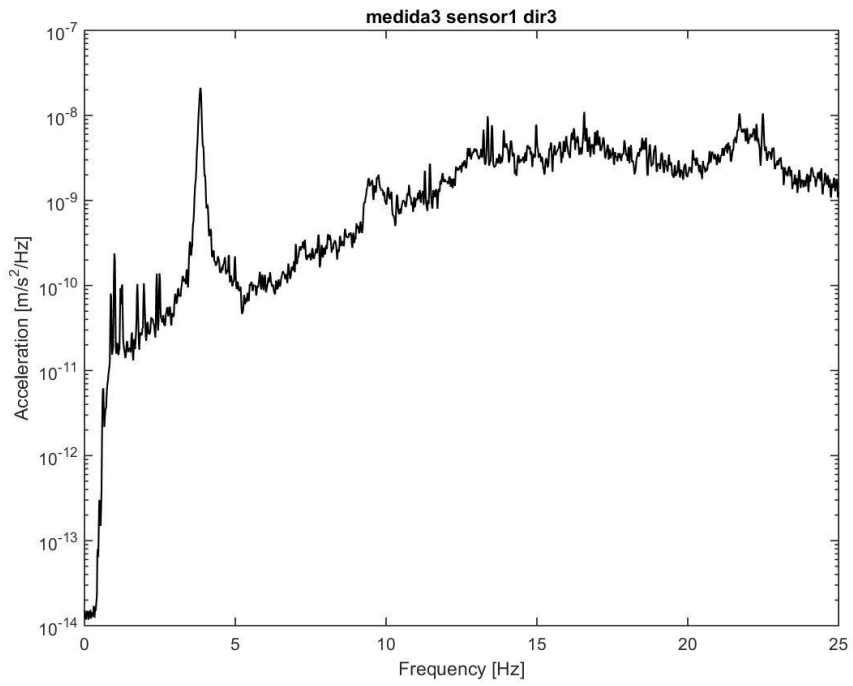
0.5 Autoespectro M2, S1 en Z



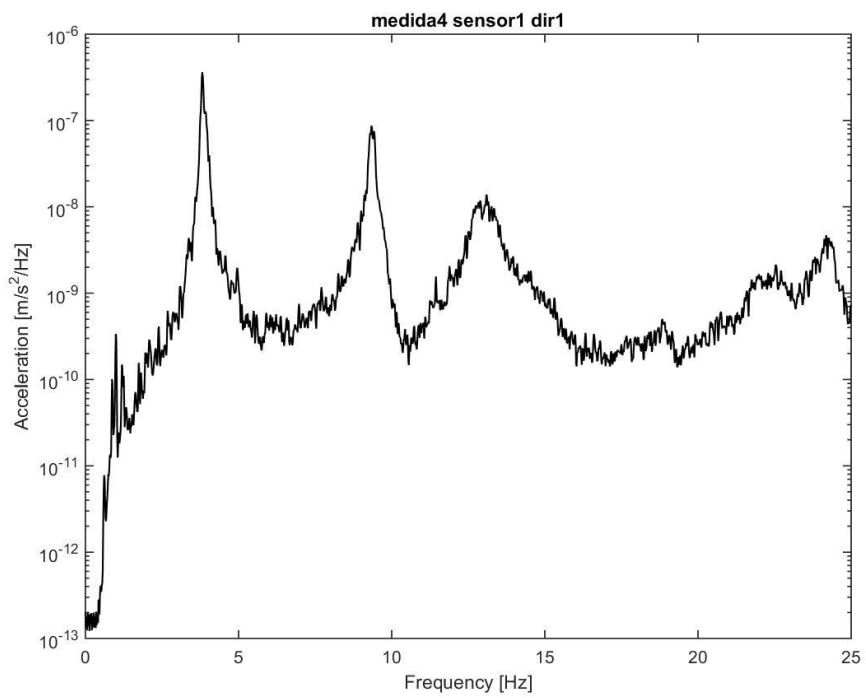
0.8 Autoespectro M3, S1 en X



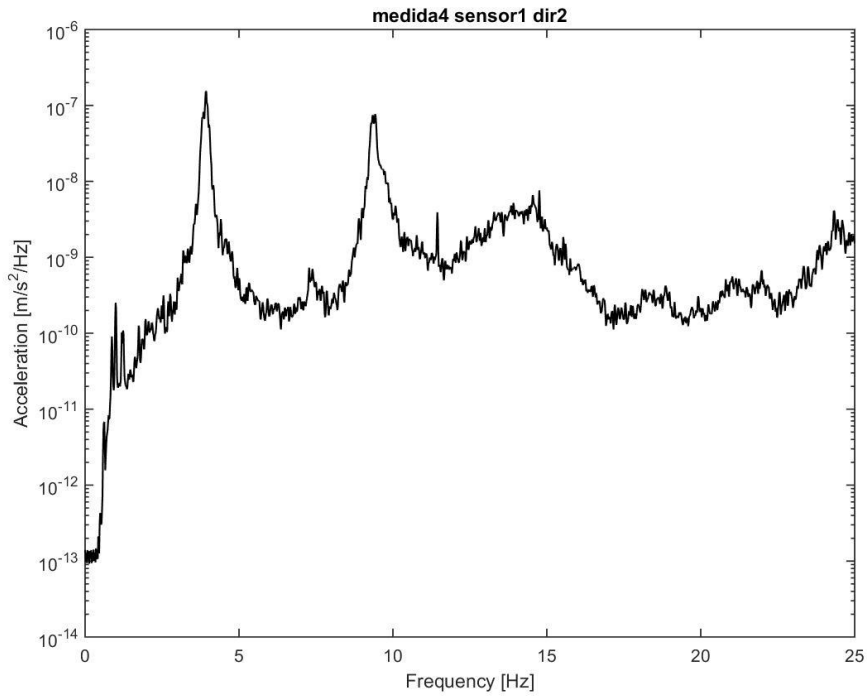
0.7 Autoespectro M3, S1 en Y



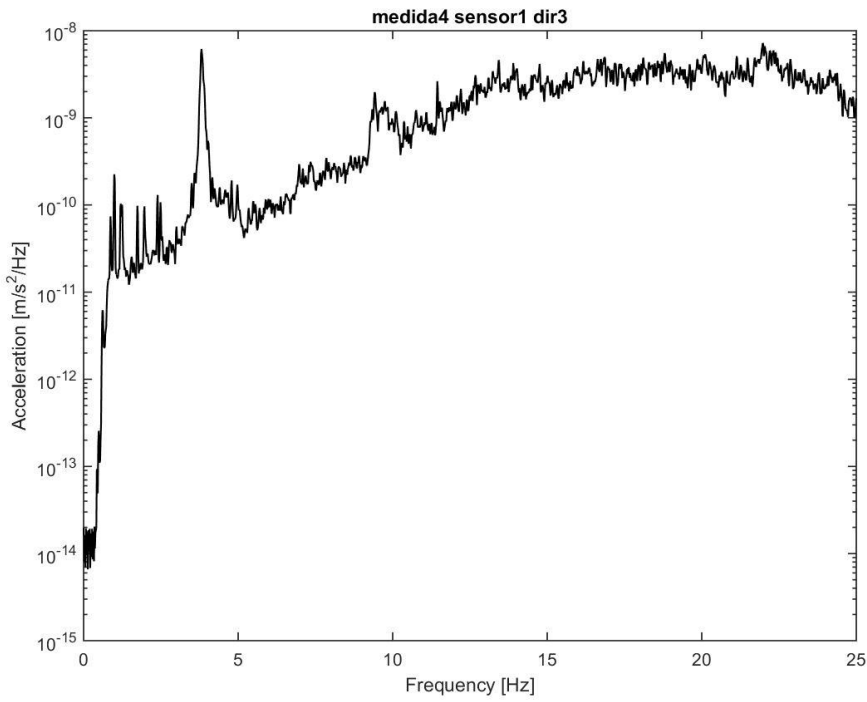
0.10 Autoespectro M3, S1 en Z



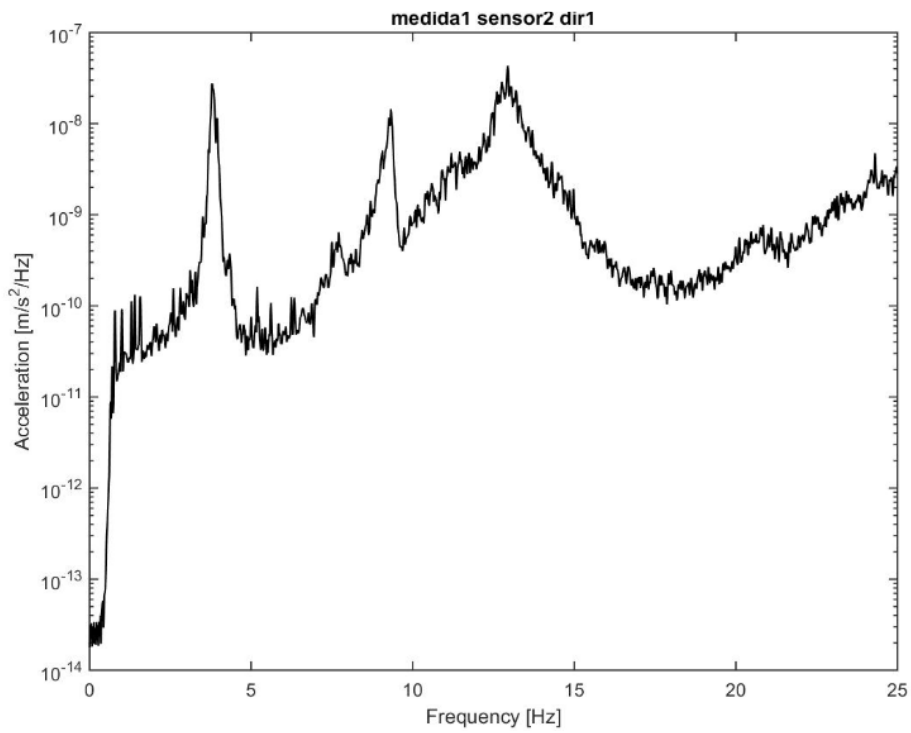
0.9 Autoespectro M4, S1 en X



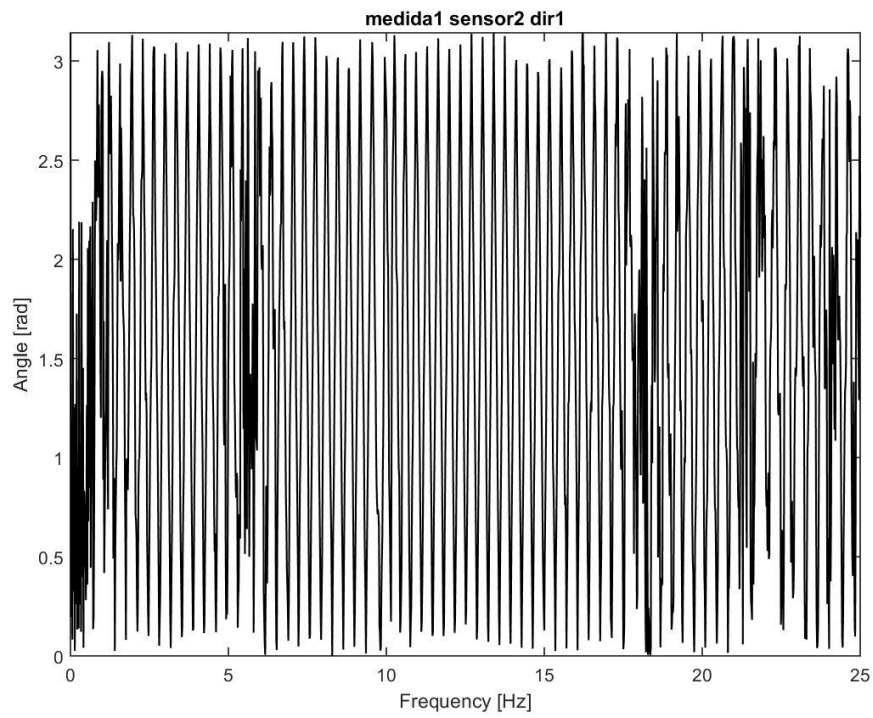
0.12 Autoespectro M4, S1 en Y



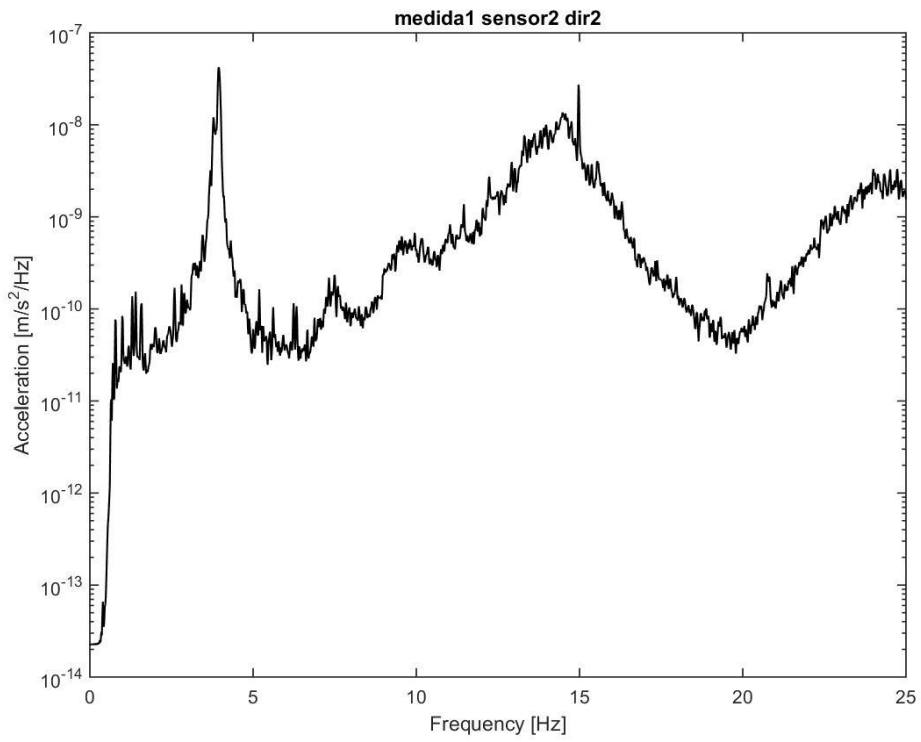
0.11 Autoespectro M4, S1 en Z



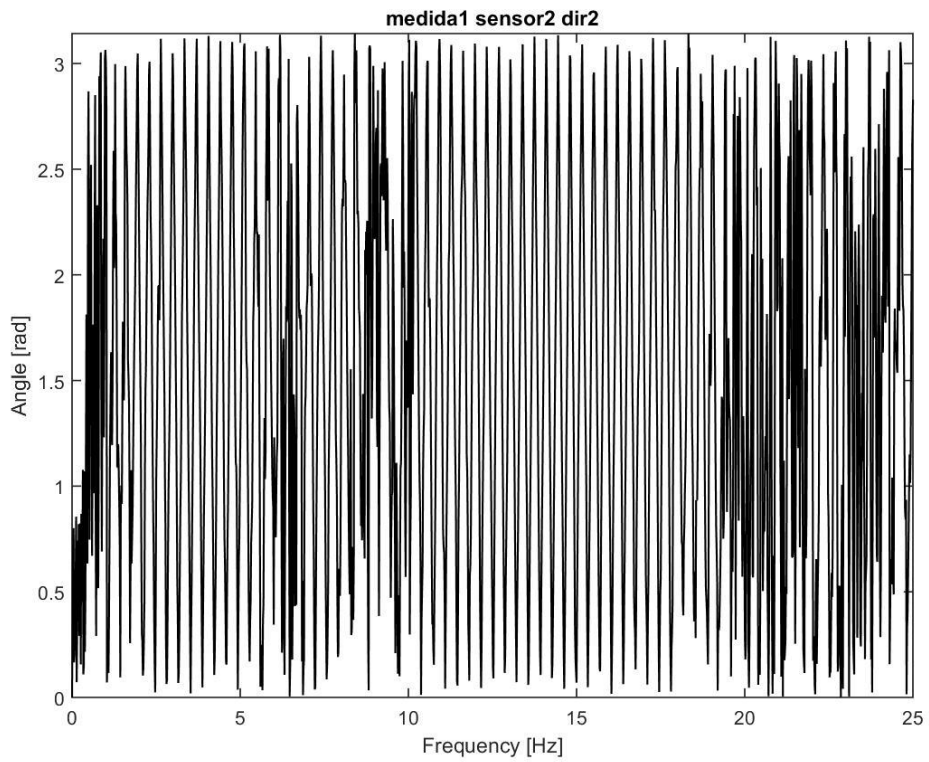
0.13 Autoespectro M1, S2 en X



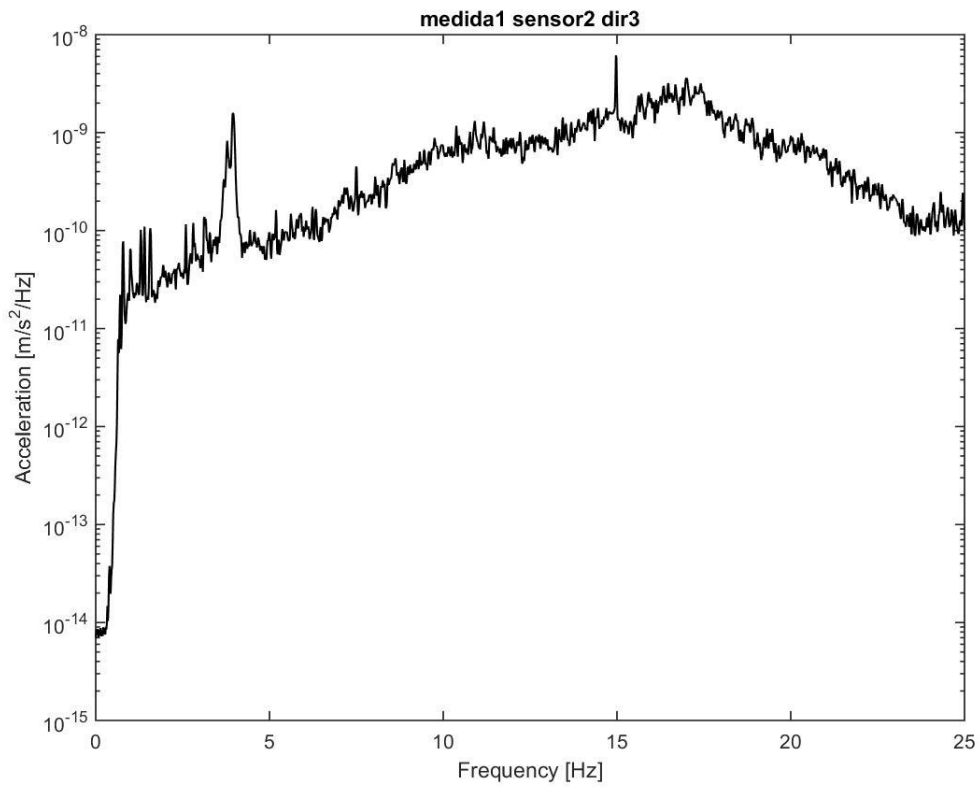
0.14 Fase del espectro cruzado entre M1, S1 en X y M1, S2 en X



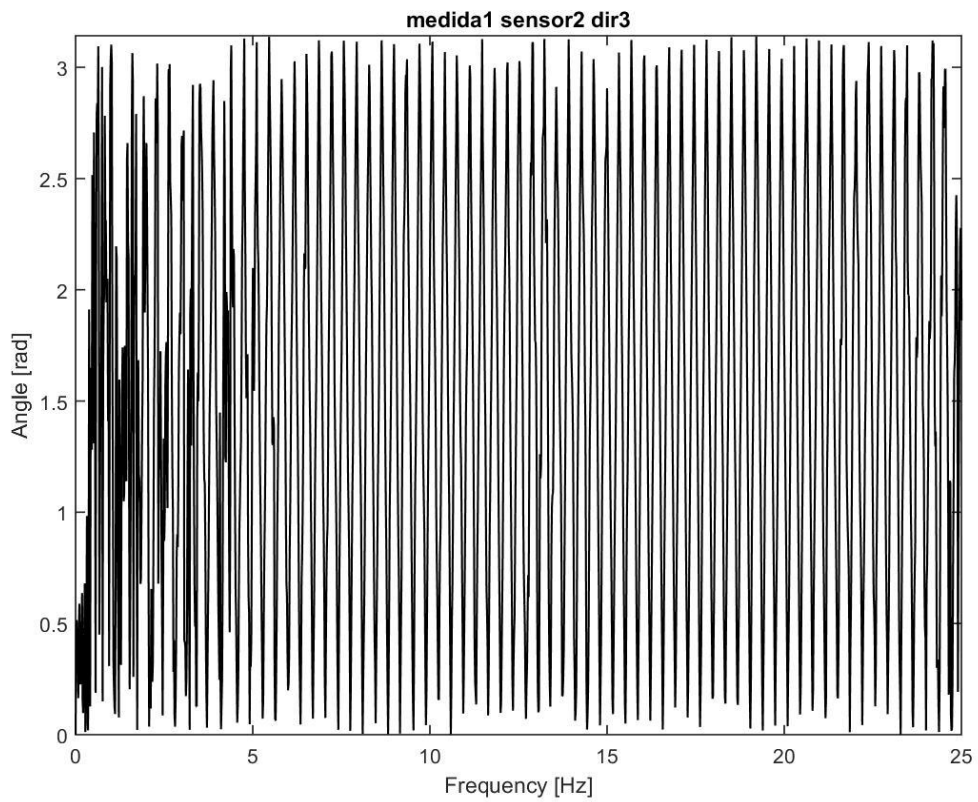
0.15 Autoespectro M1, S2 en Y



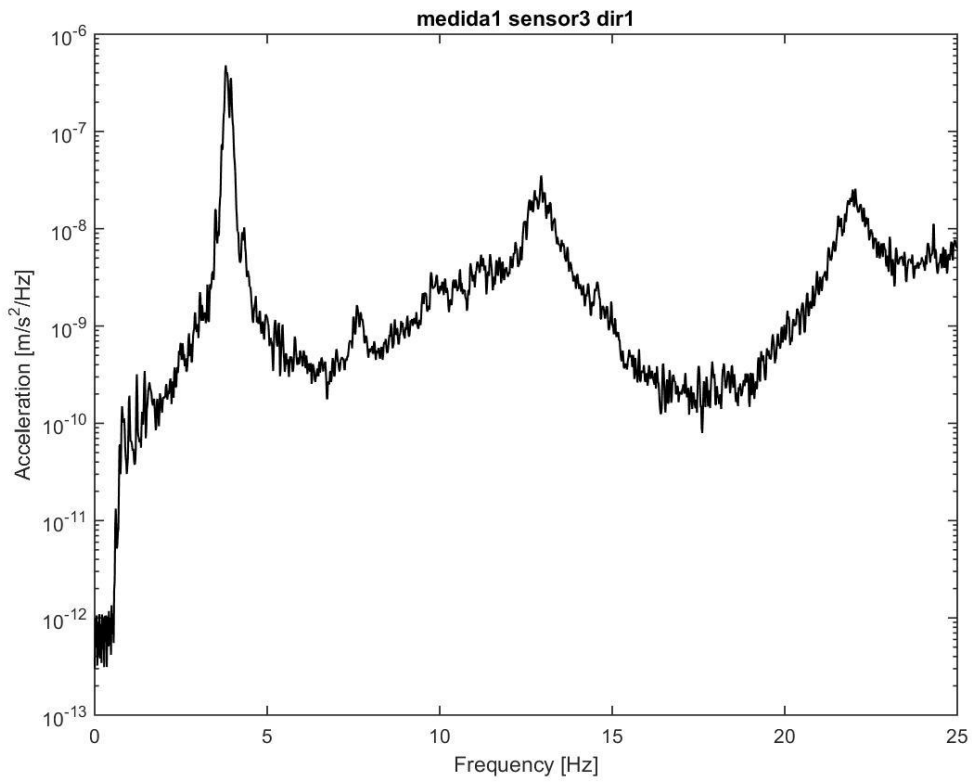
0.16 Fase del espectro cruzado entre M1, S1 en Y y M1, S2 en Y



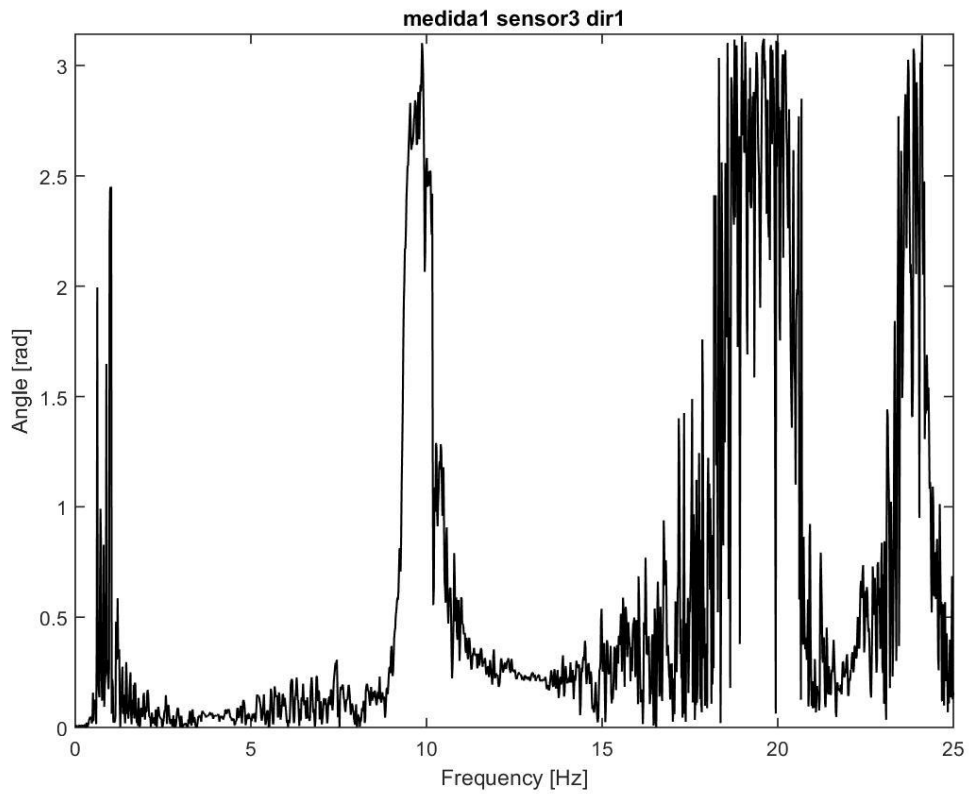
0.17 Autoespectro de M1, S2 en Z



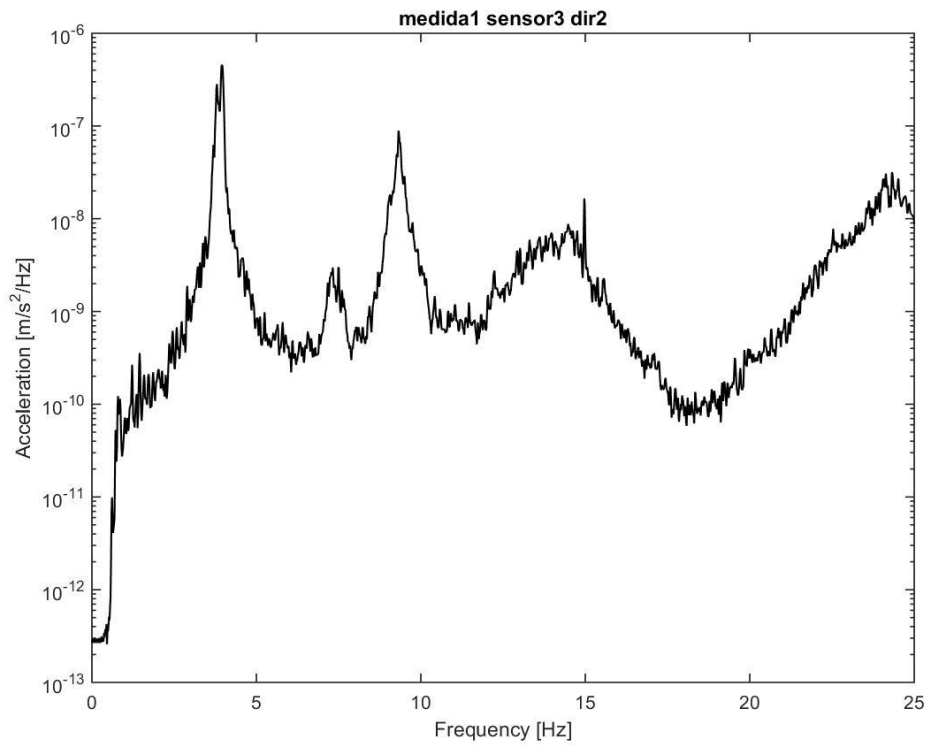
0.18 Fase del espectro cruzado entre M1, S1 en Z y M1, S2 en Z



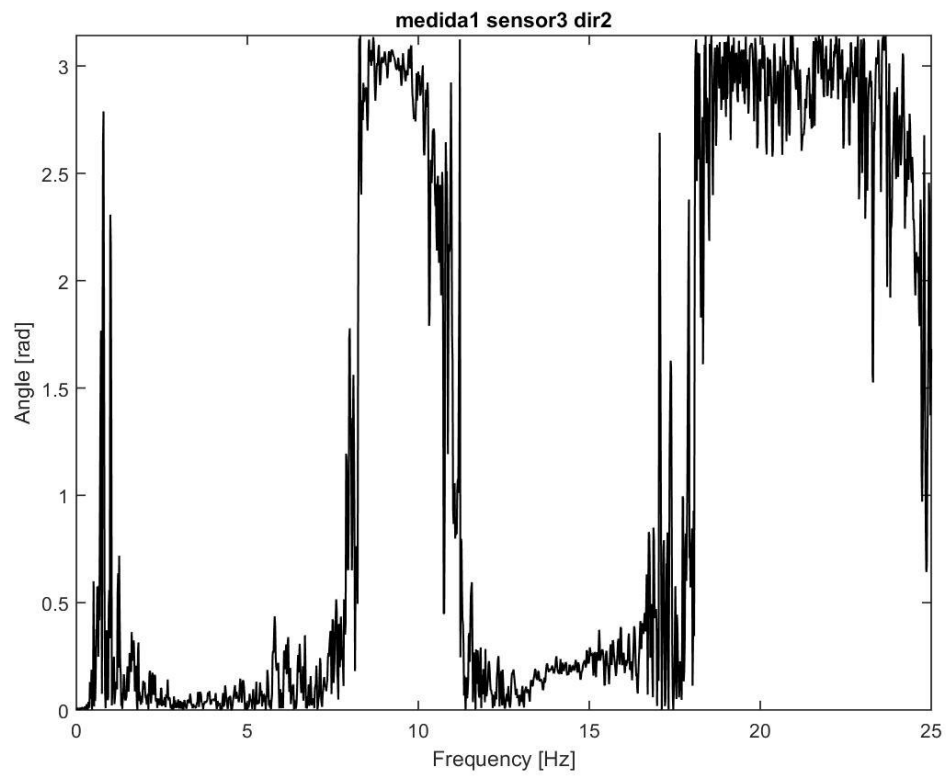
0.19 Autoespectro de M1, S3 en X



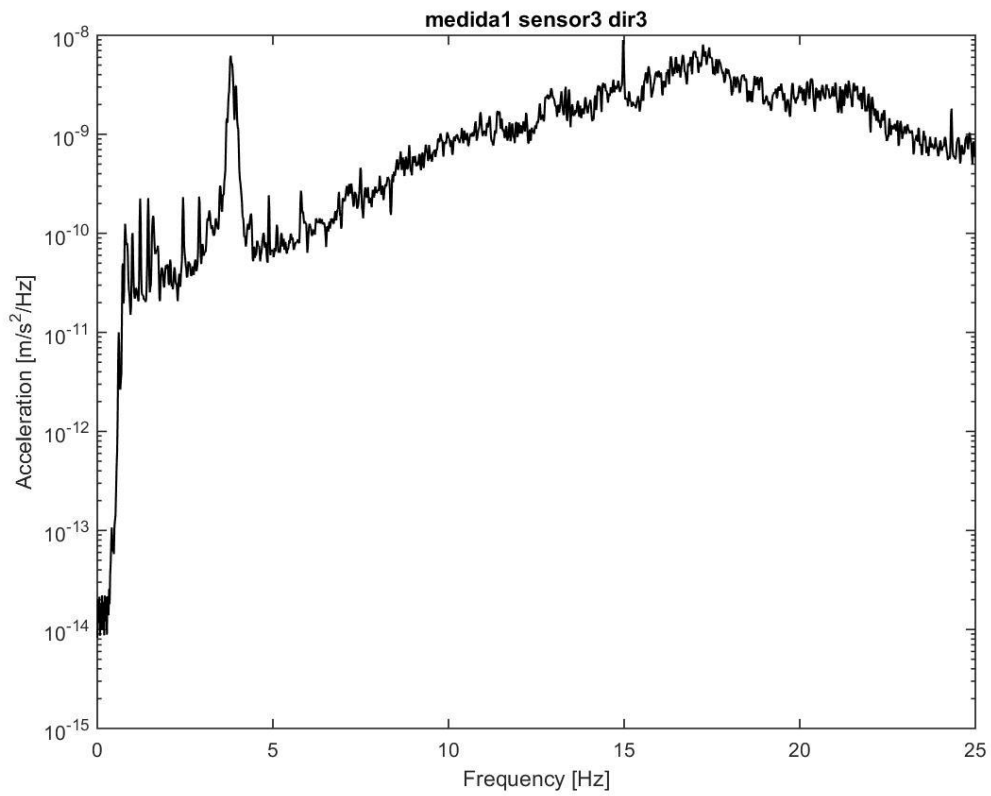
0.20 Fase del espectro cruzado entre M1, S1 en X y M1, S3 en X



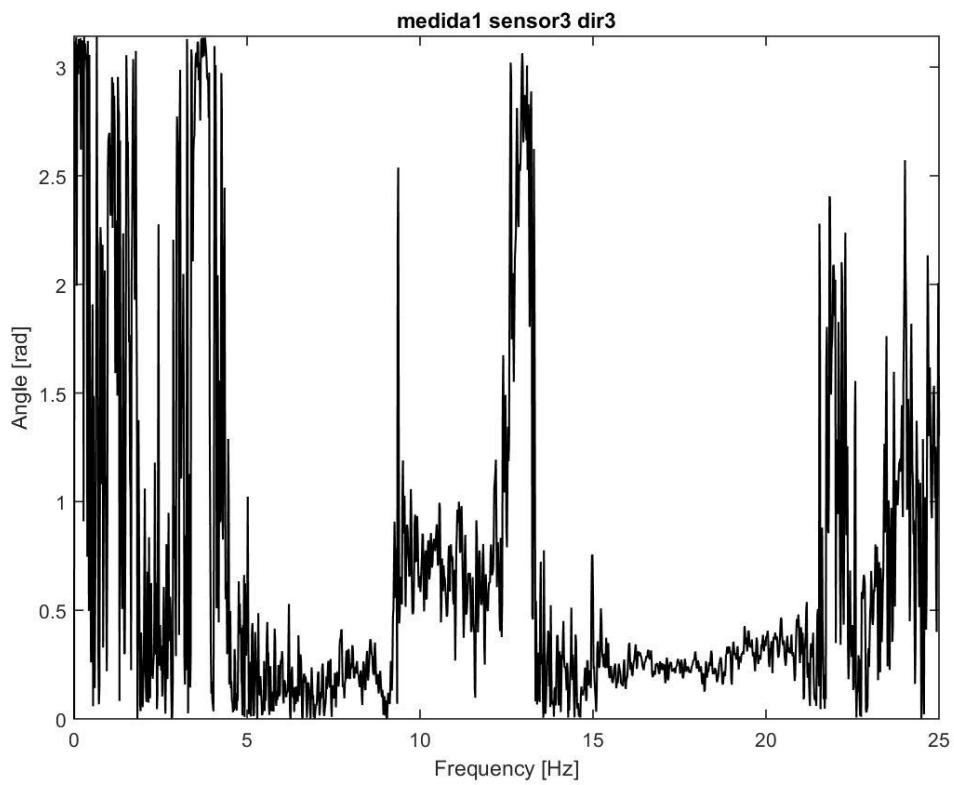
0.22 Autoespectro de M1, S3 en Y



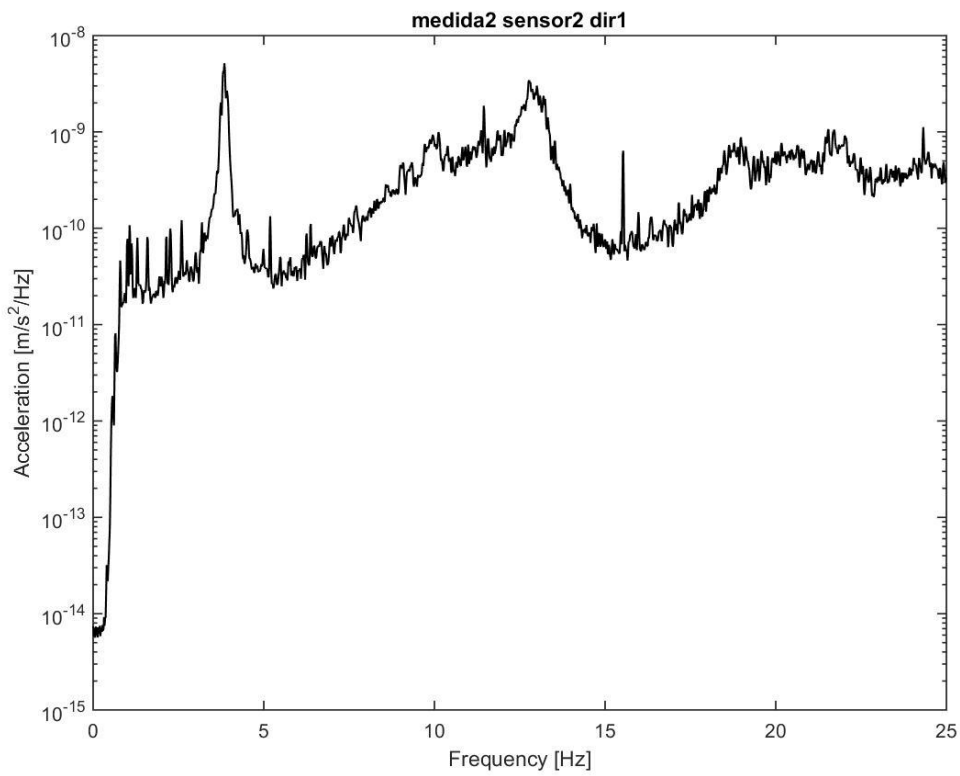
0.21 Fase del espectro cruzado entre M1, S1 en Y con M1, S3 en Y



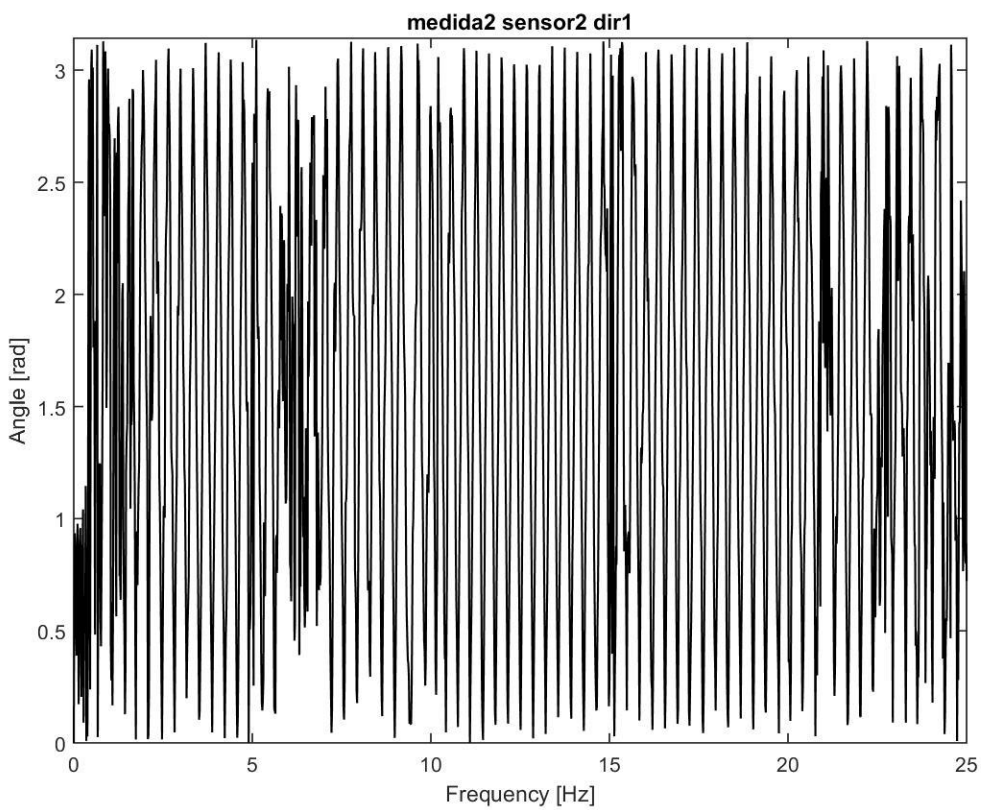
0.24 Autoespectro de M1, S3 en Z



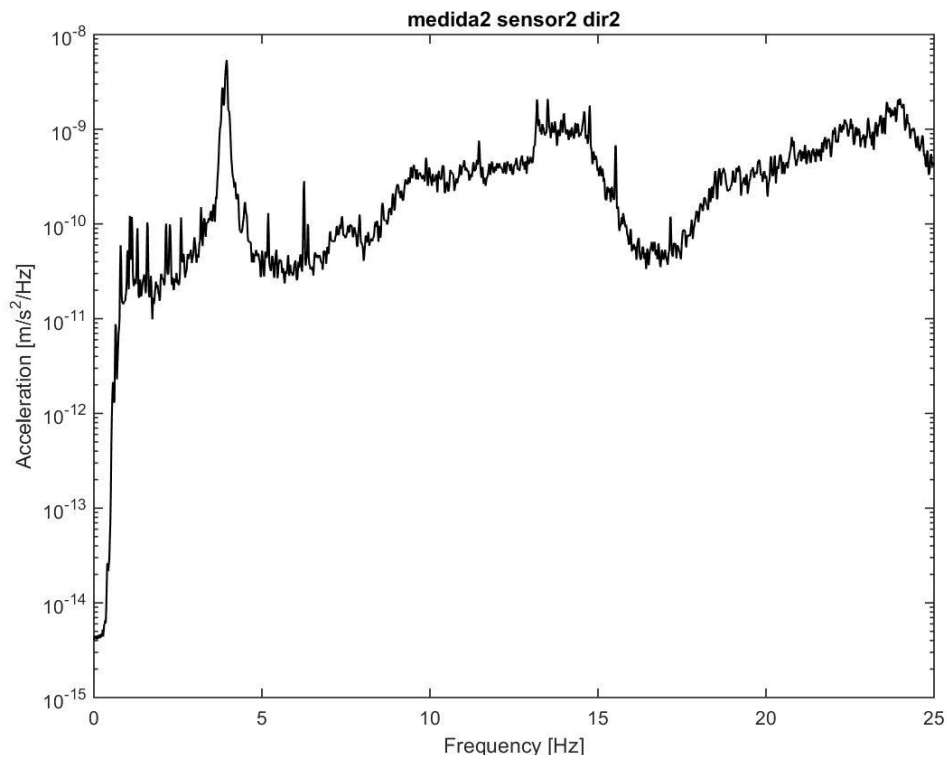
0.23 Fase del espectro cruzado entre M1, S1, en Z con M1, S3 en Z



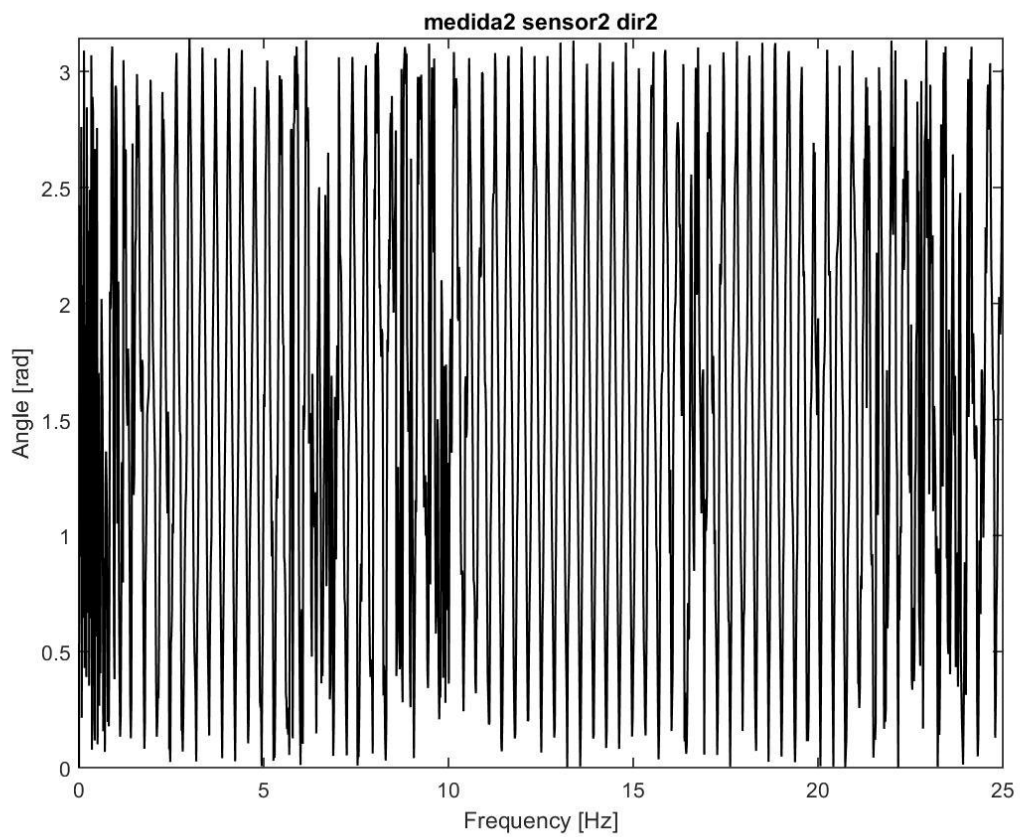
0.26 Autoespectro de M2, S2 en X



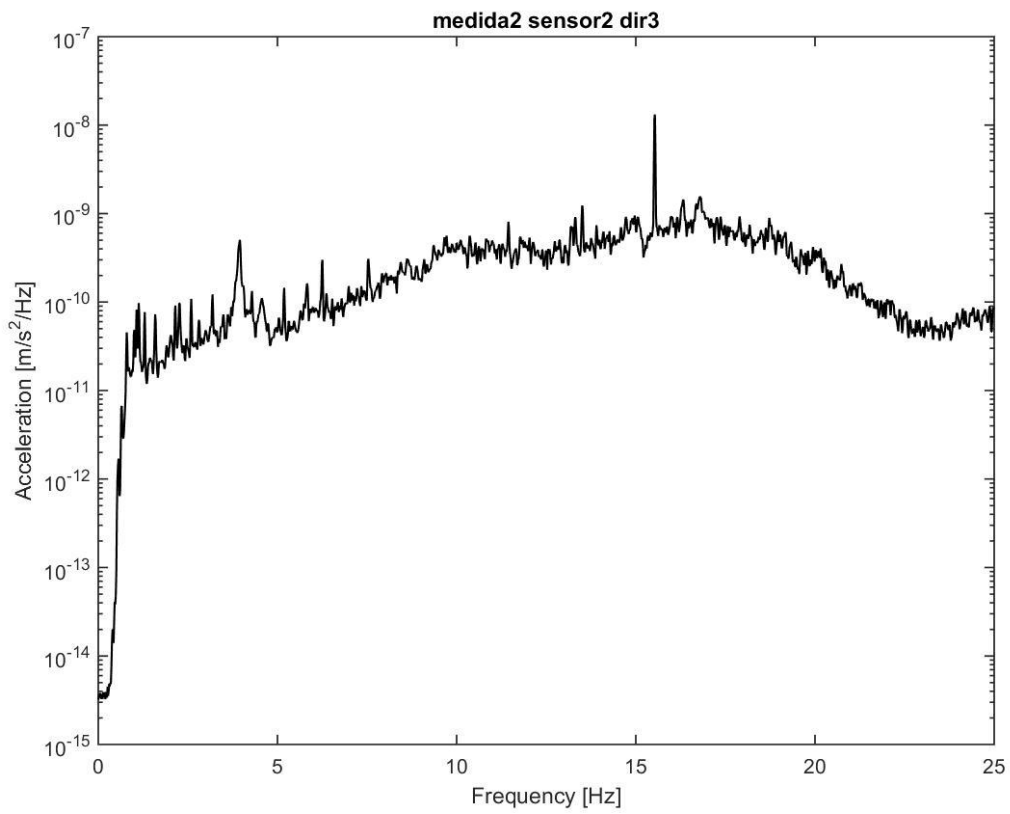
0.25 Fase del espectro cruzado entre M2, S1 en X y M2, S2 en X



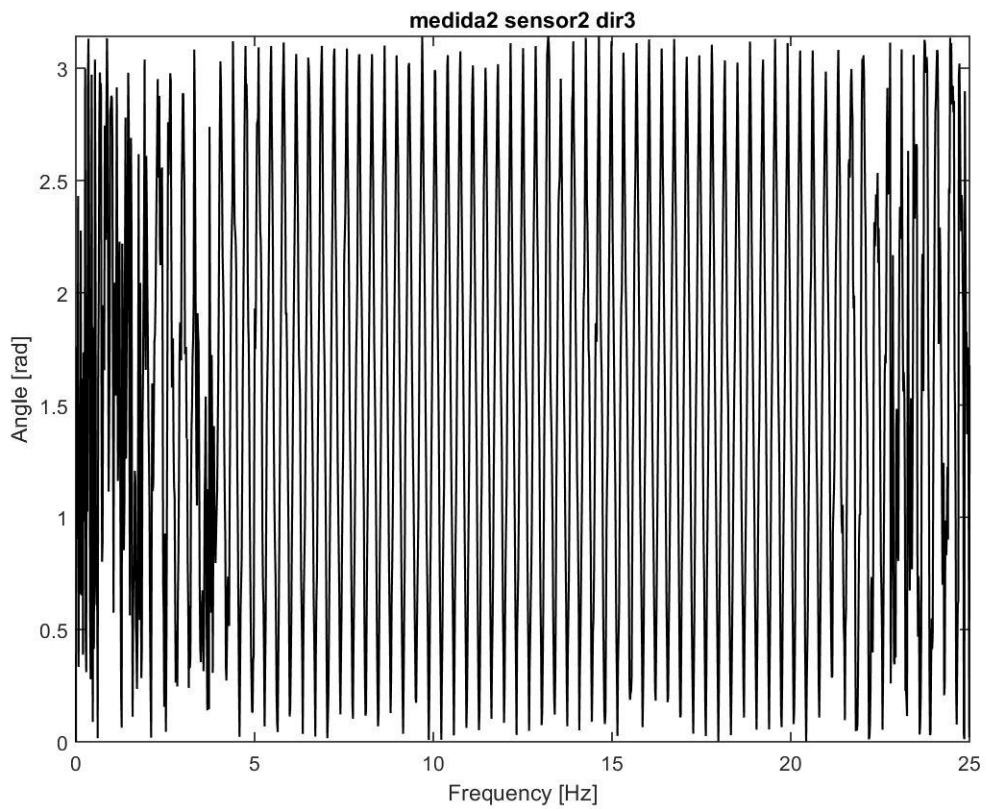
0.28 Autoespectro de M2, S2 en Y



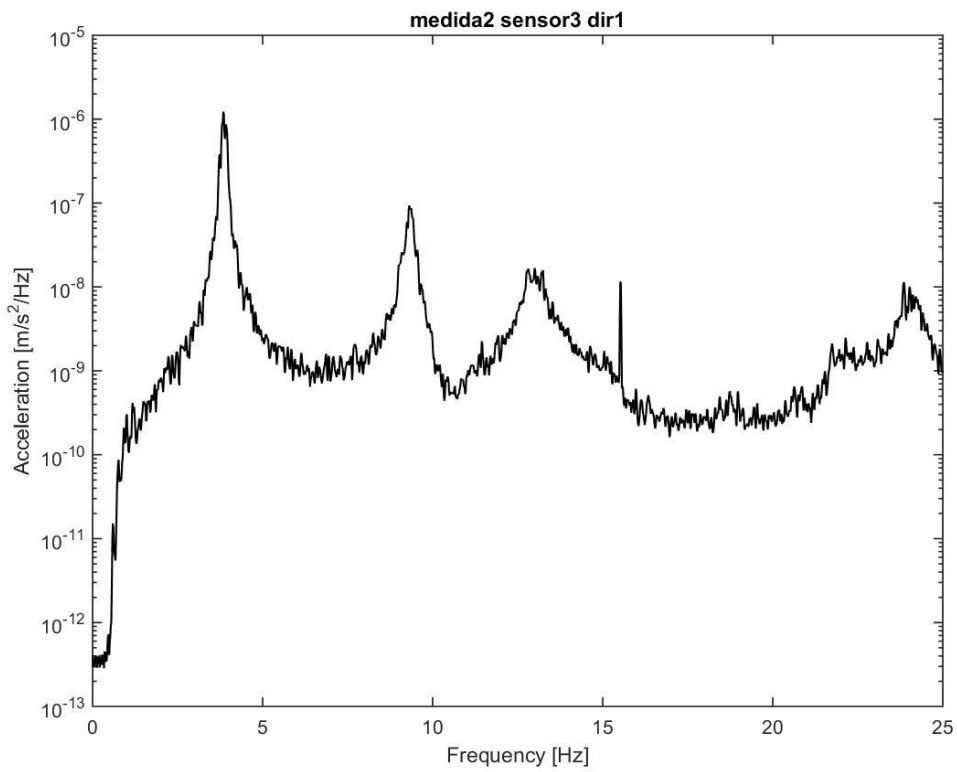
0.27 Fase del espectro cruzado entre M2, S1 en Y y M2, S2 en Y



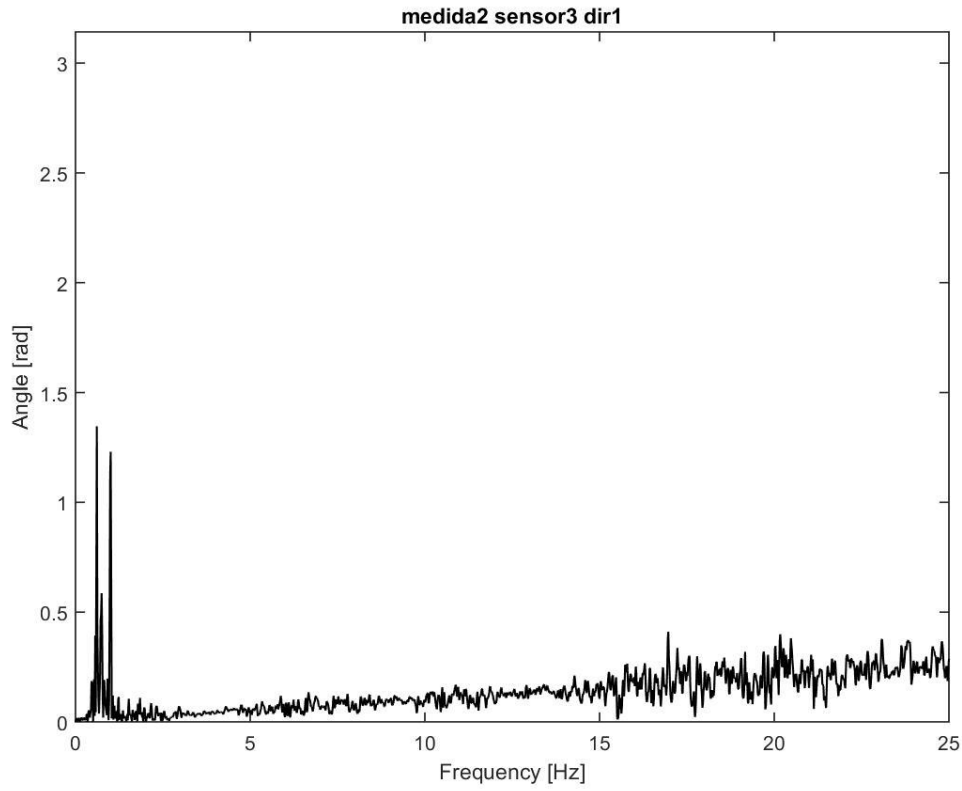
0.30 Autoespectro de M2, S2 en Z



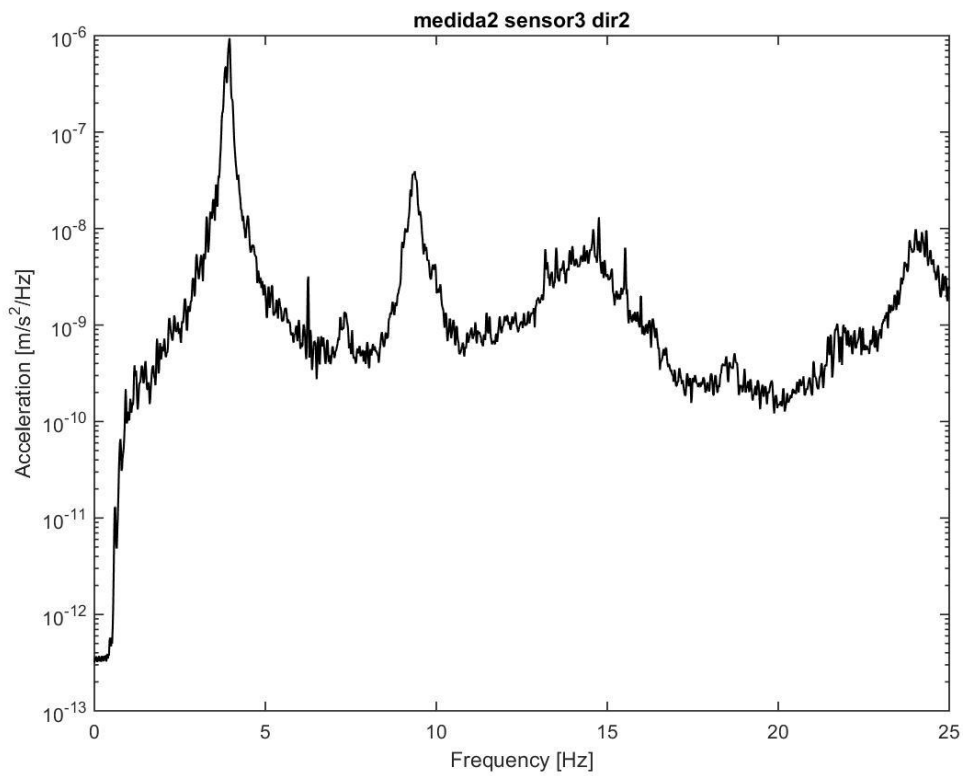
0.29 Fase del espectro cruzado entre M2, S1 en Z con M2, S2 en Z



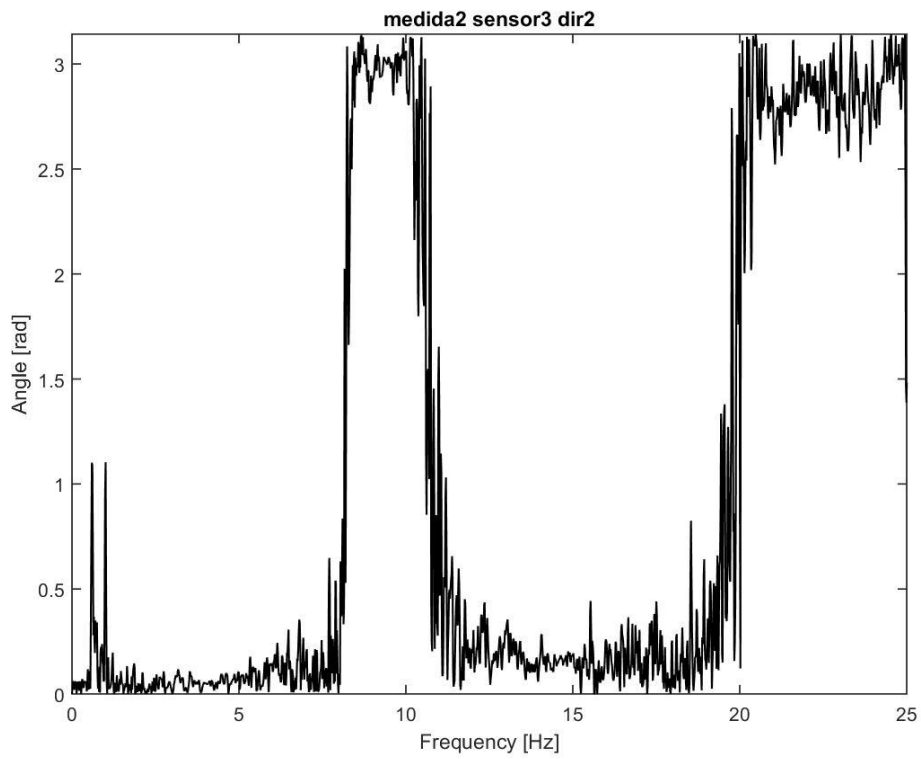
0.32 Autoespectro de M2, S3 en X



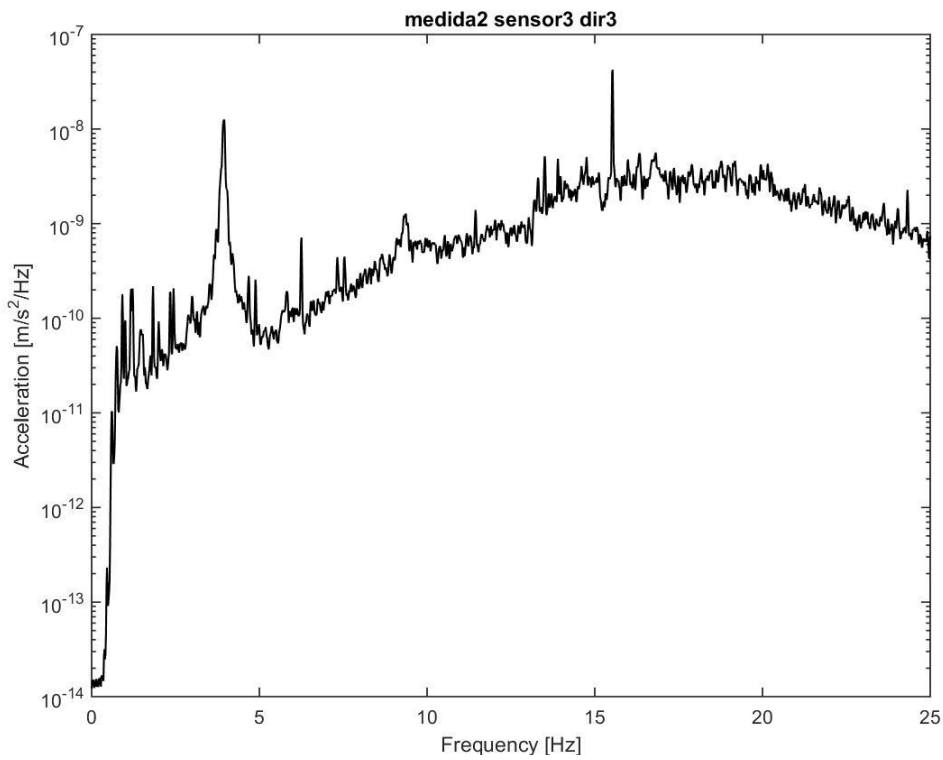
0.31 Fase del espectro cruzado entre M2, S1 en X con M2, S3 en X



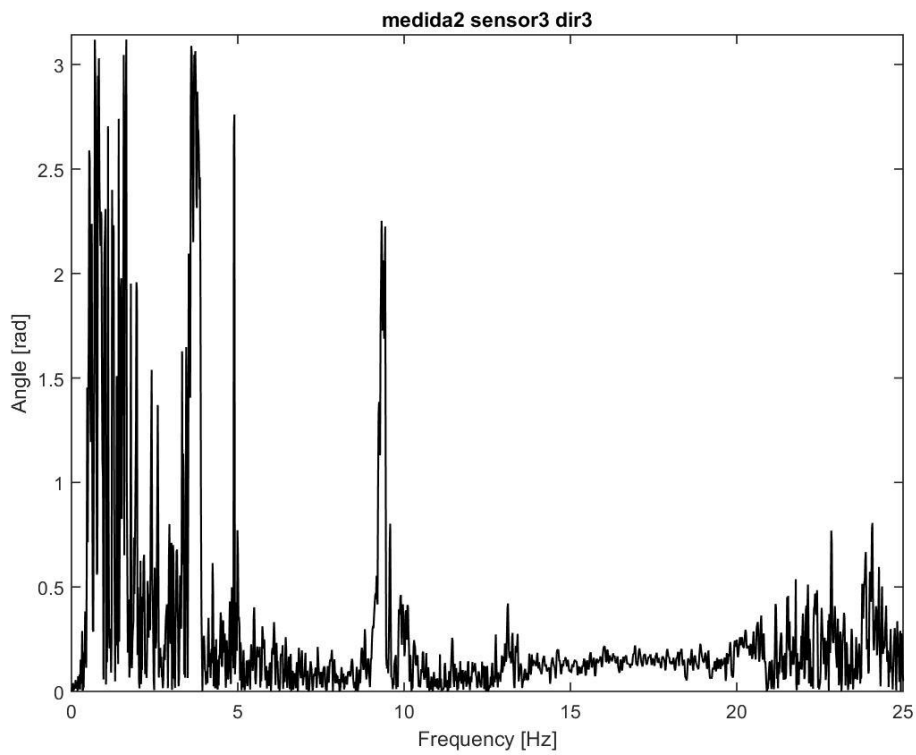
0.34 Autoespectro de M2, S3 en Y



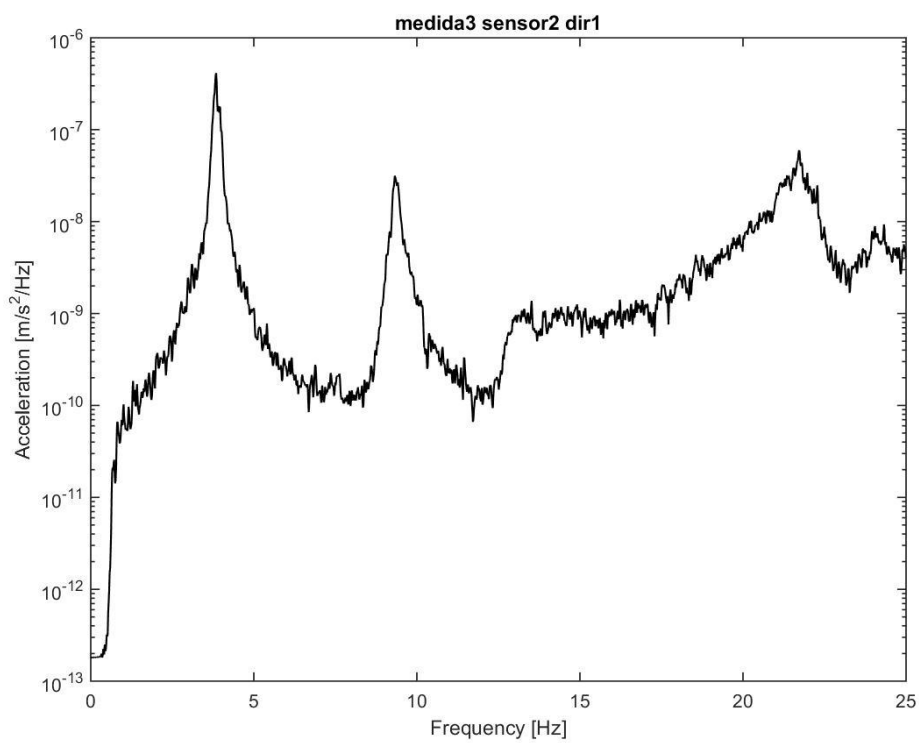
0.33 Fase del espectro cruzado entre M2, S1 en Y con M2, S3 en Y



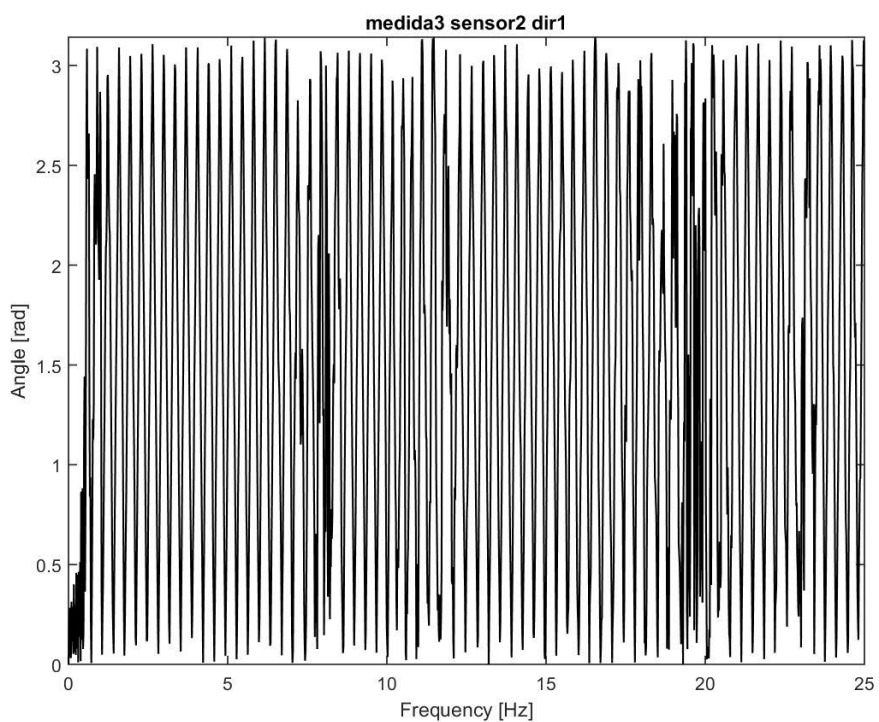
0.36 Autoespectro de M2, S3 en Z



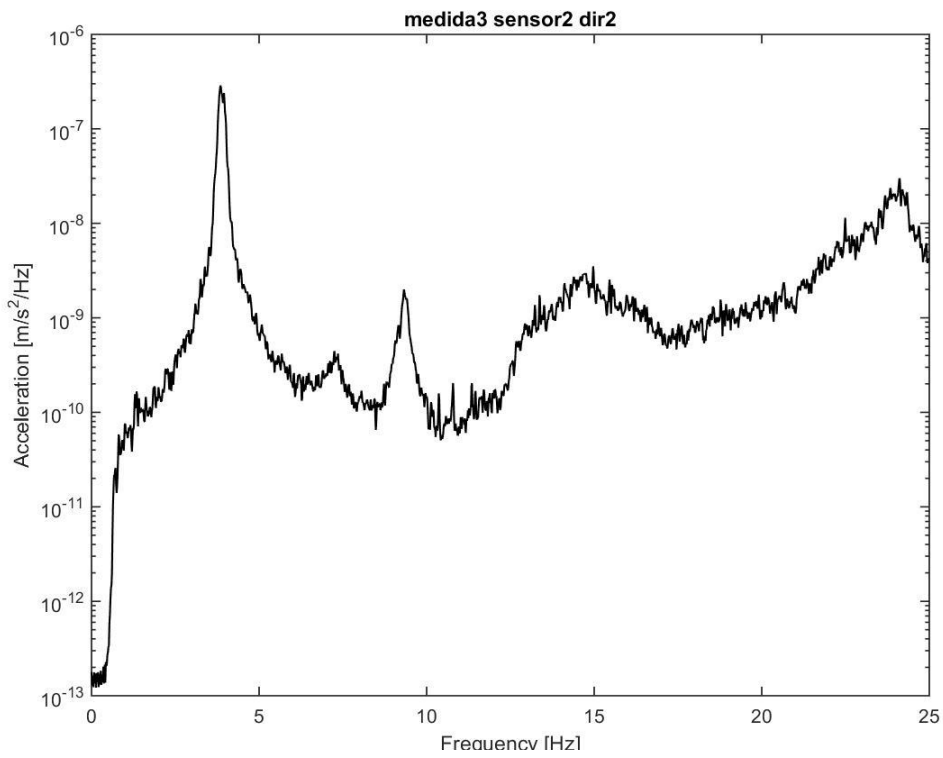
0.35 Fase del espectro cruzado entre M2, S3 en Z con M2, S3 en Z



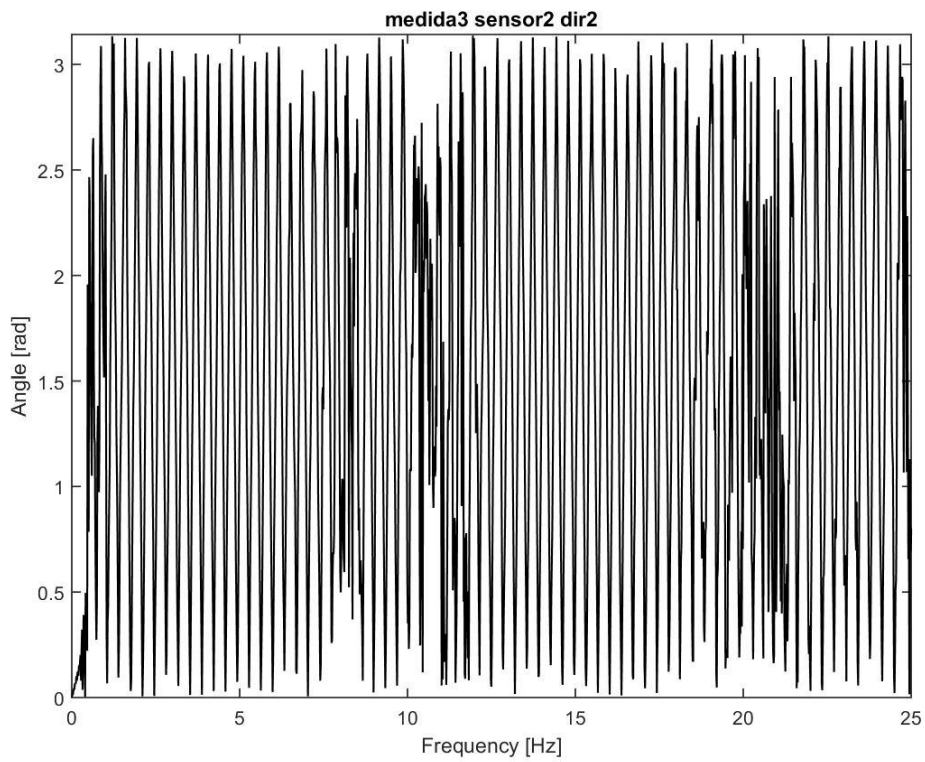
0.38 Autoespectro de M3, S2 en X



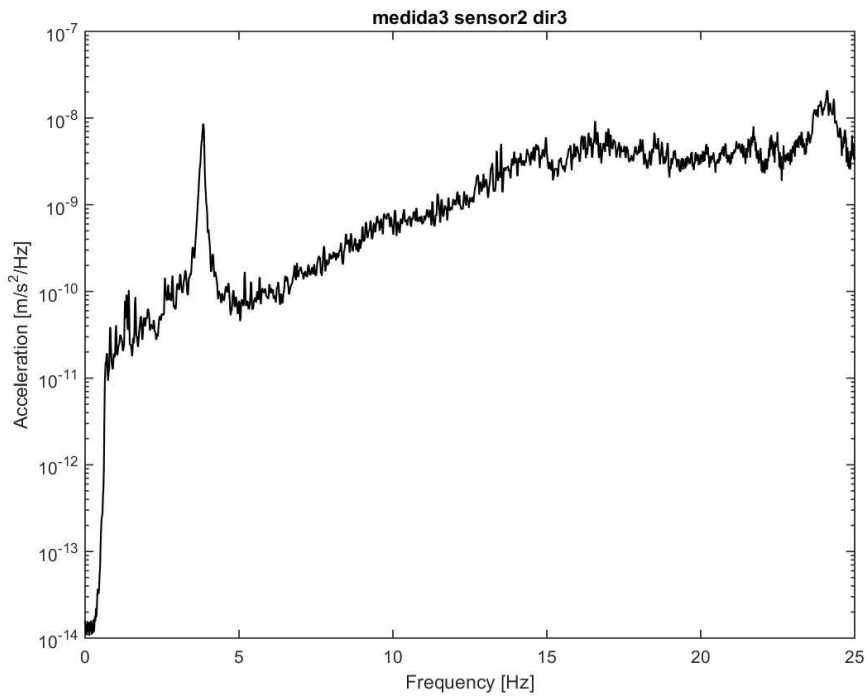
0.37 Fase del espectro cruzado entre M3, S1 en X con M3, S2 en X



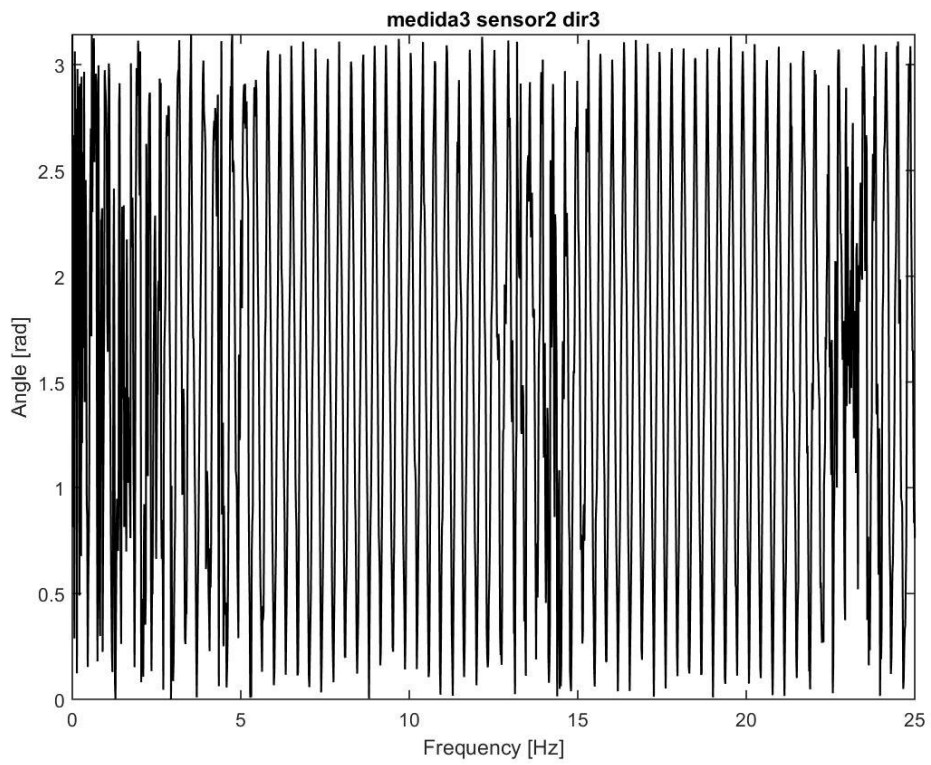
0.40 Autoespectro de M3, S2 en Y



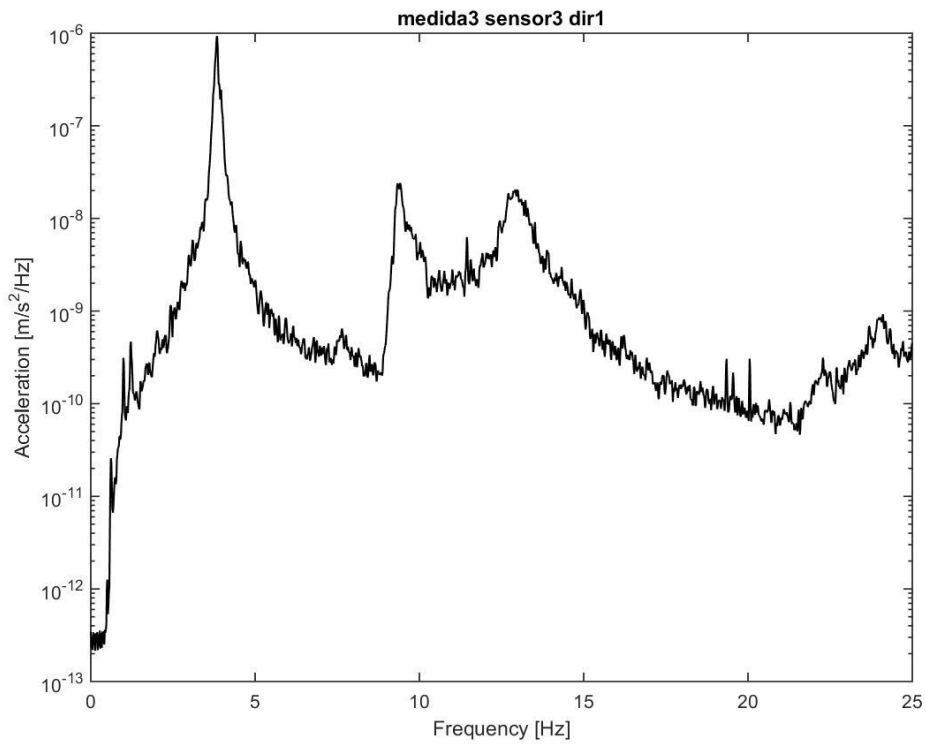
0.39 Fase del espectro cruzado entre M3, S1 en Y con M3, S2 en Y



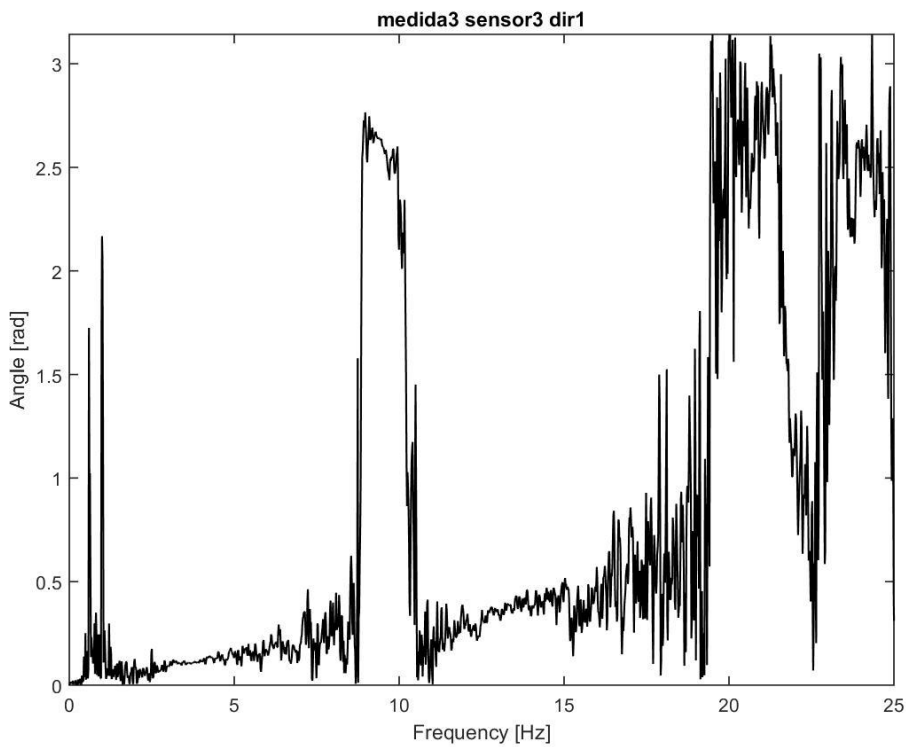
0.42 Autoespectro de M3, S2 en Z



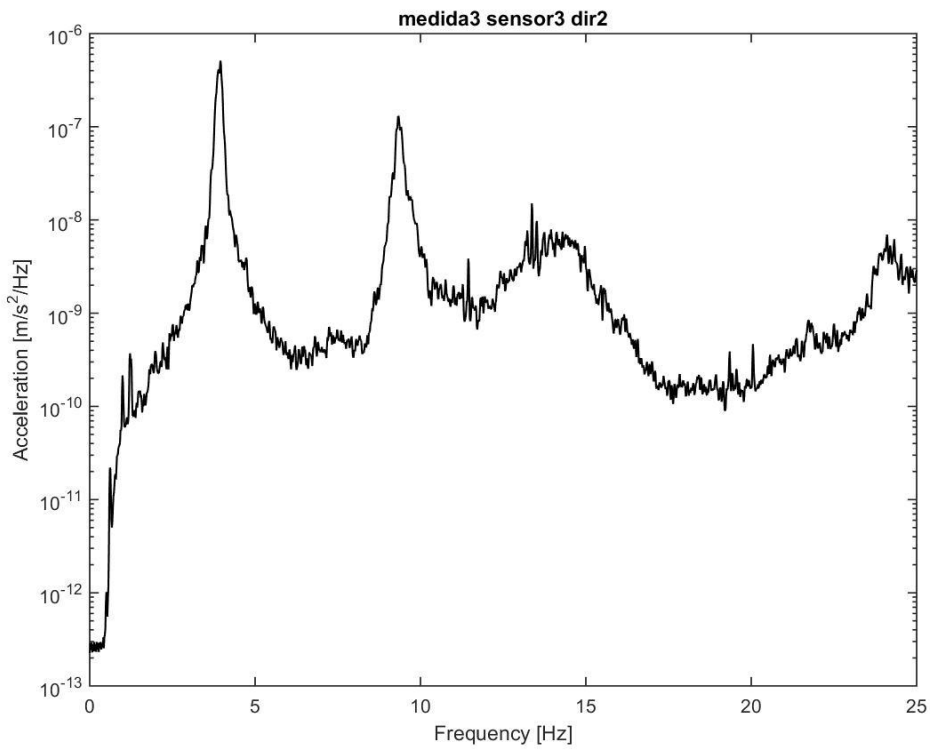
0.41 Fase del espectro cruzado entre M3, S1 en Z con M3, S2 en Z



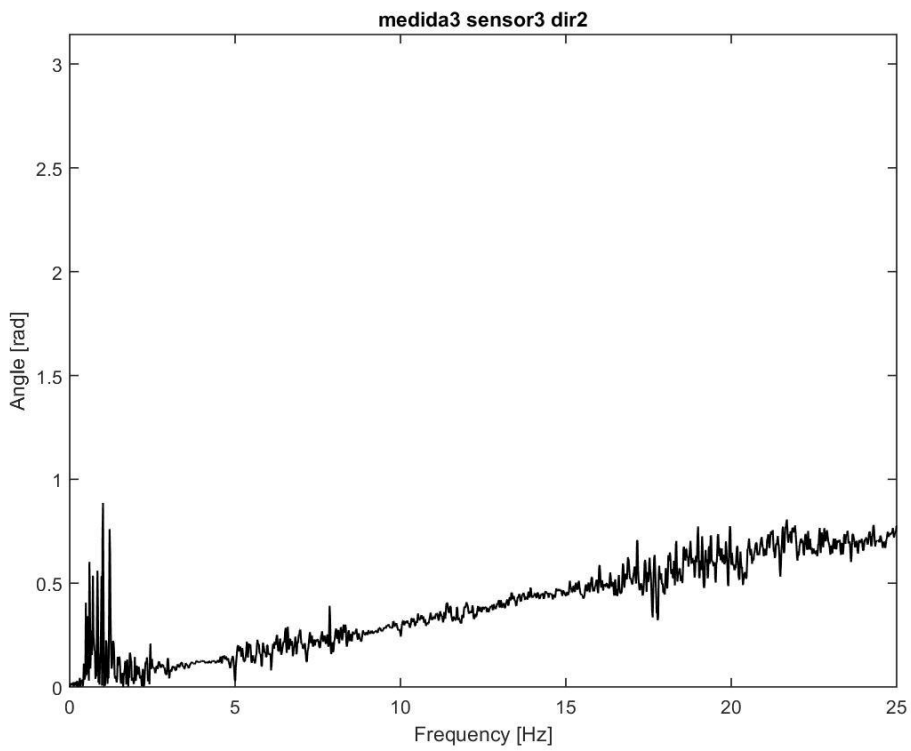
0.44 Autoespectro de M3, S3 en X



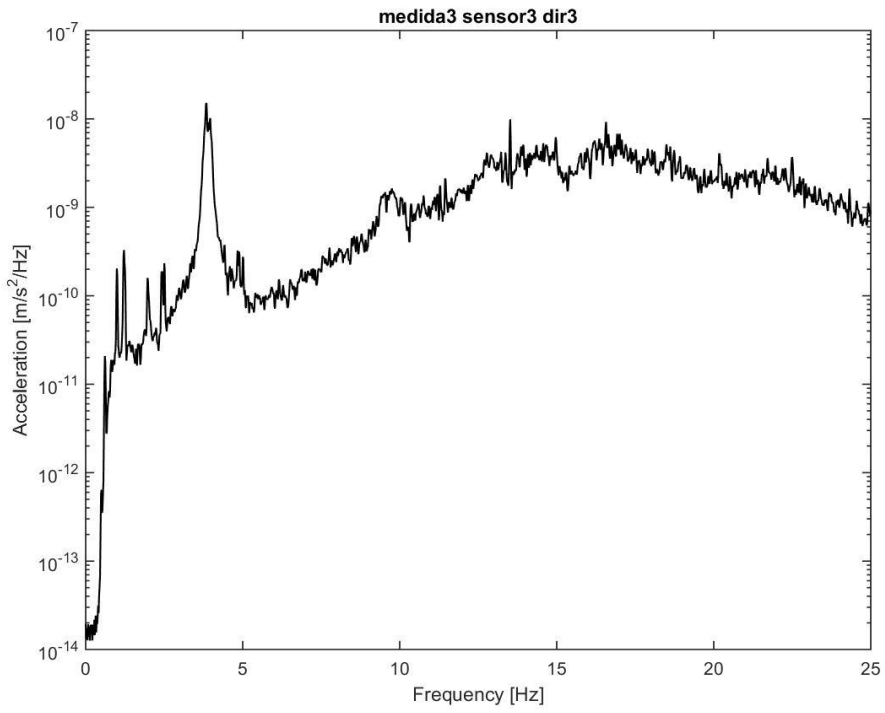
0.43 Fase del espectro cruzado entre M3, S1 en X con M3, S3 en X



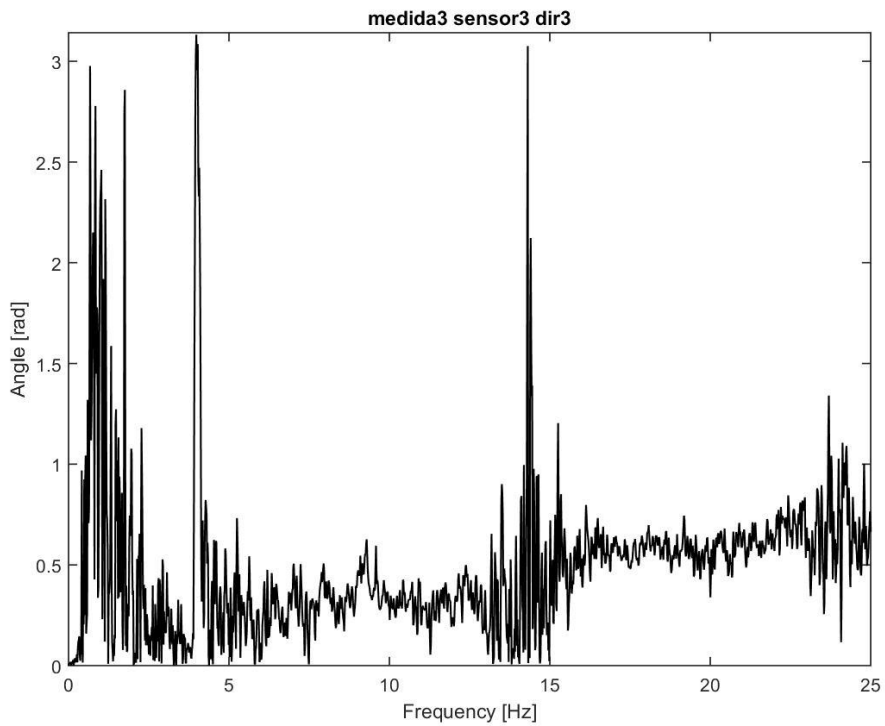
0.46 Autoespectro de M3, S3 en Y



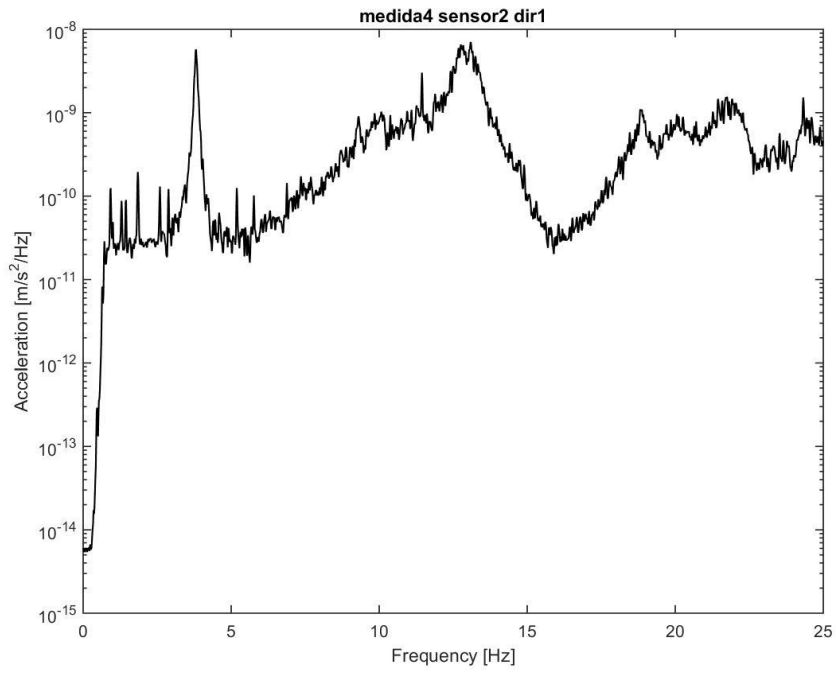
0.45 Fase del espectro cruzado entre M3, S1 en Y con M3, S3 en Y



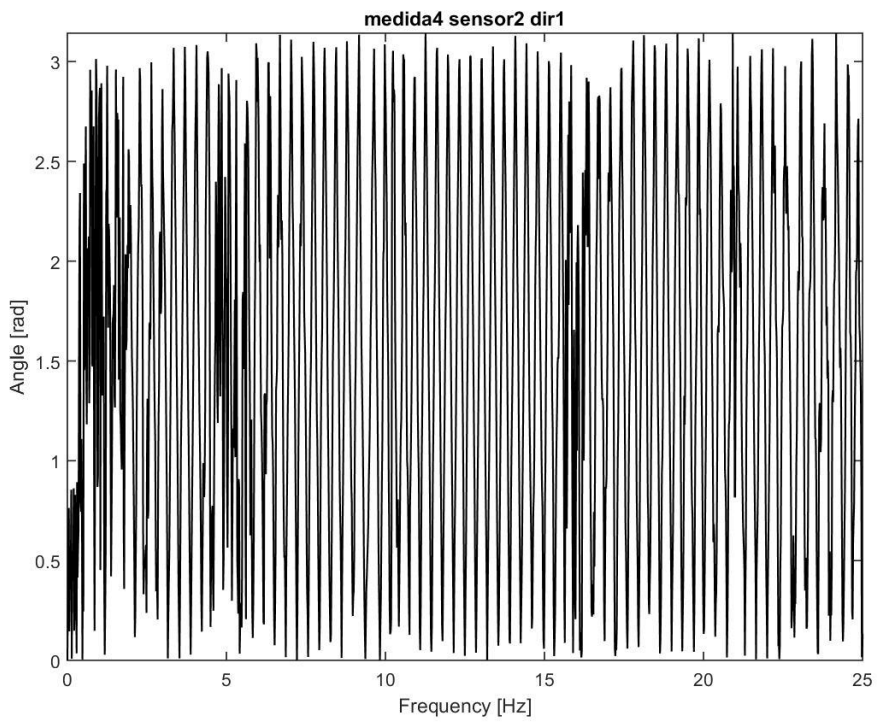
0.47 Autoespectro de M3, S3 en Z



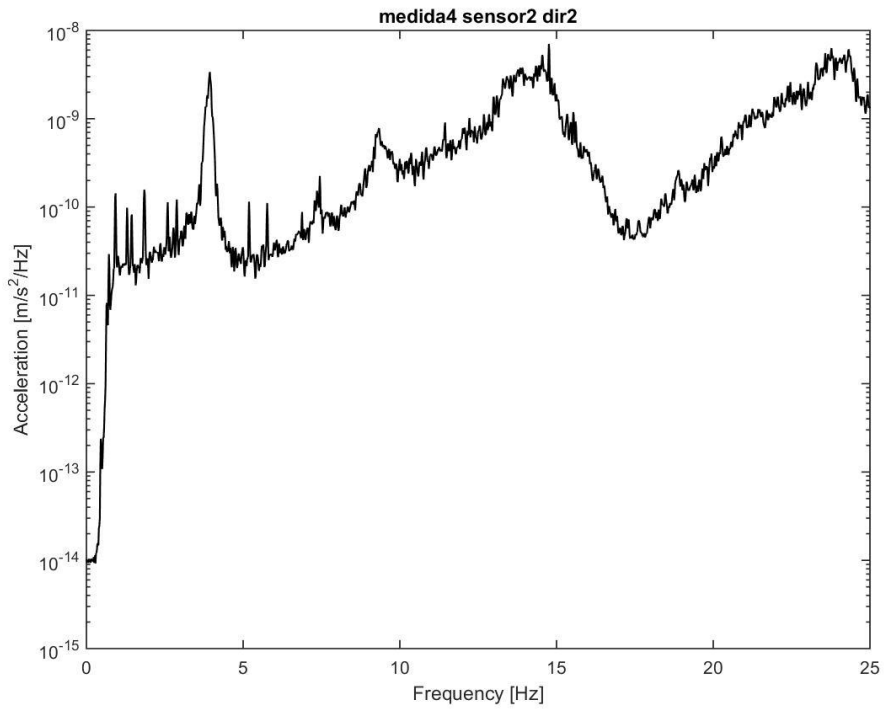
0.48 Fase del espectro cruzado entre M3, S1 en Z con M3, S3 en Z



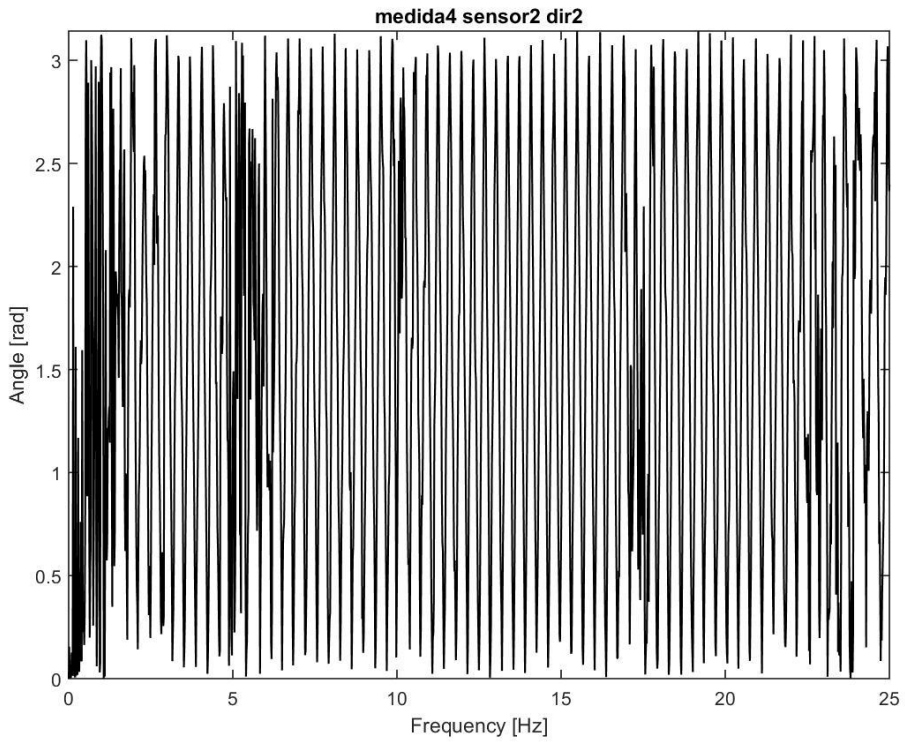
0.50 Autoespectro de M4, S2 en X



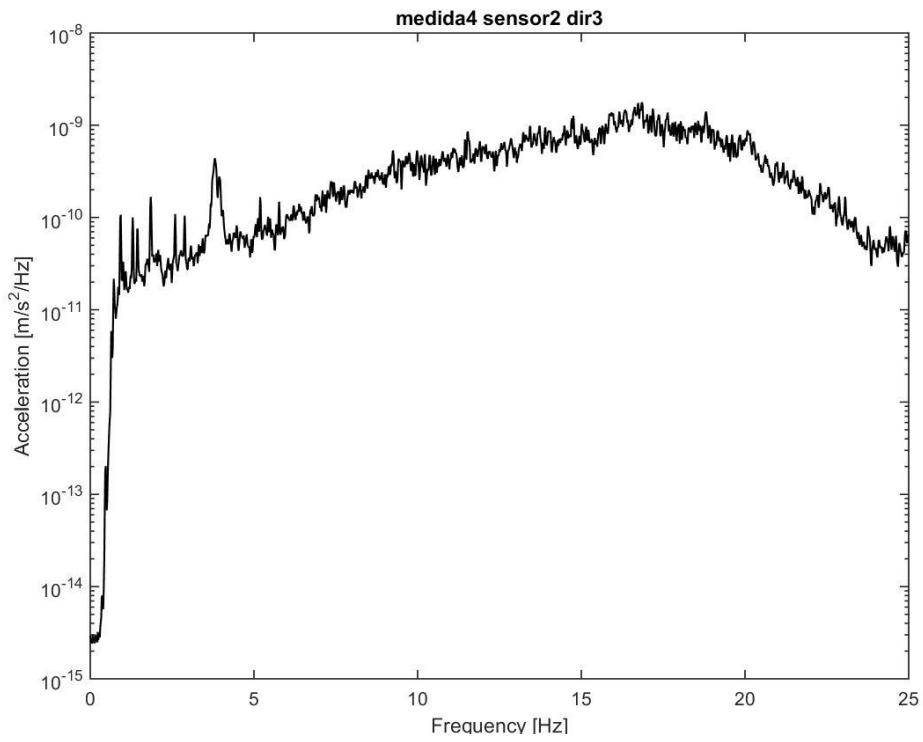
0.49 Fase del espectro entre M4, S1 en X con M4, S2 en X



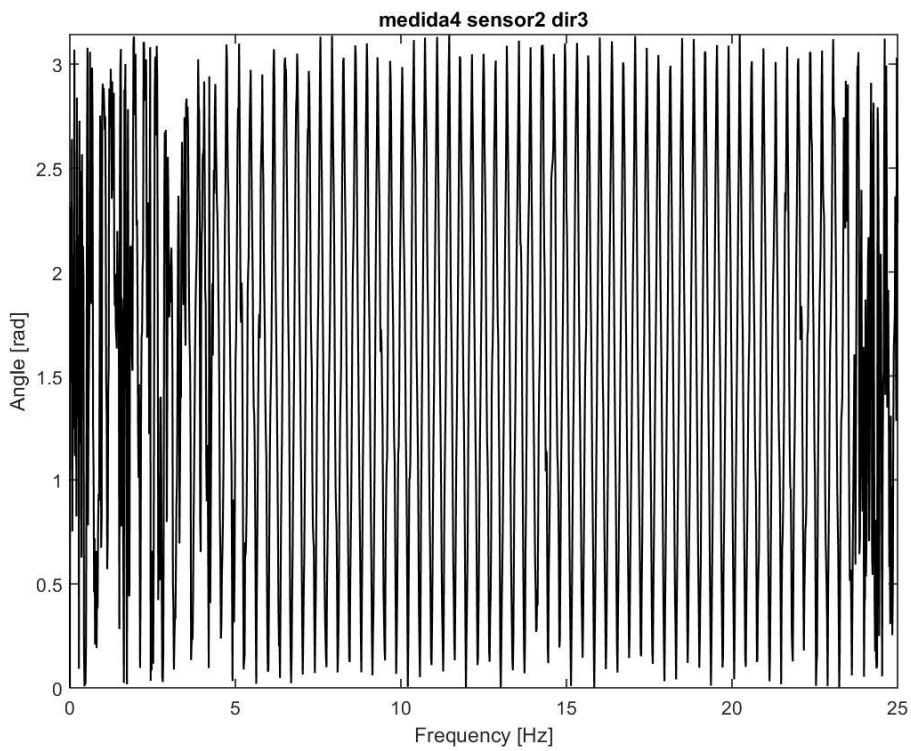
0.52 Autoespectro de M4, S2 en Y



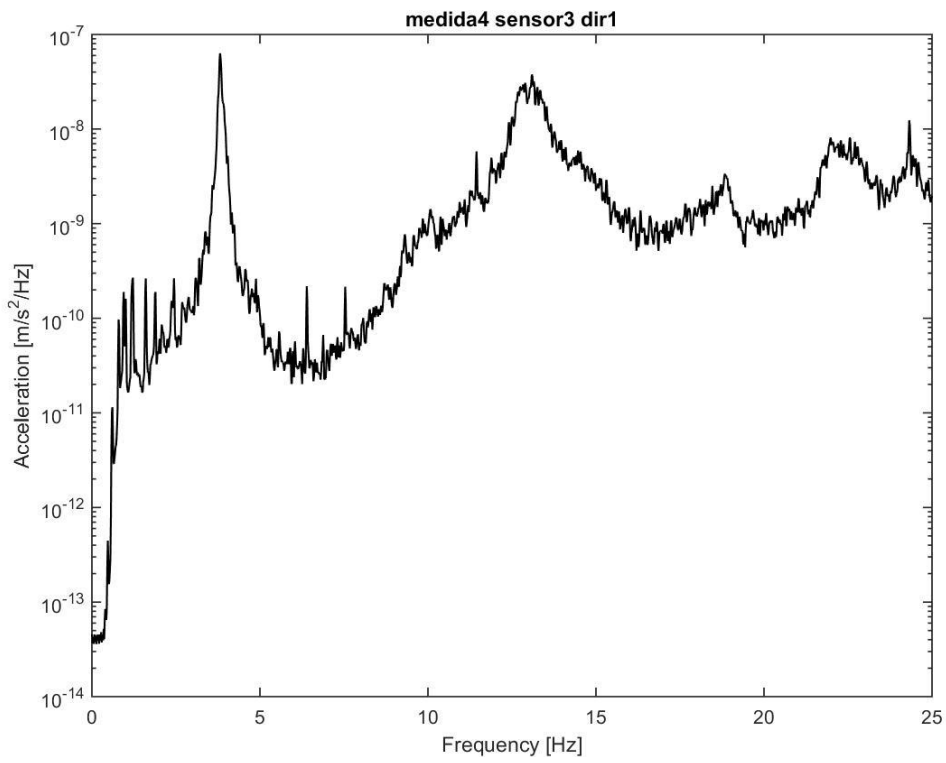
0.51 Fase del espectro entre M4, S1 en Y con M4, S2 en Y



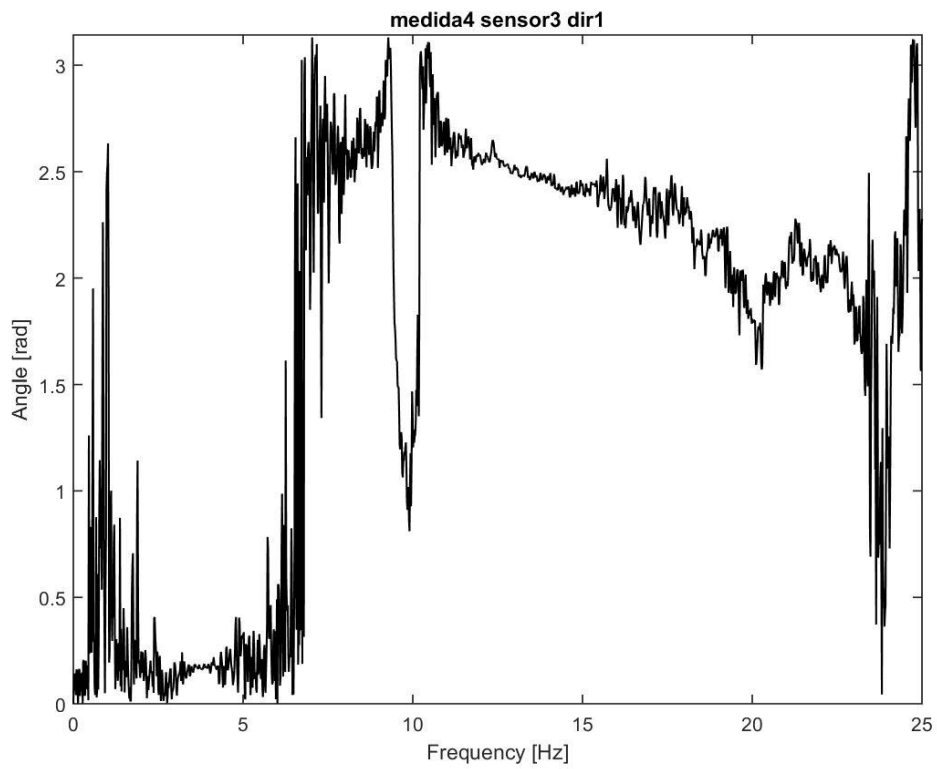
0.54 Autoespectro de M4, S2 en Z



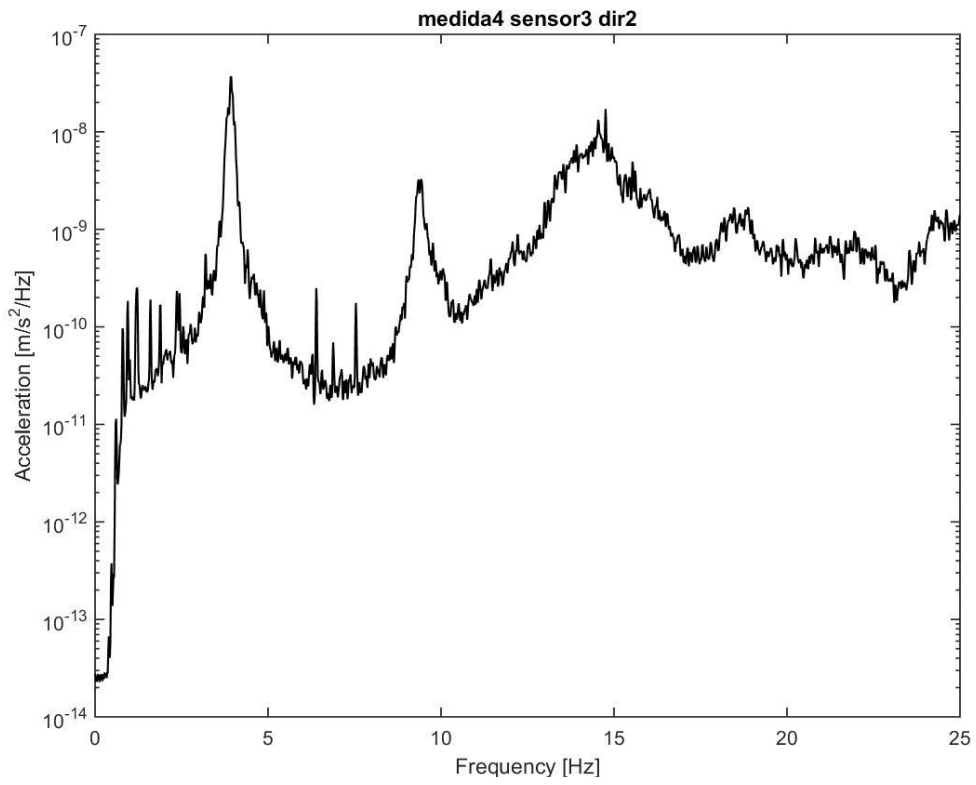
0.53 Fase del espectro cruzado entre M4, S1 en Z con M4, S2 en Z



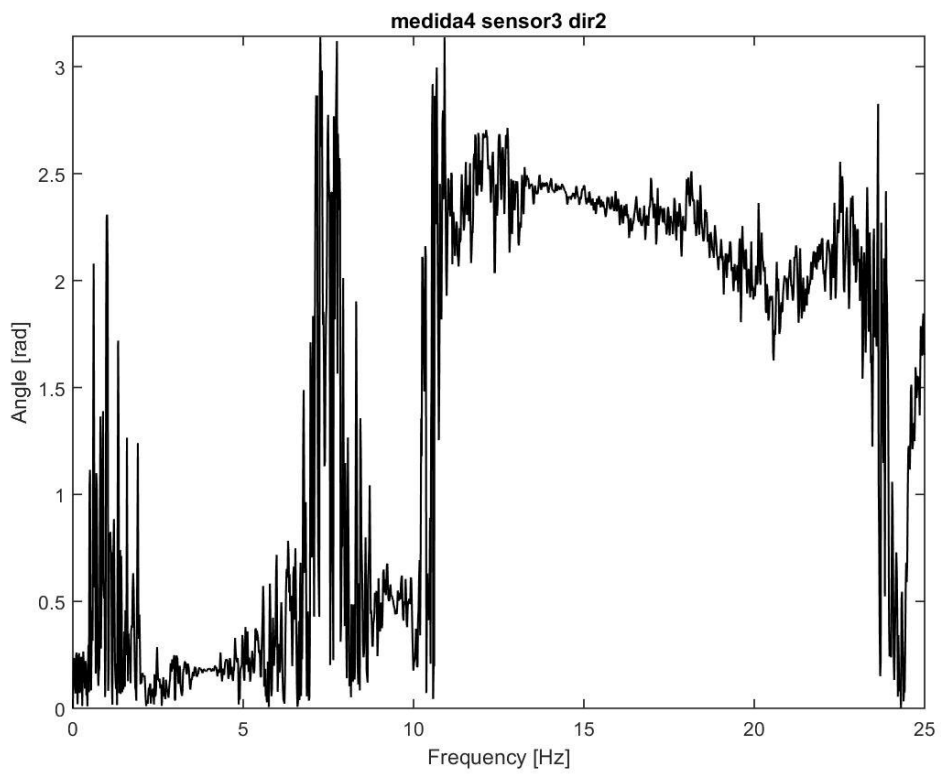
0.56 Autoespectro de M4, S3 en X



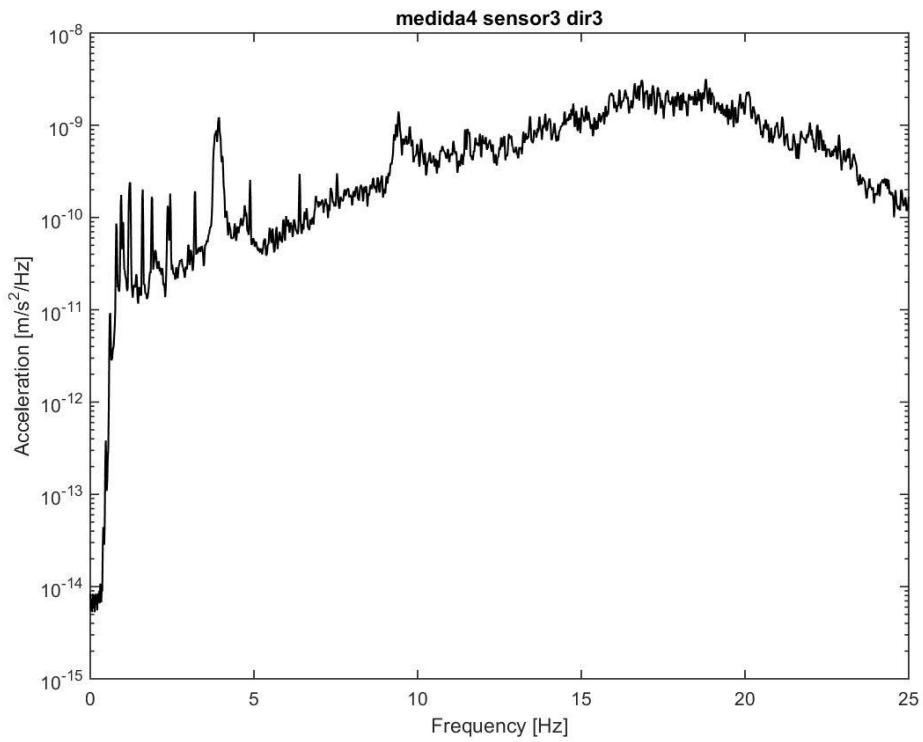
0.55 Fase del espectro cruzado entre M4, S1 en X con M4, S3 en X



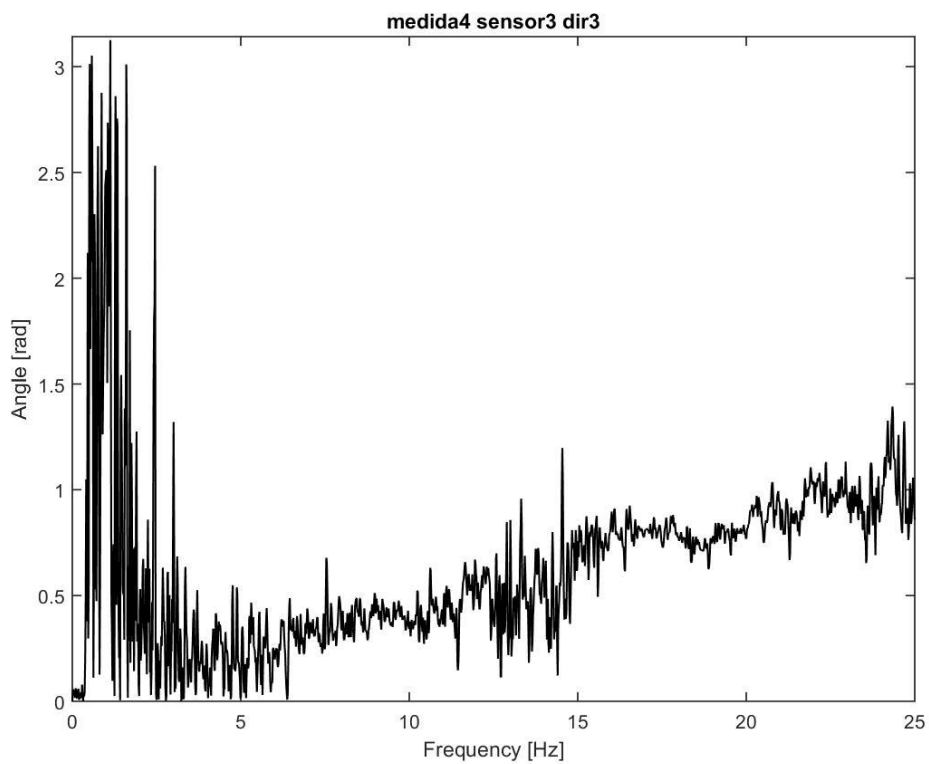
0.58 Autoespectro de M4, S3 en Y



0.57 Fase del espectro cruzado de M4, S1 en Y con M4, S3 en Y



0.60 Autoespectro de M4, S3 en Z



0.59 Fase del espectro cruzado de M4, S1 en Z con M4, S3 en Z

2. Código de MATLAB

Código de cálculo

```
% Estimación de los parametros modales del Alminar de San Juan (Cordoba)

% Rafael Ruiz Maestre
% Universidad de Sevilla

clear
close all
clc

nmedid=4;          %numero de configuraciones durante el ensayo
fs=250;           %frecuencia de muestreo
dec=4;            %decimacion. Se usa para reducir la frecuencia de muestreo en
el postproceso de los datos.
fsdec=fs/dec;     %frecuencia de muestreo tras aplicar
la decimacion
deltat=1/fsdec;

%Parametros FFT metodo pWelch
segmentLength = 2500;
noverlap = 35;

%Filtrado
%Response below 25Hz
ChebyOrder1=3;
ChebyRipple1=0.1;
ChebyFreq1=25;
[Bf1,Af1]=cheby1(ChebyOrder1,ChebyRipple1,ChebyFreq1/fsdec*2,'low');
%Response above 1Hz
ChebyOrder2=3;
ChebyRipple2=0.1;
ChebyFreq2=1;
[Bf2,Af2]=cheby1(ChebyOrder2,ChebyRipple2,ChebyFreq2/fsdec*2,'high');

for imedid=1:nmedid
    %     loadlabel=char(['medida',int2str(imedid),'.mat']);
    %     load(loadlabel);
    %     medida=data;
    loadlabel=char(['medida',int2str(imedid),'.dat']);
    medida=load(loadlabel);

    nloc=size(medida,2); %numero de registros
    for iloc=1:nloc
        medida_dec(:,iloc)=decimate(medida(:,iloc),dec);
        medida_dec(:,iloc)=filter(Bf2,Af2,medida_dec(:,iloc),[],1);
        medida_dec(:,iloc)=filter(Bf1,Af1,medida_dec(:,iloc),[],1);
    end
    if imedid==1
        aut_fft=zeros(nmedid,3,3,length(medida_dec));
        cro_fft=zeros(nmedid,3,3,length(medida_dec));
    end
    for idir=1:3
        for iloc=1:nloc/3
            %     %Autoespectros: unidades [m/s^2/Hz] Se obtiene
```

```

        % con el metodo de Welch
        [aut_fft(imedid,iloc,idir,:),freqc]=pwelch(medida_dec(:,(iloc-
1)*3+idir),segmentLength,noverlap,length(medida_dec(:,idir)),fsdec,'twosided'
);
        %espectros
        %cruzados
        %indicar cual es el acelerometro de referencia. En este caso, es
el primero, teniendo en cuenta la direccion de medida correspondiente
        [cro_fft(imedid,iloc,idir,:),freqc]=cpsd(medida_dec(:,(iloc-
1)*3+idir),medida_dec(:,idir),segmentLength,noverlap,length(medida_dec(:,idir
)),fsdec,'twosided');
        end
    end
end

nfreq=size(aut_fft,4);
df=fsdec/nfreq;
freq=df:df:fsdec;

%Calculo del ANPSD

prommed=zeros(3,3,nfreq);
for iloc=1:3
    for idir=1:3
        normal=0;
        norma2=0;
        norma3=0;
        norma4=0;
        for i=1:nfreq
            normal=normal+aut_fft(1,iloc,idir,i);
            norma2=norma2+aut_fft(2,iloc,idir,i);
            norma3=norma3+aut_fft(3,iloc,idir,i);
            norma4=norma4+aut_fft(4,iloc,idir,i);
        end
        for i=1:nfreq
            prommed(iloc,idir,i)=(aut_fft(1,iloc,idir,i)/normal+(aut_fft(2,iloc,idir,i)
)/norma2+(aut_fft(3,iloc,idir,i)/norma3+(aut_fft(4,iloc,idir,i)/norma4)/4;
        end
    end
end
promloc=zeros(3,nfreq);
for idir=1:3
    normal=0;
    norma2=0;
    norma3=0;
    for i=1:nfreq
        normal=normal+prommed(1,idir,i);
        norma2=norma2+prommed(2,idir,i);
        norma3=norma3+prommed(3,idir,i);
    end
    for i=1:nfreq
        promloc(idir,i)=(prommed(1,idir,i)/normal)+(prommed(2,idir,i)/norma2)+(promm
ed(3,idir,i)/norma3)/3;
    end
end

%Graficas

```

```

titles=char('autoespectro',...
    'cro_abs',...
    'cro_ang');
close all
fmax=25;

% autoespectros
for imedid=1:nmedid
    for idir=1:3
        for iloc=1:nloc/3
            figure

semilogy(freqc,abs(squeeze(aut_fft(imedid,iloc,idir,:))), 'Color',[0.0 0.0
0.0], 'LineWidth',1, 'LineStyle','-')
            xlabel('Frequency [Hz]')
            ylabel('Acceleration [m/s^2/Hz]')
            title(strcat('medida ',int2str(imedid), ' sensor ',num2str(iloc), '
dir ',num2str(idir)))
            xlim([0 fmax])
            print('-
djpeg',strcat(titles(1,:), '_medida',int2str(imedid), '_sensor_',num2str(iloc),
'_Dir_',int2str(idir)))
            end
        end
    end
end

%valor absoluto de los espectros cruzados
for imedid=1:nmedid
    for idir=1:3
        for iloc=1:nloc/3
            figure

semilogy(freqc,abs(squeeze(cro_fft(imedid,iloc,idir,:))), 'Color',[0.0 0.0
0.0], 'LineWidth',1, 'LineStyle','-')
            xlabel('Frequency [Hz]')
            ylabel('Acceleration [m/s^2/Hz]')
            title(strcat('medida ',int2str(imedid), ' sensor ',num2str(iloc), '
dir ',num2str(idir)))
            xlim([0 fmax])
            print('-
djpeg',strcat(titles(2,:), '_medida',int2str(imedid), '_sensor_',num2str(iloc),
'_Dir_',int2str(idir)))
            end
        end
    end
end

%valor absoluto del angulo de los espectros cruzados
for imedid=1:nmedid
    for idir=1:3
        for iloc=1:nloc/3
            figure

plot(freqc,abs(angle(squeeze(cro_fft(imedid,iloc,idir,:)))),'Color',[0.0 0.0
0.0], 'LineWidth',1, 'LineStyle','-')
            xlabel('Frequency [Hz]')
            ylabel('Angle [rad]')

```

```

        title(strcat('medida ',int2str(imedid),' sensor ',num2str(iloc),'
dir ',num2str(idir)))
        ylim([0 pi])
        xlim([0 fmax])
%         print('-
djpeg',strcat(titles(3,:), '_medida',int2str(imedid),'_sensor_',num2str(iloc),
'_Dir_',int2str(idir)))
    end
end
end

```

```

freq_natur=[3.876 9.338]; %[Hz]
nfreqnatur=length(freq_natur);
ampmod=zeros(nmedid*nloc,nfreqnatur); %matriz en la que almacenar las
amplitudes %en los distintos puntos para los
modos de vibración

```

```

fase=zeros(nmedid*nloc,nfreqnatur);
fasesigno=zeros(nmedid*nloc,nfreqnatur);

```

```

%Esta matriz fasesigno solo es valida para los acelerómetros 1 y 3,
%teniendo que estimar según la deformada los sentidos de los movimientos
%medidos en el acelerómetro 2.

```

```

C=1;
for imodo=1:2
    for imedid=1:nmedid
        for iloc=1:nloc/3
            for idir=1:3 %frecuencias evaluadas
                ind_freq=find(abs(freq(:)-freq_natur(imodo))<0.001); %busca
indices de las frecuencias naturales
                ampmod(C,imodo)=aut_fft(imedid,iloc,idir,ind_freq); %valor de
los autoespectros en dichas frec natur
                fase(C,imodo)=abs(angle(cro_fft(imedid,iloc,idir,ind_freq)));
%vector con las fases
                if fase(C,imodo)>1.5
                    fasesigno(C,imodo)=-1;
                else
                    fasesigno(C,imodo)=1;
                end
                C=C+1;
            end
        end
    end
    imodo=imodo+1;
    C=1;
end

```

```

ampmodnorm=zeros(36,2);
for imodo=1:2
    norma=norm(ampmod(:,imodo));
    ampmodnorm(:,imodo)=ampmod(:,imodo)./norma;
end

```

```

modos=ampmodnorm.*fasesigno;

```

```

modofl=zeros(12,3);
modotr=zeros(12,3);

n=1;
for j=1:12
    for i=1:3
        modofl(j,i)=modos(n,1);
        modotr(j,i)=modos(n,2);
        n=n+1;
    end
end

modo1=zeros(9,3);
modo2=zeros(9,3);
modo1(1,:)=modofl(2,:);
modo1(2,:)=modofl(3,:);
modo1(4,:)=modofl(5,:);
modo1(5,:)=modofl(6,:);
modo1(6,:)=modofl(8,:);
modo1(7,:)=modofl(9,:);
modo1(8,:)=modofl(11,:);
modo1(9,:)=modofl(12,:);
A=zeros(4,3);
B=zeros(4,3);
v=[1 4 7 10];
for i=1:4
    A(i,:)=modofl(v(i),:);
    B(i,:)=modotr(v(i),:);
end
modo1(3,:)=median(A);

modo2(1,:)=modotr(2,:);
modo2(2,:)=modotr(3,:);
modo2(4,:)=modotr(5,:);
modo2(5,:)=modotr(6,:);
modo2(6,:)=modotr(8,:);
modo2(7,:)=modotr(9,:);
modo2(8,:)=modotr(11,:);
modo2(9,:)=modotr(12,:);
modo2(3,:)=median(B);

%Carga el modo2 experimental estimado
load('modo2matlab.mat')

msexp=zeros(27,2);
for j=1:9
    for i=1:3
        msexp(i+(j-1)*3,1)=modo1(j,i); %mismas dimensiones que la numerica
(27,2) modificar
        msexp(i+(j-1)*3,2)=modo2(j,i);
    end
end

%Diferentes gráficas de los modos de vibración experimental y numérico

s=load('msnum6.lis');
modoansys1=zeros(9,3);

```

```

modoansys2=zeros(9,3);

modoansys1=s(1:9,:);
modoansys2=s(10:18,:);
modoansys1=40*modoansys1;
modoansys2=40*modoansys2;

posicion=zeros(48,3);           %matriz para las coordenadas de los 48 puntos (8
por planta * 6 plantas)
z=[0.7 1.2 2.85 5.84 8.7 10.94];
for i=1:6
posicion(1+8*(i-1),:)=[-1.45 -1.45 z(i)];
posicion(2+8*(i-1),:)= [0 -1.45 z(i)];
posicion(3+8*(i-1),:)= [1.45 -1.45 z(i)];
posicion(4+8*(i-1),:)= [-1.45 0 z(i)];
posicion(5+8*(i-1),:)= [1.45 0 z(i)];
posicion(6+8*(i-1),:)= [-1.45 1.45 z(i)];
posicion(7+8*(i-1),:)= [0 1.45 z(i)];
posicion(8+8*(i-1),:)= [1.45 1.45 z(i)];
end

modolcom=zeros(48,3);
modo2com=zeros(48,3);

%ecuaciones de ligadura del modo 1
v=[23 45 41 2 43 39 46 11 26];
for i=1:9
    modolcom(v(i),:)=modo1(i,:);
    modo2com(v(i),:)=modo2(i,:);
end
figure(1);
plotea(modolcom,modo2com,z,posicion,1); %Plotea el experimental (rojo)

%Dibujar ansys%
for i=1:9
    modolcom(v(i),:)=modoansys1(i,:);
    modo2com(v(i),:)=modoansys2(i,:);
end
figure(1);
plotea(modolcom,modo2com,z,posicion,2); %Plotea el experimental (azul)

```

Función plotea

Tiene las ecuaciones de ligadura y dibuja las gráficas de los modos experimentales y numéricos

```

function plotea(modolcom,modo2com,z,posicion,color)

if color==1 %PARA LAS DEFORMADAS COMPLETAS QUITAR LA O del r y b
    color='r';
else
    color='b';
end

```



```

v=[2 11 23 26 39];
for i=1:5
    for j=1:8
        if v(i)~= (i-1)*8+j
            modolcom((i-1)*8+j, :)=modolcom(v(i), :);
        end
    end
end

for n=1:3
    modolcom(42, n)=
    0.274*modolcom(41, n)+0.274*modolcom(43, n)+0.201*modolcom(46, n)+0.25*modolcom(
    45, n);
    modolcom(44, n)=
    0.279*modolcom(41, n)+0.279*modolcom(46, n)+0.226*modolcom(45, n)+0.214*modolcom(
    43, n);
    modolcom(47, n)=
    0.225*modolcom(41, n)+0.225*modolcom(43, n)+0.285*modolcom(46, n)+0.265*modolcom(
    45, n);
    modolcom(48, n)=
    0.213*modolcom(41, n)+0.248*modolcom(43, n)+0.248*modolcom(46, n)+0.29*modolcom(
    45, n);
end

%ecuaciones de ligadura para el modo2

%verticales, todas muy pequeñas, aunque se han calculado
v=[2 11 23 26 39];
for j=0:4
    for i=1:8
        modo2com(i+8*j, 3)=modo2com(v(j+1), 3);
    end
end

b=0;
v=[41 43 46 45];
u=[42 44 47 48];
for i=1:4
    A(i)=modo2com(v(i), 3);
    b=b+A(i);
end

for i=1:4
    modo2com(u(i), 3)=b/4;
end

%Planta superior 6
modo2com(44, 2)=0.5*modo2com(46, 2)+0.5*modo2com(41, 2);
modo2com(48, 2)=1*modo2com(41, 1);
modo2com(44, 1)=0.5*modo2com(46, 1)+0.5*modo2com(41, 1);
modo2com(42, 1)=0.5*modo2com(41, 1)+0.5*modo2com(43, 1);
modo2com(42, 2)=0.5*modo2com(41, 2)+0.5*modo2com(43, 2);
modo2com(48, 1)=modo2com(41, 2);
modo2com(47, 1)=0.5*modo2com(46, 1)+0.5*modo2com(48, 1);

%verticales con un unico acelerometro
u=[1 4 5 6 8];
for n=1:5

```

```

for i=0:5
    for j=1:2
        modo2com(u(n)+i*8,j)=z(i+1)*modo2com(40+u(n),j)/z(6);
    end
end
end

%relacion por vertical de acelerómetros para posterior promedio
%vertical bajo 42
u=[10 18 34 42];
for i=1:4
    for n=1:2
        modo2com(u(i),n)=posicion(u(i),3)*modo2com(26,n)/posicion(26,3);
    end
end

%vertical bajo 43
u=[3 19 27 35];
v=[11 43];
for i=1:4
    for n=1:2
        a3(i,n)=posicion(u(i),3)*modo2com(v(1),n)/posicion(v(1),3);
        a4(i,n)=posicion(u(i),3)*modo2com(v(2),n)/posicion(v(2),3);
    end
end

%asignación de valores promedio a la vertical bajo 43
for i=1:2
    modo2com(3,i)=0.833*a3(1,i)+0.167*a4(1,i);
    modo2com(19,i)=0.75*a3(2,i)+0.25*a4(2,i);
    modo2com(27,i)=0.5*a3(3,i)+0.5*a4(3,i);
    modo2com(35,i)=0.25*a3(4,i)+0.75*a4(4,i);
end

%vertical bajo 47
u=[7 15 31 47];
v=[23 39];
for i=1:4
    for n=1:2
        a5(i,n)=posicion(u(i),3)*modo2com(v(1),n)/posicion(v(1),3);
        a6(i,n)=posicion(u(i),3)*modo2com(v(2),n)/posicion(v(2),3);
    end
end

%asignación de valores promedio a la vertical bajo 47
for i=1:2
    modo2com(7,i)=0.667*a5(1,i)+0.333*a6(1,i);
    modo2com(15,i)=0.75*a5(2,i)+0.25*a6(2,i);
    modo2com(31,i)=0.5*a5(3,i)+0.5*a6(3,i);
    modo2com(47,i)=0.25*a5(3,i)+0.75*a6(3,i);
end

posicionmod1=posicion+2*modo1com;
posicionmod2=posicion+2*modo2com;

%GRÁFICAS

%Indeformada

```

```

u=[2,11,23,26,39,46,41,43,45,46];
v1=zeros(3);
v2=zeros(3);

```

```

%DEFORMADA COMPLETA

```

```

%linea del Alminar indeformado

```

```

if color=='r'
    for i=1:8
        v1=posicion(i,:);
        v2=posicion(40+i,:);
        va=[v1;v2];
        figure(1);
        plot3(va(:,1),va(:,2),va(:,3),'--k')
        hold on
    end
    for i=0:5
        v1=posicion(1+8*i,:);
        hold on
        v2=posicion(3+8*i,:);
        v3=posicion(6+8*i,:);
        v4=posicion(8+8*i,:);
        va=[v1;v2];
        vb=[v1;v3];
        vc=[v2;v4];
        vd=[v3;v4];
        figure(1);
        plot3(va(:,1),va(:,2),va(:,3),'--k')
        plot3(vb(:,1),vb(:,2),vb(:,3),'--k')
        plot3(vc(:,1),vc(:,2),vc(:,3),'--k')
        plot3(vd(:,1),vd(:,2),vd(:,3),'--k')
    end
end
end

```

```

for i=0:5
    v5=posicionmod1(1+8*i,:);           %modificar posicionmod2 a 1
    dependiendo de que modo se quiera dibujar
    v6=posicionmod1(2+8*i,:);
    v7=posicionmod1(3+8*i,:);
    v8=posicionmod1(4+8*i,:);
    v9=posicionmod1(5+8*i,:);
    v10=posicionmod1(6+8*i,:);
    v11=posicionmod1(7+8*i,:);
    v12=posicionmod1(8+8*i,:);
    ve=[v5;v6];
    vf=[v6;v7];
    vg=[v7;v9];
    vh=[v9;v12];
    vi=[v12;v11];
    vj=[v11;v10];
    vk=[v10;v8];
    vl=[v8;v5];
    figure(1);
    plot3(ve(:,1),ve(:,2),ve(:,3),color)
    plot3(vf(:,1),vf(:,2),vf(:,3),color)
    plot3(vg(:,1),vg(:,2),vg(:,3),color)
    plot3(vh(:,1),vh(:,2),vh(:,3),color)

```

```

plot3(vi(:,1),vi(:,2),vi(:,3),color)
plot3(vj(:,1),vj(:,2),vj(:,3),color)
plot3(vk(:,1),vk(:,2),vk(:,3),color)
plot3(vl(:,1),vl(:,2),vl(:,3),color)
end

%verticales deformada
for j=0:5
    for i=1:8
        if 8*j+8+i<=48
            v1=posicionmod1(8*j+i,:);
            v2=posicionmod1(8*j+8+i,:);
            va=[v1;v2];
            plot3(va(:,1),va(:,2),va(:,3),color)
            hold on
        end
    end
end
end
end

```

Cálculo del MAC

```

load 'msnum6.lis'

msnum=zeros(27,2);

for j=1:9
    for i=1:3
        msnum(i+(j-1)*3,1)=msnum6(j,i);
        msnum(i+(j-1)*3,2)=msnum6(j+9,i);
    end
end

%msnum es una matriz donde cada columna es un modo
%msexp es una matriz donde cada columna es un modo

z=zeros(size(msnum,2));
for imode=1:size(msnum,2)
    for jmode=1:size(msexp,2)
        z(imode,jmode) =
abs(msnum(:,imode)'*msexp(:,jmode))/(norm(msnum(:,imode))*norm(msexp(:,jmode)
));
    end
end
end

```

BIBLIOGRAFÍA

- [1] P. Galvín y J. Domínguez, *Dynamic analysis of a cable-stayed dech steel arch bridge.*,» *Journal os Constructional Steel Research*, nº 63, 2007.
- [2] B. G. Kemp, C.E. Ventura y D.L. Anderson, *Ambient vibration measurement of ruskin dam for seismic assessment*, *Proceedings of 7th Canadian conference on earthquake engineering*. 1995. pag.641-8.
- [3] J.L. Jensen, *System identification of offshore platforms*, *Ph.D. thesis*. Denmark: Aalborg University, 1990.
- [4] A.M. Abdel-Ghaffer, R.H. Scalan, *Changes of modal properties of a stadia structure occupied by a crowd*, *Proceedings of international modal analysis XXII*, 2004.
- [5] F. Aras, L.Krstevska, G.Altay, L.Tashkov, *Experimental and numerical modal analyses of a historical masonry palace*, *Construction and Building Materials*, vol. 25, 2011.
- [6] L.F.Ramos, G. De Roeck, P.B. Lourenço, A.Campos-Costa, *Damage identification on arched masonry structures using ambient and random impact vibrations*, *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 32, 2010.
- [7] E. Reynders, *System identification methods for (operational) modal analysis: review and comparison*, *Archives of Computational Methods in Engineering*, vol. 19(1), pg. 51-214, 2012.
- [8] Mehdi Batel, Brüel. & Kjaer, «*Operational Modal Analysis - Another Way of Doing Modal Testing.*,» *Bound and vibration*. , Agosto 2002.
- [9] R.M.Lin, *Identification of modal parameters of unmeasured modes using multiple FRF modal analysis method*, *Mechanical Systems and Signal Processing* , nº 25, (2011).
- [10] L.F. Ramos, L. Marques, P.B. Lourenço, G. De Roeck, A. Campos-Costa, J. Roque, «*Monitoring historical masonry structures with operational modal analysis: Two case studies*,» *Mechanical Systems and Signal Processing*, nº 24, 2010.
- [11] M. Paz, *Dinámica estructural: teoría y cálculo*, Barcelona: Reverté, 1992.
- [12] A. Evans, «*Registro general*,» nº 2424, 19 de julio del 2001.
- [13] Grupo Arca, *Guía artística de la Provincia de Córdoba*.
- [14] Diario ABC, Ayuntamiento de Córdoba, *Córdoba Ayer y Hoy*.
- [15] Caja Provincial de Ahorros de Córdoba, *Córdoba Capital, Córdoba*, 1993.

- [16] F. Hernández, *Anales de la comisión de monumentos, Alminar de San Juan Córdoba*, pg. 28-32, 1927-28.
- [17] F. Osorio García, P. Marfil Ruiz, *Ficha diagnostico, Torre de San Juan de los Caballeros*, Expediente A01.004CA.14CO.
- [18] Feng MQ, Kim JM, Xue H. *Identification of a dynamic system using ambient vibration measurements*. Journal of Applied Mechanics 1998; 65:1010-21
- [19] A. Tejada, «*Análisis Dinámico de estructuras en el dominio de la frecuencia. Trabajo de Investigación Tutelado,*» Madrid, Junio de 2011.
- [20] Brüel. & Kjaer, *How to determine the modal parameters of simple structures, application notes, World Headquarters*
- [21] Allemang, R.J., Brown, D. L, *A Correlation Coefficient for Modal Vector Analysis, Proceedings, International Modal Analysis Conference pp. 110-116, 1982*
- [22] S. Huerta. *Arcos, bóvedas y cúpulas, geometría y equilibrio en el cálculo tradicional de estructuras de fábrica*. pg. 24
- [23] <http://www.matlab.com>
- [24] <http://www.ansys.com>
- [25] Felber AJ. *Development of a hybrid bridge evaluation system*. Ph. D. thesis. Canada: University of British Columbia; 1993
- [26] <http://www.sigmetric.com>
- [27] Bendat JS, Piersol AG. *Engineering applications of correlation and spectral analysis*. Wiley & Sons; 1980
- [28] R.Velázquez. *Estudio del comportamiento dinámico del alminar de San Juan: evaluación experimental de los parámetros modales*. Trabajo fin de grado tutelado. pp.44