

Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Aeroespacial

Optimización de trayectorias de avión sujetas a
incertidumbre meteorológica y costes de navegación

Autor: Miguel Sillero Navajas

Tutor: Antonio Franco Espín

Dep. de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2017



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Aeroespacial

Optimización de trayectorias de avión sujetas a incertidumbre meteorológica y costes de navegación

Autor:

Miguel Sillero Navajas

Tutor:

Antonio Franco Espín

Profesor Ayudante Doctor

Dep. de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2017

Trabajo Fin de Grado: Optimización de trayectorias de avión sujetas a incertidumbre meteorológica y costes de navegación

Autor: Miguel Sillero Navajas

Tutor: Antonio Franco Espín

El tribunal nombrado para juzgar el Trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2017

El Secretario del Tribunal

A mis profesores y compañeros

A mis amigos

A mi familia

Agradecimientos

Son numerosas las personas a las que podría nombrar por haberme ayudado a lo largo de estos cinco años y haber contribuido a que logre este sueño, el de ser Graduado en Ingeniería Aeroespacial. Son muchos los que han estado a mi lado en los momentos buenos, pero sobre todo en los malos, confiando en mí y dándome su apoyo cuando más lo necesitaba. No voy a negar que han sido años duros, de mucho esfuerzo y sacrificio, de privarse de muchas cosas propias de esta etapa de la vida, pero el calor y el cariño que he recibido han hecho este arduo camino más llevadero y, en muchas ocasiones, lo han llenado de felicidad.

En primer lugar, dar las gracias a mis compañeros de clase por ayudarme a nivel académico y facilitarme la posibilidad de avanzar cuando la labor estudiantil más dura se hacía. Muchos de sus consejos también me han ayudado en lo personal. Posteriormente, agradecer a mis amigos todo el apoyo brindado durante estos años y su capacidad para sacarme una sonrisa en los momentos más complicados, pues me daban la fuerza para seguir luchando.

Destacar especialmente el apoyo de mi familia, que ha estado incondicionalmente a mi lado y me ha inculcado desde pequeño los valores del esfuerzo, la exigencia y la constancia, claves para conseguir cualquier objetivo en la vida.

Por último, agradecer la labor de los profesores que me han formado como ingeniero durante estos años y en especial dar las gracias a Antonio Franco, mi tutor en este Trabajo Fin de Grado, por su dedicación y paciencia conmigo.

Este trabajo está centrado en la optimización de trayectorias de avión. La optimización de trayectorias de avión es un área de estudio con una casuística muy variada, que dota al problema de una gran complejidad. La variable que se optimiza en el estudio que se desarrolla en este documento es el coste de vuelo, puesto que en la práctica las aerolíneas buscan tener el máximo beneficio económico.

Con objeto de estudiar la optimización de trayectorias, se desarrolla una herramienta informática que permite obtener la ruta óptima. Se evalúan una serie de casos de estudio cuya complejidad es relativamente baja, haciendo uso de modelos sencillos para definir el problema. Estos modelos permiten obtener resultados que como primera aproximación pueden ser de mucha utilidad, especialmente a nivel cualitativo.

Los dos factores (entre varios posibles) que se tienen en cuenta a la hora de estudiar las rutas óptimas son la incertidumbre meteorológica, concretamente el efecto del viento, y los costes de navegación. Estos provocan que la ruta óptima siga caminos diferentes con respecto a los casos en donde dichos efectos no aparecen. Así pues, la trayectoria óptima es sensible a estos efectos y su inclusión en el trabajo dota al mismo de un mayor grado de realismo.

Para poner en práctica lo comentado y obtener resultados con ayuda de la herramienta desarrollada, se estudia el vuelo de crucero de coste mínimo entre el Aeropuerto Internacional Logan de Boston y el Aeropuerto de Dublín, en ambos sentidos. En este trabajo la incertidumbre meteorológica se introduce gracias a los datos de las predicciones meteorológicas que proporciona el European Centre for Medium-Range Weather Forecasts (ECMWF). El ECMWF suministra datos de viento para 51 posibles escenarios meteorológicos (predicción por ensembles), cada uno de los cuales se tiene en cuenta a la hora de optimizar la ruta.

Por otro lado, los costes de navegación se analizan en base a un modelo donde se definen las diferentes regiones del espacio aéreo, teniendo cada una de ellas un coste asociado. Existen regiones de tarifa plana (fija) y regiones donde el coste es función de la distancia recorrida. La relevancia de dichas regiones se desgana en el documento.

Agradecimientos	vii
Resumen	ix
Índice	xi
Índice de Tablas	xiii
Índice de Figuras	xv
1 Introducción	1
1.1 Motivación	1
1.2 Objetivo	1
1.3 Estructura del documento	2
2 Optimización de trayectorias	3
2.1 Incertidumbre meteorológica	3
2.2 Trayectoria seguida por la aeronave	4
2.3 Cálculo del tiempo de vuelo	5
2.4 Cálculo del combustible consumido	9
2.5 Cálculo de los costes de navegación	11
2.6 Cálculo de los costes de vuelo	13
3 Método de resolución	15
4 Particularización del estudio	17
4.1 Costes de navegación	20
4.2 Costes totales	23
5 Resultados	25
5.1 Caso de estudio sin incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación	25
5.2 Caso de estudio sin incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	26
5.3 Caso de estudio con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación	29
5.4 Caso de estudio con incertidumbre meteorológica y costes de navegación	33
5.5 Resultados para una ruta diferente	36
5.6 Evolución de las variables de interés con respecto a la distancia recorrida	38
5.6.1 Ruta Boston-Dublín	38
5.6.2 Ruta Dublín-Boston	42
5.7 Comparación de los costes de vuelo óptimos en cada caso de estudio con los que se obtienen para la ruta de mínima distancia	46
5.8 Sensibilidad de la trayectoria óptima a la variación de los costes de navegación	48
5.8.1 Ruta Boston-Dublín	49
5.8.2 Ruta Dublín-Boston	50
6 Conclusiones y futuras mejoras	53
6.1 Futuras mejoras	53
Bibliografía	55

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 4-1: Coordenadas geográficas de los puntos origen y destino	17
Tabla 4-2: Características de la aeronave	17
Tabla 4-3: Valor del consumo específico y de los coeficientes que lo definen (2.19)	17
Tabla 4-4: Características del vuelo de crucero	18
Tabla 4-5: Otras variables del estudio realizado	18
Tabla 4-6: Costes de navegación $\left(\frac{\text{€}}{\text{km}}\right)$ de las regiones no planas	22
Tabla 4-7: Costes de navegación de las regiones de tarifa plana	22
Tabla 4-8: Coeficientes que determinan los costes totales	23
Tabla 5-1: Puntos de paso para el caso sin incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación	25
Tabla 5-2: Variables de interés para el caso sin incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación	25
Tabla 5-3: Desglose de costes para el caso sin incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación	25
Tabla 5-4: Puntos de paso para el caso sin incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	27
Tabla 5-5: Variables de interés para el caso sin incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	27
Tabla 5-6: Desglose de costes para el caso sin incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	27
Tabla 5-7: Ruta BOS-DUB para el caso con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación	29
Tabla 5-8: Ruta DUB-BOS para el caso con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación	30
Tabla 5-9: Variables de interés para la ruta BOS-DUB en el caso con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación	30
Tabla 5-10: Variables de interés para la ruta DUB-BOS en el caso con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación	30
Tabla 5-11: Desglose de costes para la ruta BOS-DUB en el caso con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación	30
Tabla 5-12: Desglose de costes para la ruta DUB-BOS en el caso con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación	31
Tabla 5-13: Ruta BOS-DUB para el caso con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	33
Tabla 5-14: Ruta DUB-BOS para el caso con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	33
Tabla 5-15: Variables de interés para la ruta BOS-DUB en el caso con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	33
Tabla 5-16: Variables de interés para la ruta DUB-BOS en el caso con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	34
Tabla 5-17: Desglose de costes para la ruta BOS-DUB en el caso con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	34
Tabla 5-18: Desglose de costes para la ruta DUB-BOS en el caso con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	34
Tabla 5-19: Coordenadas geográficas de LIS	36
Tabla 5-20: Ruta BOS-LIS para el caso con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	37

Tabla 5-21: Ruta LIS-BOS para el caso con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	37
Tabla 5-22: Puntos de paso de la ruta DUB-BOS de mayor distancia (considerando los 51 escenarios) con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	43
Tabla 5-23: Puntos de paso de la ruta DUB-BOS de menor distancia (considerando los 51 escenarios) con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	43
Tabla 5-24: Comparación entre los costes de vuelo sin incertidumbre meteorológica y con costes de navegación y los que se obtienen para la ruta de mínima distancia en tal caso de estudio	47
Tabla 5-25: Comparación entre los costes de vuelo con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación y los que se obtienen para la ruta de mínima distancia en tal caso de estudio en el vuelo BOS-DUB	47
Tabla 5-26: Comparación entre los costes de vuelo con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación y los que se obtienen para la ruta de mínima distancia en tal caso de estudio en el vuelo DUB-BOS	47
Tabla 5-27: Comparación entre los costes de vuelo con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación y los que se obtienen para la ruta de mínima distancia en tal caso de estudio en el vuelo BOS-DUB	48
Tabla 5-28: Comparación entre los costes de vuelo con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación y los que se obtienen para la ruta de mínima distancia en tal caso de estudio en el vuelo DUB-BOS	48

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1: Efecto del viento sobre la velocidad de la aeronave	7
Figura 2-2: Relación entre los vientos w_1 , w_c y los vientos w_E , w_N	7
Figura 4-1: Distribución media de viento	19
Figura 4-2: Posibles puntos de paso de la trayectoria	20
Figura 4-3: Regiones del espacio aéreo mundial	21
Figura 5-1: Trayectoria óptima sin incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación	26
Figura 5-2: Trayectoria óptima sin incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	28
Figura 5-3: Influencia de los costes de navegación en las trayectorias óptimas sin incertidumbre meteorológica	29
Figura 5-4: Trayectorias óptimas con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación	31
Figura 5-5: Influencia del viento en las trayectorias óptimas con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación	32
Figura 5-6: Trayectorias óptimas con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	35
Figura 5-7: Influencia de los costes de navegación en el trayecto entre BOS y DUB con incertidumbre meteorológica	36
Figura 5-8: Influencia de la incertidumbre meteorológica y los costes de navegación en los trayectos BOS-LIS y LIS-BOS	38
Figura 5-9: Tiempo de vuelo frente a la distancia recorrida para el trayecto BOS-DUB en el caso de estudio con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	39
Figura 5-10: Detalle de la Figura 5-9	39
Figura 5-11: Masa del avión frente a la distancia recorrida para el trayecto BOS-DUB en el caso de estudio con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	40
Figura 5-12: Detalle de la Figura 5-11	40
Figura 5-13: Costes de vuelo frente a la distancia recorrida para el trayecto BOS-DUB en el caso de estudio con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	41
Figura 5-14: Detalle de la Figura 5-13	41
Figura 5-15: Trayectorias óptimas DUB-BOS para cada uno de los 51 escenarios posibles con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	42
Figura 5-16: Tiempo de vuelo frente a la distancia recorrida para el trayecto DUB-BOS en el caso de estudio con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	43
Figura 5-17: Detalle de la Figura 5-16	44
Figura 5-18: Masa del avión frente a la distancia recorrida para el trayecto DUB-BOS en el caso de estudio con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	44
Figura 5-19: Detalle de la Figura 5-18	45
Figura 5-20: Costes de vuelo frente a la distancia recorrida para el trayecto DUB-BOS en el caso de estudio con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación	45
Figura 5-21: Detalle de la Figura 5-20	46
Figura 5-22: Sensibilidad de la trayectoria óptima al incremento de los costes de navegación para la	

configuración intermedia en la ruta BOS-DUB

49

Figura 5-23: Sensibilidad de la trayectoria óptima al incremento de los costes de navegación para la configuración intermedia en la ruta DUB-BOS

50

Figura 5-24: Sensibilidad de la trayectoria óptima al incremento de los costes de navegación en la ruta DUB-BOS

51

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Motivación

La optimización de trayectorias es un ámbito de trabajo cuya finalidad es conseguir que la trayectoria de una aeronave a lo largo de una ruta concreta maximice o minimice un parámetro determinado en función de unos intereses específicos. Estos intereses pueden buscar bien objetivos tales como maximizar el alcance o la autonomía de la trayectoria seguida por la aeronave, u otros objetivos como minimizar el tiempo de vuelo, el combustible consumido o los costes operativos.

Las aerolíneas, como es lógico, buscan dar un servicio a sus clientes con los menores costes operativos posibles, para así maximizar sus beneficios. Así pues, en este trabajo se lleva a cabo un estudio con el fin de minimizar los costes de vuelo para una ruta definida entre dos puntos geográficos concretos. Las variables que entran en juego a la hora de definir dichos costes son diversas. El análisis posterior se centra en los costes asociados al tiempo de vuelo, a la masa de combustible consumida y a los costes de navegación.

La trayectoria trazada por una aeronave para cubrir una ruta específica no es siempre la misma, pues se ve afectada por motivos tales como la incertidumbre meteorológica o la densidad de tráfico en el espacio aéreo. La incertidumbre meteorológica es tenida en cuenta en este trabajo, pues permite que el estudio goce de un mayor nivel de realismo, ya que en la práctica no se dan condiciones de atmósfera en calma. Los datos meteorológicos se obtienen en base a estudios (con diversos métodos numéricos) que varios organismos mundiales llevan a cabo. En este trabajo se toman únicamente los datos relativos al viento.

1.2 Objetivo

El objetivo de este trabajo es desarrollar una herramienta que minimice los costes operativos de un vuelo entre dos puntos geográficos predeterminados, teniendo en cuenta la incertidumbre meteorológica y los costes asociados a sobrevolar el espacio aéreo mundial. Se consideran varios casos de estudio que permiten analizar ampliamente los efectos de las diversas condiciones a las que se ve sometida una aeronave al trazar una ruta. Es preciso indicar que la trayectoria objeto de estudio es un crucero a altitud y velocidad aerodinámica constante, valores ambos conocidos. Una vez obtenida la trayectoria que minimiza los costes, se obtienen los valores de las variables de interés de este estudio, tales como el tiempo de vuelo o el combustible consumido.

En este trabajo la optimización del coste de las trayectorias de vuelo se lleva a cabo siguiendo un estudio de las trayectorias basadas en waypoints. En el espacio aéreo que se encuentra entre los puntos origen y destino se establece una malla con divisiones en longitud y latitud. Los vértices de esta malla conforman los posibles puntos de paso de la aeronave a lo largo de su trayectoria. El camino que une dos puntos de esta malla sigue una ruta loxodrómica. Así pues, existirá un número finito de trayectorias que puede trazar la aeronave, siempre siguiendo tramos loxodrómicos que pasan por unos puntos geográficos concretos. Para conseguir la optimización deseada se emplea un algoritmo que permite determinar en un grafo el camino de coste mínimo entre sus vértices. Dicho algoritmo es conocido como Algoritmo de Dijkstra o algoritmo de caminos mínimos.

1.3 Estructura del documento

El documento se divide en seis capítulos con el fin de ordenar la información y hacerla más fácil de entender para el lector. En este capítulo se exponen la motivación y el objetivo de este trabajo.

En el capítulo 2 se explica qué es la incertidumbre meteorológica y cómo afecta a este problema, se describe cómo va a ser la trayectoria seguida y, posteriormente, se detallan los cálculos que definen las variables de interés del problema, donde el interés especial recae en la definición de los costes totales, ya que es la variable que se pretende optimizar.

En el capítulo 3 se expone el algoritmo empleado con el fin de optimizar las trayectorias. Este algoritmo es el Algoritmo de Dijkstra.

En el capítulo 4 se definen las variables propias de nuestro problema, como por ejemplo, las coordenadas geográficas de los puntos origen y destino, la altura de vuelo, el peso de la aeronave, algunos coeficientes, etc.

En el capítulo 5 se muestran los resultados para los diferentes casos de estudio evaluados y se proporciona una explicación cualitativa de los mismos que ayuda a entenderlos. Además, se exponen los resultados para una ruta de vuelo distinta a la principal, se estudia la evolución de las variables de interés con el tiempo, se lleva a cabo una comparación de costes con una ruta determinada y, por último, se evalúa la sensibilidad de la trayectoria a variaciones en los costes de navegación.

Finalmente, en el capítulo 6 se recogen las conclusiones del estudio realizado y se exponen una serie de posibles mejoras futuras.

2 OPTIMIZACIÓN DE TRAYECTORIAS

En el trabajo que se desarrolla en este documento se busca la ruta que minimiza los costes de una trayectoria entre dos puntos fijados de antemano, siendo las variables de interés el tiempo de vuelo, el combustible consumido y los costes de navegación asociados a sobrevolar las distintas regiones del espacio aéreo mundial.

Otras variables tales como el peso inicial y la superficie de la aeronave o los coeficientes que bareman algunas variables de interés son datos conocidos. No se hace un análisis de la trayectoria completa, estudiándose únicamente la fase de crucero que es la más importante pues conlleva la mayor parte del tiempo que se encuentra la aeronave trazando la ruta. Otras fases como la de despegue o aterrizaje no se tienen en cuenta a la hora de examinar los costes. El crucero se lleva a cabo a altitud y velocidad de vuelo constantes, siendo ambas variables conocidas inicialmente. Así pues, se puede concluir que el estudio analiza la trayectoria de una aeronave entre dos puntos en su perfil horizontal.

2.1 Incertidumbre meteorológica

Con el objetivo de dotar del mayor realismo posible a este estudio, se tiene en cuenta el factor meteorológico y las consecuencias que dicho factor provoca. Concretamente, se tiene en cuenta la influencia del viento sobre la trayectoria trazada por la aeronave. Para tener en cuenta el efecto del viento no se hace uso de un modelo teórico, el cual puede presentar diferencias con respecto a una predicción real, si no que se hace uso de previsiones meteorológicas reales. Estas previsiones son obtenidas por diferentes organizaciones meteorológicas mundiales, las cuales utilizan el método Ensemble Prediction System (EPS). La información que se detalla a continuación puede encontrarse en [13].

Este método emplea un modelo numérico para llevar a cabo las predicciones meteorológicas. En lugar de hacer una única predicción del escenario meteorológico más probable, se realiza un conjunto (ensemble) de predicciones. Este conjunto tiene como finalidad dar información acerca de los posibles estados futuros de la atmósfera. Estas diversas simulaciones se llevan a cabo con la finalidad de tener en cuenta las dos fuentes habituales de incertidumbre en los estudios meteorológicos:

1. Los errores que se generan por el uso de condiciones iniciales imperfectas, los cuales se ven acrecentados por la naturaleza caótica de las ecuaciones que estudian la evolución de la atmósfera.
2. Los errores que se introducen a causa de las imperfecciones en la formulación del modelo, tales como las aproximaciones matemáticas para resolver las ecuaciones.

El estado futuro de la atmósfera debería encontrarse dentro del abanico de escenarios meteorológicos que surge como resultado de emplear este método. La cantidad necesaria de escenarios está relacionada con la incertidumbre (error) de las predicciones. Reseñar que este método no es únicamente válido para el ámbito de la meteorología, si no que puede ser utilizado para analizar cualquier tipo de sistema dinámico.

Las organizaciones meteorológicas mundiales más conocidas que llevan a cabo este tipo de simulaciones (ensembles) para conocer la evolución del estado de la atmósfera son:

- National Centers for Environmental Prediction (NCEP of the US)
- European Centre for Medium-Range Weather Forecasts (ECMWF)
- United Kingdom Met Office
- Météo-France
- Environment Canada
- Japan Meteorological Agency
- Bureau of Meteorology (Australia)
- China Meteorological Administration (CMA)
- Korea Meteorological Administration
- CPTEC (Brazil)

La predicción que se usa en este trabajo ha sido obtenida gracias al European Centre for Medium-Range Weather Forecasts (ECMWF). El ECMWF es una organización intergubernamental independiente a la que pertenecen la mayoría de las naciones europeas [14]. El modelo que usa esta organización se conoce como Integrated Forecast System (en español, Sistema de Predicción Integrado). Este es un modelo global que se ejecuta cada 12 horas (00 y 12 UTC). Su horizonte de pronóstico es de hasta diez días ofreciendo información de salida cada 6 horas (00, 06, 12 y 18 UTC) y con una resolución horizontal de 16 km y 137 niveles verticales (desde la superficie hasta alcanzar una presión de 0,01 hPa) [15].

Además del modelo principal, el IFS es también la base de un sistema de predicción por conjuntos (ensemble) con menor resolución espacial (resolución horizontal de 32 km y 91 niveles verticales) formado por 51 miembros [15]. En el trabajo que se desarrolla en este documento se hace uso de este ensemble de 51 miembros.

La predicción meteorológica conseguida gracias al ECMWF permite obtener un mallado lo bastante fino en longitud y latitud del viento tanto en su componente norte como en su componente este. Con estos datos se pueden resolver las ecuaciones del problema que se plantean más tarde. La malla donde se definen los datos de viento se considera contenida en el plano horizontal en el que la aeronave desarrolla su trayectoria (vuelo de crucero).

2.2 Trayectoria seguida por la aeronave

La trayectoria seguida por la aeronave está sujeta en este trabajo a ciertas restricciones que facilitan la evaluación de la misma, pues la optimización de trayectorias es un campo de estudio amplio en el que la complejidad puede ser muy alta. Como se ha señalado anteriormente, esta sigue un crucero a altitud y velocidad constante, lo cual elimina la dificultad de tener que tratar estas variables como variables dinámicas con cambios cada cierto período de tiempo.

Otra restricción consiste en que la aeronave no puede volar libremente por cualquier punto del perfil horizontal (altitud predeterminada) en el que se realiza el crucero, si no que la ruta está condicionada a pasar por unos puntos de paso concretos. Dichos puntos de paso están definidos en una malla bidimensional con divisiones tanto en longitud como en latitud. Las divisiones son de 10° en longitud y de 1° en latitud.

Además, las posibles conexiones entre los diferentes puntos de paso siguen un patrón predeterminado y no se hacen de manera libre. Existen limitaciones en longitud, mientras que en latitud no hay ningún tipo de

acotación. Cada punto de paso sólo puede enlazarse con aquellos puntos de paso que se encuentren a lo largo de su misma longitud, con los que se encuentren a lo largo de la longitud previa (es decir, una longitud 10° menor) y con los que se encuentren a lo largo de la longitud posterior (es decir, una longitud 10° mayor). Es preciso indicar que los puntos origen y destino no siguen este patrón. El punto origen se enlazará exclusivamente con los puntos que se encuentran a lo largo de la longitud inmediatamente superior dentro de la malla que define los puntos de paso, mientras que el punto destino se enlazará únicamente con los puntos que se encuentran a lo largo de la longitud inmediatamente inferior dentro de la malla ya mencionada.

Por otro lado, la aeronave no recorre el tramo que une dos puntos de la malla siguiendo cualquier tipo de ruta, si no que sigue una ruta loxodrómica. Este tipo de ruta tiene la particularidad de que los tramos se recorren a rumbo constante. La proyección de Mercator de un tramo recorrido siguiendo una ruta loxodrómica es una línea recta.

2.3 Cálculo del tiempo de vuelo

Una de las variables de interés de este estudio es el tiempo de vuelo que tarda la aeronave en recorrer una ruta determinada. El cálculo de dicho tiempo de vuelo se explica en este apartado. Puesto que la ruta se recorre siguiendo tramos loxodrómicos, es preciso definir cómo se calcula la distancia recorrida a lo largo de un tramo loxodrómico, para así poder conocer finalmente cuanto tiempo emplea nuestra aeronave en recorrer la ruta.

Como se ha indicado anteriormente, un tramo loxodrómico es aquel que se recorre a rumbo constante. Por lo tanto, se ha de definir inicialmente el rumbo χ que debe seguir la aeronave en un tramo que une un punto A de la malla con un punto B de la malla. Esta ecuación y las que se formulan posteriormente hasta la ecuación (2.6) pueden encontrarse en [8]:

$$\chi = \arctan \left(\frac{\lambda_B - \lambda_A}{\ln \left(\frac{\tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi_A}{2} \right)}{\tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi_B}{2} \right)} \right)} \right) \quad (2.1)$$

Siendo λ_A y ϕ_A la longitud y la latitud, respectivamente, del punto A, y λ_B y ϕ_B la longitud y la latitud, respectivamente, del punto B.

En el caso de que $|\lambda_B - \lambda_A| > \pi$, se cruza el meridiano 180° . Entonces, si $\lambda_B < 0$, la fórmula del curso se tiene que corregir a:

$$\chi = \arctan \left(\frac{\lambda_B + 2\pi - \lambda_A}{\ln \left(\frac{\tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi_A}{2} \right)}{\tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi_B}{2} \right)} \right)} \right) \quad (2.2)$$

y si $\lambda_B > 0$:

$$\chi = \arctan \left(\frac{\lambda_B + 2\pi - \lambda_A}{\ln \left(\frac{\tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi_A}{2} \right)}{\tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi_B}{2} \right)} \right)} \right) \quad (2.3)$$

Por último, siempre que el punto B esté al sur del punto A ($\phi_B < \phi_A$), hay que hacer una corrección al curso calculado con cualquiera de las expresiones previas. Dicha corrección, siendo χ' el rumbo corregido y χ el rumbo obtenido a partir de las fórmulas anteriores, es la siguiente:

$$\chi' = \pi + \chi \quad (2.4)$$

Una vez conocido el rumbo, se procede a calcular la distancia angular α .

$$\alpha = \frac{\phi_B - \phi_A}{\cos(\chi)} \quad (2.5)$$

Expresando la distancia angular α en radianes, se tiene que la distancia d se calcula con la siguiente expresión:

$$d = \alpha * (R_{\oplus} + h) \quad (2.6)$$

Donde R_{\oplus} es el radio de la Tierra y h es la altitud de vuelo de la aeronave.

Una vez que se obtiene la distancia d , se pasa a calcular el tiempo necesario para recorrer la misma. Se hace uso de la ecuación de la Mecánica del Vuelo que define la evolución de la distancia horizontal x con respecto al tiempo para el caso de un vuelo de crucero [7]:

$$\frac{dx}{dt} = V_g \quad (2.7)$$

V_g es la velocidad con respecto a tierra del avión. Puesto que se tiene en cuenta el efecto del viento en la evolución de la trayectoria, dicha velocidad no es igual a la velocidad aerodinámica V de la aeronave. La expresión de V_g considerando la influencia del viento es:

$$V_g = \sqrt{(V^2 - w_c^2)} + w_l \quad (2.8)$$

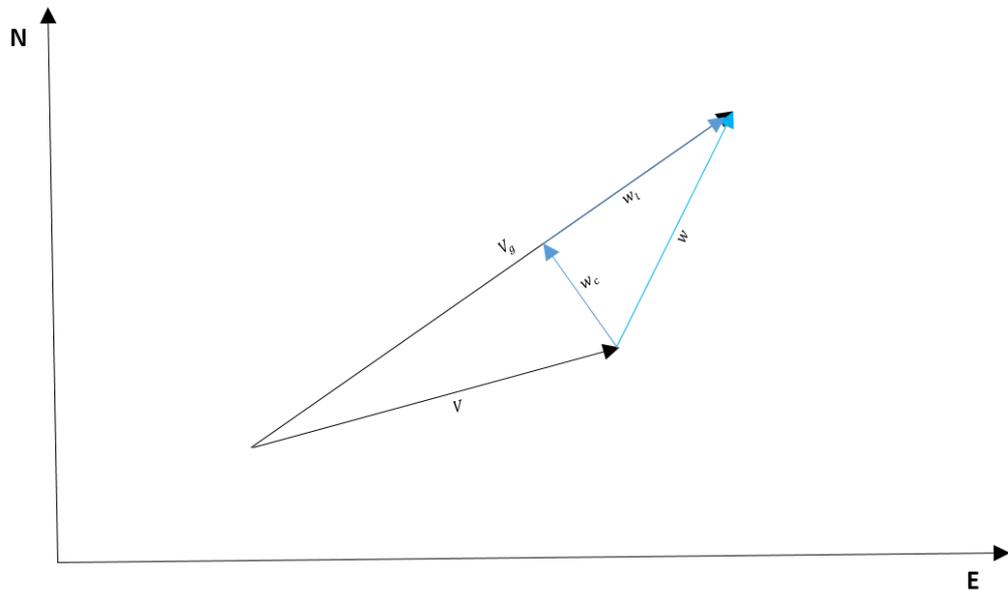


Figura 2-1: Efecto del viento sobre la velocidad de la aeronave

Se considera w el vector velocidad del viento respecto de tierra. Dicho vector se puede dividir en dos componentes: una componente longitudinal (w_l) que tiene la misma dirección que V_g y una componente cruzada (w_c) que es perpendicular a V_g .

Dado que la predicción meteorológica proporciona datos de la velocidad del viento en su componente este (w_E) y en su componente norte (w_N), es necesario expresar las variables w_l y w_c en función de las variables que se obtienen gracias a la predicción. Las fórmulas que definen esta relación son las siguientes:

$$w_l = w_E * \text{sen}(\chi) + w_N * \text{cos}(\chi) \quad (2.9)$$

$$w_c = -w_E * \text{cos}(\chi) + w_N * \text{sen}(\chi) \quad (2.10)$$

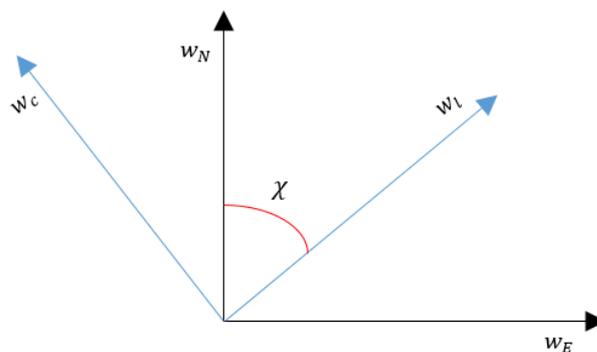


Figura 2-2: Relación entre los vientos w_l , w_c y los vientos w_E , w_N

Una vez que se halla cómo definir la velocidad V_g , se puede calcular el tiempo t necesario para recorrer un tramo loxodrómico. En base a la ecuación (2.7) se tiene que:

$$t = \int_{x_{ini}}^{x_{fin}} \frac{1}{V_g} dx \quad (2.11)$$

Siendo x_{ini} el punto inicial del tramo y x_{fin} el punto final del mismo.

Las variables w_E y w_N van a depender del punto del plano en el que se precise conocer su valor, dependiendo así la variable V_g de la coordenada x . Además, la expresión de V_g en función de x no se puede formular analíticamente, pues como se indicó anteriormente los datos de viento se obtienen de predicciones meteorológicas basadas en métodos numéricos donde los valores obtenidos no siguen ningún patrón concreto. Por consiguiente, para calcular el tiempo de vuelo es necesario integrar numéricamente la ecuación (2.11). La integración se lleva a cabo con ayuda del programa MATLAB mediante el uso de la función *quadgk*.

Puesto que los datos de viento son proporcionados en longitud y latitud, con el fin de poder integrar la ecuación (2.11) con respecto a x se deben establecer unas relaciones entre la distancia horizontal x y la latitud ϕ y la longitud λ . Se tiene que:

1. Existe una relación que permite hallar ϕ_B (punto final) en función de la distancia x , siempre que se conozcan ϕ_A (punto inicial) y el rumbo de la trayectoria (χ) [8].

$$\phi_B = \phi_A + \frac{x}{R_e} * \cos(\chi) \quad (2.12)$$

2. Una vez conocido ϕ_B , siempre que se conozca λ_A (punto inicial), se puede obtener el valor de λ_B (punto final) [8].

$$\lambda_B = \lambda_A + \tan(\chi) * \ln \left(\frac{\tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi_A}{2} \right)}{\tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi_B}{2} \right)} \right) \quad (2.13)$$

Si el rumbo es igual a 90° o 270° , o lo que es lo mismo $\phi_B = \phi_A$, la expresión anterior no tiene validez, pues se da que $\lambda_B = \lambda_A$ y esto no es cierto, ya que la aeronave va avanzando a lo largo de un paralelo y, por lo tanto, va modificando su longitud. Así pues, en este caso la longitud del punto B (λ_B) se calcula de la siguiente manera:

$$\lambda_B = \lambda_A + \frac{x}{d} * n, \quad \text{si } \chi = 90^\circ \quad (2.14)$$

$$\lambda_B = \lambda_A - \frac{x}{d} * n, \quad \text{si } \chi = 270^\circ \quad (2.15)$$

Siendo n igual a la división en longitud de nuestra malla, expresada en radianes y en valor absoluto. En este estudio el valor de n es: $10^\circ * \frac{2\pi}{360^\circ} = 0.1745$ radianes.

Es necesario indicar que los datos de viento que se obtienen de la predicción de ECMWF están referidos a unos puntos de latitud y longitud predeterminadas. Por tanto, para poder obtener los valores de w_E y w_N en cualquier posible latitud y longitud es necesario interpolar. La interpolación se lleva a cabo con ayuda del programa MATLAB a través del uso de la función *interp2*.

En conclusión, para un valor concreto de x se obtienen los valores de longitud λ y latitud ϕ asociados, pudiéndose así calcular en dicho punto (con ayuda de interpolación) los valores de w_E y w_N y, por consiguiente, el valor de V_g , lo cual permite integrar numéricamente la expresión (2.11) para obtener el tiempo de vuelo.

2.4 Cálculo del combustible consumido

Otra de las variables de interés de este estudio es el combustible consumido por la aeronave durante el recorrido de la trayectoria. Esta variable es dependiente del tiempo que tarda la aeronave en recorrer la ruta entre los puntos A y B. Por tanto, la variable t cuyo cálculo se detalla en el Apartado 2.3 aparece en la expresión que define la masa de combustible consumida por el avión a lo largo de un tramo loxodrómico.

Para hallar la fórmula que determina el combustible consumido se hace uso de las siguientes ecuaciones de la Mecánica del Vuelo para el caso de un vuelo de crucero [7]:

$$T = D \quad (2.16)$$

$$L = W = mg \quad (2.17)$$

Siendo T el empuje, D la resistencia, L la sustentación y W el peso de la aeronave. La variable m hace referencia a la masa total del avión y g es la gravedad terrestre.

El modelo empleado en este trabajo para definir la evolución de la masa del avión con respecto al tiempo se formula de la siguiente manera [7]:

$$\frac{dm}{dt} = -c_T T \quad (2.18)$$

Así pues, la variable c_T es el consumo específico de la aeronave, el cual determina la evolución temporal de la masa de esta. En este estudio el consumo específico es constante y el modelo que lo define es el siguiente [2]:

$$c_T = c_{f,cr} * c_{f_1} * \left(1 + \frac{V}{c_{f_2}}\right) \quad (2.19)$$

Las variables $c_{f,cr}$, c_{f_1} y c_{f_2} son constantes conocidas.

Por otro lado, se tiene que [7]:

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L \quad (2.20)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D \quad (2.21)$$

Siendo ρ la densidad a la altura de vuelo, S la superficie alar de la aeronave, C_L el coeficiente de sustentación y C_D el coeficiente de resistencia. En este estudio se emplea un modelo de polar parabólica de coeficientes constantes (C_{D_0} y C_{D_2}), por lo tanto, C_D queda definido de la siguiente forma [2]:

$$C_D = C_{D_0} + C_{D_2} * C_L^2 \quad (2.22)$$

Los valores de C_{D_0} y C_{D_2} son conocidos.

Una vez definidas las relaciones anteriores, se procede a desarrollar la expresión de la evolución de la masa del avión con respecto al tiempo:

$$\frac{dm}{dt} = -(A + B * m^2) \quad (2.23)$$

Se obtiene una expresión donde se da que $\frac{dm}{dt} = f(m)$. Las constantes presentan las siguientes expresiones:

$$A = c_T * C_{D_0} * \frac{1}{2} \rho V^2 S \quad (2.24)$$

$$B = \frac{g^2 * c_T * C_{D_2}}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} \quad (2.25)$$

Por tanto, se tiene que $t = \int_{m_i}^{m_f} \frac{dm}{f(m)}$, consiguiéndose así la expresión que relaciona la masa del avión con el tiempo de vuelo. La variable m_i hace referencia a la masa del avión al inicio del tramo, mientras que m_f es la masa al final del tramo. La integración de $\int_{m_i}^{m_f} \frac{dm}{f(m)}$ se puede llevar a cabo analíticamente. Desarrollando matemáticamente la integral anterior, se obtiene lo siguiente:

$$t = \frac{1}{\sqrt{A * B}} * \arctan \left(\frac{\sqrt{\frac{B}{A}} * (m_i - m_f)}{1 + \frac{B}{A} * m_i * m_f} \right) \quad (2.26)$$

Siendo m_i una variable definida pues en este análisis se conoce siempre la masa al inicio del tramo loxodrómico.

Sabiendo que $m_f = m_i - m_F$, siendo m_F la masa de combustible consumida, se llega a la siguiente ecuación:

$$m_F = \frac{\sqrt{\frac{A}{B}} * \tan(\sqrt{A * B} * t) * \left(1 + \frac{B}{A} * m_i^2\right)}{1 + \sqrt{\frac{B}{A}} * \tan(\sqrt{A * B} * t) * m_i} \quad (2.27)$$

Por consiguiente, conociendo la masa al inicio del tramo loxodrómico y el tiempo que se tarda en recorrer dicho tramo, se puede obtener la masa de combustible consumido como se puede observar en la ecuación (2.27).

2.5 Cálculo de los costes de navegación

Los costes de navegación asociados a sobrevolar el espacio aéreo mundial representan una variable de interés de este estudio. Estos costes son independientes del tiempo de vuelo y del combustible consumido. La evaluación de dichos costes se ha realizado teniendo en cuenta algunas restricciones que han permitido reducir la complejidad de la misma.

En primer lugar, se lleva a cabo la división del espacio aéreo mundial en las distintas regiones que lo componen. En este estudio dichas regiones se han considerado polígonos cóncavos e irregulares que representan las mismas con un buen grado de fidelidad. Esto se ha hecho con el fin de evitar curvas difíciles de definir y que aumentarían la complejidad del código MATLAB utilizado para evaluar estos costes. Para definir estas regiones se han obtenido los puntos (longitud y latitud de estos) que las delimitan con ayuda de [1].

Una vez definidas las regiones, es necesario conocer los costes asociados a sobrevolar cada una de ellas. En este estudio sólo se tienen en cuenta los costes relativos a la distancia recorrida por la aeronave a lo largo de las mismas. Es decir, no se tienen en cuenta otros costes como pueden ser los relativos a establecer comunicaciones con las torres de control que controlan cada región o los costes asociados a aterrizar y despegar en los aeropuertos que pertenecen a una determinada región. Para calcular de forma genérica los costes que se han indicado se hace uso de la siguiente fórmula:

$$c_{nav} = \varepsilon * d \quad (2.28)$$

Siendo ε el coste (en euros) de navegación por kilómetro recorrido y d la distancia recorrida en kilómetros. La forma de calcular los costes de navegación no es homogénea en todo el mundo, si no que en función de la región que se sobrevuele el cálculo de dicho coste varía. Así pues, para unificar el criterio y que todas las regiones puedan seguir el mismo patrón de cálculo, se usa la expresión anteriormente indicada. Para expresar los costes en euros se hace uso del cambio de divisa (divisa correspondiente frente al euro) a la fecha de realización de este trabajo, ya que en cada región se tiene una divisa concreta. Por otra parte, para trabajar con la misma unidad de distancia en todos los casos (kilómetro) es preciso estudiar en cada región con respecto a qué unidad se definen los costes para así establecer los cambios de unidades oportunos.

Sin embargo, existen una serie de regiones en el mundo que no siguen el patrón de cálculo definido en (2.28) y que deben ser analizadas de forma especial. Estas son las regiones con tarifa plana, donde los costes de navegación no son función de la distancia recorrida, si no que tienen un valor fijo que se aplica únicamente si la aeronave entra dentro de la región. Es decir, independientemente de si se recorren 100 o 2000 kilómetros en la región, el coste es el mismo. Estas regiones son interesantes a la hora de estudiar las rutas de vuelo óptimas, ya que son económicamente muy rentables.

Estos costes se han evaluado de forma analítica con ayuda de un código MATLAB en el que se ha implementado lo siguiente:

1. En primer lugar, se divide el tramo loxódromico en un número preestablecido de subtramos. En este análisis se ha considerado oportuno dividir los tramos en 30 subtramos, pues para este número de subtramos el cálculo de los costes converge. Esta división se establece concretamente sobre la distancia horizontal del tramo (usando la función *linspace*), para luego poder evaluar la función con respecto a la variable x .
2. Una vez hecha esta división y partiendo desde el punto inicial del tramo, se toman los puntos inicial y final (longitud y latitud de ambos) de cada subtramo (tomando como base las ecuaciones (2.12), (2.13), (2.14) y (2.15)), y haciendo uso de la función *inpolygon* se evalúa a qué región pertenece cada punto.
3. Atendiendo a la región a la que pertenece cada punto se pueden dar las siguientes posibilidades:
 - a) En caso de que ambos puntos pertenezcan a la misma región:
 - Si la región no es de tarifa plana, se aplica la ecuación (2.28), siendo ε el coste de navegar a través de esa región y d la distancia recorrida a lo largo de la misma.
 - Si la región es de tarifa plana y es la primera vez que la aeronave sobrevuela tal región (este caso sólo se daría si el punto origen de la ruta se encuentra dentro de una región de tarifa plana), se aplica el coste fijo asociado a navegar por dicha región. Se registra en el código que esta región ya ha sido sobrevolada y no se computa más el coste asociada a la misma.
 - Si la región es de tarifa plana y ya ha sido registrada como sobrevolada, no se aplica entonces ningún tipo de coste.
 - b) En caso de que los puntos pertenezcan a regiones distintas:
 - Si ninguna de las regiones es de tarifa plana, el subtramo concreto se divide a su vez en un número predeterminado de subtramos. El número de subtramos que se ha considerado oportuno en este caso es 20. Se lleva a cabo de nuevo lo descrito en el punto 2 (función *inpolygon*), y se cuentan cuántos puntos

pertenecen a una región ($ptos_A$) y cuántos a la otra ($ptos_B$). Se calculan los siguientes factores:

$$k_A = \frac{ptos_A}{ptos_A + ptos_B} \quad (2.29)$$

$$k_B = \frac{ptos_B}{ptos_A + ptos_B} \quad (2.30)$$

Una vez conocidos estos factores o pesos, se calcula el coste con la siguiente expresión:

$$c_{nav} = k_A * \varepsilon_A * d_A + k_B * \varepsilon_B * d_B \quad (2.31)$$

Donde ε_A y ε_B son los costes asociados a cada una de las regiones, y d_A y d_B son las distancias que recorre el avión en las regiones de coste ε_A y ε_B , respectivamente.

- Si una de las regiones es de tarifa plana, se realiza lo mismo que en el caso previo, pero ahora la expresión del coste varía:

$$c_{nav} = k * \varepsilon * d + c_{fijo} \quad (2.32)$$

Siendo k el peso de los puntos que se encuentran en la región que no es de tarifa plana (a semejanza de las expresiones (2.29) y (2.30)), ε el coste asociado a la región que no es de tarifa plana y d la distancia recorrida por el avión en la región que no es de tarifa plana. c_{fijo} hace referencia al coste asociado a la región de tarifa plana y se computa si la región aún no ha sido sobrevolada. Si la región es sobrevolada por primera vez, se aplica su coste, se registra en el código que ya ha sido sobrevolada y no se computa en adelante el coste de la misma. Si la región ya ha sido sobrevolada previamente, no se computa su coste ($c_{fijo} = 0$).

Así pues, ya se conoce cómo obtener los valores de los costes de navegación para implementarlos en el análisis que se desarrolla en este trabajo. Aunque el código utilizado no permite llevar a cabo un estudio exacto de estos costes, sí que se puede asegurar que los valores obtenidos usando dicho código proporcionan una aproximación de calidad.

2.6 Cálculo de los costes de vuelo

Los costes de vuelo son la variable que se busca optimizar en este estudio. En este trabajo dichos costes dependen del tiempo de vuelo (Apartado 2.3), del combustible consumido (Apartado 2.4) y de los costes de navegación (Apartado 2.5). La expresión genérica que los define es la siguiente:

$$c_{total} = c_t * t + c_{fuel} * m_f + c_{nav} \quad (2.33)$$

Siendo c_t y c_{fuel} los coeficientes que determinan el peso del tiempo de vuelo y del combustible consumido sobre los costes totales. Ambos valores son constantes y conocidos.

Puesto que se trabaja con 51 escenarios de viento diferentes, cada cual con sus variables de interés (y en definitiva, costes) propias, a la hora de optimizar el coste de vuelo de la trayectoria entre el punto origen y el punto destino, se trabaja con la media de los tiempos de vuelo y las masas de combustible consumido. El coste de navegación es independiente del efecto del viento y tiene siempre el mismo valor, pues para un tramo loxodrómico que une dos puntos prefijados las regiones sobrevoladas son siempre las mismas y, por ende, el coste de navegación es el mismo

Sin embargo, el tiempo de vuelo y el combustible consumido, que es a su vez función del tiempo, sí se ven afectados por los diversos escenarios meteorológicos, ya que como es lógico no es lo mismo volar con un viento de cara que con un viento de cola. Para una misma ruta, el primero reduce la velocidad efectiva del avión y aumenta el tiempo de vuelo, mientras que el segundo aumenta dicha velocidad y reduce el tiempo de vuelo. Por consiguiente, es necesario tomar una decisión que permita tener en cuenta todos los escenarios en el estudio para que este sea lo más realista y completo posible. Así pues, para cada tramo que es analizado como posible candidato a formar parte de la ruta óptima, se evalúan los tiempos de vuelo y el combustible consumido en cada uno de los escenarios meteorológicos. Una vez obtenidos los tiempos de vuelo y los combustibles consumidos para todos los escenarios, se lleva a cabo el promedio de estas variables y dicho promedio es el que se usa en la expresión de los costes totales. La optimización se hace, por tanto, en base a la media de tiempos y combustibles consumidos. Siguiendo lo explicado anteriormente, para este estudio la ecuación que define los costes quedaría expresada correctamente de la siguiente manera:

$$c_{total} = c_t * \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n} + c_{fuel} * \frac{\sum_{i=1}^n m_{f_i}}{n} + c_{nav} \quad (2.34)$$

Siendo t_i y m_{f_i} el tiempo de vuelo y el combustible consumido, respectivamente, para cada uno de los escenarios y n el número total de escenarios, que en este trabajo es de 51. Esta expresión es la que se va a optimizar en este trabajo con ayuda del Algoritmo de Dijkstra.

3 MÉTODO DE RESOLUCIÓN

Para optimizar los costes de vuelo de la trayectoria, lo cual es el objetivo que se busca en este trabajo, es necesario hacer uso de un algoritmo que permita encontrar el camino de costes mínimos desde un nodo inicial hasta un nodo final en un grafo con pesos en cada arista. El algoritmo que se usa en este trabajo para encontrar dicho camino es el algoritmo de Dijkstra. Este algoritmo fue concebido en 1956 por el holandés Edsger W. Dijkstra y publicado por primera vez en el año 1959.

El algoritmo tiene una serie de variantes; la variante original de Dijkstra permite encontrar únicamente el camino más corto (en este trabajo, de costes mínimos) entre dos nodos, pero una variante más común actualmente fija un nodo como el nodo origen y halla los caminos más cortos (de costes mínimos) desde el nodo origen al resto de nodos que se encuentran en el grafo, generándose así un árbol de caminos más cortos (de costes mínimos). En este análisis se hace uso de la variante original de Dijkstra, pues sólo es de interés la trayectoria seguida desde el punto origen hasta el punto destino.

Este algoritmo trabaja por etapas, y toma en cada etapa la mejor solución sin tener en cuenta consecuencias futuras. El óptimo encontrado en una etapa intermedia puede modificarse posteriormente si surge una solución mejor. No puede ser utilizado en el caso de que los pesos de las aristas sean negativos, siendo necesario en ese caso otro algoritmo llamado algoritmo de Bellmand-Ford. En este estudio los pesos de las aristas (costes) son positivos, por tanto, el algoritmo de Dijkstra es siempre aplicable.

Se considera nodo inicial al nodo desde donde comienza el proceso de optimización. Por otro lado, se considera coste del nodo X al coste de volar desde el nodo inicial hasta el nodo X. El algoritmo de Dijkstra va asignando valores del coste a los nodos y trata de mejorarlos en cada etapa.

Como se indica en el apartado 2.2, en este estudio no se puede avanzar desde un punto de paso hacia cualquier otro, si no que existen unas restricciones en longitud que determinan la forma final de la trayectoria. Por consiguiente, cada nodo (punto de paso) de la malla sólo puede visitar unos nodos concretos y no todos los de la malla. Esto reduce enormemente el tiempo de computación y evita cálculos innecesarios.

El proceso iterativo que se sigue en este trabajo toma como referencia la información contenida en [3] y [4], y es el siguiente:

1. En primer lugar, se asigna un coste cero al nodo inicial y un coste infinito al resto de nodos. Asignar un coste infinito no significa que haya una distancia infinita hasta el nodo, si no que el nodo aún no ha sido visitado. Por otro lado, para los tiempos de vuelo y las masas de combustible consumido se crean matrices, pues se van a considerar una serie de escenarios meteorológicos para cada tramo, cada uno de los cuales genera unos resultados determinados. Para la distancia y el coste de vuelo se crean vectores, pues sólo se calcula un valor para cada tramo.
2. Se establece el nodo inicial como el actual pues es el que tiene el menor coste asociado y, por tanto, el que optimiza en dicho momento el coste. El resto de nodos se señalan como no visitados. Se crea un vector donde se almacenan los nodos no visitados.
3. Desde el nodo actual se consideran todos los posibles nodos vecinos que este puede visitar (recordar las limitaciones impuestas) y se calculan los costes asociados a volar de un nodo a otro.

Se tienen en cuenta los 51 escenarios posibles a la hora de calcular los costes como se detalla en el Apartado 2.6. Se compara el coste del nodo X recién calculado con el valor que tiene asignado dicho nodo y se toma el menor de los dos costes. Por ejemplo, si un nodo actual A tiene asociado un coste de valor 5, y el tramo que lo une con un nodo vecino B tiene asociado un coste 4, entonces el coste asociado al nodo B (pasando por A) es $5 + 4 = 9$. Si el coste del nodo B era previamente mayor que 9, entonces su valor se actualiza y pasa a ser 9. En caso contrario, se mantiene el valor que ya posee.

4. Cuando el nodo actual ha visitado todos los nodos vecinos y se han llevado a cabo los cálculos pertinentes, dicho nodo se marca como visitado y se elimina del vector donde se almacenan los nodos no visitados. Un nodo visitado no puede volver a ser visitado.
5. El nodo actual (nodo de partida) en la siguiente iteración es aquel que minimiza el coste de vuelo partiendo desde el punto inicial. Se repiten los pasos 3 y 4.
6. Cuando el nodo destino es marcado como visitado, se detiene la ejecución del algoritmo.
7. El camino de coste mínimo se halla siguiendo los nodos predecesores desde el nodo destino hasta el nodo inicial. Es decir, se recorre el camino en sentido inverso.

El algoritmo de Dijkstra que se acaba de definir se ha implementado a través de un código MATLAB y ha permitido hallar los resultados que se desarrollan posteriormente en este trabajo.

4 PARTICULARIZACIÓN DEL ESTUDIO

Con el fin de poner en práctica lo explicado previamente, se lleva a cabo la optimización de la trayectoria comprendida entre el Aeropuerto Internacional Logan situado en Boston (Estados Unidos) y el Aeropuerto de Dublín situado en Dublín (República de Irlanda). Las coordenadas geográficas se muestran en la Tabla 4-1 [5], [6]. La trayectoria se estudia en ambos sentidos. El código IATA del Aeropuerto Internacional Logan es BOS y el del Aeropuerto de Dublín es DUB [5], [6]. Las coordenadas geográficas de cada uno de los aeropuertos son:

Aeropuerto	Latitud	Longitud
BOS	42°21'47''N	71°00'23''O
DUB	53°25'17''N	6°16'12''O

Tabla 4-1: Coordenadas geográficas de los puntos origen y destino

Una vez definidos los puntos origen y destino de nuestra ruta, se procede a detallar los valores de las variables utilizadas en este análisis.

El modelo de avión que se va a tomar como referencia es el Boeing 767-300ER. Sus características son las siguientes (expresadas en unidades del SI):

MTOW	175500 <i>kg</i>
S	283.35 <i>m</i> ²
C_{D0}	0.021112
C_{D2}	0.042118

Tabla 4-2: Características de la aeronave

Siendo MTOW el peso máximo al despegue de la aeronave en cuestión.

Las constantes que determinan cómo es la evolución temporal del consumo de combustible, o lo que es lo mismo, el consumo específico de la aeronave, son las siguientes (expresadas en unidades del SI):

$c_{f,cr}$	0.90048
c_{f1}	$1.237 * 10^{-5} \frac{s}{m}$
c_{f2}	$1060.012 \frac{m}{s}$
c_T	$1.362 * 10^{-5} \frac{s}{m}$

Tabla 4-3: Valor del consumo específico y de los coeficientes que lo definen (2.19)

El crucero se desarrolla a la altitud en la que según el modelo ISA se tiene una presión igual a 200 hPa. La aeronave vuela a Mach constante e igual a 0.8. Se toma como velocidad del sonido a la correspondiente a la de la estratosfera ($a = a_{est} = 295.07 \frac{m}{s}$), de acuerdo con el modelo de Atmósfera Estándar Internacional (ISA) [7]. Así pues, se pueden definir la altitud, la densidad y la velocidad aerodinámica (constantes) del vuelo de crucero (expresadas en unidades del SI):

V	$236.056 \frac{m}{s}$
h	$11784.03 m$
ρ	$0.3216 \frac{kg}{m^3}$

Tabla 4-4: Características del vuelo de crucero

Otras variables que intervienen en las diversas ecuaciones que definen el problema objeto de estudio son:

R_{\oplus}	$6371 km$
R_e	$6382.784 km$
g	$9.80665 \frac{m}{s^2}$

Tabla 4-5: Otras variables del estudio realizado

Los datos de viento que se utilizan en este estudio corresponden a la previsión meteorológica de ECMWF para el día 31 de agosto de 2016, emitidos a las 00.00 horas, con un horizonte de predicción de 12 horas, y correspondientes a una altitud presión de 200 hPa (valor de h que aparece en la Tabla 4-4). Estos datos son proporcionados en una malla que se extiende desde 35°S hasta 65°N en latitud (con un espacio entre dos latitudes consecutivas de 0.25°) y desde 120°O hasta 25°E en longitud (con un espacio entre dos longitudes consecutivas de 0.25°).

En la siguiente imagen se puede observar la distribución media de vientos sobre la zona geográfica donde el avión va a recorrer su trayectoria. Aunque los 51 escenarios muestran perfiles de viento diferentes, la distribución media presenta un perfil bastante parecido al de cada uno de los escenarios, por lo que esta imagen permite ver a nivel cualitativo cómo afecta el viento a lo largo de la trayectoria.

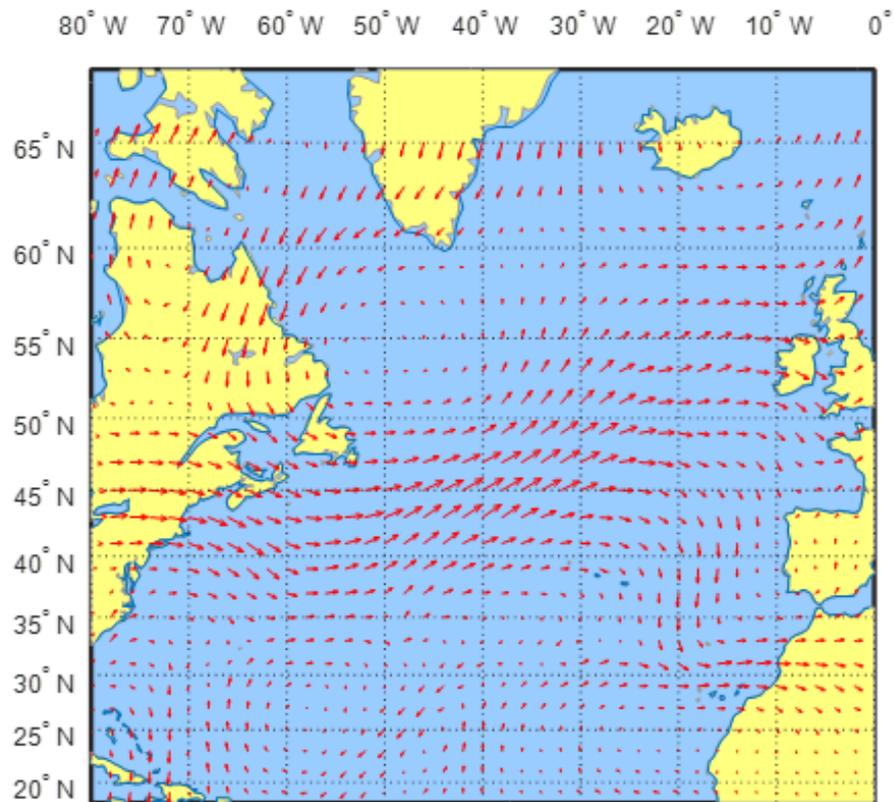


Figura 4-1: Distribución media de viento

Una vez que se conocen las coordenadas de los puntos origen y destino, se puede establecer la extensión necesaria del mallado donde se definen los posibles puntos de paso de la trayectoria que une BOS y DUB. Así pues, la malla debe contener latitudes entre 20°N y 65°N (espaciadas 1° entre sí) y longitudes entre 70°O y 10°O (espaciadas 10° entre sí). Esto es así porque no tiene sentido extender el mallado en longitud más allá (ya sea en dirección Este u Oeste) de las longitudes que definen los puntos origen y destino, y porque las latitudes que van a ser sobrevoladas por la aeronave siempre van a estar dentro del rango definido, como se puede observar en el apartado 1.

El mallado donde se definen los posibles puntos de paso de la trayectoria que recorre la aeronave es el que se aprecia en la siguiente imagen:

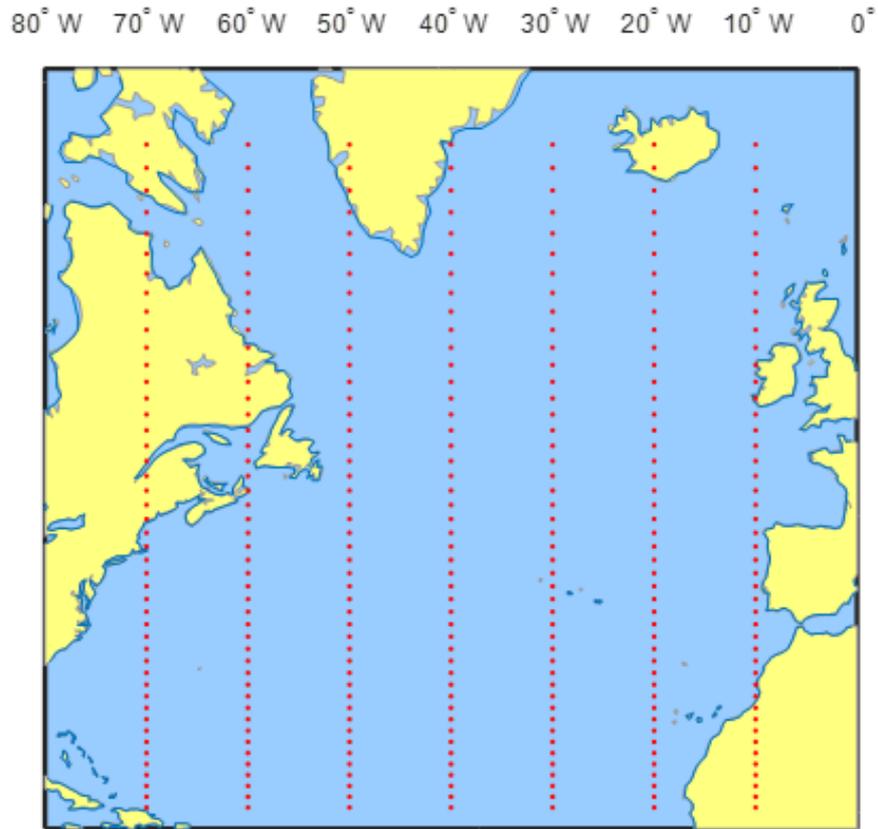


Figura 4-2: Posibles puntos de paso de la trayectoria

4.1 Costes de navegación

En primer lugar, indicar que se han tenido en cuenta todas aquellas regiones del espacio aéreo mundial que se encuentran comprendidas en la zona que se extiende desde 72.76°O hasta 5.5°O en longitud y desde 19.8°N hasta 65.2°N en latitud. Así pues, cualquier punto interior a la malla donde se definen los posibles puntos de paso tiene una región asociada, pudiéndose siempre evaluar los costes de navegación en dichos puntos interiores.

Las diferentes regiones que se encuentran en el espacio aéreo objeto de estudio se pueden observar en la siguiente imagen:

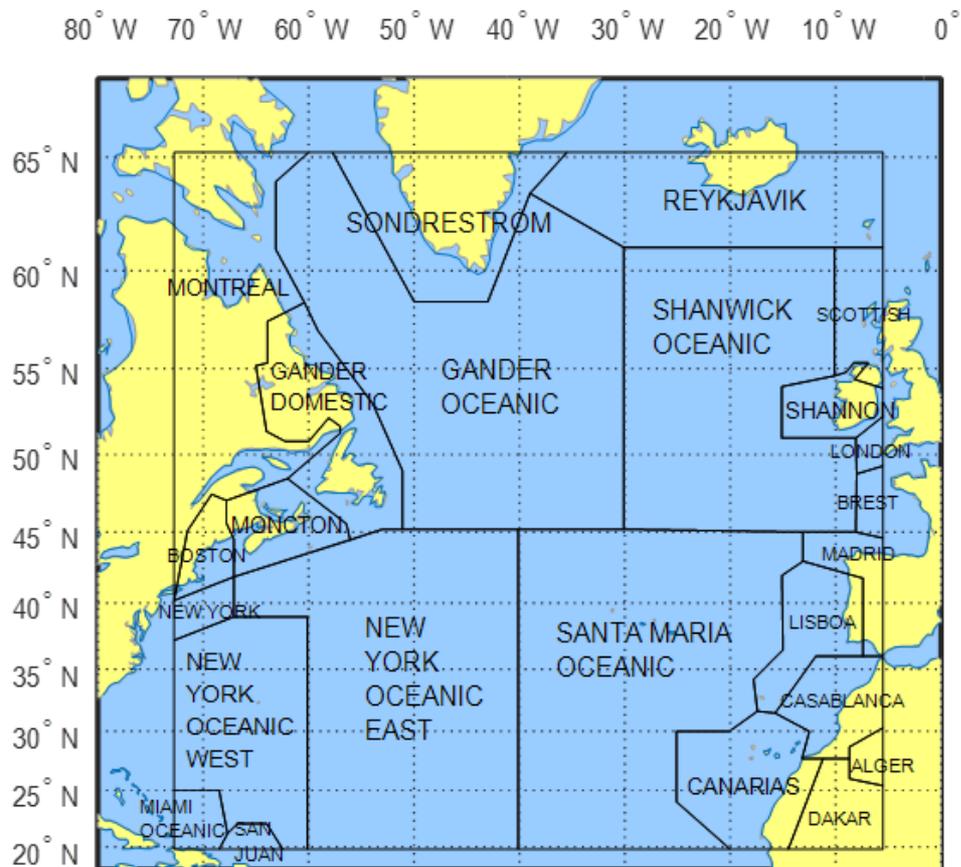


Figura 4-3: Regiones del espacio aéreo mundial

Posteriormente, se pasa a definir los coeficientes que ponderan los costes de navegación asociados a la distancia recorrida para cada región concreta. Tomando la ecuación (2.28), se observa que el parámetro ε es el que pondera estos costes.

Como se puede apreciar en la Figura 4-3, en dicho espacio aéreo aparecen un total de 24 regiones, cuyas fronteras se obtienen gracias a la información que aparece en [1]. Llevando a cabo los cambios oportunos tanto de divisas como de unidades de distancia en función de la región en la que se estén definiendo estos costes, se tiene que los coeficientes ε para cada región (en $\frac{\text{€}}{\text{km}}$) son los siguientes [9], [10], [11], [12]:

Región	$\varepsilon \left(\frac{\text{€}}{\text{km}} \right)$
New York Oceanic East	0.1075
Santa Maria Oceanic Montreal	0.1885
Gander Domestic Boston	0.2908
Moncton	0.2908
New York	0.2714
New York Oceanic West	0.1075
San Juan	0.2714
Miami Oceanic	0.1075
Sondrestrom Reykjavik	0.1319
Scottish	1.4194
Shannon	0.5547
London	1.4194
Brest	1.2566
Madrid	1.3444
Lisboa	0.7530
Canarias	1.0947
Casablanca	0.7473
Alger	0.5055

Tabla 4-6: Costes de navegación $\left(\frac{\text{€}}{\text{km}} \right)$ de las regiones no planas

No se incluyen en la tabla anterior las regiones de tarifa plana, cuyo coste es fijo e independiente de la distancia recorrida a lo largo de tal región. Este coste se aplica únicamente la primera vez que se atraviesa la región en cuestión y ya no se vuelve a aplicar en lo que resta de trayectoria. Los costes asociados a estas regiones de tarifa plana son los que aparecen en la siguiente tabla [10], [12]:

Región	Coste (€)
Gander Oceanic	59.92
Shanwick Oceanic	69.17
Dakar	190.51

Tabla 4-7: Costes de navegación de las regiones de tarifa plana

4.2 Costes totales

Una vez definidos los costes de navegación, se puede observar en (2.33) que los costes totales están además determinados por dos constantes que ponderan el efecto del tiempo de vuelo y del combustible consumido. Dichas constantes son c_t y c_{fuel} , respectivamente.

Los valores de estas constantes son los siguientes:

c_t	$0.5 \frac{\text{€}}{\text{s}}$
c_{fuel}	$0.425 \frac{\text{€}}{\text{kg}}$

Tabla 4-8: Coeficientes que determinan los costes totales

El valor de c_{fuel} se obtiene gracias a la información proporcionada por [17], mientras que el valor de c_t se introduce de manera orientativa, pues no hay un criterio específico para definirlo.

5 RESULTADOS

En este apartado se muestran los resultados de la optimización de la trayectoria cuyas características se definen en el apartado 1. Se analiza dicha optimización en varios casos de estudio que difieren entre sí.

5.1 Caso de estudio sin incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación

Los puntos que definen la trayectoria que optimiza los costes en este caso de estudio son independientes del sentido de la ruta, pues al volar el avión en una atmósfera en calma ($w_E = 0, w_N = 0$), el análisis es idéntico en ambos sentidos. Estos puntos son los siguientes:

Latitud (N)	42°21'47''	43	48	51	53	54	54	54	53°25'17''
Longitud (O)	71°00'23''	70	60	50	40	30	20	10	6°16'12''

Tabla 5-1: Puntos de paso para el caso sin incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación

Las variables de interés presentan estos resultados (enfátizar que en este caso la ruta BOS-DUB y la ruta DUB-BOS son idénticas):

Tiempo de vuelo	340.36 min
Distancia recorrida	4820.64 km
Combustible consumido	26564.73 kg
Coste de vuelo	21500.81 €

Tabla 5-2: Variables de interés para el caso sin incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación

El desglose de costes para este caso de estudio es el siguiente:

Tipo de coste	Coste (€)	Porcentaje (%) sobre el total
Coste relativo al tiempo	10210.80	47.49
Coste relativo al combustible consumido	11290.01	52.51

Tabla 5-3: Desglose de costes para el caso sin incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación

Se aprecia que los dos tipos de coste presentes en este caso tienen prácticamente el mismo peso sobre el coste total.

A continuación, se muestra la imagen donde se puede apreciar la ruta seguida por el avión para este caso de estudio.

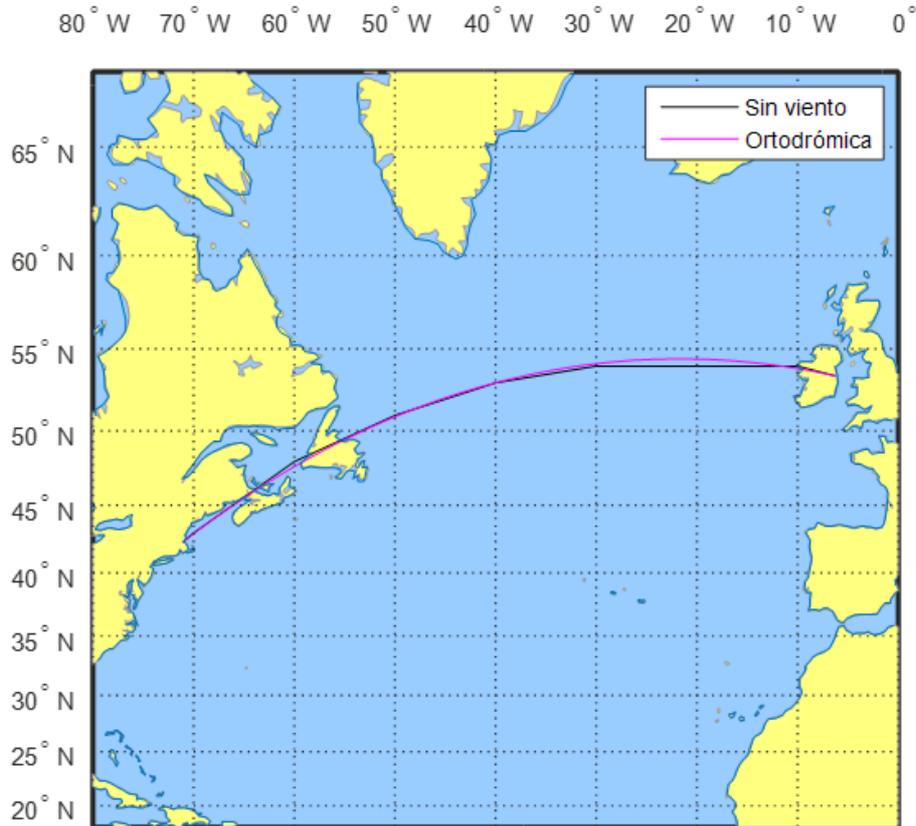


Figura 5-1: Trayectoria óptima sin incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación

Se ve claramente en la ilustración que la ruta para este caso de estudio se aproxima mucho a la ortodrómica que une ambos puntos. Puesto que en este caso de estudio el tiempo es proporcional a la distancia entre los puntos origen y destino ($t = \frac{dist}{v}$), y los costes son a su vez proporcionales al tiempo, la ruta que minimiza los costes es aquella que minimiza la distancia, de ahí que esta tienda a aproximarse a la ortodrómica. Es preciso recordar que la ortodrómica es el camino más corto entre dos puntos terrestres. La distancia ortodrómica entre BOS y DUB es de 4811.91 kilómetros. La obtenida en este análisis es únicamente 8.73 kilómetros superior, por tanto, se puede concluir que la optimización es bastante precisa.

5.2 Caso de estudio sin incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

Al ser los costes de navegación una variable que adquiere el mismo valor bien se recorra un tramo en un sentido (de A a B) o en otro (de B a A), pues las regiones sobrevoladas van a ser independientes del sentido de vuelo (fijas en el espacio aéreo), los puntos de paso van a ser los mismos para la ruta BOS-DUB que para la ruta DUB-BOS.

Latitud (N)	42°21'47''	43	48	52	54	55	55	54	53°25'17''
Longitud (O)	71°00'23''	70	60	50	40	30	20	10	6°16'12''

Tabla 5-4: Puntos de paso para el caso sin incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

Las variables de interés tienen el mismo valor para el trayecto entre BOS y DUB que para el trayecto desde DUB hasta BOS. Los resultados obtenidos son los siguientes:

Tiempo de vuelo	340.49 min
Distancia recorrida	4822.50 km
Combustible consumido	26574.23 kg
Coste de vuelo	22369.02 €

Tabla 5-5: Variables de interés para el caso sin incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

Este caso de estudio da lugar al siguiente desglose de costes:

Tipo de coste	Coste (€)	Porcentaje (%) sobre el total
Coste relativo al tiempo	10214.72	45.66
Coste relativo al combustible consumido	11294.05	50.49
Coste de navegación	860.25	3.85

Tabla 5-6: Desglose de costes para el caso sin incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

Los costes que son proporcionales al tiempo (el asociado al tiempo en sí y el asociado al combustible consumido) representan la mayor parte de los costes totales (un 96% aproximadamente), mientras que los costes de navegación tienen un peso pequeño sobre el total.

La trayectoria óptima es la representada en la siguiente imagen (Figura 5-2). Se puede observar que la ruta óptima se aproxima mucho a la ortodrómica, al igual que sucede en el caso del Apartado 5.1. Como se deduce de la Tabla 5-6, el tiempo es la variable que mayor peso tiene sobre los costes totales, por ello, la ruta busca aproximarse a la ortodrómica para reducir el tiempo total de vuelo. Sin embargo, aunque los costes de navegación representan un porcentaje pequeño sobre los totales, influyen sobre la trayectoria desviándola ligeramente hacia el norte con respecto a la trayectoria óptima del caso de estudio sin incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación (Figura 5-1).

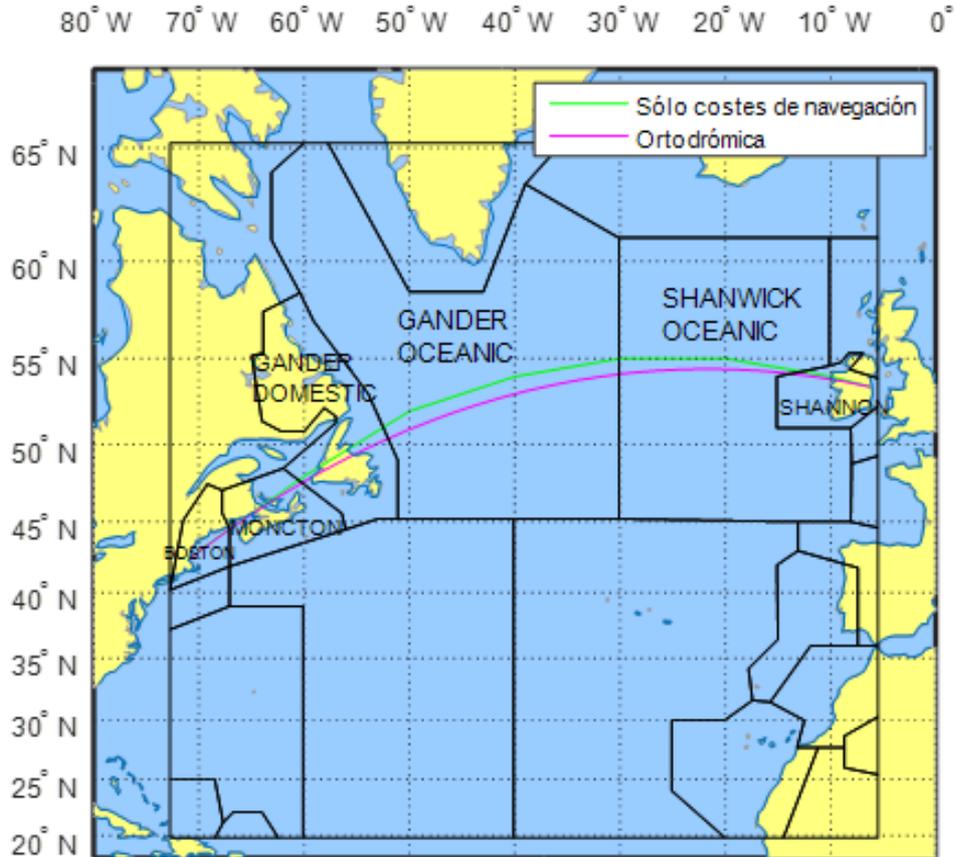


Figura 5-2: Trayectoria óptima sin incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

En la siguiente imagen (Figura 5-3) se puede ver esta ligera desviación hacia el norte de la trayectoria óptima. Esta desviación es fruto de que la ruta busca recorrer la mínima distancia posible en la región Shannon, cuyo precio es relativamente elevado ($\varepsilon = 0.5547 \frac{\text{€}}{\text{km}}$) comparado con los costes de las otras regiones que atraviesa la aeronave a lo largo del recorrido. Por tanto, a pesar de que el tiempo de vuelo aumenta ligeramente (0.13 minutos), a nivel de costes es más óptima esta ruta pues reduce de manera importante los costes de navegación.

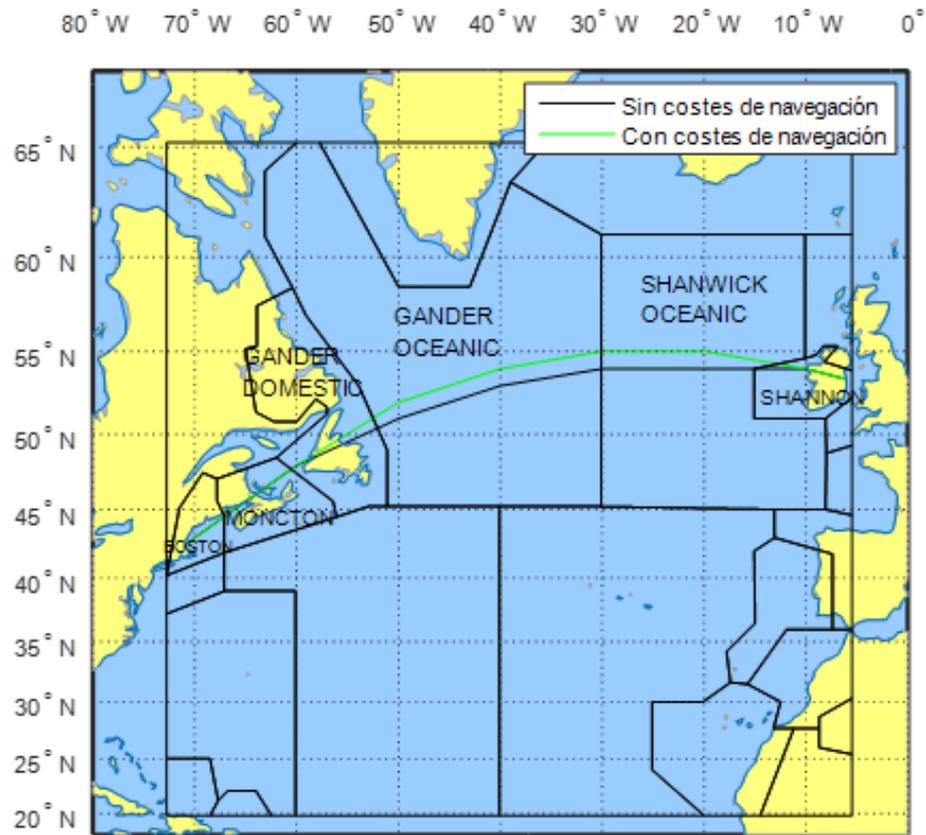


Figura 5-3: Influencia de los costes de navegación en las trayectorias óptimas sin incertidumbre meteorológica

5.3 Caso de estudio con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación

En este caso al aparecer el efecto del viento, la ruta ya no es igual en un sentido que en el otro, pues las condiciones a las que se enfrenta la aeronave son distintas en cada caso.

La trayectoria seguida por el avión desde BOS hasta DUB pasa por los siguientes puntos:

Latitud (N) 42°21'47'' 43 45 47 49 51 53 54 53°25'17''

Longitud (O) 71°00'23'' 70 60 50 40 30 20 10 6°16'12''

Tabla 5-7: Ruta BOS-DUB para el caso con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación

Mientras que la ruta que va desde DUB hasta BOS pasa por estos puntos:

Latitud (N) 53°25'17'' 54 56 57 57 56 53 44 42°21'47''

Longitud (O) 6°16'12'' 10 20 30 40 50 60 70 71°00'23''

Tabla 5-8: Ruta DUB-BOS para el caso con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación

Las variables de interés que se obtienen para la trayectoria entre BOS y DUB son las siguientes:

Tiempo de vuelo	303.3 min
Distancia recorrida	4920.35 km
Combustible consumido	23850.26 kg
Coste de vuelo	19235.40 €

Tabla 5-9: Variables de interés para la ruta BOS-DUB en el caso con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación

Por otro lado, para la ruta entre DUB y BOS estas variables toman los siguientes valores:

Tiempo de vuelo	366.9 min
Distancia recorrida	4958.24 km
Combustible consumido	28484.45 kg
Coste de vuelo	23112.76 €

Tabla 5-10: Variables de interés para la ruta DUB-BOS en el caso con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación

En este caso el desglose de costes presenta los siguientes datos para el trayecto recorrido entre BOS y DUB:

Tipo de coste	Coste (€)	Porcentaje (%) sobre el total
Coste relativo al tiempo	9099.04	47.30
Coste relativo al combustible consumido	10136.36	52.70

Tabla 5-11: Desglose de costes para la ruta BOS-DUB en el caso con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación

Mientras que para el trayecto que va desde DUB hasta BOS, el desglose es el siguiente:

Tipo de coste	Coste (€)	Porcentaje (%) sobre el total
Coste relativo al tiempo	11006.86	47.62
Coste relativo al combustible consumido	12105.89	52.38

Tabla 5-12: Desglose de costes para la ruta DUB-BOS en el caso con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación

Los costes son mayores en el trayecto DUB-BOS que en el trayecto BOS-DUB debido a que el tiempo de vuelo es mucho mayor (63.6 minutos) en el primero de los casos, lo que implica un aumento significativo de los costes, que en este caso particular son únicamente proporcionales al tiempo. Este aumento es de 3877.36€. En ambos casos los pesos de los costes respecto al coste total son similares, y similares a su vez a los porcentajes que aparecen en el apartado 5.1 (Tabla 5-3).

En la siguiente figura se pueden observar ambas rutas de vuelo:

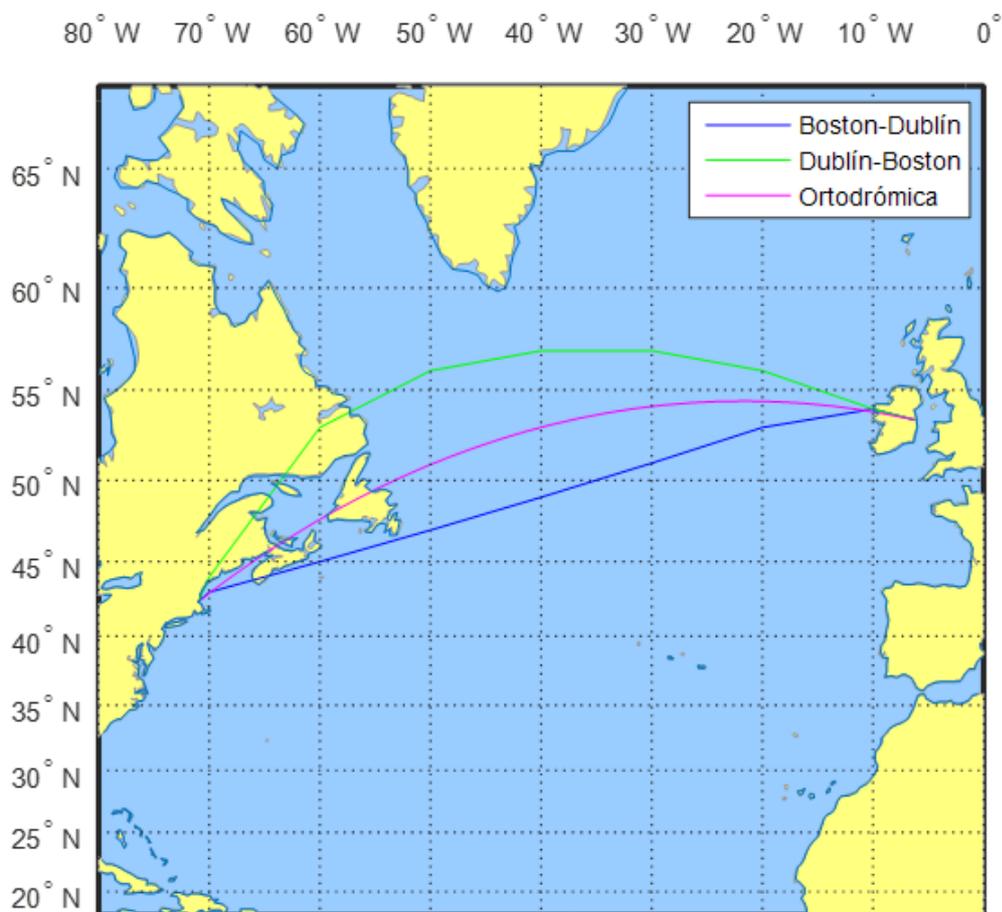


Figura 5-4: Trayectorias óptimas con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación

En esta imagen se aprecia que las rutas siguen caminos totalmente distintos en función del sentido de vuelo. Observando el perfil de vientos que aparece en la Figura 4-1 se explica el por qué de esta diferencia. En el vuelo desde BOS hasta DUB la aeronave sigue una ruta donde su avance se produce bajo el influjo de vientos de cola de intensidad fuerte, lo cual le permite aumentar su velocidad V_g y, aunque la distancia recorrida sea mayor que en el caso de estudio sin incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación (Tabla 5-2), se reduce significativamente tanto el tiempo de vuelo como el combustible consumido, disminuyendo los costes respecto al caso de estudio del Apartado 5.1 (Tabla 5-2).

Sin embargo, en el vuelo desde DUB hasta BOS se produce la situación contraria. La aeronave vuela en parte del recorrido bajo el influjo de vientos de cara y casi nunca se ve favorecida por los beneficiosos efectos (comentados en el párrafo previo) de los vientos de cola. Así pues, al contrario que en el caso anterior, aumentan el tiempo de vuelo y el combustible consumido, sufriendo así los costes un incremento importante con respecto al caso de estudio sin incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación (Tabla 5-2).

En la siguiente figura se aprecia claramente como la ruta busca en ambos casos el perfil de vientos más favorable posible. En la ruta desde BOS hasta DUB se ve como en todo el recorrido la aeronave vuela con vientos de cola, siendo estos en ciertas zonas de mucha intensidad. En la ruta desde DUB hasta BOS se evita volar al sur de la ortodrómica para esquivar el perfil de vientos que implica un gran beneficio en el trayecto entre BOS y DUB, pero que ahora pasa a suponer un perfil de fuertes vientos de cara. Por tanto, se vuela al norte de la ortodrómica, donde el perfil aún no siendo el más favorable, sí que es menos perjudicial.

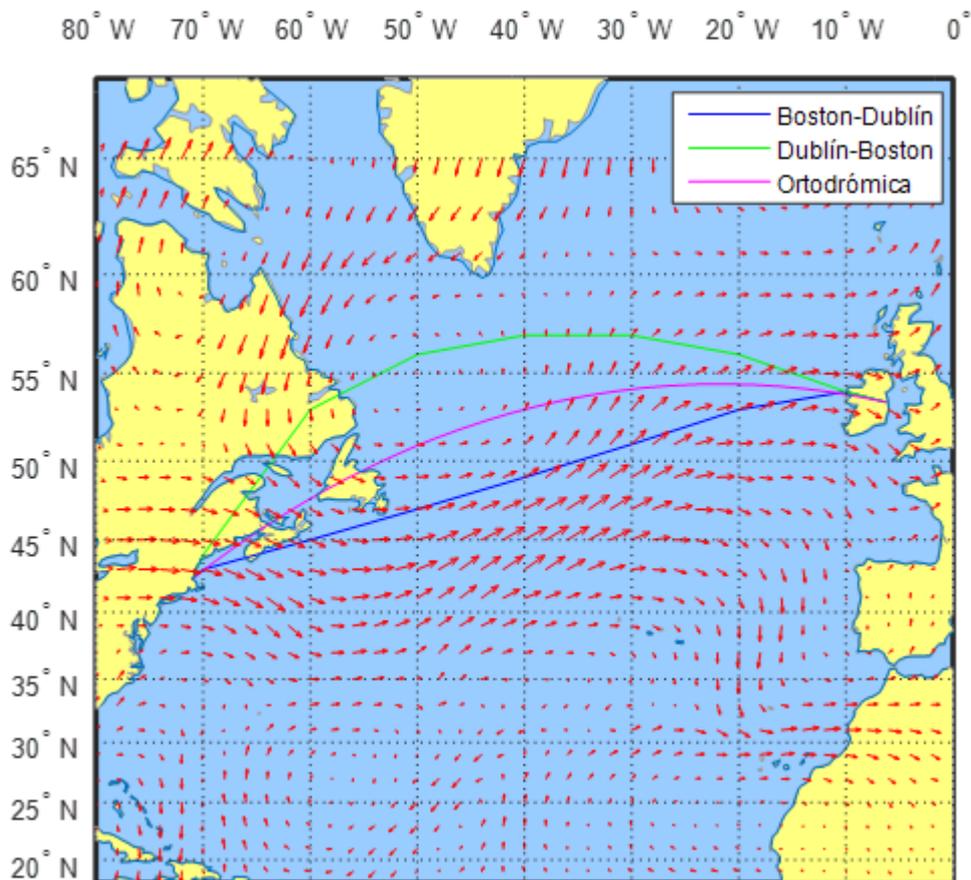


Figura 5-5: Influencia del viento en las trayectorias óptimas con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación

5.4 Caso de estudio con incertidumbre meteorológica y costes de navegación

Al igual que en el caso de estudio del Apartado 5.3, la ruta sigue caminos totalmente distintos en función del sentido de vuelo, pues ahora además del viento, también influyen los costes de navegar por el espacio aéreo mundial.

La ruta que sigue el avión desde BOS hasta DUB sobrevuela los siguientes puntos:

Latitud (N) 42°21'47'' 42 43 45 47 50 52 53 53°25'17''

Longitud (O) 71°00'23'' 70 60 50 40 30 20 10 6°16'12''

Tabla 5-13: Ruta BOS-DUB para el caso con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

Por otra parte, el vuelo entre DUB y BOS se realiza a través de los siguientes puntos (idénticos a los del caso de estudio afectado únicamente por la incertidumbre meteorológica, los cuales aparecen en la Tabla 5-8):

Latitud (N) 53°25'17'' 54 56 57 57 56 53 44 42°21'47''

Longitud (O) 6°16'12'' 10 20 30 40 50 60 70 71°00'23''

Tabla 5-14: Ruta DUB-BOS para el caso con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

Las variables de interés que se obtienen para el vuelo entre BOS y DUB se detallan en la siguiente tabla:

Tiempo de vuelo	304.95 min
Distancia recorrida	5043.98 km
Combustible consumido	23971.67 kg
Coste de vuelo	20095.25 €

Tabla 5-15: Variables de interés para la ruta BOS-DUB en el caso con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

Para la trayectoria que se sigue desde DUB hasta BOS estas variables toman los siguientes valores:

Tiempo de vuelo	366.9 min
Distancia recorrida	4958.24 km
Combustible consumido	28484.45 kg
Coste de vuelo	23959.65 €

Tabla 5-16: Variables de interés para la ruta DUB-BOS en el caso con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

A continuación, se presenta el desglose de costes para la trayectoria recorrida entre BOS y DUB en este caso de estudio.

Tipo de coste	Coste (€)	Porcentaje (%) sobre el total
Coste relativo al tiempo	9148.42	45.53
Coste relativo al combustible consumido	10187.96	50.70
Coste de navegación	758.87	3.77

Tabla 5-17: Desglose de costes para la ruta BOS-DUB en el caso con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

Por otro lado, se expone el desglose de costes para la trayectoria seguida desde DUB hasta BOS.

Tipo de coste	Coste (€)	Porcentaje (%) sobre el total
Coste relativo al tiempo	11006.86	45.94
Coste relativo al combustible consumido	12105.89	50.53
Coste de navegación	846.90	3.53

Tabla 5-18: Desglose de costes para la ruta DUB-BOS en el caso con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

Al igual que en el Apartado 5.3, los costes son mayores en el trayecto DUB-BOS que en el trayecto BOS-DUB tanto por el importante aumento de tiempo de vuelo (de 61.95 minutos) como por unos costes de navegación ligeramente superiores (88.03€). Los costes de navegación son superiores en la ruta DUB-BOS por el hecho de que el avión recorre durante un mayor número de kilómetros zonas con costes más caros. Los pesos de los costes son prácticamente idénticos en los dos casos, teniendo los costes de navegación un peso pequeño en el coste total.

Las trayectorias óptimas obtenidas para este caso de estudio se pueden ver en la siguiente imagen:

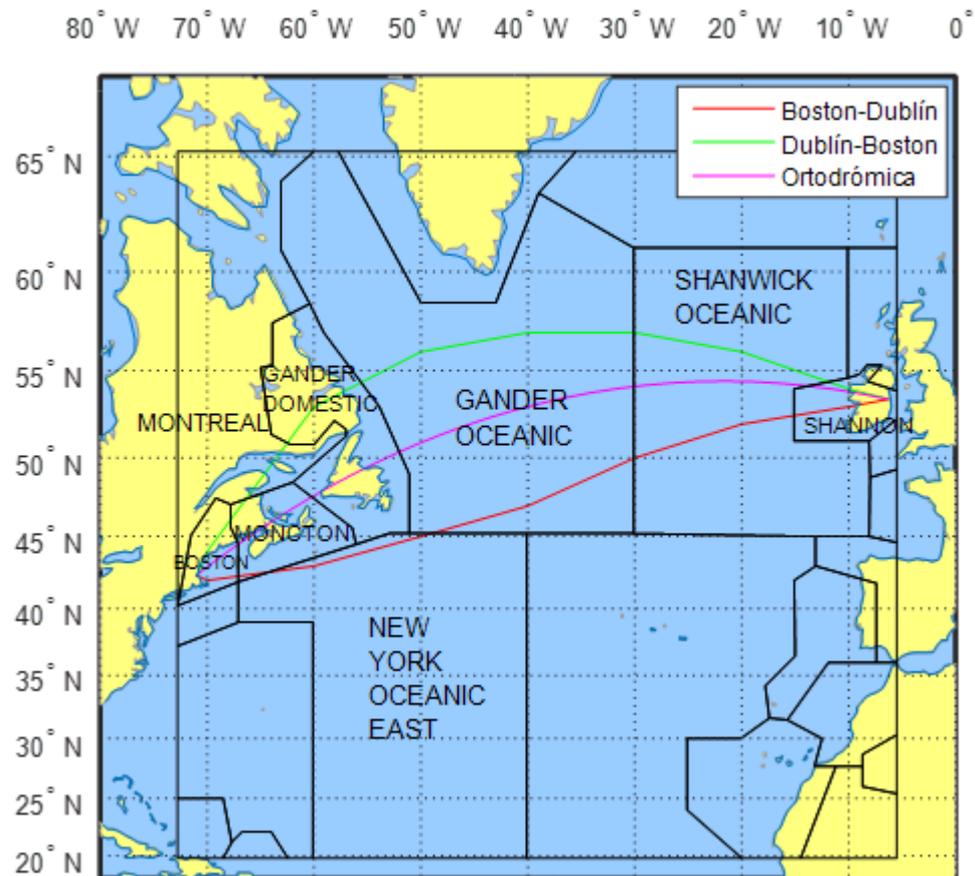


Figura 5-6: Trayectorias óptimas con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

En el vuelo desde DUB hasta BOS el avión traza la misma ruta que para el caso donde sólo influye la incertidumbre meteorológica, pues a diferencia de lo que sucede en la ruta BOS-DUB donde la región New York Oceanic East permite un abaratamiento significativo de los costes de navegación, no hay una región que reduzca de manera importante estos costes, ya que las regiones Gander Domestic, Montreal, Moncton y Boston tienen costes (ϵ) muy parecidos. Por tanto, al no poder conseguirse una disminución notable de los costes asociados a la navegación, la ruta busca que el tiempo de vuelo sea el menor posible para que los costes totales sean mínimos, de ahí que sea igual a la del caso de estudio del Apartado 5.3 (Figura 5-4).

Por otro lado, en el vuelo desde BOS hasta DUB el avión desvía ligeramente su trayectoria hacia el sur con respecto a la trayectoria óptima que se obtiene para el caso del Apartado 5.3, como se puede apreciar en la siguiente ilustración (Figura 5-7). Esta desviación, que supone un aumento de la distancia recorrida, se debe a que la región New York Oceanic East tiene un coste de navegación ($\epsilon = 0.1075 \frac{\text{€}}{\text{km}}$) bastante inferior al de las regiones Moncton y Gander Domestic ($\epsilon = 0.2908 \frac{\text{€}}{\text{km}}$ en ambos casos), y a que el perfil de vientos (Figura 4-1) que afecta a ambas rutas es prácticamente el mismo, siendo la velocidad en ambos casos similar (es ligeramente superior en el caso con costes de navegación), no aumentando así el tiempo de vuelo (cuyo peso sobre los costes es mayor) excesivamente. Así pues, volar por esta región más barata, a pesar de aumentar la distancia recorrida y el tiempo de vuelo, comporta finalmente una reducción de los costes totales.



Figura 5-7: Influencia de los costes de navegación en el trayecto entre BOS y DUB con incertidumbre meteorológica

5.5 Resultados para una ruta diferente

Con objeto de darle mayor contundencia a los resultados de este estudio, se pasa a analizar una nueva ruta de vuelo. Esta ruta es la que une BOS con el Aeropuerto de Lisboa, situado en Lisboa (Portugal), y cuyo código IATA es LIS [16]. Las coordenadas geográficas de LIS son las que aparecen en la Tabla 5-19 [16], mientras que las coordenadas de BOS ya se expusieron en la Tabla 4-1.

Aeropuerto	Latitud	Longitud
LIS	38°46'27"N	9°08'03"O

Tabla 5-19: Coordenadas geográficas de LIS

Los resultados que se muestran en este apartado son los correspondientes al caso de estudio que incluye tanto la incertidumbre meteorológica como los costes de navegación, ya que estos son los más interesantes desde un punto de vista analítico debido a su mayor grado de realismo. Se ha considerado esta ruta porque presenta algunos matices diferentes con respecto a la anterior

Los puntos de paso de las trayectorias óptimas en ambos sentidos de vuelo son los que se detallan a continuación:

- Para la ruta que va desde BOS hasta LIS:

Latitud (N) 42°21'47'' 42 43 45 46 46 44 39 38°46'27''

Longitud (O) 71°00'23'' 70 60 50 40 30 20 10 9°08'03''

Tabla 5-20: Ruta BOS-LIS para el caso con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

- Para la ruta que va desde LIS hasta BOS:

Latitud (N) 38°46'27'' 39 44 48 51 51 48 43 42°21'47''

Longitud (O) 9°08'03'' 10 20 30 40 50 60 70 71°00'23''

Tabla 5-21: Ruta LIS-BOS para el caso con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

En este apartado no se van a desglosar las variables de interés como se ha hecho en apartados anteriores, pues se considera que los valores de estas no aportan información relevante. Para los desgloses de costes se sigue el mismo criterio (son prácticamente idénticos a los ya vistos). Sí que es destacable la gran diferencia de tiempo entre recorrer la ruta en un sentido o en otro, pues de BOS a LIS se emplean 322.16 minutos, mientras que de LIS a BOS se tardan 415.61 minutos, lo que supone 93.45 minutos más, siendo el incremento en el tiempo de vuelo de un 29%.

La razón de este importante aumento de tiempo de vuelo se puede observar en la siguiente imagen (Figura 5-8). El vuelo desde LIS hasta BOS sufre un perfil de vientos de cara que es aún más negativo que el que sufría la aeronave en el trayecto desde DUB hasta BOS. Por este motivo, la aeronave tiene que volar hasta latitudes bastante alejadas (51°N) para evitar este perfil de vientos tan adverso. Así pues, son dos los factores que provocan el incremento tan significativo de tiempo al volar desde LIS hasta BOS: un perfil de vientos que resta velocidad a la aeronave y ralentiza su avance, y un aumento de la distancia recorrida al buscar sortear dicho perfil. A modo de conclusión, cabe destacar que en el trayecto LIS-BOS la meteorología es el factor que condiciona plenamente la ruta de vuelo.

Sin embargo, en la ruta BOS-LIS los costes de navegación sí toman un papel relevante, pues la ruta busca sobrevolar las regiones de tarifa plana, que son más baratas que las regiones cuyo coste es dependiente de la distancia recorrida en el interior de las mismas. Aunque se penaliza ligeramente el tiempo de vuelo, la reducción de los costes de navegación es tal que logra minimizar los costes totales.

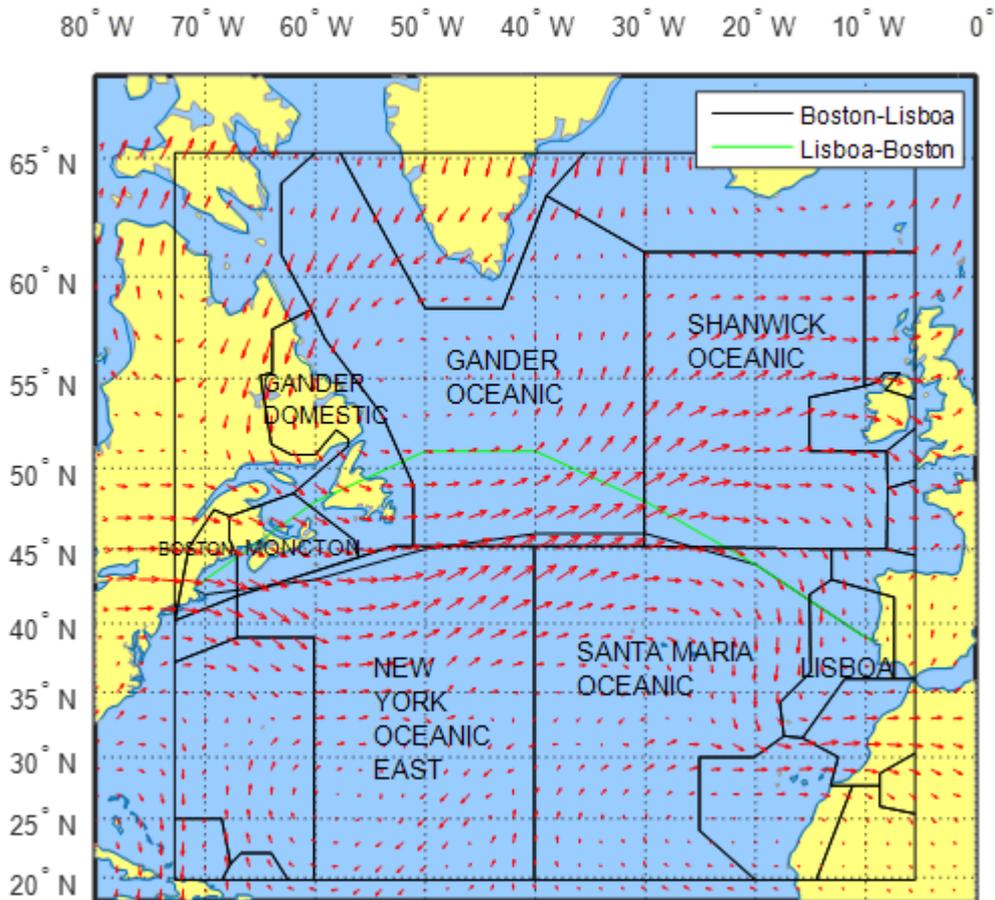


Figura 5-8: Influencia de la incertidumbre meteorológica y los costes de navegación en los trayectos BOS-LIS y LIS-BOS

5.6 Evolución de las variables de interés con respecto a la distancia recorrida

En esta sección se muestran tanto las trayectorias óptimas como la evolución de las variables de interés con respecto a la distancia recorrida para cada uno de los escenarios posibles, un total de 51. Además, se proporcionan para ambas rutas los valores máximos y mínimos de las diferentes variables de interés (al final del trayecto) teniendo en cuenta los valores que se obtienen para cada uno de los escenarios. Se considera el caso de estudio con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación, pues es el más realista de todos y el que más información interesante proporciona.

5.6.1 Ruta Boston-Dublín

En esta ruta la trayectoria óptima para cada uno de los 51 escenarios sobrevuela los mismos puntos de paso. Así pues, tiene poco sentido hacer una representación gráfica, ya que sólo se tiene una ruta que además es la que aparece en color rojo en la Figura 5-6. Evidentemente, la distancia es la misma para cada ruta al ser todas iguales, siendo esta igual a 5043.98 kilómetros (Tabla 5-13).

El tiempo de vuelo para cada uno de los escenarios se puede observar en la siguiente gráfica:

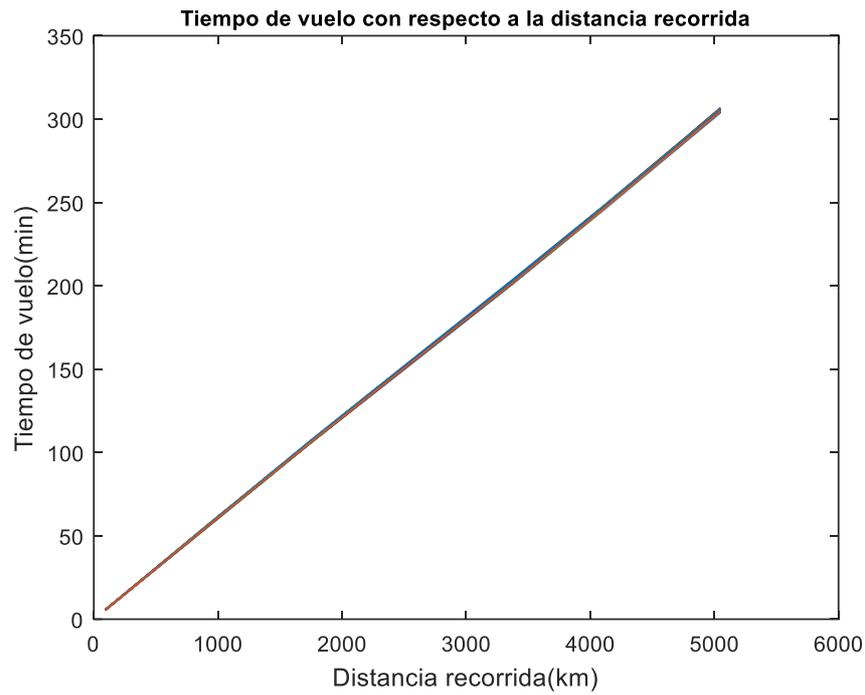


Figura 5-9: Tiempo de vuelo frente a la distancia recorrida para el trayecto BOS-DUB en el caso de estudio con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

Se lleva a cabo un zoom de la anterior gráfica, puesto que en ella no se aprecia de manera clara la diversidad de escenarios presente y el tiempo correspondiente a cada uno de ellos.

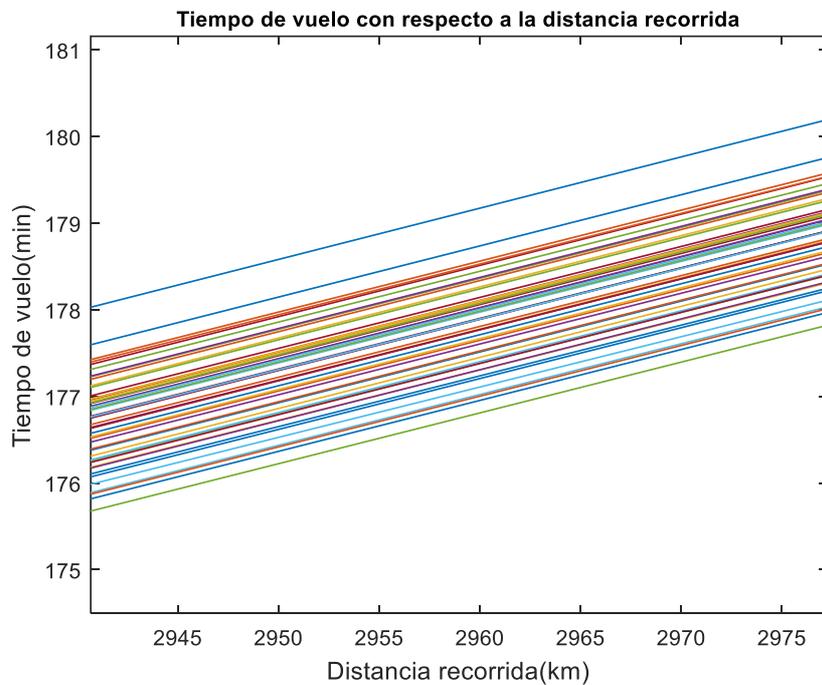


Figura 5-10: Detalle de la Figura 5-9

El tiempo máximo de vuelo es 306.52 minutos, mientras que el tiempo mínimo es 303.36 minutos.

En el caso de la evolución de la masa del avión con respecto a la distancia, se obtiene la siguiente gráfica:

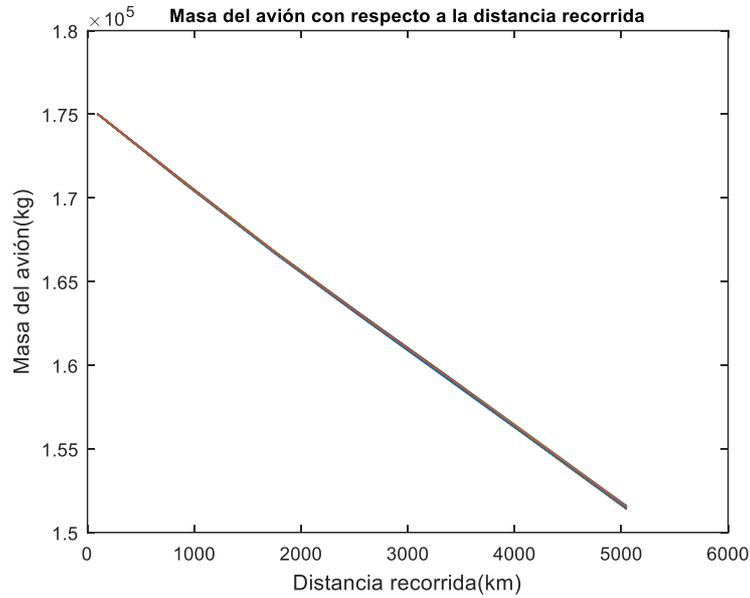


Figura 5-11: Masa del avión frente a la distancia recorrida para el trayecto BOS-DUB en el caso de estudio con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

Al igual que en el caso anterior, se lleva a cabo un zoom de la gráfica para poder apreciar la evolución con más claridad.

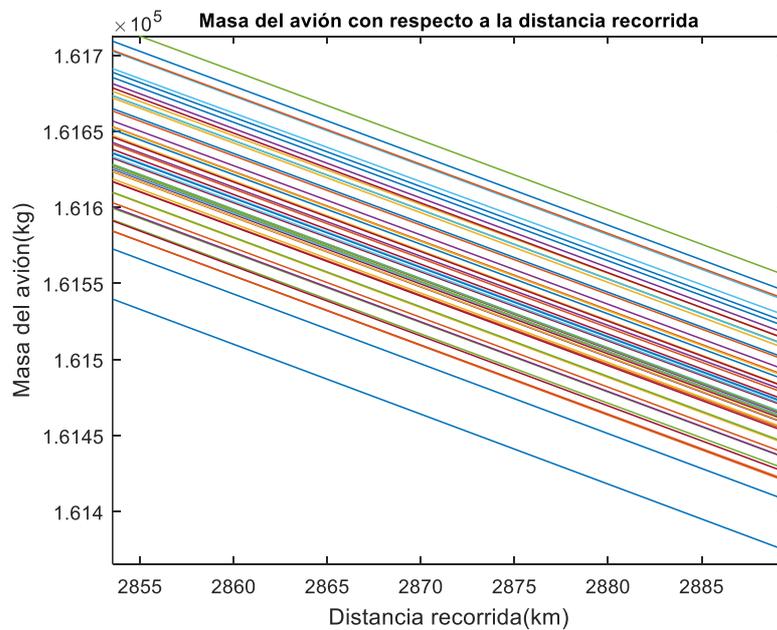


Figura 5-12: Detalle de la Figura 5-11

La masa máxima del avión es de 151645.08 kilogramos (23854.92 kilogramos de combustible consumido), mientras que la mínima tiene un valor de 151412.33 kilogramos (24087.67 kilogramos de combustible consumido).

Por último, en el caso de los costes totales la evolución es la siguiente:

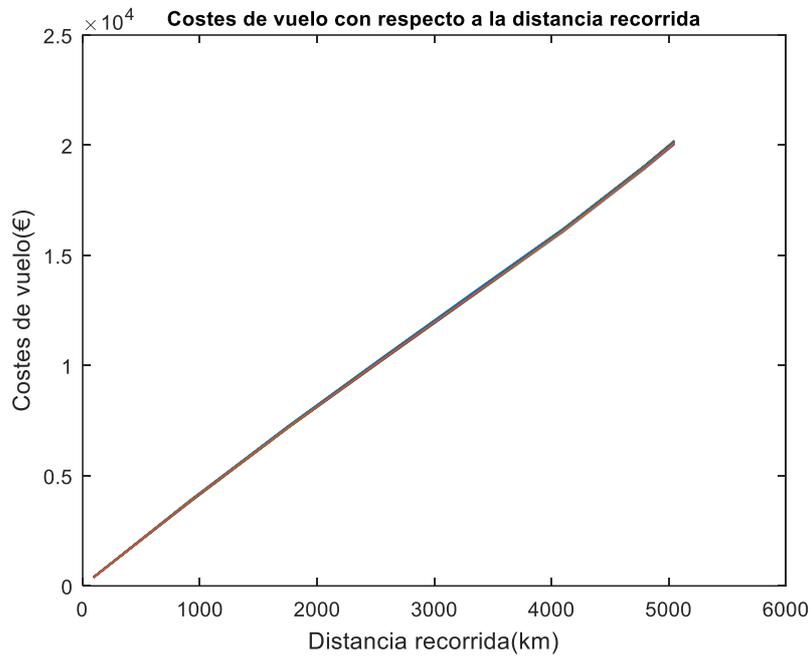


Figura 5-13: Costes de vuelo frente a la distancia recorrida para el trayecto BOS-DUB en el caso de estudio con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

Se amplia la gráfica para poder ver con mayor nitidez esta evolución:

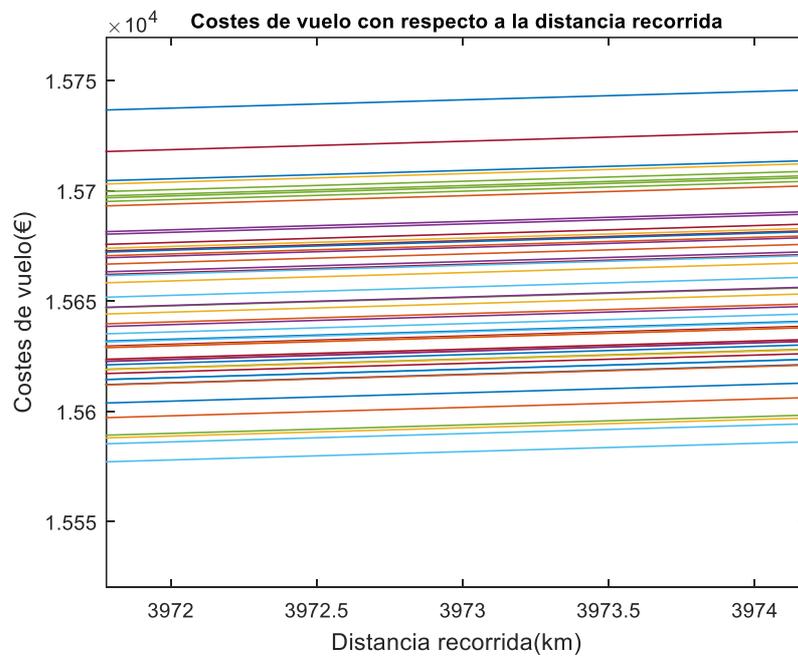


Figura 5-14: Detalle de la Figura 5-13

Los costes totales máximos alcanzan un valor de 20184.48 euros, mientras que los mínimos tienen un valor de 20001.81 euros.

5.6.2 Ruta Dublín-Boston

A diferencia de la ruta Boston-Dublín donde la trayectoria óptima para cada escenario siempre discurre por el mismo camino, en esta ruta tenemos varias trayectorias óptimas posibles en función de los diversos escenarios posibles. Entre ellas se encuentra la ruta óptima obtenida para la media de los tiempos y las masas de combustible consumidas, la cual también se representa en la siguiente imagen y es igual a la que aparece en color verde en la Figura 5-6. Las diferentes rutas óptimas se representan en la siguiente gráfica:

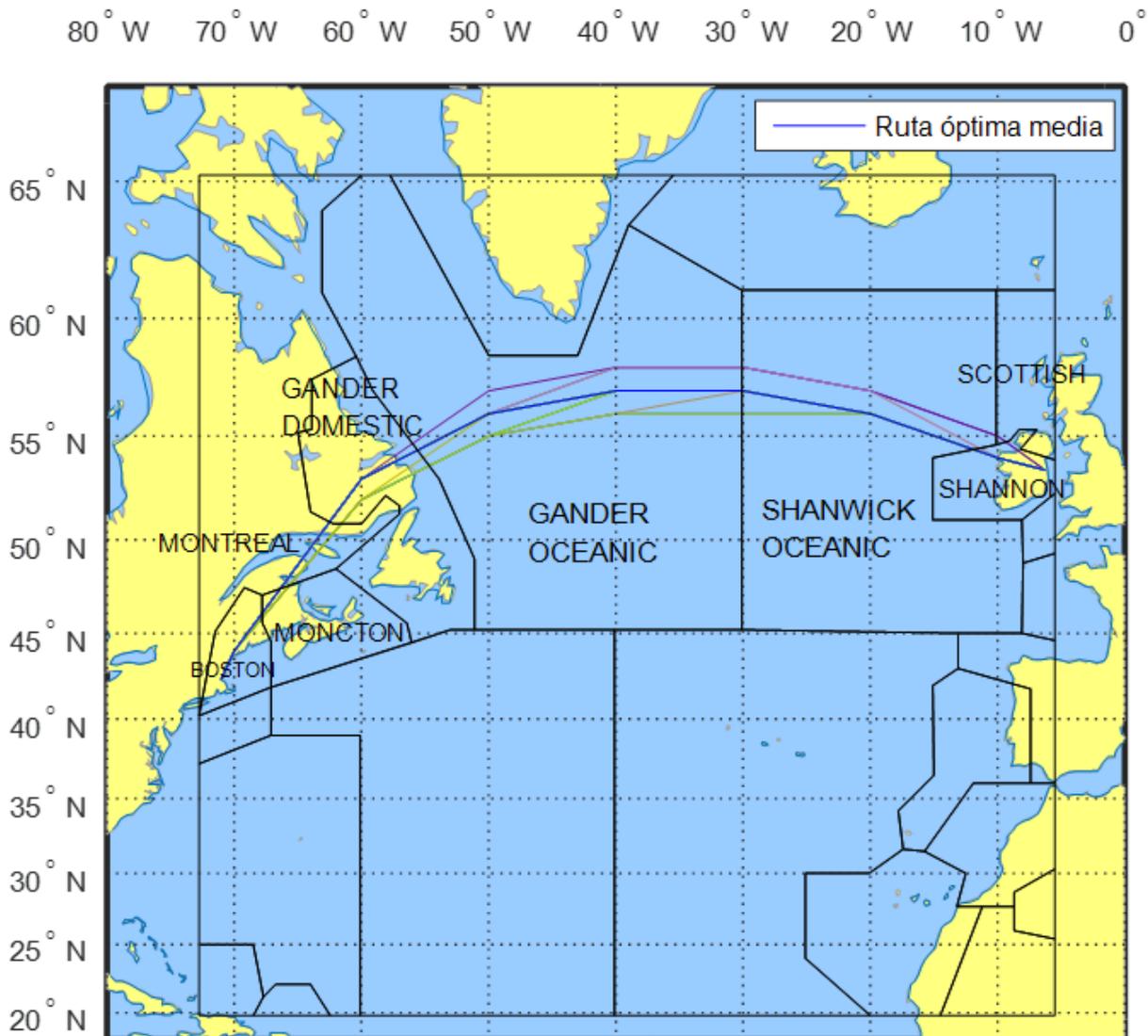


Figura 5-15: Trayectorias óptimas DUB-BOS para cada uno de los 51 escenarios posibles con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

Se puede apreciar que la ruta óptima para la media de los tiempos y las masas de combustible consumidas se encuentra, como es lógico, entre la ruta óptima que está más al norte y la que está más al sur. La distancia recorrida máxima es igual a 4991 kilómetros (ruta más al norte de todas), mientras que la mínima (ruta más al sur de todas) alcanza un valor de 4919.53 kilómetros.

Los puntos de paso de la ruta con distancia máxima (la más septentrional en la Figura 5-15) son:

Latitud (N) 53°25'17'' 55 57 58 58 57 53 44 42°21'47''

Longitud (O) 6°16'12'' 10 20 30 40 50 60 70 71°00'23''

Tabla 5-22: Puntos de paso de la ruta DUB-BOS de mayor distancia (considerando los 51 escenarios) con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

Mientras que los puntos de paso para la ruta con distancia mínima (la más meridional en la Figura 5-15) son:

Latitud (N) 53°25'17'' 54 56 56 56 55 52 44 42°21'47''

Longitud (O) 6°16'12'' 10 20 30 40 50 60 70 71°00'23''

Tabla 5-23: Puntos de paso de la ruta DUB-BOS de menor distancia (considerando los 51 escenarios) con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

La evolución del tiempo de vuelo con respecto a la distancia es en este caso como se representa en la siguiente gráfica:

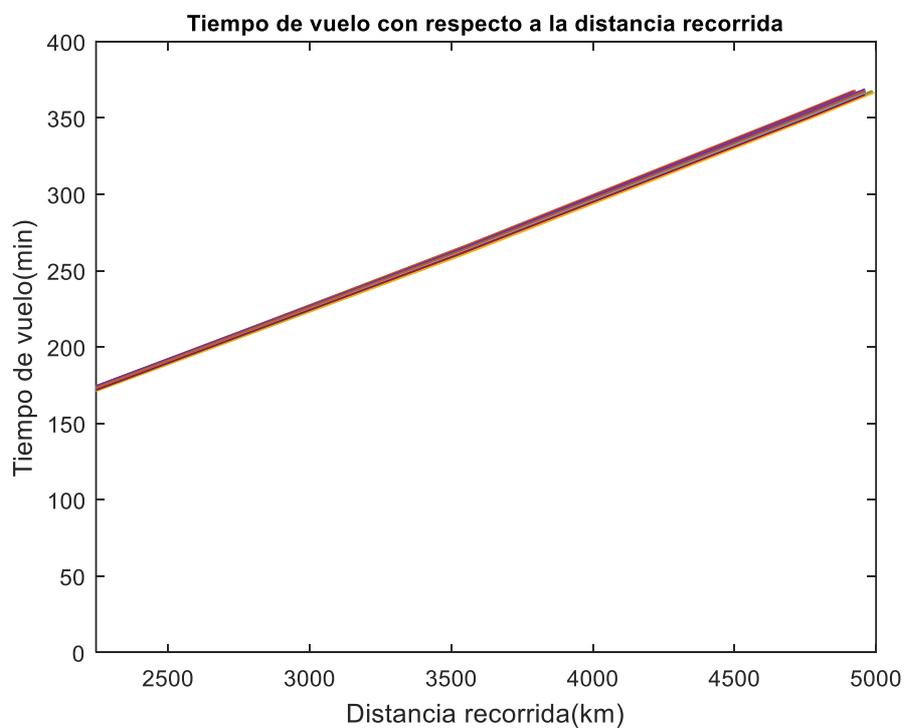


Figura 5-16: Tiempo de vuelo frente a la distancia recorrida para el trayecto DUB-BOS en el caso de estudio con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

Se amplía la gráfica anterior para verla con una mayor precisión:

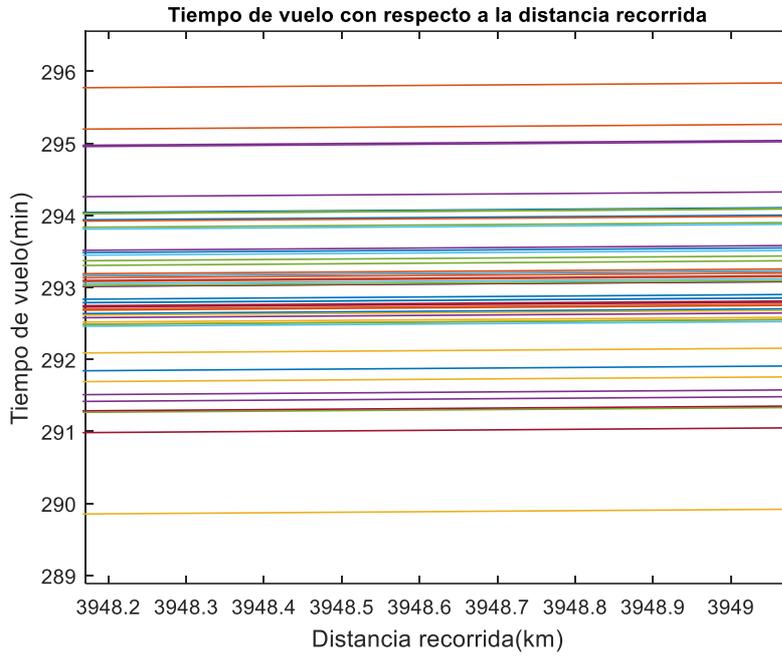


Figura 5-17: Detalle de la Figura 5-16

El tiempo de vuelo máximo para esta ruta es 368.66 minutos, mientras que el tiempo mínimo es 364.82 minutos.

La masa del avión presenta la siguiente evolución:

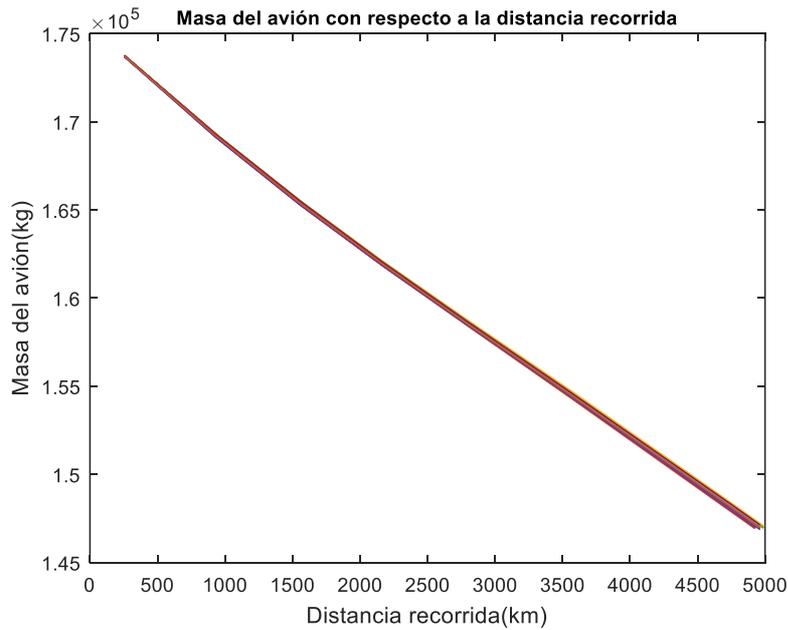


Figura 5-18: Masa del avión frente a la distancia recorrida para el trayecto DUB-BOS en el caso de estudio con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

Se lleva a cabo un zoom de la misma para tener un mayor detalle:

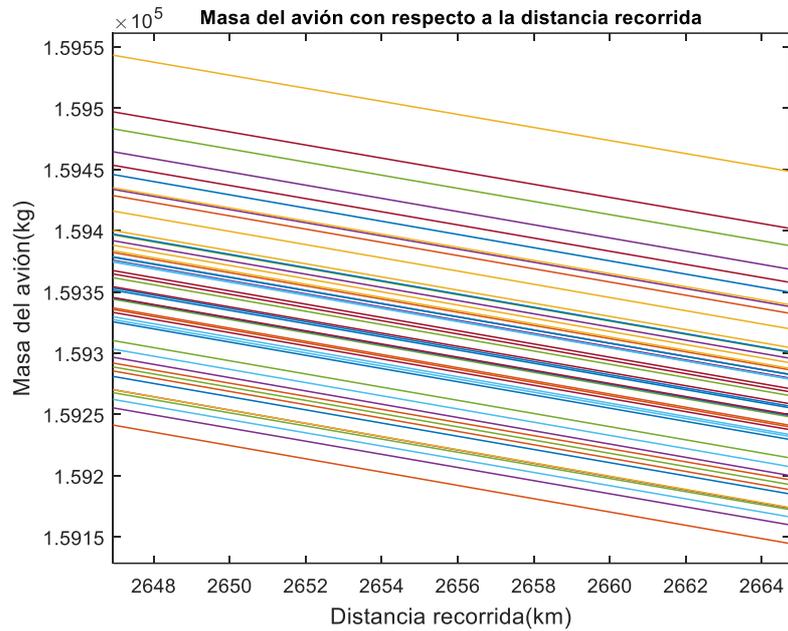


Figura 5-19: Detalle de la Figura 5-18

La masa máxima del avión al final del trayecto es 147164.72 kilogramos (28335.28 kilogramos de combustible consumido), mientras que la mínima es 146888.45 (28611.55 kilogramos de combustible consumido).

En el caso de los costes totales la evolución es la graficada en la siguiente imagen:

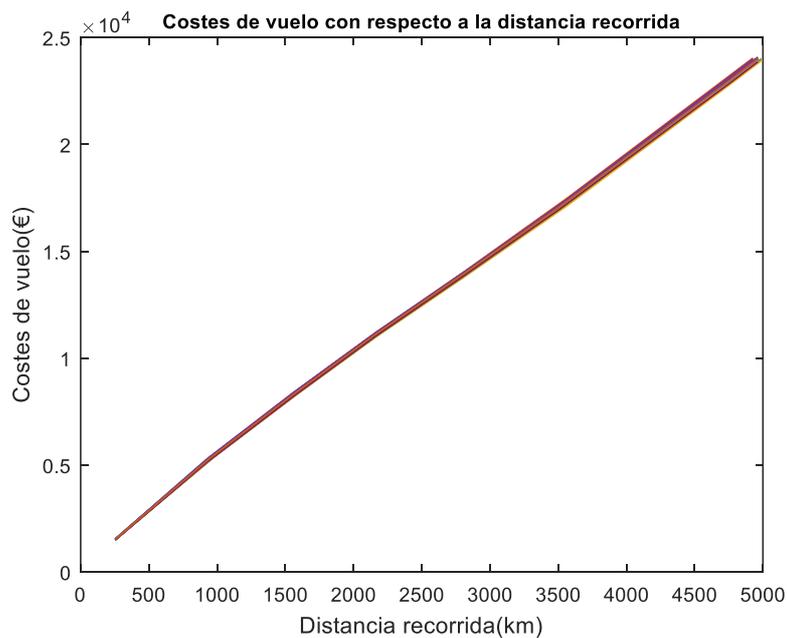


Figura 5-20: Costes de vuelo frente a la distancia recorrida para el trayecto DUB-BOS en el caso de estudio con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación

Se realiza de nuevo un zoom de la gráfica para poder observarla con mayor claridad:

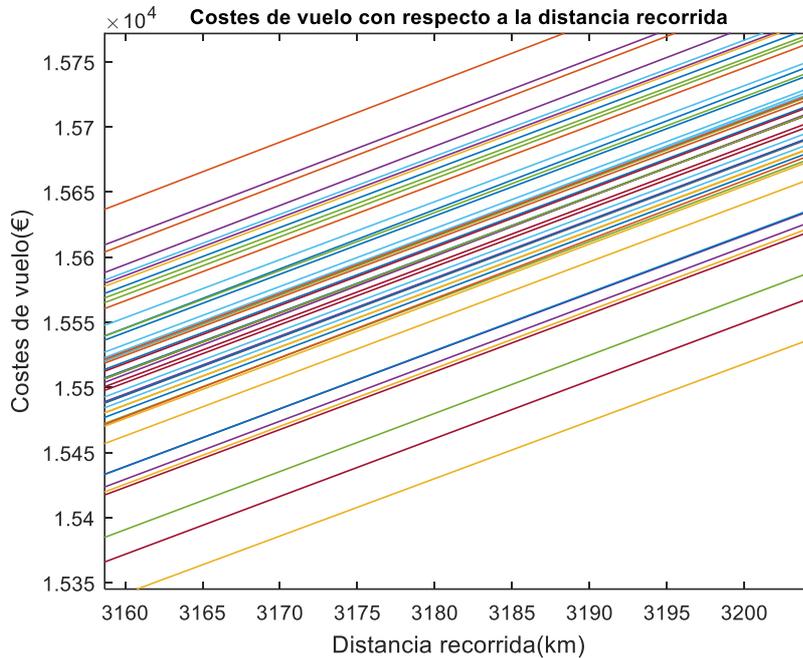


Figura 5-21: Detalle de la Figura 5-20

Los costes totales máximos alcanzan un valor de 24066.65 euros, mientras que los costes mínimos tienen un valor de 23834.10 euros.

5.7 Comparación de los costes de vuelo óptimos en cada caso de estudio con los que se obtienen para la ruta de mínima distancia

Con el fin de demostrar que la herramienta desarrollada en este trabajo es útil y permite obtener resultados fiables, se comparan los costes obtenidos en los casos de estudio donde se tiene en cuenta algún factor, bien sean los costes de navegación o la incertidumbre meteorológica o ambos, con los costes que se obtienen en las condiciones de tales casos de estudio recorriendo la ruta de mínima distancia obtenida en este trabajo, cuyos puntos de paso son los que se encuentran en la Tabla 4-1 y corresponden al caso de estudio sin incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación. Dicha ruta se aproxima de manera clara a la ortodrómica que une BOS y DUB, como se puede apreciar en la Figura 5-1.

Para ello, en este trabajo aparte del optimizador se ha desarrollado un calculador que permite calcular los costes de vuelo para toda posible ruta en cualquier caso de estudio. Este calculador usa las ecuaciones descritas a lo largo del Apartado 2.

Se establece la comparación para el caso de estudio sin incertidumbre meteorológica y con costes de navegación. En este caso, al ser los costes de navegación independientes del sentido de vuelo y no tenerse en cuenta el efecto del viento, los resultados son iguales para la ruta BOS-DUB que para DUB-BOS:

Tipo de coste	Coste óptimo (€)	Coste para la ruta de mínima distancia (€)
Coste relativo al tiempo	10214.72	10210.81
Coste relativo al combustible consumido	11294.05	11290.01
Coste de navegación	860.25	933.72
Coste total	22369.02	22434.54
Diferencia		+ 65.52

Tabla 5-24: Comparación entre los costes de vuelo sin incertidumbre meteorológica y con costes de navegación y los que se obtienen para la ruta de mínima distancia en tal caso de estudio

Se puede deducir de los datos que aparecen en la Tabla 5-24 que los costes de navegación son los que determinan en este caso los puntos de paso de la ruta óptima (que aparecen en la Tabla 5-4), pues los costes dependientes del tiempo siguen siendo inferiores para la ruta de mínima distancia, ya que el viento no afecta en este caso y la distancia mínima permite la optimización frente al tiempo, pero no frente a los costes de navegación, aspecto en el cual la ruta óptima comporta una disminución significativa (de 73.47 €).

Se lleva a cabo la comparación para el caso de estudio con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación:

Tipo de coste	Coste óptimo (€)	Coste para la ruta de mínima distancia (€)
Coste relativo al tiempo	9099.04	9347.19
Coste relativo al combustible consumido	10136.36	10395.31
Coste total	19235.40	19742.50
Diferencia		+ 507.10

Tabla 5-25: Comparación entre los costes de vuelo con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación y los que se obtienen para la ruta de mínima distancia en tal caso de estudio en el vuelo BOS-DUB

Tipo de coste	Coste óptimo (€)	Coste para la ruta de mínima distancia (€)
Coste relativo al tiempo	11006.86	11350.73
Coste relativo al combustible consumido	12105.89	12455.75
Coste total	23112.76	23806.48
Diferencia		+ 693.72

Tabla 5-26: Comparación entre los costes de vuelo con incertidumbre meteorológica y sin costes de navegación y los que se obtienen para la ruta de mínima distancia en tal caso de estudio en el vuelo DUB-BOS

En ambos casos se observa que la ruta de mínima distancia ya no permite la optimización de los costes dependientes del tiempo, ya que aunque el camino sea el más corto, ahora hay que tener en cuenta el efecto de la incertidumbre meteorológica, que provoca que los costes para esta ruta sean mucho mayores que los costes obtenidos para la ruta óptima.

Se realiza la comparación para el caso de estudio con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación:

Tipo de coste	Coste óptimo (€)	Coste para la ruta de mínima distancia (€)
Coste relativo al tiempo	9148.42	9347.19
Coste relativo al combustible consumido	10187.96	10395.31
Coste de navegación	758.87	933.72
Coste total	20095.25	20676.22
Diferencia		+ 580.97

Tabla 5-27: Comparación entre los costes de vuelo con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación y los que se obtienen para la ruta de mínima distancia en tal caso de estudio en el vuelo BOS-DUB

Tipo de coste	Coste óptimo (€)	Coste para la ruta de mínima distancia (€)
Coste relativo al tiempo	11006.86	11350.73
Coste relativo al combustible consumido	12105.89	12455.75
Coste de navegación	846.90	933.72
Coste total	23959.65	24740.20
Diferencia		+ 780.55

Tabla 5-28: Comparación entre los costes de vuelo con incertidumbre meteorológica y con costes de navegación y los que se obtienen para la ruta de mínima distancia en tal caso de estudio en el vuelo DUB-BOS

Al igual que en el caso de estudio analizado previamente, se puede concluir que al tener en cuenta los efectos tanto de los costes de navegación como de la incertidumbre meteorológica, la ruta de mínima distancia ya no implica en absoluto una optimización de los costes, si no todo lo contrario, puesto que existe una ruta óptima que permite una bajada ostensible de los costes con respecto a esta ruta de mínima distancia. Evidentemente, los costes de navegación son iguales independientemente del sentido en el que se recorra la ruta de mínima distancia, pues esta es idéntica en ambos sentidos, y tales costes dependen únicamente del espacio aéreo que se sobrevuela, que en este caso es el mismo al ser las trayectorias idénticas.

5.8 Sensibilidad de la trayectoria óptima a la variación de los costes de navegación

En este apartado se hace un estudio de cómo afecta un aumento de los costes de navegación a la ruta óptima de la aeronave. Se llevan a cabo dos aumentos independientes de dichos costes. En primer lugar, se analiza un caso intermedio donde se multiplican por 4 los costes que son función de la distancia recorrida, es decir, se multiplican por 4 los coeficientes ε de cada región, mientras que los costes de las regiones de tarifa plana (fijos) se multiplican por 12, o lo que es lo mismo, en estas regiones se triplica el incremento de costes con respecto a las demás. Mientras que, por otro lado, se evalúa un caso donde los costes que son función de la distancia recorrida se multiplican por 8, mientras que los de las regiones de tarifa plana se multiplican por 24, triplicándose estos de nuevo con respecto a los demás. Este aumento tan grande de los costes de las regiones de tarifa plana (el triple que para el otro tipo de regiones) se lleva a cabo para ver si su rentabilidad económica es tan relevante como se ha visto en lo desarrollado hasta el momento.

Indicar que en este aparatado se omite mostrar los resultados alcanzados con ambas configuraciones de costes de navegación por ser irreales y no aportar los nuevos datos obtenidos información de interés. Por tanto, el estudio que se lleva a cabo es puramente cualitativo.

5.8.1 Ruta Boston-Dublín

En primer lugar, se lleva a cabo la optimización para el caso de estudio con incertidumbre meteorológica y con la configuración intermedia de incremento de costes de navegación. La trayectoria óptima que se obtiene se muestra en la siguiente gráfica (Figura 5-22). La ruta, a pesar de que los costes de las regiones de tarifa plana se han triplicado respecto a los restantes, busca sobrevolar el mayor tiempo posible (y en definitiva, la mayor distancia posible a lo largo del trayecto) dichas regiones de tarifa plana (Gander Oceanic y Shanwick Oceanic). Esto demuestra la importancia de las mismas a la hora de optimizar los costes. También, es destacable como al principio la trayectoria evita sobrevolar las regiones de Moncton y Boston para sobrevolar el mayor tiempo posible New York Oceanic East, pues esta última región es más barata que las dos primeras y ahora con el incremento de costes más notable es esa diferencia.

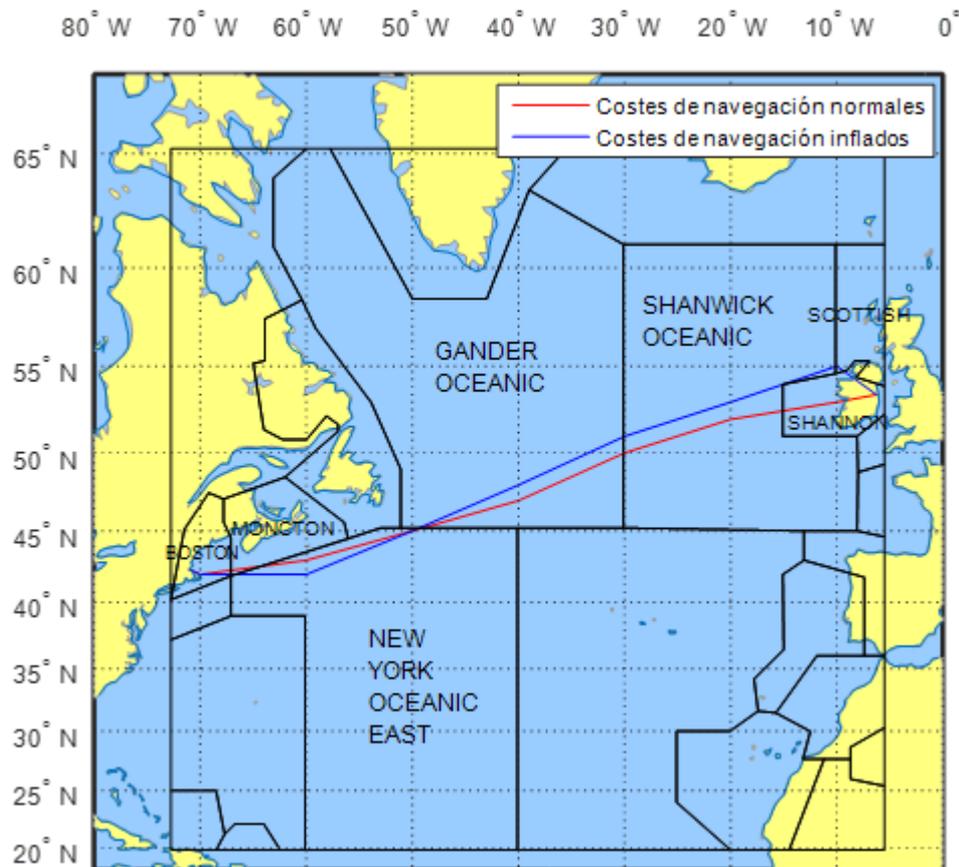


Figura 5-22: Sensibilidad de la trayectoria óptima al incremento de los costes de navegación para la configuración intermedia en la ruta BOS-DUB

Posteriormente, se efectúa la optimización para el caso de estudio con incertidumbre meteorológica y los costes de navegación con un incremento superior al del caso intermedio. La trayectoria y los resultados obtenidos son los mismos que los del caso anterior (con costes de navegación inferiores), por tanto, las conclusiones que se pueden extraer son idénticas. Se puede pensar que la sensibilidad de la ruta BOS-DUB con los costes de navegación ha convergido y por mucho que se aumenten los costes de navegación, la trayectoria es como la que aparece en color azul en la Figura 5-22. No se ha podido comprobar esta última hipótesis por falta de tiempo, así pues se puede indagar en la misma en futuras investigaciones acerca de este tema.

5.8.2 Ruta Dublín-Boston

Inicialmente, se realiza la optimización para el caso de estudio con incertidumbre meteorológica y con la configuración intermedia de incremento de costes de navegación. En este caso, se puede observar en la Figura 5-23 como la trayectoria al principio busca recorrer el menor tiempo posible regiones cuyo coste es dependiente de la distancia recorrida, para en su defecto sobrevolar las regiones de tarifa plana Gander Oceanic y Shanwick Oceanic. De nuevo, se demuestra la relevancia de estas regiones a la hora de optimizar costes.

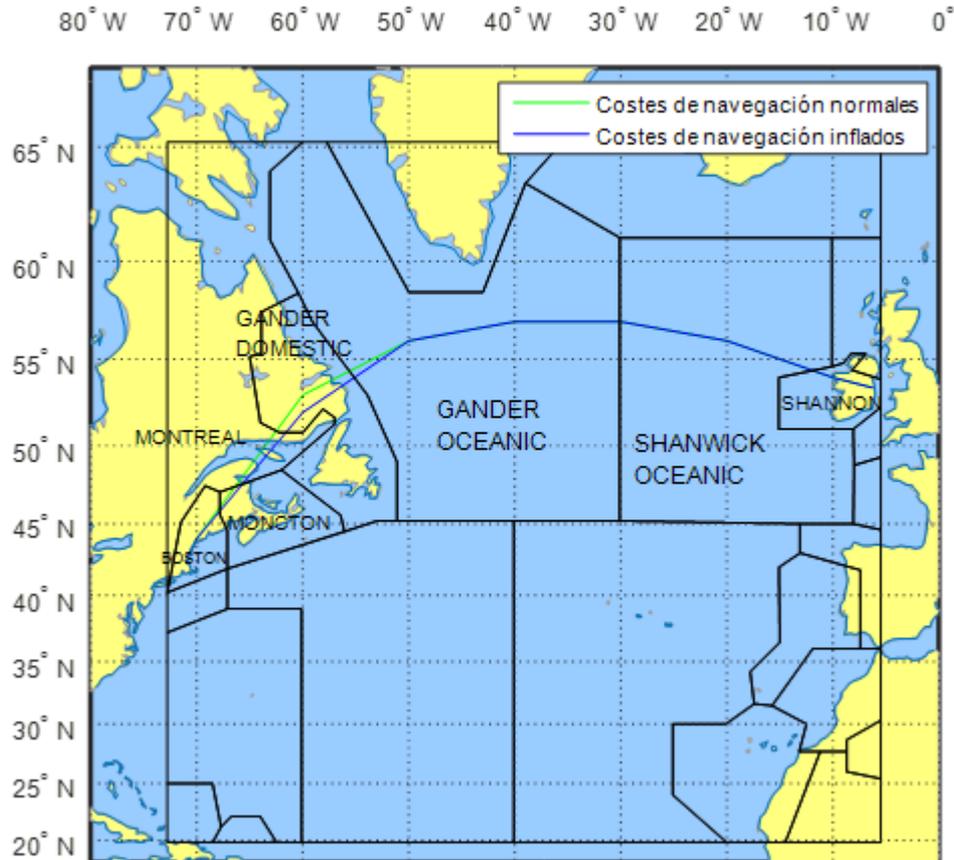


Figura 5-23: Sensibilidad de la trayectoria óptima al incremento de los costes de navegación para la configuración intermedia en la ruta DUB-BOS

Por otro lado, para el caso de estudio con incertidumbre meteorológica y costes de navegación superiores a los del caso previo, se obtiene que la trayectoria óptima es la que aparece en la Figura 5-24. Se pueden extraer conclusiones semejantes a las del caso anterior, pero ahora a diferencia del caso con costes intermedios, la trayectoria busca recortar lo máximo posible su recorrido a lo largo de la región de Shannon (más cara que las regiones de tarifa plana), para lo cual la ruta se desplaza ligeramente hacia el norte en su parte central. Al desplazarse hacia el norte cuando está atravesando las regiones de tarifa plana, los costes de navegación no aumentan y el aumento de los costes dependientes del tiempo (por ser ahora la ruta más larga) es menor que el asociado a sobrevolar Shannon un mayor número de kilómetros. En este caso, no se puede asegurar que la sensibilidad de la ruta DUB-BOS a los costes de navegación haya convergido. De nuevo, por falta de tiempo no se ha podido abordar este estudio, pudiéndose profundizar en el mismo en posteriores investigaciones.

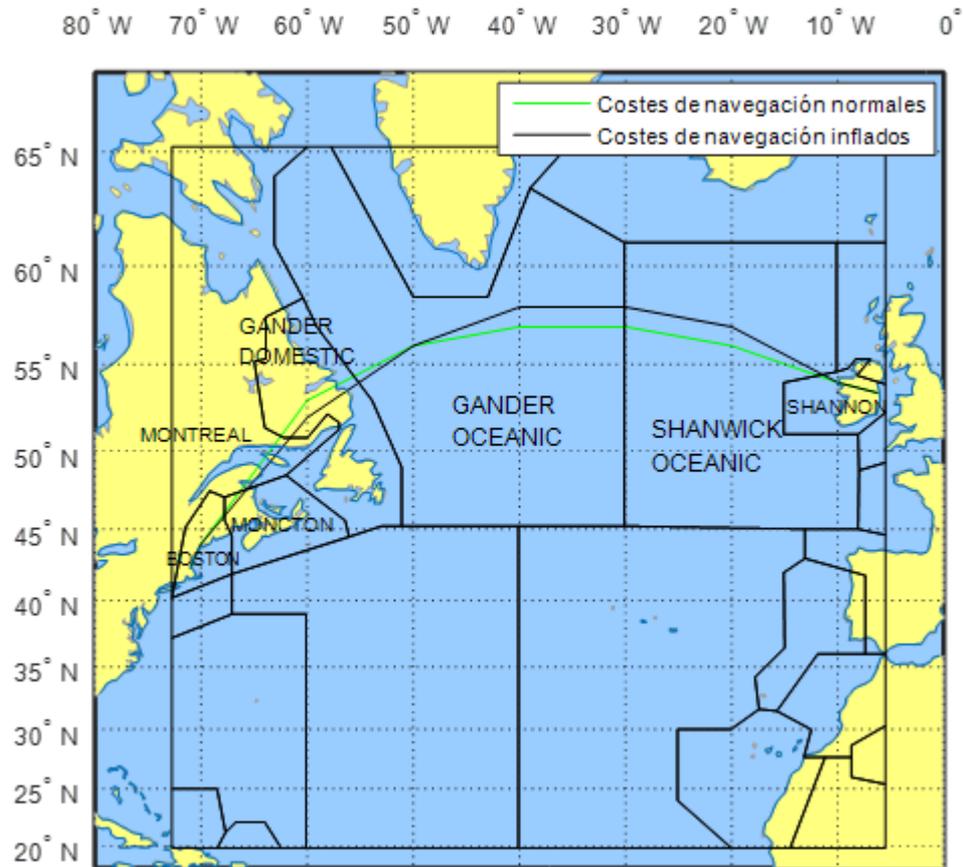


Figura 5-24: Sensibilidad de la trayectoria óptima al incremento de los costes de navegación en la ruta DUB-BOS

A modo de conclusión, cabe destacar que una buena parte de los vuelos que tienen lugar a través del Atlántico Norte atraviesan las regiones de tarifa plana Gander Oceanic y Shanwick Oceanic [18] debido a su rentabilidad económica, pues se puede ver que aún triplicando sus costes respecto al otro tipo de regiones siguen siendo sobrevoladas como parte de la ruta óptima. De manera coloquial, se puede decir que estas regiones conforman la autovía aérea que conecta Europa con América del Norte.

6 CONCLUSIONES Y FUTURAS MEJORAS

A lo largo de este documento se ha descrito en detalle una herramienta que permite conseguir la trayectoria óptima a nivel de costes (minimiza los mismos) entre un punto origen y un punto destino. El cálculo de los costes se ha llevado a cabo teniendo en cuenta la incertidumbre meteorológica y los costes de navegación en ruta (los asociados a sobrevolar el espacio aéreo mundial). Se ha hecho uso de unos modelos concretos para introducir estos factores y dotar de realismo a este estudio.

Para hacer uso de la herramienta y obtener datos gracias a la misma, se ha estudiado la ruta entre el Aeropuerto Internacional Logan de Boston y el Aeropuerto de Dublín. Se ha evaluado la ruta óptima para varios casos de estudio diferentes con objeto de analizar como afectan los diferentes elementos presentes en el problema a la optimización.

Se ha podido extraer del estudio que la ruta óptima está condicionada claramente por el componente meteorológico, siendo este un factor determinante en el perfil de la trayectoria, ya que según se vuela en un sentido de la ruta o en otro, los vientos afectarán de una manera u otra, repercutiendo esto claramente en la trayectoria óptima, y en los valores del tiempo de vuelo y del combustible consumido.

Por otro lado, los costes de navegación en ruta aún teniendo una menor importancia que el factor meteorológico, pueden también influir en el perfil de la ruta, pues existen zonas del espacio aéreo (regiones con tarifa plana) cuyos costes de navegación son fijos y bastante baratos. Por lo general, la ruta busca navegar el mayor tiempo posible a lo largo de dichas zonas.

6.1 Futuras mejoras

Sería recomendable implementar algunas mejoras en la herramienta de cara a hacerla más precisa y eficiente en un futuro. Con el objetivo de aumentar la eficiencia se podría hacer uso de otro tipo de algoritmos de búsqueda en grafos, como pueden ser el algoritmo de Johnson o el algoritmo A* [19], y ver si su tiempo de ejecución es menor que el del Algoritmo de Dijkstra, que es el empleado en este trabajo.

Tanto el modelo aerodinámico (polar parabólica de coeficientes constantes) como el modelo que define el consumo específico son modelos sencillos cuyas variables no dependen explícitamente de las condiciones de vuelo. Así pues, se podría hacer uso de modelos más realistas que doten de mayor firmeza a los resultados finales.

Puesto que los vuelos no sólo tienen fase de crucero, que es la considerada aquí, si no que tienen otras posibles fases como subidas y descensos o tramos de aceleración y desaceleración, se podría llevar a cabo un análisis del vuelo más realista que tuviera en cuenta esta casuística.

Por otro lado, teniendo en cuenta que la altura de vuelo influye sobre los costes totales, se podría evaluar un plan de vuelo donde la aeronave fuese variando su altura con el fin de optimizar los costes.

Otra mejora consistiría en pulir el cálculo de los costes de navegación, pues este se realiza en base a divisiones y subdivisiones de tramos que en algunos casos (frontera entre dos regiones) no dan resultados

totalmente precisos. Además, las divisiones y subdivisiones siempre se hacen en base a un número preestablecido de tramos, por lo que dicho número se podría optimizar o adaptar en función del tramo concreto que se esté estudiando.

Por último, el modelo de costes totales se hace en base a la media de los tiempos y la media de los combustibles consumidos en los 51 escenarios evaluados. Así pues, se podría buscar otro modelo más completo para definir los costes. En el podrían aparecer variables estadísticas y coeficientes que formen parte de un modelo más riguroso a la hora de tener en cuenta los 51 posibles escenarios.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] ICAO. (2015). ICAO FIR WORLD. Consultada el 29 de Julio de 2017, en <http://gis.icao.int/flexviewer/>
- [2] Eurocontrol. (2014). User Manual for the Base of Aircraft Data (BADA) Revision 3.12. Consultada el 2 de Septiembre de 2017, en https://www.eurocontrol.int/sites/default/files/field_tabs/content/documents/sesar/user-manual-bada-3-12.pdf
- [3] Wikipedia. (2017). Dijkstra's algorithm. Consultada el 16 de Agosto de 2017, en https://en.wikipedia.org/wiki/Dijkstra%27s_algorithm
- [4] EcuRed. (2017). Algoritmo de Dijkstra. Consultada el 16 de Agosto de 2017, en https://www.ecured.cu/Algoritmo_de_Dijkstra
- [5] Wikipedia. (2017). Aeropuerto Internacional Logan. Consultada el 8 de Agosto de 2017, en https://es.wikipedia.org/wiki/Aeropuerto_Internacional_Logan
- [6] Wikipedia. (2017). Aeropuerto de Dublín. Consultada el 8 de Agosto de 2017, en https://es.wikipedia.org/wiki/Aeropuerto_de_Dubl%C3%ADn
- [7] Rivas Rivas D., Mecánica del Vuelo, apuntes de la asignatura. Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Sevilla, 2016.
- [8] Vázquez Valenzuela R. y Gavilán Jiménez F., Fundamentos de Navegación Aérea, formulario de rutas de la asignatura. Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Sevilla, 2016.
- [9] FAA. (2017). Air traffic: overflight fees. Consultada el 16 de Julio de 2017, en https://www.faa.gov/air_traffic/international_aviation/overflight_fees/
- [10] Nav Canada. (2017). Customer guide to charges. Consultada el 16 de Julio de 2017, en http://www.navcanada.ca/EN/products-and-services/Pages/Customer%20Guide%20to%20Charges_EN_POSTED.pdf
- [11] ENAIRE. (2017). Tasas por servicio de navegación aérea. Consultada el 16 de Julio de 2017, en <http://www.enaire.es/csee/Satellite/navegacion-aerea/es/Page/1078418725129/?other=1083158950343#ancla5>
- [12] ICAO. (2016). Doc 7100: Tariffs for Airports and Air Navigation Services. Consultada el 16 de Julio de 2017, en http://dspk.cs.gkovd.ru/library/data/Doc_7100_tarify_na_uslugi_aeroportov_i_aeronavigatsionnyh_sluzhb_2016g_.pdf
- [13] Wikipedia. (2017). Ensemble forecasting. Consultada el 14 de Agosto de 2017, en https://en.wikipedia.org/wiki/Ensemble_forecasting
- [14] Wikipedia. (2017). European Centre for Medium-Range Weather Forecasts. Consultada el 14 de Agosto de 2017, en https://en.wikipedia.org/wiki/European_Centre_for_Medium-Range_Weather_Forecasts
- [15] Wikipedia. (2017). Integrated Forecast System. Consultada el 14 de Agosto de 2017, en https://ca.wikipedia.org/wiki/Integrated_Forecast_System
- [16] Wikipedia. (2017). Aeropuerto de Lisboa. Consultada el 20 de Agosto de 2017, en https://es.wikipedia.org/wiki/Aeropuerto_de_Lisboa
- [17] IATA. (2017). Fuel Price Analysis. Consultada el 12 de Julio de 2017, en <http://www.iata.org/publications/economics/fuel-monitor/Pages/price-analysis.aspx>
- [18] NATS. (2014). North Atlantic Skies – The gateway to Europe. Consultada el 29 de Agosto de 2017, en <http://nats.aero/blog/2014/06/north-atlantic-skies-gateway-europe/>
- [19] Cordero Romero M., *Optimización de trayectorias de avión sujetas a incertidumbre meteorológica*. Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Sevilla, 2016.

