

Trabajo Fin de Grado  
Grado en Ingeniería Civil

Estudio del comportamiento dinámico del alminar  
de San Juan: evaluación experimental de los  
parámetros modales

Autor: Rocío Velázquez Mata

Tutor: Pedro Galvín Barrera

Dep. Mecánica de Medios Continuos y Teoría  
de Estructuras  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2017





Trabajo Fin de Grado  
Grado en Ingeniería Civil

# **Estudio del comportamiento dinámico del almiar de San Juan: evaluación experimental de los parámetros modales**

Autor:

Rocío Velázquez Mata

Tutor:

Pedro Galvín Barrera

Profesor titular

Dep. de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2017



Trabajo Fin de Grado: Estudio del comportamiento dinámico del alminar de San Juan: evaluación experimental de los parámetros modales

Autor: Rocío Velázquez Mata

Tutor: Pedro Galvín Barrera

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2017

El Secretario del Tribunal



*A mi familia*



# AGRADECIMIENTOS

---

Después de cuatro intensos años de estudio en la escuela, a los que pongo fin tras la defensa de este trabajo, no me queda más que dar las gracias a todos los que habéis contribuido en mayor o menor medida a que esté aquí.

A mis padres y hermana, después de tantísimos ¡mucha suerte! y ¡tú puedes! antes de cada examen, y durante toda mi vida. Son los que al fin y al cabo han soportado mis peores momentos de cansancio en esta carrera de fondo y siempre han estado ahí para apoyarme.

A toda mi familia, abuelos, tíos, primos, por sus muestras de apoyo y orgullo hacia mí, por compartir mis logros en cada año de grado.

A los que empezaron como compañeros de clase y se han vuelto personas indispensables en mi vida. Si no hubiesen estado ahí todo este tiempo no estaría escribiendo esto sólo cuatro años después de empezar el grado. Por haber sufrido conmigo épocas de examen y hacerlas más amenas. Y, lo que es mejor, haber celebrado aprobados. Gracias por tantísimo apoyo y cariño.

Por supuesto, a Pedro Galvín, por hacer que la teoría de estructuras parezca sencilla, tanto en sus clases como en el desarrollo de este trabajo de fin de grado. Por hacer que me alegre de haber elegido esta rama, y por su constante disposición y velocidad respondiendo cualquier duda que me haya surgido.

A todos los que hicieron que terminara estudiando ingeniería civil, y a los que han hecho que me encante lo que estudio.

*Rocío Velázquez Mata*

*Sevilla, 2017*



# RESUMEN

---

Como vestigio de una antigua mezquita erigida entre los siglos IX y X en la plaza de San Juan (Córdoba) se conserva un alminar de nombre homónimo. El transcurso de los siglos ha supuesto numerosas transformaciones tanto funcionales como estructurales para esta torre, llegando a la situación de deterioro e inutilización en la que se encuentra actualmente.

Debido a su importancia histórica, es necesaria la rehabilitación de esta estructura de arquitectura mudéjar. Para ello, y un primer diagnóstico de su estado con el objetivo de comparar antes y después de dichas obras de conservación, se realizará un estudio de su comportamiento dinámico.

En el presente trabajo se calcularán los parámetros dinámicos actuales del alminar de San Juan mediante la obtención de la respuesta de éste ante sollicitaciones ambientales. Serán calculados de forma experimental empleando dos técnicas diferentes, con una posterior comparación de ambas.



<b>Agradecimientos</b>	<b>ix</b>
<b>Resumen</b>	<b>xi</b>
<b>Índice</b>	<b>xiii</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>xv</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>xvii</b>
<b>Glosario</b>	<b>xix</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Desarrollo del ensayo</b>	<b>9</b>
<b>3. Análisis de la respuesta</b>	<b>17</b>
3.1. <i>MÉTODO EFDD</i>	<i>17</i>
3.2. <i>MÉTODO SSI</i>	<i>27</i>
<b>4. Conclusiones</b>	<b>43</b>
<b>5. Anejos</b>	<b>47</b>
<b>6. Referencias</b>	<b>59</b>



# ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 1. Referencias de acelerómetros empleados	10
Tabla 2. Resumen del ensayo experimental	16
Tabla 3. Relación posición de los acelerómetros con nodos definidos en el modelo	20
Tabla 4. Frecuencias naturales y amortiguamientos de cada modo obtenido con EFDD Artemis	25
Tabla 5. Frecuencia natural, amortiguamiento y orden en el modo de flexión de la medida 2	35
Tabla 6. Frecuencia natural, amortiguamiento y orden en el modo de flexión de la medida 3	35
Tabla 7. Frecuencia natural, amortiguamiento y orden en el modo de torsión de la medida 1	35
Tabla 8. Frecuencia natural, amortiguamiento y orden en el modo de torsión de la medida 2	35
Tabla 9. Frecuencia natural, amortiguamiento y orden en el modo de torsión de la medida 3	36
Tabla 10. Frecuencia natural, amortiguamiento y orden en el modo de torsión de la medida 4	36
Tabla 11. Frecuencia y amortiguamiento modo de flexión SSI MACEC	37
Tabla 12. Frecuencia y amortiguamiento modo de torsión SSI MACEC	37
Tabla 13. Modo de torsión SSI MACEC. Frecuencia: 9.458 Hz. Amortiguamiento: 7.49 %	37
Tabla 14. Modo de flexión SSI MACEC. Frecuencia: 3.462 Hz. Amortiguamiento: 12.56 %	38
Tabla 15. Frecuencia y amortiguamiento modos de vibración SSI Artemis	40
Tabla 16. Resumen del comportamiento dinámico con los tres análisis	44
Tabla 17. Comparación de resultados experimentales en otras torres de mampostería.	45



# ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 1. Ubicación del alminar en Google Earth	4
Figura 2. Fotografías de (a) archivo [9] y (b) actual del Alminar de San Juan (Córdoba) [10]	4
Figura 3. Núcleo y escalera en el interior del alminar	5
Figura 4. Estado de deterioro (a) en la planta superior del alminar y (b) ausencia de varios escalones en tramo intermedio.	6
Figura 5. Acelerómetro ETNA ALTUS SERIES y GPS	9
Figura 6. Medidor láser <i>Bosch</i> (a) y cinta métrica de fibra de vidrio de 30m <i>Medid</i> (b)	10
Figura 7. Cotas de ubicación de los acelerómetros y vista en alzado del alminar	11
Figura 8. Orientación de los ejes de los acelerómetros en la ubicación del alminar.	12
Figura 9. Ubicación de los acelerómetros en la medida 1	12
Figura 10. Ubicación del acelerómetro de referencia ETNA 5937	13
Figura 11. Ubicación del acelerómetro ETNA 5851 en la posición 1	13
Figura 12. Relación entre colores asignados y código de referencia de los acelerómetros	14
Figura 13. Ubicación de los acelerómetros en la medida 2	14
Figura 14. Ubicación de los acelerómetros en la medida 3	15
Figura 15. Ubicación de los acelerómetros en la medida 4	15
Figura 16. Esquema de las plantas del modelo definido. Marcada posición de los acelerómetros.	18
Figura 17. Geometría definida en el software Artemis.	19
Figura 18. Asociación de canales de medida a su correspondiente nodo y dirección	20
Figura 19. Media de la descomposición en valores singulares de la matriz de densidad espectral.	21
Figura 20. Campanas de valores singulares pertenecientes a la matriz de densidad espectral correspondientes a los tres modos. Medida 4.	22
Figura 21. Funciones de correlación normalizadas de las campanas de valores singulares. Medida 4.	23
Figura 22. Estimación del amortiguamiento en los tres modos. Medida 1.	24
Figura 23. Modo de flexión 1 EFDD Artemis. Frecuencia: 3.826Hz. Amortiguamiento: 1.023%	25
Figura 24. Modo de flexión 2 EFDD Artemis. Frecuencia: 3.944Hz. Amortiguamiento: 0.9122%	26
Figura 25. Modo de torsión EFDD Artemis. Frecuencia: 9.341Hz. Amortiguamiento: 1.172%	26
Figura 26. Sistema de 2gdl para ejemplo con MACEC	27
Figura 27. Señal captada, modos y error en dominio del tiempo	31
Figura 28. Modelo empleado para el análisis con MACEC	32
Figura 29. Señal recogida por el acelerómetro de referencia en la medida 1 en dirección X en dominio del tiempo y la frecuencia.	32
Figura 30. Función de densidad espectral y modos detectados en la medida1	33

Figura 31. Función de densidad espectral y modos detectados en la medida 2	33
Figura 32. Función de densidad espectral y modos detectados en la medida 3	34
Figura 33. Función de densidad espectral y modos detectados en la medida 4	34
Figura 34. (a) Modo de flexión a 3.462 Hz y (b) modo de torsión a 9.458 Hz obtenidos con MACEC empleando SSI.	38
Figura 35. Diagramas de estabilización correspondientes a las cuatro medidas	39
Figura 36. Modo de flexión 1 SSI Artemis. Frecuencia: 3.807 Hz. Amortiguamiento: 1.11 %	40
Figura 37. Modo de flexión 2 SSI Artemis. Frecuencia: 3.945 Hz. Amortiguamiento: 1.042 %	41
Figura 38. Modo de torsión SSI Artemis. Frecuencia: 9.373 Hz. Amortiguamiento: 0.9191 %	41

# GLOSARIO

---

EFDD	Enhanced Frequency Domain Decomposition
SSI	Stochastic Subspace Identification
OMA	Operational Modal Analysis
SVD	Singular Value Decomposition
PSD	Power Spectral Density
MAC	Modal Assurance Criterion
CVA	Canonical Variate Analysis



# 1. INTRODUCCIÓN

---

El Patrimonio Arquitectónico es uno de los testigos fundamentales de la trayectoria histórica y de identidad de una ciudad, estando presente en la práctica totalidad de ellas. Monumentos y edificios de relevancia llenan los centros de muchos núcleos urbanos, fieles reflejos de un pasado y tradición dignos de conservar, convirtiéndose este en un aspecto importante en la vida cultural de la sociedad moderna. La acumulación de daños por deterioro de materiales, cargas repetidas y eventos excepcionales conlleva a menudo una necesidad de realización de labores de reparación y mejora [1]. Es por esto que el previo diagnóstico de la estructura desempeña un papel esencial, proporcionando información sobre las condiciones del edificio y los daños existentes y permitiendo definir medidas correctivas adecuadas.

Los métodos actuales de detección de daños son visuales o experimentales localizados [2], tales como métodos acústicos o ultrasónicos, de campo magnético, radiografías, métodos de corriente de Foucault y métodos de campo térmico. Todos ellos suponen un conocimiento a priori de la ubicación del daño, así como una accesibilidad fácil a éste para su inspección. Con estas limitaciones, estos métodos pueden detectar el daño en zonas superficiales o cercanas a la superficie de la estructura. La necesidad de métodos adicionales que permitan un diagnóstico completo de estructuras más complejas y/o menos accesibles ha supuesto el desarrollo de métodos que examinan variaciones en las características de vibración de la estructura. Esto es, la detección de daños o defectos determinada por los cambios en las propiedades dinámicas o respuesta de la estructura. Pueden alertar de la presencia del daño y definir su ubicación, pero pueden no dar información suficientemente precisa sobre el tipo y la extensión del daño. La idea básica es que los parámetros modales (frecuencias naturales, modos de vibración y amortiguamiento) son funciones de las propiedades físicas de la estructura (masa, amortiguación y rigidez). Por lo tanto, los cambios en las propiedades físicas causarán cambios en las propiedades modales. Una pérdida anormal de la rigidez se ve reflejada en la obtención de unas frecuencias naturales menores de lo esperado al realizar el ensayo [3]. Los desarrollos de software y hardware han hecho posible un monitoreo continuo [4]. Ello supone la instalación de sensores en la estructura pudiéndose medir datos a tiempo real. La atención ahora se centra en qué tipo de información es importante desde el punto de vista estructural y cómo los datos deben ser procesados y almacenados para el análisis de daños.

Las estructuras históricas de mampostería suelen presentar una geometría compleja y sucesivas intervenciones pasadas. Además, los materiales que la constituyen tienden a mostrar

variaciones significativas en las propiedades y la estructura interna. En estos casos los daños están principalmente relacionados con grietas, asentamientos de cimentación, degradación de los materiales y deformaciones. Existen numerosos estudios sobre la detección de daños en estructuras basados en las variaciones de las propiedades dinámicas [2]–[5], pero pocos dedicados a sus aplicaciones en estructuras de mampostería. El proceso en que consiste el monitoreo de estas estructuras históricas se puede dividir en las cuatro fases descritas a continuación.

La primera fase es una recopilación de datos de la estructura, incluyendo información histórica, geométrica y topográfica, daños y caracterización de materiales mediante pruebas no destructivas. Además de un análisis experimental, y su validación con un modelo numérico estático y dinámico. Esta información de condiciones de la estructura se asumiría como tiempo “cero”.

En la segunda fase, el control del estado de la estructura puede realizarse con un número limitado de sensores (ej. un par de acelerómetros de referencia, medidores de deformación de secciones críticas, sensores de temperatura y humedad, etc.). Los datos deben almacenarse periódicamente y el sistema de monitoreo debe ser capaz de enviar las alarmas adecuadas. Se deben estudiar los efectos ambientales y observar la presencia de daños a través de la variación de los parámetros modales.

Se podría considerar una tercera fase, si se requiere tras los datos obtenidos en las dos primeras, o según la importancia de la estructura. Esta consistiría en un estudio más exhaustivo con un mayor número de sensores y puntos de medición. Los métodos de identificación de daños se aplicarían tras filtrar efectos ambientales [6], siendo su objetivo confirmar y localizar el posible daño de una manera global.

En la última fase se debe realizar un enfoque local con pruebas visuales y complementarias no destructivas, para una evaluación local del daño que permita su clasificación.

Los enfoques global y local, esto es, análisis dinámico de la estructura y ensayos locales, deben considerarse como trabajos complementarios. En el caso de las construcciones históricas, la evaluación de sus condiciones mediante estos procedimientos parece ser adecuada al tratarse de ensayos no destructivos. Un sistema ideal de identificación de daños será capaz de identificar el daño que se ha producido, dentro de la resolución del sensor utilizado, proporcionando una estimación de su severidad y prediciendo la vida útil de la estructura.

El presente estudio supondrá un inicio en la conservación del alminar de San Juan. Como se ha indicado, las premisas de evaluación de seguridad estructural y control de daños en estructuras comienzan con un primer estudio del comportamiento dinámico de la construcción. Mientras en edificaciones recientes éste es relativamente sencillo gracias al conocimiento existente sobre el tema, la predicción de la respuesta dinámica de edificios históricos supone un

reto debido a diferentes aspectos. Primero, cada edificio monumental es “por definición” único, caracterizado por su propia historia (que a menudo conlleva una mezcla de elementos estructurales añadidos o sustituidos interactuando). Por otra parte, el comportamiento estático y dinámico de construcciones antiguas es normalmente demasiado complicado para ser interpretado por modelos simples, y, generalmente, no puede ser reducido a ningún esquema estructural estándar debido a las incertidumbres que afectan tanto al comportamiento estructural como a la distribución de las propiedades mecánicas. Por lo tanto, la evaluación del comportamiento de estructuras históricas de mampostería plantea desafíos importantes y debe realizarse a través de tecnologías y conocimientos modernos.

Para un análisis preciso, es necesaria una previa contextualización histórica del minarete objeto de estudio, con el propósito de conocer las circunstancias de su edificación, además de las transformaciones sufridas desde que fuese erigido.

Se encuentra enclavado en Córdoba, ciudad cuyos orígenes se pierden en el tiempo. No obstante, el poblamiento de Córdoba propiamente dicho [7] se remonta a la Edad del Bronce, si bien la fundación de la ciudad tiene lugar a mediados del siglo II a.C. convirtiéndose en capital de la Hispania Ulterior y más tarde de la Bética, llegando a tomar el título de Colonia Patricia, lo que pone de manifiesto la prosperidad y prestigio de que ya entonces gozaba. Tras la caída del Imperio Romano de Occidente, la ciudad cayó bajo poder del Imperio Bizantino hasta que fue conquistada en el año 572 por el rey visigodo Leovigildo. Hacia finales del siglo VII, las luchas civiles y las intrigas políticas debilitaron el poder visigodo, lo que facilitó la penetración de los musulmanes en la península en el año 711 y la rápida conquista del país, que permanecería bajo la dependencia del Emirato de Damasco. En el año 717 Córdoba se convirtió por sus características geográficas y sus posibilidades estratégicas en capital de Al-Andalus.

En 1236, el rey Fernando III de Castilla conquista la ciudad, que jugaría desde entonces un papel trascendental en las luchas contra Granada y se convertiría por ello en residencia habitual de los reyes de Castilla. De cada período histórico aquí reseñado se conservan importantes testimonios materiales en la ciudad. Puentes, murallas, torres, puertas de muralla, molinos, vestigios de mezquitas, iglesias, conventos, palacios, etc., engrosan el vasto y rico patrimonio de bienes inmuebles de Córdoba entre las que se encuentra nuestro objetivo de estudio.

El alminar de San Juan es el ejemplo más representativo de la supervivencia de un alminar cordobés a lo largo de los siglos. Se encuentra entre las calles Sevilla y Barroso (Figura 1), limitando al este el barrio de La Trinidad, y está contenido en el Conjunto Histórico de Córdoba desde 1929.



siglo XIII. Cuando, poco después de la Reconquista de la ciudad por mandato del rey Fernando III, es cedida a los Caballeros de la Orden de San Juan de Jerusalén. Hecho que supone su conversión al cristianismo pasando a ser la torre de la iglesia a San Juan Bautista. Este templo sufrió una mala conservación, lo que hizo que fuera necesaria una intervención en la primera mitad del siglo XVII. Perdiendo en ella buena parte de su arquitectura mudéjar original. Un siglo después, queda refundida con la parroquia de Omnium Sanctorum. Siendo a su vez incorporada a la iglesia del antiguo convento de la Trinidad en el siglo XIX. La iglesia de San Juan pasa a formar parte del colegio de las Esclavas del Sagrado Corazón de Jesús en 1880, cuando el templo es cedido por el obispo fray Ceferino González.

De la mezquita inicial sólo resta su alminar, del que se descubrió su función original en las obras de reforma de la iglesia en 1927 por parte de Félix Hernández. Todo el edificio fue reformado en 1980, bajo dirección del arquitecto Francisco Raya.

En la actualidad, la torre consta de un solo cuerpo de planta cuadrada de 2.9x2.9m y unos 11m de altura de piedra arenisca en general, y caliza en sus zonas bajas. En el interior se sitúa una escalera de caracol (Figura 3) en torno a un vástago central ejecutada en el mismo material. La situación de deterioro en la que se encuentra ha llevado a la colocación de una estructura metálica de sujeción de la estructura (Figuras 3 y 4).

De estudios durante la restauración de Félix Hernández [11], se tiene que el interior circular debe haber sustituido a una escalera de planta cuadrada y de tramos rectos adosados a un pilar central también con esta geometría. Con las numerosas reformas, se ha visto alterado también el acabado superior. Actualmente se halla rematado por un tejado a cuatro aguas que disuena con el estilo del resto de la torre, mientras que la altura original debió ser algo mayor. Con el hallazgo de dos almenas escalonadas en una excavación realizada en el subsuelo del monumento, se puede suponer que culminaría en linterna sobre terraza almenada, al estilo de los alminares de Al Andalus.

Dada la relevancia histórica del alminar, y con ello el interés en su conservación, es necesario llevar un control de los daños sufridos por éste, tanto estructurales como no estructurales. Con la finalidad de mantener las condiciones de seguridad y conservación, así como realizar una nueva reforma.



Figura 3. Núcleo y escalera en el interior del alminar



(a)



(b)

Figura 4. Estado de deterioro (a) en la planta superior del alminar y (b) ausencia de varios escalones en tramo intermedio.

El objetivo de este trabajo consiste en la obtención de las propiedades dinámicas del alminar de San Juan con la finalidad de ejercer de medida base para la comparación de la respuesta actual de la estructura con la que tendrá tras obras de mejora que permitirán el uso de esta, inutilizada en el presente debido al estado de deterioro en que se halla.

Las propiedades dinámicas serán obtenidas mediante Análisis Modal Operacional (OMA)[12]. Este método está basado en la medición de la respuesta de la estructura únicamente excitada por las cargas ambientales propias de la ubicación de ésta, como el tráfico o la salida de los alumnos del colegio contiguo. La ventaja de esta técnica es que permite la obtención de un comportamiento modal completo de la estructura bajo sus condiciones de operación. Ello conlleva además que se permita el uso de la estructura durante el proceso de medida.

Este método es empleado para un análisis en situaciones donde es difícil o imposible excitar artificialmente la estructura, siendo el caso del Alminar de San Juan y la gran mayoría de estructuras de ingeniería civil. Sustituyendo al análisis modal tradicional, donde los parámetros modales se obtienen de funciones de respuesta en frecuencia (FRFs) que relacionan la excitación con la respuesta de la estructura, siendo necesario conocer estas dos variables. Frente a este método clásico, el OMA tiene la desventaja de no permitir conocer la amplitud de los modos de vibración.

La respuesta medida de la estructura, con el fin de obtener dichas propiedades, será analizada mediante dos programas: Artemis y MACEC. En el primero se empleará la técnica EFDD (Enhanced Frequency Domain Decomposition), así como la SSI (Stochastic Subspace Identification). Mientras que en el segundo sólo será utilizada la técnica SSI. Se realizará una

comparación de los resultados obtenidos con estos métodos.

El documento está estructurado de la forma que se describe a continuación. En el capítulo que prosigue se explica el procedimiento llevado a cabo en el ensayo experimental realizado para obtener la respuesta de la estructura, así como el equipo empleado. Los datos registrados durante éste serán analizados en el capítulo 3, calculándose los parámetros dinámicos del alminar con distintas técnicas. Para finalizar con una comparación de éstas y conclusiones en el capítulo 4.



## 2. DESARROLLO DEL ENSAYO

---

La obtención de la respuesta dinámica del alminar es el primer paso para el cálculo de los parámetros dinámicos de la estructura de forma experimental. Con el fin de registrarla, se ha realizado un ensayo en la torre en fecha 27 de marzo de 2017. En el presente capítulo se describe en primer lugar el equipo empleado, continuando con el procedimiento llevado a cabo para la ejecución del ensayo.

Al tratarse de un análisis modal operacional, las excitaciones a las que está sometida la estructura durante el ensayo son ambientales, por lo que no han sido necesarios excitadores artificiales. El principal equipo utilizado son acelerómetros *ETNA ALTUS SERIES* by *Kinematics Inc*, que, ubicados en distintos puntos del alminar, son los encargados de recoger la respuesta de éste.



Figura 5. Acelerómetro ETNA ALTUS SERIES y GPS

El acelerómetro ETNA [13] obtiene y graba datos de aceleración con 18 bits de resolución. Viene equipado con tres canales, para cada dirección de aceleración, e incluye un Acelerómetro de Fuerza Balanceada EpiSensor interno. La información recopilada es almacenada en una tarjeta de memoria PCMCIA extraíble. Los datos obtenidos se pueden descargar automáticamente vía modem, conectando al ordenador, o mediante la extracción de la tarjeta de memoria, como se ha realizado en este caso. Además, el control del tiempo puede hacerse mediante el ordenador, o conectando al sistema GPS presentado en la Figura 5.

Para este ensayo se han empleado tres acelerómetros ETNA en funcionamiento simultáneo, cuyas referencias son (Tabla 1):

Tabla 1. Referencias de acelerómetros empleados

ETNA 5851
ETNA 5937
ETNA 7143

Es importante conocer la ubicación exacta donde han sido colocados los acelerómetros, y con ello los puntos donde se ha registrado la respuesta para el posterior análisis de los datos. Además de la geometría del alminar para la elaboración del modelo. Para ello se han utilizado un medidor láser y cinta métrica de fibra de vidrio (Figura 6).



Figura 6. Medidor láser *Bosch* (a) y cinta métrica de fibra de vidrio de 30m *Medid* (b)

Por último, es también necesario un ordenador para la previa programación de los acelerómetros.

El ensayo experimental constará de cuatro mediciones. Esto es, se coloca un acelerómetro que no cambiará de posición, mientras que los otros dos se dispondrán en puntos distintos de la torre en cada comienzo de una nueva medida repitiendo cuatro veces el proceso, para conocer los movimientos de éstos obteniéndose así un comportamiento más completo de la estructura. Al tratarse de varias medidas diferentes, sólo pueden ser superpuestas si hay acelerómetros en común, de ahí que uno se mantenga fijo como referencia y sea empleado para determinar la frecuencia de respuesta y la función impulso.

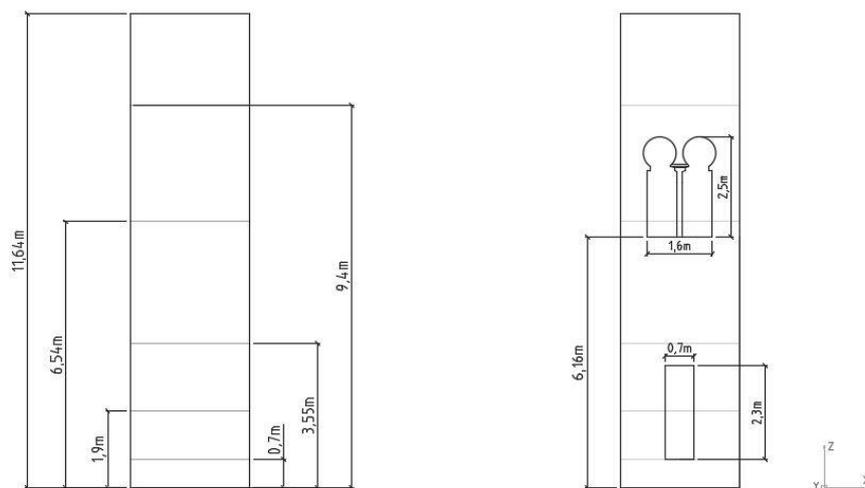


Figura 7. Cotas de ubicación de los acelerómetros y vista en alzado del alminar

Para que un acelerómetro pueda hacer de referencia de una serie de medidas, necesita estar posicionado de forma óptima, de forma que no coincida o esté cercano a nodos de algún modo de vibración de la estructura y se produzca un desplazamiento considerable para poder comparar con el resto. A partir de unas amplitudes de espectro predichas y un modelo inicial de elementos finitos se puede definir un criterio de validación para determinar la posición óptima en una estructura para el acelerómetro de referencia [14]. En este caso está posicionado en la parte superior de la torre, donde se producirá un desplazamiento mayor y considerando que no presentará nodos de ningún modo.

La ubicación de los acelerómetros móviles no ha sido estudiada a priori para mayor exactitud en el comportamiento, sino que se han colocado por comodidad de apoyo de los equipos de modo que los grados de libertad estuvieran orientados de igual forma facilitando así el análisis posterior. No obstante, se han colocado más o menos equidistantes en altura sobre los distintos escalones del alminar (Figura 7), concentrando mayor cantidad de puntos de medición en la planta alta de la torre, donde se conoce que la respuesta de la estructura será mayor.

Para comenzar el ensayo, se han programado los acelerómetros conectándolos al ordenador. El tiempo máximo de una medida del equipo es de 120 minutos, por lo que, como el ensayo durará más al necesitarse el propio tiempo de medida en una posición más el desplazamiento de los acelerómetros a una nueva ubicación, se han programado tres medidas consecutivas con esta duración. Se pretende que los equipos no dejen de medir en la duración del ensayo.

Es necesario también establecer la hora exacta real en los acelerómetros, para que todos comiencen simultáneamente la toma de datos con las horas de inicio de medidas establecidas anteriormente. Para ello, se necesita el localizador gps mostrado en la Figura 5 si se desea

rigurosidad y exactitud en el horario y que las señales obtenidas en el ensayo no aparezcan desfasadas temporalmente. Aun existiendo ocho satélites disponibles para la adquisición de la hora, sólo uno de los acelerómetros ha detectado dos, siendo necesarios tres para que sea posible la sincronización horaria. Debido a esto, se ha recurrido a la fijación de la hora por medio del ordenador, lo que conllevará un desfase que requiere solución a la hora del posterior análisis.

Además de las horas de inicio de medidas, es necesario establecer una frecuencia de muestreo, es decir, el número de datos de aceleración que se tomarán por segundo. Ésta será de 250 Hz.



Figura 8. Orientación de los ejes de los acelerómetros en la ubicación del alminar.

Con esta información se han colocado los acelerómetros en la posición correspondiente a la medida 1 (Figura 9). En esta primera medida se han colocado dos equipos en la planta más alta del alminar, y uno en un escalón cercano a la salida.

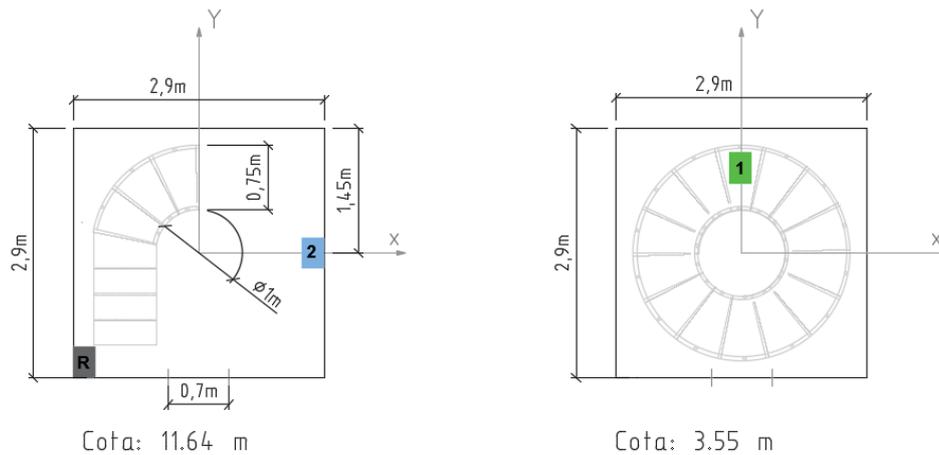


Figura 9. Ubicación de los acelerómetros en la medida 1



Figura 10. Ubicación del acelerómetro de referencia ETNA 5937



Figura 11. Ubicación del acelerómetro ETNA 5851 en la posición 1

Están situados de modo que sus direcciones X e Y tanto en ángulo como en signo estén orientadas del mismo modo, para que no sea necesario realizar cambios en el posterior análisis de los datos. De forma que la dirección Y positiva va en dirección opuesta a la entrada del alminar, y la X en perpendicular (Figura 8).

La R hace alusión al acelerómetro de referencia, que permanecerá fijo (Figura 10), mientras que 1 (Figura 11) y 2 son los acelerómetros que se trasladarán en las sucesivas medidas.

	ETNA 5937
	ETNA 5851
	ETNA 7937

Figura 12. Relación entre colores asignados y código de referencia de los acelerómetros

De esta forma, los colores empleados para relacionar los equipos y su código de referencia es el de la Figura 12.

Tras la colocación y comienzo de la toma de datos a la hora especificada, los acelerómetros se mantendrán en esa posición durante treinta minutos, para recopilar suficiente información y que dé lugar a que la estructura sea excitada durante más tiempo y que el análisis sea más riguroso.

Después de esta primera medición, se han trasladado los acelerómetros a una nueva posición. Para delimitar el fin de una medida y el comienzo de otra se ha realizado una agitación de éstos, que suponga un cambio brusco en las aceleraciones tomadas y así conocer dónde se encuentra el traslado.

La ubicación en la medida 2 es la siguiente:

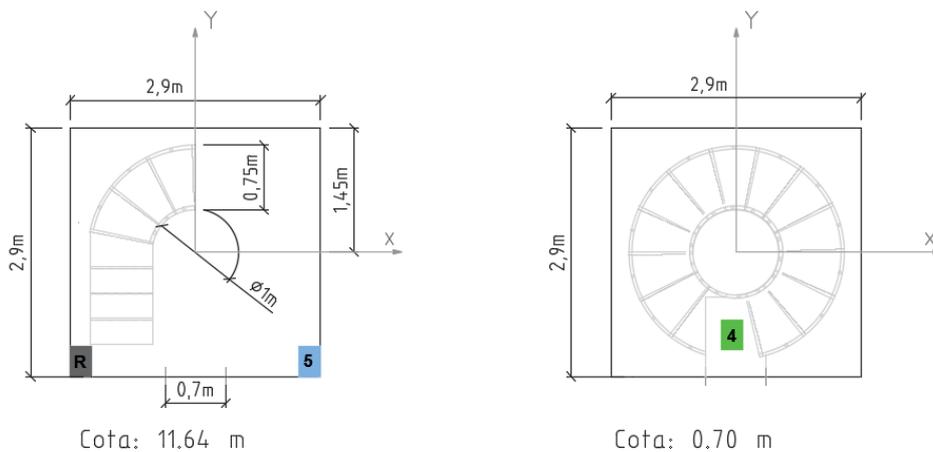


Figura 13. Ubicación de los acelerómetros en la medida 2

El acelerómetro que antes estaba en la posición 1 pasa a la 4, siendo ubicado en el suelo de la entrada del alminar, que está a una cota de 0.7 metros. Mientras que el 2 pasa a la posición 5 en la misma planta en la que se encontraba (Figura 13). Como se ha comentado, interesa un mayor número de mediciones en la planta más elevada, puesto que es la que más notará las excitaciones suponiendo un mayor desplazamiento.

Una vez concluidos los treinta minutos correspondientes a la medida, se pasa a una nueva agitación y traslado de los dos acelerómetros. El acelerómetro ETNA 7937 vuelve a estar colocado en la planta de cota 11.34 metros, mientras que el ETNA 5851 se ubica en un escalón a mayor cota que los anteriores (9.40m) (Figura 14).

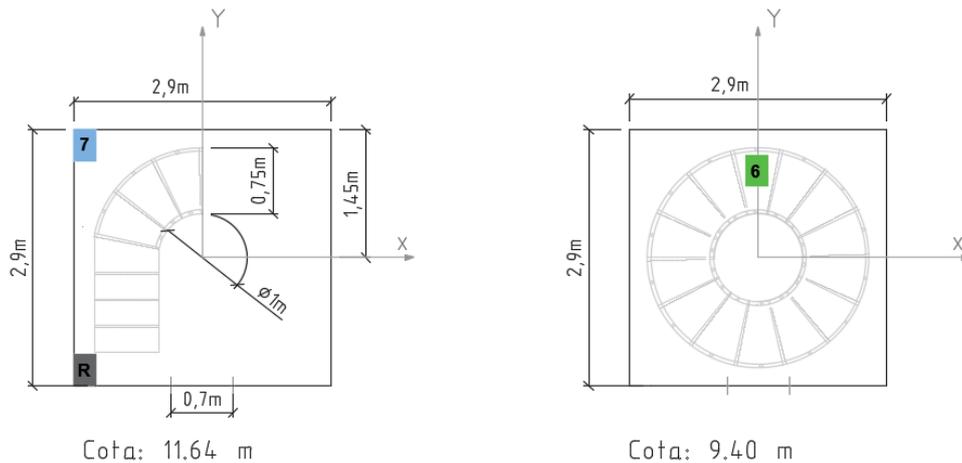


Figura 14. Ubicación de los acelerómetros en la medida 3

En el vértice de mayor coordenadas X e Y (superior derecho según los esquemas) no ha sido posible la colocación de un acelerómetro debido a la mala conservación de la torre, por lo que los dos últimos puntos han sido tomados en escalones inferiores (Figura 15).

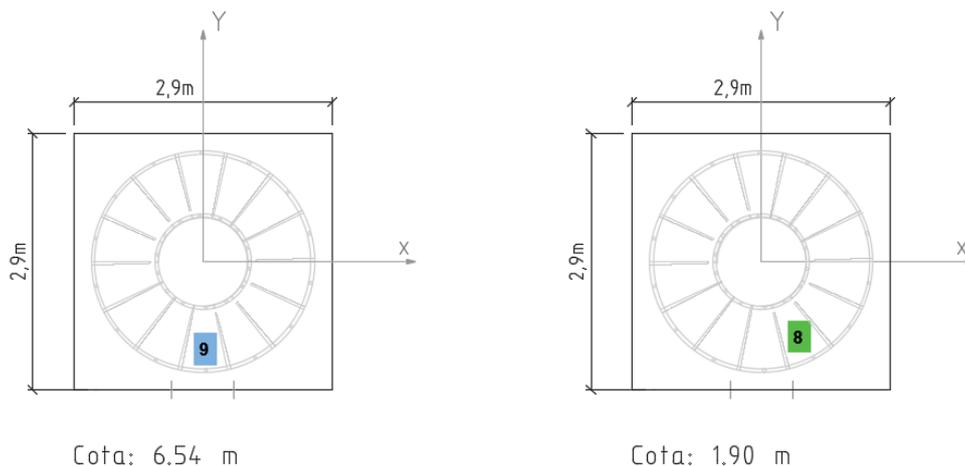


Figura 15. Ubicación de los acelerómetros en la medida 4

En la siguiente tabla (Tabla 2) se presenta un resumen de las horas de comienzo y fin de las cuatro medidas realizadas.

Tabla 2. Resumen del ensayo experimental

<b>Medida</b>	<b>Hora de inicio de medición</b>	<b>Hora de fin de medición</b>
<b>1</b>	12:20	12:50
<b>2</b>	12:52	13:22
<b>3</b>	13:25	13:55
<b>4</b>	13:56	14:26

Con este ensayo de una duración total de 120 minutos, se ha obtenido la respuesta ante las solicitudes ambientales de 9 puntos del alminar. Éstas serán trasladadas a un ordenador mediante la extracción de la tarjeta de memoria de los equipos. A partir de los datos captados por el acelerómetro de referencia, se podrán superponer las medidas y con ello llevar a cabo el análisis descrito en el siguiente capítulo.

# 3. ANÁLISIS DE LA RESPUESTA

Con los datos registrados durante el ensayo, en este capítulo se pasa a la obtención de los parámetros dinámicos de la estructura de forma experimental. Ello se realizará mediante el empleo de dos técnicas diferentes basadas en el dominio de la frecuencia y el tiempo respectivamente: EFDD (Enhanced Frequency Domain Decomposition) y SSI (Stochastic Subspace Identification), descritas a continuación. Para su aplicación, se hará uso del software Artemis y MACEC, una herramienta de Matlab.

## 3.1. MÉTODO EFDD

Para una primera obtención de los parámetros modales a partir de las excitaciones ambientales, se ha usado el método EFDD (Enhanced Frequency Domain Decomposition) basado en el dominio de la frecuencia mediante el empleo del software Artemis[15].

Este método [16], [17] permite extraer la frecuencia natural y el amortiguamiento calculando las funciones de autocorrelación y correlación cruzada. Consiste en una descomposición modal de la matriz de densidad espectral, y supone la ventaja de poder identificar modos de vibración a frecuencias naturales muy cercanas. La matriz de densidad espectral (PSD) de la respuesta  $m$  puede ser expresada, para una estructura débilmente amortiguada como:

$$G_{yy}(j\omega) = \sum_{k \in Sub(\omega)} \frac{d_k \phi_k \phi_k^T}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{d}_k \bar{\phi}_k \bar{\phi}_k^T}{j\omega - \bar{\lambda}_k}$$

donde  $d_k$  es una constante escalar,  $\phi_k^T$  es el vector del modo de vibración,  $\lambda_k$  es el polo de la salida PSD, y  $Sub(\omega)$  es el número de modos limitado que contribuirán a la respuesta en frecuencia  $\omega$ .

El primer paso de la EFDD es estimar la matriz de densidad espectral de la salida en frecuencias discretas, y extraer la descomposición en valores singulares SVD (Singular Value Decomposition) de la matriz.

$$\hat{G}_{yy}(j\omega_i) = U_i S_i U_i^H$$

donde la matriz  $U_i$  contiene los vectores singulares  $u_{ij}$  y  $S_i$  es una matriz diagonal con los valores singulares escalares  $s_{ij}$ . Cerca de un pico, donde el modo  $k$  es dominante, existirá sólo un modo en  $Sub(\omega)$  y, además, el primer vector singular  $u_{k1}$  es una estimación del modo de vibración; es decir,  $\hat{\phi}_k = u_{k1}$ , y su correspondiente valor singular es la función de densidad espectral del grado de libertad. Esta función de densidad espectral se identifica alrededor del pico comparando el

modo de vibración estimado  $\hat{\phi}_k$  con los vectores singulares correspondientes a las frecuencias cercanas al pico. Si el valor del MAC (Modal Assurance Criterion)[18] obtenido del vector singular  $\hat{\phi}_k$  es más alto que el valor de referencia establecido cercano a 1, el valor singular pertenece a la matriz de densidad espectral. Una vez que el valor de densidad espectral ha sido hallado alrededor del pico, es devuelta al dominio del tiempo mediante la transformada de Fourier inversa (IDFT), estimándose así la frecuencia natural y el amortiguamiento.

Para el análisis del alminar de San Juan con este software, se ha constituido un modelo de la torre mediante nodos, líneas y superficies. Con los datos de las alturas a las que han sido colocados los acelerómetros durante el ensayo experimental, se han establecido una serie de plantas provistas de ocho nodos cada una: en las esquinas y centro de cada fachada de la estructura. Aunque la posición de algunos acelerómetros no es exactamente la reflejada en el modelo por estar ubicados en los escalones y ser complejo su emplazamiento, al no distar mucho los resultados con este análisis, se colocarán en el nodo definido más cercano a su ubicación real.

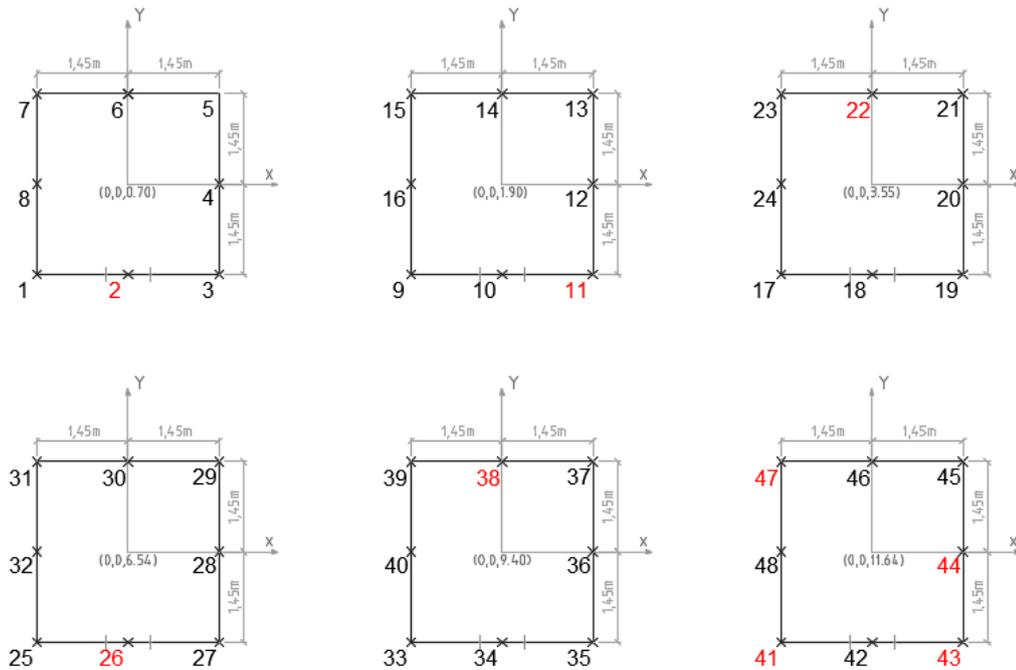


Figura 16. Esquema de las plantas del modelo definido. Marcada posición de los acelerómetros.

Además, se han determinado líneas que unen los nodos por plantas y en vertical, y superficies para una mejor apreciación de los movimientos de los modos de vibración.

En la Figura 16 se refleja la distribución de los nodos, estando el centro de los ejes en el centro de la torre. Cada planta corresponde a una altura z donde se han colocado los equipos de medición. Por otro lado, se han marcado en rojo aquellos nodos de los que se tiene información

de los desplazamientos debido a que han sido puntos de ubicación de los acelerómetros. La numeración de éstos en el programa es también la indicada en el esquema.

Project Geometry - Data Set: Measurement 1

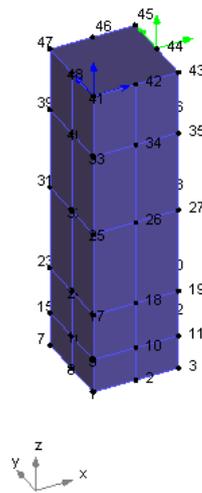


Figura 17. Geometría definida en el software Artemis.

En la Figura 17 se muestra en Artemis el modelo geométrico empleado para el análisis modal.

La introducción de la geometría en Artemis, así como toda la información que se adjunta al programa para el cálculo, se realiza mediante un archivo “.cfg”.

En primer lugar, se inserta la frecuencia de muestreo, 250 Hz, como se definió en el ensayo experimental, pero en modo de periodo, es decir, la inversa: 0.004 s.

A continuación, se introducen los nodos, definiéndolos por su número y tras él las coordenadas  $x$ ,  $y$  y  $z$  que le corresponden hasta un total de 48 puntos. Y seguidamente las líneas, quedando definidas por los dos nodos que unen; e igual con las superficies, que en este software se definen mediante tres nodos cada una.

Una vez fijada la geometría, se asocian las medidas tomadas por los acelerómetros a los nodos en los que han sido ubicados. Cada archivo de medida contiene nueve canales: las aceleraciones en tres direcciones para cada uno de los tres puntos. El primer punto de cada medida, es decir, los tres primeros canales, son correspondientes a los movimientos del acelerómetro de referencia, mientras que los otros seis a los dos nuevos puntos en los que se realiza la medición.

La relación de los nodos creados en el programa con las posiciones de los acelerómetros durante el ensayo es la siguiente (Tabla 3):

Tabla 3. Relación posición de los acelerómetros con nodos definidos en el modelo

Posición del acelerómetro en el ensayo	Nodo asociado en el modelo
R	41
1	22
2	44
4	2
5	43
6	38
7	47
8	11
9	26

Al estar las direcciones establecidas en Artemis orientadas igual que las de los equipos durante el ensayo, bastará con asignar a cada coordenada del nodo en cuestión, un canal de la medida extraída del acelerómetro mediante un valor de 1 en la dirección correspondiente y 0 en el resto.

Transducer	Node	X-Component	Y-Component	Z-Component	Vector Length
Response 1 (1X+)	41	1	0	0	1
Response 1 (1Y+)	41	0	1	0	1
Response 1 (1Z+)	41	0	0	1	1
Response 2 (2Y+)	22	1	0	0	1
Response 2 (2X-)	22	0	1	0	1
Response 2 (2Z+)	22	0	0	1	1
Response 3 (3Y+)	44	1	0	0	1
Response 3 (3X-)	44	0	1	0	1
Response 3 (3Z+)	44	0	0	1	1

Figura 18. Asociación de canales de medida a su correspondiente nodo y dirección

En la Figura 18 se muestra la asociación correspondiente a la medida 1 desde el programa Artemis. Se puede observar cómo cada canal va ligado mediante un valor 1 a una dirección del nodo donde se ubica. De igual modo se han asociado el resto de nodos a su respectiva medida.

Lo último a establecer en el archivo de introducción de datos son las ecuaciones de ligadura. Al ser conocidas solo las aceleraciones en un número limitado de puntos donde han sido colocados acelerómetros, es necesario relacionar los nodos desconocidos con éstos para

aproximar a los movimientos reales de la estructura.

Al obtener modos de vibración de flexión y torsión, se establecerán unas ecuaciones de ligadura para cada caso. En los modos de flexión, los nodos estarán relacionados según su cota  $z$ , es decir, los puntos que tengan la misma cota, tendrán los mismos movimientos en dirección  $x$  e  $y$ . Mientras que la aceleración en dirección  $z$  será igual en los puntos que se encuentren en la misma vertical, es decir, igual coordenada  $x$  e  $y$ .

Por su parte, para el modo de torsión, los desplazamientos de los distintos nodos en las tres direcciones están sujetos únicamente a los que se encuentran en la misma vertical, al disponer de un escaso número de acelerómetros y ser compleja la representación de este modo. Estas ligaduras se han ido realizando a partir de nodos superiores conocidos, puesto que los acelerómetros no recogen bien los datos de aceleraciones pequeñas, y se cometería mayor error partiendo de éstos para obtener nodos de mayor cota  $z$ .

Siguiendo con el método EFDD, la descomposición en valores singulares de la matriz de densidad espectral se muestra en la Figura 19. Esta muestra el promedio de las cuatro medidas, pudiendo obtenerse también por separado de cada una de ellas. Se han seleccionado los picos que representan los modos de vibración. Centrando la respuesta dinámica en un rango entre 0 y 25 Hz, sólo se han localizado tres.

Se puede observar que hay dos modos cercanos a 4 Hz. Este tipo de modos se pueden detectar fácilmente por EFDD mediante la observación, no solo el valor singular más alto, sino también el siguiente. Si a una determinada frecuencia sólo es dominante un modo, también habrá un único valor singular dominante. En caso de modos cercanos o repetidos, como es este, habrá tantos valores singulares dominantes como modos.

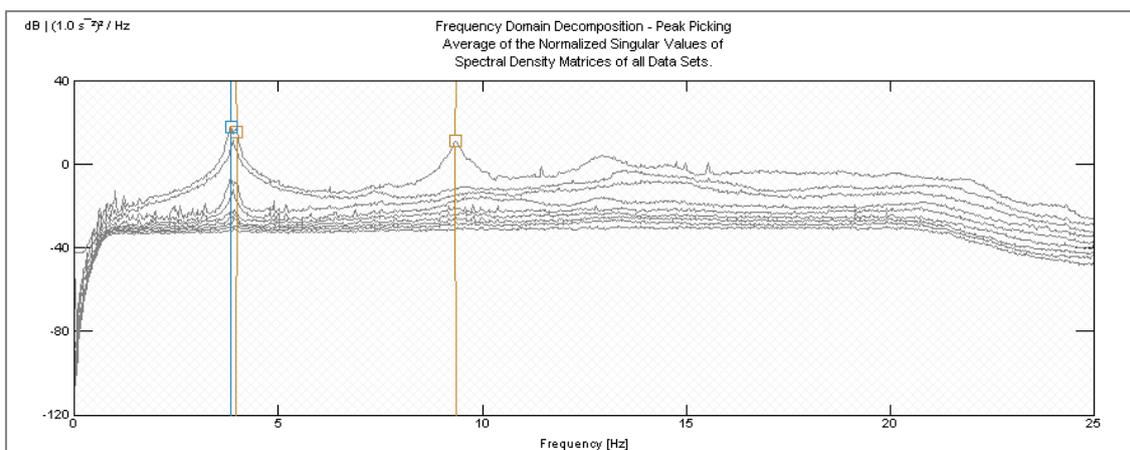


Figura 19. Media de la descomposición en valores singulares de la matriz de densidad espectral.

En la Figura 20 aparecen marcados aquellos valores donde, al comparar el modo de referencia (en el pico) con los vectores singulares de frecuencias alrededor de la frecuencia natural, el valor MAC supera el 0.8 establecido como mínimo, lo que hace que el valor singular pertenezca a la matriz de densidad espectral. Están referidas a la medida 4.

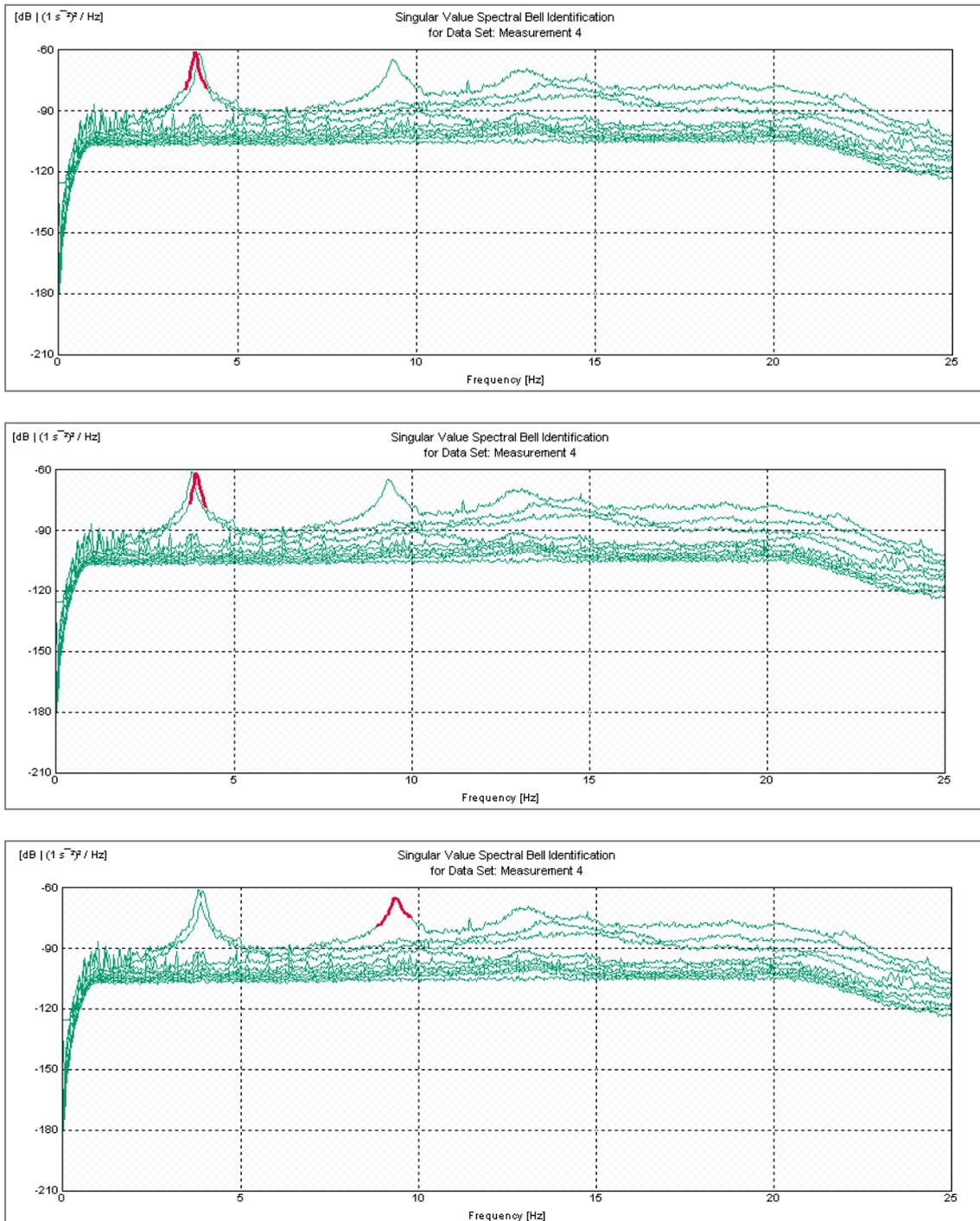


Figura 20. Campanas de valores singulares pertenecientes a la matriz de densidad espectral correspondientes a los tres modos. Medida 4.

A partir de estos picos marcados, se realiza la transformada de Fourier inversa para determinar el amortiguamiento y la frecuencia natural. Siendo las funciones de correlación normalizadas de los picos señalados las que se muestran en la Figura 21.

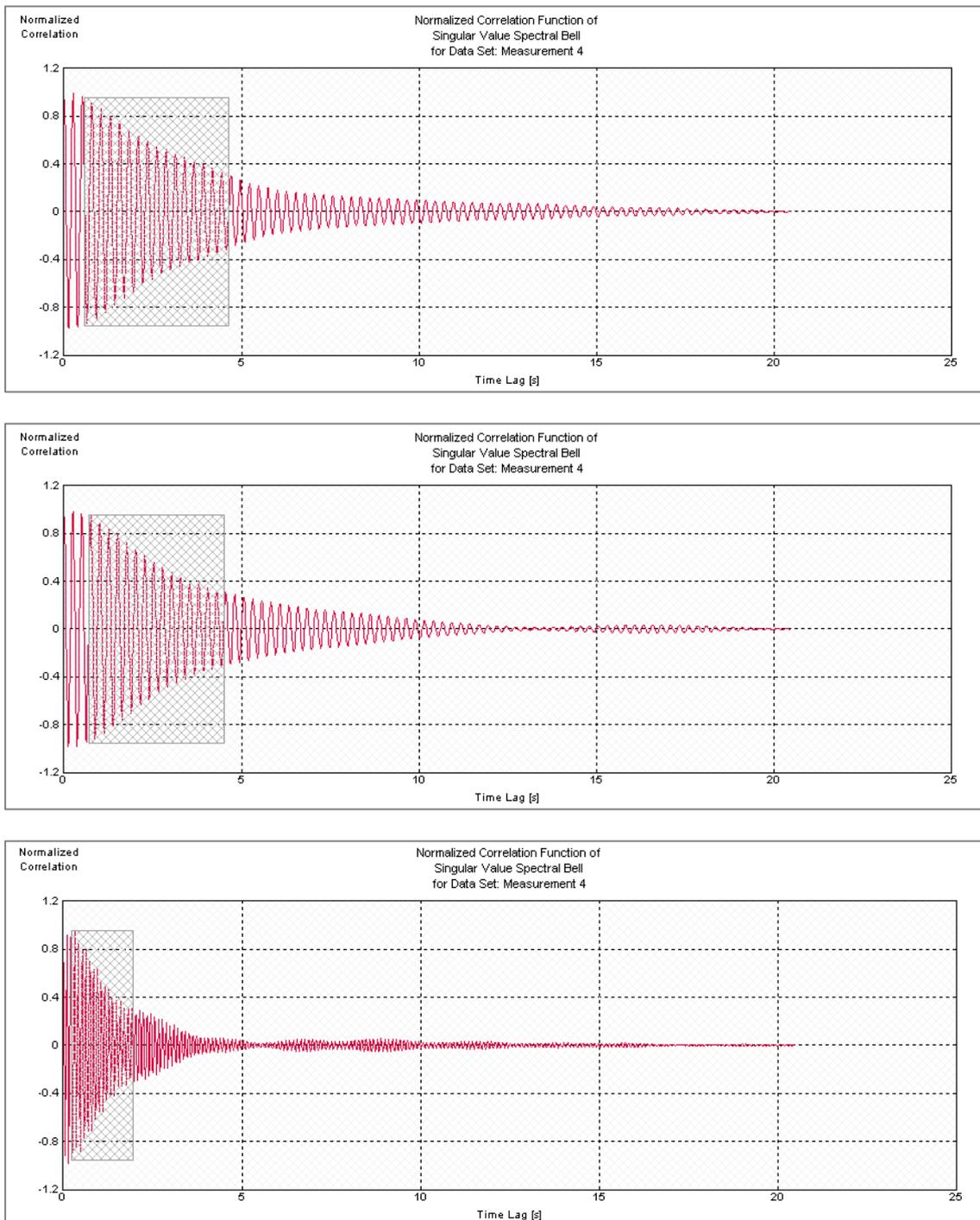


Figura 21. Funciones de correlación normalizadas de las campanas de valores singulares. Medida 4.

Se puede apreciar una respuesta típica de un sistema de un grado de libertad que decae exponencialmente. La región sombreada indica la parte de la función de correlación que se utiliza para el algoritmo de estimación de frecuencias y amortiguamiento. El amortiguamiento se estima por la técnica del decremento logarítmico, a partir de la envolvente logarítmica de la función de correlación, utilizando una técnica de regresión lineal (Figura 22). Por su parte, la frecuencia de resonancia se obtiene del autovalor correspondiente. Mientras que, el modo de vibración se estima a partir del autovector.

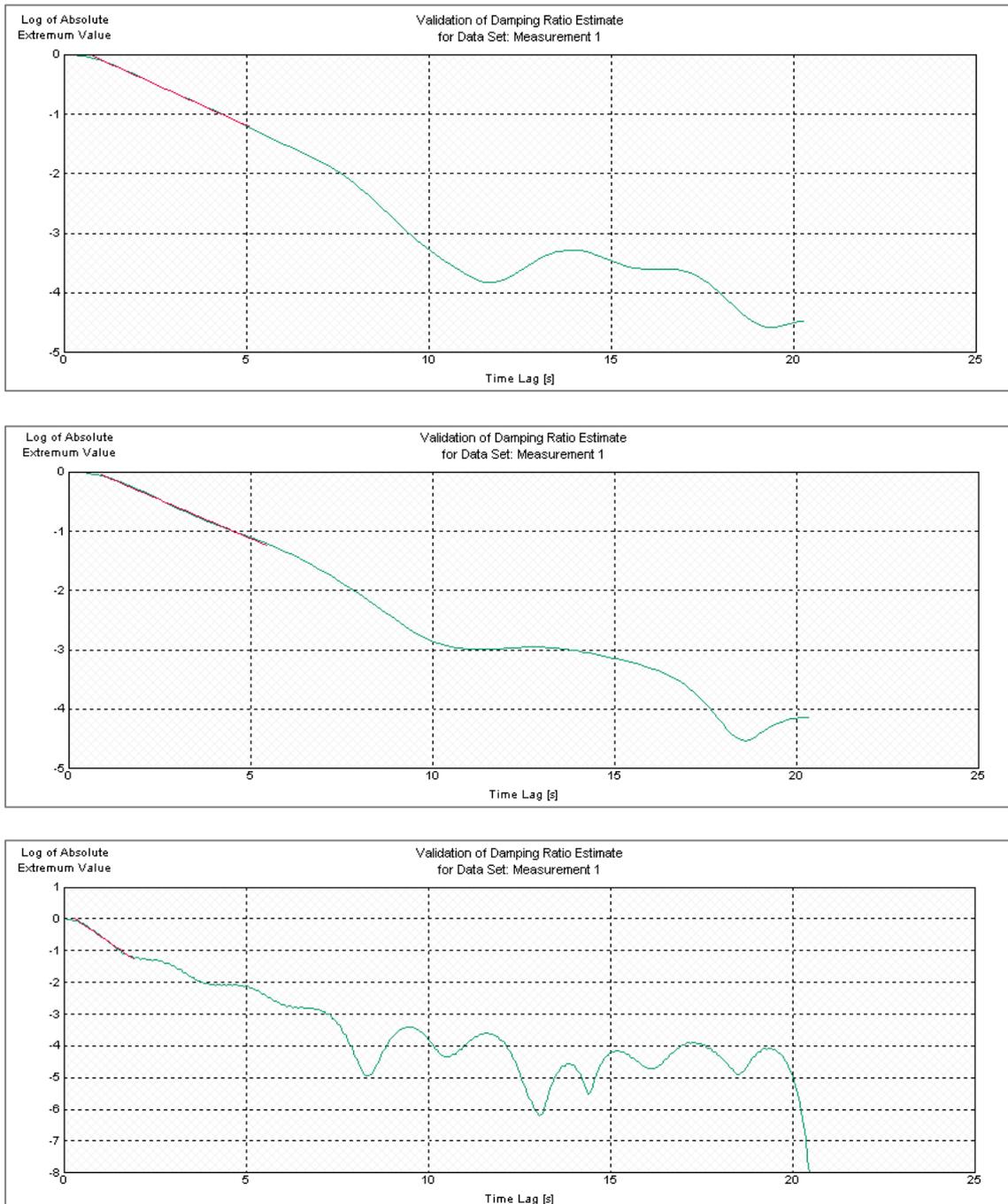


Figura 22. Estimación del amortiguamiento en los tres modos. Medida 1.

Los dos modos de flexión y el de torsión detectados con este método son:

Tabla 4. Frecuencias naturales y amortiguamientos de cada modo obtenido con EFDD Artemis

		Modo de flexión 1	Modo de flexión 2	Modo de torsión
<b>Media ponderada de medidas</b>	Frecuencia (Hz)	3.826	3.944	9.341
	Desv. Frecuencia (Hz)	0.003873	0.009547	0.01549
	Amortiguamiento (%)	1.023	0.9122	1.172
	Des. Amortiguamiento (%)	0.16	0.3013	0.3426

Las desviaciones que aparecen en la Tabla 4, son las desviaciones entre los resultados obtenidos con cada conjunto de medidas al haberse realizado cuatro veces el proceso. Se puede apreciar que son bastante reducidas tanto en el caso de las frecuencias naturales como el de los amortiguamientos. Siendo estas primeras prácticamente idénticas, y manteniéndose el amortiguamiento en torno al 1% en todos los casos.

La representación en la geometría de los modos de vibración de la estructura es la que se muestra en las Figuras 23, 24 y 25.

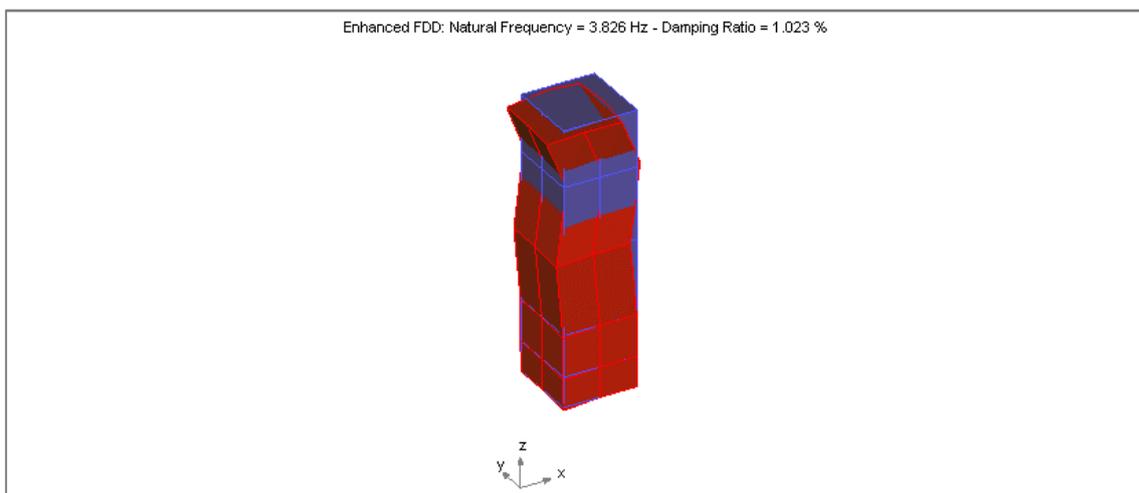


Figura 23. Modo de flexión 1 EFDD Artemis. Frecuencia: 3.826Hz. Amortiguamiento: 1.023%

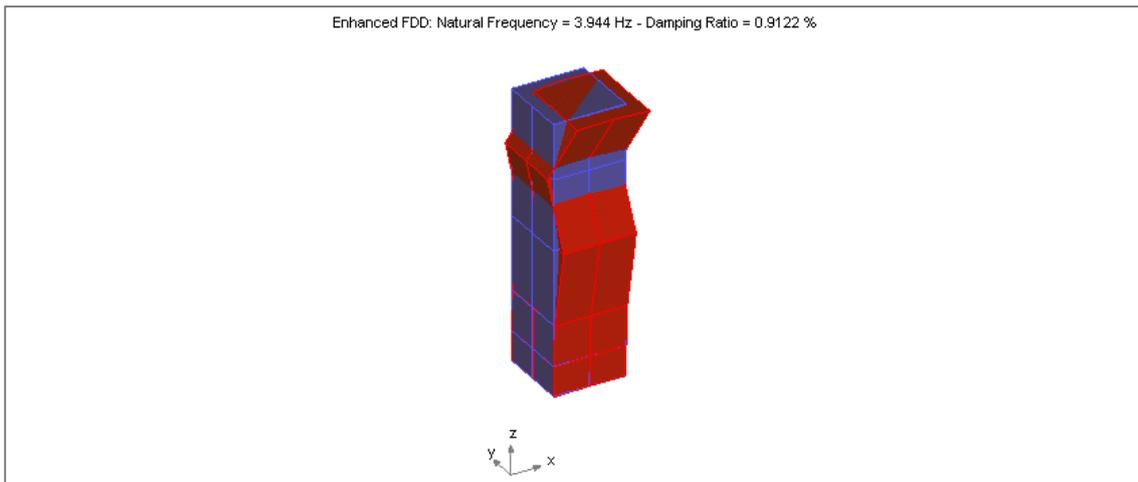


Figura 24. Modo de flexión 2 EFDD Artemis. Frecuencia: 3.944Hz. Amortiguamiento: 0.9122%

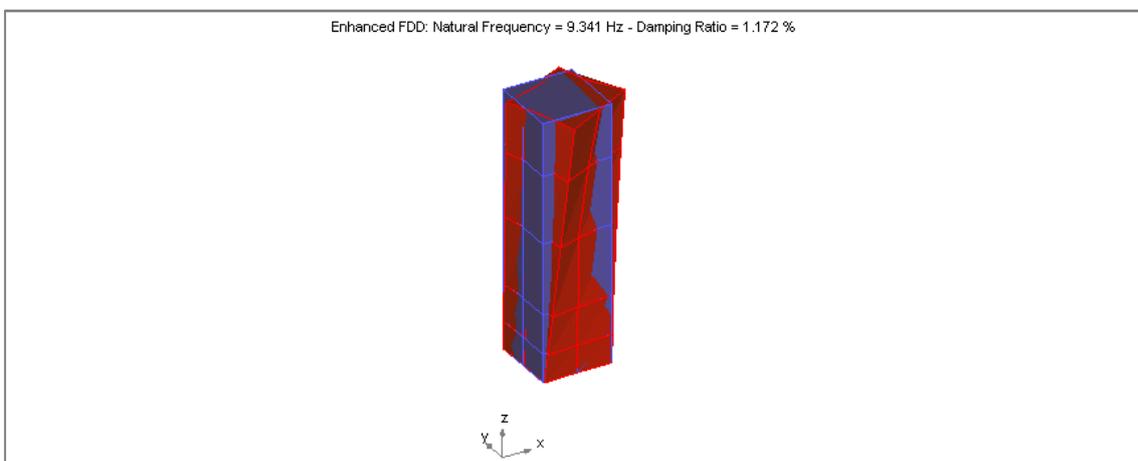


Figura 25. Modo de torsión EFDD Artemis. Frecuencia: 9.341Hz. Amortiguamiento: 1.172%

Con esta primera técnica, se tiene que el comportamiento dinámico de la estructura en el rango estudiado de 0-25 Hz está gobernado por tres modos de vibración, siendo dos de ellos de flexión y uno de torsión. Este método ha permitido la detección de dos modos de flexión que se encuentran a frecuencias naturales muy próximas (3.826 Hz y 3.944 Hz).

### 3.2. MÉTODO SSI

El segundo análisis se realizará con el método de Identificación de Subespacios Estocásticos (SSI). Esta técnica estima los parámetros modales directamente de las señales temporales, lo que conlleva que no se introduzcan desviaciones por asumir periodicidad en dominio de la frecuencia. Incorpora también procedimientos de eliminación de ruido consiguiéndose estimaciones muy precisas. Dado que son estimadores de orden modal bajo, los errores estadísticos de los modos de vibración estimados son muy pequeños. Sin embargo, este tipo de métodos no es infalible, y se pueden dar errores, ya que además de suposiciones se introducen aproximaciones [19]. En Brincker et al. [20] se muestra que en ciertos casos con la descomposición en dominio de la frecuencia se obtienen mejores estimaciones de los modos y coeficientes de amortiguamiento que con SSI.

MACEC [21] es una herramienta de Matlab para el análisis de estructuras que permite extraer frecuencias naturales, amortiguamiento y modos de vibración a partir de medidas de entrada y salida, o solo salida, de datos de vibración. Proporciona amplias funcionalidades para la visualización y el procesamiento de los datos medidos, y la determinación y visualización de los parámetros modales de la estructura.

Al ser complejo el funcionamiento de esta herramienta, se partirá de la resolución de un ejemplo sencillo [22] para comprender cómo será el tratamiento que MACEC dará a los datos introducidos para el análisis dinámico del Almirante de San Juan. Para una explicación detallada del método se puede consultar en Van Overschee (1996) [23] y Peeters y De Roeck (1999) [24].

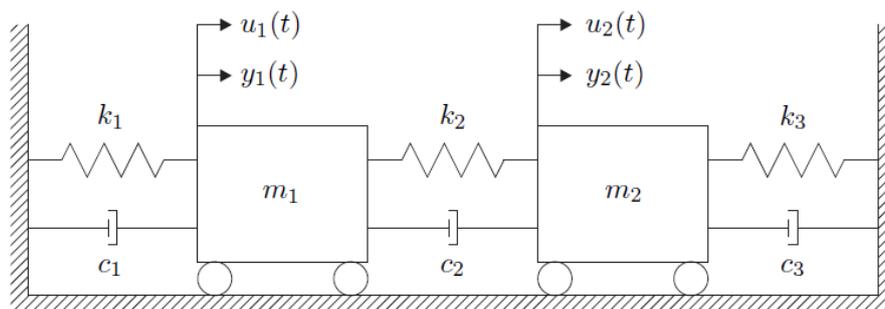


Figura 26. Sistema de 2gdl para ejemplo con MACEC

Se plantea un sistema de dos grados de libertad y amortiguamiento proporcional simulado (Figura 26). Las masas, amortiguadores y rigideces tienen los valores siguientes:

$$m_1 = m_2 = 2kg$$

$$c_1 = c_3 = 3 \frac{N}{m/s}, \quad c_2 = 2 \frac{N}{m/s}$$

$$k_1 = k_3 = 4000 \frac{N}{m}, \quad k_2 = 2000 \frac{N}{m}$$

Con estos valores, las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento quedan de la siguiente forma:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} kg$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 + c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} \frac{N}{m/s}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6000 & -2000 \\ -2000 & 6000 \end{bmatrix} \frac{N}{m}$$

El sistema tiene dos entradas  $u_1(t)$  y  $u_2(t)$ : fuerzas horizontales aplicadas a las masas  $m_1$  y  $m_2$ , respectivamente. Hay dos salidas,  $y_1(t)$  y  $y_2(t)$ : aceleraciones horizontales de las masas  $m_1$  y  $m_2$ , respectivamente.

El objetivo de este ejemplo es demostrar cómo la descomposición de una respuesta medida, usando un modelo de espacio de estados estocástico identificado sólo a partir de datos de salida, puede ser implementado en MACEC.

Primero, se simula una secuencia de entradas  $u_k$  y salidas  $y_k$ . Las entradas son tomadas como secuencias aleatorias gaussianas. El correspondiente código de Matlab:

```
M = [2 0; 0 2]; % matriz de masa
Cv = [5 -2; -2 5]; % matriz de amortiguamiento
K = [6000 -2000; -2000 6000]; % matriz de rigidez
Ts = 1/100; % periodo de muestreo
[A,B,C,D] = fe2ss(K,M,Cv,Ts, [1.01 2.01], [], [], [1.01 2.01], [1.01 2.01]);
% modelo espacio de estado tiempo discreto
N = 8192; % número de muestras
randn('state',0); % garantiza repetibilidad
u = randn(2,N); % entrada aleatoria gaussiana
y = zeros(2,N); y(:,1) = D*u(:,1); % inicialización de salidas
x = zeros(4,N);
for par = 2:N
x(:,par) = A*x(:,par-1) + B*u(:,par-1);
```

```
y(:,par) = C*x(:,par) + D*u(:,par);
end
```

Tras ello, la identificación puede realizarse con dos métodos diferentes: el SSI-DATA (Data-Driven SSI) y el SSI-COV (Covariance-Driven SSI) [24] [6]. En el SSI-COV se calculan las covarianzas entre las salidas siendo mucho más rápido. Mientras que en el SSI-DATA se hacen proyecciones del espacio futuro sobre el espacio pasado haciendo de éste un método más robusto numéricamente. No obstante, las proyecciones y las covarianzas se encuentran estrechamente relacionadas, lo que hace que no existan diferencias apreciables entre ambos métodos.

En el caso del ejemplo, identifica el modelo estocástico en espacio de estado utilizando el método SSI-DATA:

```
ii = 10; % mitad del número de filas de bloques
refs = [1 2]; % sensores de referencia
n = 4; % orden del sistema
types = cell_(strvcat('acc','acc')); % define tipos de datos
labels = cell_(strvcat('1A','2A')); % define etiquetas del canal
predat = mcsignal(y',1/Ts,types,1,labels); % convertir a mcsignal
node_num = [1;2]; % define número de nodos
meas_dir = [0 0;0 0]; % define direcciones de las medidas
invar = ssi_data3(predat.tdata',ii,refs);
[Aid,Cid,Qid,Rid,Sid] = ssi_data3(invar,n); % estima modelo de espacio
de estado
```

El error de predicción, es decir, el error RMS entre la respuesta medida y la respuesta predicha por el modelo identificado, se puede calcular de la siguiente manera:

```
Sigmaid = dlyap(Aid,Qid); % estado de correlacion
Gid = Aid*Sigmaid*Cid' + Sid; % correlacion estado de salida
Lambda0id = Cid*Sigmaid*Cid' + Rid; % correlacion desfase cero
Pid = dare(Aid',Cid',Qid,Rid,Sid,eye(size(A,1))); % Solucion ec. Riccati
Kid = (Aid*Pid*Cid'+Sid)/(Rid+Cid*Pid*Cid'); % filtro Kalman
%
ypred = 0*y;
z = zeros(size(Aid));
for par = 1:N, % simulación de respuesta con el modelo
z(:,par+1) = (Aid-Kid*Cid)*z(:,par) + Kid*y(:,par);
ypred(:,par) = Cid*z(:,par);
```

```

end
%
prerr = zeros(2,1);
for par = 1:2 % calculo error de prediccion
prerr(par) = sqrt(sum((y(par,:) -
ypred(par, :)).^2)/sum((y(par, :)).^2))*100;
end

```

Como se observa en el código superior, se aplica el filtro de Kalman. Su objetivo es realizar predicciones lineales óptimas. Las estimaciones de los estados obtenidas usando dicho filtro, se guardan formando una secuencia de estados estimados que se usará posteriormente en el algoritmo de identificación.

El error de predicción calculado se encuentra en torno al 42% en ambos canales. Aunque pueda parecer sorprendente, se puede verificar que este error de predicción no se puede reducir de forma notable con el aumento de la longitud de los datos. En este caso, un 40% es lo mejor que puede actuar el filtro de Kalman en este sistema. Como es de esperar, se han reportado errores mucho más bajos para sistemas más ligeramente amortiguados.

La descomposición en el dominio del tiempo de la respuesta medida se puede calcular con sólo tres funciones de MACEC. El siguiente código de Matlab ilustra esto, y muestra cómo la señal descompuesta puede trazarse como en la Figura 27.

```

[fud, xi, Phi, quants, Ld, Km, Gm, refquants] =
propmodpar5(Aid, [], Cid, [], Qid, ...
Rid, Sid, [], [], Ts, types, [], [], refs); % calcula parámetros modales
[Lambda, Bm, Phi, D, Km] = modal2ss(fud, xi, Phi, Ld, Km, Ts, types);
ym = mdtime(y, Lambda, Phi, Km);

```

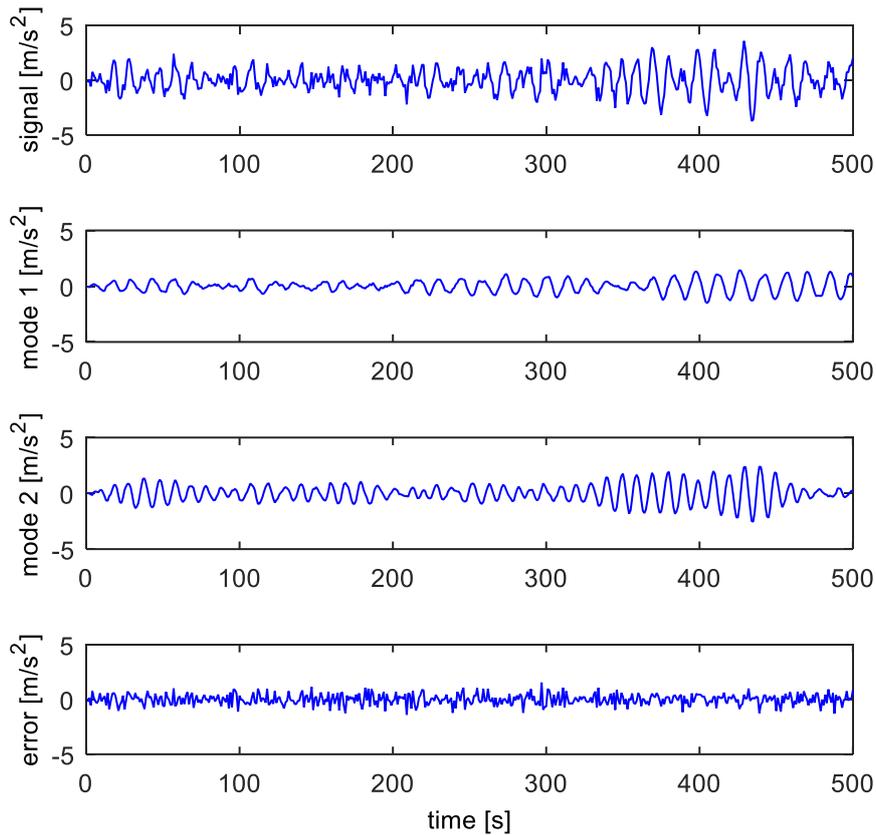


Figura 27. Señal captada, modos y error en dominio del tiempo

Un proceso similar se ha seguido para el análisis del alminar con esta herramienta. En este caso los parámetros a introducir son meramente geométricos. Las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento, se estiman durante el proceso a partir de la respuesta.

Por medio de nodos y líneas se ha definido el modelo a emplear, el mismo que en el modelo de Artemis, siendo introducido mediante archivos “.asc” (Figura 28). Al estar definido de igual forma, los acelerómetros están dispuestos en los mismos nodos ya referidos anteriormente (Figura 16).

Para una mejor visualización de los modos que se hallen, mismo tratamiento que se usó en Artemis, se deberían incluir ecuaciones de ligadura entre movimientos de los nodos. En este caso no ha sido posible, puesto que el programa sólo permite establecer relación con un único nodo conocido, y dada la cantidad de puntos que se disponen, y el reducido número de ellos de los que se tiene información, no se podría representar con claridad.

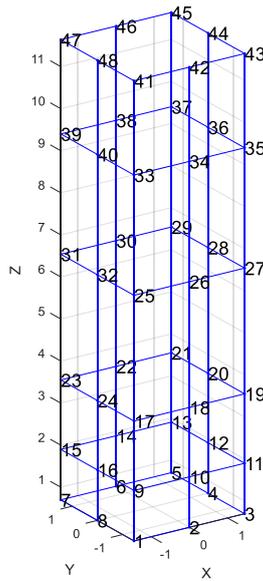


Figura 28. Modelo empleado para el análisis con MACEC

Al igual que en el ejemplo, se parte de las respuestas de la estructura, obtenidas en este caso en ensayo experimental. Se realizará el proceso de cada una de las cuatro medidas por separado. Ello consiste, en primer lugar, en una conversión al dominio de la frecuencia, indicando una frecuencia de muestreo de 250 Hz. Cada canal que la compone (9 en total, 3 direcciones por cada acelerómetro) se cambia de dominio mediante una transformada de Fourier y se asocia al nodo y dirección que le corresponde.

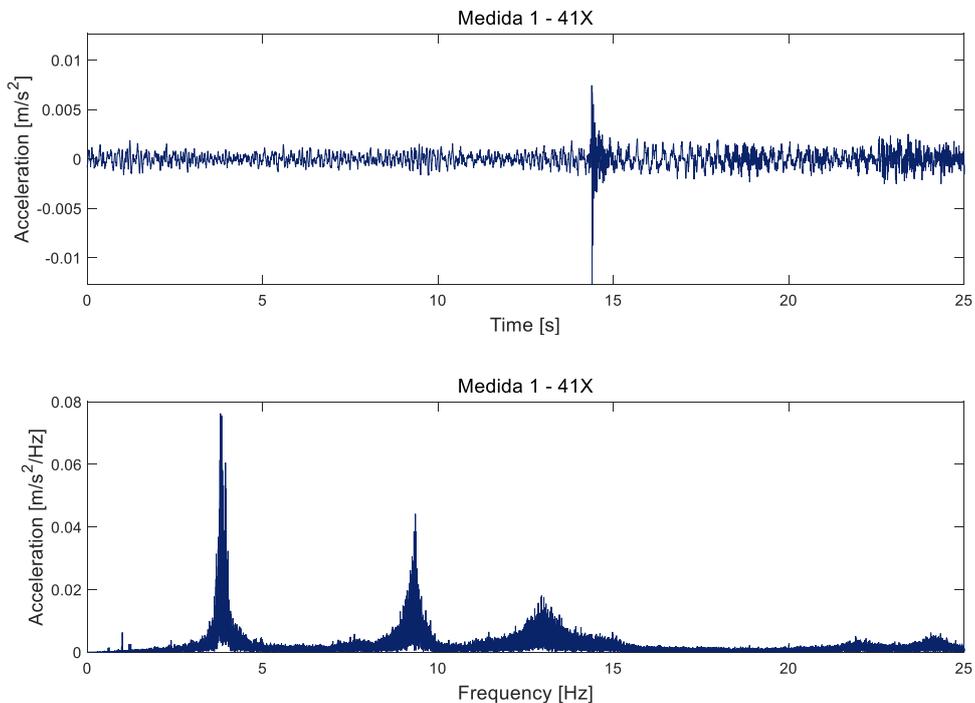


Figura 29. Señal recogida por el acelerómetro de referencia en la medida 1 en dirección X en dominio del tiempo y la frecuencia.

En las Figura 29 se muestra la señal correspondiente a la medida 1, acelerómetro de referencia (nodo 41 del modelo), y dirección  $x$ ; en dominio del tiempo y la frecuencia. Se aprecian dos picos en frecuencias similares a las detectadas con el método EFDD, y un tercero menos pronunciado. Se obtienen estas gráficas para cada nodo y dirección en los que han sido tomados datos.

Una vez transformadas las señales, se pasa a la Identificación de Subespacios Estocásticos (SSI). En este caso, en lugar de SSI-DATA se ha empleado el algoritmo SSI-COV. y se han establecido los canales del 1 al 3 como referencia (medidas del acelerómetro de referencia en las tres direcciones). Calculándose con ello la descomposición en valores singulares (SVD) y realizándose el análisis modal.

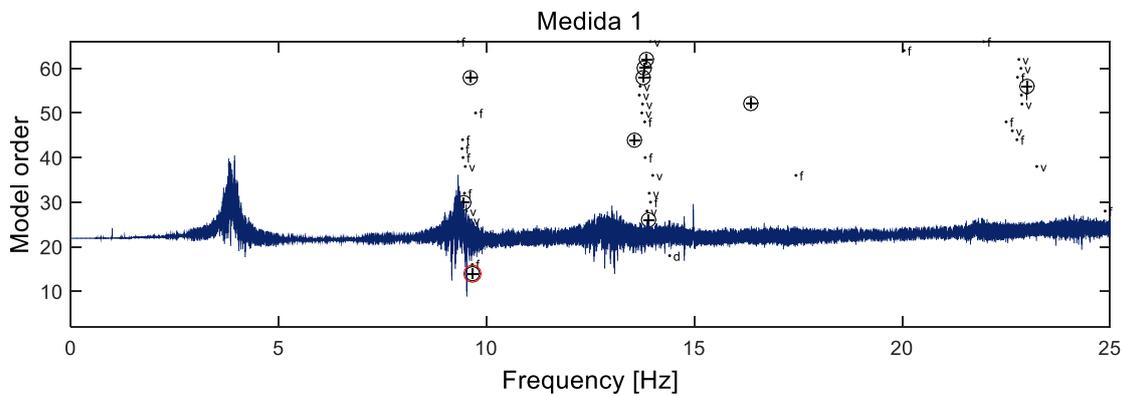


Figura 30. Función de densidad espectral y modos detectados en la medida1

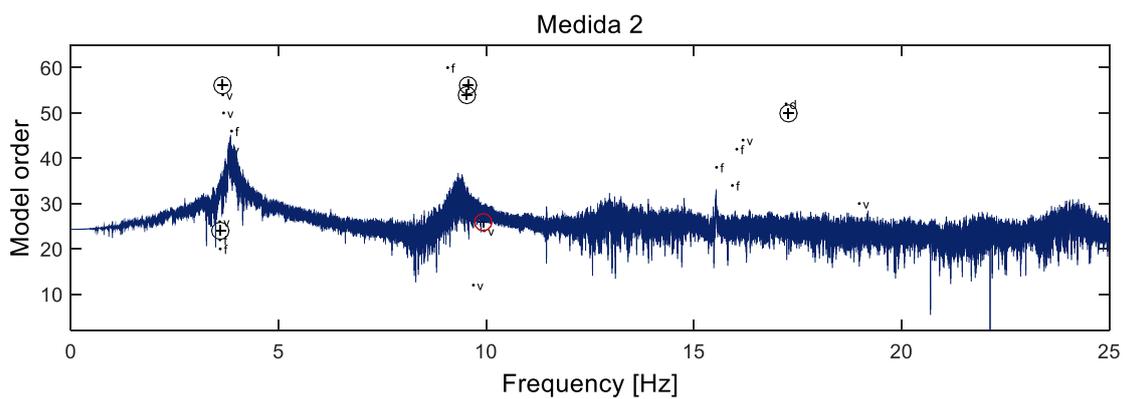


Figura 31. Función de densidad espectral y modos detectados en la medida 2

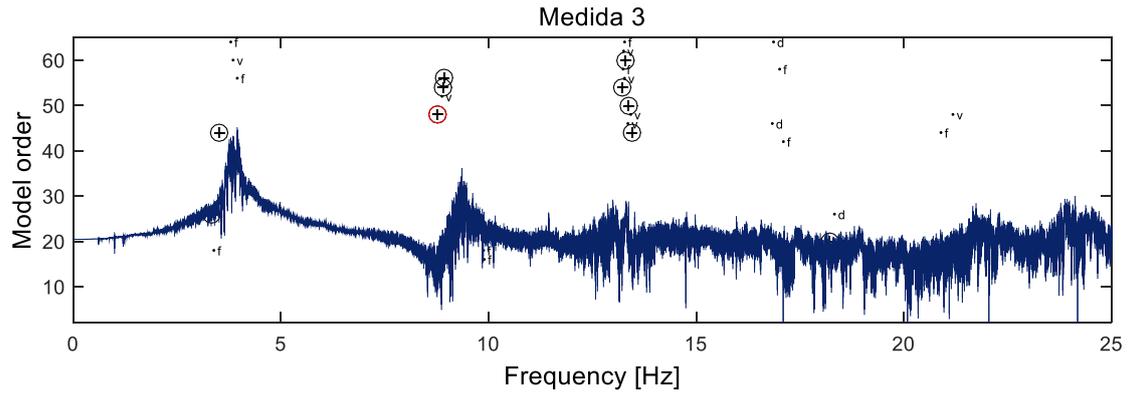


Figura 32. Función de densidad espectral y modos detectados en la medida 3

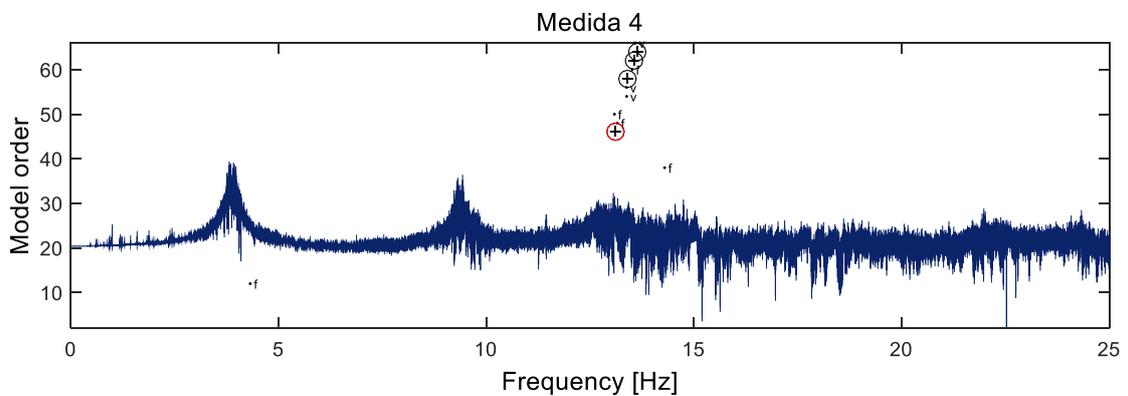


Figura 33. Función de densidad espectral y modos detectados en la medida 4

Las Figuras 30-33 hacen referencia al análisis modal de cada una de las cuatro medidas. En ellas aparecen representados mediante un círculo los modos considerados estables, siendo el resto de puntos modos inestables.

Se han añadido las funciones de densidad espectral trazadas en azul. En todas las figuras se aprecia un pico pronunciado en torno a 4 Hz, y otro cercano a 10 Hz. Ello implica que esos valores son frecuencias naturales de la estructura, no obstante, sólo dos de ellas (gráficas de las medidas 2 y 3) reconocen modos de vibración a 4 Hz. El pico apreciado anteriormente a 13 Hz se hace más leve en esta representación, por lo que no se tendrá en cuenta para el análisis modal. Aun así, en algunas medidas se reconoce como modo estable. No se considerará la medida 4 para el trazado de los modos, puesto que, aunque apreciables los picos y con ello las frecuencias naturales, no se identifican modos de vibración en ellas.

En cada medida se han obtenido los modos de vibración a las frecuencias que se muestran a continuación.

*Modo de flexión:*

Tabla 5. Frecuencia natural, amortiguamiento y orden en el modo de flexión de la medida 2

<b>Medida 2</b>	
Frecuencia (Hz)	3.591
Amortiguamiento (%)	8.1
Orden	24

Tabla 6. Frecuencia natural, amortiguamiento y orden en el modo de flexión de la medida 3

<b>Medida 3</b>	
Frecuencia (Hz)	3.333
Amortiguamiento (%)	17
Orden	26

*Modo de torsión:*

Tabla 7. Frecuencia natural, amortiguamiento y orden en el modo de torsión de la medida 1

<b>Medida 1</b>	
Frecuencia (Hz)	9.670
Amortiguamiento (%)	9.4
Orden	14

Tabla 8. Frecuencia natural, amortiguamiento y orden en el modo de torsión de la medida 2

<b>Medida 2</b>	
Frecuencia (Hz)	9.937
Amortiguamiento (%)	6.7
Orden	26

Tabla 9. Frecuencia natural, amortiguamiento y orden en el modo de torsión de la medida 3

<b>Medida 3</b>	
Frecuencia (Hz)	8.766
Amortiguamiento (%)	6.4
Orden	48

Tabla 10. Frecuencia natural, amortiguamiento y orden en el modo de torsión de la medida 4

<b>Medida 4</b>	
Frecuencia (Hz)	13.106
Amortiguamiento (%)	5.3
Orden	46

Aunque el parámetro “Modal phase collinearities” obtenido en MACEC muestra un valor cercano a 1 (0.89312), lo que indica una buena estimación, en las Tablas 5 y 6 del modo de flexión se puede apreciar un amortiguamiento muy alto. Esto es debido a que el programa une los dos picos que existen en torno a 4Hz considerándolos como uno único, lo que supone un incremento de la anchura de la campana. Por otro lado, el mismo parámetro en el modo de torsión tiene un valor de 0.63696, lo que supone una mala estimación del modo y con ello un amortiguamiento alto, aun así se seguirá teniendo en cuenta para una comparación con Artemis.

Por lo tanto, con este método sólo se han reconocido dos modos de vibración de los tres hallados con EFDD, no siendo distinguidos los dos modos de flexión a frecuencias naturales muy cercanas. Para una representación de los modos de la estructura, se lleva a cabo una combinación de las medidas. Para el modo de torsión (Tablas 7-10), a 10 Hz aproximadamente, se han combinado las medidas 1, 2 y 3. Mientras que, para el modo de flexión obtenido, sólo se ha podido contar con las medidas 2 y 3 al no aparecer como modo estable en las otras dos.

Por consiguiente, con el método SSI en MACEC se detectan (Tablas 11 y 12):

Tabla 11. Frecuencia y amortiguamiento modo de flexión SSI MACEC

<b>Modo de flexión</b>	
Frecuencia (Hz)	3.462
Amortiguamiento (%)	12.56

Tabla 12 Frecuencia y amortiguamiento modo de torsión SSI MACEC

<b>Modo de torsión</b>	
Frecuencia (Hz)	9.458
Amortiguamiento (%)	7.49

En las Tablas 13 y 14 se reflejan los modos obtenidos, tanto flexión como torsión, sólo recogiendo los nodos de los que se han podido conocer movimientos tras hacer el descarte en la combinación de medidas:

Tabla 13. Modo de torsión SSI MACEC. Frecuencia: 9.458 Hz. Amortiguamiento: 7.49 %

	<b>Número de nodo</b>	<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Z</b>
<b>Modo de torsión</b>	2	0.013856	-1.4433646	0.718502
	22	0.04268	1.484451	3.55014701
	38	0.069174	1.432125	9.3956587
	41	-0.69974	-2.30795	11.624072
	43	2.27733	-0.60512	11.8463
	44	1.08979	1	11.88544
	47	-1.92693	0.62236	11.76608

Tabla 14. Modo de flexión SSI MACEC. Frecuencia: 3.462 Hz. Amortiguamiento: 12.56 %

	Número de nodo	X	Y	Z
<b>Modo de flexión</b>	41	0.83859	-0.6638	0.07002
	2	0.0072684	-0.005798	-0.00094084
	43	0.88802	-0.89033	-0.11954
	38	0.051547	0.062778	-0.022082
	47	1	-0.53284	0.18736

En la Figura 34 aparecen trazadas en azul la indeformada, y en rojo la deformada de los modos de flexión y torsión reconocidos. Al no haber podido disponer de todas las medidas para el cálculo de los modos de vibración de la estructura, y no haber fijado ecuaciones de ligadura, sólo se aprecia el movimiento en varios nodos de la planta más alta de la misma.

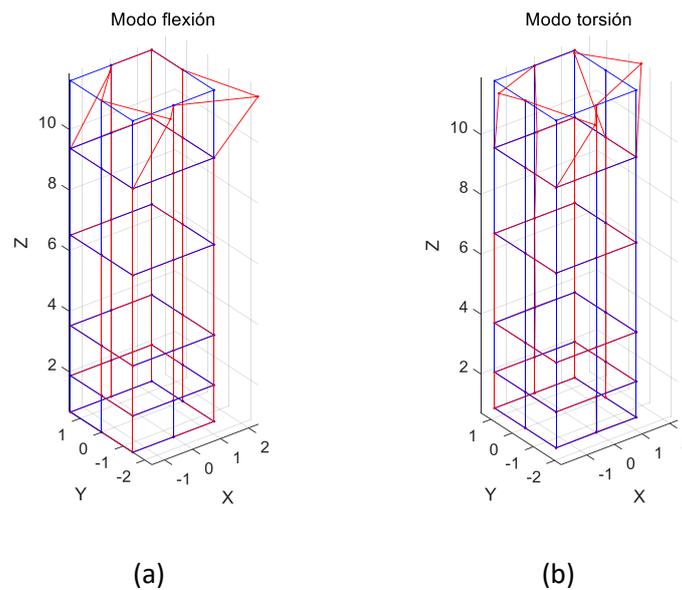


Figura 34. (a) Modo de flexión a 3.462 Hz y (b) modo de torsión a 9.458 Hz obtenidos con MACEC empleando SSI.

Un último análisis se realizará mediante el mismo método SSI en el software Artemis. Éste incluye hasta tres técnicas de análisis modal de dominio del tiempo del tipo Identificación de Subespacio Estocástico [15]: UPC (Unweighted Principal Component), PC (Principal Component), CVA (Canonical Variate Algorithm).

Todas las técnicas incluyen la estimación automática de modos, que busca modos estables en el diagrama de estabilización, incluyendo aquellos modos próximos. En este caso se empleará la última.

La Figura 35 muestra los diagramas de estabilización de las cuatro medidas por separado. En este caso, en rojo, se aprecia un mayor número de modos estables identificados en relación al mismo método empleado en MACEC. Incluso quedan indicados los dos modos de flexión a frecuencias naturales muy cercanas. Considera también estables modos a frecuencias mayores, pero no han sido considerados.

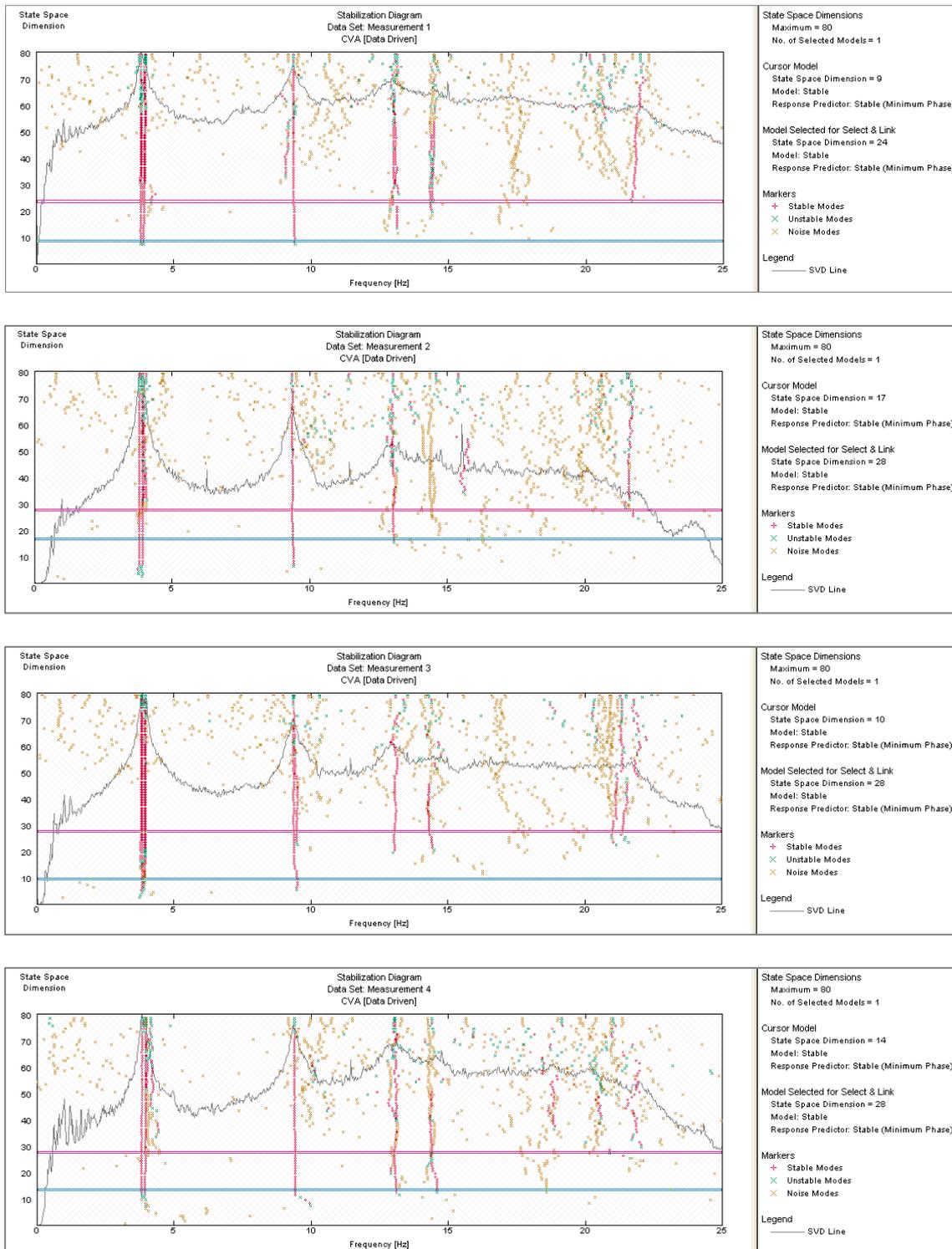


Figura 35. Diagramas de estabilización correspondientes a las cuatro medidas

La Tabla 15 recoge la frecuencia natural y el amortiguamiento en cada una de las medidas en cada uno de los tres modos detectados.

Tabla 15. Frecuencia y amortiguamiento modos de vibración SSI Artemis

		Modo de flexión 1	Modo de flexión 2	Modo de torsión
<b>Medida 1</b>	Frecuencia (Hz)	3.815	3.938	9.366
	Amortiguamiento (%)	1.084	1.155	1.071
<b>Medida 2</b>	Frecuencia (Hz)	3.812	3.930	9.366
	Amortiguamiento (%)	0.679	1.345	0.780
<b>Medida 3</b>	Frecuencia (Hz)	3.824	3.926	9.485
	Amortiguamiento (%)	0.944	0.828	1.488
<b>Medida 4</b>	Frecuencia (Hz)	3.817	3.941	9.399
	Amortiguamiento (%)	1.013	1.105	0.793

A continuación, se presentan los modos identificados con SSI en Artemis (Figuras 36, 37 y 38):

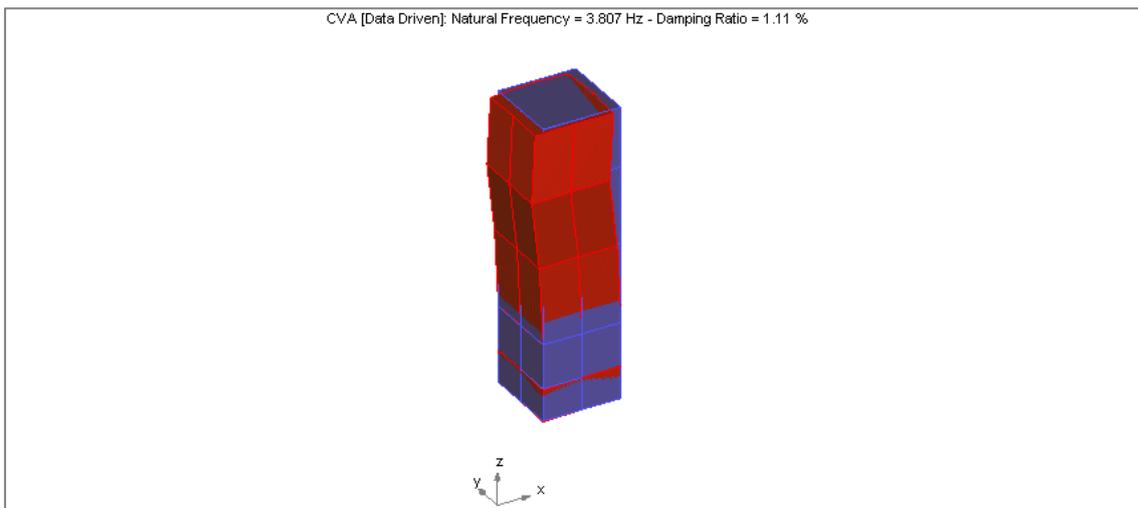


Figura 36. Modo de flexión 1 SSI Artemis. Frecuencia: 3.807 Hz. Amortiguamiento: 1.11 %

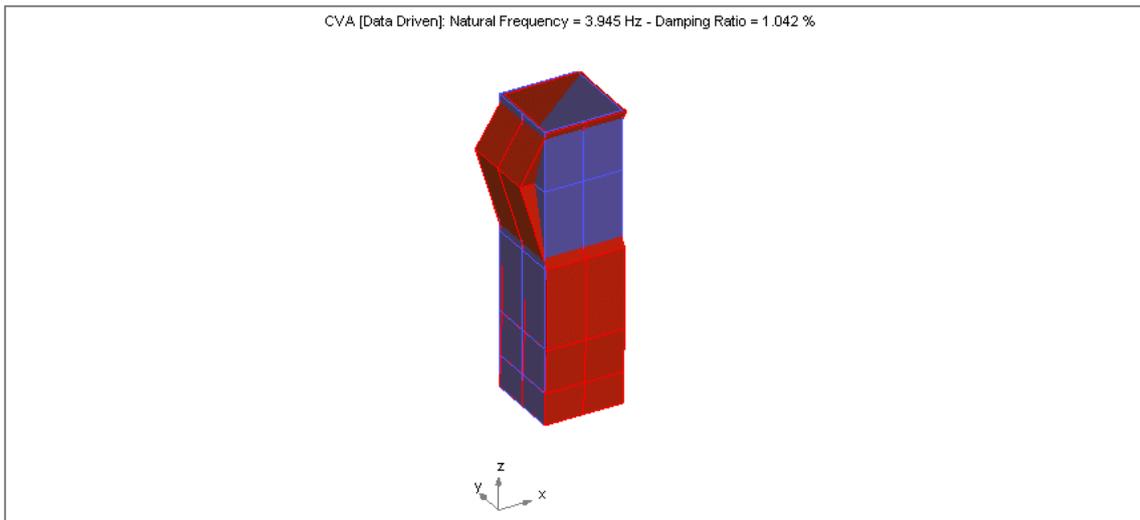


Figura 37. Modo de flexión 2 SSI Artemis. Frecuencia: 3.945 Hz. Amortiguamiento: 1.042 %

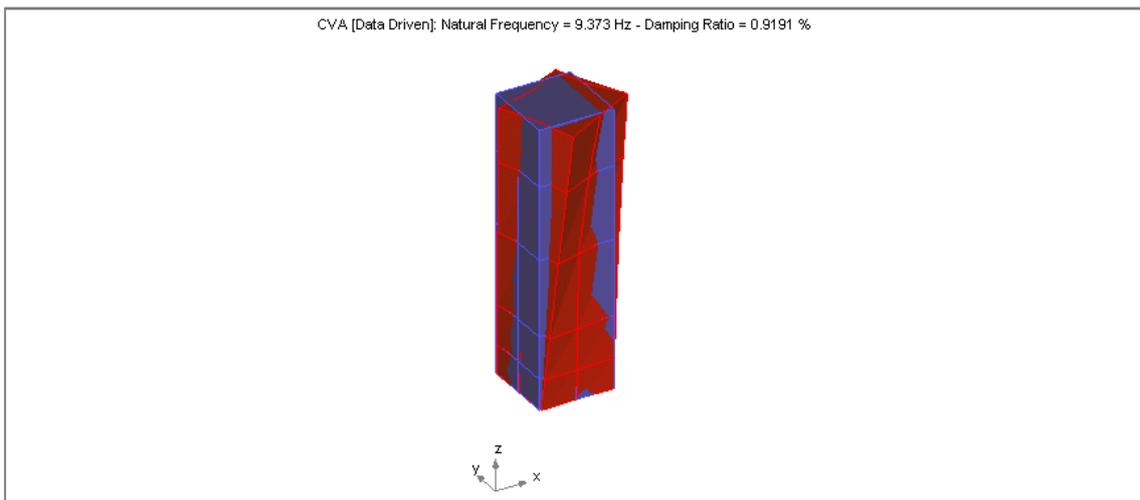


Figura 38. Modo de torsión SSI Artemis. Frecuencia: 9.373 Hz. Amortiguamiento: 0.9191 %



## 4. CONCLUSIONES

---

La técnica de análisis modal operacional permite una investigación modal de una estructura de forma fácil, rápida y precisa sin necesidad del empleo de excitadores externos. A partir de sollicitaciones ambientales propias del emplazamiento, se ha calculado el comportamiento dinámico del almiar de San Juan con distintos métodos experimentales. Se ha realizado un estudio con Artemis en dominio de la frecuencia con la técnica EFDD. Y un segundo y tercer análisis en dominio del tiempo con MACEC y Artemis con la técnica SSI.

Para un rango de frecuencias de estudio entre 0-25 Hz, han sido identificados dos o tres modos de vibración, según el método empleado. Con la técnica EFDD en Artemis se han podido detectar dos modos de flexión muy cercanos en torno a 4 Hz, haciendo distinción entre ambos con dos picos diferenciados a escasa distancia. Mientras que con SSI en MACEC disminuye a la eficiencia a la hora de detectar frecuencias naturales cercanas, solo distinguiéndose un pico de mayor anchura de campana. Ello supone una alteración en el amortiguamiento del modo haciéndolo notablemente mayor. En cambio, en un segundo análisis con Artemis empleando la técnica SSI sí que se han presentado dos modos estables de picos diferenciados, como se aprecia en la Figura 35.

El análisis con MACEC ha supuesto mayor dificultad, debido a que no todas las medidas identifican todos los modos. Solo se ha podido disponer de dos para el trazado del único modo de flexión identificado, lo que ha supuesto un menor número de nodos en los que se conoce el desplazamiento. Conllevando una presentación más somera del comportamiento dinámico de la estructura. A su vez, para el modo de torsión ha sido necesario desechar la medida 4, puesto que no identificaba ninguno de los modos previstos, aunque sí existieran picos que denotaban frecuencias naturales de esos valores. Asimismo, el modo obtenido presenta un parámetro de “modal phase collinearities” de 0.63696, lo que supone una mala estimación de éste, teniendo por ello un amortiguamiento desmesurado.

Además de los tres modos ya referidos, con la técnica SSI tanto en MACEC como en Artemis, se presentan modos estables a frecuencias mayores, como a 13 Hz. Al ser el amortiguamiento mayor, y los picos de frecuencias naturales menos pronunciados, no se han tomado como modos de vibración de la estructura.

En la Tabla 16 se muestra un resumen comparativo de las frecuencias y amortiguamientos calculados mediante cada técnica.

Tabla 16. Resumen del comportamiento dinámico con los tres análisis

		EFDD	SSI	
		Artemis	Artemis	MACEC
Modo flexión 1	Frecuencia (Hz)	3.826	3.807	3.462
	Amortiguamiento (%)	1.023	1.11	12.56
Modo flexión 2	Frecuencia (Hz)	3.944	3.945	-
	Amortiguamiento (%)	0.9122	1.042	-
Modo torsión	Frecuencia (Hz)	9.341	9.373	9.458
	Amortiguamiento (%)	1.172	0.9191	7.49

Como se puede observar, los resultados de los análisis mediante el software Artemis presentan similitud, tanto en el valor de la frecuencia natural como el amortiguamiento aun empleando métodos diferentes. Así como en la representación de los modos. En cambio, el método SSI en MACEC no permite un tratado de la señal de la estructura con frecuencias naturales muy cercanas al agruparlas en un solo pico, obteniéndose una frecuencia natural que dista de las otras obtenidas usando Artemis, además de un amortiguamiento mucho mayor. Aunque la frecuencia del modo de torsión es algo más cercana, su amortiguamiento es desproporcionado a causa de la mala estimación con el programa. Es por ello, que sólo se ha obtenido un comportamiento cualitativo preciso de la estructura en Artemis con el empleo de ambas técnicas.

Tras analizar los resultados del estudio del alminar, se puede realizar una comparación del comportamiento de éste con otras construcciones de características similares. La evaluación de la seguridad estructural y la conservación de torres de mampostería históricas se ha convertido en una preocupación creciente en los últimos años. Son estructuras relativamente delgadas y esbeltas, y están sometidas a cargas muertas significativas. Es por esto por lo que a menudo muestran una amplia sensibilidad a las acciones dinámicas, tales como vibraciones inducidas por el tráfico, balanceo de la campana, viento y terremotos. En las últimas décadas ha aumentado el número de estudios sobre el comportamiento dinámico de estas torres. La mayoría de ellos en estructuras de mayor altura que el minarete objeto de análisis en este trabajo.

En todos (Tabla 17) se identifican dos modos de flexión a frecuencias naturales muy cercanas, y un modo de torsión a una frecuencia algo mayor a las anteriores. Se aprecia además

que, a medida que se incrementa la altura de la torre, las frecuencias naturales de flexión disminuyen su valor, no siendo así en el modo de torsión. El comportamiento dinámico más semejante es el de la torre del reloj de Mogadouro, ya que su altura es la que más se aproxima a la del alminar de San Juan.

Tabla 17. Comparación de resultados experimentales en otras torres de mampostería.

Torre estudiada	Altura (m)	Modo flexión		Modo torsión
		Frec. 1 (Hz)	Frec. 2 (Hz)	Frec. 3 (Hz)
Torrazzo de Cremona (Cremona, Italia) [25]	112	0.437	1.66	2.36
Torre Grossa (San Gimignano, Italia) [26]	55	1.306	1.331	3.410
Campanario de la Iglesia Nuestra Señora de la Misericordia (Valencia, España) [27]	41	1.294	1.489	4.321
Torre Capocci (Roma, Italia) [28]	36.2	2.0	2.170	6.70
Torre de la Universidad de Coimbra (Coimbra, Portugal) [29]	35	2.133	2.473	6.557
Campanario de Hagia Sophia (Turquía) [30]	23	2.445	2.686	7.823
Torre del reloj de Mogadouro (Mogadouro, Portugal) [1]	20.4	2.15	2.58	4.98

Los resultados de este trabajo podrán ser empleados para un posterior control del daño de la torre en caso de no realizar ninguna mejora. Así como para valorar los cambios producidos en el comportamiento dinámico después de una restauración. De un modo similar al estudio realizado a la torre del reloj de Mogadouro (Portugal) [1] de Ramos et al. donde se muestra una comparativa del comportamiento dinámico anterior y posterior a una restauración de dicha estructura, apreciándose un aumento de las frecuencias naturales al incrementar la rigidez. De este modo, se pueden también contrastar comportamientos de estructuras de mampostería similares, y predecir los cambios que supondrá alterar las propiedades de la estructura con la introducción de nuevos elementos en la restauración.

Se podría realizar asimismo un estudio de las variaciones en las frecuencias naturales de la estructura que conllevaría el empleo de distintos materiales para su mejora, con el fin de alejarlas del rango en que se hallan las frecuencias de excitación a las que está sometida, y con ello reducir su respuesta dinámica, tratando siempre de devolver su aspecto de alminar del siglo IX.



# 5. ANEJOS

## MODELO EMPLEADO EN ARTEMIS

### *Flexiones*

#### **Alminar\_geo\_flexion.cfg**

-----  
This is the header group with the title of the project.

The title can be a string of any length.

Header

Alminar de San Juan (Córdoba) - Measurements made by students. Universidad de Sevilla.

-----  
This is the sampling interval specified in sec.

T

0.004

-----  
This is the node definition group.

Node Number. X-coordinate. Y-coordinate. Z-coordinate.

Nodes

```
1 -1.4500000000000000 -1.4500000000000000 0.7000000000000000
2 0 -1.4500000000000000 0.7000000000000000
3 1.4500000000000000 -1.4500000000000000 0.7000000000000000
4 1.4500000000000000 0 0.7000000000000000
5 1.4500000000000000 1.4500000000000000 0.7000000000000000
6 0 1.4500000000000000 0.7000000000000000
7 -1.4500000000000000 1.4500000000000000 0.7000000000000000
8 -1.4500000000000000 0 0.7000000000000000
9 -1.4500000000000000 -1.4500000000000000 1.9000000000000000
10 0 -1.4500000000000000 1.9000000000000000
11 1.4500000000000000 -1.4500000000000000 1.9000000000000000
12 1.4500000000000000 0 1.9000000000000000
13 1.4500000000000000 1.4500000000000000 1.9000000000000000
14 0 1.4500000000000000 1.9000000000000000
15 -1.4500000000000000 1.4500000000000000 1.9000000000000000
16 -1.4500000000000000 0 1.9000000000000000
17 -1.4500000000000000 -1.4500000000000000 3.5500000000000000
18 0 -1.4500000000000000 3.5500000000000000
19 1.4500000000000000 -1.4500000000000000 3.5500000000000000
20 1.4500000000000000 0 3.5500000000000000
21 1.4500000000000000 1.4500000000000000 3.5500000000000000
22 0 1.4500000000000000 3.5500000000000000
```

23 -1.4500000000000000 1.4500000000000000 3.5500000000000000  
24 -1.4500000000000000 0 3.5500000000000000  
25 -1.4500000000000000 -1.4500000000000000 6.5400000000000000  
26 0 -1.4500000000000000 6.5400000000000000  
27 1.4500000000000000 -1.4500000000000000 6.5400000000000000  
28 1.4500000000000000 0 6.5400000000000000  
29 1.4500000000000000 1.4500000000000000 6.5400000000000000  
30 0 1.4500000000000000 6.5400000000000000  
31 -1.4500000000000000 1.4500000000000000 6.5400000000000000  
32 -1.4500000000000000 0 6.5400000000000000  
33 -1.4500000000000000 -1.4500000000000000 9.4000000000000000  
34 0 -1.4500000000000000 9.4000000000000000  
35 1.4500000000000000 -1.4500000000000000 9.4000000000000000  
36 1.4500000000000000 0 9.4000000000000000  
37 1.4500000000000000 1.4500000000000000 9.4000000000000000  
38 0 1.4500000000000000 9.4000000000000000  
39 -1.4500000000000000 1.4500000000000000 9.4000000000000000  
40 -1.4500000000000000 0 9.4000000000000000  
41 -1.4500000000000000 -1.4500000000000000 11.6400000000000000  
42 0 -1.4500000000000000 11.6400000000000000  
43 1.4500000000000000 -1.4500000000000000 11.6400000000000000  
44 1.4500000000000000 0 11.6400000000000000  
45 1.4500000000000000 1.4500000000000000 11.6400000000000000  
46 0 1.4500000000000000 11.6400000000000000  
47 -1.4500000000000000 1.4500000000000000 11.6400000000000000  
48 -1.4500000000000000 0 11.6400000000000000

-----  
This is the line definition group.  
From Node Number. To Node Number.

Lines

1 9  
9 17  
17 25  
25 33  
33 41  
2 10  
10 18  
18 26  
26 34  
34 42  
3 11  
11 19  
19 27  
27 35  
35 43  
4 12

12 20  
20 28  
28 36  
36 44  
5 13  
13 21  
21 29  
29 37  
37 45  
6 14  
14 22  
22 30  
30 38  
38 46  
7 15  
15 23  
23 31  
31 39  
39 47  
8 16  
16 24  
24 32  
32 40  
40 48  
1 2  
2 3  
3 4  
4 5  
5 6  
6 7  
7 8  
8 1  
9 10  
10 11  
11 12  
12 13  
13 14  
14 15  
15 16  
16 9  
17 18  
18 19  
19 20  
20 21  
21 22  
22 23  
23 24  
24 17

25 26  
26 27  
27 28  
28 29  
29 30  
30 31  
31 32  
32 25  
33 34  
34 35  
35 36  
36 37  
37 38  
38 39  
39 40  
40 33  
41 42  
42 43  
43 44  
44 45  
45 46  
46 47  
47 48  
48 41

-----  
This is the line definition group.

First Node Number. Second Node Number. Third Node Number

Surfaces

1 9 10  
1 2 10  
2 10 11  
2 3 11  
3 11 12  
3 4 12  
4 12 13  
4 5 13  
5 13 14  
5 6 14  
6 14 15  
6 7 15  
7 15 16  
7 8 16  
8 16 9  
8 1 9  
9 17 18  
9 10 18

10 18 19  
10 11 19  
11 19 20  
11 12 20  
12 20 21  
12 13 21  
13 21 22  
13 14 22  
14 22 23  
14 15 23  
15 23 24  
15 16 24  
16 24 17  
16 9 17  
17 25 26  
17 18 26  
18 26 27  
18 19 27  
19 27 28  
19 20 28  
20 28 29  
20 21 29  
21 29 30  
21 22 30  
22 30 31  
22 23 31  
23 31 32  
23 24 32  
24 32 25  
24 17 25  
25 33 34  
25 26 34  
26 34 35  
26 27 35  
27 35 36  
27 28 36  
28 36 37  
28 29 37  
29 37 38  
29 30 38  
30 38 39  
30 31 39  
31 39 40  
31 32 40  
32 40 33  
32 25 33  
33 41 42  
33 34 42

34 42 43  
34 35 43  
35 43 44  
35 36 44  
36 44 45  
36 37 45  
37 45 46  
37 38 46  
38 46 47  
38 39 47  
39 47 48  
39 40 48  
40 48 41  
40 33 41  
41 43 45  
41 47 45

---

Setups

Measurement 1

medida1.dat

41 1.000000 0.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 1 (1X+)  
41 0.000000 1.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 1 (1Y+)  
41 0.000000 0.000000 1.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 1 (1Z+)  
22 1.000000 0.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 2 (2Y+)  
22 0.000000 1.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 2 (2X-)  
22 0.000000 0.000000 1.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 2 (2Z+)  
44 1.000000 0.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 3 (3Y+)  
44 0.000000 1.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 3 (3X-)  
44 0.000000 0.000000 1.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 3 (3Z+)

Measurement 2

medida2.dat

41 1.000000 0.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 1 (1X+)  
41 0.000000 1.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 1 (1Y+)  
41 0.000000 0.000000 1.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 1 (1Z+)  
2 1.000000 0.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 2 (2Y+)  
2 0.000000 1.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 2 (2X-)  
2 0.000000 0.000000 1.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 2 (2Z+)  
43 1.000000 0.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 3 (3Y+)  
43 0.000000 1.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 3 (3X-)  
43 0.000000 0.000000 1.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 3 (3Z+)

Measurement 3

medida3.dat

41 1.000000 0.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 1 (1X+)  
41 0.000000 1.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 1 (1Y+)  
41 0.000000 0.000000 1.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 1 (1Z+)  
38 -1.000000 0.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 2 (2Y+)  
38 0.000000 -1.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 2 (2X-)

38 0.000000 0.000000 1.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 2 (2Z+)  
 47 1.000000 0.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 3 (3Y+)  
 47 0.000000 1.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 3 (3X-)  
 47 0.000000 0.000000 1.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 3 (3Z+)  
 Measurement 4  
 medida4.dat  
 41 1.000000 0.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 1 (1X+)  
 41 0.000000 1.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 1 (1Y+)  
 41 0.000000 0.000000 1.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 1 (1Z+)  
 11 1.000000 0.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 2 (2Y+)  
 11 0.000000 1.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 2 (2X-)  
 11 0.000000 0.000000 1.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 2 (2Z+)  
 26 1.000000 0.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 3 (3Y+)  
 26 0.000000 1.000000 0.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 3 (3X-)  
 26 0.000000 0.000000 1.000000 1.000000 s<sup>-2</sup> Acceleration Response 3 (3Z+)

-----  
 This is the definition group for slave node equations.

Left side node should move according to the right side equation.

#### Equations

$$\text{node}(48,1)=0.5*\text{node}(41,1)+0.5*\text{node}(47,1)$$

$$\text{node}(48,2)=0.5*\text{node}(41,2)+0.5*\text{node}(47,2)$$

$$\text{node}(46,1)=0.5*\text{node}(45,1)+0.5*\text{node}(47,1)$$

$$\text{node}(46,2)=0.5*\text{node}(45,2)+0.5*\text{node}(47,2)$$

$$\text{node}(45,1)=\text{node}(47,1)$$

$$\text{node}(45,2)=0.66*\text{node}(44,2)+0.33*\text{node}(43,2)$$

$$\text{node}(42,1)=0.5*\text{node}(41,1)+0.5*\text{node}(43,1)$$

$$\text{node}(42,2)=0.5*\text{node}(41,2)+0.5*\text{node}(43,2)$$

$$\text{node}(39,1)=\text{node}(38,1)$$

$$\text{node}(39,2)=\text{node}(38,2)$$

$$\text{node}(37,1)=\text{node}(38,1)$$

$$\text{node}(37,2)=\text{node}(38,2)$$

$$\text{node}(36,1)=\text{node}(38,1)$$

$$\text{node}(36,2)=\text{node}(38,2)$$

$$\text{node}(35,1)=\text{node}(38,1)$$

$$\text{node}(35,2)=\text{node}(38,2)$$

$$\text{node}(34,1)=\text{node}(38,1)$$

$$\text{node}(34,2)=\text{node}(38,2)$$

$$\text{node}(33,1)=\text{node}(38,1)$$

$$\text{node}(33,2)=\text{node}(38,2)$$

$$\text{node}(40,1)=\text{node}(38,1)$$

$$\text{node}(40,2)=\text{node}(38,2)$$

$$\text{node}(25,1)=\text{node}(26,1)$$

$$\text{node}(25,2)=\text{node}(26,2)$$

$$\text{node}(27,1)=\text{node}(26,1)$$

$$\text{node}(27,2)=\text{node}(26,2)$$

$$\text{node}(28,1)=\text{node}(26,1)$$

node(28,2)=node(26,2)  
node(29,1)=node(26,1)  
node(29,2)=node(26,2)  
node(30,1)=node(26,1)  
node(30,2)=node(26,2)  
node(31,1)=node(26,1)  
node(31,2)=node(26,2)  
node(32,1)=node(26,1)  
node(32,2)=node(26,2)  
node(23,1)=node(22,1)  
node(21,1)=node(22,1)  
node(21,2)=node(22,2)  
node(23,1)=node(22,1)  
node(23,2)=node(22,2)  
node(24,1)=node(22,1)  
node(24,2)=node(22,2)  
node(17,1)=node(22,1)  
node(17,2)=node(22,2)  
node(18,1)=node(22,1)  
node(18,2)=node(22,2)  
node(19,1)=node(22,1)  
node(19,2)=node(22,2)  
node(20,1)=node(22,1)  
node(20,2)=node(22,2)  
node(10,1)=node(11,1)  
node(10,2)=node(11,2)  
node(12,1)=node(11,1)  
node(12,2)=node(11,2)  
node(13,1)=node(11,1)  
node(13,2)=node(11,2)  
node(14,1)=node(11,1)  
node(14,2)=node(11,2)  
node(15,1)=node(11,1)  
node(15,2)=node(11,2)  
node(16,1)=node(11,1)  
node(16,2)=node(11,2)  
node(9,1)=node(11,1)  
node(9,2)=node(11,2)  
node(3,1)=node(2,1)  
node(3,2)=node(2,2)  
node(4,1)=node(2,1)  
node(4,2)=node(2,2)  
node(5,1)=node(2,1)  
node(5,2)=node(2,2)  
node(6,1)=node(2,1)  
node(6,2)=node(2,2)  
node(7,1)=node(2,1)  
node(7,2)=node(2,2)

```

node(8,1)=node(2,1)
node(8,2)=node(2,2)
node(1,1)=node(2,1)
node(1,2)=node(2,2)
node(33,3)=node(41,3)
node(25,3)=node(41,3)
node(17,3)=node(41,3)
node(9,3)=node(41,3)
node(1,3)=node(41,3)
node(10,3)=node(2,3)
node(18,3)=node(2,3)
node(26,3)=node(2,3)
node(34,3)=node(2,3)
node(42,3)=node(2,3)
node(3,3)=node(11,3)
node(19,3)=node(11,3)
node(27,3)=node(11,3)
node(35,3)=node(43,3)
node(4,3)=node(44,3)
node(12,3)=node(44,3)
node(20,3)=node(44,3)
node(28,3)=node(44,3)
node(36,3)=node(44,3)
node(4,3)=node(38,3)

```

---

### **Torsiones**

#### **Alminar\_geo\_torsion.cfg**

*Varián las ecuaciones de ligadura anteriores siendo sustituidas por:*

#### *Equations*

```

node(48,1)=0.5*node(41,1)+0.5*node(47,1)
node(48,2)=0.5*node(41,2)+0.5*node(47,2)
node(46,1)=0.5*node(45,1)+0.5*node(47,1)
node(46,2)=0.5*node(45,2)+0.5*node(47,2)
node(45,1)=node(47,1)
node(45,2)=0.66*node(44,2)+0.33node(43,2)
node(42,1)=0.5*node(41,1)+0.5*node(43,1)
node(42,2)=0.5*node(41,2)+0.5*node(43,2)
node(33,1)=0.808*node(41,1)
node(33,2)=0.808*node(41,2)
node(33,3)=0.808*node(41,3)
node(25,1)=0.562*node(41,1)
node(25,2)=0.562*node(41,2)
node(25,3)=0.562*node(41,3)
node(17,1)=0.305*node(41,1)
node(17,2)=0.305*node(41,2)
node(17,3)=0.305*node(41,3)

```

$node(9,1)=0.163*node(41,1)$   
 $node(9,2)=0.163*node(41,2)$   
 $node(9,3)=0.163*node(41,3)$   
 $node(1,1)=0.060*node(41,1)$   
 $node(1,2)=0.060*node(41,2)$   
 $node(1,3)=0.060*node(41,3)$   
 $node(34,1)=0.453*node(42,1)+0.631*node(26,1)$   
 $node(34,2)=0.453*node(42,2)+0.631*node(26,2)$   
 $node(34,3)=0.453*node(42,3)+0.631*node(26,3)$   
 $node(18,1)=0.543*node(26,1)$   
 $node(18,2)=0.543*node(26,2)$   
 $node(18,3)=0.543*node(26,3)$   
 $node(10,1)=0.291*node(26,1)$   
 $node(10,2)=0.291*node(26,2)$   
 $node(10,3)=0.291*node(26,3)$   
 $node(35,1)=0.622*node(43,1)+1.139*node(11,1)$   
 $node(35,2)=0.622*node(43,2)+1.139*node(11,2)$   
 $node(35,3)=0.622*node(43,3)+1.139*node(11,3)$   
 $node(27,1)=0.268*node(43,1)+1.802*node(11,1)$   
 $node(27,2)=0.268*node(43,2)+1.802*node(11,2)$   
 $node(27,3)=0.268*node(43,3)+1.802*node(11,3)$   
 $node(19,1)=0.052*node(43,1)+1.552*node(11,1)$   
 $node(19,2)=0.052*node(43,2)+1.552*node(11,2)$   
 $node(19,3)=0.052*node(43,3)+1.552*node(11,3)$   
 $node(3,1)=0.368*node(11,1)$   
 $node(3,2)=0.368*node(11,2)$   
 $node(3,3)=0.368*node(11,3)$   
 $node(36,1)=0.808*node(44,1)$   
 $node(36,2)=0.808*node(44,2)$   
 $node(36,3)=0.808*node(44,3)$   
 $node(28,1)=0.562*node(44,1)$   
 $node(28,2)=0.562*node(44,2)$   
 $node(28,3)=0.562*node(44,3)$   
 $node(20,1)=0.305*node(44,1)$   
 $node(20,2)=0.305*node(44,2)$   
 $node(20,3)=0.305*node(44,3)$   
 $node(12,1)=0.163*node(44,1)$   
 $node(12,2)=0.163*node(44,2)$   
 $node(12,3)=0.163*node(44,3)$   
 $node(4,1)=0.060*node(44,1)$   
 $node(4,2)=0.060*node(44,2)$   
 $node(4,3)=0.060*node(44,3)$   
 $node(37,1)=0.808*node(45,1)$   
 $node(37,2)=0.808*node(45,2)$   
 $node(37,3)=0.808*node(45,3)$   
 $node(29,1)=0.562*node(45,1)$   
 $node(29,2)=0.562*node(45,2)$   
 $node(29,3)=0.562*node(45,3)$

$node(21,1)=0.305*node(45,1)$   
 $node(21,2)=0.305*node(45,2)$   
 $node(21,3)=0.305*node(45,3)$   
 $node(13,1)=0.163*node(45,1)$   
 $node(13,2)=0.163*node(45,2)$   
 $node(13,3)=0.163*node(45,3)$   
 $node(5,1)=0.060*node(45,1)$   
 $node(5,2)=0.060*node(45,2)$   
 $node(5,3)=0.060*node(45,3)$   
 $node(30,1)=0.356*node(38,1)+0.901*node(22,1)$   
 $node(30,2)=0.356*node(38,2)+0.901*node(22,2)$   
 $node(30,3)=0.356*node(38,3)+0.901*node(22,3)$   
 $node(14,1)=0.535*node(22,1)$   
 $node(14,2)=0.535*node(22,2)$   
 $node(14,3)=0.535*node(22,3)$   
 $node(6,1)=0.197*node(22,1)$   
 $node(6,2)=0.197*node(22,2)$   
 $node(6,3)=0.197*node(22,3)$   
 $node(39,1)=0.808*node(47,1)$   
 $node(39,2)=0.808*node(47,2)$   
 $node(39,3)=0.808*node(47,3)$   
 $node(31,1)=0.562*node(47,1)$   
 $node(31,2)=0.562*node(47,2)$   
 $node(31,3)=0.562*node(47,3)$   
 $node(23,1)=0.305*node(47,1)$   
 $node(23,2)=0.305*node(47,2)$   
 $node(23,3)=0.305*node(47,3)$   
 $node(15,1)=0.163*node(47,1)$   
 $node(15,2)=0.163*node(47,2)$   
 $node(15,3)=0.163*node(47,3)$   
 $node(7,1)=0.060*node(47,1)$   
 $node(7,2)=0.060*node(47,2)$   
 $node(7,3)=0.060*node(47,3)$   
 $node(40,1)=0.808*node(48,1)$   
 $node(40,2)=0.808*node(48,2)$   
 $node(40,3)=0.808*node(48,3)$   
 $node(32,1)=0.562*node(48,1)$   
 $node(32,2)=0.562*node(48,2)$   
 $node(32,3)=0.562*node(48,3)$   
 $node(24,1)=0.305*node(48,1)$   
 $node(24,2)=0.305*node(48,2)$   
 $node(24,3)=0.305*node(48,3)$   
 $node(16,1)=0.163*node(48,1)$   
 $node(16,2)=0.163*node(48,2)$   
 $node(16,3)=0.163*node(48,3)$   
 $node(8,1)=0.060*node(48,1)$   
 $node(8,2)=0.060*node(48,2)$   
 $node(8,3)=0.060*node(48,3)$



## 6. REFERENCIAS

---

- [1] L. F. Ramos, L. Marques, P. B. Lourenço, G. De Roeck, A. Campos-Costa, y J. Roque, «Monitoring historical masonry structures with operational modal analysis: two case studies», *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 24, n.º 5, pp. 1291-1305, 2010.
- [2] S. W. Doebling, C. R. Farrar, M. B. Prime, y D. W. Shevitz, «Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review», 1996.
- [3] O. S. Salawu, «Detection of structural damage through changes in frequency: a review», *Eng. Struct.*, vol. 19, n.º 9, pp. 718-723, 1997.
- [4] P. C. Chang, A. Flatau, y S. C. Liu, «Health monitoring of civil infrastructure», *Struct. Health Monit.*, vol. 2, n.º 3, pp. 257-267, 2003.
- [5] S. Choi, S. Park, y N. Stubbs, «Nondestructive damage detection in structures using changes in compliance», *Int. J. Solids Struct.*, vol. 42, n.º 15, pp. 4494-4513, 2005.
- [6] B. Peeters, «System identification and damage detection in civil engineering», 2000.
- [7] «<http://www.juntadeandalucia.es/boja/2003/63/5>». .
- [8] F. Daroca-Bruño, M. Yllescas-Ortiz, y F. De-la-Fuente-Darder, «Guía de arquitectura de Córdoba», 2003.
- [9] «El alminar de San Juan», *Córdoba por siempre*, 10-dic-2012. .
- [10] A. P. R. Galán, «Al-Andalus, Arqueología e Historia», 11-ene-2016. .
- [11] Félix Hernández Giménez, «Alminar de San Juan», en *Anales de la Comisión Provincial de Monumentos Históricos y Artísticos de Córdoba*, Córdoba, 1927, pp. 28-32.
- [12] N.-J. Jacobsen, P. Andersen, y R. Brincker, «Using enhanced frequency domain decomposition as a robust technique to harmonic excitation in operational modal analysis», en *Proceedings of ISMA2006: international conference on noise & vibration engineering*, 2006, pp. 18-20.
- [13] «<http://www.sigmetric.com>». .
- [14] M. Brehm, V. Zabel, y C. Bucher, «Optimal reference sensor positions using output-only vibration test data», *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 41, n.º 1, pp. 196–225, 2013.
- [15] «<http://www.svibs.com/>». .
- [16] P. Galvín y J. Domínguez, «Dynamic analysis of a cable-stayed deck steel arch bridge», *J. Constr. Steel Res.*, vol. 63, n.º 8, pp. 1024-1035, 2007.
- [17] M. Batel, «Operational modal analysis-another way of doing modal testing», *Sound Vib.*, vol. 36, n.º 8, pp. 22-27, 2002.
- [18] M. Pastor, M. Binda, y T. Harčarik, «Modal assurance criterion», *Procedia Eng.*, vol. 48, pp. 543-548, 2012.
- [19] A. Dahlén, A. Lindquist, y J. Mari, «Experimental evidence showing that stochastic subspace identification methods may fail», *Syst. Control Lett.*, vol. 34, n.º 5, pp. 303–312, 1998.
- [20] R. Brincker, J. B. Frandsen, y P. Andersen, «Ambient response analysis of the Great Belt

Bridge», en *PROC SPIE INT SOC OPT ENG*, 2000, vol. 4062, pp. 26-32.

- [21] «<http://bwk.kuleuven.be/bwm/macec>». .
- [22] E. Reynders, M. Schevenels, y G. De Roeck, «MACEC 3.3», pp. 129-135, 2014.
- [23] P. Van Overschee y B. L. De Moor, *Subspace identification for linear systems: Theory—Implementation—Applications*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [24] B. Peeters y G. De Roeck, «Reference-based stochastic subspace identification for output-only modal analysis», *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 13, n.º 6, pp. 855-878, 1999.
- [25] L. Binda *et al.*, «Static and dynamic studies on the Torrazzo in Cremona (Italy): the highest masonry Bell Tower in Europe», en *International symposium on Bridging Large Spans (BLS) from antiquity to the present, Istanbul, Turkey, 2000*, pp. 100–10.
- [26] G. Bartoli, M. Betti, y S. Giordano, «In situ static and dynamic investigations on the “Torre Grossa” masonry tower», *Eng. Struct.*, vol. 52, pp. 718–733, 2013.
- [27] S. Ivorra y F. J. Pallarés, «Dynamic investigations on a masonry bell tower», *Eng. Struct.*, vol. 28, n.º 5, pp. 660-667, 2006.
- [28] D. Abruzzese y A. Vari, «Seismic resistance of masonry towers», en *Proceedings of the 4th international seminar on structural analysis of historical constructions*, 2004, pp. 451–460.
- [29] E. N. B. S. Júlio, C. A. da Silva Rebelo, D. A. S. G. Dias-da, y others, «Structural assessment of the tower of the University of Coimbra by modal identification», *Eng. Struct.*, vol. 30, n.º 12, pp. 3468–3477, 2008.
- [30] A. Bayraktar, T. Türker, B. Sevim, A. C. Altunişik, y F. Yildirim, «Modal parameter identification of Hagia Sophia bell-tower via ambient vibration test», *J. Nondestruct. Eval.*, vol. 28, n.º 1, pp. 37–47, 2009.