2

Teoría de la argumentación: Información y lógica

Ángel Nepomuceno Fernández

Ángel Nepomuceno Fernández. 2001. "Teoría de la argumentación: Información y lógica". En Nepomuceno, Quesada & Salguero (eds.) 2001. *Información: Tratamiento y Representación*. Servicio de Publicaciones, Universidad de Sevilla. Capítulo 2: 27–39.

2.1 Introducción

Se ha considerado la *función informativa* como una de las más importantes funciones del lenguaje. Precisamente, como señala van Benthem (1991: 185), comprender el lenguaje natural es un modo de entender un fenómeno más general, a saber, el del procesamiento de la información, registrándose una interesante convergencia entre varios paradigmas lógicos orientados hacia determinados aspectos de la información. Ahora bien, la lógica se ocupa del estudio de la argumentación, proporcionando sistemas de razonamiento que permiten determinar si una inferencia dada es o no correcta, y que vienen a ser representantes de aquellos paradigmas. Pero ¿Qué se entiende por argumentación? Una *argumentación*[1](también podemos decir *inferencia*, *razonamiento*) es una sucesión (finita) de enunciados, ordenados de acuerdo con ciertos criterios, en el que podemos distinguir las siguientes partes (Corcoran, 1994: 36):

1. un conjunto de enunciados (podría ser vacío) que aparecen como los primeros de la sucesión y al que se les denomina conjunto de las *premisas*;
2. un conjunto de enunciados (podría ser vacío) que siguen a las premisas en la sucesión, excepto el último, al que podemos denominar *cadena de razonamiento*;
3. el enunciado último de la sucesión, al que llamamos *conclusión*.

Aunque se ha discutido acerca del significado de un enunciado, está extendida la consideración de que un enunciado significa una *proposición*; es decir, un pensamiento objetivo que puede ser transmitido, entre otras formas, por medios lingüísticos, y del que se puede afirmar que es verdadero o falso (por ello se dirá de un enunciado que es verdadero o falso) –aunque no es la única opción posible, aquí presuponemos que sólo hay dos valores de verdad[2]–. El estudio de un razonamiento cualquiera se puede circunscribir a determinar si se da cierta relación entre sus premisas y su conclusión, es decir, analizando el par ⟨*Premisas / conclusión*⟩, llamado *argumento* de la inferencia; como la cadena de razonamientos es reagrupable en sucesivos "argumentos", se utilizan a veces indistantamente ambos términos.

La definición de *validez* nos da la clave para la clasificación de las argumentaciones, si bien es difícil precisar esta noción y evitar todo tipo de controversias. En primera instancia, podemos decir que un argumento es válido

1. Aquí nos referimos al razonamiento *deductivo*, como forma básica de razonamiento. Otros tipos (*inductivo, probabilístico*, etc.), no menos interesantes para estudiar la argumentación científica, quedan fuera del alcance de este trabajo.
2. Por ejemplo, se pueden tomar "verdadero", "falso" e "indeterminado", con lo que nos situaríamos en un ámbito distinto del de la *lógica clásica bivalente*, entrando en el de la lógica *trivalente*.

si y sólo si la verdad de la conclusión se sigue de la verdad de las premisas, es decir, si y sólo si la conclusión mantiene con las premisas determinada relación (de carácter semántico), la cual será susceptible de estudio de acuerdo con la información de los elementos que intervienen; dicha relación, en términos de la teoría de modelos, es la conocida como relación de *consecuencia lógica*. No obstante, una vez establecida la validez, en muchas teorías de la argumentación correcta, se aprecia que el argumento en cuestión es válido en virtud de su forma.

A lo largo de la historia se han presentado una serie de propuestas que han contribuido al desarrollo de la lógica. Hodges (1983) agrupa estas aportaciones en tres corrientes principales: la de los lógicos *tradicionales*, la de quienes se ocupan fundamentalmente de la *demostración* y, finalmente, la de los investigadores cuyos trabajos han dado lugar a la *teoría de modelos*. Así pues, cabe hablar de tres orientaciones, no necesariamente excluyentes entre si, que podemos denominar, respectivamente, concepción *tradicional*, concepción de la lógica como *cálculo* y concepción de carácter *semántico*.

2.2 Lógica natural e información

En una concepción de carácter semántico, una teoría lógica deberá ser una teoría de los argumentos válidos, argumentos que se presentan, en primera instancia, en el lenguaje ordinario. Los contextos inferenciales están regidos por ciertas leyes, de las cuales dará cuenta una *lógica natural* que debe hallar las relaciones de consecuencia a través del estudio de las correspondientes estructuras gramaticales. Así pues, por *lógica natural* entenderemos cualquier teoría que ofrezca una explicación sistemática de las inferencias que se formulan en el lenguaje ordinario, tomando la "forma gramatical" como punto de partida[3]. Considerada una gramática como un conjunto de pares ⟨*regla sintáctica / regla semántica*⟩, la estructura o forma gramatical hay que entenderla en el sentido de contener un nivel sintáctico y otro semántico[4].

El contenido de información de una proposición es accesible a través de (aunque no se reduce a) la forma gramatical del enunciado correspondiente, a partir de la cual podremos hallar el *vehículo de inferencia*, portador de la información necesaria para establecer la validez de un argumento en el que tal proposición interviene. Una lógica natural, en una concepción de carácter semántico, al tiempo que hará aportes de interés en el estudio del problema

3. Esta noción y otras precisiones sobre la misma que aparecen a continuación se apoyan en Sánchez Valencia (1991).
4. En la descripción lingüística de una lengua natural hay que distinguir tres componentes: *sintáctico*, *semántico* y *fonológico*, sirviendo el primero como punto de partida para los dos restantes (Serrano, 1975: 262). No obstante, tomada la noción indicada de gramática, es suficiente considerar la forma gramatical en su doble aspecto.

del significado, viene a ser un complemento necesario a una teoría general de la información.

Corcoran (1995) ha elaborado una teoría de la consecuencia (calificada por él mismo como *information-theoretic logic*, y que contrapone a la *transformation-theoretic logic*) que parte de la noción básica de información. Considera este autor que se debe establecer un "dominio de investigación", también un "dominio de información", de manera que cualquier indicación cuantificacional (*todo, algún,* etc.) sea relativa al dominio informacional; así, por ejemplo, "cada proposición" debe entenderse en el sentido de "cada proposición perteneciente al dominio de investigación", de la misma manera que "toda la información" se debe entender como "toda la información pertinente", dentro del dominio correspondiente. Toda aproximación teórico informativa a la lógica debe analizar el concepto de validez en conexión con el problema del significado, por ello el de consecuencia lógica, en términos de contenido de información de proposiciones y de conjuntos de proposiciones. Tales aproximaciones tienen una serie de características que se pueden resumir en los siguientes puntos y constituyen una versión de otras tantas reglas estructurales para la caracterización de sistemas lógicos, elaborados según tales aproximaciones:

1. Una proposición *se sigue de, es consecuencia de*, un conjunto de proposiciones[5] dado, si toda la información de la proposición está contenida en la información del conjunto.

2. Una proposición es *independiente de, no es consecuencia de*, un conjunto dado de proposiciones si la proposición contiene cualquier información fuera de la información contenida en tal conjunto.

3. Cada *tautología*[6] está desprovista de información; así pues, una tautología es implicada por cada proposición pertinente y queda descartada como postulado, siendo considerados los conjuntos de postulados como presentaciones de cierta información.

4. Una proposición es *contradictoria* si contiene toda la información. Así pues, la expresión de una contradicción es portadora de toda la información e implica cada proposición pertinente, siendo descartadas como postulados, entendiendo los conjuntos de postulados como caracterizaciones de una materia dada.

5. El autor indica "conjunto de postulados", cuyo sentido se establece en los puntos tercero y cuarto. En cualquier caso, un postulado es una proposición. En el contexto de teorías axiomáticas, el conjunto de axiomas (y, en su caso, definiciones y reglas de transformación –a su vez expresables como proposiciones–) constituye el conjunto de sus postulados.

6. Una *tautología* es una expresión verdadera en virtud de su forma. Ejemplo: "si el verano es caluroso, entonces el verano es caluroso".

5. Ninguna proposición tiene información en común con su propia *negación*, aunque no es preciso (como podrían) que una proposición y su negación reúnan toda la información pertinente entre ellas.

6. La *disyunción* de una proposición con una segunda contiene exactamente la información que la primera tiene en común con la segunda, es decir, la información que ambas comparten.

7. Si una proposición es consecuencia lógica de otra y ésta, a su vez, es consecuencia lógica de la primera, entonces las dos son *equivalentes*.

De 1 y 2 se obtiene que la relación de consecuencia es *monótona*. En efecto, dada la relación de consecuencia, ésta se mantiene aún cuando se incremente la información en las premisas; es decir, si Γ representa las premisas y C la conclusión de un razonamiento, de manera que se da la relación de consecuencia, por tanto la información de Γ –abreviadamente, $Inf(\Gamma)$– contiene $Inf(C)$, cualquier incremento $Inf(\Gamma')$ de $Inf(\Gamma)$ también contiene $Inf(C)$. Si $\Rightarrow$ simboliza la relación de consecuencia, $\Im$ representa toda la información pertinente y $\emptyset$ la información nula, las reglas se expresan, respectivamente, como:

1. $\Gamma \Rightarrow C$, si $Inf(\Gamma)$ contiene $Inf(C)$,

2. No se da $\Gamma \Rightarrow C$, si $Inf(C)$ no está contenida en $Inf(\Gamma)$,

3. Si T es una tautología, $Inf(T) = \emptyset$

4. Si S es una contradicción, $Inf(S) = \Im$,

5. Si A es una proposición y $\sim A$ su negación, la información compartida por $Inf(A)$ e $Inf(\sim A)$ es $\emptyset$,

6. Si A y B son proposiciones y $AóB$ su disyunción, $Inf(AóB)$ es la información común de $Inf(A)$ e $Inf(B)$[7],

7. Si A y B son proposiciones tales que $A \Rightarrow B$ y $B \Rightarrow A$, entonces son equivalentes, es decir $Inf(A) = Inf(B)$.

Con objeto de clarificar la noción de contenido de información de una proposición, aún presenta algunas otras observaciones. Así, tener la misma información no implica exactamente tener la misma *forma lógica* (estructura de carácter lógico); que dos proposiciones tengan una misma forma lógica no equivale a que sus contenidos informativos sean idénticos: cada proposición

7. Fácilmente se advierte que si $A\&B$ es la conjunción de ambas, entonces $Inf(A\&B)$ contiene tanto $Inf(A)$ como $Inf(B)$.

tiene una única forma lógica y un único contenido de información, pero la forma lógica, en si misma considerada, no posee un contenido; del mismo modo, un contenido, en si mismo, no tiene forma. Aunque no se indica explícitamente, la "forma lógica" se conocerá únicamente a partir de la "forma gramatical" de la expresión que enuncia la proposición (más abajo volveremos sobre este punto).

Se plantea si es posible hablar de *átomos de información*, estableciendo que una proposición es un átomo de información si es informativa (no tautológica, por tanto), pero de ella no se sigue ninguna proposición informativa más pequeña, es decir, si es informativa y no se puede obtener de ella ninguna otra información distinta del contenido informativo de la misma. Como ejemplo de átomo de información, Corcoran señala que la negación de la conjunción de los axiomas de Gödel[8] es informacionalmente atómica; la conjunción misma (sin negar, por tanto) es semánticamente completa, en el sentido de que es una proposición a la cual no se puede añadir consistentemente ninguna información pertinente. Para este tipo de proposiciones, sugiere el nombre de *saturaciones*. Para un estudio más detallado de las nociones de átomo y saturación sería necesario adelantar materia de otra parte de este libro[9], por lo que lo omitimos. No obstante, como señala Corcoran, desde las consideraciones expresadas, se podría, de un lado, localizar las concepciones teórico informativas de la lógica, también las transformacionales, desde los puntos de vista histórico, pragmático y filosófico; de otro, tratar de establecer la noción intuitiva de validez, explorando las bases, tanto ónticas como epistémicas, de las diversas nociones de carácter semántico comúnmente utilizadas en lógica.

El estudio del discurso, para una aproximación a la noción de consecuencia, permite ver que las reglas de "información léxica", siendo parte de las reglas de la gramática, pueden ser abordadas como reglas de la lógica (Nepomuceno; Salguero, 1998; 160). La información de la proposición, especificada en un "contenido informativo", tal vez admita tratamientos más sistemáticos, comenzando con la definición de alguna relación de orden: por ejemplo, "inclusión", de manera que el contenido informativo de una conjunción de dos enunciados "incluye" el contenido de cada uno de los enunciados, el contenido informativo de cualquier enunciado "incluye" el contenido de la disyunción de éste con cualquier otro, y así sucesivamente, en corcondancia con las reglas

8. Se refiere a los que (intuitivamente) se pueden enunciar como "cero no es un sucesor", "cada número tiene un sucesor" y al axioma de inducción de segundo orden ("toda propiedad que la tenga el cero y, cada vez que la tenga un número natural la tenga el sucesor de éste, la tienen todos los números naturales"). K. Gödel (1906-1978), lógico austríaco, estableció la incompletud de los sistemas que formalizan la aritmética elemental, así como la imposibilidad de demostrar la consistencia de la aritmética por medios puramente aritméticos.

9. La parte denominada **Sistemas Formales**, donde se tratan las nociones de *corrección, completud*, etc.

estructurales anteriores. El incremento de información, persistencia de verdad (o falsedad), etc., se explicaría a partir de la noción de contenido informativo, a pesar de que la información abstracta no es propensa a cualquier clase de ordenación; precisamente un punto de vista y otro nos sitúan más en la perspectiva lingüística o en la propiamente lógica (van Benthem, 1991: 203). No se trata de dilucidar si una de las perspectivas es la única correcta, sino cual de ellas proporcionará mejores elementos explicativos. Para una concepción teórico informativa, la validez de una argumentación se trata como una propiedad intrínseca de la misma, de manera que para conocer que una conclusión es consecuencia lógica de unas premisas, únicamente se necesita saber que la información de éstas contiene la información de la primera (Scalan; Shapiro, 2000). En cualquier caso, estas concepciones son de la clase de las antes llamadas concepciones de carácter semántico.

2.3 De la lógica del lenguaje al lenguaje de la lógica

El problema de establecer la naturaleza de los vehículos de inferencia, a los que antes nos hemos referido, no es trivial en absoluto. La propuesta más común es que sea la *forma lógica,* y no la *forma gramatical*, la portadora de la información necesaria para estudiar la validez de argumentos, al margen de que no recoja "toda" la información de la proposición correspondiente. La forma lógica (una especie de "estructura profunda") es única para cada proposición, a diferencia de la forma gramatical. En efecto, el esquema propuesto para representar la estructura gramatical se especificará en una variedad de formatos internos, como diferentes disposiciones de los términos que intervienen, voz activa o pasiva, términos sinónimos, etc.; es decir, una misma proposición tal vez admita su presentación en más de un enunciado, pero, cualquiera que sea la forma gramatical de éstos, la forma lógica de la proposición es única. Dado que sólo hay una vía de acceso a la forma lógica de una proposición, la forma gramatical del enunciado en que se expresa, el cual ocurre en un contexto determinado, tal forma lógica puede ser descrita mediante paráfrasis adecuadas[10]; no obstante, ello plantea dificultades para su tratamiento sistemático, dado que estas descripciones tienen a su vez nuevas formas gramaticales. Así pues, para expresar la forma lógica de una manera inequívoca, se precisaría uno de los simbolismos lógicos establecidos (Orayen, 1989: 168), apareciendo entonces cada forma lógica como una matriz de símbolos.

10. Dadas las oraciones "Aristóteles es sabio" y "el hombre es racional", tienen semejante estructura gramatical, pero son proposiciones de muy diferente forma lógica: "atribución de la propiedad de *ser sabio* al sujeto *Aristóteles*", e "inclusión del concepto *hombre* en el concepto *racional*", respectivamente.

En una concepción de la lógica como cálculo, las transformaciones de unas proposiciones en otras descansarán en las formas lógicas, es decir, serán, en última instancia, transformaciones de unas formas lógicas en otras formas lógicas. Hasta el siglo XIX, la concepción lógica preponderante era la de corte tradicional, cuyo objetivo central era la búsqueda de patrones deductivos, representados en ciertos esquemas que no eran más que la combinación de determinadas expresiones en las que se utilizaban variables de términos. Un esquema de silogismo es, por ejemplo, *Si todo A es B y todo B es C, entonces todo A es C.* Estos esquemas se obtenían sin que existiese un procedimiento claramente establecido para ello (Hodges, 1983: 3), aunque hubo algunos intentos, que no dieron el fruto esperado, como el de Leibniz[11].

Por otro lado, a lo largo del siglo XIX se habían producido una buena parte de las teorías que conforman los ámbitos paradigmáticos de la matemática del siglo XX. Las definiciones de números reales en términos de cortaduras, la teoría de conjuntos, los conceptos de límite y demostraciones de la existencia de límites en segmentos acotados de la recta real, la interpretación geométrica de los números complejos, los problemas de continuidad de funciones, entre otras, constituyen la materia habitual de estudio en círculos matemáticos. Se produce además –particularmente en Alemania– una mayor inquietud por los métodos de prueba, una "revolución del rigor", que exige el análisis de las deducciones y la búsqueda de nuevos patrones deductivos.

La obra de Boole[12] representa un punto de inflexión entre la lógica tradicional y la forma matemática de la lógica. Boole se plantea la elaboración de un cálculo que le permitiera obtener aquellos patrones inferenciales, en un número no restringido a los conocidos hasta entonces y de complejidad arbitraria; para ello aplica métodos algebraicos, representa las proposiciones mediante ecuaciones, y hace descansar la validez de los distintos silogismos en la resolución de ciertos sistemas. El cálculo booleano admite una interpretación como álgebra de clases, aunque también se puede entender como una primera muestra de *cálculo proposicional,* una forma algebraica de la lógica megárico-estoica, que, no obstante, venía a dar cuenta también la silogística aristotélica[13].

Hemos de destacar tres circunstancias para explicar la aparición de simbo-

11. Leibniz (1646-1716) intentó hacer una aplicación de los silogismos para producir las estructuras lógicas que se hallaban modeladas en los *Elementos de Euclides*; desarrolló un cálculo para la identidad y la inclusión, donde trató de imitar el modo de trabajar en álgebra. Este cálculo, que por su generalidad admite más de una interpretación, es una incipiente *lógica proposicional.*

12. G. Boole (1815-1864), autor de *El análisis matemático de la lógica* y de *Una investigación de las leyes del pensamiento, sobre las que se fundamentan las teorías matemáticas de lógica y probabilidades*, es considerado uno de los pioneros de la forma matemática de la lógica.

13. Todos estos planteamientos, estudiados en detalle, se encuentran en Kneale (1972).

lismos especiales para la lógica. En primer lugar, la aritmetización del análisis: El impulso logrado a partir de las aportaciones de Leibniz-Newton[14] no impiden que se susciten ciertas cuestiones, ya en los primeros momentos, sobre los fundamentos lógicos del cálculo. El concepto de *función*, fundamental en el nuevo análisis, se venía estudiando desde el siglo XVIII, pero queda definitivamente perfilado a principios del XIX. Con esta noción cambiará el análisis lógico del lenguaje ordinario. En segundo lugar, el nacimiento del álgebra moderna, cuyas principales nociones quedan fijadas en el XIX. El tratamiento matemático de colecciones de objetos de muy distinta naturaleza a la de los números reales (vectores, matrices, transformaciones, etc.), permite alcanzar un alto grado de *abstracción*; además, la validez en el proceso de análisis dependerá de las leyes de combinación de los símbolos, al margen de lo que éstos signifiquen. Por último, la renovación de la geometría. Se suscitan controversias entre geometría descriptiva y geometría proyectiva; asimismo se desarrollan las geometrías no euclídeas (y se propone el problema de determinar la consistencia de las mismas), destacando la utilización del *método axiomático.*

El trabajo directo con formas lógicas sería posible mediante un proceso de abstracción desde las formas gramaticales (del lenguaje ordinario) hasta alcanzar las matrices simbólicas; si el lenguaje se observa desde la perspectiva de la "forma lógica", se impone la necesidad de un nuevo análisis del lenguaje. Este fue realizado por Frege[15], quién presenta por primera vez un tratado de lógica clásica, abarcando tanto lógica proposicional como lógica de predicados de primer orden, dando algunas indicacione sobre lógica de predicados de segundo orden. El lenguaje ordinario no resultaba adecuado para expresar las cada vez más complicadas relaciones entre los conceptos presentes en los teoremas matemáticos, por lo que elabora un lenguaje de fórmulas, una escritura conceptual, en la que aparecerán los contenidos conceptuales relevantes para el estudio de los procesos inferenciales, despojándolos de todo cuanto fuera accesorio. Desde el punto de vista de la lógica tradicional, las conexiones lógicas vienen dadas en las formas gramaticales, para Frege, en cambio, éstas no siempre las expresan adecuadamente; los vehículos de inferencia, en todo caso formas asociadas a las formas gramaticales de las proposiciones, se pueden visualizar en un lenguaje bidimensional. El lenguaje de fórmulas de Frege es así un lenguaje para las formas lógicas propiamente dichas.

14. I. Newton (1642-1727), codescubridor (con Leibniz, aunque por separado) del cálculo infinitesimal.

15. G. Frege (1848-1925), sistematizador de la *lógica clásica*, su importancia en la historia de la lógica es sólo comparable a la de Aristóteles. Sus trabajos han ejercido una destacada influencia en el pensamiento del siglo XX: se le puede considerar el fundador de la lógica clásica (tal como hoy es entendida), inicia la filosofía del lenguaje propiamente dicha, es una referencia obligada para entender el positivismo lógico, defendió una concepción platónica y logicista de la matemática, etc.

La forma más simple está integrada por dos partes de distinta naturaleza, una de carácter "insaturado", que se expresa como una parte incompleta de un enunciado y otra saturada, que aparece completa. Si enunciamos "César conquistó la Galia", podemos distinguir entre "...conquistó la Galia", que necesita completarse, y "César", expresión completa a diferencia de la anterior. La primera expresa una *función*, la segunda, su *argumento*, para el cual se obtiene un valor de verdad, en este caso "verdadero"; es decir, la función "...conquistó la Galia", para el argumento "César" tiene como valor "verdadero". Una relación no es más que una función que se satura con dos argumentos; por ejemplo, "...conquistó..." expresa una función que para los argumentos "César" y "la Galia" da como valor "verdadero" (para los argumentos "César" y "Tracia", en cambio, su valor es "falso"). De esta manera, predicados y relaciones (diádicas, triádicas, etc.) no se tratan por separado. La forma lógica de una proposición simple, pues, se presentará anotando primero un símbolo para la expresión funcional, seguida del argumento (o los argumentos, en su caso). Si con f se representa una función, mediante $f(a)$ se expresa el valor de f para el argumento a. En el lenguaje de fórmulas, Frege propone que la expresión de la forma lógica de una proposición simple ponga de manifiesto cuales son las partes constitutivas de la proposición por las cuales ésta es verdadera o falsa: "César conquistó la Galia", tiene como forma lógica $C(c, g)$, donde c, C y g, están por cada uno de estos términos, respectivamente; se destaca, pues, la función, seguida de los argumentos (si se enuncia en voz pasiva, "la Galia fue conquistada por César", estamos ante la misma proposición, por tanto ante la misma forma lógica).

La teoría semántica de Frege considera que la noción de *significado* se explica a partir de la distinción de dos aspectos: el *sentido* y la *referencia*. Dado un enunciado, su sentido es entendido por los usuarios del lenguaje de que se trate, mientras que su referencia es un valor de verdad. También las descripciones tienen un sentido y una referencia. Al margen de las disputas en torno a esta doctrina, nos interesa subrayar que cada término-función para Frege tiene como referencia un concepto y que los términos-nombres (los argumentos) tienen como referencia un objeto (sin entrar en el *status* ontológico del mismo). Como a la ciencia le interesa la verdad, Frege subraya la importancia de la referencia, aún reconociendo que ésta se alcanza a través del sentido (si desconocemos el sentido de un enunciado ¿Cómo podríamos hallar si expresa una proposición verdadera, o una proposición falsa?), por lo que la lógica debe ser extensional.

Mediante una combinación de líneas horizontales y verticales y el uso de letras, consideradas constantes para la función y variables o constantes para el (o los) argumento(s), Frege ofrece la posibilidad de representar la implicación y la negación, y, a partir de éstas, la disyunción y la conjunción. Asimismo introduce una notación especial para la expresión de la "generalidad", es decir, de la cuantificación universal, y, aplicando adecuadamente la negación, la cuantificación existencial; también aparece un símbolo para lo que denomina "igualdad de contenido", que, según el contexto, es la pura identidad o la equivalencia proposicional. La representación del cuadro de oposición relativo a la proposición categórica muestra la eficacia de su construcción simbólica. A partir de la representación de "A implica B" y de la representación de "A", siendo A y B variables proposicionales, de acuerdo con el sentido de ambas expresiones, se obtiene la representación de B; siendo ésta (el *modus ponens*) la principal regla de transformación del cálculo que define, junto con una eliminación de generalidad (eliminación de cuantificación universal) y, aunque no la define explícitamente, una regla de sustitución. El cálculo le permite obtener, a partir de un pequeño número de fórmulas tomadas como axiomas (en realidad, se trata de esquemas), una serie de fórmulas representantes de lo que denomina "juicios del pensamiento puro". Si p y q son proposiciones ("contenidos conceptuales", en términos de la *Conceptografía*), "p implica: que q implica p" es un juicio del pensamiento puro (expresión siempre verdadera, tautológica).

Así pues, Frege nos propone un sistema simbólico que modeliza las expresiones universalmente válidas, es decir, presenta un lenguaje de fórmulas y un mecanismo deductivo, abriendo así las puertas a la aplicación de los métodos formales. No obstante, Frege no llega a definir un sistema formal en sentido estricto. Su lenguaje de fórmulas no es más que la simbolización de proposiciones, mediante abstracción de sus formas lógicas desde el lenguaje ordinario (con su semántica habitual); no llegó dar el paso hacia la formalización de la lógica, manteniendo una actitud de rechazo a los planteamientos de Hilbert[16], quién se interesó por obtener pruebas de consistencia de teorías matemáticas, lo que habría de ser objeto, a su vez, de un estudio matemático. Este estudio constituye la *metamatemática* o *teoría de la demostración* (caracterizada por la utilización de métodos finitistas) desarrolladas a partir de un proceso de formalización en el que se distinguen tres niveles teóricos: 1) la teoría matemática (informal) cuya consistencia se vaya a estudiar; 2) el sistema formal obtenido mediante formalización de dicha teoría (es un "modelo matemático" de la misma), y 3) metateoría (también informal), en la que se estudia este sistema formal (Kleene, 1974: 66-67)

En el lenguaje formal unas reglas precisas establecerán el "sentido", es decir, qué sucesiones de símbolos constituyen una fórmula (una oración bien formada); la semántica se definirá mediante reglas (a cada regla sintáctica corresponde una regla semántica) que ponen en relación el lenguaje formal y ciertas estructuras (matemáticas). De este modo, cada fórmula tendrá una

16. D. Hilbert (1862-1943), matemático alemán, se ocupó de los problemas de fundamentos de la matemática, iniciando la corriente denominada *formalista*.

única "forma gramatical" y, según la semántica propuesta, en cada estructura un único valor de verdad, es decir, poseerá una única "forma lógica", y no cabe intentar diferenciarlas. Las fórmulas pueden entenderse como matrices que representan "formas lógicas" de proposiciones y las conexiones lógicas serán conexiones entre fórmulas de un lenguaje formal, cuyo estudio requiere nuevos métodos. Si los planteamientos de Frege impulsaron el desarrollo de la forma matemática de la lógica, la formalización supuso su consagración definitiva.

2.4 Bibliografía

[1] Benthem, J. van (1991): *Language in Action. Categories, Lambdas and Dynamic Logic.* North-Holland, Amsterdam.

[2] Corcoran, J. (1994): "Argumentaciones y lógica", *Agora,* 13/1, pp. 27-55.

[3] Corcoran, J. (1995): "Information-Theoretic Logic", manuscrito *In memory of Alfred Tarski 1901-1983 and Alonzo Church 1903-1995 on the fortieth anniversary of their classic works* Logic, Semantic, Metamathematics *and* Introduction to Mathematical Logic. University of Buffalo, pp. 1-25.

[4] Frege, G.[17] (1972): *Conceptografía. Los Fundamentos de la Aritmética. Otros Estudios Filosóficos* (versión de H. Padilla, México, U.N.A.M.), y *Estudios sobre Semántica:* Trad. U. Moulines, Barcelona, Ariel.

[5] Gabbay, D.; Guenthner, F. (Eds.) (1983): *Handbook of Philosophical Logic, vol. I,* Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

[6] Hodges, W. (1983): "Elemantary Predicate Logic" en *Handbook of Philosophical Logic, vol. I,* pp. 1-132.

[7] Kneale, W. & M. (1972): *El desarrollo de la lógica,* trad. J. Muguerza, Tecnos, Madrid.

[8] Kleene, S. (1974): *Introducción a la metamatemática.* Trad. M. Garrido, Tecnos, Madrid.

[9] Martín C. (Ed.) (1998): *Mathematical and Computational Analysis of Natural Language,* John Benjamins Publishing Company, Amsterdam.

17. Las tres obras principales de Frege son: *Begriffsschrift, eine der aritmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*; *Die Grundlagen der Arithmetik, eine logisch-mathematische Untersuchung ueber den Begriff der Zahl*; y *Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgelitet, vols. I, II,* Hildesheim, G. Olms Verlag., 1971, 1961 y 1962, respectivamente.

[10] Nepomuceno, A.; Salguero, F.J.(1998): "Word Meaning, Logic and the Informative entailment Relation", en Martín C.(Ed.) (1998): *Mathematical and Computational Analysis of Natural Language*, pp. 159-169.

[11] Orayen, R. (1989): *Lógica, Significado y Ontología*, Instituto de Investigaciones Filosóficas de la U.N.A.M., México.

[12] Sánchez Valencia, V. (1991): *Studies on Natural Logic and Categortial Grammar*, Academisch Proefschrift, Institute for Language, Logic and Information, University of Amsterdam.

[13] Serrano, S. (1975): *Elementos de lingüística matemática*, Anagrama, Barcelona.

[14] Scanlan, M.; Shapiro, S. (2000): "The Work of John Corcoran: An Appreciation", *History and Philosophy of Logic*, 20, pp. 149-158.