



Análisis de los contenidos matemáticos en los libros de divulgación matemática.

Universidad de Sevilla

Facultad de Ciencias de la Educación

2016/17

Grado en Educación Primaria

Departamento de Didáctica de las Matemáticas

TUTORA: Liñán García, M. Mar

ALUMNA: Rodríguez Rodríguez, Ángela María

CURSO: 4º

DECLARACIÓN PERSONAL DE NO PLAGIO

D. / Dña: Ángela María Rodríguez Rodríguez NIF: 47348038 - P

Estudiante del Grado en Educación Primaria de la Universidad de Sevilla, curso 2016-2017 como autor/a de este documento académico, titulado:

"Análisis de los contenidos matemáticos en los libros de divulgación matemática."

Y presentado como Trabajo de Fin de Grado, para la obtención del título correspondiente,

DECLARO QUE

es fruto de mi trabajo personal, que no copio, que no utilizo ideas, formulaciones, citas integrales e ilustraciones diversas, sacadas de cualquier obra, artículo, memoria, etc., (en versión impresa o electrónica), sin mencionar de forma clara y estricta su origen, tanto en el cuerpo del texto como en la bibliografía.

Así mismo, soy plenamente consciente de que el hecho de no respetar estos extremos es objeto de sanciones universitarias y/o de otro orden.

En Sevilla, a 31 de Mayo de 2017.

Fdo:



Contenido

0. Resumen.....	4
1. Introducción y justificación.....	5
2. Objetivos	8
3. Marco teórico	8
▪ El currículo en Educación Primaria.....	9
▪ Los Principios y Estándares para la Educación Matemática.	12
▪ La geometría según los expertos.	16
4. Metodología	18
▪ Elección del tema de estudio	18
▪ Búsqueda y lectura de bibliografía.....	19
▪ Definición de los objetivos.....	19
▪ Elaboración de un marco teórico.....	19
▪ Diseño del instrumento de análisis.....	20
▪ Selección de libros a analizar	21
▪ Análisis de los libros y descripción de los resultados obtenidos.....	22
▪ Reflexión acerca de los aprendizajes adquiridos.....	22
5. Análisis.....	23
▪ Míster cuadrado.....	23
▪ Los diez magníficos.	61
▪ La geometría del faraón.....	84
6. Conclusiones	87
- Respuesta a los objetivos iniciales planteados	88
- Reflexiones finales sobre el trabajo realizado	89
7. Referencias.....	92

0. Resumen

La realización de este trabajo de investigación se centra en el análisis de los contenidos matemáticos que existen en libros de divulgación matemática, por lo tanto la pregunta a la que doy respuesta es “*¿Existen contenidos de geometría y medida para sexto curso de primaria en libros de divulgación matemática de secundaria?*”.

Para empezar, debía acotar el campo de estudio, tanto en curso como en contenidos. El curso elegido fue sexto de primaria, por tener algunos contenidos relacionados con secundaria y porque los libros encontrados estaban destinados a secundaria. Los contenidos matemáticos son la geometría y las magnitudes de longitud, superficie y volumen, por mi experiencia en colegios, es un tema que no se profundiza lo suficiente.

Después de la elaboración del marco teórico tuve la información necesaria para construir mi propio instrumento de análisis, con el que he analizado cada uno de los capítulos de los libros de divulgación matemática.

Por último, en la conclusión he dado respuesta a la pregunta de investigación que me planteo en un principio, además de realizar una reflexión personal.

Palabras clave: *libros de divulgación, geometría, medida, instrumento de análisis y enseñanza primaria.*

1. Introducción y justificación.

Soy una alumna de la facultad de ciencias de la educación de la Universidad de Sevilla y me planteo realizar mi Trabajo de Fin de Grado en el área de didáctica de las matemáticas por varios motivos.

En mi paso por la facultad, en concreto con asignaturas relacionadas con el área de matemáticas, me he dado cuenta que la educación primaria que yo recibí es muy diferente a la que me han enseñado a dar en la facultad. En la asignatura de Didáctica de las Matemáticas nos facilitaron muchos materiales y recursos para comprender las matemáticas de una manera más tangible. Algunos de estos materiales fueron las regletas de Cuisenaire, bloques multibase, ábacos, el geoplano, el tangram... Son materiales muy potentes en las matemáticas. Ese material no lo pude usar yo cuando estudiaba en el colegio. Tengo que reconocer que nunca se me han dado mal las matemáticas, pero he de decir, que si hubiera tenido todos estos recursos, las matemáticas me hubieran resultado más dinámicas, divertidas y fáciles.

Otro de los motivos por el cual he elegido esta temática es mi experiencia en las prácticas en un colegio, en el que me dejaron intervenir en las clases de matemáticas. Nos encontrábamos en el tercer trimestre y el contenido en matemáticas eran los cuerpos geométricos. En estas clases se seguía el libro de texto. Estos temas, los cuerpos geométricos, se centraban en dar mucho vocabulario. Con eso me refiero a que solo se quedaban en dar nombres a los cuerpos y aprender las partes de dichos cuerpos (vértice, lado, ángulo). No dejaban a los niños experimentar y esto no es complicado, ya que, la geometría nos rodea y muchos cuerpos geométricos se pueden reconocer en elementos de nuestro día a día. Otra manera muy fácil de trabajar con los niños las figuras geométricas es dibujarlas en un folio, recortarlas y manipularlas. Es sencillo, pero en las clases de primaria no se lleva a cabo en general. Un caso verídico que me pasó dando clase es una de las razones que denotaron mi impulso de realizar este trabajo. En una actividad del libro de matemáticas te decía “dividir este cuadrado en 4 partes iguales”. El cuadrado venía dibujado en el libro. Los niños tenían que dibujar el cuadrado en su cuaderno y hacer las divisiones. Todos los niños estaban dividiendo el cuadrado de la misma manera, haciendo una cruz y formando 4 cuadrados pequeños. Una niña se le ocurrió dividir el cuadrado por la mitad, quedando dos rectángulos. Estos dos

rectángulos los dividió por la mitad con una diagonal quedando dos triángulos. Cuando la niña me lo enseñó, realmente me sorprendió. Se lo enseñé al resto de la clase y muchos dijeron que estaba mal, que no eran iguales. Tengo que decir que hasta yo dudé si eran 4 partes iguales. No estaba hecho con regla y las partes no eran del todo iguales. Al ver esta situación planteé una actividad para casa. La actividad consistía en recortar un cuadrado de papel y hacer las divisiones para que quedaran 4 partes iguales. Y que lo hicieran de todas las maneras posibles que se les ocurriesen. Para comprobar si las partes son iguales solo había que superponer las figuras una encima de la otra y ver si son iguales. Cuando acabó la clase, mirando el libro del profesor, me di cuenta que el libro solo te ofrecía una solución. Aquí es cuando me di cuenta que el libro se queda muy pobre y que le da importancia a los nombres de las figuras y no a la relación que tienen entre ellas. Por ejemplo, que en un cuadrado puede contener 4 triángulos rectángulos iguales.

Todo esto me ha hecho reflexionar y hacerme la siguiente pregunta “¿Se pueden enseñar las matemáticas de una forma distinta y sin seguir como modelo el libro de texto?”, o más concretamente, “¿Se pueden enseñar las matemáticas de manera que se relacionen con situaciones de la vida real?”.

Tenemos que tener presente la existencia de los libros de divulgación matemática. Muchos de estos libros están enfocados a secundaria y muchos de estos contenidos son de ciencias sociales y ciencias experimentales. En secundaria estos libros se suelen utilizar, son bastante motivadores y a los estudiantes¹ les gusta. Yo me pregunto por qué no se utilizan libros de divulgación matemática en primaria. Sería una forma de enganchar a los niños en los contenidos matemáticos, para asentar sus bases, que vayan preparados para la secundaria y alejarnos de falsos comentarios como por ejemplo, que las matemáticas son aburridas y difíciles.

Con este trabajo pretendo comprobar si en los libros de divulgación matemática existen contenidos matemáticos enfocados a la etapa de primaria. Los que he encontrado están recomendados para los primeros cursos de la ESO. Muchos de los contenidos que se trabajan en secundaria están relacionados con los contenidos del

¹ Cuando sea posible se usarán sustantivos colectivos sin género marcado; sin embargo, para evitar repeticiones y errores tanto sintácticos como de concordancia, utilizaremos las normas gramaticales de la RAE, que indican que se debe usar la palabra en masculino como término genérico, sin ánimo de discriminación alguna.

último curso de primaria. Esta es la razón por la que he elegido centrarme en sexto de primaria.

Sería interesante analizar todos los contenidos matemáticos que se dan en estos libros de divulgación, lo que sería un trabajo muy amplio y extenso. En mi trabajo de fin de grado me voy a centrar solo en la geometría. Es un contenido matemático que personalmente me gusta y siempre se da al final del curso, motivo por el que, generalmente, los profesores se centran en que el alumnado sepa, al menos, el nombre de las figuras geométricas y que sepan las fórmulas de perímetro y área, con la excusa de que no les da tiempo de meterse en profundidad. Esto lo digo desde mi experiencia en el colegio en prácticas. Puesto que no podemos entender los contenidos matemáticos como bloques aislados, todo en las matemáticas tiene relación, no solo me centraré en los cuerpos geométricos, sino en otros contenidos relacionados. Las magnitudes longitud, superficie y volumen, y sus medidas están estrechamente relacionado con la geometría, razón por la que considero conveniente analizar la geometría y la medida en los contenidos de los libros de divulgación.

Ahora bien, mi objetivo final es crear una herramienta que me sirva para un futuro, para comprobar si un libro de divulgación matemática es apropiado para sexto curso de primaria, para abordar los contenidos de geometría y medida. Esta herramienta podría servir de gran ayuda a la hora de elegir un libro u otro de divulgación matemática. Se trata de que en una ligera visión el profesor tenga claro si el libro se ajusta a sus necesidades. A partir de aquí, en futuros trabajos de investigación, podría dar el segundo paso, que sería la elaboración de actividades relacionadas con el libro de divulgación con contenidos matemáticos. Después de realizar estas actividades evaluaríamos al alumnado, para poder ver en qué nivel está y seguir creando actividades para su aprendizaje.

Esta herramienta podría convertirse en un instrumento de análisis muy potente, ya que, es el principio de una enseñanza diferente a la que estamos acostumbrados a ver. Si nos damos cuenta esta herramienta es solo el principio. A partir de ella podemos avanzar en muchas direcciones; creando actividades, como he dicho anteriormente, adaptando los contenidos a otros cursos de primaria y ampliando los contenidos a trabajar en sexto siguiendo la misma línea de trabajo.

Investigando sobre este instrumento de análisis me encuentro un trabajo de fin de grado “*Análisis de los contenidos matemáticos en cuentos infantiles*” (Franco Barrera, 2015), en el que su autora creó una herramienta de análisis donde analizaba el contenido matemático que presentaban algunos cuentos infantiles para la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil. Siguiendo su línea e inspirándome en ella, quiero generar mi instrumento de recogida de información adaptado a los contenidos de sexto curso de primaria y con libros de divulgación matemática en lugar de cuentos infantiles.

Finalmente, por tanto, la temática de este trabajo de fin de grado es el análisis de los contenidos matemáticos en los libros de divulgación matemática.

2. Objetivos

Para este trabajo la pregunta que me planteo es “*¿Existen contenidos de geometría y medida para sexto curso de primaria en libros de divulgación matemática de secundaria?*”. Para ello tengo que tener claro cuáles son todos los contenidos de geometría y medida que se trabajan en sexto de primaria, para luego poder analizar los libros de divulgación matemática.

Los objetivos generales de mi trabajo son:

- Analizar los contenidos matemáticos de los libros de divulgación matemática.
- Crear un instrumento de análisis para poder aplicarlo a cualquier libro de divulgación matemática.
- Iniciar, con este instrumento, una forma diferente de dar matemáticas, por lo que este instrumento es solo el principio.

3. Marco teórico

Las bases de este trabajo van a ser la “*Orden de 17 de marzo de 2015, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la educación Primaria en Andalucía*” y “*Principios y Estándares para la Educación Matemática*” (NCTM, SAEM Thales 2003). Estas dos fuentes me servirán para saber cuáles son los contenidos que se trabajan, o se deben trabajar, en sexto de primaria. Una vez indagado en estas dos fuentes, paso a establecer los contenidos específicos que voy a utilizar para hacer el

análisis de los libros de divulgación, es decir, son los que aparecerán en mi instrumento de análisis.

Escojo estas dos referencias porque creo que se complementan una con la otra. Por un lado, está el currículo, es lo que guía al profesorado para saber los contenidos mínimos que tiene que alcanzar su alumnado y no podemos movernos por la educación sin tener en cuenta la normativa vigente.

Por otro lado, también es interesante extraer los contenidos matemáticos de “*Principios y Estándares para la Educación Matemática*” (NCTM, SAEM Thales 2003) y así poder hacer un análisis más amplio y enriquecedor.

Además de estas dos fuentes mencionaré también a varios autores como van Hiele (1959) y Hoffer A. (1981), son autores que he trabajado en la asignatura de segundo curso de Grado de Educación Primaria *Didáctica de las matemáticas*. Estos dos documentos son fuentes de información diferentes a las nombradas anteriormente. Hoffer (1981) me servirá para analizar y comprender las estrategias básicas de la geometría y Van Hiele (1959) me aportará los niveles de desarrollo mental en geometría.

▪ **El currículo en Educación Primaria**

La *Orden de 17 de marzo de 2015, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la educación Primaria en Andalucía*, se divide en diferentes áreas. Dentro del área de matemáticas nos encontramos con la subdivisión en cinco bloques de contenidos.

Bloque 1. “Procesos, métodos y actitudes matemáticas”.

Bloque 2. “Números”.

Bloque 3. “Medida”.

Bloque 4. “Geometría”.

Bloque 5. “Estadística y probabilidad”.

Aunque esta división no significa que no estén relacionados los bloques entre sí. En esta investigación nos centraremos en los bloques 3 y 4. El currículo de Educación Primaria nos dice respecto al bloque de **medida** que los niños deberán conocer y

manejar los distintos tipos de números y operaciones, deben de realizar mediciones en situaciones reales de la vida y con todo tipo de unidades tanto corporales, arbitrarias y el sistema métrico decimal.

En el bloque de **geometría** el alumnado deberá clasificar, describir y analizar relaciones y propiedades de las figuras en el plano y en el espacio. Todo lo relacionado con orientación y representación espacial, la localización, la descripción, el estudio de formas planas y tridimensionales también está dentro de este bloque de contenido. Se le debe dar al alumnado la oportunidad de clasificar con diferentes criterios para así desarrollar la capacidad para visualizar relaciones geométricas. Es un buen momento para trabajar con materiales manipulativos. No podemos olvidarnos de los programas informáticos de geometría.

Estos contenidos son muy generales, para este trabajo hacen falta contenidos más específicos y centrados en un ciclo de Primaria. Nos vamos a centrar en el tercer ciclo, especialmente en sexto. En la Orden, los contenidos vienen divididos por ciclo y por bloques. En este sentido viene bien para este trabajo, ya que, hemos elegido una parte de primaria y solo dos bloques.

A continuación se muestran todos los contenidos del tercer ciclo de los bloques 3 y 4. (p. 306, 307).

Bloque 3: “Medidas”

- 3.1. Unidades del Sistema Métrico Decimal de longitud, capacidad, masa, superficie y volumen.
- 3.2. Equivalencias entre las medidas de capacidad y volumen.
- 3.3. Elección de la unidad más adecuada para la realización y expresión de una medida.
- 3.4. Elección de los instrumentos más adecuados para medir y expresar una medida.
- 3.5. Estimación de longitudes, capacidades, masas, superficies y volúmenes de objetos y espacios conocidos.
- 3.6. Realización de mediciones.
- 3.7. Desarrollo de estrategias para medir figuras de manera exacta y aproximada.
- 3.8. Medida de tiempo. Unidades de medida del tiempo y sus relaciones.
- 3.9. Expresión de forma simple de una medición de longitud, capacidad o masa, en forma compleja y viceversa.

- 3.10. Comparación y ordenación de medidas de una misma magnitud.
- 3.11. Comparación de superficies de figuras planas por superposición, descomposición y medición.
- 3.12. Sumar y restar medidas de longitud, capacidad, masa, superficie y volumen.
- 3.13. Explicación oral y escrita del proceso seguido y de la estrategia utilizada.
- 3.14. Equivalencias y transformaciones entre horas, minutos y segundos.
- 3.15. Cálculos con medidas temporales.
- 3.16. Medida de ángulos: El sistema sexagesimal.
- 3.17. El ángulo como medida de un giro o abertura.
- 3.18. Medida de ángulos y uso de instrumentos convencionales para medir ángulos.
- 3.19. Interés por utilizar con cuidado y precisión diferentes instrumentos de medida y por emplear unidades adecuadas.

Bloque 4: “Geometría”

- 4.1. La situación en el plano y en el espacio.
- 4.2. Posiciones relativas de rectas y circunferencias.
- 4.3. Ángulos en distintas posiciones: consecutivos, adyacentes, opuestos por el vértice...
- 4.4. Sistema de coordenadas cartesianas.
- 4.5. Descripción de posiciones y movimientos por medio de coordenadas, distancias, ángulos, giros...
- 4.6. La representación elemental del espacio, escalas y gráficas sencillas.
- 4.7. Figuras planas: elementos, relaciones y clasificación.
- 4.8. Concavidad y convexidad de figuras planas.
- 4.9. Identificación y denominación de polígonos atendiendo al número de lados.
- 4.10. Perímetro y área. Cálculo de perímetros y áreas.
- 4.11. La circunferencia y el círculo.
- 4.12. Elementos básicos: centro, radio, diámetro, cuerda, arco, tangente y sector circular.
- 4.13. Formación de figuras planas y cuerpos geométricos a partir de otras por composición y descomposición.
- 4.14. Cuerpos geométricos: elementos, relaciones y clasificación. Poliedros. Elementos básicos: vértices, caras y aristas. Tipos de poliedros.
- 4.15. Cuerpos redondos: cono, cilindro y esfera.
- 4.16. Regularidades y simetrías: reconocimiento de regularidades.

- 4.17. Reconocimiento de simetrías en figuras y objetos.
- 4.18. Trazado de una figura plana simétrica de otra respecto de un elemento dado.
- 4.19. Introducción a la semejanza: ampliaciones y reducciones.
- 4.20. Utilización de instrumentos de dibujo y programas informáticos para la construcción y exploración de formas geométricas.
- 4.21. Interés por la precisión en la descripción y representación de formas geométricas.
- 4.22. Interés y perseverancia en la búsqueda de soluciones ante situaciones de incertidumbre relacionadas con la organización y utilización del espacio.
- 4.23. Confianza en las propias posibilidades para utilizar las construcciones geométricas, los objetos y las relaciones espaciales para resolver problemas en situaciones reales.
- 4.24. Interés por la presentación clara y ordenada de los trabajos geométricos.

Muchos de estos contenidos me servirán para el posterior análisis de los libros de divulgación matemática.

▪ **Los Principios y Estándares para la Educación Matemática.**

Los principios para las matemáticas escolares marcados por la NCTM (SAEM Thales, 2003) son seis. Estos principios que se describen a continuación no son contenidos matemáticos y tampoco son estándares. Son temas que se deben abordar de manera transversal de manera obligatoria en la asignatura de matemáticas. “Los principios cobrarán vida a medida que se utilicen juntos para desarrollar programas de matemáticas de gran calidad” (NCTM, SAEM Thales, 2003. p.12). Los principios tratan seis temas diferentes los cuales son:

- La **igualdad**, se refiere al derecho que tenemos todos de aprender las matemáticas, no sólo un grupo reducido de altas capacidades.
- El **currículo**, que se centre en enseñar matemáticas importantes y que sea coherente. Que no sea sólo un montón de actividades sin que tengan relación ninguna.
- De la **enseñanza** decir que sea centrada en los intereses de los alumnos, conocer desde dónde parten, aportarles las actividades necesarias y luego animarles para que lo aprendan bien.

- Del **aprendizaje** decir que las matemáticas no tienen sentido si las aprendemos de memoria. Las matemáticas hay que entenderlas a partir de la propia experiencia y conocimientos previos.
- Respecto a la **evaluación** los profesores y alumnos deben tener claro que la evaluación debe apoyar al aprendizaje.
- No puede faltar el tema de **tecnología**. Es un tema a la orden del día y potencia a la enseñanza y al aprendizaje de las matemáticas.

Según los Estándares para la etapa 6 - 8 de la NCTM (SAEM Thales, 2003), tienen gran importancia los contenidos de álgebra y geometría, pues son los que más deberían de pesar en esta etapa. Si la trasladamos al sistema educativo español, esta etapa, se corresponde con niños de 11 a 13 años, es decir, último año de primaria y los dos primeros cursos de secundaria. Los autores defienden poner mayor énfasis en el pensamiento geométrico porque es crucial para comprender otros pensamientos matemáticos que en un futuro tendrán que comprender, tanto dentro como fuera de las clases de matemáticas.

Si nos centramos en los estándares específicos en **geometría**, es decir, en lo que los estudiantes deben conseguir al acabar la etapa, se divide en cuatro apartados:

“Analizar las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones y desarrollar razonamientos matemáticos sobre relaciones geométricas.” (p. 236).

El alumnado debe ser capaz de definir con precisión las características fundamentales de las figuras geométricas. Deben saber que un cuadrado, un rombo y un rectángulo son paralelogramos y deben apreciar las características que los diferencian. Un ejemplo que propone es estudiando sus diagonales, midiéndolas, estudiando los ángulos que forman... A través de estas observaciones se puede trasladar a muchos contextos, incluyendo el arte, la arquitectura y la vida diaria. A la vez que se trabaja la semejanza entre las figuras estamos trabajado también el desarrollo del pensamiento inductivo y deductivo.

“Localizar y descubrir relaciones espaciales mediante coordenadas geométricas y otros sistemas de representación.” (p. 236)

Con esto se trabaja la geometría de coordenadas. Se trata de dibujar figuras geométricas en el plano de coordenadas y así poder ver sus relaciones de otra manera. Descubrir por donde pasan sus diagonales, estudiar las pendientes de las rectas paralelas...

“Aplicar transformaciones y usar la simetría para analizar situaciones matemáticas.” (p. 236).

La simetría es importante trabajarla en esta etapa, ya que, es crucial para entender y relacionar las diferentes transformaciones de las figuras geométricas. También se estudia las relaciones entre ejes de reflexión y centros de giro, las posiciones de las preimágenes y las imágenes. Con preimagen se refiere a la figura o conjunto de puntos inicial que no ha sufrido ninguna transformación y la imagen es la figura o conjunto de puntos que se obtiene después de la transformación. Una vez que dominen estos conceptos pueden desarrollar una comprensión más amplia de las transformaciones. La simetría y las transformaciones están muy unidas, ya que, una ayuda a la otra para su comprensión. Si se analiza el eje de simetría de algunas figuras pueden hacerse interesantes observaciones. Aquí se muestra el nivel que tiene cada alumno/a acerca de las figuras geométricas.

“Utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica para resolver problemas.” (p. 236).

Los estudiantes de la etapa anterior son capaces de hallar áreas y perímetros de figuras bidimensionales. En esta etapa tienen que comprender el concepto de volumen, lo que lleva consigo el conocimiento de las figuras tridimensionales. Para su mayor comprensión es necesario que el alumnado examine, construya, componga y descomponga objetos complejos de dos y tres dimensiones.

La geometría se puede relacionar con muchas otras materias. Con la naturaleza, el arte, las ciencias, nos ofrecen patrones geométricos que se pueden hacer grandes observaciones y exploraciones, además de apreciar su belleza. Sin olvidar la relación de la geometría con los aspectos de la vida diaria, por ejemplo, la fortaleza de los triángulos y su uso en la arquitectura.

Después de haber visto los contenidos de la geometría, se aprecia que los contenidos de medida tienen una estrecha relación con los de geometría. En los cursos

anteriores el alumnado ha tenido contacto, de manera formal e informal, con conocimientos sobre longitud, el área, el volumen y las unidades y sistema de medida. En esta etapa se debe profundizar más estos conceptos. Los estándares específicos del contenido de **medida** son:

“Comprender los atributos mensurables de los objetos, y las unidades, sistemas y proceso de medida.” (p. 244)

En esta etapa los discentes deben saber pasar las unidades de una medida a otra y además deben conocer y controlar que unidad de medida se debe utilizar para medir diferentes cantidades.

A pesar de que en esta etapa ya se han trabajado los conceptos de área y de volumen se debe asegurar que realmente entienden su significado. Es muy recomendable trabajar estos conceptos con actividades que sean manipulativas. Es importante que asienten estos conceptos, debido a que en el futuro les resultara todo más sencillo de entender.

“Aplicar técnicas, instrumentos y fórmulas apropiados para obtener medidas.” (p. 244).

Uno de los instrumentos que deben saber utilizar es el transportador de ángulos. Aunque en esta etapa ya conocen los ángulos y algunas de sus clasificaciones es ahora cuando tienen que realizar mediciones directas y relacionar unos con otros y hacer estimaciones razonables de la medida de cualquier ángulo comprendido entre 0 y 180 grados.

No se puede entender las matemáticas como contenidos aislados, es por eso que en este apartado se vuelven a mencionar los conceptos de área y volumen. En este caso los estudiantes deben desarrollar fórmulas y procedimientos, no memorizándolos sino haciendo investigaciones por ellos mismos. Una manera de llevar a cabo estas investigaciones es descomponiendo la figura geométrica, reagrupando sus partes sin que se superpongan y analizar los resultados.

Otro de los contenidos que entran dentro de este apartado es la semejanza, la razón y la proporcionalidad. Esto se puede trabajar con la ayuda de dibujos a escalas, por ejemplo con mapas, planos...

Para terminar con los contenidos que el alumnado debe alcanzar al acabar sexto curso, se debe mencionar el sistema monetario. Con el cálculo de monedas se trabajan las operaciones con los números decimales.

▪ **La geometría según los expertos.**

Teniendo en cuenta las aportaciones de Hoffer (1981) respecto a las estrategias básicas de la geometría y a van Hiele (1959) con los niveles de desarrollo mental en geometría se puede hacer un estudio de cómo enseñar la geometría.

Según Hoffer, es frecuente que a los niños no les guste la geometría. Los niños perciben la geometría como un gran número de teoremas que se tienen que aprender y solo se quedan en aprendérselos de memoria y no llegan a comprenderlo.

Este autor contempla cinco estrategias básicas, que sirven de ayuda para enseñar la geometría de una manera más efectiva. Se trata de proporcionarles a los alumnos distintas experiencias de ver la geometría. Estas estrategias son visuales, verbales, de dibujo, lógicas y aplicadas.

Con las estrategias **visuales** hacemos que los niños estimulen ambas partes del cerebro, tanto las funciones más lógicas y analíticas, como las funciones espaciales y holísticas. En este bloque, la geometría, puede que sea el tema dónde se use más el **lenguaje**. Hay muchas definiciones y vocabulario nuevo para el alumnado que deben aprenderse. Además de esto, también deben de desarrollar verbalmente conceptos. Es aquí dónde nos encontramos la típica frase de los niños “*lo entiendo pero no sé explicarlo*”. Las estrategias de **dibujo** son una de las más claras en geometría, ya que, es por los dibujos por donde se empieza. A través de ellos, se pueden utilizar muchos instrumentos de medida, como la regla, el compás, el transportador... Las hojas cuadrículadas son de útil ayuda para el análisis de las figuras, el uso de razón y proporción y pensar acerca de figuras similares. Hay veces que los estudiantes se estudian las cosas de memoria y en esta situación y no se estarían aplicando las estrategias **lógicas**. Para captar la atención del alumnado se debe empezar con actividades divertidas e instructivas de una manera informal, con temas que no tengan relación con el tema, por ejemplo aplicar la lógica con temas de su vida cotidiana. Ya luego entenderán las demostraciones formales.

Todo esto ayuda a nuestro alumnado a entender la geometría de una mejor forma y así prepararlos en la Primaria para tener mejores bases una vez que entran en la Secundaria. (1981).

En cuanto a los niveles, siguiendo los niveles de desarrollo mental en geometría de van Hiele (van Hiele, 1959) se pueden diferenciar cinco niveles.

Nivel 1: Reconocimiento.

Nivel 2: Análisis.

Nivel 3: Ordenación.

Nivel 4: Deducción.

Nivel 5: Rigor.

El alumno/a pasará por cada uno de los niveles para el conocimiento de los contenidos de la geometría. En el nivel 1 el estudiante reconoce la figura y conoce el nombre de la misma. En el nivel 2, no sólo reconoce la figura, sino que sabe y analiza algunas de las propiedades que presentan, los lados opuestos, cómo son sus diagonales... Es en el nivel 3 cuando el alumno hace interrelaciones entre las figuras geométricas y las ordena lógicamente. Más adelante, en el nivel 4 es cuando entran en juego los postulados, teoremas y demostraciones. El nivel 5, raramente es alcanzado por alumnos de secundaria. Se trataría de comprender la fundamentación y las interrelaciones entre estructuras. (van Hiele, 1959).

Según Jaime y Gutiérrez (1990) las principales características de estos niveles son tres. La jerarquización y secuencialidad de los niveles, la estrecha relación entre el lenguaje y los niveles y por último, el paso de un nivel a otro.

Respecto a la primera característica se puede decir que no se puede pasar a un nivel superior sin haber superado el nivel anterior. Aunque sea así, esto no significa que en un nivel inferior no se puedan dar algunas habilidades de niveles superiores. Es más, se debe fomentar el uso de habilidades del nivel siguiente, siempre de una manera implícita, para ir preparando a los alumnos.

La siguiente característica está relacionada con el lenguaje utilizado en cada nivel. Dependiendo del nivel en el que se encuentre el alumnado se utilizará un lenguaje

determinado. Existe un ejemplo muy claro con la palabra “demostración”. Mientras que en los primeros niveles la palabra demostración no tiene el significado íntegro que puede tener para los matemáticos, en los últimos niveles ya se empieza a acercarse más a este significado. Si el profesor y el alumno no hablan en el mismo lenguaje es complicado el proceso de enseñanza aprendizaje.

La última característica se centra en cómo pasan los discentes de un nivel a otro. En este tema hay discrepancia. Hay autores que defienden que este proceso, de pasar de un nivel a otro, es repentino y se produce de forma brusca. Se puede decir que es como una iluminación que de pronto ves. Teniendo en cuenta a Jaime y Gutiérrez (1990) ellos defienden todo lo contrario, que el paso de un nivel a otro se produce de forma continua. Para decir que el alumno ha pasado de nivel debe tener un dominio de todas las destrezas de dicho nivel. No podemos dar por superado un nivel si el alumno sólo domina una parte de las habilidades. (Jaime Pastor et Gutiérrez Rodríguez, 1990)

Hoffer, (1981) nos proporciona unas tablas donde se relacionan los distintos niveles con las estrategias básicas en geometría. Es una manera fácil de saber qué es lo que tiene que saber el niño y cómo lo aprende.

4. Metodología

▪ Elección del tema de estudio

Desde el principio tenía claro que mi trabajo de fin de grado lo quería relacionar con las matemáticas, por ser un tema que siempre me ha gustado. Una vez que salieron las listas de las líneas de actuación de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Sevilla no tenía claro cual escoger. Me gustaron muchos de los temas a escoger, pero yo tenía claro que quería investigar sobre la geometría, por mi experiencia en las prácticas docentes, comentada anteriormente.

Mi tutora ofrecía algunos temas de geometría. En la primera reunión con ella me explicó los trabajos detenidamente, entre ellos el de los contenidos matemáticos en libros de divulgación. Me pareció interesante esta última línea y así poder trabajar conceptos de la geometría, en este caso analizando los contenidos geométricos que existen en libros de divulgación matemática.

▪ **Búsqueda y lectura de bibliografía**

Para este trabajo lo primero que hice fue buscar libros de divulgación matemática para niños de primaria. Concretamente para primaria había muy pocos. Muchos eran de divulgación científica de contenidos de ciencias sociales o de ciencias experimentales, pero sobre contenidos matemáticos no. Los que encontré estaban dirigidos a la educación secundaria. Aun así, los ojeé y vi que algunos de los contenidos se daban en el último curso de la educación primaria, por lo que, tome la decisión de analizar estos libros y comprobar si servían también para dar las matemáticas de sexto de primaria.

▪ **Definición de los objetivos**

Los objetivos me los marqué después de leer toda la bibliografía encontrada. Mi pregunta de investigación, a la que quiero dar respuesta es “*¿Existen contenidos de geometría y medida para sexto curso de primaria en libros de divulgación matemática de secundaria?*”.

Los objetivos generales de mi trabajo son:

- Analizar los contenidos matemáticos de los libros de divulgación matemática.
- Crear un instrumento de análisis para poder aplicarlo a cualquier libro de divulgación matemática.
- Iniciar, con este instrumento, una forma diferente de dar matemáticas, por lo que, este instrumento es solo el principio.

▪ **Elaboración de un marco teórico**

Para poder llevar a cabo este trabajo tenía que saber qué contenidos matemáticos eran los que se daban en el último curso de primaria. Esta información me la da el currículo, que marca los contenidos mínimos en primaria en Andalucía. Me centré solo en sexto de primaria. Además de lo que marca la ley también tuve en cuenta los principios y estándares para la educación matemática realizado por el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM, SAEM Thales 2003). En este documento la división por curso no es la misma que en el currículo español, por lo que he tenido que adaptar y comparar los contenidos, tanto de uno como de otro.

Además de tener en cuenta estos documentos también he investigado el proceso de aprendizaje que sigue el alumnado en algunos de los contenidos matemáticos. Esto

me ha servido para conocer los estudios de expertos en la materia, como Hoffer (1981) y Van Hiele (1959).

- **Diseño del instrumento de análisis**

Teniendo claro los contenidos matemáticos que voy a analizar, ya podemos realizar el instrumento de análisis. Siguiendo la misma estructura que Franco Barrera (2015), mi herramienta será una tabla donde aparezcan los contenidos matemáticos en forma de pregunta, para que, en el momento del análisis se trate solo de responder a las preguntas.

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas	
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO				
Título del libro:	Apartados	Contenidos			
Capítulo del libro:	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?		
Nivel de dificultad:			¿Superficie?		
Resumen del capítulo:			¿Volumen?		
		¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/ instrumento?		
			¿Superficie / instrumento?		
			¿Volumen / instrumento?		
		¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?		
			¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?		
		Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?		
			¿De polígonos?		
	Medida de la superficie (área)	¿De los triángulos?			
		¿De los cuadrados?			
		¿De los rectángulos?			
		¿De los círculos?			
	Medida del volumen	¿De los poliedros?			
		¿De las esferas?			
	Elementos básicos	¿De los polígonos?			
		¿De las circunferencias?			
		¿De los círculos?			

		¿De los poliedros?		
Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?		
		¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?		
		¿Clasifica ángulos por distintos criterios?		
	Otras cuestiones	¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?	
			polares?	
		¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?		
		¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?	
			de los cuerpos geométricos?	
		¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?		
		¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación	
			Giro	
			Simetría	
		¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?		
		¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?		
¿Aplica la geometría a otros campos?				

▪ Selección de libros a analizar

Como he nombrado anteriormente he encontrado muy pocos libros de divulgación matemática enfocados a niños de primaria. Los libros que he seleccionado para analizar son de la misma autora, Anna Cerasoli. Esta autora italiana lleva más de 20 años impartiendo clases de matemáticas en secundaria y decidió llevar a cabo este tipo de enseñanza, una forma divertida, una manera de motivar a los estudiantes con esta asignatura. Estos libros cuentan una historia coherente, dividida en capítulos, en cada uno de los cuales trabaja un contenido matemático.

Los libros los he encontrado en el catálogo de la biblioteca de la Universidad de Sevilla y en la Red de Bibliotecas Públicas de Andalucía.

- **Análisis de los libros y descripción de los resultados obtenidos**

Una vez elegidos los libros que vamos a analizar y teniendo la herramienta de análisis, proseguimos a analizar los capítulos de los libros. Después de una lectura de cada uno de los capítulos, debemos elegir que capítulo analizar. Puede que algunos capítulos no se analicen, porque no se encuentren ningún contenido matemático dirigido a primaria, o bien porque su contenido no esté centrado en geometría o medida. Seguidamente respondemos con un SI o un No a las preguntas de la tabla. Hay un apartado que especifica el grado de dificultad. Aquí debemos indicar si es alto, medio o bajo. Si es bajo significa que los contenidos del capítulo ya deben saberlo los estudiantes y nos serviría para reforzar lo que ya saben. El nivel medio se corresponderían a contenidos que deben aprender en el curso donde están. Y el nivel alto podemos decir que se tratan de contenidos un poco más complejos de lo que se da en su curso, que puede que algunos niños lleguen a entender y otros no, pero lo entiendan o no nos sirve de iniciación para cursos posteriores o para trabajar estos contenidos implícitamente.

Sumatoriamente, al finalizar de rellenar la tabla, se realizará un análisis global de cada libro, para explicar brevemente si el libro nos sirve o no y señalar los capítulos más interesantes.

- **Reflexión acerca de los aprendizajes adquiridos.**

Ya solo queda redactar las conclusiones personales. Aquí responderé si se han cumplido o no los objetivos marcados en un principio. Además de dar respuesta a mi hipótesis inicial también analizaré los problemas y las dificultades que me han surgido al realizar este trabajo.

Finalmente, desde mi punto de vista lo más importante, reflexionaré y daré respuesta a la pregunta “¿Para qué me ha servido este trabajo?” y “¿Me servirá este trabajo para mi futuro profesional como maestra?”.

5. Análisis

- **Míster cuadrado**

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO			
Título del libro: Míster cuadrado	Apartados	Contenidos		
Capítulo del libro: 1. Érase una vez... ¡NO, NO! Nivel de dificultad: Bajo Resumen del capítulo: El abuelo le cuenta a su nieto el principio de la geometría. Le cuenta la historia de cómo apareció el cuadrado a la vida del ser humano, ya que, todo lo natural que nos rodea es circular. Una vez que descubrieron el cuadrado, también descubrieron que el cuadrado es el que tiene mayor área dentro de los paralelogramos.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	SI
			¿Superficie?	SI
			¿Volumen?	
		¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/ instrumento?	
			¿Superficie / instrumento?	
			¿Volumen / instrumento?	
	¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?	SI	
		¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?		
	Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?		
		¿De polígonos?		SI
Medida de la superficie (área)	¿De los triángulos?			
	¿De los cuadrados?		SI	
	¿De los rectángulos?		SI	
	¿De los círculos?			
Medida del volumen	¿De los poliedros?			
	¿De las esferas?			
Elementos básicos	¿De los polígonos?		SI	
	¿De las circunferencias?			
	¿De los círculos?			
	¿De los poliedros?			
Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Página 12.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?		
		¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?		

		¿Clasifica ángulos por distintos criterios?			
	Otras cuestiones	¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?		
			polares?		
		¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?			
		¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?	SI	
			de los cuerpos geométricos?		
		¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?			SI
		¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación		
			Giro		
			Simetría		
¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?					
¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?			SI		
¿Aplica la geometría a otros campos?			SI		

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO			
Título del libro: Mister cuadrado	Apartados	Contenidos		
Capítulo del libro: 2. Me quedo quieto y planto un huerto.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	
Nivel de dificultad: Bajo			¿Superficie?	
Resumen del capítulo: Aquí cuentan como los primitivos se asentaron y dejaron de ser nómadas. Hablan de cómo eran las construcciones en sus principios. Sacan como conclusión que el triángulo es la figura más resistente.			¿Volumen?	
		¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/ instrumento?	
			¿Superficie / instrumento?	
			¿Volumen / instrumento?	
	¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?		

			¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?		
	Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?			
		¿De polígonos?			
	Medida de la superficie (área)	¿De los triángulos?			
		¿De los cuadrados?			
		¿De los rectángulos?			
		¿De los círculos?			
	Medida del volumen	¿De los poliedros?			
		¿De las esferas?			
	Elementos básicos	¿De los polígonos?		SI	
		¿De las circunferencias?			
		¿De los círculos?			
		¿De los poliedros?			
	Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Página 20	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?		
¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?					
¿Clasifica ángulos por distintos criterios?					
Otras cuestiones		¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?		
			polares?		
		¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?			
		¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?		
			de los cuerpos geométricos?		
		¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?			SI
		¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación		
			Giro		
			Simetría		
		¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?			
		¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?			SI
		¿Aplica la geometría a otros campos?			SI

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO			
Título del libro: Mister cuadrado	Apartados	Contenidos		
<p>Capítulo del libro: 3. Snoopy pitagórico.</p> <p>Nivel de dificultad: Alto</p> <p>Resumen del capítulo: En este capítulo nos comenta el teorema de Pitágoras. Razona este teorema con dibujos de formal visual. También hace referencia a los usos de la vida diaria que tiene este teorema.</p> <p>Por último, el abuelo le enseña los números figurados en forma de pasatiempo.</p> <p>Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 24, 26 y 29.</p>	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	SI
			¿Superficie?	
			¿Volumen?	
		¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/instrumento?	SI
			¿Superficie / instrumento?	
			¿Volumen / instrumento?	
		¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?	SI
			¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?	SI
		Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?	
			¿De polígonos?	
		Medida de la superficie (área)	¿De los triángulos?	
			¿De los cuadrados?	
			¿De los rectángulos?	
¿De los círculos?				
Medida del volumen	¿De los poliedros?			
	¿De las esferas?			
Elementos básicos	¿De los polígonos?	SI		
	¿De las circunferencias?			
	¿De los círculos?			
	¿De los poliedros?			
Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?			
	¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?			
	¿Clasifica ángulos por distintos criterios?			
Otras cuestiones	¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?		
		polares?		

	¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?		
	¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?	
		de los cuerpos geométricos?	
	¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?		SI
	¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación	
		Giro	
		Simetría	SI
	¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?		
	¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?		SI
¿Aplica la geometría a otros campos?		SI	

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO			
Título del libro: Mister cuadrado	Apartados	Contenidos		
Capítulo del libro: 4. Euclides el puntilloso.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	SI
			¿Superficie?	
¿Volumen?				
Nivel de dificultad: Medio	¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/instrumento?	SI	
		¿Superficie / instrumento?		
		¿Volumen / instrumento?		
Resumen del capítulo: En este capítulo el abuelo nombra el libro de Euclides, dónde recoge las soluciones de todos los problemas de geometría. Le enseña a su nieto a deducir, con ejemplos ajenos a las matemáticas. Volviendo al tema del libro de Euclides, investigan de cuantas maneras se puede embaldosar un suelo y qué figuras geométricas son las más adecuadas.	¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?	SI	
		¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?	SI	
Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?			
	¿De polígonos?			

	Medida de la superficie (área)	¿De los triángulos?			
		¿De los cuadrados?			
		¿De los rectángulos?			
		¿De los círculos?			
	Medida del volumen	¿De los poliedros?			
		¿De las esferas?			
	Elementos básicos	¿De los polígonos?		SI	
		¿De las circunferencias?			
		¿De los círculos?			
	Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 35 y 37.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?		SI
¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?			SI		
¿Clasifica ángulos por distintos criterios?					
Otras cuestiones		¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?		
			polares?		
		¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?			
		¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?		SI
			de los cuerpos geométricos?		
		¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?			SI
		¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación		
			Giro		
			Simetría		
		¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?			
		¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?			SI
		¿Aplica la geometría a otros campos?			SI

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas	
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO				
Título del libro: Míster cuadrado	Apartados	Contenidos			
Capítulo del libro: 5. Miss raizdedós Nivel de dificultad: Medio Resumen del capítulo: En este capítulo el nieto descubre que las baldosas del suelo y las de la pared no siempre coinciden. Para ello el abuelo le explica que deben hacer el mínimo común múltiplo de los lados de los cuadrados. Este mínimo común múltiplo será la medida en la que coincidan. Además también cuenta que puede ocurrir que no coincidan nunca. Esto pasa cuando en un lado tenemos cuadrados y en otro tenemos triángulos con la base igual a la diagonal del cuadrado. Aquí el abuelo le menciona los números irracionales.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	SI	
			¿Superficie?		
			¿Volumen?		
		¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/ instrumento?	SI	
			¿Superficie / instrumento?		
			¿Volumen / instrumento?		
		¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?	SI	
			¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?	SI	
		Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?		
			¿De polígonos?		SI
		Medida de la superficie (área)	¿De los triángulos?		
			¿De los cuadrados?		
			¿De los rectángulos?		
			¿De los círculos?		
Medida del volumen	¿De los poliedros?				
	¿De las esferas?				
Elementos básicos	¿De los polígonos?				
	¿De las circunferencias?				
	¿De los círculos?				
	¿De los poliedros?				
Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 44 y 46.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?			
		¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?			
		¿Clasifica ángulos por distintos criterios?			
Otras cuestiones	¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?			
		polares?			

	¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?		
	¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?	SI
		de los cuerpos geométricos?	
	¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?		SI
	¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación	
		Giro	
		Simetría	
	¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?		
¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?		SI	
¿Aplica la geometría a otros campos?		SI	

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO			
Título del libro: Míster cuadrado.	Apartados	Contenidos		
Capítulo del libro: 6. La princesa sabia	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	SI
			¿Superficie?	SI
¿Volumen?				
Nivel de dificultad: Medio	Magnitud y procedimientos de medida	¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/ instrumento?	
			¿Superficie / instrumento?	
			¿Volumen / instrumento?	
Resumen del capítulo: Nos narra la historia de Eneas y Dido, donde ella tiene comprueba que el círculo tiene la máxima superficie posible. A raíz de esta historia, el abuelo empieza contarle curiosidades de los círculos y circunferencia y le explica como el perímetro de la circunferencia y el área del círculo.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?	SI
			¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?	SI
Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?		SI	
	¿De polígonos?			
Medida de la	¿De los triángulos?		SI	

	superficie (área)	¿De los cuadrados?			
		¿De los rectángulos?			
		¿De los círculos?		SI	
	Medida del volumen	¿De los poliedros?			
		¿De las esferas?			
	Elementos básicos	¿De los polígonos?			
		¿De las circunferencias?		SI	
		¿De los círculos?			
		¿De los poliedros?			
	Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 52 y 54.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?		
¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?					
¿Clasifica ángulos por distintos criterios?					
Otras cuestiones		¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?		
			polares?		
		¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?		SI	
		¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?		
			de los cuerpos geométricos?		
		¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?		SI	
		¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación		
			Giro		
			Simetría		
		¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?			
		¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?		SI	
		¿Aplica la geometría a otros campos?		SI	

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas	
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO				
Título del libro: Míster cuadrado	Apartados	Contenidos			
Capítulo del libro: 7. Ruedas y Cía. Nivel de dificultad: Media Resumen del capítulo: En este capítulo comentan la importancia del cuadrado, aunque el abuelo le explica a su nieto la gran importancia del círculo, a lo largo de toda la historia y muchas de sus utilidades. Un ejemplo del que habla es de os engranajes de la bicicleta para cambiar de marchas. Le explica la relación que tiene una rueda dentada con la otra.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?		
			¿Superficie?		
			¿Volumen?		
		¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/ instrumento?		
			¿Superficie / instrumento?		
			¿Volumen / instrumento?		
		¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?	SI	
			¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?		
		Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?		
			¿De polígonos?		
	Medida de la superficie (área)	¿De los triángulos?			
		¿De los cuadrados?			
		¿De los rectángulos?			
¿De los círculos?					
Medida del volumen	¿De los poliedros?				
	¿De las esferas?				
Elementos básicos	¿De los polígonos?				
	¿De las circunferencias?				
	¿De los círculos?		SI		
	¿De los poliedros?				
Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 60, 62 y 64.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?			
		¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?			
		¿Clasifica ángulos por distintos criterios?			
Otras cuestiones	¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?			
		polares?			

	¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?		
	¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?	
		de los cuerpos geométricos?	
	¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?		SI
	¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación	
		Giro	
		Simetría	
	¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?		
	¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?		SI
¿Aplica la geometría a otros campos?		SI	

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO			
Título del libro: Míster cuadrado.	Apartados	Contenidos		
Capítulo del libro: 8. Crepes, emparedados y los ornamentos de la Alhambra.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	
			¿Superficie?	
			¿Volumen?	
Nivel de dificultad: Medio		¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/instrumento?	
			¿Superficie / instrumento?	SI
			¿Volumen / instrumento?	
Resumen del capítulo: El nieto le cuenta a su abuelo lo bien que hacen los crepes en su colegio. El abuelo aprovecha y le explica la simetría del círculo, sus ejes infinitos. También le cuenta la simetría del cuadrado. Le enseña a dibujar diferentes patrones con ayuda de la simetría y le menciona los patrones geométricos que existen en la Alhambra.	¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?		
		¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?		

	Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?		
		¿De polígonos?		
	Medida de la superficie (área)	¿De los triángulos?		
		¿De los cuadrados?		
		¿De los rectángulos?		
		¿De los círculos?		
	Medida del volumen	¿De los poliedros?		
		¿De las esferas?		
	Elementos básicos	¿De los polígonos?		SI
		¿De las circunferencias?		
		¿De los círculos?		SI
		¿De los poliedros?		
	Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 68,69 y71.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?	
¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?				
¿Clasifica ángulos por distintos criterios?				
Otras cuestiones		¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?	
			polares?	
		¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?		SI
		¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?	
			de los cuerpos geométricos?	
		¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?		SI
		¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación	
			Giro	
			Simetría	SI
		¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?		
¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?		SI		
¿Aplica la geometría a otros campos?		SI		

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO			
Título del libro: Mister cuadrado	Apartados	Contenidos		
Capítulo del libro: 9. Gemelos, hermanos, primos... y amigos. Nivel de dificultad: Medio Resumen del capítulo: El nieto le enseña a su abuelo una foto donde aparece él con sus amigos. Entre los cuales hay tres hermanos, que dos son gemelos, un primo de ellos y el propio nieto. Le explica la semejanza que tienen unos con otros y luego traslada esa semejanza con un cuadrado.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	
			¿Superficie?	
			¿Volumen?	
		¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/instrumento?	
			¿Superficie / instrumento?	
			¿Volumen / instrumento?	
		¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?	
			¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?	
		Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?	
			¿De polígonos?	
		Medida de la superficie (área)	¿De los triángulos?	
			¿De los cuadrados?	
			¿De los rectángulos?	
¿De los círculos?				
Medida del volumen	¿De los poliedros?			
	¿De las esferas?			
Elementos básicos	¿De los polígonos?	SI		
	¿De las circunferencias?			
	¿De los círculos?			
	¿De los poliedros?			
Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 79, 81 y 82.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?	SI	
		¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?	SI	
		¿Clasifica ángulos por distintos criterios?		
Otras cuestiones	¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?		
		polares?		

	¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?		SI
	¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?	SI
		de los cuerpos geométricos?	
	¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?		SI
	¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación	SI
		Giro	SI
		Simetría	
	¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?		SI
	¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?		SI
	¿Aplica la geometría a otros campos?		SI

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO			
Título del libro: Míster cuadrado	Apartados	Contenidos		
Capítulo del libro: 10. Míster cuadrado en el espacio.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	
			¿Superficie?	SI
¿Volumen?			SI	
¿Utiliza instrumentos de medida?		¿Longitud/instrumento?	SI	
		¿Superficie / instrumento?	SI	
		¿Volumen / instrumento?	SI	
¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?	SI		
	¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?	SI		
Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?			
	¿De polígonos?			

	Medida de la superficie (área)	¿De los triángulos?			
		¿De los cuadrados?		SI	
		¿De los rectángulos?			
		¿De los círculos?			
	Medida del volumen	¿De los poliedros?		SI	
		¿De las esferas?			
	Elementos básicos	¿De los polígonos?		SI	
		¿De las circunferencias?			
		¿De los círculos?			
		¿De los poliedros?		SI	
	Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 88, 89, 90 y 91.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?		
			¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?		
¿Clasifica ángulos por distintos criterios?					
Otras cuestiones		¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?		
			polares?		
		¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?		SI	
		¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?		
			de los cuerpos geométricos?		SI
		¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?		SI	
		¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación		
			Giro		
			Simetría		
		¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?			
		¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?			
		¿Aplica la geometría a otros campos?		SI	

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas	
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO				
Título del libro: Míster cuadrado	Apartados	Contenidos			
Capítulo del libro: 11. Naranjas y pingüinos. Nivel de dificultad: Media Resumen del capítulo: Filo le ha comprado a su madre un perfume. A partir de aquí el abuelo y él, comentan cuál sería el mejor envase para los vendedores, que tenga mayor volumen pero a la vez menor superficie. Seguidamente le presenta el cilindro equilátero. Al final el abuelo y su nieto conversan sobre las ventajas de la esfera.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?		
			¿Superficie?	SI	
			¿Volumen?	SI	
		¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/ instrumento?		
			¿Superficie / instrumento?	SI	
			¿Volumen / instrumento?	SI	
		¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?		
			¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?	SI	
		Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?		
			¿De polígonos?		
Medida de la superficie (área)	¿De los triángulos?				
	¿De los cuadrados?				
	¿De los rectángulos?				
	¿De los círculos?				
Medida del volumen	¿De los poliedros?		SI		
	¿De las esferas?				
Elementos básicos	¿De los polígonos?				
	¿De las circunferencias?				
	¿De los círculos?				
	¿De los poliedros?		SI		
Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 100 y 102.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?			
		¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?			
		¿Clasifica ángulos por distintos criterios?			
Otras cuestiones	¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?			
		polares?			

		¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?	
	¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?	
		de los cuerpos geométricos?	SI
		¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?	
	¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación	
		Giro	
		Simetría	
		¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?	
		¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?	SI
		¿Aplica la geometría a otros campos?	SI

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO			
Título del libro: Mister cuadrado	Apartados	Contenidos		
Capítulo del libro: 12. Debilidades de un genio. Nivel de dificultad: Alta Resumen del capítulo: Este capítulo se centra en el principio de Arquímedes. Le cuenta la historia del rey que quería comprobar si su corona era de oro. Para comprobarlo metió la corona y un lingote de oro en un recipiente con agua y así vería el volumen de cada uno. El abuelo le enseña la fórmula del volumen del cilindro, la del cilindro equilátero y el volumen de la esfera.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	
			¿Superficie?	
			¿Volumen?	SI
		¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/instrumento?	
			¿Superficie / instrumento?	
			¿Volumen / instrumento?	SI
	¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?		
		¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?	SI	
	Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?		
		¿De polígonos?		

	Medida de la superficie (área)	¿De los triángulos?			
		¿De los cuadrados?			
		¿De los rectángulos?			
		¿De los círculos?			
	Medida del volumen	¿De los poliedros?			
		¿De las esferas?		SI	
	Elementos básicos	¿De los polígonos?			
		¿De las circunferencias?			
		¿De los círculos?			
		¿De los poliedros?		SI	
Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 113, 115 y 116.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?			
		¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?			
		¿Clasifica ángulos por distintos criterios?			
	Otras cuestiones	¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?		
			polares?		
		¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?			
		¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?		
			de los cuerpos geométricos?	SI	
		¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?			
		¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación		
			Giro		
			Simetría		
		¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?			
		¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?			
		¿Aplica la geometría a otros campos?			SI

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO			
Título del libro: Mister cuadrado	Apartados	Contenidos		
Capítulo del libro: 13. Los cinco magníficos Nivel de dificultad: Medio. Resumen del capítulo: El abuelo le regala a su nieto los cinco sólidos regulares que existen. (tetraedro, octaedro, icosaedro, hexaedro y dodecaedro) Charlan sobre ellos y señalan sus características. Relacionan estas figuras con los objetos de la vida diaria, por ejemplo con el balón de fútbol.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	
			¿Superficie?	
			¿Volumen?	
		¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/ instrumento?	
			¿Superficie / instrumento?	
			¿Volumen / instrumento?	
		¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?	
			¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?	
		Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?	
			¿De polígonos?	
	Medida de la superficie (área)	¿De los triángulos?		
		¿De los cuadrados?		
		¿De los rectángulos?		
¿De los círculos?				
Medida del volumen	¿De los poliedros?			
	¿De las esferas?			
Elementos básicos	¿De los polígonos?	SI		
	¿De las circunferencias?			
	¿De los círculos?			
	¿De los poliedros?	SI		
Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 122, 124 y 127.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?	SI	
		¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?	SI	
		¿Clasifica ángulos por distintos criterios?		
Otras cuestiones	¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?		
		polares?		

	¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?		
	¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?	
		de los cuerpos geométricos?	SI
	¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?		
	¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación	
		Giro	
		Simetría	
	¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?		
	¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?		
	¿Aplica la geometría a otros campos?		SI

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO			
Título del libro: Mister cuadrado	Apartados	Contenidos		
Capítulo del libro: 14. Espejos, planetas y cometas. Nivel de dificultad: Alto Resumen del capítulo: Filo descubre que si la luz del sol proyecta a través de una lupa, puede llegar a cortar o agujerear un simple papel. Es en esta ocasión cuando el abuelo le explica la parábola, y que cuando los rayos del sol penetran, se crea el foco de la parábola, que es la causante de que queme. A partir de aquí relaciona la parábola con la elipse, y le enseña cómo se dibuja. Siguen indagando sobre el tema, hasta que le toca el turno a la hipérbola.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	
			¿Superficie?	
			¿Volumen?	
		¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/ instrumento?	
			¿Superficie / instrumento?	
			¿Volumen / instrumento?	
	¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?		
		¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?		
	Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?		
		¿De polígonos?		

	Medida de la superficie (área)	¿De los triángulos?			
		¿De los cuadrados?			
		¿De los rectángulos?			
		¿De los círculos?			
	Medida del volumen	¿De los poliedros?			
		¿De las esferas?			
	Elementos básicos	¿De los polígonos?			
		¿De las circunferencias?			
		¿De los círculos?			
	Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 131, 135 y 138.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?		
			¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?		
			¿Clasifica ángulos por distintos criterios?		
Otras cuestiones		¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?		
			polares?		
		¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?			
		¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?		
			de los cuerpos geométricos?		
		¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?			SI
		¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación		
			Giro		
			Simetría		
		¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?			
		¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?			SI
		¿Aplica la geometría a otros campos?			SI

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO			
Título del libro: Míster cuadrado.	Apartados	Contenidos		
Capítulo del libro: 15. Saludos desde Londres. Nivel de dificultad: Medio Resumen del capítulo: En este capítulo se muestra el mapa del metro de Londres y el abuelo le explica lo que es la topología. Seguidamente le propone a su nieto un acertijo que está relacionado con la posición de y sus relaciones. Para terminar le cuenta la historia de Euler sobre los puntos y los arcos.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	
			¿Superficie?	
			¿Volumen?	
		¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/ instrumento?	
			¿Superficie / instrumento?	
			¿Volumen / instrumento?	
		¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?	
			¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?	
		Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?	
	¿De polígonos?			
	Medida de la superficie (área)	¿De los triángulos?		
		¿De los cuadrados?		
		¿De los rectángulos?		
¿De los círculos?				
Medida del volumen	¿De los poliedros?			
	¿De las esferas?			
Elementos básicos	¿De los polígonos?			
	¿De las circunferencias?			
	¿De los círculos?			
	¿De los poliedros?			
Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 143, 144, 147 y 148.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?		
		¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?		
		¿Clasifica ángulos por distintos criterios?		
Otras cuestiones	¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?		
		polares?		

	¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?		
	¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?	
		de los cuerpos geométricos?	
	¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?		SI
	¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación	
		Giro	
		Simetría	
	¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?		
	¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?		SI
	¿Aplica la geometría a otros campos?		SI

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO			
Título del libro: Míster cuadrado	Apartados	Contenidos		
Capítulo del libro: 16. Sin regla ni compás. Nivel de dificultad: Media Resumen del capítulo: Lo que el abuelo le enseña a su nieto en este capítulo es la fórmula de Euler. (Vértices + caras - aristas = 2). Le explica que esta fórmula es válida para cualquier figura, aunque no sean polígonos. Entre los dos recuerdan la clasificación de los paralelogramos. Para acabar, el abuelo le enseña el anillo de Moebius, que puedes pintarlo por los dos lados sin necesidad de levantar el lápiz.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	
			¿Superficie?	
			¿Volumen?	
		¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/ instrumento?	
			¿Superficie / instrumento?	
			¿Volumen / instrumento?	
		¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?	
			¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?	SI
		Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?	
	¿De polígonos?			
Medida de la	¿De los triángulos?			

	superficie (área)	¿De los cuadrados?			
		¿De los rectángulos?			
		¿De los círculos?			
	Medida del volumen	¿De los poliedros?			
		¿De las esferas?			
	Elementos básicos	¿De los polígonos?			
		¿De las circunferencias?			
		¿De los círculos?			
	Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 152, 154, 155, 157 y 158.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?		
¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?					
¿Clasifica ángulos por distintos criterios?					
Otras cuestiones		¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?		
			polares?		
		¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?			
		¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?	SI	
			de los cuerpos geométricos?		
		¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?			
		¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación		
			Giro		
			Simetría		
¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?					
¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?					
¿Aplica la geometría a otros campos?			SI		

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas	
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO				
Título del libro: Mister cuadrado	Apartados	Contenidos		SI	
Capítulo del libro: 17. Una cuestión de confianza	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?		
Nivel de dificultad: Medio			¿Superficie?		
Resumen del capítulo: La familia está planeando un viaje en avión. Con ayuda de una naranja marcan cual sería el recorrido más corto. El abuelo le pone nombre a este recorrido, se llama circunferencia máxima. El niño comprende que en una esfera no se pueden hacer circunferencias máximas paralelas, distinto es el plano.			¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Volumen?	
		¿Utiliza operaciones?		¿Longitud/ instrumento?	
				¿Superficie / instrumento?	
		¿Mide de forma indirecta?	¿Volumen / instrumento?		
¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?					
Medida del perímetro		¿De la circunferencia (longitud)?			
		¿De polígonos?			
Medida de la superficie (área)		¿De los triángulos?			
	¿De los cuadrados?				
	¿De los rectángulos?				
	¿De los círculos?				
Medida del volumen	¿De los poliedros?				
	¿De las esferas?				
Elementos básicos	¿De los polígonos?				
	¿De las circunferencias?				
	¿De los círculos?		SI		
	¿De los poliedros?				
Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 163, 164 y 166.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?			
		¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?			
		¿Clasifica ángulos por distintos criterios?			
Otras cuestiones	¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?			
		polares?			

	¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?		
	¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?	
		de los cuerpos geométricos?	SI
	¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?		
	¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación	
		Giro	
		Simetría	
	¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?		
	¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?		SI
	¿Aplica la geometría a otros campos?		SI

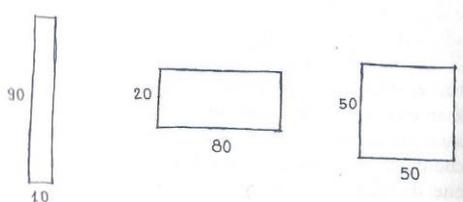
Después de haber leído y analizado todos los capítulos de este libro, Míster cuadrado, podemos decir que se trabajan bastantes contenidos matemáticos relacionados con el tercer ciclo de primaria. Un contenido que está presente en todos los capítulos es la aplicación de la geometría a otros campos. Desde mi punto de vista este contenido es muy importante, ya que será así como los estudiantes valorarán a gran importancia que tiene la geometría en nuestro día a día y para todo lo que les sirvió la geometría a nuestros antepasados. Ahora pasamos a analizar capítulo a capítulo.

En el **capítulo 1** se trabajan, de manera muy visual y relacionando uno con otro, los contenidos área y perímetro de los paralelogramos. Comprueba que a igual perímetro no siempre corresponde igual área. Es algo que el alumnado suele confundir. En la página 12 podemos apreciar que se realizan los cálculos necesarios para comprobar donde hay mayor área. En este capítulo (figura 1) nos cuenta la historia de cómo descubrieron los egipcios el cuadrado sin tener ningún instrumento de medida, teniendo en cuenta que el cuadrado no es común que aparezca en la naturaleza si lo comparamos con el círculo; la luna, el sol, muchas frutas, la espiral de una concha, la corola de las margaritas... Este capítulo es bueno para trabajar actividades con el geoplano.

de 200 metros, para delimitar el trozo de terreno que será tuyo, ¿qué escoges, un rectángulo o un cuadrado? A igual perímetro, que es de 200 metros en ambos casos, ¿qué forma te conviene más?

—Bueno, ambas formas me agradan. Pero seguramente quiero que mi terreno sea lo más extenso posible, así puedo cultivar lechugas, tomates, patatas, que me gustan mucho fritas y con un poco de *ketchup*, pepinos... puedo construir un gallinero...

—Vale, vale, lo he entendido: tú quieres, lógicamente, que tenga la mayor superficie posible. Pues entonces debes elegir un cuadrado. Porque, de los distintos tipos de rectángulo, más alto y más estrecho o más bajo y más ancho, el que es igual de ancho que de alto, y por lo tanto tiene todos los lados iguales, resulta que es el que tiene el área más grande.



»Compruébalo: con 10 de base y 90 de altura, el área es de $10 \times 90 = 900$; con 80 de base y 20 de altura, el área es de $80 \times 20 = 1.600$. Mientras que con 50 de base y 50 de altura, el área es de mucho más, es nada menos que de $50 \times 50 = 2.500$ metros cuadrados. La elección del cuadrado entre los diferentes rectángulos garantiza la máxima superficie con el perímetro mínimo y, por lo tanto, un ahorro en el coste de la cerca. ¿De acuerdo?

Figura 1 Perímetro y área

Podemos proporcionarle al alumnado el geoplano y distintas cuerdas. Por ejemplo cuerdas elásticas y no elásticas y que ellos prueben y saquen sus propias conclusiones formando figuras con diferente área pero igual perímetro y viceversa.

En el **capítulo 2** hace referencia a la construcción de casas de nuestros antepasados. Algo importante que trabaja es la agrupación de distintas superficies. Por ejemplo la agrupación de círculos, se demuestra que existen espacios entre unos y otros. La mejor manera de agrupar se consigue con cuerpos que tengan rectángulos y

cuadrados como caras, pues son los que permiten un recubrimiento completo, sin huecos como sí ocurre con las superficies redondas como los círculos. También comentan las características de estas dos últimas superficies (rectángulos y cuadrado) y debaten cuál será mejor para construir una casa. Trabajan las diferencias entre cuadrado y rectángulo. Para terminar, le toca el turno al triángulo (figura 2). También comentan sus propiedades y sacan como conclusión que es el más resistente de todas las figuras. Con este capítulo podemos hacer actividades de construcciones y comprobar realmente si el triángulo es el más resistente.

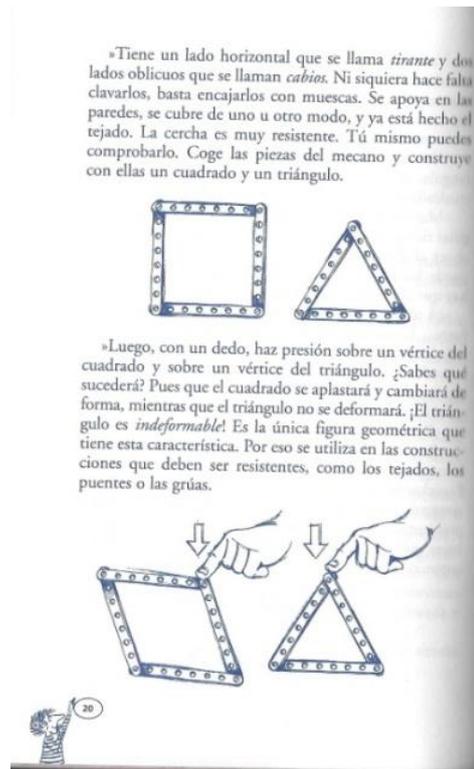


Figura 2 Rigidez del triángulo

El grado de dificultad del **capítulo 3** es alto para primaria, pues el tema principal es el teorema de Pitágoras. Aunque en primaria no se den teoremas, tras la lectura de este capítulo, podemos ayudar al alumnado a entender el teorema de Pitágoras y las utilidades que tiene este teorema en la vida diaria. Se puede enseñar de manera gráfica, cómo hace el libro, para que lo entiendan, haciendo después cálculos pero no mostrando la fórmula como tal. Esto es cómo se deberían trabajar las fórmulas y no al contrario, primero enseñarle la fórmula, luego aplicarla y finalmente solo algunos consiguen entenderla. La manera de la que te la explica el capítulo es la idónea, ya que, no nos hace falta memorizar una fórmula, sólo entenderla y aplicar lo que saben. Una observación

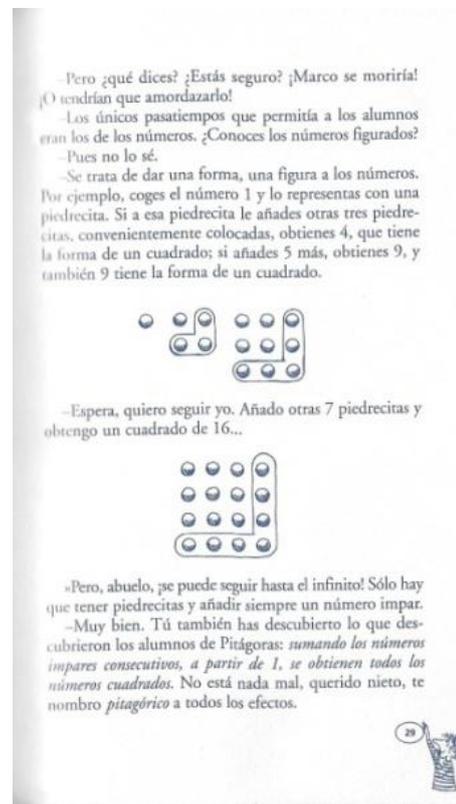


Figura 3 Suma de números impares

(figura 3) que hacen en este capítulo es “sumando los números impares consecutivos, a partir de 1, se obtienen todos los números cuadrados” (p. 29). Son muchas las actividades que se pueden sacar de este capítulo. Respecto al teorema de Pitágoras, podemos comprobar la igualdad de la fórmula haciéndolo con figuras del papel, recortando y superponiendo una figura encima de la otra para verificar que es verdad. O el ejemplo que nos muestra en el libro, consiste en coger una cuerda y hacerle 12 nudos todos manteniendo la misma distancia. Con esta cuerda hay que formar un triángulo rectángulo y para ello tienen que quedar tres nudos formando un cateto, cuatro nudos formando el otro cateto y automáticamente la hipotenusa se nos queda con 5 nudos. Tensamos la cuerda para que los lados queden rectos y ya se ha construido el triángulo rectángulo. También se pueden hacer actividades, siguiendo la estructura del ejemplo mostrado en la página 28. Se trata de calcular la altura de una torre. Para trabajar los números cuadrados podemos seguir la línea de trabajo que se nos presenta en la página 29. Para ello debemos de trabajar con material de igual tamaño, por ejemplo con canicas, fichas, pequeños cubos... Imaginemos que cogemos canicas, empezamos poniendo una canica, el primer número impar, añadimos tres canicas más, ya que, es el siguiente número impar, y lo colocamos alrededor de la canica que ya estaba colocada formándose un cuadrado de 2×2 . El siguiente número impar es el cinco, por lo que añadimos cinco canicas más formándose un cuadrado de 3×3 , y así sucesivamente formamos los números cuadrados.

En el **capítulo 4** empieza explicando qué es un teorema. Lo explica de una manera muy sencilla, le pide que resuelva un teorema, pero no matemático, sino con cosas cotidianas, por ejemplo con el parentesco de los familiares. En este caso se propone el siguiente acertijo “Federico es hijo de Michele y que Giorgio es hijo de Antonio; y añadido que Michele y Antonio son hermanos. Entonces te pregunto: ¿son parientes Federico y Giorgio?” (p.34). Es una manera de compararla muy acertada, puesto que, a partir de cierta información los niños deducen. Además de esto se trabajan los ángulos

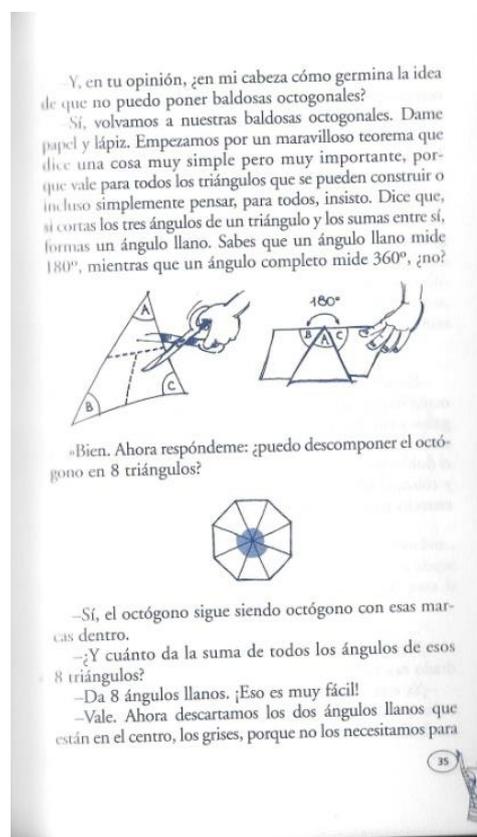


Figura 4 Suma de los ángulos del triángulo

de los polígonos. Nos habla de la suma de todos los ángulos del triángulo, que es igual a 180° (figura 4). Se hacen deducciones con esta información dada, pero trasladada al octógono, dónde se forman 8 triángulos interiores. Después de trabajar con las mediciones de los ángulos se razona como se pueden colocar los polígonos regulares para cubrir una superficie. Aquí estamos trabajando la comparación de superficies planas regulares, y además relacionando unas con otras por sus ángulos y cuáles encajan con otras superficies. El nivel de dificultad de este capítulo es medio, ya que, los contenidos que aparecen son los apropiados para el último ciclo de primaria. Las actividades que se pueden trabajar con este capítulo están muy relacionadas con la asignatura de educación artística. Una propuesta sería crear diferentes suelos utilizando sólo superficies regulares. También pueden hacer la prueba de la suma de los ángulos del triángulo, recortando un triángulo y luego sus ángulos.

En el **capítulo 5** se trabajan muchos contenidos matemáticos que no son propios de la geometría, pero indirectamente está todo relacionado. Aparece el mínimo común múltiplo, para saber cuando coinciden los lados de una hilera de cuadrados con diferente medida de lado. Es una buena manera de aplicar el mínimo común múltiplo a la vida cotidiana y de interrelacionar contenidos vistos anteriormente y que, a priori, no se les encuentra relación. Con este mismo tema, enlaza con los dos segmentos inconmensurables (figura 5) “No hay ningún segmento que pueda contener un número entero de veces el lado de un cuadrado y un número entero de veces su diagonal. Como tampoco existe ningún segmento, por pequeño que sea, que esté contenido un número entero de veces en la diagonal.” (p.45). Esto quiere decir que no se puede medir lado del cuadrado con su diagonal, no tienen mínimo común múltiplo. También se hace una pequeña iniciación a los irracionales. Al ser un contenido complejo sólo se hace un breve ejemplo. Otro aspecto matemático que se da en este capítulo es el concepto de demostración por reducción al absurdo. Es bueno que el alumnado sepa

—¡Vamos, abuelo, no exageres! ¡En el mundo hay muchísimos números, infinitos! ¡No me digas que, buscando bien, no vamos a encontrar un múltiplo del lado y de la diagonal!

—Pues sí, te lo digo. No hay ningún segmento que pueda contener un número entero de veces su diagonal. Como cuadrado y un número entero de veces su diagonal. Como tampoco existe ningún segmento, por pequeño que sea, que esté contenido un número entero de veces en el lado y un número entero de veces en la diagonal. Son dos segmentos *inconmensurables*: no se puede medir uno utilizando el otro. ¡Hay que resignarse!

—Y, entonces, ¿por qué tío Mauro quiso poner en las paredes de su cuarto de baño azulejos cuadrados en diagonal? ¿No podía ponerlos rectos o buscar otra solución?

—Pues porque a tío Mauro le encantan esos azulejos que no coinciden. Le recuerdan una gran revolución que se produjo en el seno de las matemáticas: el descubrimiento de unos números nuevos, precisamente los números irracionales. Y la llegada de cada tipo nuevo de números abre un nuevo horizonte, ofrece una nueva tierra para conquistar, para colonizar con nuestro pensamiento.

—Abuelo, pero ¿a ti quién te ha dicho que el lado y la diagonal del cuadrado no tienen un múltiplo común?

—Me lo ha dicho Pitágoras! No él en persona, claro, me lo ha dicho su teoría. Escúchame atentamente. Para encontrar un múltiplo del lado y de la diagonal, antes de nada debemos hallar la longitud de la diagonal del azulejo, ¿de acuerdo? Así que, pongámonos manos a la obra. Dado que la diagonal es también la hipotenusa de cada uno de los dos triángulos rectángulos en los que se divide el cuadrado, podemos hallarla aplicando el teorema. Haz tú los cálculos. Y recuerda que el lado del azulejo es de un decímetro.



Figura 5 segmentos inconmensurables

cómo los matemáticos llegan a las demostraciones que hoy en día conocemos. Las actividades que se pueden sacar de este capítulo es la comprobación de estos dos segmentos inconmensurables, el lado del cuadrado con su diagonal, con materiales tangibles, con un folio por ejemplo. Tendríamos que hacer una hilera de cuadrados todos iguales y otro hilera justo encima otra hilera, con los mismos cuadrados pero colocados en diagonal.

En el **capítulo 6** se trabajan contenidos que ya se han trabajado en cursos anteriores y también se trabajan en sexto curso de primaria. Los contenidos son el perímetro de la circunferencia y el área del círculo. En el capítulo se explica a través de una historia que el círculo tiene la máxima superficie posible, dejando el perímetro fijo (p.50). Este concepto lo relaciona con ejemplos de la vida diaria, la forma en que las ovejas descansan es agrupándose en círculo. Por un lado se menciona la mejor característica del círculo, pero también su peor característica, que “el círculo no sabe estar con los demás” (p. 51),

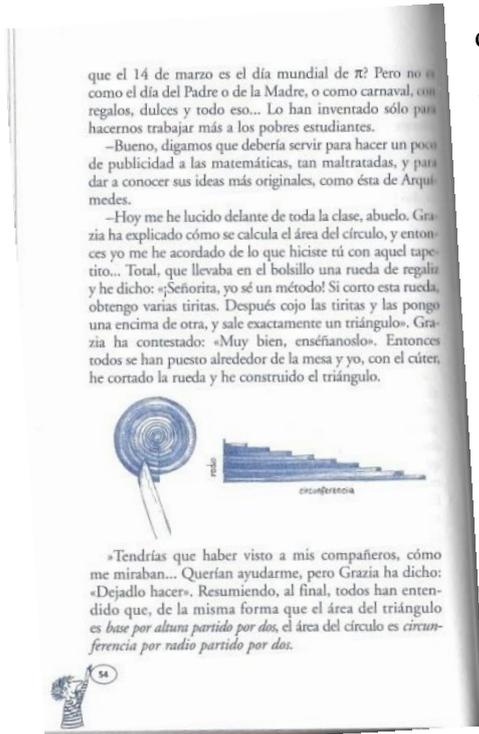


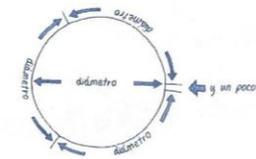
Figura 7 Área del círculo

punto, y en el resto quedará un espacio entre ellos. Por eso los círculos no van bien para pavimentar el suelo. En cualquier caso, está demostrado que la mejor manera de colocar círculos unos junto a otros dejando el mínimo espacio entre ellos es poner siempre seis alrededor de cada uno.



—¿Qué remedio! De esa forma, creo yo, los círculos intentan parecerse al hexágono, que para embaldosar es el que se lleva la palma. De todas formas, abuelo, no es sólo con sus semejantes con los que el círculo no se lleva bien. Con su diámetro también tiene una relación horrorosa. Tú me contaste que no hay manera de hallar con precisión cuántas veces está el diámetro en su circunferencia.

—Es verdad. Es lo mismo que pasa entre el lado y la diagonal del cuadrado. La relación entre una circunferencia y su diámetro es también un número con infinitas cifras decimales. Por eso nunca podremos conocer exactamente esa relación. En realidad, el diámetro, trasladado a la circunferencia, está *un poco más* de tres veces, pero ese *un poco más* no es cuantificable con exactitud.



que quiere



decir que

Figura 6 Longitud de la circunferencia

cuando se juntas varios círculos siempre hay huecos de por medio. Esto les hace reflexionar a los niños que no sería una buena opción el círculo para recubrir una superficie plana. Esta reflexión, la de que los círculos no son buenos para agruparse, ya ha aparecido en el capítulo 2 de este mismo libro, aunque de un manera muy leve y nos viene bien que se vuelva a repetir. El perímetro de la circunferencia, a veces, los estudiantes se la aprenden de memoria sin

comprender de donde sale el número pi. Aquí te explica que el perímetro de la circunferencia es algo más que tres veces su diámetro. Para ello realiza un dibujo (figura 6) como en el de la imagen. Para saber cuánto mide lo que falta te dice que está entre 3,140 y 3,142. Estos resultados son los perímetros de dos polígonos de 96 lados que encierran a la circunferencia, uno se coloca en el exterior y otro en el interior. No sabemos su medida exacta pero hemos acotado, entre dos, la medida. Para explicar el área del círculo también lo representa de manera visual. En este caso (figura 7) utiliza una rueda de regaliz y compara el área del triángulo con el del círculo. Es una táctica muy eficaz para que los discentes lo entiendan.

En el **capítulo 7**, ya en la primera página nos hace reflexionar sobre qué figura es más importante o tiene más utilidad, el círculo o el cuadrado. Del cuadrado destaca que con él se miden todas las figuras. Se refiere al metro y al centímetro cuadrado. Del círculo mencionan algunas de sus utilidades a lo largo de la historia, la rueda del alfarero, la rueda, la polea, molinos de agua... Aquí podemos observar cómo con la geometría enlaza con los diferentes inventos importantes de nuestro antepasados y que tienen una gran importancia hoy en día. Además de enlazarlo con inventos pasados, lo enlaza con las marchas de la bicicleta. Está bien que se relacionen con cosas que los niños tengan a su alcance y que ellos vean que les sirve tener conocimientos matemáticos, para colocar correctamente las marchas de su bicicleta, por ejemplo. Para explicarle esta relación de marchas utiliza la historia de Hierón, el rey de Siracusa, donde se utilizan un conjunto de poleas para levantar pesos pesados. Mientras más poleas juntemos menos esfuerzo tendremos que hacer. Puede que este último concepto tenga un poco de más dificultad para entenderlo, pero el resto del capítulo se dan contenido apropiados para la edad. Después de entender este concepto volvemos a la bicicleta y con ayuda de las fracciones establecemos las relaciones de las diferentes ruedas dentadas. Relacionan cuántas vueltas da una rueda más que la otra y así deducir cual es la más idónea para cada caso. También le enseña a cómo dibujar un círculo perfecto sin tener compás, sólo con la ayuda de una cuerda y un lápiz.

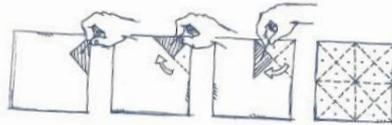
En el **capítulo 8** se centra en el contenido de simetría. Aquí volvemos a enlazar la simetría con objetos que nuestro alumnado ve frecuentemente, los crepes por ejemplo. En este caso relaciona el diámetro del círculo con el eje de simetría. El cuadrado en este caso sólo tiene 4 ejes de simetría. También trabaja con el ejemplo del copo de nieve, un hexágono y sus ejes de simetría. Sacan como conclusión que el

círculo es el que más ejes de simetría tiene. Seguimos trabajando la simetría pero ahora creando figuras realmente bonitas. En la página 71 vemos un ejemplo de cómo se crean las secuencia de figuras. Para mover el triángulo (figura 8) de un lado hacia otro se utilizan palabras específicas del triángulo; triángulo isósceles, bisectrices, cateto e hipotenusa. En este capítulo también se nombra a la decoración que tiene la Alhambra, todos ellos basados en la simetría geométrica. Las actividades que se pueden sacar de este capítulo son diversas. Podrían ser que el alumnado practique con dibujos simétricos o que realicen papel para decorar paredes a partir de los 17 retículos distintos que existen o hacer una excursión a la propia Alhambra y apreciar esta verdadera maravilla.

En el **capítulo 9** relaciona la clasificación de los paralelogramos con las diferentes transformaciones y semejanzas del cuadrado y a su vez lo compara con la semejanza que pueden tener los parentescos familiares, gemelos, hermanos, primos o simplemente amigos. Empieza con dos cuadrados. Los coloca en diferente posición, pero siguen manteniendo las mismas características, lados y ángulos congruentes. Los compara con los hermanos gemelos. Ahora de este cuadrado sacamos un cuadrado semejante,

las bisectrices. Ahora lo apoyamos sobre la hoja de papel y con el alfiler agujereamos el centro hasta dejar la señal en la hoja de abajo. Luego le damos la vuelta al triángulo haciéndolo girar sobre un cateto y agujereamos de nuevo el centro, le damos la vuelta haciéndolo girar sobre el otro cateto y volvemos a agujerear. Continuamos así, cubriendo una zona cuadrada del papel de abajo. Después le damos la vuelta haciéndolo girar sobre la hipotenusa y cubrimos otra zona cuadrada agujereando también el centro. Continuamos igual, cubriendo y agujereando, sin dejar espacios vacíos.

—Espera, abuelo, sigo yo. Me gusta perforar la hoja. ¿Está bien así?



—Está perfecto. Podrías continuar hasta el infinito si tuvieras una hoja de papel ilimitada. Ahora, para y mira qué maravilla. Apartamos la cartulina y, con un lápiz, unimos los agujeritos del papel. Adivina qué aparece.

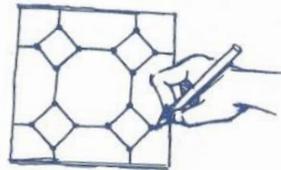
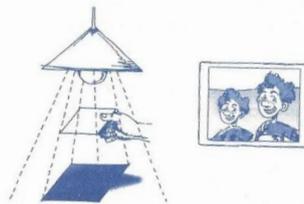


Figura 8 Secuencia de triángulos

—Me recuerdan a los gemelos: son iguales.
—Sí, es verdad, son iguales. Sin embargo, los matemáticos prefieren llamarlos *congruentes* para decir que son superponibles. En el fondo, lo que a ellos les interesa es que las figuras tengan *la misma forma y las mismas medidas*. Da igual si, por ejemplo, los cuadrados son de diferente color. Por eso el adjetivo «congruentes» es más apropiado que «iguales». Bien, continuemos. Cogemos de nuevo la cartulina y miramos su sombra en la mesa mientras la sostenemos en posición horizontal, justo debajo de la lámpara. ¿Qué notas?

—Pues... que sigue siendo un cuadrado, pero más grande.



—¿A qué chavales de la foto te recuerdan estos dos cuadrados?

—Parecen hermanos, como Marco y Gianni o Marco y Giulio. Se parecen muchísimo, pero uno es mayor que el otro.

—Tienes razón. Estas dos figuras son *semejantes*, así las llaman los matemáticos. En el paso de una a otra *se conserva la forma, pero cambian las dimensiones*. Los lados paralelos siguen siendo paralelos y los ángulos mantienen la misma amplitud. Las figuras semejantes son muy



Figura 9 Semejanza del cuadrado

lo conseguimos (figura 9) poniendo nuestro cuadrado justo debajo de una luz. Ahora nuestro cuadrado ha cambiado solo sus dimensiones, se compara con los hermanos. Esto también lo compara con los mapas, se explica la relación de semejanza. Se vuelve a transformar el cuadrado, pero ahora pegamos el cuadrado en la ventana y le proyectamos la luz en diagonal. Vemos que su sombra sólo se mantiene que los lados son paralelos dos a dos. Esto es a lo que se le llama figuras afines. La comparación con los parentescos sería con los primos. Para terminar comparamos los amigos, para ello utilizamos el concepto de perspectiva. Colocamos el cuadrado en vertical sobre una superficie plana y proyectamos la luz en diagonal. La figura que representa la sombra solo mantiene de igualdad que tiene cuatro lados, pero algo muy importante estamos iniciando el concepto de geometría proyectiva. Personalmente, creo que es un buen ejemplo enseñar las características de los paralelogramos relacionándolo con los parentescos familiares. Es un tema que los estudiantes saben desde temprana edad y los acompaña en su día a día. Todas las comprobaciones que hacen con la sombra pueden ser aplicadas a actividades. También se puede generar una tabla con todas las características de cada figura nueva y señalando las diferencias y semejanzas.

En el **capítulo 10** se habla del aumento de volumen de los cuerpos con la temperatura. Los ejemplos mencionados son el agua y el mercurio. Seguidamente se comenta la división en categorías de las figuras: “las de una sola dimensión, las *líneas*;

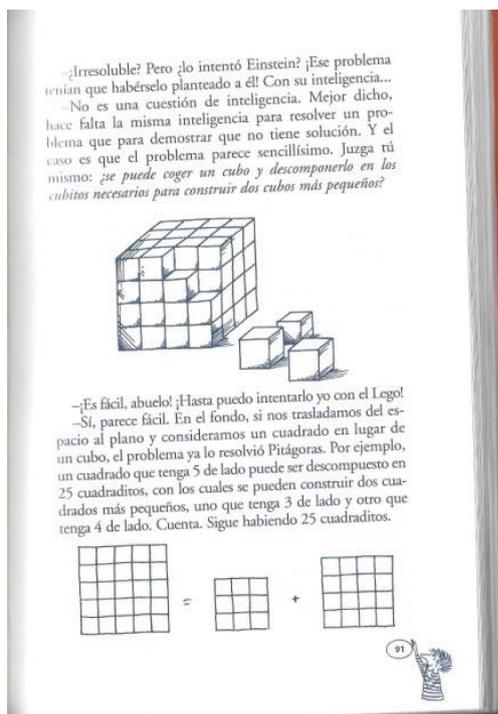


Figura 10 Descomposición del cubo

las de dos dimensiones, las *figuras planas*; y las de tres dimensiones *figuras sólidas*.” (p. 88). Se mencionan varias figuras sólidas, cubo, paralelepípedo, prisma, cilindro, pirámide, cono y esfera. Estudiamos que para medir el volumen de las figuras, utilizamos el centímetro cúbico, que no es más que la agrupación de cubos de un centímetro de lado. Se muestra la fórmula del volumen del paralelepípedo que tienen delante. Ahora en el capítulo propone un pequeño problema “¿se puede coger un cubo y descomponerlo en los cubito necesarios para construir dos cubos más pequeños?” (p. 91). Se

comprueba que si se tratase de superficies planas,

(figura 10) si sería posible. El resto del capítulo nos explica detalladamente el por qué no se puede dividir un cubo en dos. Esta explicación es compleja para el alumnado de sexto de primaria. Se puede llevar a cabo la lectura de este capítulo e ir desarrollando poco a poco pensamientos más abstractos. El capítulo acaba con un teorema algo más fácil para nuestros lectores, “*todos los números pares son la suma de dos números primos*” (p. 97).

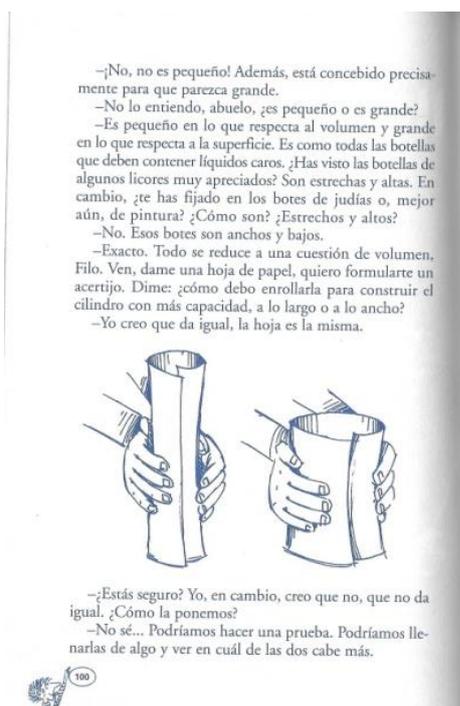


Figura 11 Comparación del volumen del cilindro

En el **capítulo 11** el contenido matemático que se trabaja es el volumen de los cuerpos redondos. Hacen comprobaciones para averiguar qué cilindro tiene más volumen a igual superficie, (figura 11) si debe tener más diámetro o más altura. Llegan a la conclusión que el cilindro debe de ser equilátero y lo comprueban midiendo una lata de pintura. Una vez más empleamos un contenido geométrico a la vida cotidiana. Al vendedor le interesa emplear la mínima superficie para el máximo volumen. En el capítulo también relaciona la capacidad de los cuerpos

redondos con elementos de la naturaleza. La esfera es la que más aparece en la naturaleza y es porque la esfera tiene mayor capacidad a igual superficie. Se mencionan muchos ejemplos donde la naturaleza se aprovecha de esta propiedad de las esferas; en la agrupación de algunos animales, las plantas, las pompas de jabón y muchos alimentos como la naranja, las cerezas, las uvas, las sandias. El único inconveniente aparece cuando quieres agrupar las esferas. Para esto, en este apartado nos enseña cómo hacerlo (figura 12) “*se coloca una primera capa de naranjas en forma de*

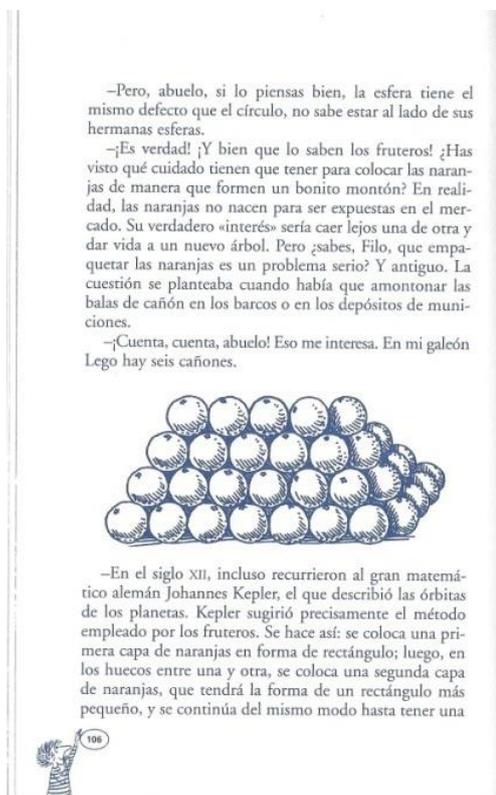


Figura 12 Agrupación de esferas

rectángulo; luego, en los huecos de una y otra, se colca una segunda capa de naranjas, que tendrá la forma de un rectángulo más pequeño, y se continúa del mismo modo hasta tener una sola hilera superior de naranjas” (p.106). Las actividades propuestas en el capítulo son fáciles de aplicar, por ejemplo colocando una hoja de papel el horizontal y formar un cilindro y la misma hoja de papel pero verticalmente. Llenarla de arena y ver cuál pesa más. Otra actividad podría ser apilar esferas.

El **capítulo 12** es de dificultad alta, ya que, aparecen fórmulas que a un niño de sexto de primaria podrían resultarle un poco complejas. No es aconsejable pedirle al alumnado conceptos demasiado complejos. Las fórmulas que aparecen corresponden al volumen de cuerpos geométricos que aparecen en el capítulo anterior; cilindro, cilindro equilátero y esfera. De todos modos su lectura puede llegar a ser entretenida porque cuenta la historia del rey que quería comprobar si su corona era de oro, aplicando el principio de Arquímedes. Al final del capítulo (figura 13) se afirma que “*Cuando, en una esfera*

o semiesfera, se duplica el diámetro, resulta que el volumen aumenta exactamente ocho veces” (p. 116). Esto nos lo dice indirectamente la fórmula del volumen. Para la edad de los estudiantes es compleja esta deducción pero sí que pueden hacer la prueba con una jarra y sus respectivos cuencos. Esta sería una actividad que podrían realizar.

En el **capítulo 13** aparecen los cinco sólidos regulares; tetraedro, octaedro, icosaedro, hexaedro y dodecaedro. Se explican las características de cada uno; cuantas caras tiene, qué forma tienen sus caras. Intentan hacer más sólidos regulares con otras figuras, por ejemplo con el hexágono regular, pero llegan a la conclusión que es imposible, porque la suma de los ángulos que forman el vértice tiene que ser menor de

historia. El general Marcelo las quiso todas para él, pero eso dudo que se pueda encontrar algún día un resto. ¡Pero hallar la tumba de Arquímedes sí sería emocionante! ¡Figúrate, yo me convertiría en el abuelo de un famoso arqueólogo! Pero volvamos a la esfera y su volumen. Conocer la fórmula sin aplicarla es como leer la música sin tocarla: te pierdes lo mejor. Quiero ponerte un ejemplo concreto para que puedas apreciarla. Se trata de un juego de cuencos para macedonia que le regalé a tu madre.



»Mira, ¿ves?, hay ocho cuencos pequeños y uno grande, todos de forma semiesférica. Cuando lo vi en la tienda y descubrí que el diámetro del cuenco grande era el doble del diámetro de los pequeños, no me resistí a la tentación de comprarlo. Porque este juego, Filo, es la fórmula personificada, por decirlo de algún modo.

—Pero ¿por qué precisamente el doble? Para contener la macedonia de ocho cuencos pequeños, yo creo que el diámetro del cuenco grande debe medir mucho más del doble.

—Querido Filo, el diseñador de este juego conocía a fondo la geometría, te lo aseguro. Cuando, en una esfera o semiesfera, se duplica el diámetro, resulta que el volumen aumenta exactamente ocho veces. Precisamente la fórmula del volumen nos lo dice. En ella, el radio aparece elevado a la tercera potencia, y si su medida pasa de 1 a 2, entonces en el cálculo del volumen habrá 2^3 , es decir, 8, en lugar de 1^3 , es decir, 1. Por eso la macedonia que cabe en el cuenco grande es la que se necesita para



Figura 13 Relación de volumen y diámetro de la esfera

360°, para que el vértice no quede aplastado. Si hablamos de figuras planas si encajan los hexágonos, pero no funciona si lo pasamos a tres dimensiones. Se comprueban que, en los cinco sólidos regulares la suma de los ángulos interiores debe de ser menor de 360°. Lo podemos ver la imagen (figura 14) dónde están representados los cinco sólidos regulares. Estas figuras las relaciona con la estructura interna y externa de los minerales o el grafito o el diamante, que aún teniendo el mismo componente, lo diferente que pueden llegar a ser simplemente por cambiar la posición de los átomos. Por último, se afirma que la forma de un balón de fútbol deriva de un icosaedro regular, solamente que ha sufrido algunas modificaciones para tener más curvatura, en los vértices se añaden pentágonos. Es una manera de enlazar los poliedros regulares con objetos que los niños tienen aprecio y ven todos los días. Algunas de las actividades podrían ser construir estos poliedros regulares con papel, o incluso el propio balón de fútbol. Que sean los estudiantes los que hagan las plantillas, midiendo y calculando sus ángulos y sus formas.

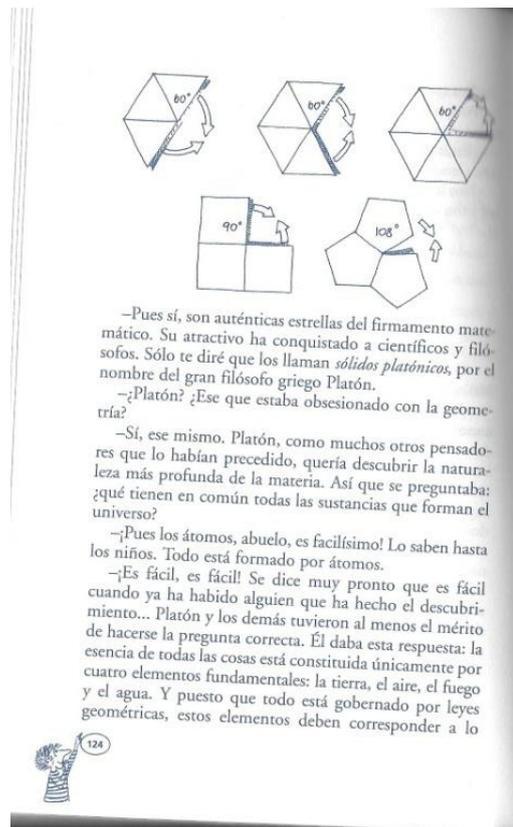


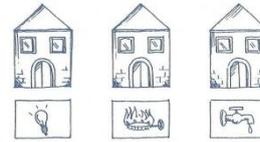
Figura 14 Ángulos de los sólidos regulares

En el **capítulo 14** volvemos a encontrarnos con contenidos demasiado complejos para los discentes de sexto curso de primaria. En este caso es la parábola, el foco de la parábola, una elipse, focos de la elipse y la hipérbola. Aún así no estaría mal que los estudiantes se leyeran este capítulo, ya que, les enseñan a dibujar una elipse. Además de aprender el porqué puede quemar una lupa cuando los rayos del sol pasan por ella, también se familiarizan con palabras que tendrán que saber en cursos superiores. La actividad que se puede llevar a cabo con este capítulo es hacer una elipse con la ayuda de una cuerda y de dos clavos.

En el **capítulo 15** se hace referencia a la topología, la ciencia que estudia la posición. Lo relaciona con el mapa de un metro, algo muy común en las ciudades. En el libro (figura 15) se propone un pequeño acertijo “hay tres nuevas viviendas que deben

ser conectadas a las conducciones del gas, del agua y de la energía eléctrica. ¿Cómo se puede hacer el trabajo sin que las tuberías se crucen?” (p.144). Después de reflexionar llegan a la conclusión que “no se pueden hacer las tres conexiones sin un cruce de tuberías cómo mínimo” (p. 145). Se sigue trabajando el concepto de las posiciones con islas y con puentes o con la escritura de algunas letras, sin pasar por el mismo sitio. Al ser un capítulo con muchos acertijos puede que les resulte motivador a los lectores. Podría ser interesante ofrecerles a los estudiantes los acertijos antes de leer el capítulo y que sean ellos mismos los que lleguen a las conclusiones.

la posición. Pero, ojo: no es una ciencia surgida en tiempos de los antiguos griegos, sino que nació hace tan sólo unos cientos de años. ¿Y sabes que con la topología se pueden hacer también divertidos acertijos? Escucha éste: hay tres nuevas viviendas que deben ser conectadas a las conducciones del gas, del agua y de la energía eléctrica. ¿Cómo se puede hacer el trabajo sin que las tuberías se crucen? Venga, intenta hacer todas las conexiones.



—Dame el lápiz, dame. A mí los acertijos se me dan muy bien. A ver... Deja que piense... Si hago así... No, espera, pruebo otra vez... Uf, lo he intentado de todas las maneras posibles, pero forzosamente tiene que haber al menos un cruce de tuberías.

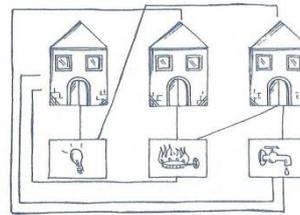


Figura 15 Relación de posiciones

En el **capítulo 16** aparece una fórmula, la fórmula de Euler, vértices + cara – aristas = 2. Sin embargo, esta es mucho más sencilla y los estudiantes la pueden aplicar

«Cuenta conmigo. Tiene 8 vértices, 6 caras y 12 aristas. Ahora sumemos los vértices y las caras y restemos las aristas:

$$8 + 6 - 12 = 2$$

«Hemos obtenido 2. Parece un caso particular y en cambio... ¡sorpresa! Ocurre lo mismo si se coge una pirámide, un octaedro o cualquier poliedro, incluso con caras diferentes entre sí. ¡O si cortamos un pedazo de cubo!

«Siempre es

$$\text{vértices} + \text{caras} - \text{aristas} = 2$$

«Ésta es la fórmula de Euler.
 —Muy simpático... ¿También si cogemos aquel sólido con tantas caras...? ¿Cómo se llama?
 —Icosaedro. Sí, se cumple siempre. Piensa conmigo e intentemos descubrir qué sucede cuando transformamos un sólido en otro, con una cara más, cortando un vértice. Mira nuestro cubo despuntado. Hemos obtenido una cara y tres aristas más; y en el vértice cortado se han formado tres, o sea que el saldo de los vértices es 2. Si ahora hacemos las cuentas, descubrimos que toda la operación no tiene ningún efecto en la fórmula de Euler. Es decir:

$$(\text{vértices} + 2) + (\text{caras} + 1) - (\text{aristas} + 3) = 2$$

Figura 16 Fórmula de Euler

fácilmente. Con esta fórmula (figura 16) se mencionan los elementos de los poliedros; aristas, vértices y caras. En este capítulo se vuelve a mencionar la clasificación de los paralelogramos igual que en el capítulo 9 de este mismo libro., pero añadimos una clasificación más, los compañeros de colegio, que sería “cada punto permanece al lado de los puntos que también tenía al lado en el cuadrado” (p. 156). “Si una figura tiene un agujero, en todas las transformaciones topológicas éste permanecerá; por eso, un anillo podrá transformarse en una taza, una tapadera...”

(p. 157). De esta manera es cómo se trabaja

el concepto de la continuidad de la línea. Se puede practicar con los niños este concepto con el anillo de Moebius, dónde puedes dibujar una línea sin saltos y pintar las dos caras del anillo. Esta podría ser una actividad.

En el **capítulo 17**, último del libro, se trabaja la esfera. El protagonista va a realizar un viaje en avión y quiere saber cuál es el camino más corto. Después de hacer varias pruebas con una naranja (figura 17) llega a la conclusión que el camino más corto es cortando la naranja por la mitad, la circunferencia máxima. Y ese arco se llama geodésico. Se puede comprobar que no es el mismo camino en el globo terráqueo que si lo realizamos en un plano. Así es cómo se explica que existen otro tipo de geometría; geometrías no euclidianas, ya que, no son las mismas reglas si nos encontramos en plano o en esfera.

—De acuerdo, voy a decírtelo. Cojamos una naranja. Aquí está, ahora marquemos en la corteza los dos puntos. ¿Ves con cuántos arcos puedes unirlos?



»Cada uno pertenece a una circunferencia distinta. Pero sólo una de ellas es una *circunferencia máxima*, como el ecuador o como uno de los meridianos terrestres. Ahora te la enseño en concreto: con un cuchillo, paso por los dos puntos y atravieso el centro de la naranja dividiéndola *exactamente por la mitad*. El borde de la corteza es una circunferencia máxima, y el arco entre los dos puntos es sin duda alguna el *arco más corto*. Ese arco se llama *geodésico*. ¿Entendido?



—Lo he entendido perfectamente. Voy a ponerte yo un ejemplo de circunferencia máxima. Espera, voy a buscar la bola de cristal de mi juego de magia. No ha conseguido nunca hacer ver el futuro, así que aprovechémosla al



Figura 17 Circunferencia máxima de la esfera

▪ **Los diez magníficos.**

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO			
Título del libro: Los diez magníficos.	Apartados	Contenidos		
Capítulo del libro: 8. Midiendo, midiendo.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	SI
Nivel de dificultad: Medio			¿Superficie?	
Resumen del capítulo: El protagonista está midiendo objetos con un metro y su abuelo le enseña cómo se miden objetos con otras unidades de medida que no sean el metro, con el decímetro y el centímetro. Aunque se pueden hacer infinitas			¿Volumen?	
	¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/instrumento?	SI	
		¿Superficie / instrumento?		
		¿Volumen / instrumento?		
	¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?	SI	

divisiones, hay números que después de la coma no tienen fin, los irracionales. Como ejemplo utiliza la diagonal de un cuadrado de un metro de lado.			¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?		
	Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?			
		¿De polígonos?			
	Medida de la superficie (área)	¿De los triángulos?			
		¿De los cuadrados?			
		¿De los rectángulos?			
		¿De los círculos?			
	Medida del volumen	¿De los poliedros?			
		¿De las esferas?			
	Elementos básicos	¿De los polígonos?		SI	
		¿De las circunferencias?			
		¿De los círculos?			
		¿De los poliedros?			
Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 69 y 72.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?			
		¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?			
		¿Clasifica ángulos por distintos criterios?			
	Otras cuestiones	¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?		
			polares?		
		¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?			
		¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?		
			de los cuerpos geométricos?		
		¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?			
		¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación		
Giro					
Simetría					
¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?					
¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?					
¿Aplica la geometría a otros campos?			SI		

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO			
Título del libro: Los diez magníficos.	Apartados	Contenidos		
Capítulo del libro: 9. Los números absurdos. Nivel de dificultad: Medio Resumen del capítulo: Haciendo los ingresos de la casa el nieto le da uso a los números positivos, los ingresos y a los negativos, los gastos. De una cosa pasan a otra y el abuelo termina explicándole porque las fórmulas se expresan con letras.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	
			¿Superficie?	SI
			¿Volumen?	
		¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/ instrumento?	
			¿Superficie / instrumento?	
			¿Volumen / instrumento?	
		¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?	SI
			¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?	
		Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?	
			¿De polígonos?	
	Medida de la superficie (área)	¿De los triángulos?		
		¿De los cuadrados?		
		¿De los rectángulos?	SI	
¿De los círculos?				
Medida del volumen	¿De los poliedros?			
	¿De las esferas?			
Elementos básicos	¿De los polígonos?			
	¿De las circunferencias?			
	¿De los círculos?			
	¿De los poliedros?			
Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 82, 83 y 84	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?		
		¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?		
		¿Clasifica ángulos por distintos criterios?		
Otras cuestiones	¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?		
		polares?		

	¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?		
	¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?	
		de los cuerpos geométricos?	
	¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?		
	¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación	
		Giro	
		Simetría	
	¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?		
¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?		SI	
¿Aplica la geometría a otros campos?		SI	

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO			
Título del libro: Los diez magníficos.	Apartados	Contenidos		
Capítulo del libro: 11. Las sombras de Tales.	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	SI	
		¿Superficie?		
¿Volumen?				
Nivel de dificultad: Media	¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/instrumento?	SI	
		¿Superficie / instrumento?		
		¿Volumen / instrumento?		
Resumen del capítulo: Están estudiando la geografía y les surge el interrogante de cómo median las montañas o las pirámides o los edificios altos. Aquí aparece el famoso Tales, que medía las pirámides según su sombra. Luego hacen varias cuentas matemáticas para trabajar la proporción de dos triángulos. Por último, también relacionan las proporciones con los descuentos en las tiendas.	¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?	SI	
		¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Tales)?	SI	
	Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?		
	¿De polígonos?			
Medida de la	¿De los triángulos?			

	superficie (área)	¿De los cuadrados?		
		¿De los rectángulos?		
		¿De los círculos?		
	Medida del volumen	¿De los poliedros?		
		¿De las esferas?		
	Elementos básicos	¿De los polígonos?		SI
		¿De las circunferencias?		
		¿De los círculos?		
		¿De los poliedros?		
	Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 99, 100, 101 y 103.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?	
¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?				
¿Clasifica ángulos por distintos criterios?				
Otras cuestiones		¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?	
			polares?	
		¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?		SI
		¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?	
			de los cuerpos geométricos?	
		¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?		
		¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación	
			Giro	
			Simetría	
		¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?		
		¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?		
		¿Aplica la geometría a otros campos?		SI

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas	
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO				
Título del libro: Los diez magníficos.	Apartados	Contenidos			
Capítulo del libro: 13. Las tabletas de Pitágoras. Nivel de dificultad: Medio Resumen del capítulo: El abuelo y su nieto hablan cómo los antiguos egipcios construían sus ángulos rectos con cuerdas y nudos. También hacen la comprobación del Teorema de Pitágoras, la suma de los catetos al cuadrado es igual que el cuadrado de la hipotenusa.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	SI	
			¿Superficie?	SI	
			¿Volumen?		
		¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/ instrumento?		
			¿Superficie / instrumento?		
			¿Volumen / instrumento?		
		¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?	SI	
			¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?	SI	
		Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?		
			¿De polígonos?		
	Medida de la superficie (área)	¿De los triángulos?		SI	
		¿De los cuadrados?		SI	
		¿De los rectángulos?			
¿De los círculos?					
Medida del volumen	¿De los poliedros?				
	¿De las esferas?				
Elementos básicos	¿De los polígonos?		SI		
	¿De las circunferencias?				
	¿De los círculos?				
	¿De los poliedros?				
Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 114,119, 120, 122 y 123.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?			
		¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?		SI	
		¿Clasifica ángulos por distintos criterios?			
Otras cuestiones	¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?			
		polares?			

	¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?		SI
	¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?	
		de los cuerpos geométricos?	
	¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?		SI
	¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación	
		Giro	
		Simetría	
	¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?		
¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?		SI	
¿Aplica la geometría a otros campos?		SI	

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO			
Título del libro: Los diez magníficos.	Apartados	Contenidos		
Capítulo del libro: 14. El número de oro. Nivel de dificultad: Alto Resumen del capítulo: Midiendo el cuerpo de los pies a la cabeza del nieto, el abuelo le enseña cual es su punto de equilibrio, es decir, el punto que tenga la misma relación de los pies al punto y del punto a la cabeza. Casualmente la relación es de 0,61..., y nos encontramos con el número de oro. Esta relación lo traslada a comprobar el número de oro en un segmento.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	SI
			¿Superficie?	
			¿Volumen?	
		¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/ instrumento?	SI
			¿Superficie / instrumento?	
			¿Volumen / instrumento?	
	¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?	SI	
		¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?		
	Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?		
		¿De polígonos?		
Medida de la	¿De los triángulos?			

	superficie (área)	¿De los cuadrados?			
		¿De los rectángulos?			
		¿De los círculos?			
	Medida del volumen	¿De los poliedros?			
		¿De las esferas?			
	Elementos básicos	¿De los polígonos?			
		¿De las circunferencias?			
		¿De los círculos?			
		¿De los poliedros?			
	Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 138 y 134.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?		
			¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?		
			¿Clasifica ángulos por distintos criterios?		
Otras cuestiones		¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?		
			polares?		
		¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?			
		¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?		
			de los cuerpos geométricos?		
		¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?		SI	
		¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación		
			Giro		
			Simetría		
		¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?			
		¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?			
		¿Aplica la geometría a otros campos?		SI	

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO			
Título del libro: Los diez magníficos.	Apartados	Contenidos		
Capítulo del libro: 16. Los guardianes de la pi griega. Nivel de dificultad: Medio Resumen del capítulo: Están preparando una tarta, y en la receta te muestra los ingredientes para un molde de 22x30 cm. El problema comienza cuando el molde es redondo y quieren saber si el área del círculo se aproxima al área del molde cuadrado. Sólo saben calcular el área del cuadrado.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	SI
			¿Superficie?	SI
			¿Volumen?	
		¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/ instrumento?	SI
			¿Superficie / instrumento?	SI
			¿Volumen / instrumento?	
		¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?	SI
			¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?	SI
		Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?	SI
			¿De polígonos?	SI
	Medida de la superficie (área)	¿De los triángulos?		
		¿De los cuadrados?	SI	
		¿De los rectángulos?	SI	
		¿De los círculos?		
Medida del volumen	¿De los poliedros?			
	¿De las esferas?			
Elementos básicos	¿De los polígonos?	SI		
	¿De las circunferencias?	SI		
	¿De los círculos?			
	¿De los poliedros?			
Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 154, 160 y 162.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?		
		¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?		
		¿Clasifica ángulos por distintos criterios?		
Otras cuestiones	¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?		
		polares?		

	¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?		SI
	¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?	SI
		de los cuerpos geométricos?	
	¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?		
	¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación	
		Giro	
		Simetría	
	¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?		
¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?		SI	
¿Aplica la geometría a otros campos?		SI	

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO			
Título del libro: Los diez magníficos	Apartados	Contenidos		
Capítulo del libro: 17. El método de Arquímedes.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	SI
			¿Superficie?	SI
¿Volumen?				
Nivel de dificultad: Medio	¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/instrumento?		
		¿Superficie / instrumento?		
		¿Volumen / instrumento?		
Resumen del capítulo: El abuelo le explica a su nieto como se llegó a descubrir el área de un círculo, conociendo su circunferencia. Solamente tenemos que descomponer el área del círculo en un triángulo. Luego se comenta un descubrimiento que han realizado los matemáticos modernos, que es calcular la aproximación del área de una figura irregular.	¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?		
		¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?	SI	
	Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?	SI	
		¿De polígonos?		
Medida de la		¿De los triángulos?	SI	

	superficie (área)	¿De los cuadrados?			
		¿De los rectángulos?			
		¿De los círculos?		SI	
	Medida del volumen	¿De los poliedros?			
		¿De las esferas?			
	Elementos básicos	¿De los polígonos?		SI	
		¿De las circunferencias?		SI	
		¿De los círculos?		SI	
		¿De los poliedros?			
	Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 165, 167 y 172.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?		
¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?					
¿Clasifica ángulos por distintos criterios?					
Otras cuestiones		¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?		
			polares?		
		¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?			SI
		¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?		
			de los cuerpos geométricos?		
		¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?			
		¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación		
			Giro		
			Simetría		
		¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?			
		¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?			SI
		¿Aplica la geometría a otros campos?			SI

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas	
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO				
Título del libro: Los diez magníficos	Apartados	Contenidos			
Capítulo del libro: 18. La espiral del nautilo. Nivel de dificultad: Alta Resumen del capítulo: Examinan la espiral de una concha, en concreto de un nautilo. Le explica al niño cómo se puede dibujar esta espiral a partir de un rectángulo. Luego menciona más objetos de la naturaleza dónde también aparece esta espiral.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	SI	
			¿Superficie?		
			¿Volumen?		
		¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/ instrumento?	SI	
			¿Superficie / instrumento?		
			¿Volumen / instrumento?		
		¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?	SI	
			¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?		
		Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?		
			¿De polígonos?		
		Medida de la superficie (área)	¿De los triángulos?		
			¿De los cuadrados?		
			¿De los rectángulos?		
			¿De los círculos?		
Medida del volumen	¿De los poliedros?				
	¿De las esferas?				
Elementos básicos	¿De los polígonos?		SI		
	¿De las circunferencias?				
	¿De los círculos?				
	¿De los poliedros?				
Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 177, 178 y 179.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?			
		¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?			
		¿Clasifica ángulos por distintos criterios?			
Otras cuestiones	¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?			
		polares?			

	¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?		
	¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?	
		de los cuerpos geométricos?	
	¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?		SI
	¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación	
		Giro	
		Simetría	
	¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?		
¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?			
¿Aplica la geometría a otros campos?		SI	

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO			
Título del libro: Los diez magníficos.	Apartados	Contenidos		
Capítulo del libro: 19. Los barquitos de Descartes.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	
			¿Superficie?	
¿Volumen?				
Nivel de dificultad: Media	¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/instrumento?		
		¿Superficie / instrumento?		
		¿Volumen / instrumento?		
Resumen del capítulo: A través del juego de los barquitos, el abuelo le explica el conocido plano cartesiano. Le explica cómo se dibuja, el orden en el que se deben de decir los datos, las diferentes utilidades que tiene y le presenta otros tipos de gráficos además de la línea recta.	¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?		
		¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?		
	Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?		
¿De polígonos?				
Medida de la	¿De los triángulos?			

	superficie (área)	¿De los cuadrados?			
		¿De los rectángulos?			
		¿De los círculos?			
	Medida del volumen	¿De los poliedros?			
		¿De las esferas?			
	Elementos básicos	¿De los polígonos?			
		¿De las circunferencias?			
		¿De los círculos?			
		¿De los poliedros?			
	Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 187, 188, 190, 193, 194 y 197.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?		
			¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?		
			¿Clasifica ángulos por distintos criterios?		
Otras cuestiones		¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?	SI	
			polares?		
		¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?			
		¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?		
			de los cuerpos geométricos?		
		¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?			
		¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación		
	Giro				
	Simetría				
	¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?				
¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?			SI		
¿Aplica la geometría a otros campos?			SI		

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO			
Título del libro: Los diez magníficos.	Apartados	Contenidos		
Capítulo del libro: 20. Como un copo de nieve. Nivel de dificultad: Medio Resumen del capítulo: El tema principal del capítulo son los fractales. Hablan sobre que son, sus curiosidades, dónde los podemos encontrar en la naturaleza y cómo se dibujan.	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	
			¿Superficie?	
			¿Volumen?	
		¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/ instrumento?	
			¿Superficie / instrumento?	
			¿Volumen / instrumento?	
		¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?	
			¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?	
		Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?	
			¿De polígonos?	
	Medida de la superficie (área)	¿De los triángulos?		
		¿De los cuadrados?		
		¿De los rectángulos?		
		¿De los círculos?		
	Medida del volumen	¿De los poliedros?		
¿De las esferas?				
Elementos básicos	¿De los polígonos?			
	¿De las circunferencias?			
	¿De los círculos?			
	¿De los poliedros?			
Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 202, 203 y 204.	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?		
		¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?		
		¿Clasifica ángulos por distintos criterios?		
Otras cuestiones	¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?		
		polares?		

	¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?		SI
	¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?	
		de los cuerpos geométricos?	
	¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?		SI
	¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación	
		Giro	
		Simetría	SI
	¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?		SI
	¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?		SI
	¿Aplica la geometría a otros campos?		SI

Este libro, Los diez magníficos, podemos ver que son muchos menos los capítulos que trabajan la geometría, si lo comparamos con Míster cuadrado. Hay algunos contenidos que se repiten en los dos libros, por ejemplo la explicación del número pi, el teorema de Pitágoras, el teorema de Tales, el perímetro de la circunferencia o el área del círculo. En este libro podemos apreciar que está todo más detallado explicado, con esto me refiero a que se detiene más en los ejemplos, se hacen más dibujos para comprender mejor los contenidos. Un caso se da cuando se explica el perímetro de la circunferencia y el área del círculo. Mientras que en Los diez magníficos le dedica dos capítulos, hace más representaciones con dibujos y la fórmula no la reduce, en Míster cuadrado lo explica todo en un mismo capítulo y la fórmula la presenta ya reducida. Ahora analicemos los capítulos.

En el **capítulo 8** son pocos los conceptos que se trabajan de geometría, la mayoría son de medida. Se utilizan instrumentos de medida, como el metro. Se explica cómo se pasa de una medida a otra, y no de la típica forma de multiplicar por 10, sino haciendo ver que la unidad superior se puede dividir en 10 unidades de la unidad inferior y así sucesivamente. Esto es explicado con un dibujo (figura 18) de varias cintas métricas con sus respectivas divisiones. El resultado se representa en forma de fracción y en números decimales. Se explica que se puede dividir entre 10 todas las veces que sea necesario, hasta encontrar la medida exacta de lo que queremos medir. Con este concepto tan

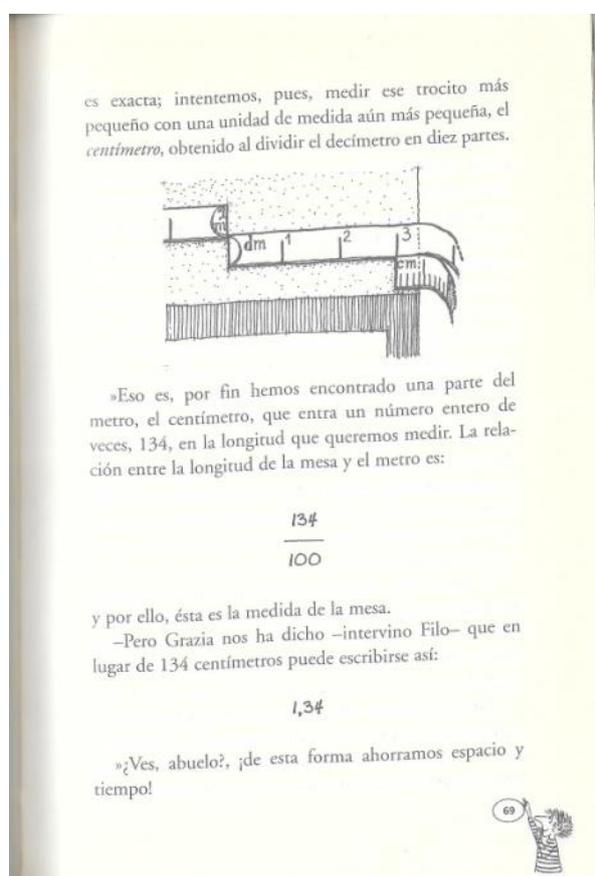


Figura 18 División de las unidades de medida

amplio, que no se queda en el milímetro, salen los números irracionales. Un número irracional relacionado estrechamente con la geometría es la diagonal de un cuadrado de lado 1. Es apropiado iniciar los números irracionales con materia que el alumnado está acostumbrado a ver, por ejemplo la diagonal de un cuadrado. Las actividades que se

podrían plantear, tras la lectura de este capítulo sería, pasar medidas de una unidad a otra haciendo el razonamiento adecuado, no sólo multiplicar o dividir por 10.

En el **capítulo 9** se empieza trabajando con los números negativos y los números positivos y lo se relaciona con los ingresos y los gastos de una casa. También se hacen ejemplos con los grados del termómetro y con las fechas, antes y después de Cristo. Este contenido está más relacionado con la medida. Al final del capítulo se explica porque las fórmulas se expresan con letras. Este concepto está muy relacionado con la geometría, el alumnado de esta edad trabaja con algunas fórmulas sencillas, por ejemplo, con las fórmulas de perímetro, área y volumen, y es importante que los estudiantes comprendan por qué se debe generalizar y utilizar símbolos. Algunas actividades que se pueden llevar a cabo son la creación de fórmulas a través de problemas aritméticos.

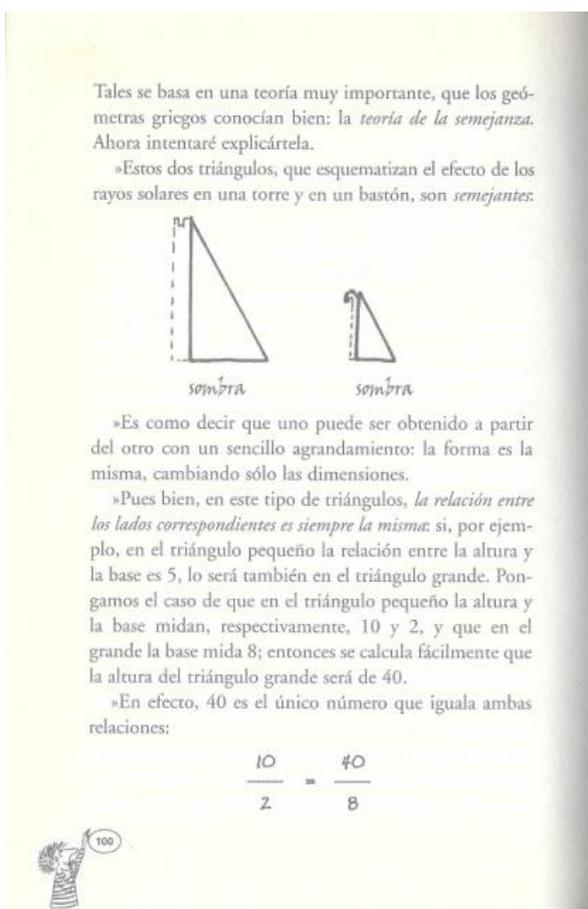


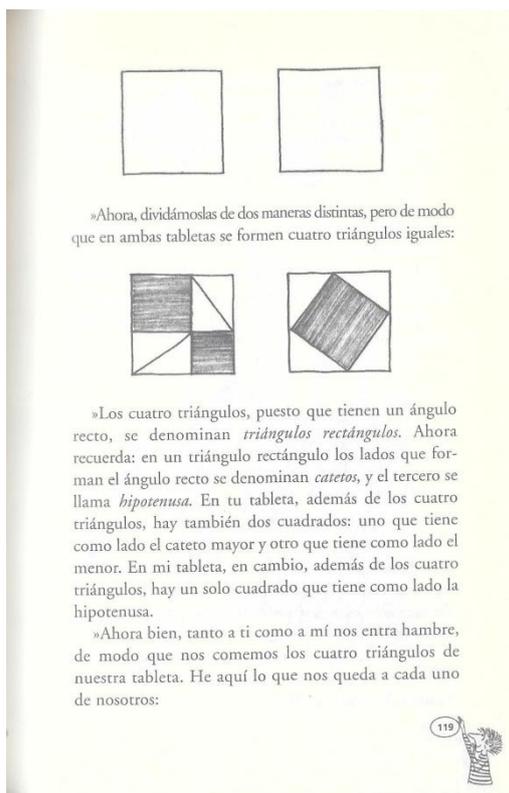
Figura 19 Teorema de Tales

En el **capítulo 11** aparece el teorema de Tales. Se explica adaptado a este nivel y siempre ejemplificando con situaciones que el alumnado pueda entender con facilidad. En este caso lo hace contando la historia de cómo los egipcios medían la altura de las pirámides a través de su sombra, relacionándolo con la sombra de un bastón. Cuando la sombra del bastón (figura 19) era igual que a la altura del bastón es cuando tenían que medir la sombra de la pirámide. No tiene porqué medir lo mismo, la sombra y el objeto real, lo que es importante es que guarden relación, que será la misma

relación que guarden la sombra con el objeto real que queremos medir. Esto lo ayuda con imágenes con ejemplos y la relación la interpreta en forma de fracción. Además de esto también le enseña a como despejar, en el caso de que nos falte algún dato, la medida de una pirámide por ejemplo. Esta

forma de operar se asemeja a la proporción que se hace en los descuentos con los porcentajes. El alumnado adquiere un concepto nuevo enlazándolo con un concepto que ya conoce, es así como el aprendizaje es más efectivo. En este capítulo no nos habla nada de ángulos, sólo se menciona la palabra trigonometría, “parte de las matemáticas que estudia las relaciones entre ángulos y los lados de un triángulo” (p. 102). Son claras las actividades que se pueden sacar de este capítulo. Se podría salir al patio y que sean ellos mismos los que hagan las proporciones de la sombra y de algo alto que quieran medir.

En el **capítulo 13** el contenido principal es el ángulo recto. Nos enseñan como dibujar un ángulo recto con la ayuda de un triángulo rectángulo. Esta ayuda es lo que se conoce hoy en día como una escuadra. Se explica que para dibujar un triángulo rectángulo los lados deben medir 3, 4, y 5. Primero le pone un ejemplo, luego comprobamos si funciona con otras medidas y cuando ya hemos comprobado que no, se explica a los lectores el teorema de Pitágoras. Hacerlo de esta forma le creamos



curiosidad al alumnado. Para explicar este teorema primero se realiza de forma visual, (figura 20) comparando dos formas diferentes de dividir un cuadrado. Aquí se está trabajando el concepto de comparar superficies plana, ya que, tienen que apreciar que después de las divisiones y de quitarle la misma porción a cada uno a cada cuadrado, la parte sobrante sigue siendo la misma. Para ello los niños tienen que saber comparar superficies planas y deben conocer vocabulario apropiado de los triángulos; catetos e hipotenusa. Una vez entendido el teorema, hemos hecho que los estudiantes

Figura 20 Teorema de Pitágoras

adquieran el concepto de demostrar, que en el campo de la geometría es muy importante. Ahora solo nos queda escribir el teorema con letras y comprobarlo con otros números. Las actividades que se pueden trabajar pueden ser las mismas que las planteadas en el capítulo 3 de Mister cuadrado.

El **capítulo 14** tiene una dificultad elevada. En los contenidos de medida trabaja las relaciones de las medidas y aquí se presenta el número de oro, 0,618... Para explicarle este número se apoyan fracciones y ven distintas relaciones. Seguidamente se explica la utilidad de este número “si se quiere seccionar en dos un segmento, de manera que *la relación entre la parte más corta y la más larga sea igual a la relación entre la parte más larga y el segmento entero*, entonces la relación debe valer 0,618...” (p.132). Todo esto está relacionado con el teorema de Pitágoras, pero a estas edades no se trabaja con tanta profundidad. Lo que sí se puede trabajar es representándolo en un segmento, con ayuda de un compás (figura 21) pueden marcar la sección áurea, que es el nombre que adquiere al punto del segmento dónde está dividido. Cuando más adelante estudien este teorema tendrán los sonarán algunos de estos conceptos. Las actividades que pueden realizar es medir su propio cuerpo y ver si su ombligo está en la sección áurea respecto a su cuerpo. También se puede trabajar el manejo del compás al realizar el arco que corta el segmento.

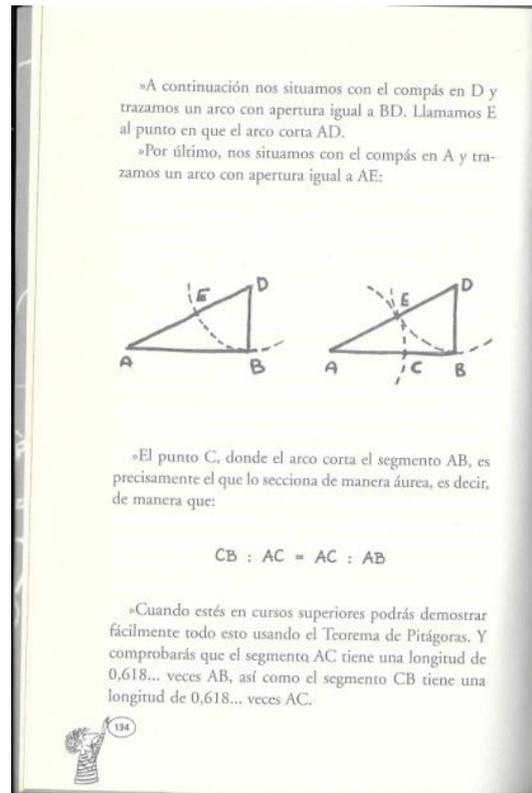


Figura 21 Sección áurea

En el **capítulo 16** se trabajan conceptos como el perímetro y el área. Se demuestra que dos figuras de igual perímetro pueden tener diferente área. Se mencionan los centímetros cuadrados, cosa que es importante, ya que, si no saben porque el área se mide en centímetros cuadrados en cursos superiores les costará entender los centímetros cúbicos, o simplemente se lo aprenderán de memoria sin llegar a entenderlo y es a lo que no queremos llegar. Es apropiado que antes de enseñar una fórmula primero se experimente con ella, se manipule con materiales tangibles todo lo que sea posible y luego pasamos a las fórmulas. En este capítulo la fórmula que trabajan es la del perímetro de la circunferencia (figura 22). Para ello, trabajan con el radio y el diámetro, la relación del perímetro de la circunferencia con su diámetro y de dónde viene el número pi. En el capítulo 6 de “Míster cuadrado” también se trabaja este contenido,

pero de una manera más resumida. Aquí podemos ver que hacen los dibujos de la circunferencia y un polígono inscrito y otro circunscrito. Si los comparamos los dos capítulos, el del libro “Los diez magníficos” es más fácil de comprender, las ayudas visuales son más aclarativas y se dedica todo el capítulo a esta explicación. Las actividades que se pueden trabajar son comparando el área de una superficie poligonal con una base circular, sin fórmulas, comprobando si caben más o menos objetos de igual tamaño. Solamente se podrá decir si es mayor o menor. Seguidamente podremos calcular, aproximadamente, cuanto es el perímetro de una circunferencia conociendo su radio o diámetro.

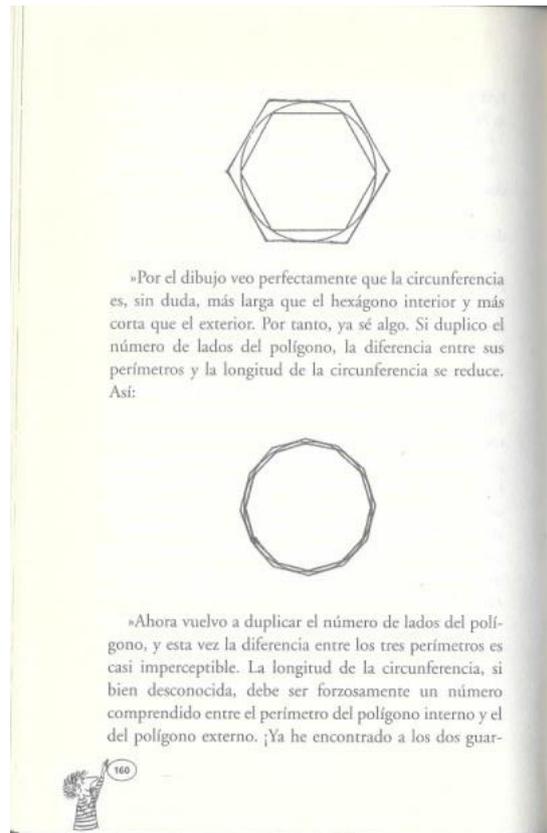


Figura 22 Perímetro de la circunferencia

En el **capítulo 17** se relaciona el área del triángulo con el área del círculo. Con un ejemplo vemos que haciendo un corte por el radio a la circunferencia el área del círculo se puede convertir en un triángulo, por lo que razonadamente sacamos que la fórmula del área del triángulo es la misma que la del círculo, pero cambiando los elementos. La fórmula que se le presenta a los estudiantes es “Circunferencia x radio : 2” (p. 1679). Es una manera de saber de dónde viene las fórmulas y no presentándoselas ya reducidas. Este capítulo está muy relacionado con el capítulo 6 del libro “Míster cuadrado”. También se da el perímetro de la circunferencia y el área del círculo, aunque en este capítulo te lo explica más detallado y no se llega a hacer a reducción de la fórmula. En este capítulo los lectores ven “circunferencia x radio : 2” (p.167) mientras que en Míster cuadrado se representa cómo “ πr^2 ” (p. 55). Otro contenido que aparece es cómo calcular el área de una figura irregular. Con esto relacionamos (figura 23) el área de dos figuras, una irregular y otra regular. La primera la insertamos dentro de la segunda y se trata de ver la relación que tiene. Para ello dibujamos puntos, todos a la misma distancia, encima de las figuras. Vemos la relación de puntos que contiene una

figura más que la otra. Si a priori parece que cada figura se lleva la mitad de puntos, pues calculamos el área de la figura regular y le calculamos la mitad, y tendremos el área aproximada de la figura irregular. Si los puntos que entran en la figura son un tercio de los puntos dibujados, el área, siempre una aproximación, será una tercera parte del área de la figura regular. Las actividades que se podrían plantear son calcular la aproximación de área de una figura irregular o descomponer el círculo en tiras y comprobar que se pueden agrupar formando un triángulo.

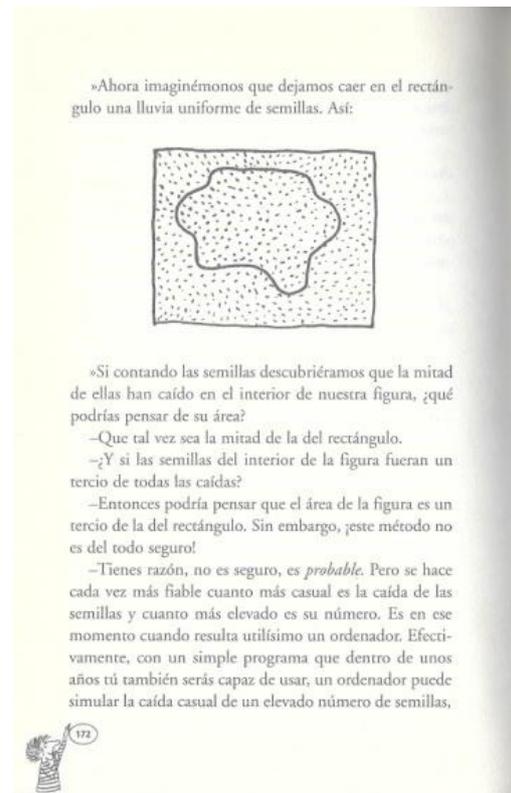


Figura 23 Área de figura irregular

En el **capítulo 18** se vuelve a trabajar el concepto de la relación áurea, cómo en el capítulo 14, pero esta vez en otro contexto, aunque sigue siendo igual de complejo. Primero dibuja un rectángulo en relación áurea, es decir, que la altura sea 0,618 veces la base. Seguidamente este rectángulo lo divide en dos rectángulos también en relación áurea. Sigue haciendo este procedimiento varias veces más. Seguidamente une los vértices de los rectángulos (figura 24) que se han formado en relación áurea, y automáticamente aparece la espiral. Se mencionan varios nombres que recibe esta espiral; logarítmica, proporcional, equiángula o geométrica, pero no se explica el porqué de esos nombres. Para terminar relaciona esta espiral con varios elementos de la naturaleza, por ejemplo, con la inflorescencia de las margaritas y los girasoles, la estructura de la piña o de la alcachofa.

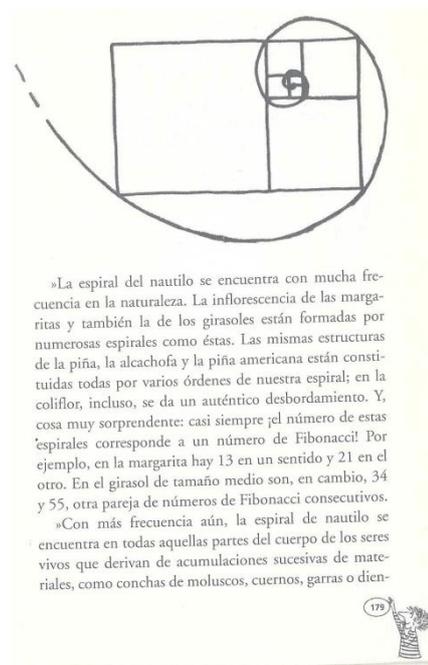


Figura 24 Relación áurea

En el **capítulo 19** se trabaja el plano cartesiano. Se lo enseña en un buen

algo distinta, pero en esencia es la misma. Los matemáticos lo llaman *plano cartesiano* en honor precisamente del gran pensador, a quien habían rebautizado Cartesio. Ahora te dibujo el plano en la pizarrita.

»Se trata de una idea sencilla, pero capaz de revolucionar la forma de hacer matemáticas y, con ello, todas las ciencias que se sirven de métodos matemáticos. Debes saber que Descartes, o Cartesio, describió su sistema de referencia en un libro titulado *Geometría* y publicado en Holanda en 1637. Pues bien, esta idea suya se reveló un instrumento tan importante para todas las ciencias que se atribuye a 1637 la fecha del nacimiento de la ciencia moderna.

»En aquella época estaba naciendo realmente una nueva mentalidad científica; date cuenta de que sólo un año después, y también en Holanda, Galileo Galilei publicaba sus *Diálogos en torno a dos nuevas ciencias*, también destinado a revolucionar muchos conocimientos de entonces. Pero de ello ya te hablaré otro día; ahora, centrémonos en nuestro plano cartesiano:

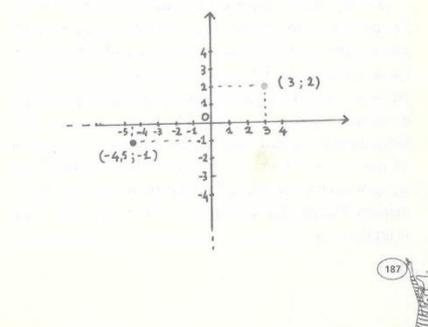


Figura 25 Ejes de coordenadas cartesianas

momento, cuando está jugando a los barquitos, juego en el que se utiliza el plano cartesiano (figura 25). Le explica la ayuda visual que nos proporciona este plano cuando queremos medir algo que cambia, es decir, que no es constante, por ejemplo la temperatura, o los habitantes de una población o el nivel de la gasolina del depósito... Aquí entran en juego los números decimales, los números negativos, rectas horizontales, rectas verticales, variable dependiente, variable independiente y constantes. Todos estos conceptos se relacionan con ejemplos de la vida diaria. Un problema que proporciona el libro es el siguiente “Cada día los litros de gasóleo consumidos para calentar el edificio dependen del tiempo que el sistema de calefacción permanece encendido: nuestra instalación consume 10 litros al

día, a lo que hay que añadir una cuota fija de 2 litros necesarios para calentar inicialmente el agua de la caldera.” (p.195-196). Aquí tenemos la variable independiente que serían el número de horas, la variable dependiente que sería los litros consumidos al día y la constante sería la cuota fija. Se explican otras de las utilidades que tiene el plano cartesiano en la vida real, como por ejemplo para la comparación de rectas, para comparar un gasto de una caldera con otra y ver en qué momento una empieza a gastar más que la otra. Estos contenidos pueden ser entendidos fácilmente por nuestros estudiantes. A final del capítulo también se mencionan tres tipos de gráficos, la parábola, la hipérbola y la exponencial. Esto solo lo muestra a modo de curiosidad, ya que, el conocimiento de estas gráficas vendrá en un futuro. De todos modos, se pueden trabajar algunos conceptos con la parábola, como lo hacen en el capítulo 14 de “Míster cuadrado”, donde comentan algunas características sobre esta, como por ejemplo el foco de la parábola.

En el **capítulo 20** el tema principal son los fractales. Aunque este contenido no se suele dar en primaria, no está de mal conocer su existencia, ya que, con ellos se puede trabajar la simetría, la semejanza, el dibujo, las ampliaciones y las reducciones de figuras geométricas (figura 26). Por supuesto, lo podemos relacionar con los elementos de la naturaleza que siguen el ejemplo de los fractales, como por ejemplo, los helechos, las cadenas montañosas o acumulaciones de nubes. Las actividades que se pueden trabajar pueden ser la creación de figuras fractales.

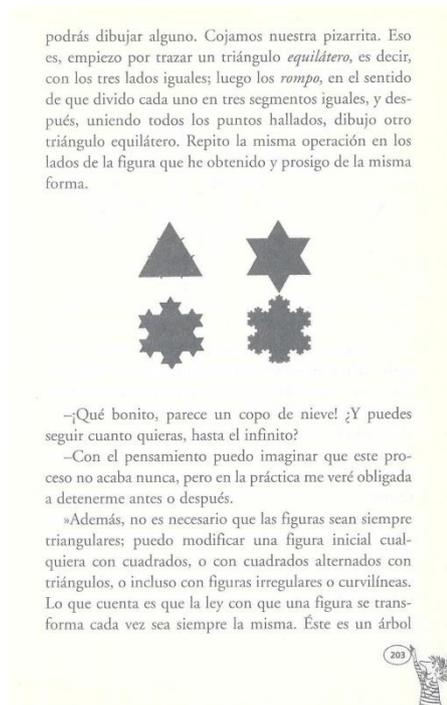


Figura 26 Fractales

▪ **La geometría del faraón**

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS				Respuestas
INFORMACIÓN DESCRIPTIVA DEL CAPÍTULO	CONTENIDOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CAPÍTULO			
Título del libro: La geometría del faraón.	Apartados	Contenidos		
Capítulo del libro: -----	Magnitud y procedimientos de medida	¿Trata la magnitud?	¿Longitud?	SI
Nivel de dificultad: Bajo			¿Superficie?	
Resumen del capítulo: El padre de una familia egipcia se dedicaba a tensar cuerdas y se encontraba de viaje en Tebas, ya que, es allí donde se estaba construyendo una nueva pirámide y hacía falta un tensor de cuerdas. Un tensor de cuerdas era aquella			¿Volumen?	
		¿Utiliza instrumentos de medida?	¿Longitud/instrumento?	SI
	¿Superficie / instrumento?			
		¿Volumen / instrumento?		
	¿Mide de forma indirecta?	¿Utiliza operaciones?		

<p>persona que era capaz de dibujar líneas rectas y además hacer muchas figuras geométricas. Al encontrarse el padre de viaje, los hijos tuvieron que aprender a realizar las labores del padre.</p>		¿Utiliza procesos, (por ej., teorema de Pitágoras, teorema de Thales)?	SI	
	Medida del perímetro	¿De la circunferencia (longitud)?		
		¿De polígonos?	SI	
	Medida de la superficie (área)	¿De los triángulos?		
		¿De los cuadrados?		
		¿De los rectángulos?		
		¿De los círculos?		
	Medida del volumen	¿De los poliedros?		
		¿De las esferas?		
	Elementos básicos	¿De los polígonos?		
		¿De las circunferencias?	SI	
		¿De los círculos?		
	<p>Ejemplos de páginas con contenidos matemáticos. Páginas 17, 27, 34, 35, 36, 57, 60, 61, 64 y 65.</p>	Ángulos	¿Utiliza distintas posiciones de los ángulos?	
¿Trata la medida de la amplitud de ángulos?			SI	
¿Clasifica ángulos por distintos criterios?				
Otras cuestiones		¿Utiliza el sistema de coordenadas	cartesianas?	
			polares?	
		¿Trabaja la composición y descomposición de figuras planas?		
		¿Trabaja la clasificación	de las figuras planas?	SI
			de los cuerpos geométricos?	
		¿Trabaja el dibujo de entes geométricos?		SI
		¿Trabaja los movimientos rígidos del plano?	Traslación	
			Giro	
			Simetría	
		¿Trabaja la semejanza (por ejemplo, las escalas)?		
¿Resuelve problemas relacionados con la vida diaria?		SI		
¿Aplica la geometría a otros campos?		SI		

Este libro, “La geometría del faraón”, es diferente a los otros dos libros analizados. Este libro no se divide en capítulos, y los contenidos que trabajan son muy simples. Este libro no está enfocado a secundaria, sino a primaria. Las ilustraciones son más infantiles, emplea vocabulario matemático relacionado con la geometría; rectas, vértice, circunferencia, ángulo recto, triángulo, cuadrado, rombo, escuadra, pero como podemos comprobar el nivel de este vocabulario es bajo. De manera implícita se dice que cualquier punto de una circunferencia está a la misma distancia del centro de la misma. Se enseña a dibujar una circunferencia perfecta (figura 27) sin la ayuda del compás. También hace referencia a la



Figura 27 Dibujo de la circunferencia

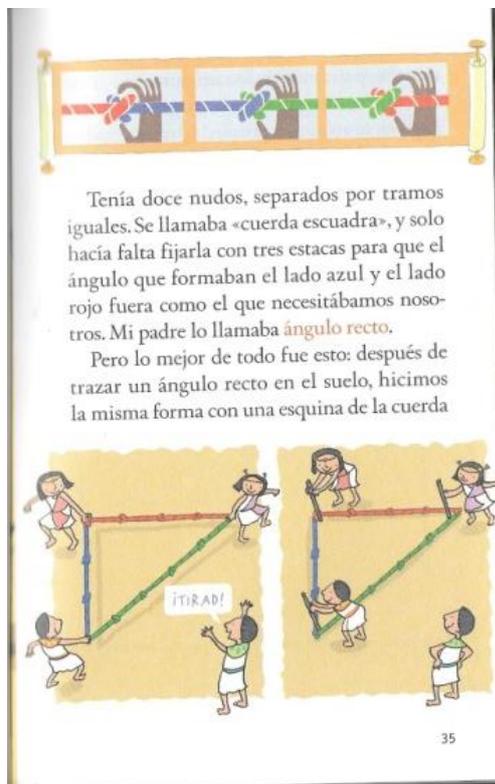
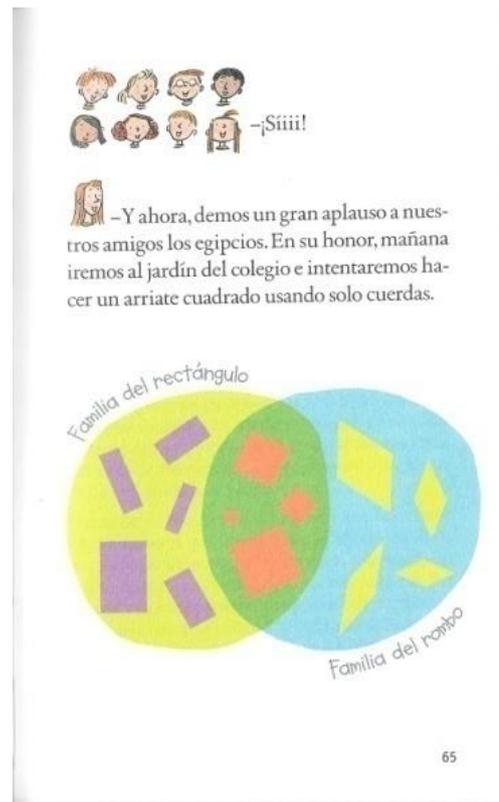


Figura 28 Teorema de Pitágoras

la misma cuerda de los lados del cuadrado, se puede dibujar un rombo, sólo cambiando los ángulos que las cuerdas forman. Descubren que para convertir el rombo en cuadrado les basta con construir un ángulo recto en una de sus esquinas. Para ello, emplean el teorema de Pitágoras, aunque solo se le explica que tienen que hacer un triángulo de lado 3, 4 y 5 (figura 28) y así siempre saldrá un ángulo recto. Este teorema aparece en los tres libros analizados, pero en cada uno de ellos se va aumentando la complejidad. Si los ordenamos de menor a mayor dificultad, el primero sería “La geometría del faraón” donde sólo utilizamos el

teorema, pero no sabemos por qué sale un triángulo rectángulo con esas medidas. El siguiente sería “Los diez magníficos”, en el capítulo 13. Se vuelve a repetir el ejercicio de las cuerdas, pero esta vez sí se menciona el teorema y además demuestran porqué el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. Se trabaja con la fórmula. Por último, en “Míster cuadrado”, en el capítulo 3, se recuerda el ejercicio de las cuerdas, se demuestra el teorema y además se comenta en qué situaciones de hoy en día se utiliza este teorema. Algunos ejemplos son; para saber cuánto tiene que medir el tejado de las casas, siempre que el techo sea triangular o para calcular la altura de una torre. Al final del libro, en la página 65, se



hace una clasificación de los paralelogramos (figura 29) muy visual, dónde relaciona los rectángulos y los rombos con los cuadrados. Las actividades que se podrían plantear serían dibujar una circunferencia sin la ayuda del compás o realizar el ejercicio de la cuerda para obtener un triángulo rectángulo.

6. Conclusiones

Dividiré en dos partes mi conclusión final de este trabajo de fin de grado. En la primera parte daré respuesta a mi pregunta de investigación, planteada al principio de la investigación.

En la segunda parte, escribiré mi reflexión personal sobre el trabajo realizado. Aquí se incluirán los inconvenientes que me he encontrado al realizar el trabajo, los aprendizajes adquiridos, algunas propuestas de mejora y de futuro y para qué me ha servido.

- Respuesta a los objetivos iniciales planteados

La pregunta de investigación era “*¿Existen contenidos de geometría y medida para sexto curso de primaria en libros de divulgación matemática de secundaria?*”. Después de analizar varios libros puedo contestar afirmativamente a esta pregunta. Sí se dan contenidos matemáticos específicos para sexto curso de primaria en estos libros analizados. Lo que me ha sorprendido es que también se dan contenidos no tan complejos y que por tanto son susceptibles de ser tratados en cursos inferiores.

De los tres libros analizados uno de ellos no está enfocado a secundaria, pero aún así me pareció interesante analizarlo y ver qué contenidos incluía. Mi sorpresa fue cuando analizando los tres libros, observé que hay contenidos que se repiten, aunque no con la misma dificultad. Por ejemplo, el teorema de Pitágoras, la longitud de la circunferencia, el área del círculo, entre otros. En especial el teorema de Pitágoras es el que aparece en los tres libros. Es interesante comparar cómo lo explica en los tres libros, ya que, va de forma gradual y enseñando desde lo más básico a hasta llegar a la fórmula explicando el porqué de esta. Con la longitud de la circunferencia también pasa lo mismo, se trabaja en dos libros diferentes, pero en este caso, en Mister cuadrado lo explica de una manera más general, y nos muestra las fórmulas con el razonamiento subyacente que lleva a ellas. Sin embargo, en Los diez magníficos, podemos observar que se detiene más en las ilustraciones, en el proceso de entenderlo que en su traducción a lenguaje simbólico (fórmula). Con esto podemos decir que existe una cierta progresión de dificultad en los contenidos matemáticos. Si ordenamos los libros analizados de manera general podemos ver un distinto grado de dificultad. De menor a mayor dificultad el orden sería el siguiente; La geometría del faraón, Los diez magníficos y Mister cuadrado.

Además de contestar a mi pregunta de investigación, también he cumplido con mis objetivos marcados desde un principio. He analizado los contenidos matemáticos de los libros de divulgación matemática. He podido comprobar que en los tres libros que he analizado se trabajan la mayoría de los contenidos sobre geometría marcados en el currículo correspondiente a la educación Primaria en Andalucía. No todos los contenidos aparecen con la misma potencia. Con esto quiero decir que podemos apreciar que el sistema de coordenadas cartesiana se muestra muy pobre, y por el contrario, la circunferencia y el círculo se trabaja de manera insistente. Respecto a los contenidos de medida, en este trabajo solo he tenido en cuenta las magnitudes de

longitud, de superficie y de volumen y estas están igualmente incluidas en los libros analizados.

El segundo objetivo era crear un instrumento de análisis para poder aplicarlo a cualquier libro de divulgación matemática. Mi instrumento creado es una tabla donde se contesta con un sí/no a preguntas relacionadas con la geometría o con las magnitudes de longitud, superficie y volumen. Creo que es apropiada para aplicarla a cualquier libro de divulgación matemática, aunque solo nos sirve para analizar contenidos de la geometría o con las magnitudes de longitud, superficie y volumen.

El último objetivo era iniciar una forma diferente de dar matemáticas. Desde mi trabajo he planteado muchas actividades que se pueden realizar tras la lectura de los capítulos de los distintos libros. La idea es desprendernos del tradicional libro de texto y utilizar libros de divulgación matemática en las aulas, puesto que cumplen los contenidos mínimos que se deben de enseñar en sexto curso de primaria sobre la geometría y las magnitudes de longitud, superficie y volumen y son una forma alternativa que puede generar mayor interés en el alumnado.

- **Reflexiones finales sobre el trabajo realizado**

Al comenzar este trabajo yo tenía las ideas muy claras sobre lo que tenía que hacer. Empezaron a surgirme dificultades cuando tuve que buscar los libros de divulgación matemática. No era tan complicada la búsqueda, como la obtención de los libros. En la biblioteca de la Universidad de Sevilla solo tenían dos, uno de ellos no me servía. Luego me dispuse a buscar los libros en las bibliotecas públicas de Sevilla capital y pueblos de alrededor, obteniendo malos resultados en todas, ya que en ninguna se encontraban los libros que buscaba. Tuve que recurrir al préstamo interbibliotecario que ofrecen las bibliotecas públicas de Andalucía. Al agrandar el ámbito de búsqueda ya si estaban los libros que yo necesitaba, pero me volví a encontrar el problema que no estaban disponibles o que por falta de recursos no ofrecían este préstamo interbibliotecario. Con trabajo pude hacerme con tres libros para analizar. Por esto y por falta de tiempo y espacio es por lo que no he analizado más libros. He visto que hay mucha oferta en este tipo de literatura y se puede profundizar mucho más, pero es inabarcable en un trabajo como este.

Una vez conseguidos los libros procedí a analizarlos con mi instrumento de análisis, la tabla creada por mí. Conforme iba analizado capítulos me di cuenta que la

tabla era muy general y que no era todo lo significativa que yo había imaginado. En un principio, la tabla que yo cree era muy parecida al instrumento de análisis de Franco Barrera (2015), pero me di cuenta que las matemáticas en primaria son mucho más específicas que las de infantil que sí que son más globales y trabajan contenidos más amplios.

Por esta razón, tuve que cambiar mi instrumento de análisis contemplando más contenidos y más detalladamente. Ya estaba la tabla mucho mejor y me dispuse a analizar todos los libros.

Aún así creo que la tabla se puede mejorar en el apartado de dificultad. Está bien que este apartado esté incluido en la tabla, pero veo que se puede matizar un poco más. En mi tabla yo he marcado tres niveles de dificultad; bajo, medio o alto. Para catalogar un capítulo en uno de estos tres niveles me basé en decir si los contenidos se trabajan o no en sexto curso de primaria. Si se trabajan es de nivel medio, si los contenidos se dan en cursos inferiores era bajo y si por el contrario, si se trabajan en cursos superiores era alto. Después de hacer el análisis he comprobado que un mismo contenido se puede dar en diferente grado de dificultad, por eso, creo que se debería detallar más este apartado. Por ejemplo, se me ocurre dividir este apartado: por una parte, decir si el contenido se trabaja en ese curso o no y por otra, especificar el nivel de dificultad, basándose en el lenguaje empleado, o la complejidad del contenido basándome en estudios sobre el aprendizaje de estos conocimientos en este nivel.

Después de haber realizado este trabajo puedo decir que me ha servido para mi propio aprendizaje, para despertar mi curiosidad sobre contenidos matemáticos, que antes no tenía. Por ejemplo, de dónde viene el número π y por qué está relacionado con la circunferencia o simplemente cómo apareció el cuadrado en la vida del hombre. También me ha servido para darme cuenta del potencial que tienen los libros de divulgación matemática. Es un recurso muy enriquecedor y podría cambiar la forma de enseñar las matemáticas tanto en primaria como en secundaria. Es tanto el potencial que tiene, que una de las implicaciones de este trabajo podría ser crear actividades para poder llevar a cabo el libro de divulgación matemática dentro de las aulas y trabajar directamente con él. Desde este trabajo se plantean muchas orientaciones sobre las actividades que se pueden realizar.

Por supuesto, no nos debemos quedar solo con el análisis de estos tres libros, sino que sería interesante, con esta misma herramienta de análisis, analizar muchos más libros de divulgación matemática y así tener más variedad.

Por otro lado, esta tabla solo nos sirve para analizar los contenidos sobre la geometría y las magnitudes de longitud, superficie y volumen, por lo que, siguiendo esta línea de investigación se podría crear otra herramienta de análisis para otros contenidos matemáticos que se impartan en primaria y así poder abordar todos los contenidos. De esta manera, podremos comprobar si se pueden enseñar todas las matemáticas a través de estos libros y desprendernos del libro de texto que tradicionalmente se utiliza.

Utilizando estos libros en clase no solo estamos impartiendo las matemáticas de una forma más divertida y más dinámica, sino que además estamos fomentando la lectura en primaria. Se podría plantear incluir estos libros de divulgación en el plan de fomento de la lectura de los colegios.

Por último, para finalizar este trabajo, tengo que decir que me alegro mucho de haber elegido esta línea de trabajo y haber tenido la oportunidad de conocer a los libros de divulgación matemática. A pesar de algunos de los inconvenientes que he tenido a la hora de hacer el trabajo, tengo que reconocer que en todo momento he disfrutado, el tema me gusta mucho y los libros analizados me han parecido muy interesantes; es más, he llegado incluso a comprarme uno de ellos, porque realmente creo que me puede ser muy útil para mi futuro profesional como maestra. Este trabajo es solo el principio de una nueva manera de impartir las matemáticas en la educación primaria y también es el inicio de nuevas líneas de investigación nombradas anteriormente, como por ejemplo, sobre otros contenidos matemáticos, sobre otros cursos, analizar más libros de divulgación o la creación de actividades a partir de estos libros.

7. Referencias

Asignatura de segundo de Grado en Educación Primaria Didáctica de Matemáticas para maestros cursada en el periodo 2014-15 e impartida por el Departamento de Didáctica de las Matemáticas.

Cerasoli, A., & Clavel, T. (2014). *Míster Cuadrado*. Madrid: Maeva.

Cerasoli, A., & Gumpert, C. (2011). *Los diez magníficos*. Madrid: Maeva.

Cerasoli, A., Guicciardini, D. and Bastida, X. (2015). *La geometría del faraón*. Boadilla del Monte, Madrid: SM.

Franco Barrera, R. (2015). *Análisis de los contenidos matemáticos en cuentos infantiles*. Trabajo fin de grado. Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Sevilla.

Hoffer, A. (1981): Geometry is more than proof. *Mathematics Teacher*, pp.11-18 (traducción de R.Barroso)

Jaime, A. y Guitierrez, Á. (1990): Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: el modelo de van Hiele. En Llinares, S. y Sánchez, V. (Edts.) *Teoría y práctica en Educación Matemática*. Alfar (pp.362-383)

Orden de 17 de marzo de 2015, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la educación Primaria en Andalucía. (BOJA 27-03-2015)

SAEM Thales (2003). *Principios y estándares para la Educación Matemática*. Sevilla, SAEM Thales.

Van Hiele, P.M. “La Pensée de l’enfant et la geometrie”. *Bulletin de l’Association des Professeurs Mathematiques de l’Enseignement Public* 198 (1959) 199-205