

De las medias a las progresiones. Los cambios en los sistemas de proporción inducidos por la Revolución Científica

Francisco Javier Girón Sierra

Este trabajo quiere abrir a la investigación un campo hasta ahora inexplorado. Por ello, más que dar respuestas, nos dedicaremos a poner en duda algunos prejuicios muy consolidados, a señalar coincidencias que han pasado desapercibidas y sondear en este terreno posibles líneas futuras de prospección.

La mayoría de los estudios sobre proporciones arquitectónicas se detienen especialmente en el periodo humanista (Alberti, Serlio, Barbaro, Palladio), asomándose con timidez a veces a los tratadistas posteriores que parecen «conservadoramente» prolongarlo (Blondel, Briseux, etc.). ¿Hay algo interesante más allá?

Estos estudios detectan un cambio de actitud en una etapa posterior en ciertos personajes hacia una «banalización» del sistema de proporciones, que después no dejará de acusarse. El caso de Perrault, con su sistema de órdenes en progresión aritmética ha sido quizás el más frecuentemente señalado como indicio de ruptura con el pasado humanista e inicio de su decadencia.

Wittkower apuntó en su día al subjetivismo teórico y filosófico posthumanista como causante de la ruina de los sistemas de proporción que dejaba las puertas abiertas al relativismo.¹ La fortuna de esta visión, por otra parte bien justificada, hace que los críticos posteriores hayan celebrado la «profundidad» y el «interés» de la teoría de proporciones humanista, y menospreciado las simplificaciones de Scamozzi, o Perrault, por triviales, o toscas y decepcionantes (W. Herrmann, A. Picon).² Mientras la primera necesita

gruesos volúmenes para ser explicada, esta «otra teoría» se despacha en algunas páginas. En el mejor de los casos, cuando se profundiza, se sugiere que hay una razón: la emergencia de la revolución científica con su racionalidad hizo que se perdiera la fascinación por la antigua «enrevesada magia» y se buscasen sistemas cómodos, pragmáticos y fáciles de usar. (Pérez Gómez).

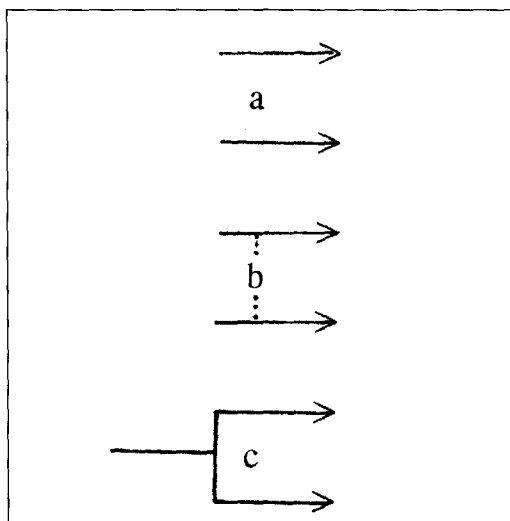
Mantengo sin embargo que debía haber algo «profundo» que no ha sido visto en esta tendencia a la simplificación. Todo este esquema puede replantearse si ponemos ante nosotros ciertos sucesos que hasta ahora no parecen haber sido reunidos en una visión conjunta:

- Perrault no estaba solo. Había una tendencia, una línea de actuación seguida por otros: el sistema de proporciones humanista parece estar dominado por el engarce de distintas medias, que encadenan las medidas de manera no necesariamente «sucesiva».⁴ Sin embargo Scamozzi, Perrault, incluso Blondel, Gibbs, etc., coinciden en orientarse hacia su encadenamiento consecutivo con progresiones.
- Este sistema alternativo se creó «rápidamente» en dos generaciones: coincide este periodo (pongamos entre los *Quatri Libri de Palladio* (1581) y las obras de Perrault y Blondel) con el despliegue de una revolución científica, de la que incluso forman parte los propios teóricos de la arquitectura.

- Las progresiones van a ser un instrumento matemático privilegiado en la investigación científica y filosófica de este periodo.

Ante este panorama caben básicamente tres hipótesis. a) Los sucesos son independientes, y en arquitectura la muerte de las medias y el nacimiento de las progresiones se deben a una actitud meramente práctica (o con una razón teórica específica aún no descubierta); b) La revolución científica influyó en la teoría arquitectónica (o se influyeron mutuamente), y c) hay algo «previo» que fluye a través de todas las actividades y que hace que se orienten hacia las progresiones

Estas posibilidades las podemos graficar así:



Veremos a continuación porqué creo, en el estado actual de nuestra investigación, que debemos inclinarnos por un esquema que esté a caballo de los dos últimos.

LA ESCALA HUMANISTA DE HABITACIONES COMO UN SISTEMA ANÁLOGO AL DE LA ESCALA MUSICAL.

Acabamos de mencionar que el fenómeno de cambio de medias a progresiones fue más amplio de lo que suele considerarse. No sólo afectó a los órdenes, sino también a las fachadas o a la secuencia de habitaciones ideales. Interesa que empecemos estu-

diando éste último caso y su relación con otras disciplinas.

Abordemos primero cómo se construye la escala de las habitaciones ideales en la teoría humanista y cuál es su estructura matemática a través de Alberti, Serlio y Palladio.

Para Alberti había varias fuentes de extracción de cantidades armónicas para definir formas arquitectónicas de las que surgen recomendaciones difíciles de integrar en un todo coherente.

A pesar de ello es claro que las relaciones de la armonía musical son especialmente legítimas, y con ellas plantea una primera *Secuencia Ideal*. En el capítulo VI (tras haber recomendado en el capítulo V el uso combinatorio de los números 1, 2, 3, 4, por sus propiedades en la teoría musical) aconseja para las estancias pequeñas (entre el cuadrado y el doble cuadrado) las proporciones 1/1; 2/3; 3/4; precisamente las relaciones de longitudes entre cuerdas que determinan las consonancias aceptadas por la teoría musical grecorromana (las que recomienda y superan esta dimensión pueden verse como traducción de consonancias de una octava superior, o compuestas de consonancias «secundarias»).⁵

Un problema de esta escala es que es muy corta. No comprende ni abarca relaciones como la 3:5, ni la 4:5, ni la raíz de 2 que el mismo había recomendado en otras partes, y que podemos encontrar también en Vitruvio para determinados espacios y edificios concretos.⁶ Ni Alberti ni otros tratadistas posteriores sabrían recogerlas en la «secuencia musical».⁷

Será Serlio en su Libro I (Paris, 1545) quien exponga por primera vez una ampliación de la secuencia «ideal» de habitaciones en un tratado de arquitectura: 1:1, 5:4, 4:3, raíz de 2, 3:2, 5:3, 2:1, incorporando las proporciones 4:5 y 5:3, que aparecían en Vitruvio. (figura 1)

Serlio no explica de dónde proviene esta secuencia, ni cuál el encadenamiento que vincula las medidas. ¿Tendría que ver también con la teoría musical? Intrigantemente coincide con las proporciones de la escala musical posterior de Zarlino (*Institutione harmoniche*, Venecia, 1558), aunque ya el gusto musical humanista del XVI había empezado a reconocer como sonidos armoniosos los que correspondían a relaciones de longitud 3:5 y 4:5 vitruvianas.⁸ Por otra parte, hay esquemas gráficos de Serlio en su teoría de proporciones que recuerdan otros utilizados en la música griega. Desde antiguo la teoría musical de las

Veamos primeramente como se planteaba en la escala musical. Una escala musical puede visualizarse como un sistema de ocho cuerdas, donde son consonantes la primera (que mide 1) y la última (que mide 2) y queda por determinar las longitudes de las restantes. En la escala pitagórica reducida que inspira a Alberti hay sólo cuatro cuerdas que pulsadas resulten consonantes la primera, la última, la cuarta y la quinta. Las longitudes respectivas de estas dos últimas, 4:3 y 3:2, resultan ser medias: la cuerda 3:2 es la media aritmética entre 2 y 1, mientras que la cuerda 4:3 es la media armónica entre estas mismas cuerdas que definen la octava. El resto de las cuerdas completan artificialmente la escala y no se considera que resulten armónicas.

Pero si el papel de las medias era importante en la escala pitagórica, en la de Zarlino, que puede relacionarse con la de Serlio y Palladio, es el engranaje que encadena todo el sistema.

La cuestión desde un punto de vista teórico matemático era construir una escala musical que «pasara» por las consonancias clásicas y que incorporase las nuevas consonancias, o si se quiere, disponer como tercera y sexta cuerdas las longitudes 3:5 y 4:5. Para ello Zarlino «desempolva» una de las escalas griegas, la del diatónico tendido de Ptolomeo. Los intervalos entre 1:1 y 1:2 se completan con 6 tonos y dos semitonos: 1:1, 9:8, 5:4, 4:3, 3:2, 5:3, 15:8, 2:1.

¿Cómo se relacionan matemáticamente?. Para simplificar el cálculo las longitudes de cuerdas consonantes reconocidas en todas las escalas 1, 4:3, 3:2, 2:1, se pueden escribir eliminando los denominadores: 6,8,9,12. Zarlino observa, como ya es sabido, que la quinta 9 y la cuarta 8 son la media aritmética y armónica respectivamente de 6 y 12. Las siguientes consonancias se obtienen de aplicar de nuevo las medias: la media aritmética entre 6 y 9 define la proporción de la tercera 5:4 y la media aritmética entre 8 y 12 la de la sexta 3:5. A su vez la relación 9:8 del tono se obtiene como media (ahora de una segunda aplicación) entre 6 y 5:4.

Lo que se obtiene es un sistema de medias que liga y ata todas las consonancias: este grupo limitado de operaciones aplicadas recurrentemente sobre unos pocos números, siempre los mismos, es un sistema trascendente en la medida que es capaz de expresar algo tan fundamental como la forma matemática de la armonía universal. Es comprensible que esas operaciones y números pareciesen «maravillosos».¹²

Este plan de concatenación que podemos definir como una aplicación reiterada de medias, viene a ser «un árbol» de concatenaciones pero no una secuencia continua.

Si ahora, en vez de cuerdas en un arpa, visualizamos estas medidas como lados de un rectángulo obtenemos la secuencia que Serlio usa para la planta de las habitaciones ideales. Implícitamente se nos dice que proporcionar en arquitectura significa encadenar medias distintas de manera ramificada.¹³ (figura 3)

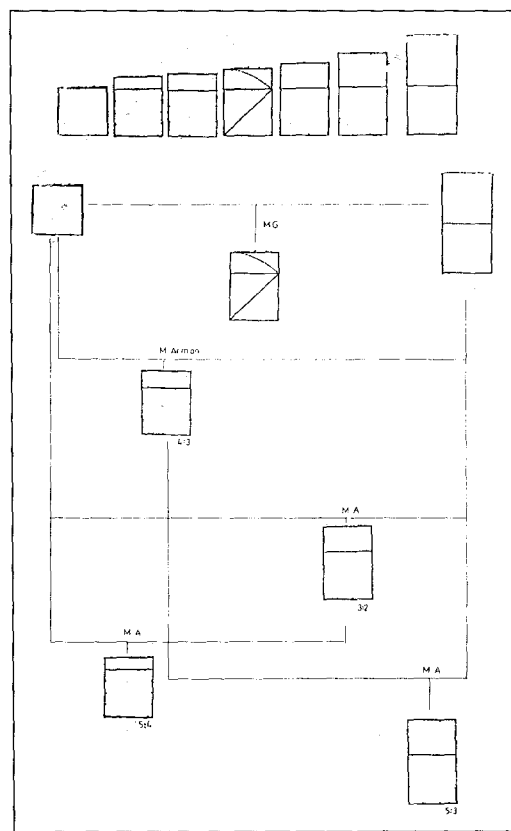


Figura 3

Esquema de las relaciones de medias que ligan la secuencia de habitaciones ideales en Serlio y Palladio.

Palladio da un trascendental paso más allá, dándole un alcance tridimensional (posibilidad que atisbaba Alberti al final del capítulo VI) proponiendo ex-

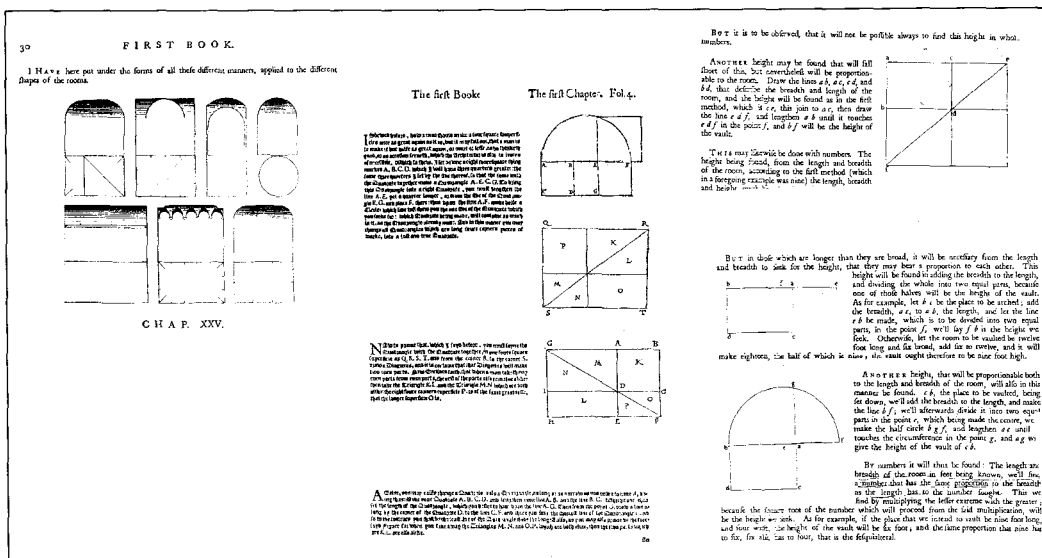


Figura 4 Las habitaciones de Palladio y sus esquemas gráficos para construir medias aritmética, geométrica y armónica, que definen su altura.

presamente que las medias determinen las alturas de las habitaciones a partir de las dimensiones de los lados, de manera que *todo el espacio arquitectónico bien «proporcionado» formase un árbol de medias*.¹⁴ (figura 4)

Desde un punto de vista teórico la solución es difícilmente mejorable para los parámetros intelectuales del momento: la referencia a las proporciones y relaciones que establecen la escala musical dota al esquema de un estatus científico y de una legalidad trascendente, a la vez que se cohesionan y subsumen buena parte de las proporciones vitruvianas.

LA ESCALA EN PROGRESIÓN DE SCAMOZZI Y SU PARALELISMO CON LAS NUEVAS ESCALAS MUSICALES.

Cuarenta y cinco años después Vincenzo Scamozzi, un teórico del Véneto como Palladio, organiza sorprendentemente las habitaciones ideales en su *L'idea della architettura universale* (1615) según una sucesión de rectángulos que tiene el mismo ancho y que crecen aritméticamente de largo: 20, 25, 30, 35, 40 pies, y cuyas áreas crecen también monótonamente en números redondos (400, 500, 600, 700, 800 pies

cuadrados) definiendo proporciones diferentes a las tenidas hasta ahora como correctas: 1:1, 4:5, 2:3, 4:7, 1:2. Nótese que a desaparecido la clásica 4:3 o 5:3 y que a cambio tenemos una «rara» (aunque vitruviana) 4:7 que no tiene un valor significativo en música. Es decir Scamozzi sacrifica un sistema completo (y musical) a beneficio de una «ley» de progresión y concatenación de las habitaciones ideales. ¿Qué justifica esta decisión? ¿Se desmarca aquí de toda posible referencia a las escalas musicales? (figura 5)

Un hecho importante es que, desde poco después del fallecimiento de Palladio y a lo largo del siglo XVII, uno de los problemas teóricos emergentes en música era lograr construir escalas musicales que desde el punto de vista de la afinación, orquestación y construcción de los propios instrumentos diesen menos problemas que las conocidas hasta entonces. Las diversas propuestas se han ido alineando en tres vertientes, escalas mesotónicas, en partes iguales y regulares. No es aquí el caso de entrar en pormenores, lo importante es resaltar lo que supuso la aportación de las escalas regulares.

Desde un punto de vista matemático lo que se buscaba en una escala regular era lograr ligar todas las notas según una verdadera progresión en vez de con

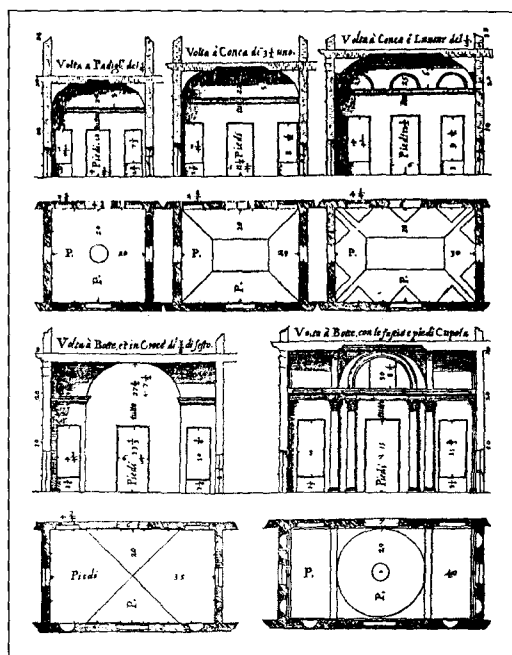


Figura 5
Secuencia de habitaciones en progresión según Scamozzi.

un árbol de medias. Había que construir una progresión que empezando por la relación 1:1 y terminando en la 2:1 pasara por todas las consonancias modernas reconocidas. En cierto modo la idea de crear una escala en que todas las notas estén separadas por el mismo intervalo o proporción (o dicho de otro modo, que las longitudes de cuerdas estén siempre en la misma relación) era resucitar una concepción musical griega bien conocida, la de Erastoxenes (los propios comentarios musicales en Vitruvio hacen referencia a este autor). Se trataba en definitiva de construir una progresión geométrica entre dos valores extremos dados. Esta idea entrañaba dos dificultades importantes. Una era estética. Puesto que la progresión no podía pasar exactamente por todos los valores deseados, habría que admitir que algunas consonancias se definiesen con una relación menos pura, considerando que su desviación era para el oído insensible. La otra dificultad mayor era operativa, ¿cómo se podía construir esta progresión acotada entre 1:1 y 1:2 para los «n» términos de la escala?

Su construcción matemática requería de una con-

cepción del número que sólo ahora era posible, pues debían intervenir números racionales con largos números decimales. Los intentos se fueron sucediendo; en vida de Palladio ya Vicentino (1555) se había interesado por la resolución de esta escala; después de publicados los *Quattro libri* (1570) y prácticamente coincidiendo con el fallecimiento de Palladio (1580) surgen las iniciativas de Salinas (1577), Zarlino (1588), V. Galileo (1589), quien propone una aproximación a la solución correcta basándose en una progresión de razón 17/18, y ya entrando en el nuevo siglo Stevin (1600).¹⁵ (figura 6)

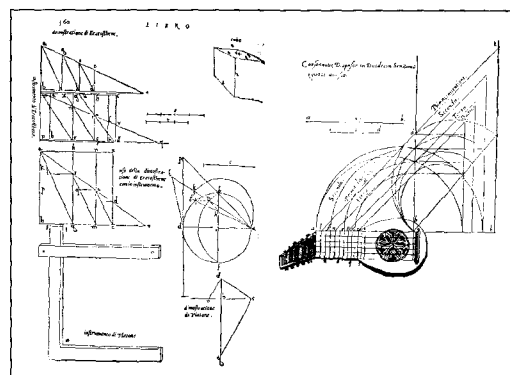


Figura 6
Aparatos para la duplicación del cubo en Barbaro, y su aplicación por Zarlino para construir escalas en progresión.

Vemos que antes de Scamozzi (1615) se había estado buscando la solución a una escala tal que las razones entre la longitud de las cuerdas de las notas sucesivas fuese constante.

¿Supo de esto Scamozzi? ¿lo imitó en su escala o llegó independientemente a su idea? No tenemos constancia de ello, pero Wittkower ya señaló como, quizás sinceramente, creía que la música era la fuente de las proporciones. Además es probable que conociese el problema y el instrumento elegido por los músicos para su solución mecánica (el astrolabio de Arquitas): se trataba de una extensión del viejo problema de la construcción de dos medias consecutivas dados dos valores extremos bien conocido por los teóricos de la arquitectura, como podemos apreciar en los comentarios a Vitruvio de Barbaro, pues servía

para la duplicación del cubo (Barbaro ilustra también los aparatos utilizados después por los teóricos de la música.¹⁶ Es verosímil que viese el paralelismo conceptual entre su escala en progresión aritmética y estas otras.¹⁷ Podemos dibujar provisionalmente esta relación como sigue:

PARALELISMOS Y CONFLUENCIAS ENTRE LAS PROGRESIONES DE LA ESCALA MUSICAL Y LA FÍSICA.

Sea como fuere, igual que en el caso de la «escala humanista», interesa ver qué estructura matemática se proponen unos y otros como orden y concatenación y qué significado tiene.

Si admitimos que la escala de Scamozzi es banal y cómoda, ¿debemos creer que también la música cayó en la «trivialización» de la suya? No es verosímil cuando tomamos conciencia de que dar el paso ¡supuso un esfuerzo matemático y geométrico de enorme dificultad.

En general las soluciones publicadas antes de Scamozzi eran incompletas tuvieron que recurrir al artificio geométrico mecánico mencionado. La solución matemática rigurosa al problema de la progresión geométrica acotada, que había desafiado a las mentes más potentes, será resuelta por Descartes, y difundida por Mersenne (1636) en su monumental tratado de música.¹⁸

Con esta potente herramienta se podía construir por fin una escala musical en progresión exacta. La obra de Mersenne, que tendría una gran repercusión en Europa, es un canto a las virtudes de esta escala y una excelente recopilación (tablas, cálculos, aparatos, aplicaciones, etc.) de los esfuerzos anteriores por dar con ella. Un proceso iniciado en torno a 1570 tiene su primer fruto en 1636.¹⁹

Hay que decir que luego siguió ocupando a la revolución científica. En Inglaterra la generación de Wren, especialmente aquellos que se movían en el entorno de la Royal Society, siguieron discutiendo la teoría musical sobre la escala y elaboraron también sus propias alternativas. Aparte de los estudios de escalas enarmónicas, mesotónicas, etc de F.North, Wallis, o Thomas Salmon, varios autores propusieron la construcción de la escala en progresión.²⁰

Vemos que no les fue «cómodo» plantearse esto, pero no entendemos la fuerza que impulsa entonces a crearse este problema con las progresiones. Si en

efecto este era un hueso tan duro de roer...¿porqué ponerse este reto?. Vamos a ver como para entenderlo mejor deberíamos ahora en nuestro esquema gráfico añadir una nueva flecha, la de la «física» de la primera mitad del XVII y estudiar la relación que la escala de la música establece con ella.

La música era una ciencia del orden natural, de las relaciones que parecen replicarse por doquier y servir de clave para comprender la Naturaleza. Mersenne afirmaba: «Il est encore bien aysé de conclure que l'on peut représenter tout ce qui est au monde, & conséquemment toutes les sciences par le moyen des Sons»; y ya que todo consiste en peso, proporción y medida, un músico «pourroit expliquer toutes les propositions de la Geometrie en iouant de tel instrument qu'il voudroit».²¹

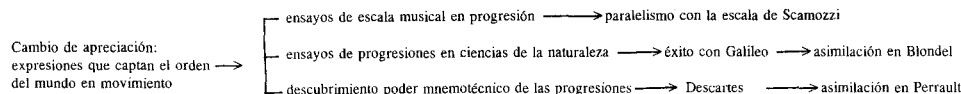
La teoría de la música era inseparable entonces de la física y se la veía como un tema científico y estético de primer orden, una especie de «ciencia primera» que sirve de modelo a las demás y en cierto modelo las explica. Por eso su tratado de música es ¡también un compendio de física con los estudios de caídas de graves de Galileo! ¿Qué podía absorber la nueva música de la nueva física?: la idea de la progresión como «proporción natural».

En la física pregalileana las progresiones parecen haberse intuido como la «forma matemática» elegida por la Naturaleza para los procesos de variación. Descartes y Beeckham en 1618 ya apostaron por ella para describir la caída de graves en soluciones equivocadas; con Galileo la sospecha se confirma plenamente.²² Como se sabe en 1638 describe correctamente su ley con una progresión de números impares «mientras que los grados de velocidad aumentan en tiempos iguales según la sucesión simple de números, los incrementos que sufren los espacios recorridos durante estos mismos tiempos son como la sucesión de números impares a partir de la unidad».²³ Esta «red» lanzada para atrapar una nueva realidad quizás pareciese artificiosa en un principio, frente a las naturales y trascendentes medias. Pero una vez que Galileo demostró la «naturalidad» de las progresiones no dejaron de extrapolarse a otros fenómenos de variación presentes en la Creación.

Después de Galileo descubre Mersenne las progresiones en muy distintos fenómenos como la propagación de la luz o el sonido: «l'on demontre dans l'Optique que la lumiere se diminue en proportion geometrique, & qu'il n'y a nulle raison qui empesche

días no podían expresar. Estas cuestiones nos remiten a lo que creo que puede ser el esquema más completo.

Sobre la «flecha» que pone «progresiones» deberíamos poner «cambio de visión de un mundo estático» a otro dinámico».



Mi tesis es que las progresiones aparecieron por ser la herramienta con la que mejor se comprendía matemáticamente una nueva visión del mundo. Se pasó a «ver el movimiento» en la Naturaleza y en los artefactos humanos. Esta tendencia propiciaría que en «física» se intentase atrapar matemáticamente los procesos de variación (que los griegos no habían visto matemáticamente), pero también que se entendieran las escalas arquitectónicas o musicales (estas también «físicas») como «la gráfica de una variación», de un movimiento.

Incluso el pensamiento mismo empezaría a verse como un movimiento que ya no podía atraparse lógicamente-matemáticamente por los silogismos (una estructura formal muy semejante a las de las medias, con sus dos términos extremos y el medio)

y que requería nuevos modelos y ayudas. Lo que también se reflejaría en la teoría arquitectónica al ver las proporciones de los órdenes (Perrault) como ideas, nociones complejas, que abarcaba una mente «en movimiento».

En este último esquema que dibujamos puede haber mutua influencia, pero también experiencias con progresiones en cada rama que derivan directamente de esta nueva «visión del mundo en movimiento».

LAS PROGRESIONES Y EL MUNDO COMO MOVIMIENTO. GALILEO, BLONDEL Y LA MENTE CARTESIANA DE PERRAULT.

Desde este punto de vista, en música y en arquitectura se estaría creando una nueva visión de la escala y de las habitaciones que las veían como integrando una «secuencia», un «movimiento» que se traduce en progresiones. El árbol de medias relacionaba las notas o las habitaciones como cuentas aisladas, estáticas.

Ahora cada habitación era como un «fotograma» que se relacionaba con el anterior y el siguiente.

Esta introducción de las progresiones de la mano de una nueva concepción de las formas y las ideas como «movimiento» se palpa de manera peculiar en Blondel y en Perrault.

Blondel, difusor de las ideas de Galileo, planteaba como uno de los «problemas principales de la arquitectura» el trazado del éntasis de una columna. Pero si ya había varias curvas disponibles como las conoides, y aparatos que las trazaban, ¿qué quiere decir esto?, ¿acaso el «problema» no estaba ya resuelto desde un punto de vista puramente formal? Para Blondel las soluciones serían arbitrarias o sin significado trascendente, en la medida que no reflejaban nada de la Naturaleza, y no hacían a la curva de la columna portadora de significado. La verdadera solución se alcanza cuando *vemos el fuste como el resultado un movimiento y elegimos la trayectoria de un proyectil según la sucesión de Galileo*: «Et après soignusement médité sur la nature de la Ligne qu'elle produit; j'ay reconnu qu c'estoit une Ligne de la meme nature que celle que décriroit une fléche, ou tout autre chose tirée & jettée horizontalement».²⁷ (figura 8)

Por otra parte Blondel en su *Cours* (1675-1683) encuentra que las progresiones se reconocen ahora como «fundadas en la Naturaleza»²⁸ y por ello asimilables por la arquitectura, leyéndolas el mismo en monumentos de la antigüedad o de Palladio.²⁹

El caso de Perrault, tan mal entendido como «trivial», es también interesante. Las razones que da en *L'Ordonnance* (1683)³⁰ para proporcionar los órdenes según progresiones insisten continuamente en factores psicológicos: Las progresiones aritméticas son las más fáciles de retener en la memoria, las razones de números enteros bajos tienen también esta propiedad, etc. ¿Puro pragmatismo? Nadie ha señalado la semejanza con los argumentos utilizados por Descartes en su día en su *Compendium Musicae* 1618 o en la «lógica» de las *Regulae* (1627/8). Descartes (que había ensayado las progresiones en la descripción de la caída de graves como hemos di-

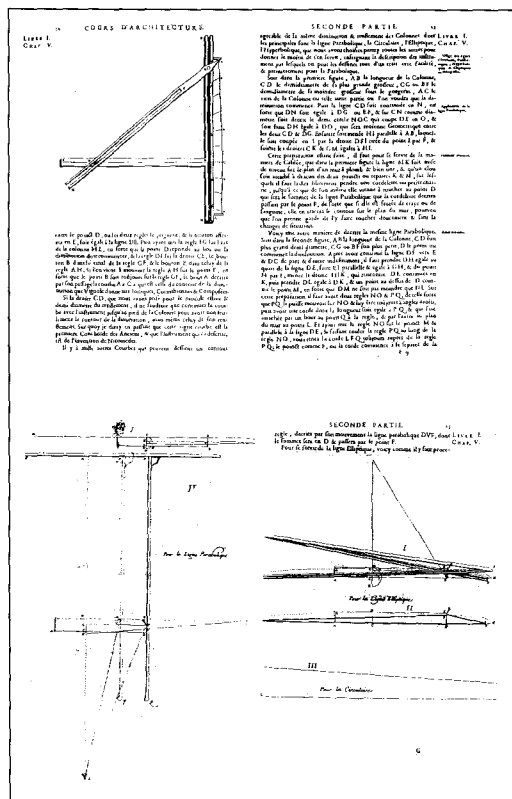


Figura 8
Blondel: trazado del éntasis con el aparato de Nicomedes para la duplicación del cubo (arriba) y como trayectoria de un proyectil según Galileo (abajo).

cho), encuentra que la música, entendida novedosamente como la percepción de una secuencia móvil de «impresiones» (y no simplemente como el problema estático de pulsar una consonancia), era más agradable cuando se apoyaba en el principio de que la mente recuerda mejor las impresiones visuales o sonoras ordenadas en progresiones, preferiblemente, aritméticas.³¹ También creía, por motivos parecidos que el razonar ponía en movimiento una larga cadena de ideas que no podían recordarse ni examinarse con la estática estructura del silogismo, llegando a proponer la estructura de las progresiones como un modelo de lo que la mente lógica puede comprender.³²

Perrault al asociar los problemas de percepción, memoria y progresiones sencillas extendía a las pro-

porciones arquitectónicas argumentos cartesianos. Para el los ordenes requieren un esfuerzo de atención una lectura no instantánea en la que la mente puede perderse por el exceso de impresiones diferentes y la complejidad de las proporciones. La mejor manera de sintetizar, de «estancar» y atrapar ese flujo es plantear las dimensiones según una progresión. Al fin y al cabo, Descartes en su música había establecido que las líneas cuyas longitudes forman una progresión (o que están en una relación expresable con números muy bajos) son especialmente agradables y memorizables.³³ En este sentido es sintomática la insistencia con la que en su Vitruvio las láminas visualizan en forma de secuencia, de «progresión» las recomendaciones del texto. (figura 9)

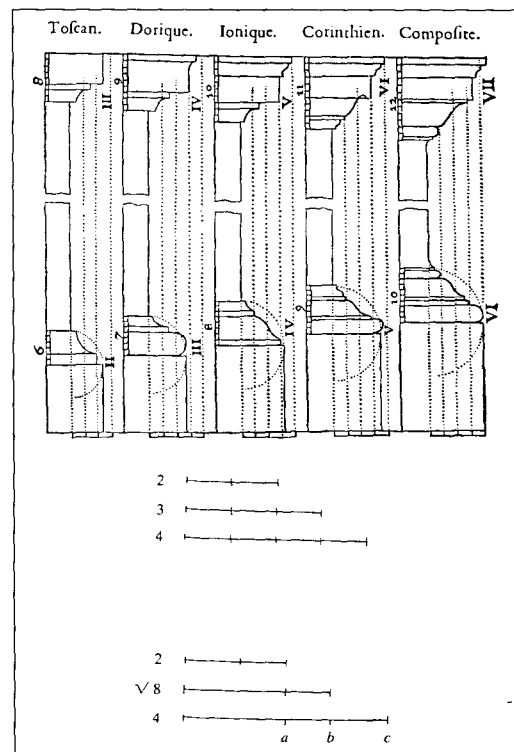


Figura 9
Progresiones en el trazado de órdenes en Perrault, y explicación gráfica de Descartes para mostrar la ventaja perceptiva de las progresiones sobre otras relaciones.

CONCLUSIÓN.

Tras este repaso por la trastienda del uso de las progresiones en Scamozzi, Blondel y Perrault, podemos esbozar unas conclusiones provisionales:

El paso de una visión del mundo estática a una dinámica influyó en la ciencia física, en la música, en la lógica y la estética musical postpalladiana (pregalileanos, Galileo, Descartes). En estas disciplinas se forjó la idea de que la progresión era la «forma» matemática privilegiada por la Naturaleza, lo que más tarde confirmó la física, pasando a ser tan significativa como las antiguas medias.

La arquitectura no habría estado al margen de este proceso: ver las formas como el resultado de alguna clase de variación o movimiento, y por tanto matematizables con progresiones. El hecho de que la escala musical y la naturaleza física fuesen referentes teóricos, mundos de «imitación» (Scamozzi, Blondel) reforzaría aún más en ciertos casos un proceso de cambio (que quizás podría haberse dado incluso por sí solo). Por otra parte la apreciación cartesiana del flujo de ideas e impresiones como un movimiento, y la propuesta de su retención usando progresiones, parece estar detrás de la teoría de Perrault.

El número, las medias, habían perdido su magia. Pero a cambio surgió un nuevo objeto matemático cargado de sentido: las progresiones. El resultado es que se configuró entre unos y otros, en muchos casos por razones no triviales, sino enraizadas en la visión de la época de la revolución científica, un «edificio teórico» (habitaciones, columnas, fachadas) en progresiones.

NOTAS.

1. Wittkower, R.: *Architectural Principles in the Age of Humanism*. Academy Editions. Londres 1988, Parte 7, «The Break-away from the Laws of Harmonic Proportions in Architecture», pp. 130-37.
2. Herrmann, W.: *La Théorie de Claude Perrault*. Pierre Mardaga. Bruselas. sin fecha, p 88: «Cette approche, prosaïque, sans imagination et apparemment bien loin de considérations esthétiques».
3. Picon, A.: *Claude Perrault ou la curiosité d'un classique*. Picard. Paris, 1989, p. 151: «Les proportions préconisées par l'Ordonnance des cinq espèces de colonnes selon la méthode des anciens semblent procéder des réflexions d'un ingénieur avant tout préoccupé d'efficacité».
3. Pérez-Gómez, A. *Architecture and the Crisis of Modern Science*. MIT Press. Cambridge, Mass., 1983, p. 38: «Perrault never denied the importance of mathesis in architecture. But conscious of the Scientific revolution and its implications, he gave number a totally different role, using it as an operational device, as a positive instrument for simplifying the process of design...The fundamental intention betrayed by such use of numbers is totally modern...But as soon as number had lost its symbolic connotations in philosophy toward the end of the seventeenth century; Perrault used it in his proportional system with the same intention».
4. Hay una interesante revisión crítica reciente de la supuesta «magia» de este sistema de proporciones humanistas, la de March, L.: *Architectonics of Humanism*. Academy Editions. Londres, 1998, sobre la que volveremos más abajo; pero incluso él deja sin explorar el significado del cambio de «sistema» de proporciones posterior... además no todo puede ser explicado por su argumento. ¿Si en el humanismo hay sobre todo un «sistema que funciona» derivado de la propia lógica y práctica constructiva, porqué cambió después y en ese sentido hacia la progresión?
4. Preferentemente. No es que dejasen de explorarse las progresiones, particularmente por Durero, pero no gozaban del prestigio de ser esencialmente naturales como lo eran las medias.
5. Si las habitaciones pequeñas corresponden a las consonancias de la primera octava (desde el «añadido» al «medio»), las habitaciones medias, 1:2, 4:9, equivalen a sonidos o proporciones de la segunda octava; igual ocurre con las habitaciones alargadas: 1:3, 3:8 y 1:4. (De hecho, en su explicación de cómo se construyen estas proporciones alude siempre a métodos de composición y cálculo propios de la teoría musical, como la multiplicación de «fracciones», el hablar de «tonos» etc. Las relaciones 2/4, 4/9; 9/16; (para las medias 3/8 para las grandes; son proporciones que pueden obtenerse derivan de los procedimientos de «composición» de la teoría musical.
6. Algunas de las proporciones vitruvianas que no aparecen en la escala pitagórica son la 5:4, 5:3, 5:6, V2. A continuación mencionamos algunos pasajes a partir del *Vitruve* de Perrault. La (5:4) lib. iv, cap. iv, p. 124 (medidas de un templo: $1+1/4=5/4$) Las relaciones 5:6 y 5:3 aparecen en lib. iv cap. vii, p. 136 (templo toscano). Otra relación importante es la 5: 3, que está implícita en la descripción del templo redondo periptero (lib. IV, cap VII, p. 140). las relaciones 5:2, 3:2, y la raíz de 2 son manejadas en cap. lib. vi, cap. iv, p. 212 (vestíbulos).
7. Es el caso del Vitruvio de Cesariano (Como, 1521) donde se ofrece un gráfico que ordena según una secuencia de tamaños, las proporciones que se dan como al azar a los peristilos, impluviums, triclinias, exedras pinacote-

- cas, etc. Cesariano parece haber seleccionado sólo aquellos casos que se dejaban ordenar según la secuencia musical, tal como había hecho Alberti, aceptando incluir la V2 (1.1, 3:4, V2, 2:3 y 1:2). No parece casual que excluyera las proporciones que también aparecen en Vitruvio como 5:3, y 4:5. De este modo se confería un «estatus» teórico al sistema y se sugería que su «mathesis» era musical.
8. Según Wittkower en la práctica el gusto musical estaba ya reconociendo, que la tercera menor 5:6, la tercera mayor 4:5, y la sexta mayor 3:5 entre otras relaciones de cuerdas eran también consonancias.
 9. Quintilano, A.: *Sobre la música*, introducción y notas de Colomer L. y Begoña G. Editorial Gredos. Madrid, 1996, pp. 177 y 180. Se corresponde con el estudio de la obtención de consonancias mediante cuerdas con el helicón, un instrumento según Ptolomeo «hecho por los matemáticos para presentar las consonancias».
 10. March, L.: *Op. cit.*, señala por ejemplo como las proporciones 4:3, 3:5 o 5:4 podrían derivar del uso por parte del arquitecto de un triángulo rectángulo construido con las medidas típicas 3,4,5. Desde luego resulta refrescante recordar estas cosas de sentido común. Pero no debe de menospreciarse la importancia que tiene para un teórico humanista crear un sistema. Además la arquitectura para su estatus necesita dar con razones trascendentes, profundas y trascendentes que lo eleven y que de paso expliquen y abarquen las proporciones conocidas por Vitruvio. La teoría musical era uno de los mejores vehículos a los que se podía subir.
 11. Un «descubrimiento» que debería de haber hecho meditar de nuevo sobre el origen de las proporciones vitruvianas. ¿Estaban reguladas las proporciones por este sistema?. La cuestión es todavía más intrigante, ya que en Vitruvio su capítulo dedicado a la música (libro v, cap. iv: «De la Musique Harmonique selon la doctrine d'Aristoxene») se ocupa del método de Aristoxeno que corresponde a una filosofía y mecánica extraña a los esquemas de corte «racional» como el de Pitágoras o Platon.
 12. La media aritmética: $(a+b)/2$; la media geométrica $V(a,b)$, y la media proporcional (a,b) : $(a+b)/2$ (una especie de «promedio» de las dos anteriores, ya que podemos escribirla como $Va,b \times (Va,b:(a+b)/2)$, esto es, multiplicamos la media geométrica por la razón que existe entre esta misma y la aritmética (razón siempre menor que 1). La tratadística arquitectónica conocía los métodos gráficos euclidianos para obtener una media proporcional entre dos valores dados (una operación, la raíz cuadrada del producto de dos valores) mucho más difícil de obtener numéricamente con los conocimientos algebraicos del momento. En concreto el método gráfico del cálculo de la media geométrica tendría un gran interés para la resolución de raíces cuadradas. Basta hacer que el segmento «a» sea=1 para que el valor de «h» en la construcción geométrica sea igual a la raíz cuadrada de «b». Evidentemente la construcción se basa en construir dos triángulos rectángulos semejantes, que comparten un cateto común «h», y dos catetos distintos respectivamente «a» y «b». Los dos triángulos son semejantes porque sus hipotenusas son perpendiculares. Entonces «a» es a «h» como «h» es a «b», así pues: $a:h=h:b$, y por tanto, $h=\sqrt{a \cdot b}$.
 13. Incluso se podía encontrar un lugar a la relación irracional V2 como aproximación al semitono entre la cuarta (4:3) y la quinta (3:2) con lo que se completaba la racionalidad del sistema, aunque V2 es en teoría otra media más en el esquema: la media geométrica o raíz del producto 1×2 ; no aparece en los sistemas griegos pitagóricos por ser un número irracional, inexpressable como relación de enteros, ni tampoco en Alberti, donde se da una aproximación (7:5).
 14. Vitruvio sólo da medias aritméticas: livre v, chap ii, p. 155 da la regla aritmética para alturas de espacios como el tesoro público. *Idem*, livre vi, chap v, p. 215 grandes salas.
 15. En Zarlino: *Le Istituzioni Harmoniche*. Venecia, 1558, pp. 113-114. También en otra obra posterior *Dimostrazioni harmoniche nelle quali realmente si trattano le cose della musica & si resolvono molti dubii d'importanza...* Venecia 1571, pp. 163-168. (cap. 30, cuarto libro de su Suplemento).
 16. Zarlino: *Dimostrazioni*, libro 3, prop. 11. Barbaro, D.: *I Dieci Libri Dell'Architettura*. Venecia, 1567, libro ix, cap. iii, (ed. Venecia, 1567, pp. 354-366) trata extensamente del aparato de Arquitas, y traduce el texto explicativo de Eratostene. En castellano puede leerse la traducción en Vera, F.: *Científicos griegos*. Aguilar, Madrid, 1970.
 17. Es poco creíble que Scamozzi propusiese la escala sólo por su facilidad. Para el la arquitectura es una «ciencia», distinta de lo empírico y rutinario, que se posee una «teoría» y unos principios generales que se pueden transmitir y demostrar: «scia scientia (como dice Platone), per la qual cosa, poiché essa ha le sue dimostrazioni, certe e indiscutibile, perciò si possono insegnare, e dimostrare come e costume e delle Matematiche, e simili altre, i quali sono tutti i segni del sapere, come dice Aristotile». Desde este punto de vista no parece razonable pensar que Scamozzi tuviese alguna importante razón teórica para cambiar la escala de habitaciones Palladiana.
 18. Mersenne, M.: *Harmonie Universelle*. Paris, 1636. Mersenne se adelanta a publicarla antes que pueda hacerlo el propio Descartes: «par le moyen d'une seule parabole».

- le, du cercle, & de la ligne droite..., duquel depend la duplication du Cube si celebre, & qui a tant esté recherchée par les Geometres Anciens & Modernes». Y lo pone inmediatamente práctica para construir la escala como una progresión geométrica y diversos instrumentos que se acomode a ella. Ver vol.III, p. 384. También livre ii, prop. vii, pp. 65, y ss. sobre cómo dividir la octava en doce semitonos iguales, y cómo determinar dos medias proporcionales entre dos líneas y duplicar el cubo. Vuelve en vol. III, livre iv, prop. vii p. 199 a estudiar los trastes de la viola donde da una «nouvelle maniere pour le diviser, laquelle depend dos onze moyennes proportionnelles
19. Las ideas de Zarlino y otro aparecen comentadas en la *Harmonie Universelle*: vol III, livre, corolario de la prop. vii, p.70 «de sorte qu'il y a pres de 60 ans que l'invention de demy-tons esgaux d'Aristoxene a esté renouvellée par ces deux Musiciens.» También en el vol.iii, livre iv, prop. xvii, p. 226 y ss.
 20. Podemos citar a Brouncker (el primer presidente, que la divide en 17 semitonos en función de la proporción aurea, algo que ya había intentado Salinas); Christopher Simpson (1667) y Newton, (ambos utilizan el «arma» de moda, los logaritmos, también William Holder (1693) (que conocía la obra de Mersenne y coquetea con esta división): los estudios de Alexander Malcom (1721) Por el diccionario de Harris (en el epígrafe «music» de su *Lexicum Technicum*, II donde se resumen las teorías principales y los autores más significativos) sabemos que en este momento es costumbre en el diseño de los órganos considerar la sucesión de notas como una progresión.
 21. Mersenne, *op. cit.* vol i, p.43.
 22. Shea, W.R.: *La magia de los números y el movimiento. La carrera científica de Descartes*. Alianza. Madrid, 1993, cap. 2.
 23. *Discursos y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*, c. 1638, en *Galileo*. Edición de Víctor Navarro. Península. Barcelona, 1991, p. 271: «los espacio recorridos en tiempos iguales por u móvil que parte del reposo y cuya velocidad crece según el crecimiento del tiempo son entre si como los números impares a partir de la unidad 1,3,5».
 24. Mersenne, *op. cit.* vol i, p. 21.
 25. *ibid.*, vol iii, p.37.
 26. *Ibid.*, vol ii, p. 1; también vol i, p. 39.
 27. Consultado en *Resolution des Quatre Principaux Problemes d'Architecture par M. Blondel et Ouvrages de Mathematique de M. Frenicle*. Amsterdam, P. Mortie, 1736. «Premier Probleme resolu. Decrire Géométriquement en plusieurs manières, & tout d'un trait, le contour de l'enflûre & diminution des Colonnes». En el *Cours* vuelve sobre la cuestión volviendo a citar un método «pour se servir de la maniere de Galilée» basado en la parábola (voli, sec. part. liv i
 28. Blondel, *Cours*, vol ii, cinq part. liv v, chap xiii, p. 761 : el abate de S. Hilarion «a reuit par un travail subtil & extraordinaire les mesures des parties de l'Architecture à la seule proportion Geometrique...le bel effet que les deseins qu'il y a tracez font à la veüe, me fait presumer que les regles sur lesquelles il les a copnstruites ne sont pas sans fondement de verité dans la nature».
 29. *Ibid.*, vol ii, cin. part., livr v, chap vi-ix.
 30. Perrault, Cl.: *Ordonnance des cinq espèces de colonnes selon la méthode des Anciens*. Paris, 1683.
 31. He utilizado la traducción Castellana: *Compendio de música*, Introducción de Gabilondo A. y traducción y notas de Flores P. y Gallardo C..Tecnos, Madrid 1992.
 32. *Reglas para la dirección del espíritu*, en Descartes,R.: *Obras escogidas*, traducido por de Olaso, E. y Tomas Zwancnk, T. Editorial Charcas, Buenos Aires, 2.ed 1980. Vease en particular las reglas vi, vii, xi y xiv.
 33. Descartes, R.: *Compendio*, p. 60.