

# La resolución de problemas en matemáticas: ¿cómo abordar su evaluación?

José Carrillo Yañez

Departamento de Didáctica de las Ciencias

(Experimentales, Sociales y Matemáticas). Universidad de Huelva(\*)



## RESUMEN

Este artículo trata de llamar la atención sobre la importancia de adoptar una actitud reflexiva como profesional de la enseñanza, en particular cuando nos planteamos cómo enseñar. Por ello, saca a la luz algunos aspectos relevantes de la evaluación, centrándose en la segunda parte en la evaluación de la resolución de problemas de matemáticas.

El profesional reflexivo se caracteriza por un planteamiento continuo sobre su labor docente, teniendo como una de las preguntas clave la de *cómo enseñar*, pregunta que deberá ir acompañada de elementos que informen de la situación actual del propio proceso de enseñanza. De ahí la relevancia de la evaluación, entendida, por supuesto, en un plano completamente diferente del de la calificación, como veremos más adelante.

Por otra parte, refiriéndonos a las matemáticas, la resolución de problemas debe ocupar un papel destacado en la actividad del aula, pues permite la adecuación de varios niveles en la misma, fomenta el aprendizaje, no sólo de hechos y destrezas, sino también de estructuras conceptuales, estrategias generales y cualidades personales, aumenta la motivación del alumno, pone de relieve lo genuino de la actividad matemática (*"El saber matemáti-*

*co es mucho más un saber de método que de contenido... La Matemática como conocimiento a encontrar, no como enseñanza a impartir... La Matemática es una verdadera ciencia experimental"* -De Guzmán, 1985, p. 32, 34 y 35), propicia la capacitación del alumno en lo que Mayer y Greeno (1972) llaman tareas de transferencia lejana, etc., etc. Por ello, convencido de que la resolución de problemas debe ser un enfoque metodológico básico en la enseñanza de las matemáticas, se hace necesario profundizar en todo aquello que tienda a mejorar la actuación de los alumnos cuando se enfrentan a tareas de resolución de problemas. (Carl, 1989), considera la resolución de problemas como la primera de las doce componentes de las matemáticas esenciales para el s. XXI).

Trataré en lo que sigue de exponer mi posición de forma simplificada, para lo cual organizo el artículo en torno a tres

(\*) Campus del Carmen. Avda. Fuerzas Armadas s/n. 21007 Huelva.



preguntas fundamentales: *¿Para qué evaluar?, ¿Qué vamos a evaluar? (¿Qué es la resolución de problemas?) y ¿Cómo evaluar la resolución de problemas?*

### ¿Para qué evaluar?

Dar por obvias las respuestas a este tipo de interrogantes conduce en muchas ocasiones a desvirtuar su sentido original, pudiéndose volver incluso a *calificar* simplemente. Por ello, estimo que todo docente y todo investigador en educación debe tratar de responder personalmente la pregunta formulada; más aún, dicha respuesta debe ser actualizada, es decir, no podemos conformarnos con haber respondido una vez.

Desde mi punto de vista, debemos evaluar *para mejorar el aprendizaje del alumno y para mejorar la calidad de la enseñanza*, aspectos que naturalmente van íntimamente ligados, pero que a veces conviene diferenciarlos con el objetivo de poder hacer aportaciones y discusiones más finas. No obstante, los motivos por los que debemos evaluar, ya mencionados, quedan totalmente vacíos si no perfilamos qué se entiende, qué hay detrás de cada uno de ellos.

Para mejorar el aprendizaje, en primer lugar, habrá que tener claro qué tipo de aprendizaje queremos promover en nuestros alumnos. Por citar algunas clasificaciones posibles y sin ánimo de oponer unos tipos a otros, podemos considerar el aprendizaje mecánico y el significativo, el conceptual, el procedimental y el actitudinal, al que se le concede sentido en sí mismo o en su nivel y al que se le concede sentido propedéutico, el específico y el general (de lo específico a lo general se va según la intención del docente; por ejemplo, la intención del profesor puede ser que sus alumnos aprendan a resolver ecua-

ciones por el hecho de resolverlas, o bien como procedimiento típicamente algebraico, o bien como muestra de la potencialidad de las matemáticas como lenguaje, o bien como medio para capacitarlos a desenvolverse en la vida cotidiana,...), etc.

En cuanto a la mejora de la calidad de la enseñanza, puede quedar descrita en los siguientes guiones:

- Adaptando las características de la enseñanza a las aptitudes y actitudes de los alumnos.
- Para adquirir una concepción coherente de cómo aprende el alumno.
- Profundizando en la comprensión epistemológica de la propia Matemática.
- Para adquirir una concepción de la enseñanza de la Matemática consistente con la práctica real.
- Para mejorar la calidad de la vida escolar (fundamentalmente profesores y alumnos).

Así, pues, las consideraciones previas nos conducen a una caracterización de evaluación distante, como ya anunciamos, de calificación:

*La Evaluación es un FUNTOR EDUCATIVO, que transforma de forma continua los elementos de una categoría inicial (valores o características iniciales de los aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje) en los elementos de una categoría final (valores o características finales de los aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje), la cual se convierte automáticamente en nueva categoría inicial del proceso continuo de transformación. Asimismo, este funtor transforma las relaciones iniciales entre los objetos de la categoría de partida en las relaciones finales entre los objetos de la categoría de llegada.*

*La Evaluación consta de OPERADORES que tratan de resolver problemas educativos, transformando los datos iniciales, salvando los obstáculos que existan, en las metas del problema.*

## ¿Qué vamos a evaluar? ¿Qué es la resolución de problemas?

La pretensión de esta segunda pregunta es unificar criterios para entender todos lo mismo cuando se aborde la última cuestión. Por esta razón, no trato de hacer una exposición detallada sobre la resolución de problemas, sino tan sólo enfocar los aspectos imprescindibles para centrar el tema.

En primer lugar, adoptemos como definición de problema en matemáticas la que dan House, Wallace y Johnson (1983):

*“Es una situación que implica un objetivo o propósito que hay que conseguir, hay obstáculos para alcanzar ese propósito, y requiere deliberación, ya que quien lo afronta no conoce ningún algoritmo para resolverlo. La situación es habitualmente cuantitativa o requiere técnicas matemáticas para su resolución, y debe ser aceptado como problema por alguien antes de que pueda ser llamado problema” (p.10)*

Tal definición, que enfatiza la existencia de obstáculos a salvar para resolver la situación, así como la necesidad de que alguien acepte el reto de resolverlo, resulta a veces difícil de aplicar y conviene tener a mano una caracterización progresiva, en la que se incluyan tanto los ejercicios como las investigaciones, ya que las fronteras no son demasiado precisas:

*“1) Una regla delante de tu nariz. El problema se puede resolver por aplicación mecánica de una regla, probablemente acabada de dar, o por imitación de un ejemplo. El peligro es adquirir un conocimiento mecánico, no significativo (‘insightful’, que percibe completamente la esencia).*

*2) Aplicación con alguna elección. El problema puede resolverse como en el caso*

*anterior, pero el estudiante necesita discernir qué regla usar, para lo que necesita cierto dominio de los temas abordados.*

*3) Elección de una combinación. Para resolverlo, hay que combinar dos o más reglas o ejemplos previamente estudiados. La dificultad del problema es proporcional al grado de novedad de la combinación adecuada.*

*4) Nivel de aproximación a la investigación. El problema requiere una nueva combinación de reglas o ejemplos y, además, tiene varias ramificaciones y requiere un alto grado de independencia o de uso de un razonamiento plausible.”*

*(Pólya, 1962, vol.2, p.139)*

Ahora bien, la resolución de problemas es un proceso, o una estrategia metodológica o un tipo de aprendizaje,... que va mucho más allá de la mera distinción entre problema y ejercicio u otro tipo de actividad a desarrollar en el aula.

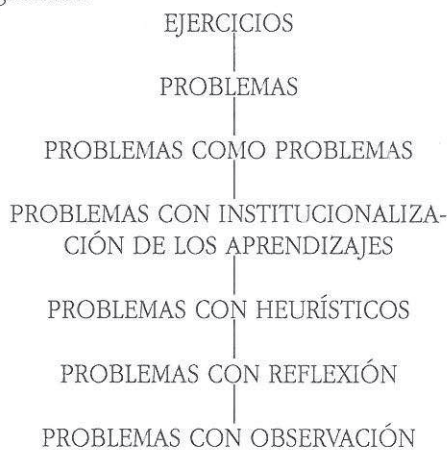
Para Brown (1978), la resolución de problemas es un tipo de aprendizaje matemático, al igual que la memorización simple, el aprendizaje algorítmico y el aprendizaje conceptual.

Asimismo, la resolución de problemas puede ser vista como una meta u objetivo (Branca, 1980), un proceso (de aplicación de los conocimientos previamente adquiridos a situaciones no familiares) o como una destreza básica. En ocasiones, quien entiende la resolución de problemas como destreza básica, entiende que los estudiantes, en general, deben adquirir destreza en el enfrentamiento de problemas rutinarios (ejercicios), dejando el abordaje de verdaderos problemas a los más avanzados. Por el contrario, la resolución de problemas, como tarea compleja que es, ofrece una posibilidad para organizar la diversidad de niveles existentes en el aula, es un marco ideal para la construcción de aprendizaje significativo y fomenta el gusto por la matemática (incardinada en la realidad) y el

desarrollo de una actitud abierta y crítica, objetivos de gran valor educativo. La resolución de problemas no es un añadido de la clase de matemáticas, ni algo exclusivo de los días anteriores a las vacaciones, es el impulso, el motor de la clase, lo que pone al estudiante ante el reto de **hacer matemáticas**.

Mi opinión personal es que, contextualizada la resolución de problemas dentro del tema que nos ocupa, relativo a la evaluación, existe un proceso de mejora, parte del cual se puede observar en algunos profesionales. Tal proceso, que a continuación describo, debe ser favorecido, con idea de procurar que la mayor parte de los docentes lleguen al último punto.

El proceso mencionado consta de puntos inclusivos, de manera que el contenido de cualquier punto está incluido en los siguientes.



El esquema trata de reflejar los saltos cualitativos importantes que pueden darse cuando se intenta llevar la resolución de problemas al aula. No basta con abandonar la práctica continua y rutinaria de ejercicios y sustituirlos por problemas, hay que tratar los problemas como se mere-

cen, no como si se tratara de ejercicios, sin tener la paciencia suficiente para permitir que los alumnos formulen sus propuestas de abordaje o dando recetas que los transforman automáticamente en ejercicios. También es preciso efectuar *parones* de vez en cuando para socializar los aprendizajes que se van produciendo, al mismo tiempo que éstos se ponen en claro. Por otra parte, el profesor puede utilizar algunos recursos para que los alumnos vayan mejorando como resolutores de problemas, para lo que es muy útil disponer de un listado de heurísticos<sup>(1)</sup>. Además es importante que, aparte de hacer, se reflexione sobre lo que se hace, lo que hace que el alumno sea consciente de su actuación y sus características como resolutor. Por último, todo lo dicho resulta más eficaz si el profesor (y el propio alumno) posee algún instrumento que le permita diferenciar, e incluso observar, aspectos relevantes del proceso de resolución de problemas, lo que nos lleva a la tercera pregunta:

### ¿Cómo evaluar la resolución de problemas?

Las dos primeras tareas a realizar son la determinación de aspectos a evaluar y, de forma simultánea, la definición o descripción de metas. Así pues, es conveniente elaborar lo que podríamos llamar *Perfil del buen resolutor*, consistente en características deseables en todo buen resolutor de problemas, y un *Formato de evaluación de resolución de problemas*, dividido en categorías con sus correspondientes indicadores. Hay que mencionar que para llevar a cabo estas tareas es preciso que uno mismo sea resolutor de problemas o

(1) En Carrillo (1993) puede encontrarse una detallada relación de heurísticos por fases.

bien simplemente importar el producto, con el consiguiente riesgo de aplicabilidad o adaptación.

Por otra parte, estos instrumentos (Formato de evaluación y Perfil del buen resolutor) ponen de manifiesto el doble sentido de la Evaluación como *Observación Intervencionista*, pues posibilitan una observación detallada, al mismo tiempo que facilitan al profesor adecuadas sugerencias para mejorar la actuación de sus alumnos en las tareas de resolución de problemas.

Un formato de evaluación podría incluir categorías como *Características personales (I)*, *Habilidades matemáticas (II)*, *Heurística (III)*, *Aspectos metacognitivos (IV)* y *Tipo de control (V)*, e indicadores de las categorías como *Organización temporal y Confianza en sí mismo (de I)*, *Razonamiento con símbolos matemáticos y relaciones espaciales y Flexibilidad de los procesos mentales (de II)*, *Uso de la revisión y Obtención de una representación significativa (de III)*, *Papel de la memoria e Importancia otorgada al control del proceso (de IV)* y *Tipo de decisiones de control (de V)*.

No obstante, entrando ya en otro nivel de concreción, es también conveniente operativizar dicho formato, desarrollando una *Escala de observación* que diferencie de forma clara las actuaciones de los alumnos en resolución de problemas. Tal escala, además, permite obtener un informe al respecto de cada alumno al que se le aplique y debe ser producto de la reflexión por parte del profesor y de la adaptación de otras escalas y otros instrumentos.

Sirva como muestra la siguiente ejemplificación<sup>(2)</sup>:

- Organización temporal:

1) El tiempo no es en absoluto un factor que tenga en cuenta a lo largo de la re-

solución de un problema, abordando el mismo sin hacer valoración alguna de la inversión de tiempo que le pueda suponer llevar a cabo una estrategia determinada. Esto puede suponer que el plazo dado para la resolución le sobrevenga repentinamente, sin haberle sacado partido a algunos enfoques del problema.

2) Tener un plazo definido de tiempo para la resolución le condiciona bastante, suponiendo inquietud y nerviosismo a lo largo de toda la resolución, lo que, en ocasiones, provoca la falta de profundización en alguna estrategia. Esto le puede llevar a no resolver satisfactoriamente el problema, debido a no ver un enfoque perfectamente claro al que dedicar todo el tiempo (teme aventurarse).

3) Tener un plazo definido de tiempo le pone nerviosísimo. Aunque es capaz de ejecutar un plan determinado, la constatación del tiempo restante es tan frecuente que le es difícil obtener conclusiones satisfactorias.

4) Procura dominar el factor tiempo, interrogándose con una frecuencia moderada sobre la relación entre los resultados que va obteniendo y el tiempo invertido. Su aspecto negativo puede estar en la falta de visión global, contentándose con resultados parciales.

5) La existencia de un plazo determinado de tiempo no le produce agobios, pues es consciente de que cada fase de la resolución precisa de cierta inversión de tiempo. Por otra parte, procura obtener resultados importantes dentro de dicho plazo, aunque esto suponga dejar alguna justificación sin importancia para el final. En fin, se planifica la resolución para lograr conclusiones relevantes dentro del tiempo dado.

(2) Tanto la escala como el formato de evaluación han sido elaborados con la inestimable colaboración del profesor Fernando Guevara, asesor de Matemáticas en el CEP de Huelva, el cual ha participado en el análisis del estudio de casos que ha permitido la confrontación de la propuesta teórica.

- Confianza en sí mismo:

1) No posee ni la más mínima confianza en sus posibilidades cuando se enfrenta a verdaderos problemas, suponiendo ya de entrada que está imposibilitado para su resolución.

2) Posee muy poca confianza en sus posibilidades de resolver el problema, estimando desde el principio que sería extraño que lo resolviera.

3) Tiene una confianza moderada en sus posibilidades, lo que puede hacer que su sensación de seguridad sufra alteraciones a lo largo de la resolución.

4) Confía bastante en sus posibilidades y en que el problema no se le resista.

5) Tiene una confianza plena en sus posibilidades, abordando el problema con la certeza de que será capaz de aportar conclusiones importantes.

- Razonamiento con símbolos matemáticos y relaciones espaciales:

1) Carece de toda habilidad para el razonamiento con símbolos matemáticos y relaciones espaciales.

2) Su habilidad para el razonamiento con símbolos matemáticos y relaciones espaciales es pequeña.

3) Posee una habilidad media para el razonamiento con símbolos matemáticos y relaciones espaciales.

4) Dispone de una habilidad considerable para el razonamiento con símbolos matemáticos y relaciones espaciales.

5) Es muy hábil para el razonamiento con símbolos matemáticos y relaciones espaciales.

- Flexibilidad de los procesos mentales:

1) Posee un razonamiento totalmente rígido, muy temeroso de salirse de lo acostumbrado y establecido e incapaz de cambiar de una operación mental a otra.

2) Posee serias dificultades a la hora de cambiar de una operación mental a otra, no consiguiendo en la mayoría de los casos salirse de lo establecido.

3) Su razonamiento apunta rasgos de flexibilidad, lo que alterna con el miedo a salirse de lo establecido o habitual.

4) Su razonamiento es bastante flexible, dispuesto a cambiar de operación mental, aunque con cautela por salirse de lo común.

5) Posee un razonamiento flexible, hábil para saltar de una operación mental a otra y no sujeto a la presión de lo usual y establecido.

- Uso de la revisión:

1) No utiliza la revisión.

2) El empleo de la revisión es escaso y no significativo, reduciéndose, como mucho, a los cálculos.

3) Revisa cálculos y proceso, pero falta profundidad al menos en uno de ellos.

4) Revisa cálculos y proceso de forma adecuada, indagando en posibles hipótesis implícitas y en la coherencia de la ejecución con la planificación.

5) La revisión es profunda y aparece continuamente a lo largo del proceso, buscando incluso alternativas.

- Obtención de una representación significativa:

1) En absoluto se suele hacer con el problema, no comprendiendo para nada la situación planteada, la cual le resulta totalmente ajena o extraña.

2) Es capaz de formular algo de la situación planteada con sus propias palabras, pero carece de comprensión de la mayor parte.

3) La comprensión de la situación se extiende a todas las variables, aunque sin profundidad.

4) Obtiene una representación bastante significativa, aunque puede quedar algún pequeño cabo suelto.

5) Obtiene una representación altamente significativa de la situación, permitiéndole entrar con esperanza de éxito en la planificación, tras formular el problema en sus propios términos.

- Papel de la memoria:

1) La memoria desempeña un papel imprescindible, produciéndose un bloqueo total si falta.

2) El papel de la memoria es imprescindible, provocando su ausencia inseguridad y falta de motivación.

3) La memoria es necesaria, efectuándose en su ausencia la búsqueda de un procedimiento alternativo de forma insegura.

4) La memoria es útil; su falta se tratará de solventar con procedimientos alternativos.

5) La memoria es útil; los procedimientos alternativos serán origen de posibles conexiones y/o profundización en algunos conocimientos.

- Importancia otorgada al control del proceso:

1) No concede importancia alguna al control del proceso; le resulta algo totalmente ajeno a sus tareas previsibles dentro del proceso de resolución de un problema.

2) Le concede muy poca importancia al control del proceso, pensando que los motivos de una buena resolución no tienen nada que ver con él.

3) Le concede cierta importancia al control del proceso, pensando que puede tener algo de influencia en la correcta resolución de un problema.

4) Le concede bastante importancia al control del proceso, pensando que puede influir bastante en la resolución del problema.

5) Le concede una importancia vital al control del proceso, pensando que puede ser determinante de una correcta resolución del problema.

- Tipo de decisiones de control (tomado de De Franco, 1987, p.129):

1) No hay necesidad de control. Los hechos y procedimientos necesarios no están disponibles en la memoria a largo plazo,

por lo que abandona, no explotando en absoluto los recursos.

2) Se centra en recursos inútiles, ignorando direcciones potencialmente útiles.

3) La conducta ejecutiva es neutral. Los malos planteamientos son cortados antes de enfrascarse en ellos, pero los recursos no son suficientemente explotados.

4) Las decisiones de control son una fuerza positiva en la resolución. Los recursos son cuidadosamente elegidos y explotados o abandonados apropiadamente como resultado de un control cuidadoso.

5) No hay necesidad de control. Los hechos y procedimientos necesarios están accesibles en la memoria a largo plazo.

#### REFERENCIAS

- BROWN, M. (1978). Cognitive development and the learning of mathematics. En Floyd, A. (Ed.) *Cognitive Development in the School Years*. Londres: Croom Helm.
- BRANCA, N.A. (1980). Problem Solving as a Goal, Process and Basic Skill. En Krulik, S. y Reys, R.E. (Eds.) *Problem Solving in School Mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- CARL, I.M. (1989). Essential Mathematics for the Twenty-first Century: The Position of the National Council of Supervisors of Mathematics. *Mathematics Teacher*, 82(6), 470-474.
- CARRILLO, J. (1993). Algunas aportaciones de la investigación en Resolución de Problemas. Ponencia en las *VI Jornadas Andaluzas de Educación Matemática*. Sevilla.
- De FRANCO, T.C. (1987). *The role of metacognition in relation to solving mathematics problems among Ph. D. mathematicians*. Tesis doctoral no publicada. New York.
- GAGNÉ, R.M. (1965). *The Conditions of Learning and Theory of Instruction*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- GUZMÁN, M. de (1985). Enfoque heurístico de la enseñanza matemática. Aspectos didácticos de matemáticas-1, Bachillerato. *Aula Abierta*, 57, 31-46. Zaragoza: ICE Universidad.

- HOUSE, P.A.; WALLACE, M.L. y JOHNSON, M.A. (1983). Problem Solving as a Focus: How? When? Whose Responsibility? En Shufelt, G. y Smart, J.R. (1983). *The Agenda in Action*. NCTM Yearbook. Reston, Virginia: NCTM.
- MAYER, R.E. Y GREENO, J.G. (1972). Structural differences between learning outcomes produced by different instructional methods. *Journal of Educational Psychology*, 63, 165-173.
- PÓLYA, G. (1962). *Mathematical discovery*. New York: John Wiley and Sons.

---

#### SUMMARY

*In this paper his author pays attention to the importance of adopting a reflective attitude as teaching professional, in particular when we deal with how to teach. Thus, this work makes explicit some relevant aspects about assessment, focusing on mathematical problem solving assessment (in the second part).*

#### RÉSUMÉ

*Cet article attire l'attention sur l'importance pour les professionnels de l'éducation d'adopter une attitude réflexive, en particulier sur la question du comment enseigner. Pour cet-ci, on analyse quelques aspects rélevants de l'évaluation, en general, en remarçant en la deuxième part l'évaluation de la résolution de problèmes de mathématiques en particulière.*