

# La naturaleza de la matemática escolar: problema fundamental de la didáctica de la matemática

Pilar Azcárate Goded (\*)

Dpto. de Didáctica. Universidad de Cádiz. España

José M<sup>a</sup> Cardeñoso Domingo (\*)

Dpto. de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. España



## RESUMEN

*Este trabajo es una reflexión sobre la naturaleza de la matemática escolar y sus implicaciones metodológicas en los procesos de enseñanza y en la formación de profesores. Se reconoce una matemática escolar diferente, más dirigida al desarrollo de una forma de pensamiento que a la adquisición de un conocimiento terminal.*

## La Didáctica de la Matemática como marco de referencia

La Didáctica de la Matemática es la disciplina que tiene como finalidad elaborar teorías descriptivas y explicativas sobre el fenómeno educativo, relacionadas con la comunicación y adquisición del conocimiento matemático. Los problemas que estudia la Didáctica de la Matemática y sus interacciones forman parte de lo que Steiner (1985) denomina el *Sistema de Educación Matemática*, que, como todo elemento del sistema educativo, se caracteriza por ser un sistema social interactivo, cuyos dominios de referencia y de acción están determinados por un gran nivel de complejidad, dado el gran número de elementos y variables que sobre él influyen.

Dicho sistema está constituido, a su vez, por diferentes elementos o subsistemas que, en gran medida, configuran los

problemas que caracterizan a la Educación Matemática y que son objeto de estudio de las investigaciones realizadas en este campo: la naturaleza de la matemática escolar, sus procesos de enseñanza y aprendizaje en función de los diferentes contextos y niveles, la evaluación de dichos procesos, la formación de profesores, etc. En el momento actual, nos enfrentamos con un cuerpo de conocimiento fragmentado y en muchos casos inconexo, producto de la variedad de intereses y parcialidad de gran parte de dichas investigaciones, orientadas, en gran parte, desde diferentes concepciones de la matemática y de la propia educación matemática coexistentes en la actualidad (Dossey, 1992).

La visión de la Didáctica de la Matemática y de la Educación Matemática como objeto de estudio, desde una perspectiva sistémica, compleja y crítica, perspectiva en la que nos situamos, induce a analizar

(\*) Miembros del Proyecto IRES.



los problemas planteados en los procesos de enseñanza/aprendizaje de la matemática, desde su totalidad, como sistemas interactivos, caracterizados por múltiples elementos en los que focalizar el trabajo y cuya finalidad es la construcción de un conocimiento matemático útil al individuo para su integración e intervención crítica en la sociedad. Creemos que esta perspectiva es la que más se adecua a la naturaleza de dichos problemas, en el sentido que nos puede aportar claves de análisis que reflejen la complejidad de la realidad a la que nos enfrentamos y posibilitar a su vez el desarrollo de sencillas estrategias de intervención no reduccionistas.

El trabajo desarrollado por el grupo de investigadores aglutinados en torno al denominado Grupo T.M.E. (Teoría de la Educación Matemática) refleja en gran parte este enfoque. Existen otros núcleos de profesionales centrados en el estudio de la Didáctica de la Matemática como son, el Grupo P.M.E. (Psicología de la Educación Matemática), y el grupo reconocido como "La Escuela Francesa", cuyo trabajo representa un interesante intento de reflexión y teorización, también desde un planteamiento sistémico del problema, siendo muchas de sus contribuciones de gran trascendencia para el avance en la comprensión de los procesos de enseñanza/aprendizaje de la Matemática, como son la teoría de las situaciones didácticas, la transposición didáctica o la dialéctica útil-objeto, entre otras (Brousseau, 1986; Chevallard, 1985; Douady, 1984). Todos ellos dedican gran parte de sus esfuerzos a la progresiva consolidación de la Didáctica de la Matemática como disciplina científica. Podríamos entender la Didáctica de la Matemática como "*un campo de investigación científico-tecnológico emergente*" (Díaz Godino, 1990; p.145).

El proceso a través del cual se van elaborando las diferentes teorías o *poblacio-*

*nes conceptuales* que caracterizan a una disciplina científica es desarrollado, evidentemente, por el conjunto de especialistas dedicados al estudio de los diferentes problemas significativos de los fenómenos y sus interrelaciones, que tiene su proyección correspondiente en los niveles de diseño y práctica (Toulmin 1977). Para ello es necesario superar las visiones parciales y aisladas de que hoy disponemos para integrar progresivamente, en un cuerpo estructurado de conocimiento con entidad propia, la información procedente desde las diferentes dimensiones que caracterizan la Educación Matemática: sociológica, epistemológica, psicológica y didáctica.

La integración de estas dimensiones ha de realizarse desde la perspectiva de su finalidad, la intervención educativa, es decir, desde una perspectiva práctica. Dicha integración permitirá la progresiva elaboración de unos principios coherentes, fundamentales y articulados para dicha intervención (Porlán, 1992), sin olvidar la dimensión ideológica presente en todo proceso educativo. Esta idea se concreta en la necesidad de construir un marco de referencia didáctico que integre la información y reflexión epistemológica, psicológica y sociológica y nos permita un análisis más potente de los procesos en los que está implicado el conocimiento matemático.

Este proceso de integración deberá de ir acompañado de la reconceptualización de los diferentes elementos o subsistemas fundamentales del sistema que representa la Educación Matemática, ya señalados. Todos ellos no pueden ser estudiados en bloque pero, tampoco deben ser considerados independientemente unos de otros, la necesaria focalización en determinados elementos no debe conllevar la pérdida del enfoque sistémico y complejo a la hora de diseñar, desarrollar, analizar e interpretar los resultados de las diferentes in-

investigaciones y estudios, facilitando su progresiva integración.

Entre todos los elementos señalados, creemos que la reflexión epistemológica es un elemento de especial relevancia en el estudio de los problemas que versan sobre la educación matemática (Dossey, 1992). Consideramos que es un aspecto clave en el diseño y desarrollo de los procesos de enseñanza/aprendizaje del conocimiento matemático en el aula y, en consecuencia, en los procesos de formación de profesores.

Dada la relevancia que para nosotros tiene la fundamentación epistemológica y, más en concreto, la concepción sobre la naturaleza de la matemática como materia escolar; en los apartados siguientes haremos una breve reflexión teórica sobre algunas de sus características fundamentales, y sobre cómo éstas influyen y, en cierta manera, determinan las estrategias metodológicas idóneas, tanto para la enseñanza, como para la formación de profesores.

### **La naturaleza de la matemática escolar**

La Matemática es una manera de conceptualizar ciertos aspectos del mundo real. Como materia escolar no puede perder todo su poder explicativo de la realidad, por tanto, no puede ser concebida como un objeto de estudio ya construido, factible de ser transmitido en sí mismo fuera de todo contexto. El conocimiento matemático es, más bien, una forma de pensamiento a desarrollar en el individuo, que constituye uno de los sistemas fundamentales de expresión a través del cual podemos organizar, interpretar y dotar de significado ciertos aspectos de la realidad que nos rodea.

La formación matemática del alumno es una de las facetas relevantes de su edu-

cación que facilita el desarrollo de sus capacidades, contribuye a su desarrollo intelectual y a su integración en el entorno que le rodea. Posibilitar dicho tipo de formación conlleva cambios sustanciales en lo que hoy se considera como relevante en la elaboración del conocimiento matemático, tanto en el plano del contenido a trabajar como en el plano metodológico de los procesos que se desarrollan en el aula (Rico y Sierra, 1990). Modificación que ha de estar apoyada en un análisis profundo de la naturaleza de dicho conocimiento.

La matemática como objeto de estudio escolar, es el conjunto de significados que elabora el niño como consecuencia de la actividad matemática y que provoca el desarrollo de esas capacidades y habilidades personales que le permiten comprender e interpretar la realidad. Ello implica que la matemática, en el contexto escolar, debe ser presentada como una forma de conceptualizar un amplio abanico de situaciones y en las que la actividad matemática sea una pieza clave para la resolución de los problemas que en ellas se planteen. La actividad es parte integral del conocimiento que en ella se adquiere.

El significado del conocimiento matemático generalmente no es algo obvio ni inmediato, no existen realmente conceptos básicos evidentes por sí mismos, su comprensión requiere explícitamente, además de su definición matemática, de un sistema de referencia concreto para la interpretación tanto de su propio contenido como de su utilización. Su significado viene esencialmente de los problemas a resolver en los diferentes contextos y, por tanto, depende, en cierta medida, de las representaciones de los objetos con los que estamos trabajando, de las situaciones relacionadas con ellos y de la actividad matemática desarrollada con dichas representaciones en dichas situaciones.

Comparando representaciones diferentes se llegan a nuevas intuiciones sobre la relación entre una situación concreta y su modelización matemática, ello permite construir un amplio espectro de relaciones entre situaciones concretas y modelos matemáticos a través de las diversas tareas realizadas. Los distintos modos y medios de representación son mediadores necesarios entre la situación empírica y el modelo matemático, de gran utilidad en los primeros niveles educativos.

Esta necesaria vinculación entre el marco de referencia concreto, situación en la que el conocimiento matemático tiene sentido, la forma de representación, como sistema de codificación de dicho conocimiento, y su significado, aquello que puede ser extrapolado sucesivamente de las diferentes situaciones concretas, ha sido representada por distintos autores de diferentes formas. Otte (1984) lo denomina como la relación triangular objeto-signo-concepto del conocimiento matemático. Todo conocimiento matemático necesita de ciertos signos o sistemas de símbolos que le permiten comprender y codificar el conocimiento elaborado; pero para dotarlos de significado es necesario un contexto adecuado de referencia. La adquisición de los conceptos matemáticos implica la interacción entre signo/sistemas de símbolos propios del modelo matemático y los objetos/contextos de referencia (Steinbring, 1991 y 1994). Una modelización semejante es la tripleta planteada por Vergnaud (1990) en su estudio sobre los campos conceptuales. Todo concepto matemático esta compuesto por tres elementos:

*S: el conjunto de situaciones que dan sentido al concepto (la referencia).*

*I: el conjunto de invariantes sobre los que reposa la operatividad de los esquemas (el significado).*

*R: el conjunto de formas lingüísticas y no lingüísticas que permiten representar sim-*

*bólicamente el concepto y sus propiedades, las situaciones y los procedimientos de su tratamiento (el significante)."*  
(p.145).

La consideración de todos estos elementos y sus relaciones es fundamental para la elaboración de un conocimiento matemático significativo y útil para interpretar e intervenir en la realidad.

Dicho con otras palabras, el conocimiento matemático en la escuela debe estar siempre inmerso en unos contextos determinados, donde la necesidad de la matemática ha de ser evidente y su utilización tenga sentido, facilitando la elaboración progresiva de su significado. Este significado no deriva, por tanto, directamente de las definiciones y fórmulas aportadas sino de la clase de problemas que permiten resolver y en los cuales el proceso de construcción de conocimiento se ha visto inmerso (Vergnaud, 1990). "*Los problemas a resolver son la fuente real de conocimiento y la resolución de problemas es también el criterio para la adquisición del conocimiento*" (Balacheff, 1990; p.138). Es decir, no sólo deben formar parte de la estrategia general de trabajo en el aula, sino ser su eje vertebrador. Esto sitúa a la actividad (entendemos siempre actividad no sólo manipulativa) en el centro del proceso de aprendizaje y a la vez como elemento clave para comprender el propio contexto en el que se genera. El significado elaborado está en función de las propias actividades desarrolladas y de los problemas a resolver. Esta quizás es una de las condiciones de mayor incidencia en el aula pues determina no sólo el contenido a poner en juego, sino su propia organización.

Por otro lado, la actividad matemática desarrollada en las diferentes situaciones, como toda actividad humana, se ve afectada por la interacción con otras personas,

por la propia historia individual y por la gran variedad de elementos que se ponen en juego en el proceso, que a su vez se desarrolla en un medio específico. Todos estos aspectos no pueden considerarse independientes de lo que se aprende en dichas situaciones.

La diferencia más significativa entre la matemática como disciplina científica y la matemática como materia escolar esta referida a los contextos sociales en los que se desarrolla. "*Una característica epistemológica fundamental del conocimiento matemático escolar es su contexto específico: los niños en la escuela dependen y comprenden el conocimiento por un camino dependiente del contexto*" (Steinbring, 1994; p.3). En los últimos años, hay un progresivo reconocimiento del papel crucial que tienen las relaciones que se establecen entre los aspectos situacionales, el contexto y las propias conductas cognitivas de los alumnos (Balacheff, 1990; Lave y Wenger, 1991). La elaboración del conocimiento matemático no es independiente del contexto donde se encuadra y su desarrollo, como ya hemos dicho, necesita de marcos concretos de acción. Pero, para evitar su vinculación exclusiva a los contextos empíricos, es necesaria la estructuración didáctica desde una perspectiva relacional que permita la progresiva independencia del conocimiento matemático, presentando diferentes combinaciones de contenidos matemáticos en situaciones diversas, que permitan establecer múltiples relaciones entre ellos.

En definitiva, comprender un concepto matemático y desarrollar competencias y procedimientos matemáticos requiere explorar el conocimiento matemático mismo por extensión y aplicación en situaciones variadas, no es posible obtener su comprensión completa por deducción lógica o definición única, es un conocimiento que alcanza su máxima significación en un

proceso continuo de espiral, ampliando el campo de aplicación se aumenta su comprensión y se desarrollan mayores competencias de interpretación e intervención en las situaciones, lo que a su vez permite ampliar de nuevo el campo de aplicación en una continua interacción entre modelo-objeto. Steinbring (1991) describe esta necesaria relación dinámica entre la teoría y su aplicación en situaciones concretas a través del *principio de complementariedad* del conocimiento matemático.

La consideración de esta visión de la matemática escolar y la naturaleza de su elaboración en el medio escolar ha de tener, evidentemente, consecuencias relevantes en el diseño y desarrollo de los procesos educativos y en correspondencia en los de formación de profesores. Vamos a señalar algunas de las implicaciones metodológicas que consideramos más significativas desde esta imagen de la matemática escolar.

### Implicaciones para su Enseñanza

Respetar todo lo anteriormente expuesto supone considerar, necesariamente, que el punto de partida de todo proceso de enseñanza/aprendizaje matemático deberá ser siempre situaciones concretas contextualizadas. Situaciones que integren una gran variedad de aspectos de la realidad en los que se refleje la necesidad del conocimiento matemático; que permitan a los niños investigar sobre sus propias ideas y realizar un contraste progresivo con la nueva información obtenida a lo largo del proceso de enseñanza.

La adquisición/comprensión del conocimiento matemático se realiza, por tanto, en un desarrollo continuo integrado en, lo que denominamos, *situaciones didácticas* que le dan sentido y significación. Se pueden concretar de múltiples formas, como centros de interés, proyectos de acción, pro-

yectos de investigación, unidades didácticas, etc. Estas situaciones didácticas, y su necesaria adecuación al contexto escolar donde van a ser desarrolladas, es uno de los aspectos que diferencian el tratamiento del conocimiento matemático en los niveles de la Educación Primaria y Secundaria, dadas las características cognitivas de los alumnos y la propia organización curricular.

En los niveles de Secundaria podemos pensar en el diseño y configuración de situaciones orientadas específicamente para el desarrollo de una determinada actividad matemática, que pueden a su vez ser de distintos tipos, como las diferentes situaciones propuestas por Brousseau (1986): Situaciones acción, de formulación, de validación o de institucionalización del conocimiento matemático.

Pero en el caso de la Educación Primaria, dada la necesaria presentación globalizada del conocimiento, nos enfrentamos con el problema de la integración del conocimiento matemático en las situaciones didácticas o contextos de experiencia más amplios. En los primeros niveles, el punto de partida de todo proceso de aprendizaje son los contextos socio-naturales, en ellos los datos e informaciones factibles de ser interpretados desde la perspectiva de los diferentes campos matemáticos aparecen entremezclados con muchos otros datos relativos a otras áreas de conocimiento. En el desarrollo de estas situaciones, las actividades de aprendizaje se organizan en función de la búsqueda de soluciones a los diferentes problemas surgidos en un momento determinado del trabajo. Por tanto, habrá diferentes tipos de situaciones didácticas con respecto al tratamiento del conocimiento matemático:

- Aquellas en las que al explorar y analizar los problemas planteados su resolución suponga movilizar y combinar diferentes conocimientos matemáticos ya adquiridos, desarrollando así su nivel de pro-

fundización y aplicación a nuevos contextos; serían situaciones relacionadas con el nivel instrumental del conocimiento matemático, ya elaborado.

- Pero nos podemos enfrentar a otras situaciones en las que al explorar y analizar los problemas surgidos sea necesario disponer de un conocimiento matemático nuevo para el alumno. Para su elaboración es necesario el diseño de situaciones específicas que permitan la exploración y reflexión sobre un determinado tipo de relaciones o conocimiento matemático, desarrollando la formación matemática del alumno y permitiendo resolver el problema de partida.

Tanto en el primer tipo como en el segundo, los datos e informaciones sobre los que actúa el alumno proceden de la problemática original planteada en la situación didáctica, donde tenía sentido su exploración. En el segundo tipo de situaciones los resultados obtenidos en los contextos específicos, relacionados directamente con la elaboración del conocimiento matemático, revertirán siempre en la resolución del problema original donde se puede contrastar su utilización, estableciéndose progresivamente el puente necesario entre el conocimiento cotidiano y el conocimiento matemático como forma de interpretar y comprender la realidad.

Como ya hemos dicho, el desarrollo de todas estas situaciones en el aula conlleva el diseño de una serie de actividades o tareas a realizar en función de los problemas planteados. Desde la perspectiva de la complejidad del conocimiento matemático, y de sus múltiples interrelaciones con otros conocimientos, es imprescindible plantear las tareas a realizar en el aula desde una visión más compleja que la que ofrece una simple secuencia lineal, organizada jerárquicamente. La planificación de las actividades deben tener *"un formato abierto y flexible, con un itinerario de las activida-*

*des en espiral con posibles ramificaciones y variantes adaptables a diferentes contextos*" (García y Cubero 1993; p.17). Esta idea puede estar representada por lo que podemos denominar el *sistema de tareas*, que permite introducir variaciones de diverso tipo en el proceso, respetando una estructura sistémica entre ellas. Sistema de tareas que debe estar inmerso en situaciones didácticas concretas permitiendo diferentes itinerarios entre ellas. "*El sistema de tareas es abierto en un cierto grado, su carácter sistémico no está simplemente dado a priori, sino construido en sus aplicaciones, es decir, usándolas y trabajando con ellas*" (Steinbring, 1991; p.157).

El sistema de tareas da la oportunidad de organizar las distintas maneras de representación del conocimiento matemático y la propia actividad matemática de formas diversas, estableciendo diferentes relaciones entre ellas. Cuando los sujetos experimentan, toman opciones, recogen datos, los organizan, los comparan, hacen supuestos, deciden, construyen modelos, dan argumentos matemáticos y no matemáticos, y calculan con fórmulas concretas, necesitan tanto de las estrategias generales del conocimiento matemático como de "medios" concretos de representación e interpretación que les permitan ir elaborando su significado, a través de la acción e implicación en los diferentes itinerarios de tareas posibles.

Es decir, la idea de "complementariedad", antes señalada, no solamente es útil para explicar la naturaleza y evolución del conocimiento matemático escolar, sino también para los procesos de interacción en el aula. Su consideración supone evitar los caminos unilaterales y lineales en el desarrollo del conocimiento matemático en el aula. El trabajo escolar debe convertirse en un proceso cíclico, con avances progresivos en complejidad, en contacto siempre con referentes concretos en los

que un elemento clave sea la actividad matemática del alumno. Particularidades, todas ellas, que entran en conflicto con la organización habitual de la enseñanza matemática por procesos lineales jerarquizados y acumulativos, en los que las referencias a situaciones empíricas son consideradas como motivaciones extramatemáticas, dispensables, y en los que la actividad del alumno se limita en muchos casos a trabajar con signos abstractos, la mayoría de las veces sin sentido para ellos.

Para la elaboración del saber matemático, las situaciones didácticas diseñadas junto con los diferentes modos de representación y el sistema de tareas, son un cuerpo de referencia que expresa y recoge su significado específico, por ello deberán ser elementos del *conocimiento profesional deseable* de los profesores, para el desarrollo de una enseñanza efectiva del conocimiento matemático. Este cambio sustancial del papel y significado de la matemática escolar conlleva necesariamente una importante modificación en la formación de profesores

### **Implicaciones para la Formación de los Profesores**

El que desarrolla el currículum en el aula es el profesor; sus ideas, principios, concepciones o conocimientos caracterizan su acción en el aula. Por ello el objetivo fundamental de todo intento de transformar la Escuela pasa por un importante trabajo en la formación de profesores. Sin profesores capaces de entender el cambio y la evolución propuesta desde las instancias vinculadas con la investigación en el campo de la Educación Matemática, poco vamos a conseguir, al menos con un reflejo claro en la escuela.

Necesariamente, la desviación del centro de atención del propio contenido con-

ceptual matemático a la actividad matemática, reflejado en los apartados anteriores, implica una transformación significativa del papel del profesor en los procesos de enseñanza/aprendizaje de las matemáticas. Como señalan Lovitt y col. (1990), el primer principio que hay que respetar para conseguir realmente un cambio educativo, es desarrollar una clara visión del cambio por parte de los profesores. Un cambio real y constructivo implica la comprensión y aceptación de los principios y valores subyacentes (Romberg y Price, 1981). Es decir, no basta que los profesores conozcan las nuevas tendencias de la Educación Matemática, sino que es necesario que comprendan y asuman los argumentos teóricos que las sustentan.

Ello supone el diseño de procesos de formación que recojan en sí mismos los presupuestos del cambio analizado brevemente en las líneas anteriores, es decir, procesos de elaboración del conocimiento matemático integrados en contextos significativos de forma abierta y flexible. En otros trabajos hemos defendido la idea, extrapolada de nuestra experiencia como formadores de profesores, de la dificultad de poseer claves de comprensión, y en consecuencia de aplicación, sobre procesos no vividos y analizados personalmente (Cardeñoso y otros, 1994). Creemos que es difícil comprender el nuevo papel del conocimiento matemático en el aula sin haber experimentado y reflexionado sobre situaciones que recojan dichas características, y en las que los profesores sean organizadores y protagonistas del proceso.

Hay numerosos "cursos" dirigidos a profesores en activo diseñados para proporcionarles un material curricular ya elaborado, con pautas metodológicas perfectamente confeccionadas para su inmediata integración en sus procesos de enseñanza del conocimiento matemático. Estos planteamientos olvidan la "praxis" del profesor,

sus presupuestos implícitos y sus implicaciones a la hora de trabajar en el aula. Desde el presupuesto de la necesaria elaboración de un conocimiento profesional que pueda guiar el aprendizaje de los alumnos en los diferentes contextos, el núcleo de acción, a la hora de diseñar programas de formación para profesores en activo, debe trasladarse hacia su propia "praxis", poniendo en juego estrategias que favorezcan y ayuden a generar hábitos de reflexión sobre su práctica y los problemas que genera.

Por tanto, la formación profesional del profesor de Matemática debe ser desarrollada dentro del contexto de actividad profesional del profesor y de la práctica educativa, en situaciones donde lo matemático sea significativo y refleje la complejidad y la diversidad de la actividad profesional, en los diferentes niveles y desde diversas perspectivas. Para ello uno de los pasos necesarios es que los profesores construyan marcos de referencia propios en dichos contextos desde su propia experiencia y reflexión sobre ella. Es difícil, como hemos indicado, llevar a la práctica algo sobre lo que no se ha tenido experiencia y sobre lo que no hay marcos de referencia contruidos, ni referentes empíricos. Por ello, y desde nuestra propia experiencia como formadores de profesores, una estrategia que consideramos idónea para el desarrollo profesional significativo, es la configuración de procesos de formación a través del diseño, desarrollo y posterior reflexión de proyectos de acción en el aula, en los que este implicado el conocimiento matemático y sus diferentes representaciones. Proyectos que progresivamente se acercarán a las condiciones propuestas para su enseñanza a través de la reflexión y análisis del desarrollo, tanto del proyecto de acción en el aula como del propio proceso de formación.



Este tipo de procesos posibilitará la elaboración de un conocimiento profesionalizado de la Matemática, es decir no un conocimiento formalizado de la materia sin más, sino aquel que le permita extraer datos de naturaleza didáctica, información significativa para la reflexión y análisis sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática: estructura lógico didáctica, naturaleza epistemológica, proceso de construcción y sus posibles obstáculos, etc.

Para una aproximación a la enseñanza comprensiva y efectiva de la Matemática todos los aspectos tratados tanto en el análisis de su naturaleza como en sus implicaciones en la enseñanza (carácter teórico y complejo, principio de complementariedad, papel del conjunto de medios de representación, sistema de tareas o actividades, situaciones didácticas, etc) son, potencialmente, componentes importantes del conocimiento profesional de los profesores de Matemática, que deberán de ser elaborados en procesos reflexivos de formación y cuyo punto de partida deberá ser siempre su propias concepciones.

#### REFERENCIAS

- BALACHEFF, N. (1990). Future perspectives for research in the Psychology of Mathematics Education. En Nesher y Kilpatrick. *Mathematics and cognition: A research synthesis*. Cambridge: U.P.
- BROUSSEAU, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 7.2, pp 33-115
- CARDENOSO, J.M.; AZCARATE, P.; CUESTA, J.; NAVARRETE, A. (1994). Un proceso de aprendizaje como estrategia de formación de profesores. *Actas del I Congreso Mundial sobre Educación Infantil*, Málaga
- CHEVALLARD, Y. (1985). *La transposición didáctica. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- DIAZ.GODINO, J. (1990). Hacia una teoría de la Didáctica de la Matemática. En Gutiérrez (Ed) *Area de Conocimiento Didáctica de la Matemática*. Madrid: Síntesis.
- DOSSEY, J.A. (1992). The nature of Mathematics: its role and its influence. En Grouws (Ed) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan D.C.,
- DOUADY, R. (1984). Jeux de cadres et dialectique outil-objet, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 7.2 pp 5-31
- GARCIA, J.E. Y CUBERO, R. (1993). Perspectiva constructivista y materiales curriculares de Educación Ambiental, *Investigación en la Escuela*, 20, pp 9-22
- LAVE, J. Y WENGER, E. (1991). *Situated Learning. Legitimate peripheral participation*. Cambridge: U.P.
- LOVITT, CH.; STEPHENS, M.; CLARKE, D. Y ROMBERG, T. (1991). Mathematics teachers reconceptualizing their roles. En Cooney y Hirsch (Ed) *Teaching and Learning Mathematics in the 1990s*. Virginia: NCTM.
- OTTE, M. (1984). *Was ist Mathematik?*, Manuscrito nº 43 IDM, Bielefeld.
- PORLAN, R. (1993). La didáctica de las ciencias: una disciplina emergente. *Cuadernos de Pedagogía*, 210, pp. 68-71.
- RICO, L Y SIERRA, M. (1990). La Comunidad de Educadores Matemáticos. En Gutiérrez (Ed) *Area de Conocimiento Didáctica de la Matemática*. Madrid: Síntesis.
- ROMBERG, T.A. Y PRICE, G.G. (1981). Assimilation of innovation into the culture of schools: impediments to radical change. En Romberg y Stewart *School Mathematics: Options for the 1990s*. Madison.
- STEINBRING, H. (1991). The concept of chance in everyday teaching: Aspects of social epistemology of mathematical knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 22 pp 503-522
- STEINBRING, H. (1994). Reflecting specific characteristics of the object of didactical research. Epistemological constraints of mathematical knowledge in social learning settings. Manuscrito presentado al *ICMI Research Study Conference: What is research in mathematics education and what are its results?*, Mayo del 7-12, Washington
- STEINER, H-G (1985). Theory of Mathematics Education (TME): an Introduction. *For the Learning of Mathematics*, Vol 5.2 pp 11-17
- TOULMIN, (1977). *La comprensión humana. Vol.I.El uso colectivo y la evolución de los conceptos*. Madrid: Alianza.
- VERGNAUD, G. (1990). La théorie des champs conceptuels, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 10.23, pp. 133-170.

**SUMMARY**

*This paper is about the nature of school mathematics and its methodological implications in the teaching process and in teachers education. It is considered a different school mathematics, which is directed to the development of a way of thinking instead of to a final knowledge acquisition.*

**RÉSUMÉ**

*Cet travail est une réflexion sur la nature de la mathématique scolaire et leurs implications méthodologiques sur les processus d'enseignement et de formation des professeurs. On reconnaît une mathématique différente plus dirigée au développement d'une certaine façon de pensée qu'à l'acquisition des connaissances terminaux.*