

MIDIENDO LA REORDENACIÓN. UNA REVISIÓN DE LA LITERATURA¹

Luis Ángel HIERRO RECIO

lhierro@us.es

Tel.: 954557526

Rosario GÓMEZ-ÁLVAREZ DÍAZ

charogomez@us.es

Tel.: 954554474

Pedro ATIENZA MONTERO

atiENZA@us.es

Tel.: 954551647

Grupo de Investigación “Economía Pública - Universidad de Sevilla”

Depto. de Historia e Instituciones económicas y Economía Aplicada

Facultad Ciencias Económicas y Empresariales

Universidad de Sevilla

Avda. Ramón y Cajal, 1

41018 SEVILLA

Resumen:

El objetivo del presente trabajo es la presentación conjunta y organizada de todo tipo de indicadores o medidas de reordenación. Para ello, presentamos en primer lugar la concepción y caracterización de la reordenación en la literatura económica en base a los dos ámbitos fundamentales en los que se ha estudiado en economía: la equidad tributaria, donde la reordenación es una pérdida de poder de igualación de una política redistributiva, y la movilidad económica, donde la reordenación se estudia como elemento *per se*. A continuación presentamos una metodología general para la construcción de índices de reordenación. Proseguimos con la descripción de las distintas medidas de reordenación. Primero los derivados de matrices de transición, y después los obtenidos a partir de índices y curvas de concentración y finalmente los elaborados mediante la comparación de rangos. Además recogemos unas breves notas sobre la relación entre la medida de la reordenación y el bienestar social.

Palabras clave: reordenación, equidad tributaria, movilidad económica, redistribución de la renta, índices de concentración, matrices de transición

Clasificación JEL: C02, D63, H23, J62

¹ Este trabajo forma parte de un proyecto de investigación financiado por el Centro de Estudios Andaluces mediante ayuda concedida al amparo de la Convocatoria de Ayudas a Proyectos de Investigación 2008 bajo la denominación “La incorporación del concepto de reordenación a la financiación autonómica”.

1.- INTRODUCCIÓN

Desde hace algunas décadas el concepto de orden y por ende el de reordenación ha merecido una cierta dedicación en el ámbito de la economía. En nuestro país dicho concepto ha adquirido recientemente mayor relevancia como consecuencia de su introducción en la financiación autonómica. Ámbito éste, por cierto, muy distante de los que tradicionalmente han venido preocupándose por el tema.

En efecto, a lo largo de los últimos cuarenta años la medición de la reordenación ha estado asociada por un lado al estudio de la movilidad económica y social y, por otro, a la equidad en los tributos, y en ambos campos se ha analizado su repercusión sobre la distribución de la renta y en el bienestar social.

Uno de los estudios pioneros de esta primera corriente puede atribuirse a Bartholomew (1973) quien desde el ámbito de la sociología económica, y con objeto de evaluar la movilidad intergeneracional entre clases sociales definidas profesionalmente, planteó la necesidad de medir lo que denominó "*mobility exchange*", es decir la movilidad que se da en una sociedad cuando unos individuos sustituyen a otros en sus posiciones sociales. En esos comienzos, fundamentalmente con el trabajo de Shorrocks (1978a), se formaliza la medición de la movilidad económica a través de índices, generándose a continuación una amplia literatura en la que se elaboran múltiples indicadores de movilidad, una parte de los cuales son medidas de reordenación. Fruto de este desarrollo comienzan a forjarse dos ámbitos de trabajo sobre movilidad económica, el que se concentra en el estudio de las propiedades de los indicadores, aspecto éste donde destacan los trabajos de Shorrocks (1993) y Fiels y Ok (1996), y el que se orienta hacia la medición en términos de bienestar social (King (1983) o Markandya (1982)).

Por su parte la segunda de las corrientes, la afincada en materias de carácter fiscal, se ha dedicado fundamentalmente al análisis de la equidad horizontal y vertical, incorporando la reordenación como medida de la pérdida de potencial igualador y por tanto como generadora de inequidad horizontal (Atkinson (1980), Plotnick (1982), Kawkani (1984), Aronson, Johnson y Lambert (1994) o Urban y Lambert (2005))

Una curiosidad que se aprecia cuando se aborda el estudio de la reordenación *per se* y no como subproducto es que mientras en los trabajos de movilidad económica la mayoría de los instrumentos de medición se obtienen a partir de matrices de transición y correlación de rangos, en el ámbito de la equidad tributaria los instrumentos básicos de análisis y medida se construyen a partir de índices de Gini y de concentración. Así, excluido el trabajo de Atkinson (1980) donde se manifestaba la posibilidad de conjugar indicadores matriciales e índices de Gini², ambas líneas de investigación han funcionado como compartimentos estanco, dando como resultado la ausencia de una síntesis en cuanto a los instrumentos de medida de la reordenación.

² Más recientemente en el trabajo de Van Kerm (2004), dedicado al estudio de la movilidad, incorpora la reordenación medida mediante curvas de concentración.

La carencia de un documento que salve esta segregación metodológica y en el que se exponga de forma conjunta y organizada todo tipo de indicadores o medidas de reordenación justifica el trabajo que se aborda con el presente documento y constituye el objetivo del mismo.

Para ello, el epígrafe 2 se dedica a la definición de la reordenación y se señalan algunas características que la condicionan. En el siguiente apartado se desarrolla la metodología para la obtención de índices de reordenación. Por su parte los apartados 4, 5 y 6 se dedican a la descripción de las distintas medidas de reordenación, primero los derivados de matrices de transición, después los obtenidos a partir de curvas de concentración y finalmente los elaborados mediante la comparación de rangos. Ya en el epígrafe 7 recogemos una breve nota sobre la relación entre la medida de la reordenación y el bienestar social, para después finalizar con un epígrafe 8 donde se resumen las conclusiones más destacables.

Definido nuestro objetivo, y antes de entrar en el contenido efectivo del trabajo, se hace necesario realizar algunas consideraciones metodológicas para un adecuado seguimiento del mismo. Así, y en primer lugar, ha de señalarse que si bien durante la exposición tomaremos como referencia la reordenación de sujetos según criterios económicos como la renta, los tributos, las transferencias, etc. los instrumentos que expondremos son aplicables a la medición de la reordenación con carácter general, y en consecuencia a cualquier grupo de elementos ordenados en función a cualquier variable o criterio.

En segundo lugar es necesario advertir, dada la diversa procedencia de los indicadores, que es posible que en algunos momentos, atendiendo a la fuente original utilicemos como sinónimos del término reordenación algunos otros como por ejemplo el de movilidad por intercambio o inequidad horizontal. En otros contextos ello constituiría un abuso del lenguaje, no obstante puede ser indispensable si pretendemos transmitir fielmente la explicación ofrecida por el autor en su trabajo.

Finalmente, queremos señalar que dado el fin que nos ocupa, que no es otro que la exposición ordenada y agrupada de las técnicas de medición de la reordenación, el concepto de reordenación no lleva asociado connotaciones positivas ni negativas. Si el orden de una serie de elementos debe cambiar mediante determinadas actuaciones es algo que depende de los objetivos previamente fijados para la distribución de la variable, lo que a su vez en economía suele estar asociado a juicios de valor, aspecto éste que no es objeto de estudio en el presente trabajo.

2.- CONCEPTO Y CARACTERIZACIÓN.

En términos matemáticos el orden es una relación binaria del tipo menor o igual en el propio conjunto de elementos, que cumple las propiedades reflexiva, antisimétrica y transitiva, y la reordenación deriva de la comparación de dos conjuntos ordenados. Dicho de otro modo, un conjunto de elementos dispone de un orden si los mismos se pueden clasificar de menor a mayor o viceversa y la reordenación es el cambio en el orden de los mismos. El orden, por tanto, es una característica que se encuentra implícita en todo aquello que

es medible mediante una escala predefinida, por ello tiene un papel muy relevante en todos los ámbitos científicos, incluido el económico. Ahora bien, el hecho de que el orden se encuentre implícito en las variables económicas medibles no implica que el cambio de orden sea un problema económico en sí mismo y en consecuencia que sea una cuestión que merezca su estudio *per se*³. De hecho, como se ha citado más arriba, la escasa preocupación por la reordenación en la literatura económica tiene su excepción en los trabajos sobre dos problemas distributivos: la movilidad económica de sujetos y la justicia tributaria. Esta carencia de relevancia de la reordenación como problema económico probablemente sea la razón fundamental para que en los estudios económicos la reordenación sea un concepto residual, lo cual además provoca incluso dificultades para su definición.

2.1.- La reordenación en el ámbito de la movilidad económica.

Por movilidad económica podemos entender los cambios que se producen en la renta de los sujetos entre dos momentos diferentes del tiempo. Supongamos que en un momento determinado existe una distribución de renta para N individuos representada por el vector $X = (X_1, \dots, X_n)$. Si en un periodo diferente existe una nueva distribución de la renta representada por el vector $Y = (Y_1, \dots, Y_n)$, cada sujeto de la sociedad tendrá asociado un vector de rentas (X_i, Y_i) representativo de su renta inicial y final. Los cambios que se hayan producido en la renta reflejarán la movilidad económica y los indicadores de movilidad tienen por objetivo ofrecer una medida de los movimientos producidos entre la distribución inicial y la final de la distribución de la renta del país. En definitiva, la movilidad económica lo que pretende es diseccionar la evolución de la distribución de la renta, de forma que en el estudio se pueda ir más allá que la mera medida agregada de la desigualdad para identificar el progreso individual o de grupos sociales con el paso del tiempo.

La primera propuesta de medición de la movilidad económica en el sentido de reordenación tiene su origen en la sociología, en Prais (1955) donde la variable de ordenación es la clase social o grupo (tipo de trabajo, localización geográfica...). Posteriormente, Bartholomew (1973, p.64) denomina como "*mobility exchange*", movilidad por intercambio, a aquella modificación que se produce cuando un individuo perteneciente a una categoría social se desplaza a otra, sin que se modifique el número total de opciones. Siguiendo su estela Shorrocks (1978a) ofrece un concepto más amplio de movilidad económica, basado en el cambio relativo de la renta del agente económico dentro de una escala, que hace que se pierda la relación estricta entre movilidad y reordenación pues en el trabajo se considera que existe movilidad si existe cambio en la "categoría económica", con independencia de que se produzca o no salto. A partir del trabajo de Shorrocks se produce una proliferación de indicadores de movilidad, que recientemente Fields (2005) contabilizan en un número superior a veinte.

³ No ocurre así en la informática, donde el tratamiento de la información es secuencial y el estudio del orden es esencial para el procesamiento de la misma.

En un intento de ordenar la definición de movilidad, Fields y Ok (1999a) presentan hasta seis definiciones, agrupadas en medidas absolutas y medidas relativas, siendo la reordenación un tipo de estas últimas. El primer grupo estaría formado por las que asumen que existe movilidad siempre que la renta inicial y final de al menos un individuo sea distinta, sin que sea necesario realizar comparación alguna con la evolución de la renta del resto de sujetos. Dentro de estas medidas absolutas se puede distinguir las que cuantifican todas las ganancias y pérdidas de renta sin diferenciar el sentido de la dirección, “*medidas del flujo de renta*” (Fields y Ok, 1996), y las que sí tienen en cuenta el sentido de la variación, “*movilidad direccional de la renta*”, Fields (1996 y 1999).

Por otro lado, están las medidas de movilidad relativa que implican una relación de la renta de los individuos y la de los demás. Así, el “*índice de movilidad porcentual*” evalúa el aumento o reducción de la renta del individuo respecto a la renta media, de forma que un individuo puede tener movilidad económica aunque su renta no cambie ya que se altera la proporción de la renta de que la disfruta, (Chakravarty et. Al, 1985). Otra medida es la que considera la movilidad de la renta como “*índice de igualación de las rentas a largo plazo*”, mediante ella se compara la desigualdad de los individuos a lo largo de diferentes periodos con la desigualdad medida en un solo momento, (Shorrocks, (1978b) o Fields (2007b)). Existe también una quinta definición de movilidad, entendida como independencia de la renta presente respecto a la pasada (Shorrocks, 1978a), según la cual, se puede afirmar que existe movilidad si la renta futura del individuo no depende de su renta presente. Y finalmente, existirían los denominados “*índices de cambio de posición*” para los que la movilidad se produce si un individuo cambia de grupo u orden. Esta última categoría incluiría los índices que evalúan explícitamente la reordenación (Schiller, 1977), que para King (1983) son la única expresión de la movilidad.

A este esfuerzo de estructurar el concepto de movilidad hay que añadir la aportación de Markandya (1982). Este se inspira también en la literatura sociológica y distingue entre la *movilidad estructural*, generada por la modificación del nivel medio de renta, y la *movilidad por intercambio*, que tiene su origen en el cambio en las posiciones en la distribución de la renta.⁴ Posteriormente, Ruíz-Castillo (2000) amplía esta definición e identifica en la movilidad estructural dos tipologías. La primera se denomina *movilidad por crecimiento*, derivada de la variación del nivel medio de la renta y por tanto evalúa la movilidad absoluta, mientras que la segunda se denomina *movilidad por dispersión*, ya que se deriva de la modificación de los porcentajes de participación de los individuos en la renta total.

2.2. La reordenación en el ámbito de la equidad tributaria.

Uno de los aspectos que tradicionalmente ha ocupado a los estudiosos de la economía pública ha sido conocer si la carga fiscal de un tributo se

⁴ Fields y Ok (1996, p.359) emplean esta misma terminología “movilidad por intercambio” para referirse a un fenómeno diferente, que consiste en la transferencia de renta de un individuo a otro, ceteris paribus, lo que implica movilidad absoluta, pero no tiene porqué producirse reordenación, tal como exige la definición de Markandya.

distribuye de forma progresiva, proporcional o regresiva. En dicho ámbito de trabajo adquiere relevancia el concepto de equidad, que es un principio tributario según el cual un impuesto es equitativo si trata de forma igual a los iguales y de forma desigual a los desiguales. Así, el impuesto sobre la renta, que es el que grava directamente los ingresos de los sujetos debe procurar por una parte la equidad horizontal, de forma que dos ciudadanos con idéntica renta tributen cuantías también idénticas, y por otra la equidad vertical, gravando relativamente más a los que más ingresos obtienen y viceversa. Para medir la equidad horizontal y vertical del impuesto sobre la renta existen básicamente dos métodos: el estudio de la tarifa impositiva y la aplicación de índices de Gini. Este último método implica, al igual que ocurría anteriormente con la movilidad, estudiar la distribución de la renta y sus cambios por la incidencia impositiva, e incluye como elemento a tener en cuenta a la reordenación.

El artículo seminal de Feldstein (1976) se plantea cómo hacer operativo el concepto de equidad horizontal en el diseño de las reformas impositivas. Según éste, la equidad horizontal se consigue si dos individuos que están en el mismo nivel de bienestar (utilidad) antes de impuestos, tienen también el mismo nivel de utilidad después de impuestos. Por lo que *“generalizando, la introducción de un impuesto no debería alterar el orden de los individuos según su nivel de utilidad”* (Feldstein, 1976, pág. 83).

A partir de esta propuesta, se desarrolla toda una línea de investigación en el ámbito de la teoría de la imposición sobre la reordenación y la equidad horizontal que tiene su origen en los trabajos de Atkinson (1980), Plotnick (1981) y Kawkani (1984). Posteriormente sus propuestas metodológicas se han ampliado para evaluar el nivel de reordenación de la posición económica de los individuos derivado de la implementación de decisiones políticas.

De hecho, el análisis del impuesto sobre la renta se realiza con la agrupación de sujetos o familias por tramos de renta, con lo que la posibilidad del cambio de tramo tras la imposición implica introducir el concepto de reordenación. Esta situación lleva a Aronson, Johnson y Lambert (1994) a plantearse la necesidad de diferenciar entre el tratamiento desigual de los iguales y la reordenación entre los desiguales. Para estos autores la reordenación no tiene su origen en el hecho de que los iguales modifiquen su orden dentro del grupo, sino en que individuos que originalmente pertenecen al mismo grupo pasen a pertenecer a otro diferente tras el impuesto, “saltando” de grupo. Estos autores denominan a este acontecimiento *reordenación por solapamiento*, diferenciándolo de la desigualdad horizontal, que se produce cuando se da un trato desigual a los iguales.

Se abren así dos corrientes en los estudios del impacto distributivo de las políticas impositivas basadas en dos concepciones diferentes de la reordenación y de la forma de medirla. Para la corriente tradicional (APK) sólo existe inequidad horizontal si hay reordenación y viceversa, mientras que para quienes siguen la proposición de Aronson, Johnson y Lambert (AJL) la reordenación no es condición necesaria para la generación de desigualdad horizontal.

Más recientemente, el trabajo de Urban y Lambert (2005) reconcilia ambas visiones. Así, si los agentes están agrupados y se produce reordenación

entonces se pueden identificar el cambio de orden de los grupos, entre los grupos y la reordenación por solapamiento, siendo la suma de los tres la reordenación total obtenida según la propuesta tradicional de Atkinson, Plotnick y Kawkani. Gracias a esta aportación se delimitan, se cuantifican y se relacionan las diferentes concepciones de reordenación derivadas de curvas de concentración. Además estos autores clarifican los conceptos de inequidad horizontal y reordenación puesto que la desigualdad horizontal sin reordenación tiene su origen en el agrupamiento de los individuos similares, de forma que es posible que estos tengan un tratamiento desigual sin que ello suponga la reordenación. En el caso de que los individuos de los grupos sean exactamente iguales cualquier tratamiento desigual generaría desigualdad dentro del grupo y por tanto reordenación dentro del grupo.

2.3. Algunas consideraciones adicionales sobre la caracterización de la reordenación

Los conceptos de referencia sobre los que se han construido los estudios económicos de la reordenación ofrecen una cierta caracterización de la misma, no obstante hay factores adicionales que también se han de tener en cuenta. Así, un aspecto interesante de la reordenación es el establecimiento de términos de referencia para valorarla. De una parte Plotnick (1982) considera que la reordenación es máxima si el cambio de distribución implica que cada uno de los individuos pasa a ocupar el orden inverso, "*reversal mobility*", de forma que para cada sujeto situado en la posición i de las N posibles, se produce reordenación máxima si su posición final es $j = N + 1 - i$. Alternativamente, autores como Shorrocks (1978a) consideran, tomando la idea del sociólogo Prais (1955), que la movilidad es máxima cuando un sujeto puede pasar en el futuro a pertenecer a cualquier grupo de renta con independencia del de su origen, "*origin independence*", es decir cuando no existe correlación entre el orden inicial y el final.

Gottschalk y Spolaore (2002) explican la diferencia entre ambas perspectivas en términos de probabilidad de predicción. Así, mientras en el caso de *reversal mobility* la predictibilidad es completa, (Atkinson y Bourguignon, 1982); en el caso de *origin independence*, es decir cuando nos planteamos la aproximación axiomática al modo Shorrocks, la reordenación aumenta con la independencia de la renta futura respecto a la presente, lo que hace que la ausencia de predictibilidad sea absoluta.

Otros aspectos sobre los que podemos plantear interrogantes son el ámbito temporal, la agrupación de los sujetos objeto de estudio, los ámbitos de aplicación y el carácter normativo o positivo que se le quiera dar al estudio. Así, en cuanto al ámbito temporal de la reordenación éste depende del objeto de estudio de la investigación, de forma que si de lo que se trata es de medir el cambio de los sujetos en su posición en la escala salarial, como ocurre en el trabajo de Schiller (1977), o de analizar el cambio de orden intergeneracional como hace Markandya (1984) o del cambio de orden a lo largo del ciclo vital, como plantean en su trabajo Creedy y Van de Ven (2001), los plazos a considerar deben ser muy largos, mientras que si lo que pretendemos es evaluar el impacto de la tarifa del impuesto sobre la renta, como ocurre en Kim y Lambert (2008) el plazo a considerar es un único ejercicio fiscal. Es decir, el

ámbito temporal viene determinado por el objeto de estudio, no existiendo en principio ninguna consideración de naturaleza temporal que induzca al uso de uno u otro tipo de medida según el plazo.

Otra cuestión relevante, pero también independiente de la metodología de medición y derivada del objetivo del trabajo y de la disponibilidad de datos, es la posibilidad o necesidad de agrupar los sujetos objeto de análisis. Así hay estudios, los menos, en los que los sujetos son tomados individualmente, como en Aronson y Lambert (1994) o Plotnick (1984), en otros casos, la mayoría, se trabaja con sujetos agrupados por intervalos, como por ejemplo en Wagstaff y Van Doorslaer (1997) o Aronson, Lambert y Trippeer (1999). El principal motivo para la agrupación de sujetos es que la información disponible en el mundo real es compleja y no se puede representar por una única función. No obstante, también ocurre en algunos casos que la agrupación posibilita tratar aspectos relevantes para la distribución de la renta o de la carga fiscal como son estar casado o no, ser propietario de vivienda, la edad, etc., como sucede en Aronson, Johnson y Lambert (1994)

En cuanto al campo de estudio, es cierto que la mayor parte de los trabajos se concentran en los ámbitos de redistribución de renta y justicia tributaria a los que nos hemos venido refiriendo, si bien existen otros ámbitos económicos en los que también son de aplicación. Sirvan para ello de ejemplo trabajos como el de Heil y Wodon (1997) donde se hace referencia a la reordenación de los países en el reparto de derechos de emisiones de CO₂, o el de Wagstaff, et. al. (1999) donde se incorpora la reordenación en la prestación de servicios médicos. Asimismo, la evaluación de la reordenación también se aplica en el ámbito de la economía regional, donde los sujetos de comparación son agrupaciones territoriales, como en Salas (1999) o Dickey (2001).

Finalmente, otro aspecto relevante es el papel de lo normativo en los estudios que incorporan aspectos de reordenación. En efecto, la medición de la reordenación en si misma, tal como indicábamos al comienzo, no implica la emisión de juicios de valor, no obstante, dado que una gran parte de los trabajos que la estudian se dedican a analizar la distribución de la renta, no es extraño que haya autores que planteen un paso más, a fin de evaluar las diferencias de bienestar social asociadas a los cambios de orden. Ese es el caso de trabajos como los de Atkinson (1981), Markandya (1982), Chavkraty, et. al. (1985) o Ruíz-Castillo (2000), en los que la medida de reordenación se incorpora a funciones de bienestar social para su valoración, surgiendo así medidas de las modificaciones del bienestar social asociadas a cambios en la distribución de la renta.

3.- CONSTRUCCIÓN DE ÍNDICES DE REORDENACIÓN

Como brevemente se señaló con anterioridad, dentro de los estudios sobre movilidad económica, desde su primera época, han tenido relevancia las investigaciones destinadas a descomponer la movilidad económica, a fin de diferenciar las variaciones de renta que se manifiestan en reordenación, movilidad por intercambio, de aquellas que son manifestación de la modificación en el nivel general de ingresos en una sociedad.

Los primeros estudios sobre metodología para la descomposición son los trabajos de Markandya (1982, 1984) donde se sugieren dos procedimientos alternativos de descomposición. El primero de ellos consiste en definir la movilidad por intercambio como la proporción del cambio en el bienestar que tendría lugar debido a las reordenaciones en la distribución de ingresos. El segundo método consiste en definir la movilidad estructural como el cambio en el bienestar que tendría lugar si no existieran reordenaciones. En ambos casos, el otro componente se hallaría como el residuo o diferencia entre el índice de movilidad total y el índice estructural o el índice de intercambio, según el caso. Esta doble vía no implica, sin embargo, la plena equivalencia de los resultados.⁵

Con posterioridad, Ruíz-Castillo (2000) ampliando una propuesta de descomposición de índice de movilidad desarrollado por Chakravarty, Dutta y Weymark (1985) identifica tres tipos de cambios. En primera instancia, existe el cambio o movilidad estructural, que se identifica como la variación de la renta que no modifica el orden inicial. A su vez esta movilidad estructural se descompone en movilidad por crecimiento, identificable con la variación de la renta media, y movilidad por dispersión donde se recogería la discrepancia en el crecimiento de la renta de cada individuo con respecto al crecimiento medio. Finalmente, la movilidad de intercambio recogería el efecto de las reordenaciones que se producen en la transición entre la situación inicial y la final. En base a ello la movilidad total podría expresarse mediante la suma de tres funciones que recogen esos tres cambios, siendo la suma de los dos primeros la movilidad estructural.

$$M = M_C + M_D + M_R$$

Esta descomposición ha sido generalizada para cualquier medida de movilidad por Van Kerm (2004) por medio de la construcción de los denominados *vectores hipotéticos*. El método consiste en partir de la distribución inicial para llegar a la distribución final añadiendo progresivamente los distintos vectores que identifican los factores que contribuyen a la movilidad.

En efecto, partiendo de un vector inicial de distribución de la renta y_0 , que tiene un valor medio igual a u_0 , que se transforma en un vector final y_1 , con media igual a u_1 , podemos calcular un vector hipotético y_c que reflejaría el crecimiento medio de la renta, movilidad por crecimiento, y que se obtendría considerando la media final pero manteniendo el orden y el nivel de desigualdad inicial:

$$Y_C = \left(\frac{u_1}{u_0} \right) y_0$$

Por su parte el vector hipotético y_D se determinaría suponiendo que los sujetos tienen una renta distribuida según el porcentaje de participación final,

⁵ A partir de este trabajo surgen dos propuestas alternativas de descomposición de índices de movilidad pero que no afectan al componente de reordenación. Ver Fields y Ok (1996) y Chakravarty, Dutta y Weymark (1985).

pero manteniendo el orden y la renta media inicial, lo que nos identificaría la movilidad por dispersión. Dicho vector se calcularía de la siguiente forma:

$$Y_D = \begin{pmatrix} u_o \\ u_1 \end{pmatrix} Ly_o$$

Donde L es una matriz diagonal $n \times n$ con elementos genéricos $y_{1(r(y_{oi}))} / y_{oi}$ donde los valores finales y_1 siguen el orden inicial.

Por su parte, el vector y_S representaría los valores finales ordenados según el orden inicial, que son los que permiten aislar la movilidad estructural, y que se calcularía mediante la fórmula:

$$Y_S = Ly_o$$

Finalmente, se determinaría la distribución hipotética que resultaría si los valores iniciales siguieran el orden final, que es la medida que permite determinar la movilidad por reordenación, y que viene dada por el vector y_R .

$$Y_R = P_{yi}^1 \cdot y_o$$

Donde P_{yi}^1 es una matriz de permutación que ordena los valores iniciales según el orden final.

Obtenidos los vectores hipotéticos se puede desagregar la contribución de cada factor a la movilidad total de forma secuencial. A modo de ejemplo presentamos una secuencia, de todas las posibles:

$$M(y_o, y_1) = M(y_o, y_C) + (M(y_o, y_S) - M(y_o, y_C)) + (M(y_o, y_1) - M(y_o, y_S))$$

Como fácilmente se aprecia, en primer lugar se calcula la movilidad por crecimiento, a continuación la movilidad por dispersión, mediante la diferencia entre la movilidad estructural y la movilidad por crecimiento, y por último la movilidad por reordenación, determinada por la diferencia entre la movilidad total y la movilidad estructural.

La aplicación de esta metodología conlleva el problema de que, según sea la secuencia seguida para el cálculo de los componentes, sus valores son diferentes, tal como ocurría con la propuesta de Markandya (1982,1984). Con el objeto de solventar esta dificultad, Van Kerm (2004) aplica la regla de Shapley (1953), un procedimiento procedente de la teoría de juegos cooperativos que se ha adaptado al análisis de la descomposición de la desigualdad, como se puede ver en Shorrocks (1999).⁶ La idea subyacente es que dependiendo de la secuencia de evaluación del efecto marginal de un factor, en este caso sobre la movilidad, su valor es diferente por lo que es necesario determinar un valor medio. Es decir, si $M^{y,s}(y)$ denota el efecto marginal del factor j en la secuencia s , la contribución del factor j se estimaría mediante la siguiente ecuación:

⁶ Se pueden consultar también los trabajos de Chantreuil y Trannoy (1999) y Rongve (1999) como casos concretos de descomposición de medidas de desigualdad mediante esta técnica. Un trabajo empírico puede verse en Kolenikov y Shorrocks (2005).

$$M^j(y) = \frac{1}{3!} \sum_{s \in S^{(3)}} M^{j,s}(y)$$

Donde $S^{(3)}$ es el conjunto de todas las posibles combinaciones de los tres factores de movilidad en función de la secuencia de introducción de los mismos.

El principal atractivo de este procedimiento es que proporciona una descomposición exacta y simétrica, pues la estimación de las contribuciones no depende del orden de introducción de los factores.

Es de interés para nuestro trabajo otra apreciación que señala Van Kerm (2004) referida a aquellas situaciones particulares en las que los índices de movilidad son representativos únicamente de reordenación. En efecto, la condición para que un índice de movilidad sea una medida de reordenación es que cumpla la propiedad de *ordinalidad de las unidades*, lo cual se produce cuando $M(H_{(y^0)}y^0, J_{(y^1)}y^1) = M(y^0, y^1)$ para cualquier matriz de transformación y preservación del orden⁷, $H_{(y^0)}, J_{(y^1)}$, y cualquier $y^0, y^1 \in R^{++}$. Si esta situación se da entonces el índice mide el orden y sólo el orden, de forma que $M_C = M_D = M_S = 0$. En el resto de los casos los índices son descomponibles en los tres factores con alguna excepción.⁸

La metodología propuesta por Van Kerm es muy aclaratoria en cuanto a las posibilidades de descomponer y clasificar las medidas de movilidad, lo cual a efectos de lo que es nuestro interés particular significa que es posible no ya la identificación del concepto de reordenación sino también la deducción de medidas de reordenación a partir de cualquier índice de movilidad.

⁷ Una matriz de transformación que preserva el orden con respecto al vector x es aquella que transforma x en y pero mantiene el orden inicial del vector de los elementos.

⁸ En efecto, un índice no evalúa la movilidad por crecimiento y por tanto sólo es descomponible en el componente de reordenación y de dispersión si $M(\alpha y^0, \gamma y^1) = M(y^0, y^1)$ para cualquier $\alpha, \gamma > 0$ y todo $\alpha, \gamma \in R^{++}$. Axioma de *intertemporal scale invariante* o principio de relatividad fuerte según Fields y Ok (1999a).

4.- MEDIDAS DE REORDENACIÓN BASADAS EN MATRICES DE TRANSICIÓN

Entrando pues en las distintas formas de medición de la reordenación, debemos comenzar por los sistemas de medida de mayor tradición, que son los que derivan de matrices de transición. En efecto, cualquier transformación en los órdenes se puede representar mediante una matriz de transición (A) $n \times n$ donde cada elemento a_{ij} denota el porcentaje de sujetos perteneciente a la categoría inicial i que pasa a la categoría j en la ordenación final, dentro de las n clases o categorías establecidas, que deben ser las mismas en ambos periodos⁹. En el caso de no existan grupos, sino individuos, existirá un único a_{ij} igual a 1 para cada i y el resto tomarán el valor cero. Esta condición implica que la suma de las columnas así como las de las filas de la matriz de transición debe ser igual a 1, es decir es biestocástica. Cualquier variación de un elemento de la matriz afectará a otros de forma que las combinaciones resultantes siempre cumplen la siguiente condición:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} = 1 \quad \text{para todo } i$$
$$, \sum_{i=1}^n a_{ij} = 1 \quad \text{para todo } j$$

Como en este tipo de matriz se recogen las modificaciones relativas de posición, el rango i corresponde al mismo orden en todos los periodos de estudio, pero no necesariamente al mismo nivel absoluto de la variable, de forma que un individuo puede modificar su posición porque los demás varían su renta, si ésta fuese la variable de ordenación seleccionada, sin que su nivel de renta absoluto se haya modificado.

4.1 Índice de Bartholomew

Como se ha señalado más arriba, la primera propuesta de medición de la reordenación mediante matrices, procede de la sociología, donde la variable de ordenación es la clase social o grupo (tipo de trabajo, localización geográfica...). Bartholomew (1973) propone medir la movilidad por intercambio, *mobility exchange*, mediante la siguiente expresión:

$$B = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n p_i a_{ij} / i - j /$$

En el índice de Bartholomew p_i es el porcentaje de población que pertenece a la clase i en el momento inicial, a fin de posibilitar la existencia de grupos de diferentes tamaños.

Como deduce Atkinson (1980) si queremos evaluar la movilidad por sujetos cada uno de ellos constituye una clase y el índice pasa a ser:

⁹ Determinado el porcentaje a_{ij} , este puede interpretarse como la probabilidad de que un sujeto perteneciente a la categoría inicial i pase a la categoría j en la ordenación final, dentro de las n clases o categorías establecidas para el periodo siguiente. En ese caso estaríamos ante una matriz de transición markoviana, en la que se supone que el futuro ($t+1$) se determina en base a los acontecimientos presentes (t).

$$B = \frac{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n a_{ij} / i - j /}{n}$$

Índice que se puede interpretar como el número medio esperado de clases que los sujetos pueden cambiar de un periodo a otro, por ello también se le denomina *salto absoluto promedio*.

A la hora de interpretar este índice se debe tener en cuenta que el valor cero indica que ningún sujeto a modificado su posición, sin embargo el valor máximo, determinado a partir del supuesto de la reordenación como equiprobabilidad de pertenecer a cualquier categoría, depende del valor de n .

4.2 Índice de Shorrocks

Con posterioridad, Shorrocks (1978a), partiendo de la propuesta del sociólogo Prais (1955) utiliza las matrices para evaluar la relación entre las distribuciones estáticas de la renta y la movilidad dinámica. Con tal fin propone en primera instancia una serie de axiomas que debe cumplir un índice que pretenda medir la movilidad. Estos axiomas son los siguientes:

- (N) *Normalización*. Por razones prácticas de interpretación el índice debe estar restringido al intervalo entre 0 y 1.

- (M) *Monotonicidad*. Si el valor de los elementos fuera de la diagonal aumenta, con la consecuente reducción del valor de los elementos de la diagonal, entonces la medida debe mostrar un aumento de la movilidad. Por tanto en el caso de que la matriz de transición sea la matriz identidad, a ésta le debe corresponder un valor del índice inferior a cualquier otra matriz.

- (I) *Inmovilidad*. El índice de las matrices que presentan inmovilidad es igual a cero.

- (PM) *Perfecta movilidad*. De igual forma, las matrices que presentan perfecta movilidad, les corresponde un índice con valor 1.

Según Shorrocks (1978) el índice de Bartolomew no cumple los principios de normalidad, monotonicidad y perfecta movilidad, por lo que propone un índice alternativo, con la siguiente expresión:

$$S = \frac{n - \text{Traza } A}{n - 1}$$

Donde n es el número de clases o intervalos, y por tanto coincide con el número de filas y de columnas de la matriz A y *Traza A* es el valor de la traza de la matriz que representa el porcentaje de inmovilidad. Cuando el valor de la traza aumenta el índice se reduce. De hecho, si todos los individuos u hogares siguieran en la misma categoría de renta la movilidad sería nula y el índice tomaría valor cero, por el contrario si todos los elementos de la matriz son iguales la suma de la traza será uno y la movilidad sería perfecta y el valor del índice también será uno.

Pero este índice tiene una serie de limitaciones, pues como el propio autor reconoce sólo cumple los axiomas propuestos si la matriz presenta diagonales quasi-máximas, es decir si la probabilidad de permanecer en la misma categoría es igual o mayor que la de salir de él (Shorrocks (1978a)).

A pesar de su importancia como indicador de movilidad, es importante destacar que este índice de movilidad relativa no mide expresamente reordenación, a no ser que exijamos que la matriz sea biestocástica. De hecho, Shorrocks propone su índice para matrices con filas normalizadas cuya suma es igual a 1, pero no las columnas. Además en caso de que la máxima reordenación se defina como inversión del orden el índice no capta dicha información y por tanto no es de aplicación.¹⁰

También hay que señalar que si lo que interesa es medir el porcentaje de individuos que no permanecen en la misma posición, se pueden emplear las tasas de cambio y de inmovilidad:¹¹

$$C = \frac{n - \text{Traza } A}{n} \quad \text{y} \quad I = \frac{\text{Traza } A}{n}$$

Estos índices están normalizados y son monótonos respecto a los individuos que permanecen en su misma posición, pero tienen como inconveniente que no miden la intensidad de la reordenación.

4.3. Test de Pearson

Junto a los índices citados más arriba existen también índices estadísticos aplicables a las matrices biestocásticas que permiten evaluar la relación de dependencia en dos momentos diferentes, y por tanto la reordenación, como es el caso del test de Pearson y algunas derivaciones del mismo como el coeficiente de contingencia y V de Cramer.¹²

El test de Pearson consiste en comparar la matriz de transición esperada bajo la hipótesis de independencia (perfecta movilidad según Shorrocks) con la matriz de transición observada, de forma que se puede calcular χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

Donde O_{ij} es la frecuencia observada y E_{ij} es la frecuencia esperada en el caso de movilidad perfecta. Mediante la contrastación podemos determinar si se acepta o se rechaza la hipótesis de movilidad perfecta, de forma que cuanto menor es el valor mayor es la reordenación. Como señala Fields (1999a), el principal defecto de este índice reside en el hecho de que su valor aumenta con el número de observaciones de manera que si se tiene un número importante de las mismas se tiende al rechazo de la hipótesis de independencia y en consecuencia de movilidad perfecta.

¹⁰ Si n es par este indicador tomaría el valor n/(n-1) y si es impar 1. Pero no sería monótono.

¹¹ Se puede ver un caso empírico aplicado a regiones en Salinas (1999).

¹² Hungerford (1993) los aplicó para evaluar la movilidad en Estados Unidos, Fields y Ok (1996) los proponen y Herrera (1999) los emplea en el caso de Perú.

Otro índice aplicable es el índice de Cramer (V) que permite juzgar el grado de movilidad y que se calcula según la fórmula:

$$V = \sqrt{\frac{\chi^2}{n(h-1)}}$$

Donde n es el número de observaciones y h el número de categorías. En este caso el índice adopta el valor de cero si existe movilidad perfecta y uno en caso de inmovilidad perfecta.

Por su parte, el coeficiente de contingencia toma el valor cero en el caso de independencia y por tanto de máxima reordenación, y tiene como cota superior el valor uno sin que llegue a ese valor en el caso de máxima dependencia.

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n}}$$

4.4. Medidas de distancia matricial

El estudio de la matriz, además de permitirnos obtener el índice de Shorrocks o sus derivaciones, posibilita completar la información mediante su descripción. Así se puede identificar el porcentaje de sujetos que se mueven una o varias clases adyacentes, considerando dicha situación como de inmovilidad, el sentido de los movimientos, etc. no obstante es más efectivo su tratamiento en forma de indicadores.

En efecto, con el indicador de Shorrocks se ignoran parte de los elementos de la matriz y en consecuencia se carece de información sobre la *intensidad* de la reordenación, de ahí la necesidad de índices adicionales. Una respuesta a esta necesidad podemos encontrarla en Scott y Litchfield (1994) donde se propone un índice muy similar al de Plotnick (1982) para evaluar la movilidad de los individuos entre diferentes tramos de renta, que denominan *medida de la distancia*.

Esta medida se calcula mediante el cociente de la distancia entre el orden inicial (o_i) y el final (o_j), ponderada por la probabilidad de cambio y la máxima reordenación posible (*max*):

$$I_D = \left[\frac{\sum_{i=1}^n p_{ij} |o_i - o_j|^2}{\max} \right]$$

Donde el valor máximo computaría la evaluación de la reordenación que se produciría en el caso de cada elemento en la posición i pasara a una posición $j = N + 1 - i$, siguiendo la siguiente fórmula:

$$Max = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij} (o_i - o_j)^2, \text{ siendo } j = N + 1 - i$$

El índice de distancia está normalizado entre 0 y 1, tomando el valor cero en el caso de que no exista ningún cambio en el orden y el valor 1 si se ha producido la máxima reordenación. Si por ejemplo tomase el valor 0,25, nos indica que se ha producido un 25% de la reordenación posible.

Una de las virtudes de este índice es que se puede descomponer en dos, para identificar la reordenación o distancia ascendente (I_{DA}) y la reordenación descendente (I_{DD}):

$$I_D = I_{DA} + I_{DD}$$

donde:

$$I_D = \frac{f_A}{\max} + \frac{f_D}{\max}$$

siendo:

$$f_A = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n m_{ij} (i - j)^2, j \geq i \geq 1$$

$$f_D = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n m_{ij} (i - j)^2, i \geq j \geq 1$$

Estos dos índices I_{DA} e I_{DD} tienen un límite inferior igual a cero, en el caso de que no haya ningún movimiento en esa dirección y un límite máximo de $\frac{1}{2}$ ¹³. Por ejemplo, un valor de 0,22 de I_{DA} nos informa de que el 22% de la reordenación ha tenido carácter ascendente, es decir se debe a que sujetos o familias con menor nivel de renta han ascendido y sobrepasado a otros que antes disponían de una renta mayor.

En un refinamiento del procedimiento, Scott y Litchfield proponen una medida para resumir en un único indicador los movimientos ascendentes y descendentes, para ello en lugar de sumar las modificaciones de ordenes, calculan la diferencia entre los aumentos de orden (f_A) y los descensos de orden (f_D), relativizados respecto al total de cambios efectivamente producidos.

$$I_{DE} = \frac{f_A - f_D}{f_A + f_D}$$

El resultado es una estimación de la dirección neta de la reordenación, que toma el valor cero tanto cuando no existe reordenación como cuando la reordenación ascendente y descendente ha sido de la misma intensidad y se compensan. Si toma valores positivos la reordenación ascendente habrá sido de mayor intensidad que la descendente, con un límite superior que tiende a 1 conforme n tiende a infinito, mientras que si toma valores negativos la reordenación descendente habrá sido la de mayor intensidad, tendiendo a -1 conforme n tiende a infinito.

¹³ Ambos índices pueden ser normalizados mediante su multiplicación por dos, a fin de que su valor máximo fuese 1.

4.5 Comparación de matrices

Si se desea realizar una comparación de la reordenación para dos países o dos periodos diferentes Atkinson (1981) propone una metodología a partir de las matrices de transición, relativamente limitada en sus posibilidades. En efecto si tenemos la matriz biestocástica de transición A :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

Para la misma podemos calcular la distribución acumulada que tendrá la forma:

$$A^* = \begin{bmatrix} a_{11}/4 & (a_{11} + a_{12})/4 & (a_{11} + a_{12} + a_{13})/4 & 1/4 \\ (a_{11} + a_{21})/4 & (a_{11} + a_{12} + a_{21} + a_{13})/4 & \dots & 1/2 \\ (a_{11} + a_{21} + a_{31})/4 & \dots & \dots & 3/4 \\ 1/4 & 1/2 & 3/4 & 1 \end{bmatrix}$$

Como se puede apreciar, los elementos de esta matriz se pueden definir genéricamente como:

$$a_{ij}^* = \frac{\sum_{i=1}^i \sum_{j=1}^j a_{ij}}{4}$$

Es decir cada elemento representa la frecuencia media acumulada de la reordenación.¹⁴

Pues bien, aplicando este proceso a ambos países o periodos obtendríamos las matrices A_a^* y A_b^* y se calcularía la diferencia entre las mismas, tal que $A_c^* = A_a^* - A_b^*$. Si en esta nueva matriz todos los elementos son negativos o igual a cero, se puede afirmar que A_a^* presenta mayor reordenación que A_b^* .

El problema de esta metodología es que si algún elemento de la matriz A_c^* es positivo no se puede establecer ninguna relación entre ambas matrices. Por ende, no se puede establecer relaciones transitivas, ya que A_a^* puede presentar más movilidad que A_b^* y A_b^* más que A_d^* , pero de ello no se deriva que A_a^* presente más movilidad que A_d^* .¹⁵

¹⁴ Lo que se hace es aplicar la misma metodología empleada para la obtención del índice de Gini a partir de la curva de Lorenz.

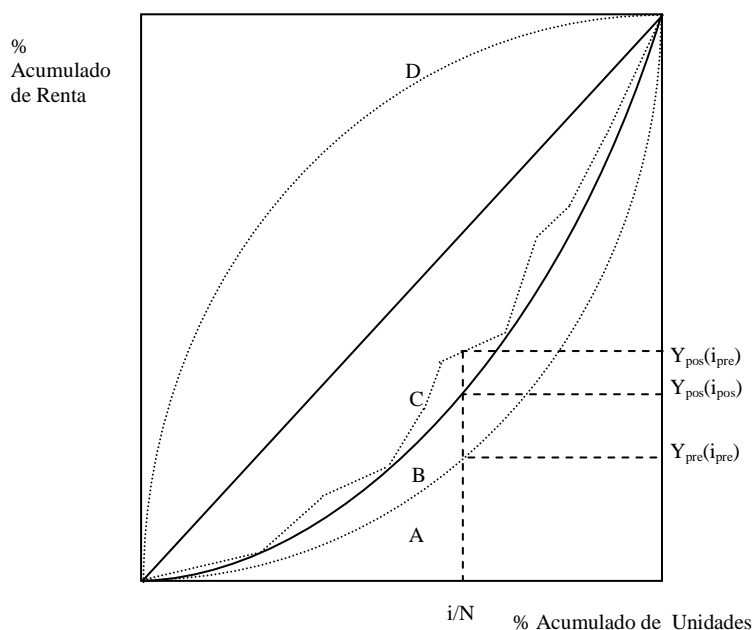
¹⁵ Esta propuesta es análoga a las comparaciones establecidas sobre la igualdad de la distribución de la renta mediante las curvas de Lorenz que no siempre genera órdenes totales de las diferentes distribuciones de renta posible, pero si permite establecer priorizaciones entre éstas en el caso de que no se corten.

5.- MEDIDAS DE REORDENACIÓN BASADAS EN ÍNDICES DE CONCENTRACIÓN

5.1 Propuesta Atkinson, Plotnick y Kakwani

En el trabajo de Atkinson (1980), como ya hemos hecho referencia, aparece una explicación de la relación existente entre matrices de transición y curvas de Lorenz, de lo que se deduce la posibilidad de medir la reordenación mediante éstas y los índices de Gini asociados a las mismas. La explicación es bien simple, una curva de concentración es la representación del porcentaje acumulado de una determinada variable X_i , dónde las n observaciones de ésta se ordenan en consonancia a una variable Z_i , tal que: $C(n, X, r(Z))$. Si se produce un nuevo orden j , se obtiene una nueva curva de concentración que estará dentro de la curva inicial (o coincidente con ésta) de forma que: $C(n, X, r(Z)) > C(n, X, j)$. Por tanto la diferencia en los índices de concentración ofrece una medida de la reordenación.

Gráfico 1.- Identificación de la reordenación mediante curvas de Lorenz



Fuente: Plotnick (1981)

Plotnick (1981) desarrolla una medida de la reordenación siguiendo la metodología inicialmente propuesta por Atkinson. Como se puede ver en el Gráfico 1, la distribución discreta inicial de la renta está representada mediante la curva de Lorenz A. Esta curva muestra que de las N observaciones ordenadas según la distribución de la renta inicial, las (i/N) más pobres reciben una fracción $Y_{pre}(i_{pre})$ del total de la renta disponible. Si después se produce un cambio en la distribución de la renta, esta nueva situación se representa por la curva de Lorenz B, que revela que las (i/N) más pobres de todas reciben una fracción $Y_{pos}(i_{pos})$ del total de renta disponible, de acuerdo con el orden final. Comparando ambas curvas no se puede determinar si las unidades pertenecientes al porcentaje i más pobre son las mismas en las dos distribuciones. Ahora bien, si se construye una curva de concentración C que represente la renta final de los individuos ordenados según la renta inicial, se puede obtener el nivel final de renta acumulado que reciben las unidades pertenecientes a la proporción i/N más pobre inicialmente. Esta curva C o *pseudocurva de Lorenz* cumple dos características: la primera es que siempre está por encima a la curva B, o la iguala si no hay reordenación, y la segunda es que dada la distancia entre B y la diagonal de la perfecta igualdad, la curva C puede tomar un valor máximo del doble de esa distancia, como indica la curva D del gráfico, en el caso de reordenación máxima, si cada sujeto pasa a una posición final inversa a la inicial.

Gráficamente, la reordenación se identifica con el área entre la pseudocurva de Lorenz y la curva de Lorenz para la renta final. Para cuantificar la reordenación Plotnick propone que se mida mediante la diferencia entre el Índice de Gini final (G_n) y el pseudoíndice de Gini (D_1) correspondiente a la curva de concentración C, es decir la renta final según el orden inicial, normalizada por medio de la división por el área máxima que podría haber entre las dos curvas, es decir por el índice de Gini final, tal como se recoge en la siguiente expresión:

$$P = \frac{(G_n - D_1)}{G_n} \times 100$$

Si este índice toma el valor cero, indica que no existe reordenación, pues G_n y D_1 coincidirían. Si toma un valor igual al 100%, entonces se ha invertido el orden, de forma que el más pobre se convertiría en el más rico y viceversa, y en general la unidad en el orden i pasaría a una posición $j = N + 1 - i$.

Siguiendo esta línea metodológica, Kakwani (1984) identifica la reordenación simplemente como:

$$K = G_n - D_1$$

Como bien nos indica el propio autor, su índice es similar al de Plotnick, si bien este último no relaciona la reordenación con las medidas de progresividad de la distribución de la renta. Esta relación es importante porque ofrece la base teórica y empírica para evaluar la contribución de la equidad

horizontal y la equidad vertical al efecto redistributivo total de los impuestos. Por ello, siendo (e) el tipo medio y ($C(t)$) la curva de concentración de los impuestos, según el orden inicial, establece que:

$$R = H + V = \frac{(G - G_n)}{G} = \frac{(D_1 - G_n)}{G} + \frac{e}{(1-e)G} (G - C(t))$$

Donde el efecto redistributivo (R) de los impuestos, medido como porcentaje de variación del índice de Gini inicial (G), se descompone en un primer sumando como índice de equidad horizontal (H) y, el segundo, como índice de equidad vertical (V). Como señala Kakwani (1984) si nos detenemos en el análisis de H y puesto que $D_1 \leq G_n$ se puede afirmar que la violación de la equidad horizontal, según la definición de Feldstein, tiene como efecto la reducción del efecto redistributivo del impuesto.

Posteriormente, Duclos (1993) incorpora a la propuesta de medición de reordenación de Kakwani, el índice extendido de Gini de Yitzhaki (1984). Este índice ($G(v)$) incorpora en su formulación un parámetro v que puede variar desde 1 a infinito, de forma que a medida que v aumenta se pondera más los niveles de renta inferiores, siendo $v=2$ el índice de Gini estándar:

$$G(v) = 1 - v(v-1) \int_0^1 (1-p)^{v-2} L(p) dp \quad 1 < v < \infty$$

Así Duclos (1993) reformula la propuesta de Kawkani en términos generales como:

$$\text{Generalización del índice de reordenación de Kawkani} = G_n(v) - D_1(v)$$

Por otro lado, Lerman y Yitzhaki (1995), emplean la fórmula alternativa del Índice de Gini expresado mediante covarianzas para evaluar la reordenación, utilizada en Lerman y Yitzhaki (1984). Así, si denotamos por: y a la renta, F a la función acumulada de la distribución de la renta, μ a la media de la renta y $s = y/\mu$, siendo a y b los subíndices referidos al orden final e inicial respectivamente, el índice de Gini se expresa como $G = 2\text{cov}(s, F)$, es decir la covarianza entre el orden normalizado y la renta normalizada.

Usando la medida de progresividad de Musgrave y Thin(1948) y realizando la descomposición en la progresividad y la reordenación, se obtiene el siguiente resultado:

$$G_b - G_a = 2\text{cov}(s_b - s_a, F_b) + 2\text{cov}(s_a, F_b - F_a)$$

ó

$$G_b - G_a = 2\text{cov}(s_b - s_a, F_a) + 2\text{cov}(s_b, F_b - F_a)$$

En las dos ecuaciones, el primer término de la derecha es la covarianza entre el cambio de las proporciones de renta y el orden normalizado, y el segundo término es la covarianza entre las proporciones de renta y los cambios en el orden normalizado. Por tanto, este segundo término evalúa la reordenación. Ahora bien, la diferencia entre ambas expresiones es la renta que se emplea para ponderar los órdenes y los órdenes que se utilizan para

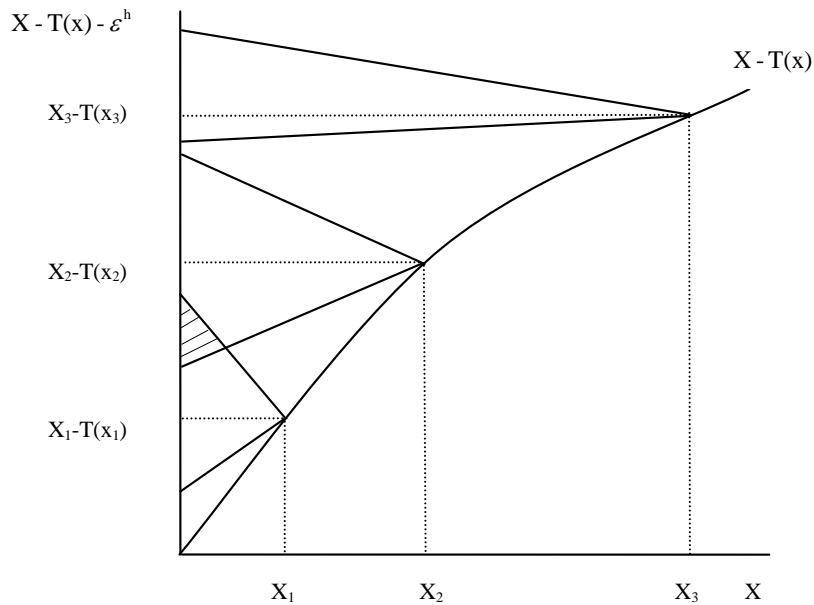
ponderar el cambio de las rentas. La primera de ellas se corresponde con la reformulación del índice de reordenación de Kawkani, donde el cambio de orden se pondera por la renta final, sin embargo en la segunda propuesta, que hacen Lerman y Yitzhaki, dicho cambio se pondera por la renta inicial. El argumento fundamental para considerar esta forma de cálculo es que el cambio de renta para evaluar la progresividad, $(2\text{cov}(s_b - s_a, F_a))$, debe realizarse de acuerdo con el orden final, porque por ejemplo, supongamos que un contribuyente rico se convierte en pobre debido a un impuesto muy elevado. De acuerdo con el orden inicial, este individuo sería considerado rico aunque el impuesto lo haya convertido en pobre (Lerman y Yitzhaki, 1995, pag. 52).

Desde una perspectiva metodológica, la evaluación de la reordenación siguiendo un método u otro tiene repercusiones normativas a la hora de evaluar los efectos de las políticas redistributivas. En el caso de la propuesta iniciada por Atkinson (1980) y concluida en Urban y Lambert (2005), la reordenación aparece como un elemento que resta capacidad de igualación a la política pública empleada, y por tanto resta efectividad a la hora de conseguir la igualación. Por el contrario, para Lerman y Yitzhaki (1995), el cambio de orden favorece las políticas de igualdad y no reducen el impacto igualador.

5.2 La descomposición de Aronson, Johnson y Lambert

En el análisis de la equidad impositiva es tradicional dividir la escala de rentas en intervalos a los que se les asignan distintos tipos impositivos, de forma que se consideran similares a todos los individuos cuya renta pertenece al mismo intervalo. Si esto es así, tal como Aronson, Johnson y Lambert (1994) representan en el Gráfico 2, la reordenación se produce con el solapamiento que se da entre individuos que inicialmente pertenecen a diferentes grupos, pero que tras el impuesto “saltan” a otro grupo de renta.

Gráfico 2. Reordenación por solapamiento



Fuente: Aronson, Johnson y Lambert (1994)

En esta representación, los grupos de los individuos poseen unas rentas medias X_1, X_2 o X_3 . Tras el impuesto $T(x)$, la renta efectiva pasa a ser $X - T(x) - \varepsilon^h$, donde ε^h es una variable que cuantifica el tratamiento fiscal desigual a los individuos pertenecientes a un mismo grupo de renta. Las causas para dicho tratamiento desigual suelen deberse a consideraciones relativas a las circunstancias personales como el hecho de estar casados, tener hijos, ser propietarios de viviendas, etc, si bien pueden deberse también a un diseño inadecuado del tributo. Como consecuencia de lo anterior, podríamos encontrar individuos del tramo 1 que pasasen a tener más renta que los individuos que pertenecían al tramo 2, con lo que se produciría "reordenación por solapamiento" que se identifica gráficamente con el área sombreada.

El empleo de curvas de concentración y el cálculo de los respectivos índices permite cuantificar la reordenación por solapamiento mediante la expresión:

$$R^{AL} = G_n - D_4$$

Donde G_n es el índice final y D_4 es el índice de concentración que se obtiene si los grupos están compuestos por los individuos en función de la agrupación inicial, pero estos grupos se ordenan según la renta media final y dentro de cada grupo los individuos se ordenan según su renta final.

La medida propuesta por Aronson, Johnson y Lambert es de aplicación cuando la distribución de la renta antes de impuestos permite la creación de grupos exactamente iguales y el sistema impositivo no reordena ni a los grupos ni a los miembros dentro de los grupos. No obstante, en el mundo real la información disponible sobre los individuos imposibilita la formación de grupos exactamente iguales y una determinada medida puede crear reordenación entre los individuos pertenecientes a una misma categoría e incluso haciendo que grupos completos a otros. En base a ello Urban y Lambert (2005)

establecen una relación entre R^{APK} que es la medida adecuada de la reordenación total, descomponible en tres tipos, de los cuales uno sería R^{AJL} , de forma que:

$$R^{APK} = R^{WG} + R^{EG} + R^{AJL}$$

Así, R^{WG} cuantifica el cambio de orden de los individuos que componen un grupo inicialmente homogéneo, es decir es la reordenación que se produce dentro de los grupos; R^{EG} mide el efecto cuando un grupo con una renta media más alta que otro pasa a tener una renta media inferior; y por último R^{AJL} mide la reordenación por solapamiento. Para el cálculo de cada uno de los componentes es necesario definir los siguientes índices y curvas de concentración:

- G_n es el índice de Gini para la curva de Lorenz (L_n) calculada para un vector N_2 en el cual las unidades se ordenan según su nivel de renta después de impuestos.

- D_1 es el índice de concentración para la curva de concentración C_1 calculada para el vector N_1 , en el cual se sigue el orden inicial de las unidades, pero éstas toman el valor post-impuestos.

- D_3 es el índice de concentración para la curva de concentración C_3 calculada para el vector N_3 , en el cual los grupos están ordenados según el valor medio antes de impuestos y dentro de cada uno las unidades correspondientes siguen el orden antes de impuestos pero toman el valor post-impuestos.

- D_4 es el índice de concentración para la curva de concentración C_4 calculada para el vector N_4 , en el cual los grupos están ordenados según el valor medio después de impuestos y dentro de cada uno de ellos las unidades correspondientes siguen el valor post-impuestos, aunque la agrupación se realiza según el criterio de unidades similares antes de impuestos.

Una vez calculados los diferentes índices de concentración se pueden calcular las distintas medidas de reordenación propuestas:

$$R^{APK} = G_n - D_1$$

$$R^{WG} = D_3 - D_1$$

$$R^{EG} = D_4 - D_3$$

$$R^{AJL} = G_n - D_4$$

Estos autores realizan una última aportación metodológica al redefinir la forma de medir la inequidad horizontal y diferenciarla claramente de la desigualdad dentro del grupo. Para ello, construyen un vector hipotético que indica el nivel de renta post-impuestos que deberían tener los sujetos si a éstos se les hubiese aplicado el tipo medio impositivo de su grupo, agrupados según el criterio de unidades similares antes de impuestos. Este vector se denomina N_5 , en el cual los grupos están ordenados según el valor medio después de impuestos y dentro de cada uno las unidades correspondientes siguen el valor post-impuestos. A partir de éste se calcula la curva de concentración C_5 y el índice de concentración D_5 . La diferencia entre C_1 y C_5 nos ofrece la medida de la desigualdad horizontal, pues identificaría el trato desigual a los similares dentro de cada grupo, en el caso de que exista diferencia entre la renta neta

real de los individuos, representada por C_1 , y la renta neta hipotética que deberían tener, representada por C_5 , sin que haya reordenación.

Todas estas medidas de reordenación: R^{APK} , R^{WG} , R^{EG} y R^{AJL} pueden tener un valor máximo igual a uno si la reordenación es máxima, por el contrario tomaran un valor igual a cero si no existe reordenación de la clase que están representando. Además, puesto que la reordenación total (R^{APK}) no puede superar la unidad, el valor de la reordenaciones parciales están relacionadas de forma que no pueden sumar más de la unidad.

6. – MEDIDAS MEDIANTE COMPARACIÓN DE RANGOS

Al margen de las medidas de reordenación elaboradas en base a matrices y a curvas de concentración existe un tercer grupo formado por las medidas elaboradas mediante comparaciones de rangos. Con carácter general la metodología consiste en establecer alguna medida que tenga en cuenta las posiciones de cada sujeto en los órdenes inicial y final, de forma que si existe diferencia para algún sujeto entonces el indicador reflejará reordenación.

6.1 Coeficiente de Spearman

En Schiller (1977) se evalúan los cambios en el orden de los trabajadores en el mercado de trabajo en función de su nivel de ingresos aplicando para ello el coeficiente de Spearman (1904) como medida de reordenación. Dicho coeficiente es una medida de correlación que mide la interdependencia de dos variables utilizando para ello no los valores tomados por las variables sino los órdenes en los que figuran. Es decir, trata de evidenciar si existe dependencia entre los órdenes y viene dado por la ecuación:

$$\rho = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (i - j)^2}{n(n^2 - 1)}$$

Donde i representa el orden inicial, j el orden final y n es el número de parejas de datos, en nuestro caso el número de sujetos. Si el coeficiente toma el valor 1 el orden se mantiene de forma sistemática, conforme se acerca a 0 la independencia del orden final y el orden inicial es mayor y cuando el coeficiente se aproxima a -1 significa que los órdenes se están invirtiendo. Este índice tiene pues la característica de poder evaluar el concepto de reordenación tomando las dos referencias señaladas al caracterizar la reordenación, ya que si tomamos como referencia la visión de reordenación como independencia del orden inicial, entonces el valor cero representa la máxima reordenación, mientras que si entendemos reordenación como la inversión del orden, ésta se hace máxima cuando el índice de Spearman toma el valor -1 .

No obstante, si se considera necesario se puede normalizar el índice transformándolo al modo propuesto por Plotnick (1984) mediante la expresión:

$$I_p = \frac{3 \sum_{j=1}^N (O_{ij} - O_{fj})^2}{N^3 - N}$$

Donde O_{ij} y O_{fj} representan el orden inicial y final, respectivamente, para cada sujeto j de los N totales. Con dicha transformación si el índice toma el valor 0 no existe ningún tipo de modificación de los órdenes y mientras que si toma valor 1 entonces se produce reordenación total.

6.2 Estadísticos para variables ordinales

Por otro lado, existen una serie de estadísticos que tienen su origen en el campo de la psicología y que se emplean para determinar el grado de relación de variables ordinales, por lo que también son aplicables para evaluar la reordenación.

El método consiste en ordenar los N sujetos en la situación inicial (X) y final (Y) y comparar el rango de cada sujeto con cada uno de los demás en el orden inicial y en el final, de forma que el número total de comparaciones será igual a $\frac{1}{2}N(N-1)$. Si los dos órdenes de un sujeto son mayores (o menores) que los dos del otro individuo, se dice que se presenta una concordancia (C) y se le asigna un valor (+1), si los rangos de dos sujetos se invierten, siendo uno mayor en una ordenación pero menor en la otra entonces se produce una discordancia (D), asignándosele un valor (-1). Cuando predominan las concordancias, el orden tiende a mantenerse en el estado inicial y final. Por el contrario cuando predominan las discordancias, se está produciendo reordenación.

Con esta información se pueden calcular los siguientes índices (Kendall, 1948):

- **Tau-a de Kendall.** Se calcula por la diferencia entre concordancias y discordancias, siendo el denominador el número de pares de la muestra:

$$\tau_a = \frac{C - D}{\frac{N(N-1)}{2}}$$

- **Tau-b de Kendall.** Dado que Tau-a incluye todas las observaciones, para evitar problemas de ausencia de discordancia o concordancia Kendall propone depurar el índice sacando del numerador las correspondientes parejas empatadas en el orden inicial E^i y las parejas empatadas en el orden final, E^f , en el caso de que estos se produzcan, tal que:

$$\tau_b = \frac{C - D}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}N(N-1) - E^i\right)\left(\frac{1}{2}N(N-1) - E^f\right)}}$$

Para el cálculo de las parejas empatadas en cada orden se aplica la siguiente expresión:

$$(E^i) = \left(\frac{1}{2} \sum t_i(t_i - 1)\right)$$

$$(E^f) = \left(\frac{1}{2} \sum t_f (t_f - 1) \right)$$

Donde t_i es el número de observaciones o individuos que tienen un mismo rango dentro de la ordenación inicial, y t_f es el número de observaciones o individuos que tienen en el mismo rango en el orden final.

- **Tau-c de Kendall.** Es similar a los indicadores anteriores, pero se aplica a tablas de contingencia que no sean cuadradas, donde k se refiere al valor menor del número de filas o del de columnas.

$$\tau_c = \frac{2k(C - D)}{n^2(k - 1)}$$

Por otro lado, existen medidas que excluyen las comparaciones de aquellos sujetos que presentan el mismo rango en las dos ordenaciones:

- **Gamma:** se define mediante el siguiente cociente (Goodman y Kruskal, 1954):

$$\gamma = \frac{C - D}{C + D}$$

- **d de Somers (1962):** que se diferencia del estadístico Gamma en que incluye los empates que se dan en la variable dependiente, que en el caso de la reordenación sería el orden final:

$$d = \frac{C - D}{C + D + E^F}$$

Los cinco estadísticos citados toman valores entre -1 y +1, representativos, respectivamente, de los valores extremos de discordancia y concordancia perfecta. Valores próximos a 0 indican ausencia de asociación y, como antes, la reordenación se produce con valores comprendidos entre 0 y -1.

7. – NOTA SOBRE REORDENACIÓN Y BIENESTAR

En cierto sentido esta perspectiva escapa al objetivo que nos habíamos planteado ya que en realidad valorar en términos de bienestar el impacto de la reordenación no es medir la reordenación, además cualquier indicador en términos de bienestar de la reordenación es difícilmente aplicable a problemas económicos de otra naturaleza. No obstante, también es cierto que en el ámbito de estudio de la movilidad económica es común atribuir valor a la medida, por lo que este trabajo quedaría en cierta forma mermado si al menos no se hace una pequeña mención a los intentos de medir la reordenación en términos de bienestar social.

En su origen, los estudios que relacionan la reordenación con el bienestar social parten de una función de bienestar en la que se incluye el orden de los individuos como argumento de la función. A continuación se calcula el nivel de bienestar sin reordenación o con ella y se establece una comparación mediante un índice, que en su versión sencilla puede ser simplemente la diferencia entre ambos niveles de bienestar, aunque también

puede ofrecer una forma más elaborada incorporando una escala evaluativa o ponderación de los cambios del bienestar.

La incorporación de la reordenación como argumento de la función de bienestar se plantea originalmente en el trabajo de Atkinson (1981), quien propone que la función de bienestar social varía positivamente con la movilidad. Para su análisis Atkinson considera el caso de dos generaciones con un status económico que puede ser medido por los indicadores y_1 e y_2 , respectivamente. El bienestar social depende de estas variables y se determina a partir de la utilidad de los individuos o familias, según se elija una u otra unidad de análisis. La función de distribución conjunta de y_1 e y_2 viene dada por la función de densidad bivalente $f(y_1, y_2)$, donde las variables están definidas en un rango finito tal que $0 \leq y_i \leq a_i$ y se incorpora a la función de bienestar de la siguiente forma:

$$W \equiv \int_0^{a_1} \int_0^{a_2} U(y_1, y_2) f(y_1, y_2) dy_2 dy_1$$

Para cualquier par distribuciones, $f(y_1, y_2)$ y $f^*(y_1, y_2)$ la diferencia vendrá dada por:

$$\Delta f = f(y_1, y_2) - f^*(y_1, y_2)$$

Y en consecuencia la variación del bienestar será:

$$\Delta W \equiv \int_0^{a_1} \int_0^{a_2} U(y_1, y_2) \Delta f(y_1, y_2) dy_2 dy_1$$

Si se comparan ambas distribuciones puede haber diferencias en la distribución de las dos generaciones, de forma que la distribución de la generación y_1 puede ser menos desigual para f que para f^* y/o la misma situación se puede dar para y_2 . Para aislar el efecto de la movilidad por intercambio, Atkinson supone que las distribuciones marginales para y_1 e y_2 son iguales para f y f^* , haciendo que el orden se incorpore mediante la función de densidad marginal de y_1 :

$$m_1(y_1) = \int_0^{a_2} f(y_1, y_2) dy_2$$

En el caso de una variable discreta, la movilidad o reordenación se representaría mediante una matriz de transición, tal que:

$$m_2 = m_1 A$$

Markandya (1982, 1984) aplica una metodología similar a la de Atkinson, incorporando la reordenación dentro de la función de bienestar aunque para su análisis utiliza la probabilidad de cambio de estatus de una generación a otra. En ambos casos se realiza el supuesto explícito de que la función de utilidad individual está afectada por el orden de la generación siguiente y por tanto también el bienestar social.

Una forma alternativa de plantear la relación entre reordenación y bienestar viene de la mano de Plotnick (1982), quien propone un índice, que generaliza en un trabajo de 1984, similar al citado en el apartado referido a

índices de origen matricial y que se calcula como el cociente entre la diferencia de bienestar en la situación final (oy_i) y el bienestar en la situación final suponiendo que no hubiese cambiado el orden inicial (fy_i), y el valor máximo que tomaría dicha diferencia en el caso de que hubiese reordenación total. En este índice h es un parámetro mayor o igual a 1 según el peso que el investigador desee dar a la modificación del orden.

$$I_P = \left[\frac{\sum_{i=1}^n |oy_i - fy_i|}{\max} \right]^{1/h}$$

El índice oscila entre 0 y 1, tomado el valor cero cuando no hay reordenación.

Utilizando la misma metodología el propio Plotnick adapta otros indicadores para evaluar la reordenación en términos de bienestar, como el coeficiente de Spearman, la medición por medio de curvas de concentración y dos indicadores de Cowell (1980).

Más complejo es el procedimiento seguido en King (1983), quien trabaja tanto la relación de la reordenación con la equidad horizontal en el diseño de los impuestos, como la reordenación como movilidad y sus efectos sobre el bienestar. El cambio de orden para el sujeto i se mide mediante la siguiente expresión:

$$s_i = \frac{|x_i - y_i|}{Y}$$

Donde x_i es el orden del individuo i en la distribución inicial e y_i en la distribución final, e Y es el valor medio de la renta. Es decir s_i es un estadístico según una escala de orden definido por la diferencia entre el orden inicial y el final del individuo i sobre la renta media de la distribución. Esta variable siempre es no negativa y vale cero sólo cuando los individuos no cambian de orden.

Una vez obtenida la medición objetiva del cambio de orden se realiza una valoración explícita sobre las consecuencias sobre la desigualdad horizontal y la movilidad. Para ello King supone que el bienestar se reduce con la reordenación. Así, el bienestar derivado de un incremento de renta con reordenación sería igual a un incremento de la renta μ menor que uno pero sin reordenación. Por tanto, $1-\mu$ es la proporción de renta que la sociedad estaría dispuesta a sacrificar para evitar la reordenación, de forma que:

$$W(\mu y_1, \dots, \mu y_n; 0, \dots, 0) = W(y_1, \dots, y_n; s_1, \dots, s_n)$$

A partir de este razonamiento King deriva un índice de desigualdad horizontal igual a:

$$I_H = 1 - \mu$$

La función de bienestar que propone es de tipo aditivo:

$$W = \sum_{i=1}^N F(y_i, s_i)$$

Siendo las funciones de bienestar individual del tipo:

$$F(y, s) = \left[\frac{1}{k} (ye^{-\eta s})^k \right] \quad \eta \geq 0, \quad k \neq 0$$

$$F(y, s) = \ln y - \eta s \quad \eta \geq 0, \quad k = 0$$

Donde η es un parámetro que mide la aversión a la inequidad horizontal, de forma que toma el valor cero si esta no importa, es decir la reordenación no es una cuestión importante. Asimismo, k es un parámetro que mide la aversión a la igualdad vertical, de forma que toma un valor cero si ésta tampoco importa.

Si se tiene en cuenta toda la información anterior, se obtiene el siguiente indicador de desigualdad horizontal:

$$I_H = 1 - \left[\frac{\sum_{i=1}^n (y_i e^{-\eta s_i})^k}{\sum_{i=1}^n y_i^k} \right]^{1/k} \quad \text{si } k \neq 0$$

$$I_H = 1 - \exp\left(\frac{-\eta}{N} \sum_{i=1}^n s_i\right) \quad \text{si } k = 0$$

En este ámbito, para King existe inequidad horizontal si se produce reordenación de los individuos. Ahora bien, la aversión a los cambios en el orden depende del status ético de la distribución de la renta inicial, que puede ser mantenida o no tras la política impositiva correspondiente y dicha aversión se hace explícita en su indicador de inequidad horizontal, que se denota por η .

King sigue la misma metodología para obtener un índice de movilidad. En este caso la reordenación, entendida como mecanismo que favorece la igualdad de oportunidades, tiene un efecto positivo sobre el bienestar social de forma que una sociedad puede obtener el mismo nivel de bienestar si la renta varía con reordenación o bien no se produce reordenación pero la renta crece en una proporción $\rho \geq 0$. Ahora la función de bienestar es:

$$W(\rho y_1, \dots, \rho y_n; 0, \dots, 0) = W(y_1, \dots, y_n; s_1, \dots, s_n)$$

Aquí la proporción de renta que no sería necesaria para obtener el mismo bienestar gracias a la movilidad sería $(1 - 1/\rho)$, pudiéndose obtener un índice de movilidad igual a:

$$I_H = (1 - 1/\rho)$$

Las funciones de bienestar individual son del tipo:

$$F(y,s) = \frac{1}{k} (ye^{\gamma s})^k \quad \gamma \geq 0, \quad k \neq 0$$

$$F(y,s) = \ln y - \eta s \quad \gamma \geq 0, \quad k = 0$$

Donde γ es una constante no negativa que representa el grado de aversión a la inmovilidad y que varía desde cero (preferencia por la inmovilidad) a infinito (completa aversión a la inmovilidad).

La función de bienestar social se obtiene mediante la suma del bienestar de los n individuos y con el cumplimiento de las condiciones anteriores King obtiene el índice de movilidad I_M , tal que:

$$I_M = 1 - \left[\frac{\sum_{i=1}^n (y_i e^{\gamma s_i})^k}{\sum_{i=1}^n y_i^k} \right]^{-1/k} \quad \text{si } k \neq 0$$

$$I_M = 1 - \exp\left(\frac{-\gamma}{N} \sum_{i=1}^n s_i\right) \quad \text{si } k = 0$$

Dicho índice está normalizado por lo que puede tomar valores entre 0 y 1, siendo mayor la reordenación cuanto más se acerca a uno.

Otros trabajos que unen reordenación y bienestar son los de Ruíz-Castillo (2000) y Duclos (2001) donde se evalúa el bienestar mediante una función de bienestar social considerando del vector de renta final para después compararlo con el bienestar derivado de un vector hipotético representativo del cambio de renta pero manteniendo el orden inicial. Ruíz-Castillo aplica esta metodología en el ámbito de la movilidad y calcula los efectos sobre el bienestar derivados de la movilidad estructural y la movilidad por intercambio o reordenación, incorporando la diferencia frente a las aportaciones de Atkinson y Markandya de que el efecto positivo de la reordenación sobre el bienestar social no es un supuesto de partida incorporado en la función de bienestar, sino que es un resultado del modelo.

Por su parte Duclos (2001) aplica una metodología similar al ámbito de la equidad tributaria e identifica la modificación del nivel de bienestar derivada de la aplicación de un impuesto a partir de tres efectos: la progresividad, la desigualdad horizontal dentro de los grupos sin reordenación y por último la reordenación. En esta misma línea de trabajo están los modelos de Auerbach y Kevin (2002) y Ebert (2004) que incorporan en la función de bienestar social diferentes preferencias sobre la equidad horizontal y vertical.

Un perspectiva diferente es la de Dardoni (1993) que evalúa la reordenación mediante una función de bienestar social que utiliza matrices, ponderando en mayor medida la reordenación en las posiciones más bajas de renta al considerar que tiene mayor relevancia en la igualdad de oportunidades. Dardoni también incorpora una nueva percepción ya que si la reordenación, entendida como movilidad, se conceptualiza como la independencia de la renta futura de la presente, al suponer mayores niveles de incertidumbre y riesgo que

pueden afectar negativamente al bienestar. En esta línea de trabajo, Gottschalk y Spolare (2002) presentan una teoría de evaluación del bienestar en función de la reordenación, según ésta suponga independencia del origen u orden inverso, mediante la construcción de “índices de Atkinson extendidos” donde se incluyen parámetros para evaluar la aversión a las fluctuaciones en las rentas futuras y también a la inmovilidad.

8.- CONCLUSIONES

Tal como se señalaba al comienzo del trabajo la reordenación en sí misma no ha merecido dedicación por parte de los economistas. En economía el concepto de reordenación surge de forma subsidiaria, en tanto forma parte de dos problemas económicos: la movilidad económica de los sujetos, es decir las posibilidades de progreso de los sujetos y familias medidas en nivel de renta, y la justicia tributaria, en tanto los tributos pueden alterar las posiciones de los sujetos y familias en la distribución de la renta. En ambos casos la reordenación es un elemento relevante ya que reordenación implica movilidad económica, al menos en términos relativos, y también redistribución cuando nos referimos a un impuesto. Siendo esto así es lógico que la preocupación por medir la movilidad económica o la equidad fiscal haya incidido en la medición de la reordenación.

El hecho de que la reordenación haya aparecido en dos problemas económicos distintos ha conllevado la existencia de aproximaciones metodológicas dispares, lo que ha permitido una proliferación de medidas que redundan en beneficio de su análisis, pero que requiere de un esfuerzo de síntesis como el realizado en este trabajo. De un repaso de la bibliografía se obtiene como conclusión que existen al menos tres tipos de medidas de la reordenación y una corriente normativa que valora la reordenación en términos de bienestar. En cuanto a esta última, sólo se incluye una nota sobre la misma a efectos de exponer la metodología seguida para incorporar la movilidad a las funciones de bienestar social.

En lo referido a las medias propiamente dichas, de una parte se encuentran las que tienen su origen en el análisis de la matriz de transición que resume los cambios de orden. En este caso los índices son simples y se basan en recuentos de elementos de la matriz, obteniéndose de los mismos información de la cuantía y distancia de los cambios y del sentido ascendente y descendente de los mismos. Por su parte, el segundo grupo de medidas tiene su origen en curvas de Lorenz y en sus consecuentes índices de Gini, dando como resultado la posibilidad de medir distintos tipos de reordenación según ésta afecte a grupos de individuos o a individuos singularmente y según se produzca inter o intra grupos. Finalmente el tercer grupo de medidas lo componen aquellas que se centran en establecer relaciones estadísticas entre el orden inicial y final. En este caso lo relevante es la potencia y variedad de medidas que aporta la estadística.

Ya en otro orden de cosas, metodológicamente resulta destacable la posibilidad puesta de manifiesto por Van Kerm (2004) de poder descomponer cualquier índice de movilidad de forma que se pueda segregarse la reordenación. El esquema es bien simple, siempre es posible construir una distribución hipotética en la que se actualicen valores pero se mantengan el orden y a partir

de ahí calcular la diferencia con la distribución final para medir el peso de la reordenación. Esto eleva de forma importante las posibilidades de construir medidas de reordenación y en consecuencia de trasladar cualquier mejora de la medida de la movilidad a la medida de la reordenación.

Del mismo modo también es destacable, aunque ahora conceptualmente, la aportación de Kawakani (1984) en cuanto al significado de la reordenación. Dicho sucintamente la reordenación opera como un mecanismo de minoración de la igualdad. Es decir, si un impuesto tiene por objetivo igualar rentas, cuanta más reordenación se produzca menos igualdad se habrá obtenido en relación a la que potencialmente se podría haber alcanzado, lo que implica que con la misma recaudación se habría podido obtener una distribución de renta más igual simplemente evitando la reordenación. En esencia más reordenación implica más pérdida de potencial igualador, lo cual debe ser tenido en cuenta sobre todo a la hora de implementar medidas de política económica.

Finalmente, sólo nos resta señalar algo que a esta altura ya debe ser obvio, la medición de la reordenación no es una cuestión simple y en consecuencia la búsqueda de un índice sintético que otorgue toda la información sobre la misma no parece una empresa con posibles. Más al contrario, probablemente lo razonable sea que cuando para un problema económico proceda su medida se utilicen varios índices a fin de aportar la mayor información.

BIBLIOGRAFIA

ARONSON, J.R. Y LAMBERT, P.J.: (1994) Decomposing the Gini Coefficient to Reveal the Vertical, Horizontal and Reranking Effects of Income Taxation, *National Tax Journal*, 47, 2, pp. 273–294.

ARONSON, J.R., JOHNSON, P. Y LAMBERT, P.J.: (1994) Redistributive Effect and Unequal Income Tax Treatment, *Economic Journal*, 104, March, pp. 262–270.

ARONSON, J.R., LAMBERT P.J. Y D.R. TRIPPEER: (1999) Estimates of the changing equity characteristics of the U.S. income tax with international conjectures, *Public Finance Review*, vol. 27, pp. 138-159.

ATKINSON, A.B. (1980) *Horizontal Equity and the Distribution of the Tax Burden*, in H.J. Aaron & M.J. Boskins (eds), *The Economics of Taxation* (Washington, DC, Brookings), pp. 3–18.

ATKINSON, A.B.: (1981) *The measurement of economic mobility*, in P.J. EFFEGLSHAVEN Y VAN GERMERDEN, L.J: (ed): *Inkommensverdeling en Openbare Financien*. (Het Sepctrum).

ATKINSON, A. B. y BOURGUIGNON, F.: (1982), "The Comparison of Multidimensional Distributions of Economic Status", *Review of Economic Studies*, 49, 183-201.

ATKINSON, A.B., BOURGUIGNON, F. y MORRISSON, C. (1992) *Empirical Studies of Earnings Mobility*. London: Harwood Academic Publishers.

AUERBACH, A.J. Y KEVIN A.H.: (2002) New Measure Of Horizontal Equity, *American Economic Review*, v92(4,Sep), 1116-1125.

BARTHOLOMEW, D.: (1973) *Stochastic Models for Social Processes*. London: Wiley.

CHANTREUIL, F. Y TRANNOY, A. (1999): Inequality decomposition values: the trade-off between marginality and consistency. *Discussion Paper DP 9924, THEMA*, Universite' de Cergy-Pontoise, France.

CHAKRAVARTY, S. R., DUTTA, B. Y WEYMARK, J. A.: (1985) Ethical indices of income mobility. *Social Choice and Welfare*, 2 (1), 1–21.

COWELL, F.: (1980) Generalized entropy and the measurement of distributional change, *European Economic Review*, 13: 147-59.

CREEDY, J. Y VAN DE VEN, J.: (2001) Decomposing redistributive effects of taxes and transfers in Australia: annual and lifetime measures, *Australian Economic Papers*, 40, pp. 185–98.

DARDANONI, V. (1993): Measuring social mobility, *Journal of Economic Theory*, 61, 372–94.

DICKEY H.: (2001) Regional earnings inequality in Great Britain: a decomposition analysis, *Regional Studies*, 35, 605–612.

DUCLOS, J.-Y.: (1993) Progressivity, Redistribution, and Equity, with Application to the British Tax and Benefit System, *Public Finances/Finances Publiques*, 48(3), 350–365.

DUCLOS, J.-Y; JALBERT V. Y ABDELKRIM, A.: (2003) Classical horizontal inequity and reranking: an integrated approach, *Research on Economic Inequality*, 10, 65–100.

EBERT, U.: (2004) Social welfare, inequality, and poverty when needs differ, *Social Choice and Welfare*, 23, 415-448.

FELDSTEIN, M.S.: (1976) On the Theory of Tax Reform, *Journal of Public Economics* 6 (July-August), 77-104.

FIELDS, G. (2001) *Distribution and Development: A New Look at the Developing World*. Cambridge, MA: MIT Press and Russell Sage Foundation.

FIELDS, G. (2005) *The Many Facets of Economic Mobility*, working paper, Cornell University

FIELDS, G: (2007a) *Income Mobility*, ILR Collection Working Papers, Cornell University.

FIELDS, G: (2007b) *Does Income Mobility Equalize Longer-Term Incomes? New Measures of an Old Concept*, ILR Collection Working Papers, Cornell University.

FIELDS, G. AND OK, E.: (1996) The meaning and measurement of income mobility, *Journal of Economic Theory*, 71, 349–77.

FIELDS, G. AND OK, E.: (1999a) The measurement of income mobility: an introduction to the literature. In *Handbook on Income Inequality Measurement*, ed., J. Silber. Boston: Kluwer.

FIELDS, G. AND OK, E.: (1999b) Measuring movement of incomes. *Economica* 66, 455–72.

GOODMAN, L.A. Y KRUSKAL, W.H.: (1954) Measures of association for cross classifications, *Journal American Statistics Association*, 49, pp. 732–764.

GOTTSCHALK, P. Y SPOLAORE, E.: (2002) On the evaluation of economic mobility, *Review of Economic Studies*, 69, 191–208.

HEIL, M Y T. WODON, Q.T.: (1997) Inequality in CO2 Emissions Between Poor and Rich Countries, *The Journal of Environment & Development*, Vol. 6, No. 4, 426-452.

HERRERA, J.: (1999) *Ajuste económico, desigualdad y movilidad*, Document de Travail, DT/99/07, Développement et insertion internationale.

HUNGERFORD, T. L: (1993) US income mobility in the seventies and eighties, *Review of Income and Wealth*, 39, 403-17.

JENKINS, S.P. Y VAN KERM, P.: (2006) Trends in income inequality, pro-poor income growth, and income mobility, *Oxford Economic Papers* 58, 531–548 531.

KAKWANI, N.C.: (1984) On Measurement of Taxes, Progressivity and Redistributive Effect of Taxes with Applications to Horizontal and Vertical Equity, *Advances in Econometrics*, 3, pp. 149–168.

KENDALL, M.G.: (1948) *The advanced theory of statistics*, vol. 1 (4th ed). Londres.

KIM, K Y LAMBERT, P.J.: (2008) Redistributive Effect of U.S. Taxes and Public Transfers, 1994-2004, *Public Finance Review*, online, 23 september 2008.

KING, M. A.: (1983) An index of inequality with applications to horizontal equity and social mobility. *Econometrica*, 51, 99–115.

KOLENIKOV, S. y SHORROCKS, A: (2005) A Decomposition Analysis of Regional Poverty in Russia, *Review of Development Economics*, 9(1), 25–46.

LERMAN, R. Y YITZHAKI, S.: (1984) A Note on the Calculation and Interpretation of the Gini Index, *Economics Letters*, 15, pp. 363-8.

LERMAN, R. Y S. YITZHAKI, S.: (1995) Changing Ranks and the Inequality Impacts of Taxes and Transfers, *National Tax Journal*, 48, 45-59.

MARKANDYA, A.: (1982) Intergenerational exchange mobility and economic welfare, *European Economic Review*, 17, 307–24.

MARKANDYA, A.: (1984) The welfare measurement of changes in economic mobility, *Economica* 51, 457–471.

MUSGRAVE, R.A. Y THIN T. (1948). "Income Tax Progression 1929-48." *Journal of Political Economy*, 56, December, 498-514.

PLOTNICK, R. (1981) A Measure of Horizontal Inequity, *Review of Economics and Statistics*, 63, 2, pp. 283–288.

PLOTNICK, R.: (1982) The concept and measurement of horizontal inequity. *Journal of Public Economics* 17: 373-91.

PLOTNICK, R.: (1984) *A comparison of measures of horizontal inequity*, in *Horizontal Equity, Uncertainty and Economic Wellbeing*, Martin David and Timothy Smeeding (eds.), National Bureau of Economic Research, 239-263.

PRAIS, S.J. (1955) Measuring Social Mobility, *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, Vol. 118, No. 1, pp. 56-66

RUIZ-CASTILLO, J.: (1997) *Income mobility, permutations and rerankings*, Working Paper 97-74, Universidad Carlos III de Madrid.

RUIZ-CASTILLO, J. (2000), "The Measurement of Structural and Exchange Income Mobility", Working Paper, 00-56, Economic Series 22, Universidad Carlos III., posteriormente publicado en *Journal of Economic Inequality*, 2004, 2: 219–228.

RONGVE, I. (1999). A Shapley decomposition of inequality indices by income source. *Discussion Paper 59, Department of Economics*, University of Regina, Alberta, Canada.

SALAS, R. (1999), "Convergencia, movilidad y redistribución interterritorial en España: 1981-1996", *Papeles de Economía Española*, 80, 19-28.

SALINAS, M.M. Y SALINAS, J.: (1999) Evidencia empírica sobre la movilidad y la convergencia de las regiones europeas en el periodo 1981-1993, *Estudios de Economía Aplicada*, nº 12, pp.117-144.

SCHILLER, R.: (1977). Relative Earnings Mobility in the United States, *The American Economic Review*, Vol. 67, No. 5. (Dec., 1977), pp. 926-941.

SCOTT, C. D. Y LITCHFIELD, J. A. (1994). *Inequality, mobility and the determinants of income among the rural poor in Chile, 1968–1986*. Discussion Paper 53, Development Economics Research Programme, London School of Economics.

SEN, A.K. (1973) *On Economic Inequality*, Oxford Univ. Press, Oxford, 1973.

SHAPLEY, L. (1953): *A value for n-person games*, in: H. W. Kuhn and A. W. Tucker, eds., *Contributions to the Theory of Games*, Vol. 2 (Princeton University Press).

SHORROCKS, A.F.: (1978a) The measurement of mobility, *Econometrica* 46 (1978a), 1013–1024.

SHORROCKS, A.F.: (1978b) Income inequality and income mobility, *Journal of Economic Theory* 10, 376–393.

SHORROCKS, A.F.: (1993) *On the Hart measure of income mobility*, In: M. Carson, J. Creedy (eds.), *Industrial Concentration and Economic Inequality*, Edward Elgar, 1993.

SHORROCKS, A.F. (1999): *Decomposition procedures for distributional analysis: a unified framework based on the Shapley value*. Unpublished paper, University of Essex, Colchester, UK.

SOMERS, R.H.: (1962) A new asymmetric measure of association for ordinal variables, *American Sociological Review*, Vol 27(6), 799-811.

SPEARMAN, C.: (1904) "General intelligence" objectively determined and measured, *American Journal of Psychology*, 15, 201–293.

URBAN, I. y LAMBERT, P.J.: (2005) *Redistribution, Horizontal Inequity and Reranking: How to Measure them Properly*, Economics Discussion Paper, No. 2005-12, University of Oregon.

VAN KERM, P. (2004): What Lies Behind Income Mobility? Reranking and Distributional Change in Belgium, Western, Germany and the USA, *Economica*, 71, 223–239.

WAGSTAFF A. y VAN DOORSLAER E.: (1997) Progressivity, horizontal equity and reranking in health care finance: a decomposition analysis for the Netherlands, *Journal of Health Economics*, nº 16, 499-516

WAGSTAFF A, VAN DOORSLAER E. et. al.: (1999). Equity in the finance of health care: some further international comparisons, *Journal of Health Economics*, nº 18, 1999, pp. 263–290.

YITZHAKI, S. (1983). On an Extension of the Gini Inequality Index, *International Economic Review*, 24(3), 617–628.