

Trabajo Fin de Máster

Ingeniería de Telecomunicación

Extracción de Características en Imágenes de Rayos X de Cuadros

Autora: Delia Velasco Montero

Tutor: Juan José Murillo Fuentes

Dep. Teoría de la Señal y Comunicaciones
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2016



Trabajo Fin de Máster
Ingeniería de Telecomunicación

Extracción de Características en Imágenes de Rayos X de Cuadros

Autora:

Delia Velasco Montero

Tutor:

Juan José Murillo Fuentes

Profesor Catedrático de Universidad

Dep. de Teoría de la Señal y Comunicaciones

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2016

Trabajo Fin de Máster: Extracción de Características en Imágenes de Rayos X de Cuadros

Autora: Delia Velasco Montero

Tutor: Juan José Murillo Fuentes

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2016

El Secretario del Tribunal

A mi familia y amigos, por la confianza depositada en mí

A mi tutor, hilo conductor de este proyecto

A mi hermana, a quien debo gran parte de mis logros

A mis compañeros y profesores

Resumen

El análisis de imágenes de placas de rayos X capturadas de pinturas de cuadros permite la caracterización del tipo de tela usada por el pintor. Este trabajo se enfoca en la extracción de características relevantes que permitan la identificación del tipo de tejido presente en las obras de arte.

Por otra parte, resulta de importancia histórica la identificación de parejas de telas que proceden de recortes de un mismo rollo de lona, como suele ocurrir con pinturas de un mismo autor. Es por ello que además se proponen características que permitan discriminar este hecho. En el dominio espacial, la textura está relacionada con las características de la tela, mientras que el dominio de la frecuencia proporciona información sobre la densidad de hilos presente en la tela. Una selección de características combinadas de ambos dominios posibilita la clasificación del tejido.

Las imágenes que se incluyen en este Trabajo y los resultados de las mismas pertenecen al Museo Nacional del Prado. Está prohibido su uso, reproducción o distribución.

Abstract

The analysis of x-ray images captured from paintings allows the characterization of the type of weave used by the painter. This work focuses on the extraction of relevant characteristics that allow the identification of the type of tissue present in works of art.

On the other hand, it is of historical importance the identification of pairs of layers that come from cuts of the same roll of canvas, as it usually happens in paintings drawn by the same author. Therefore, characteristics are additionally suggested to allow to differentiate this fact. In the spatial domain, the texture will be related to the characteristics of the fabric, while the frequency domain provides information about the density of threads present in the fabric. A selection of combined characteristics from both domains enables tissue classification.

The images included in this Work and the results of them belong to the Museo Nacional del Prado. Its use, reproduction or distribution is prohibited.

Índice

Resumen	viii
Abstract	x
Índice	xi
Índice de Tablas	xiii
Índice de Figuras	xiv
Notación	xvi
1 Introducción	1
2 La imagen de rayos X de las pinturas	3
2.1 Tipos de Tejidos	4
3 El Método Propuesto	7
3.1 Técnicas Empleadas	7
3.1.1 Dominio espacial	7
3.1.2 Dominio de Fourier	8
4 Análisis de Textura	9
4.1 Matriz de Co-ocurrencia de Niveles de Gris (<i>Gray Level Cooccurrence Matrix, GLCM</i>) [10]	9
4.1.1 Descriptores Propuestos	12
4.2 Patrones Locales Binarios (<i>Local Binary Patterns, LBP</i>)	13
4.2.1 Descriptores Propuestos	16
5 Técnicas de Frecuencia	17
5.1 Análisis Rotacional del Espectro	17
5.1.1 Descriptores Propuestos	19
5.2 Análisis de Localización de Picos en la DEP	21

5.2.1	Descriptores Propuestos	24
6	Algoritmo Propuesto	25
6.1	<i>Conjunto de Muestras</i>	25
6.2	<i>Experimentos Realizados</i>	26
6.3	<i>Análisis de Localización de Picos en la DEP</i>	27
6.3.1	Invariancia a rotación	27
6.3.2	Frecuencias fundamentales en direcciones de la trama y la urdimbre	28
6.3.3	Identificación del Triángulo Principal	28
6.3.4	Identificación de sucesivos triángulos	29
6.3.5	Selección de Picos Relevantes	29
6.3.6	Descriptores Calculados	30
6.4	<i>Análisis Rotacional del Espectro</i>	30
6.4.1	Mejoras en los descriptores Moda y Media	30
6.4.2	Descriptores Calculados	31
6.5	<i>Matriz de Co-ocurrencia de Niveles de Gris</i>	32
6.6	<i>Patrones Locales Binarios</i>	32
6.6.1	Algoritmo de Cálculo	32
6.6.2	Elección de los parámetros	32
6.6.3	Caracterización mediante histogramas	33
6.6.4	Caracterización mediante descriptores	33
7	Estudio Experimental	34
7.1	<i>Análisis de Localización de Picos en la DEP</i>	34
7.1.1	Resultados	34
7.1.2	Conclusiones	38
7.2	<i>Análisis Rotacional del Espectro</i>	38
7.2.1	Resultados y Conclusiones	38
7.3	<i>Matriz de Co-ocurrencia de Niveles de Gris</i>	41
7.3.1	Resultados y Conclusiones	41
7.4	<i>Patrones Binarios Locales</i>	42
7.4.1	Resultados y Conclusiones	42
8	Resultados de Test	45
8.1	<i>Conjunto de Muestras</i>	45
8.2	<i>Resultados Tipos de Tejido</i>	46
8.3	<i>Resultados de Rollo de Origen</i>	48
8.4	<i>Conclusiones de caracterización de todas las imágenes</i>	51
9	Conclusiones	52
	Agradecimientos	54
	Referencias	55

Índice de Tablas

- Tabla 4–1. Parámetros de la Matriz para distintas orientaciones
- Tabla 6–1. Conjunto de Experimentación
- Tabla 7–1. Descriptores de Tipo de Tejido sobre el Conjunto de Experimentación
- Tabla 7–2. Descriptores de Origen sobre el Conjunto de Experimentación
- Tabla 7–3. Descriptores del Análisis Rotacional sobre el Conjunto de Experimentación
- Tabla 7–4. Comparación Análisis de Picos – Análisis Rotacional
- Tabla 7–5. Descriptores de textura sobre el Conjunto de Experimentación
- Tabla 7–6. Numeración de las imágenes de Experimentación
- Tabla 8–1. Conjuntos de Test y Experimentación
- Tabla 8–2. Descriptores de Tipo de Tejido
- Tabla 8–3. Resultados de densidades de hilos (Análisis de Picos – Análisis Rotacional)
- Tabla 8–4. Descriptores de Textura
- Tabla 8–5. Tipo y Origen encontrados

Índice de Figuras

Ilustración 2-1. Hilos de (1) la urdimbre (warp) y (2) la trama (weft) [2]

Ilustración 2-2. Tafetán [4]

Ilustración 2-3. Sarga 3:1, con 3 hilos por encima y 1 por debajo [5]

Ilustración 2-4. Satén [6]

Ilustración 4-1. Orientaciones de la GLCM

Ilustración 4-2. Imagen muestra

Ilustración 4-3. Definición de la matriz GLCM

Ilustración 4-4. Ejemplo de cálculo de la GLCM

Ilustración 4-5. Matrices GLCM calculadas

Ilustración 4-6. GLCM normalizada

Ilustración 4-7. Vecindades circulares simétricas para diferentes valores de (N,R) [10]

Ilustración 4-8. Diferentes patrones de textura identificados por el operador LBP. Círculos negros y blancos representan valores 0 y 1, respectivamente [10]

Ilustración 4-9. Cálculo de $LBP_{N,R}^i$ [7]

Ilustración 4-10. Conjunto de todos los posibles patrones para $N=4$ y selección de los 6 patrones invariantes (numerados según su $LBP_{N,R}^i$) [7]

Ilustración 4-11. Nueve patrones uniformes para $N=8$, y número de bits a '1' en cada patrón

Ilustración 5-1. Espectro Ideal de tejido Simple [3]

Ilustración 5-2. Imagen de muestra (1 cm x 1 cm)

Ilustración 5-3. Magnitud de la DFT de la muestra con $NFFT=1024$

Ilustración 5-4. Promediado del espectro en $\Delta u = \Delta v = 5$

Ilustración 5-5. Moda en la densidad (índice del máximo del vector $Q(f')$) y su posición frecuencial en el espectro, para una tela tipo sencillo

Ilustración 5-6. Moda en la densidad y su posición en el espectro para una tela tipo sarga

Ilustración 5-7. Modelo espacial de Tafetán [8]

Ilustración 5-8. Espectro ideal de tejido simple [8]

Ilustración 5-9. Modelo espacial de Tejido asargado de patrones 4:1 (izquierda) y 3:2 (derecha) con $Ts=1$ [8]

Ilustración 5-10. Espectro ideal de tejido tipo sarga 4:1 [8]

Ilustración 5-11. Tejido simple modelado como la convolución de una estructura y un campo de deltas [14]

Ilustración 5-12. Localización de los picos para: componente continua (dc), frecuencias fundamentales (f_a, f_e) y línea de picos separados f_t [14]

Ilustración 5-13. Ejemplo de triángulo con $q=1, p=3, n=5$ [14]

Ilustración 5-14. Base repetitiva del espacio $b(x,y)$ con $|\vec{a}_i \times \vec{b}_i| = q \cdot n$ cruces de hilos.

Ilustración 6-1. Resumen del proceso llevado a cabo

Ilustración 6-2. Espectro con pequeños máximos espúreos (izquierda) identificados como picos importantes (derecha)

Ilustración 6-3. Determinación errónea de dos picos como pertenecientes a la hipotenusa, dando lugar a $n=3$

Ilustración 6-4. Determinación correcta del pico pertenecientes a la hipotenusa, para determinar $n=2$

Ilustración 6-5. Triángulo encontrado con $p=q=n=1$

Ilustración 6-6. Espectro con tres triángulos identificables con $p=q=1, p=q=2, p=q=3$, correspondiente a un tejido simple

Ilustración 6-7. Espectro de tejido simple con picos relevantes

Ilustración 7-1. Descriptores de Tipo de Tejido, agrupables en tres nubes de puntos

Ilustración 7-2. Dominio de Fourier (Tafetán - *plain*)

Ilustración 7.3. Dominio Espacial (Tafetán - *plain*)

Ilustración 7-4. Dominio de Fourier (Sarga - *twill*)

Ilustración 7-5. Dominio Espacial (Sarga - *twill*)

Ilustración 7-6. Dominio de Fourier (Satén - *satín*)

Ilustración 7-7. Dominio Espacial (Satén - *satín*)

Ilustración 7-8. Descriptores de Origen, agrupables en para P01692-P01693, P01101-P01113-P01114 y P02252-P02253

Ilustración 7-9. Descriptor de tipo: ángulo (media aritmética de las regiones)

Ilustración 7-10. Descriptores de Co-ocurrencia

Ilustración 7-11. Mejores casos identificados para $R=1, N=8$ y $R=2, N=16$, respectivamente

Ilustración 7-12. Componentes [0,9] del histograma LBP $R=1/N=8$, representadas dos a dos

Ilustración 7-13. Componentes [0,17] del histograma LBP $R=2/N=16$

Ilustración 7-14. Descriptores extraídos de los histogramas LBP, para $R/N=1/8$ (izquierda) y $R/N=2/16$ (derecha)

Ilustración 8-1. Descriptores de Tipo de Tejido para el Conjunto Completo

Ilustración 8-2. Resultados del Análisis de Localización de Picos

Ilustración 8-3 Media del descriptor de tipo: ángulo

Ilustración 8-4. Descriptores Medios de Co-ocurrencia

Ilustración 8-5. Histogramas $R=1, N=8$ y $R=2, N=16$

cm	centímetro
px	píxel
DFT	<i>Discrete Fourier Transform</i> , Transformada de Fourier Discreta
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i> , Transformada Rápida de Fourier
PSD	<i>Power Spectral Density</i> , Densidad Espectral de Potencia
DEP	Densidad Espectral de Potencia
GLCM	<i>Gray Level Cooccurrence Matrix</i> , Matriz de Co-ocurrencia de Niveles de Gris
LBP	<i>Local Binary Patterns</i> , Patrones Binarios Locales
#	número de casos
log	logaritmo
cos	coseno
sen	seno
e	número e
cte	constante
\mathcal{F}	Transformada de Fourier
std	Desviación Estándar
\otimes	Convolución

1 INTRODUCCIÓN

En el ámbito de la Historia del Arte, un análisis de la estructura de hilos que conforman el tejido de un cuadro resulta de interés histórico para los investigadores. De manera tradicional, se viene usando como dato relevante la densidad de hilos del tejido. El procedimiento estándar para un recuento manual de los hilos requiere una lente de aumento para contar los hilos a lo largo de una regla de 1 ó 2 centímetros. Si el número de hilos que atraviesa transversalmente esa zona (1 ó 2 cm) no es un número entero, la fracción restante es estimada “a ojo”. Suele ser un trabajo lento y costoso, que puede llegar a no ser del alcance del ojo humano.

En contraposición, la aplicación de técnicas de procesado digital de señal al campo de la imagen permiten un análisis automático del tejido: densidad de hilos, dirección principal de los hilos y tipo de tejido [1].

El **propósito** fundamental del presente proyecto es una caracterización automática de los tejidos de los cuadros a partir de imágenes de rayos X, que permita la comparación entre distintas telas.

El objetivo propuesto inicialmente para este trabajo consistía, por un lado, en realizar análisis basado en técnicas de extracción de características tanto de textura como de frecuencia, a partir de las imágenes de placas de rayos X; y por otro, validar cuáles de estos descriptores permiten distinguir mejor los tipos de tejidos y diferenciar las telas entre sí (pudiéndose encontrar coincidencias en el rollo origen de cuadros del mismo autor).

La **metodología** seguida ha consistido en una primera fase de selección de los descriptores de cada técnica que podrían reflejar la coincidencia entre telas del mismo rollo, así como los que identificarían el tipo de tejido. Se ha seguido con la implementación en Matlab® de las técnicas seleccionadas para realizar la extracción de las características a un conjunto experimental de imágenes. Este estudio ha permitido la revisión de los descriptores usados, para seleccionar los más idóneos y proponer otros nuevos. Además, se han incorporado aportaciones como es el análisis de búsqueda de máximos en el espectro y la mejora de los métodos anteriores. Una vez concluida la caracterización completa del conjunto experimental de cuadros, se puede seguir la misma técnica con el resto de imágenes disponibles.

El alcance del trabajo se limita a la determinación de un método de análisis y comparación de tejidos, proporcionando un vector de características. Una interpretación de estas características posibilita identificar el tipo de tela, así como el origen. Aunque no es objetivo de este trabajo, ante un conjunto de cuadros, este vector sería la entrada a un clasificador que determinaría posibles coincidencias en origen y tipo.

2 LA IMAGEN DE RAYOS X DE LAS PINTURAS

El tejido de los cuadros se caracteriza por un conjunto longitudinal de hilos que son mantenidos en tensión llamado **urdimbre** (*warp*), y un contrahilo o **trama** (*weft*) de que cruza transversalmente la urdimbre en la dimensión menor del rollo de tela.

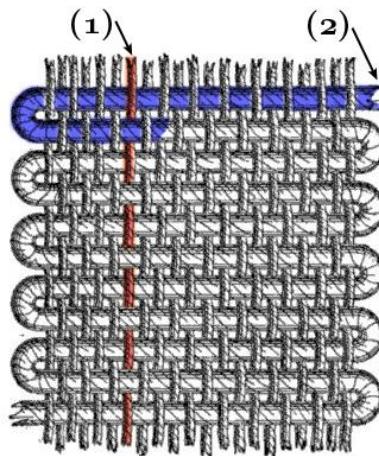


Ilustración 2-1. Hilos de (1) la urdimbre (*warp*) y (2) la trama (*weft*) [2]

Para un análisis automático del tejido, se usan técnicas no invasivas que parten de imágenes de rayos X. La estructura de superposición de hilos que forma el tejido presenta zonas más gruesas que otras. Pero estos hilos no son visibles mediante rayos X. No obstante, antes de ser pintadas y para suavizar la superficie, las telas son recubiertas con una capa de sustancias opacas a la radiación. Esta capa adquiere diferentes grosores al rellenar los huecos entre los hilos del tejido de manera que estas variaciones hacen visibles los hilos en la imagen de rayos X. Las regiones donde los hilos se superponen y la capa de esta sustancia es más delgada absorben menos energía de los rayos X que las zonas recubiertas con una capa de mayor grosor. Como resultado, la imagen de rayos X presenta una variación periódica de transiciones claro-oscuro que identifican a un hilo de la tela [1] [3] [4].

2.1 Tipos de Tejidos

Existen diferentes tipos de telas según el patrón de entrelazado de los hilos que la componen. Las estructuras más comunes son las denominadas simple, sarga y satén.

La más sencilla, llamada tejido simple o **tafetán** (*plain weave*) consiste en un entrelazado horizontal y vertical de hilos. Una caracterización de este tipo de tela consistiría en proporcionar la densidad de hilos en las direcciones de la trama y la urdimbre.

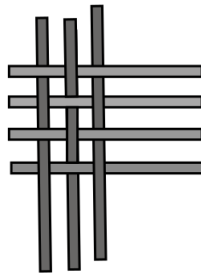


Ilustración 2-2. Tafetán [5]

Sin embargo, hay otras estructuras más complejas caracterizadas por un patrón periódico en la tela formado por múltiples hilos y cruces entre ellos.

El tejido tipo **sarga** (*twill weave*) presenta un patrón diagonal formado por el cruce alternativo de la trama por encima de uno o más hilos de la urdimbre y luego por debajo de dos o más hilos. Entre filas de la trama este cruce alternativo presenta un “paso” u *offset* que depende del tipo de sarga. Tanto el número de hilos de la urdimbre entre cruces por arriba y por debajo como el paso es variable, determinando el tipo de sarga. La estructura formada presenta identificables líneas en diagonal que usualmente se encuentran en torno a los 45 grados respecto a la trama o la urdimbre.

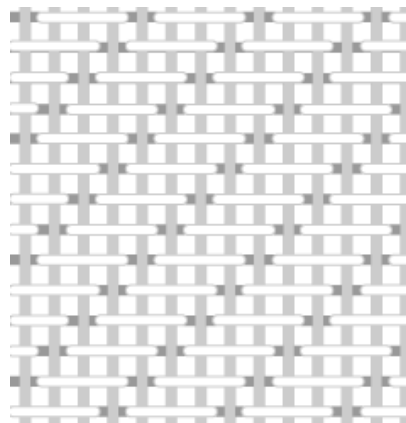


Ilustración 2-3. Sarga 3:1, con 3 hilos por encima y 1 por debajo [6]

El tejido **satén** (*satén weave*), es más complejo que los anteriores, y se caracteriza por minimizar los entrelazados entre la urdimbre y la trama, eliminando algunos cruces. Cuatro o más hilos de la trama ‘flotan’ sobre la urdimbre, permaneciendo la trama por arriba y la urdimbre por debajo de la tela, antes del entrelazado. También es posible un tejido satén a la inversa, en el que la trama pasa por encima de varios hilos de la urdimbre.

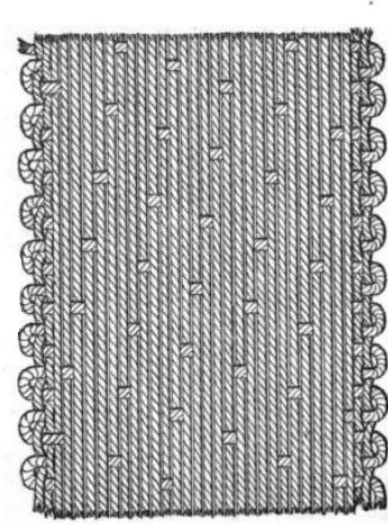


Ilustración 2-4. Satén [7]

3 EL MÉTODO PROPUESTO

La información de la tela que es observable a simple vista está relacionada con la textura del tejido. Por otra parte, es usual recurrir al dominio de Fourier para un análisis completo de las señales. Capturar ambas informaciones mediante un conjunto de descriptores, como proponen Cornelis *et al.* [8] permitirá una caracterización completa de la tela de las pinturas.

Existen modelos teóricos basados en la Transformada Discreta de Fourier (*Discrete Fourier Transform*, DFT) que describen el tipo de tejido [9]. Por tanto, un análisis de las telas basado en la DFT permitiría extraer descriptores que identifiquen el tipo de tela usado en cada cuadro.

Además, la identificación de varios cuadros procedentes del mismo rollo de tela es un problema de clasificación en el que se puede usar un conjunto de características de los **dominios espacial y frecuencial**.

Un aspecto importante a tener en cuenta a la hora de describir la imagen mediante características de este tipo es la posible rotación de la tela en la imagen de rayos X. Se parte de la **hipótesis** de que las imágenes están alineadas, es decir, haciendo coincidir la trama o la urdimbre con el eje horizontal (una fila de la matriz imagen $I(x, y)$). Esta hipótesis es importante pero no suele suponer una restricción adicional puesto que las imágenes se suelen capturar con esta alineación. Sin embargo, el análisis automático debe ser el mismo si la imagen está rotada múltiplos de 90 grados, esto es, con la trama en horizontal y la urdimbre en vertical ó viceversa. Por ello, los descriptores que se proponen a continuación deben ser invariantes a rotaciones de este tipo.

3.1 Técnicas Empleadas

3.1.1 Dominio espacial

Se trata de recopilar características del dominio del espacio, esto es, directamente a partir de la imagen de rayos X en escala de grises. Existen distintos métodos que permiten identificar la textura.

Para caracterizar cualquier material mediante una imagen capturada sobre él, Haralik *et al.* [10] desarrollan un método de clasificación de objetos o materiales basado en matrices de dependencia espacial de tonos de gris, denominadas **Matrices de Co-ocurrencia de Niveles de Gris** (*Gray Level Cooccurrence Matrix*, GLCM). La aplicación de estos descriptores de textura a tejidos debe proporcionar información útil sobre la densidad de

hilos del tejido.

Otra técnica de análisis de texturas en el dominio del espacio es la propuesta por Ojala *et al.* [11] que extrae información de pequeñas vecindades de píxeles, a las que clasifica en patrones según representen bordes, líneas, zonas homogéneas, etc. Esta clasificación de cada vecindad proporciona un histograma de patrones encontrados en la imagen muestra completa, denominados **Patrones Binarios Locales** (*Local Binary Patterns, LBP*).

La aplicación de ambos métodos permitirá diferenciar las telas por su densidad de hilos por centímetro.

3.1.2 Dominio de Fourier

La Transformada de Fourier es una herramienta que presenta la información de las señales en otro dominio (dominio frecuencial o de Fourier) relacionado con la composición de la señal. Toda señal se puede descomponer en una suma ponderada de señales periódicas de diferentes frecuencias; la Transformada de Fourier proporciona los coeficientes de tales señales para cada frecuencia.

Trabajando en el dominio de Fourier se consigue un doble objetivo: facilitar el desarrollo matemático para el procesado o modelado de señales, y permitir una identificación rápida de las características de las señales.

Una imagen de un tejido es una señal bidimensional en la que las ondulaciones de los hilos al entrelazarse se asemejan a señales periódicas de cierta frecuencia. La Transformada de Fourier, en su versión 2D, permitirá identificar las frecuencias que componen el tejido en distintas direcciones del mismo. El coeficiente de Fourier con mayor amplitud representa la frecuencia de hilos presente en la tela. Las frecuencias horizontal y vertical de la DFT-2D en las que se encuentra tal coeficiente se relaciona con la densidad de hilos en dirección de la trama y la urdimbre.

Un análisis completo basado en la DFT y comparado con modelos matemáticos de los diferentes tipos de tejidos, posibilitará una caracterización completa de las telas: densidades de hilos, tipo de tela, dirección del patrón diagonal, etc.

4 ANÁLISIS DE TEXTURA

Los algoritmos de caracterización de imágenes según sus propiedades en el dominio del espacio, así como los descriptores a extraer en cada técnica son los descritos a continuación.

4.1 Matriz de Co-ocurrencia de Niveles de Gris (*Gray Level Cooccurrence Matrix, GLCM*) [10]

Debido a las grandes variaciones de tonos en la imagen procedentes de los hilos, la textura es una propiedad importante para caracterizarla.

Una imagen digital en escala de grises se almacena en una matriz de tamaños $M \times N$ donde cada píxel es el elemento $I(x, y) = g$. El dominio espacial bidimensional viene determinado por las filas $F = \{1, 2, \dots, M\}$ y las columnas $C = \{1, 2, \dots, N\}$. Los tonos de gris posibles se codifican en un conjunto finito de bits, dando lugar a un número fijo N_g de posibles niveles $G = \{0, 1, 2, \dots, N_g - 1\}$. Por tanto, la imagen $I(x, y)$ es una función de dos variables que asigna a cada píxel un tono de gris de entre un conjunto finito: $I: F \times C \rightarrow G$

Un análisis estadístico de la textura consiste en extraer características a partir de la distribución estadística muestral observada en la imagen.

La Matriz de Co-ocurrencia contiene las dependencias espaciales de parejas de niveles de gris $\{g_1, g_2\}$. Esta relación espacial viene determinada por dos parámetros: un desplazamiento (*offset*) horizontal $r \in \mathbb{Z}$ y otro vertical $s \in \mathbb{Z}$. Esta matriz se asemeja a un histograma bidimensional.

El histograma de una imagen, H , es un vector de N_g elementos, donde el elemento $H(g)$ representa la frecuencia de ese nivel de gris, esto es, el número de píxeles con tal nivel:

$$H(g) = (\#I(x, y) = g), \quad g = 0, 1, 2, \dots, N_g - 1 \quad (4 - 1)$$

Por su parte la Matriz de Co-ocurrencia es de tamaño $N_g \times N_g$, donde el elemento $C_{r,s}(i, j)$ representa la cantidad de parejas de píxeles con niveles de gris i, j que distan en la imagen (r, s) píxeles en horizontal y vertical, respectivamente:

$$C_{r,s}(i,j) = \# \begin{cases} I(x,y) = i \\ I(x+r,y+s) = j \end{cases} \quad (4-2)$$

Se suele calcular la versión simétrica de esta matriz, en la que el elemento $C_{r,s}(i,j)$ contiene el número de veces que un píxel con valor i tiene una dependencia espacial (r,s) con otro píxel de valor j , sin importar el orden [10]:

$$C_{r,s}(i,j) = \# \begin{cases} I(x,y) = i \\ I(x+r,y+s) = j \end{cases} \text{ OR } \# \begin{cases} I(x,y) = j \\ I(x+r,y+s) = i \end{cases} \quad (4-3)$$

donde el operador OR se traduce matemáticamente en la operación suma. Se trata, por tanto, de una matriz cuadrada y simétrica, que contiene la frecuencia no normalizada de cada pareja de niveles de gris.

Debido a la gran dimensionalidad de la matriz, ésta es muy sensible al tamaño de las muestras en las que se calcula. Por tanto, es una técnica habitual reducir el número de niveles de gris de las imágenes [12].

Ante la necesidad de disponer de descriptores invariantes a la rotación de la imagen, se construyen cuatro matrices, correspondientes a los ángulos horizontal (0°), vertical (90°) y diagonales (45° y 135°). En estos casos, los parámetros (r,s) se transforman en uno, el desplazamiento D , del siguiente modo:

Tabla 4-1. Parámetros de la Matriz para distintas orientaciones

Ángulo	(r,s)
0°	$(D, 0)$
90°	$(0, -D)$
45°	$(-D, D)$
135°	$(-D, -D)$

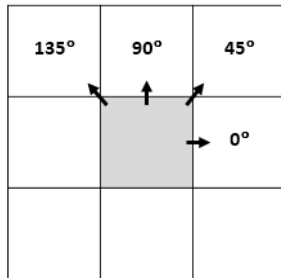


Ilustración 4-1. Orientaciones de la GLCM

Formalmente, cada una de estas matrices de co-ocurrencia se puede describir matemáticamente del siguiente modo:

$$C_{D,0}(i,j) = \# \begin{cases} I(x,y) = i \\ I(x+D,y) = j \end{cases} \text{ OR } \# \begin{cases} I(x,y) = j \\ I(x+D,y) = i \end{cases} \quad (4-4)$$

$$C_{0,-D}(i,j) = \# \begin{cases} I(x,y) = i \\ I(x,y-D) = j \end{cases} \text{ OR } \# \begin{cases} I(x,y) = j \\ I(x,y-D) = i \end{cases} \quad (4-5)$$

$$C_{-D,D}(i,j) = \# \begin{cases} I(x,y) = i \\ I(x-D,y+D) = j \end{cases} \text{ OR } \# \begin{cases} I(x,y) = j \\ I(x-D,y+D) = i \end{cases} \quad (4-6)$$

$$C_{-D,-D}(i,j) = \# \begin{cases} I(x,y) = i \\ I(x-D,y-D) = j \end{cases} \text{ OR } \# \begin{cases} I(x,y) = j \\ I(x-D,y-D) = i \end{cases} \quad (4-7)$$

A continuación, se muestra un ejemplo de las cuatro matrices calculadas sobre una imagen de tamaño 3×3 con sólo 4 niveles de gris posibles.

Ejemplo 4-1. Se dispone de la siguiente imagen con los niveles de gris posibles $G = \{0,1,2,3\}$

0	0	1
1	2	3
3	3	2

	0	1	2	3
0	#(0,0)	#(0,1)	#(0,2)	#(0,3)
1	#(1,0)	#(1,1)	#(1,2)	#(1,3)
2	#(2,0)	#(2,1)	#(2,2)	#(2,3)
3	#(3,0)	#(3,1)	#(3,2)	#(3,3)

Ilustración 4-2. Imagen muestra

Ilustración 4-3. Definición de la matriz GLCM

El cálculo del elemento (i, j) de la matriz GLCM con orientación vertical consistiría en sumar el número de casos en el que dos píxeles situados en filas sucesivas de la misma columna (90°) presentan niveles de gris (i, j) .

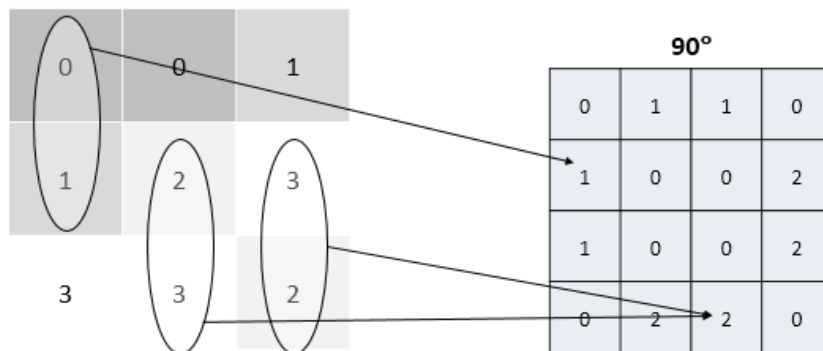


Ilustración 4-4. Ejemplo de cálculo de la GLCM

Las cuatro matrices calculadas para cada orientación y con un offset de $D = 1$ quedan:

0°				90°			
2	1	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	0	2
0	1	0	2	1	0	0	2
0	0	2	2	0	2	2	0
45°				135°			
0	1	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	1	0	2	0
0	0	1	2	1	1	0	0

Ilustración 4-5. Matrices GLCM calculadas

Una vez calculadas, las matrices son normalizadas dividiendo cada elemento por el número total de parejas de píxeles encontradas con ese desplazamiento. Así, las matrices representan la frecuencia relativa de ocurrencia de cada pareja de niveles de gris, de forma similar a una **función de densidad de probabilidad** bidimensional, en la que la suma total de la matriz es la unidad.

$$p(i, j) = \frac{C_{r,s}(i, j)}{\sum_{i=0}^{N_g-1} \sum_{j=0}^{N_g-1} C_{r,s}(i, j)} \quad (4 - 8)$$

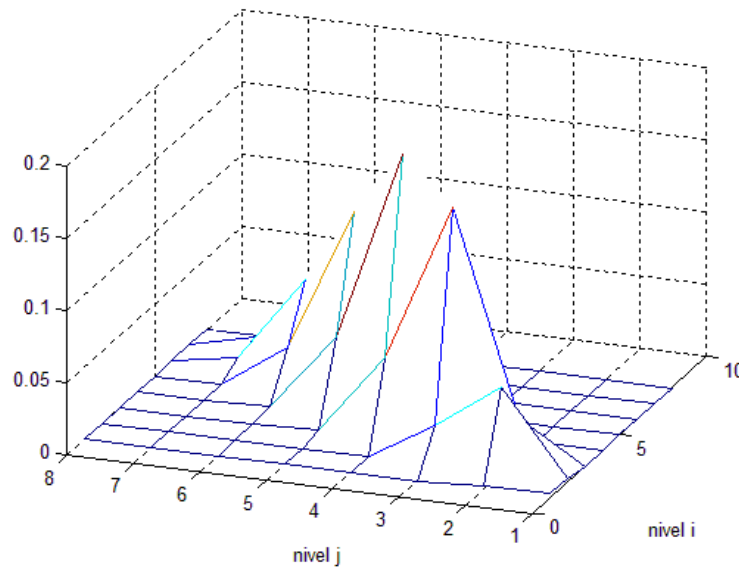


Ilustración 4-6. GLCM normalizada

4.1.1 Descriptores Propuestos

A partir de estas cuatro matrices GLCM se pueden extraer las siguientes características:

- Contraste:

$$\sum_{i=0}^{N_g-1} \sum_{j=0}^{N_g-1} |i - j|^2 p(i, j) \quad (4 - 9)$$

es un momento diferencia que representa una medida del contraste de intensidades entre dos píxeles a determinada distancia en la imagen; será mayor cuanto más diferencia exista entre ambos, siendo cero si la imagen completa es constante.

- Correlación:

$$\sum_{i=0}^{N_g-1} \sum_{j=0}^{N_g-1} \frac{(i - \mu_i)(j - \mu_j)p(i, j)}{\sigma_i \sigma_j} \quad (4 - 10)$$

donde $\mu_i, \mu_j, \sigma, \sigma_j$ son las medias y desviaciones estándar de las distribuciones marginales $\sum_{j=0}^{N_g-1} p(i, j)$ y $\sum_{i=0}^{N_g-1} p(i, j)$ asociadas a la distribución conjunta $p(i, j)$. Este descriptor es un indicativo de la dependencia lineal de los niveles de gris de los píxeles vecinos. Cuanto más parecidos son los píxeles en la imagen, mayor es la correlación; si una imagen tiene ruido, los píxeles están más incorrelados.

- Energía, Uniformidad o Segundo Momento Angular (*Angular Second Moment, ASM*):

$$\sum_{i=0}^{N_g-1} \sum_{j=0}^{N_g-1} p(i,j)^2 \quad (4-11)$$

es una medida de la homogeneidad de la imagen, siendo mayor cuanto más parecidos son los píxeles (la matriz GLCM tendría pocos elementos distintos de cero, de valores altos)

- Homogeneidad:

$$\sum_{i=0}^{N_g-1} \sum_{j=0}^{N_g-1} \frac{p(i,j)}{1+|i-j|} \quad (4-12)$$

esta magnitud mide la homogeneidad local de la imagen, es decir, cuánto se acerca la distribución $p(i,j)$ a una matriz diagonal. Será alta cuando el nivel de gris local es uniforme, de manera inversa al Contraste. Un descriptor similar es el IDM (*Inverse Difference Moment*) $\sum_{i=0}^{N_g-1} \sum_{j=0}^{N_g-1} \frac{p(i,j)}{1+(i-j)^2}$ mencionado por Mohanaiah *et al.* en [12].

- Entropía:

$$-\sum_{i=0}^{N_g-1} \sum_{j=0}^{N_g-1} \log_2(p(i,j)) p(i,j) \quad (4-13)$$

mide la información media de una variable aleatoria, cuantificando la cantidad de información mínima para comprimir la imagen.

- Periodo de la correlación: el descriptor correlación calculado con diferentes valores sucesivos de D en una dirección determinada, muestra máximos con una periodicidad. Este periodo permite estimar la frecuencia de hilos en cada dirección.

Para lograr características invariantes a rotación, se realiza un promedio para las cuatro direcciones consideradas, obteniendo los descriptores finales.

4.2 Patrones Locales Binarios (*Local Binary Patterns, LBP*)

Entre las técnicas de análisis de texturas también destaca el operador LBP, considerado como un enfoque unificador que combina aspectos de análisis estadísticos y estructurales de la textura [13].

Este operador obtiene información local en vecindades pequeñas de píxeles, basándose en el hecho de que, a menudo, la correlación entre píxeles disminuye a medida que aumenta la distancia entre éstos. Se trata de detectar patrones binarios locales en vecindades determinadas por una resolución espacial y una cuantización del espacio angular.

De forma genérica, se considera una vecindad circular y simétrica de N miembros igualmente espaciados en el entorno de una circunferencia de radio R . El parámetro R determina la resolución espacial del operador, mientras el valor de N controla la cuantización del espacio angular. En torno a un píxel central de nivel de gris g_c y coordenadas $(0,0)$, los miembros de la vecindad son los píxeles con niveles g_n ($n = 0,1,2, \dots, N-1$) que corresponden a las coordenadas $(x,y) = (R \cdot \cos(\frac{2\pi n}{N}), -R \cdot \sin(\frac{2\pi n}{N}))$. Para vecinos cuyas coordenadas no coinciden exactamente con el centro de los píxeles, el nivel de gris es estimado mediante interpolación. De manera general, se toma como g_0 el valor del píxel en la posición inmediatamente derecha de g_c , de coordenadas $(0,R)$; y el resto de miembros se numera siguiendo la circunferencia en sentido antihorario:

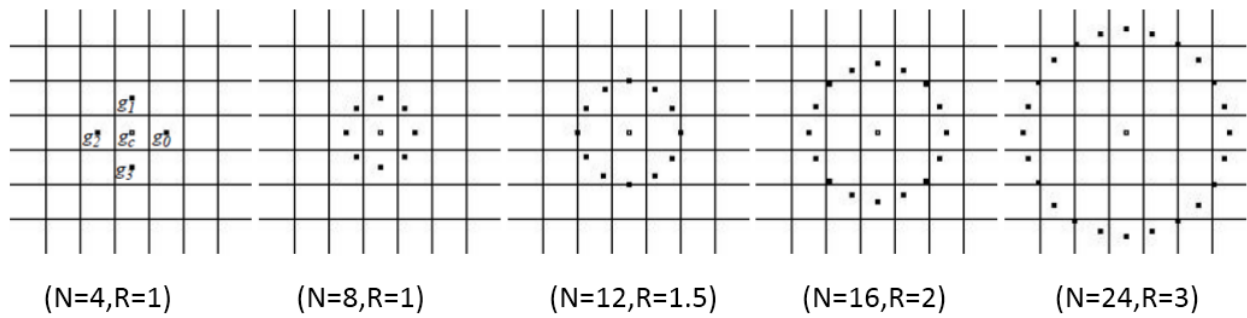


Ilustración 4-7. Vecindades circulares simétricas para diferentes valores de (N, R) [11]

El patrón local binario de una vecindad puede detectar microestructuras tales como bordes, líneas, puntos, zonas homogéneas, etc. Se ha comprobado que el histograma de ocurrencias del operador calculado sobre la imagen completa es un descriptor muy potente que combina los enfoques estructural y estadístico [11]. Además, mediante diversas evaluaciones del operador con diferentes valores de (R, N) se puede lograr un **análisis multiresolución** de la textura de la imagen.

Una característica importante del operador LBP es la invariancia tanto a la escala de grises como a rotación.

El primer paso para construir dicho operador consiste en eliminar la dependencia con la luminancia media de la imagen. Se logra considerando sólo el signo de la diferencia entre el nivel de gris de cada miembro g_n y el nivel del píxel central g_c :

$$\{g_0, g_1, g_2, \dots, g_{N-1}\} \rightarrow \{s(g_0 - g_c), s(g_1 - g_c), s(g_2 - g_c), \dots, s(g_{N-1} - g_c)\}$$

donde $s(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } x \geq 0 \\ 0, & \text{si } x < 0 \end{cases}$ es la función signo.

En otras palabras, se ha umbralizado la escala de grises con el valor del píxel central, dando lugar a un patrón local **binario**. Con N miembros en la vecindad simétrica, se tienen 2^N posibles secuencias binarias producidas por las diferencias de niveles de gris. Esta secuencia determina la textura de la imagen: puntos, bordes, curvas, esquinas, etc. Como ejemplo, si la región es homogénea, las diferencias en todas dimensiones son cero; mientras que, en el caso de un borde, se encuentran diferencias en la dirección perpendicular al mismo.

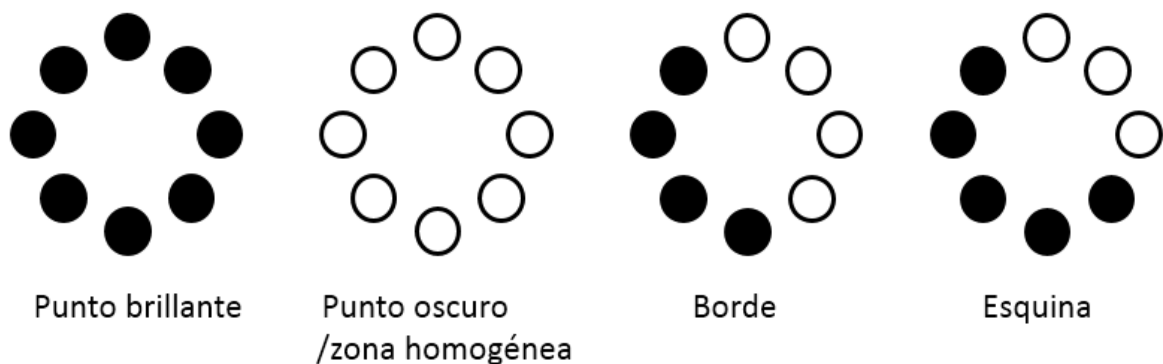


Ilustración 4-8. Diferentes patrones de textura identificados por el operador LBP. Círculos negros y blancos representan valores 0 y 1, respectivamente [11]

Para obtener un valor único que caracterice la estructura espacial de la vecindad, se calcula el número $LBP_{N,R}$ que consiste en asignar el factor binomial 2^n a cada bit de la secuencia:

$$LBP_{N,R} = \sum_{n=0}^{N-1} s(g_n - g_c) 2^n \quad (4 - 14)$$

Ilustración 4-9.
Cálculo de $LBP_{N,R}$

El segundo paso consiste en eliminar la dependencia con la posición de la imagen. Puesto que g_0 es el valor del elemento a la izquierda del píxel central, si la imagen es rotada, el orden de los píxeles de la vecindad cambia. Para eliminar esta dependencia, se define un identificador **único** e invariante a rotación (*ri, rotation invariant*) para cada conjunto de valores $LBP_{N,R}$ procedentes de las posibles rotaciones de un mismo patrón:

$$LBP_{N,R}^{ri} = \min\{ROR(LBP_{N,R}, i) \mid i = 0, 1, 2, \dots, N - 1\} \quad (4 - 15)$$

donde $ROR(x, i)$ es el desplazamiento circular de N bits de la secuencia x , hacia la derecha i veces. Este valor básicamente consiste en rotar el patrón a una posición de referencia: la de menor número $LBP_{N,R}$.

La figura 4-10 muestra un ejemplo de las $2^4=16$ secuencias posibles con $N = 4$ miembros, y su patrón de referencia invariante a rotación asociado. Junto a cada patrón invariante se muestra el valor $LBP_{N,R}^{ri}$.

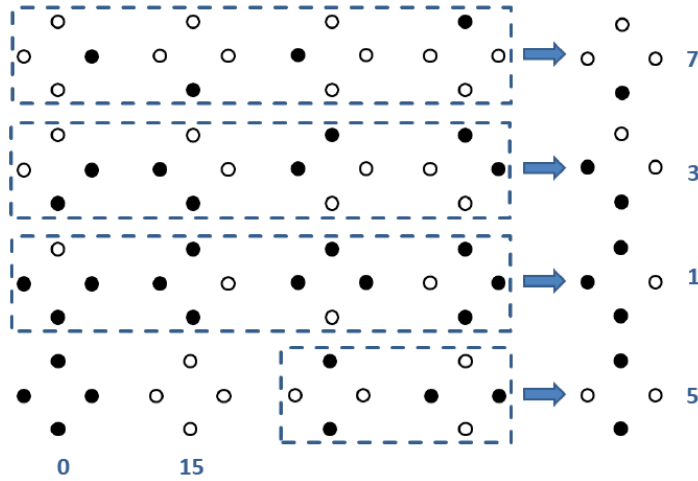


Ilustración 4-10. Conjunto de todos los posibles patrones para $N = 4$ y selección de los 6 patrones invariantes (numerados según su $LBP_{N,R}^{ri}$) [8]

Para mejorar la invariancia a la rotación Ojala *et al.* [11] observaron que un subconjunto de los posibles patrones invariantes a rotación son los que tienen propiedades fundamentales de la textura: los patrones **”uniformes”**. Ésos sirven de plantilla para las microestructuras identificadas por el operador LBP (puntos, bordes, líneas, etc.) y se caracterizan por tener pocas transiciones espaciales (cambios de bits ‘0’/’1’ ó ‘1’/’0’).

Se define la medida Uniformidad U (‘patrón’) como el número de transiciones espaciales en el ‘patrón’.

$$U(LBP_{N,R}) = |s(g_{N-1} - g_c) - s(g_0 - g_c)| + \sum_{n=1}^{N-1} |s(g_n - g_c) - s(g_{n-1} - g_c)| \quad (4 - 16)$$

Ejemplo 4-2. Sirvan como ejemplo los patrones 00000000_2 y 11111111_2 con un valor de $U = 0$, o los patrones 00011101_2 y 00110011_2 con $U = 4$.

Los patrones uniformes son aquellos que tienen como máximo 2 transiciones espaciales, y por definición existen $N + 1$ patrones uniformes en una vecindad circular de N miembros. La figura 4-11 muestra los 9 patrones uniformes posibles si $N = 8$.

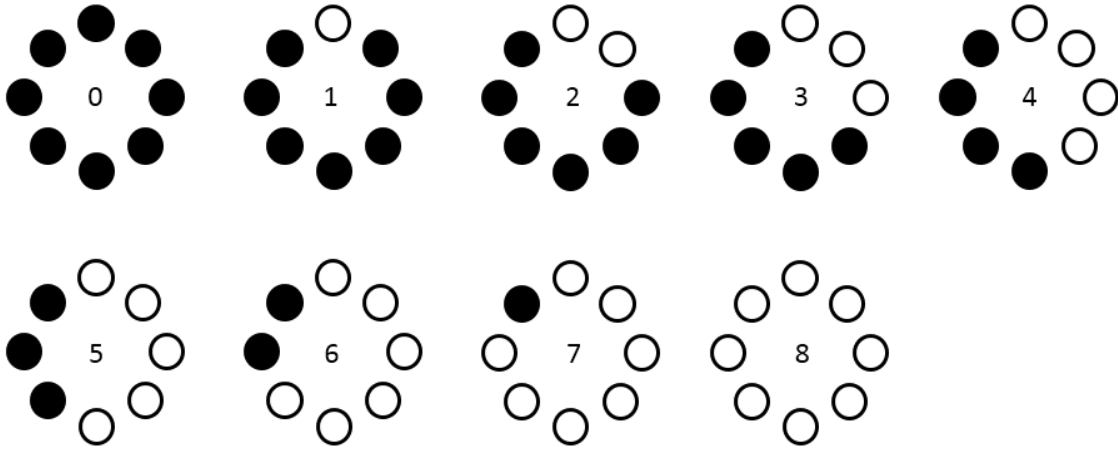


Ilustración 4-11. Nueve patrones uniformes para $N = 8$, y número de bits a '1' en cada patrón

4.2.1 Descriptores Propuestos

Finalmente, se define el operador LBP invariante a la rotación, y mejorado de la siguiente forma:

$$LBP_{N,R}^{riu2} = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1} s(g_n - g_c), & \text{si } U(LBP_{N,R}) \leq 2 \\ N + 1, & \text{e. o. c} \end{cases} \quad (4 - 17)$$

Esto es, a los patrones uniformes se les asigna una etiqueta numérica entre 0 y N que simboliza el número de bits a '1' en la secuencia uniforme; mientras que al resto de patrones no-uniformes se les etiqueta con el siguiente valor $N + 1$. El superíndice *riu2* (*rotation invariant uniform 2*) indica que se identifican en la imagen patrones invariantes a rotación y uniformes con un máximo valor de uniformidad de 2.

Con esta definición, el operador $LBP_{N,R}^{riu2}$ asigna un número entero de entre $N + 2$ posibles valores a cada píxel: $LBP_{N,R}^{riu2} = \{0, 1, 2, \dots, N + 1\}$. El descriptor de textura usualmente utilizado en el análisis es el histograma del operador para todas las vecindades circulares sobre una muestra completa.

La textura de la imagen se puede considerar un proceso aleatorio que se puede caracterizar mediante el histograma LBP. Cada muestra o imagen queda descrita mediante una distribución (el propio histograma, normalizado). En caso de disponer de un número alto de muestras, es usual representar cada clase (i) mediante una distribución modelo M^i , y clasificar cada muestra (con distribución S_j) asignándola a la clase que minimiza la distancia con las distribuciones modelo $L(S_j, M^i)$. Esta distancia se puede calcular de diversas maneras: distancia *Chi-square*, *log-likelihood*, intersección de histogramas, etc [13].

5 TÉCNICAS DE FRECUENCIA

El dominio de la frecuencia o dominio de Fourier proporciona información adicional sobre las imágenes de los tejidos. Las técnicas basadas en el análisis frecuencial de las obras de arte permiten caracterizar tanto la densidad de hilos/cm como una indicación del tipo de tejido en cuestión.

5.1 Análisis Rotacional del Espectro

El entramado de hilos en horizontal y vertical que presentan las telas usadas en arte, se puede modelar matemáticamente, tal como presentan Johnson *et al.* [3] y Escofet *et al.* [14].

Un patrón ideal de tafetán sencillo consistiría en un conjunto de hilos horizontales y verticales que se entrelazan mediante ondulaciones de los mismos.

Idealmente, se puede asumir que las ondulaciones son sinusoidales en las direcciones x e y de frecuencias constantes en horizontal f_h y vertical f_v . La imagen de rayos X de una pintura se puede describir mediante la siguiente ecuación:

$$I(x, y) \equiv I(\vec{x}) = p(\vec{x}) + \frac{A}{2} \left(2 + a_h \text{sen}(2\pi \vec{f}_h \vec{x} + \varphi_h) + a_v \text{sen}(2\pi \vec{f}_v \vec{x} + \varphi_v) \right) \quad (5 - 1)$$

donde \vec{x} es la variable espacial 2D (también expresable mediante el par de variables x, y) y $p(\vec{x})$ representa la contribución del artista (la propia pintura). La constante A sería la intensidad media de gris, mientras que a_h y a_v determinan la amplitud de las ondulaciones horizontales y verticales. Como la imagen $I(x, y)$ es una matriz de valores no negativos, a_h y a_v deben ser menores que la unidad. Por otra parte, el objetivo del análisis de la tela mediante este modelo es determinar la frecuencia de hilos en cada dirección, representada por los vectores \vec{f}_h y \vec{f}_v . Los hilos en vertical crean oscilaciones de intensidad en horizontal (dirección x de la imagen) con una frecuencia \vec{f}_h , correspondiente a una densidad de $f_h = |\vec{f}_h|$ hilos por píxel. Lo mismo ocurre en vertical (dirección y), donde la densidad de hilos horizontales equivale a la frecuencia $f_v = |\vec{f}_v|$.

Por tanto, el recuento de hilos pasa a ser un problema de estimación de periodo unidimensional. Una herramienta para este cálculo es la Transformada Discreta de Fourier (DFT).

El dominio de la frecuencia es una función transformada del dominio espacial, habitualmente usada en el procesado digital y análisis frecuencial de señales. Ante una señal discreta de dominio finito, la Transformada Discreta de Fourier (DFT, *Discrete Fourier Transform*) representa el espectro frecuencial **discreto** de la misma, siendo posible su almacenamiento y procesado digital en un computador. Además, en la práctica el cálculo de

la DFT es muy eficiente si se usa el algoritmo FFT (*Fast Fourier Transform*).

Una imagen de tamaño $M \times N$, como señal bidimensional, presenta un espectro 2D, cuya DFT-2D se define de la siguiente manera:

$$F(u, v) \equiv \mathcal{F}\{I(x, y)\} = I(x, y)e^{-j\frac{2\pi}{M}ux}e^{-j\frac{2\pi}{N}vy} \quad (5-2)$$

donde u y v son las frecuencias espaciales digitales. Cuando la imagen es una señal real, la DFT $F(u, v)$ es una señal compleja y simétrica par. La magnitud de $F(u, v)$ es el espectro de la imagen, mientras el **Espectro Densidad de Potencia, DEP** (o en inglés, PSD, *Power Spectral Density*) de la imagen se calcula como sigue:

$$P(u, v) = |F(u, v)|^2 \quad (5-3)$$

Tras eliminar la intensidad media, el espectro ideal correspondiente al modelo expresado en la ecuación (5-3) debería presentar picos claramente identificables en las frecuencias $\pm f_h$ y $\pm f_v$, tal como se muestra en la figura 5-1.

Al tratarse de una señal real, la Transformada de Fourier es simétrica conjugada, lo que quiere decir que los valores del primer cuadrante del espectro coinciden con los del tercero, así como los del cuarto cuadrante con los del segundo.

Una vez encontradas estas frecuencias f_h y f_v , el número de hilos por centímetro dependerá de la frecuencia espacial de muestreo de la imagen f_s medida en píxeles por centímetro.

Sin embargo, en un modelo más real, si los hilos del tejido no están correctamente alineados con los ejes x y y , estos picos del espectro aparecerán ligeramente rotados. En este caso, para una correcta determinación de las densidades de hilos en vertical y horizontal se debe atender a las magnitudes $|\vec{f}_h|$ y $|\vec{f}_v|$, respectivamente [3].

El análisis rotacional del espectro propuesto se basa en extraer un conjunto de características a partir de una función escalar de la DEP: el vector perfil rotacional $Q(f)$ [15]. Se trata de un análisis completamente invariante a cualquier rotación de la imagen.

Una vez eliminada la media de brillo de la imagen, se usa el algoritmo rápido FFT para calcular el espectro 2D de N_{FFT} puntos en cada dimensión. Para un cálculo de los descriptores computacionalmente eficiente, se usará una modificación del espectro, que consiste en un promediado de los valores dentro de un rango de frecuencias determinado por Δu y Δv .

La figura 5-3 es un ejemplo real de la magnitud de la Transformada de Fourier calculada a una imagen muestra de tejido tafetán (figura 5-2). Este espectro se puede promediar en el rango $\Delta u = \Delta v = 5$, obteniendo una magnitud como la mostrada en la figura 5-3. En ésta, el eje vertical representa la magnitud del espectro promediado, mientras el eje horizontal representa cada frecuencia del espectro (sólo se muestra el detalle de las frecuencias centrales). El aspecto de barras verticales de dimensiones $\Delta u \times \Delta v$ proviene de la media de los coeficientes en ese rango de frecuencias. Se observan los cuatro máximos correspondientes a las frecuencias fundamentales $\pm f_h$ y $\pm f_v$.

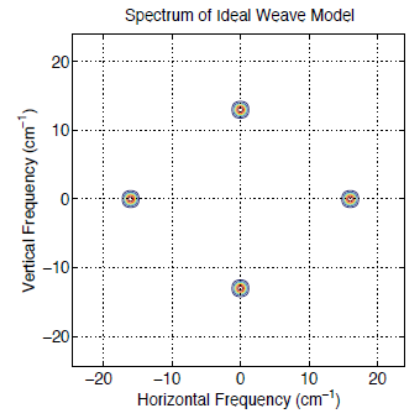


Ilustración 5-1. Espectro Ideal de tejido Simple [3]

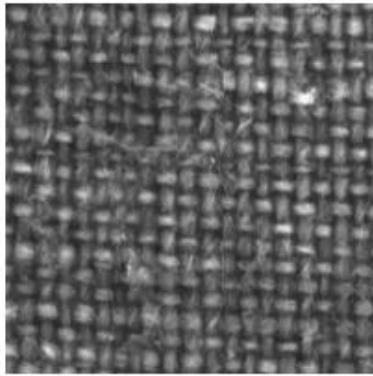


Ilustración 5-2. Imagen de muestra (1cmx1cm)

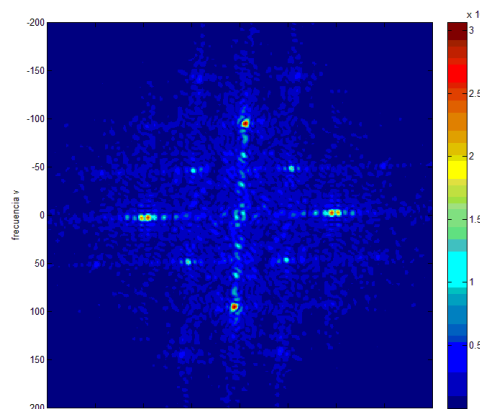


Ilustración 5-3. Magnitud de la DFT de la muestra con $N_{FFT} = 1024$

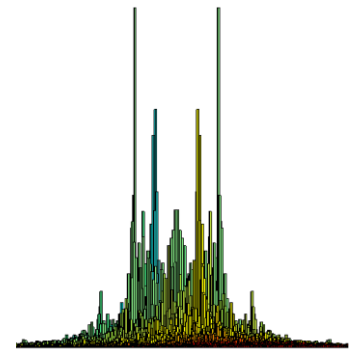


Ilustración 5-4. Promediado del espectro en $\Delta u = \Delta v = 5$

La función escalar a partir de la cual extraer descriptores es la siguiente: para cada radio entero del espectro, se calcula la suma de los valores de la Densidad Espectral de Potencia en todos los ángulos posibles. Como cada radio representa una frecuencia, el vector perfil rotacional representa la potencia acumulada rotacionalmente en cada frecuencia del espectro.

$$Q(f) = \sqrt{\sum_u \sum_v |F(u,v)|^2} \quad \text{para } f \leq \sqrt{u^2 + v^2} \leq f + 1 \quad (5-4)$$

La variable f de este vector representa cada frecuencia. Esta frecuencia depende del número de puntos usado en la DFT, de la siguiente manera. La Transformada Discreta de Fourier, al ser aplicada sobre señales discretas, puede representar una frecuencia digital máxima de $\frac{1}{2}$ (frecuencia de Nyquist), correspondiente a un ciclo cada dos muestras. Si la señal en cuestión es una imagen de una tela, esta frecuencia corresponde a un periodo cada dos píxeles, esto es $\frac{1}{2}$ hilo por píxel. Conocida la frecuencia o resolución espacial de muestreo de la imagen f_s [px/cm], la frecuencia de Nyquist es de $\frac{f_s}{2}$ periodos/cm = $\frac{f_s}{2}$ hilos/cm, y queda representada por la muestra $N_{FFT}/2$ de la DFT. Por tanto, la muestra de frecuencia f_i del vector $f = [1, 2, \dots, f_i, \dots, N_{FFT}/2]$ corresponde a la frecuencia digital de $f_i \cdot \frac{1/2}{N_{FFT}/2} = \frac{f_i}{N_{FFT}}$.

En definitiva, la relación entre la densidad de hilos y la frecuencia digital de la muestra f de una DFT de N_{FFT} puntos viene dada por la siguiente expresión:

$$\text{densidad} \left[\frac{\text{hilos}}{\text{cm}} \right] \equiv f' = \frac{f}{N_{FFT}} \left[\frac{\text{hilos}}{\text{px}} \right] \cdot f_s \left[\frac{\text{px}}{\text{cm}} \right] \quad (5-5)$$

La mínima **resolución** del cálculo de la densidad de hilos horizontal o vertical a partir de la DFT de N_{FFT} puntos es de $\frac{1}{N_{FFT}} \cdot f_s$ hilos/cm.

5.1.1 Descriptores Propuestos

A partir del vector perfil rotacional $Q(f')$, expresado en función de la densidad de hilos, se pueden extraer los siguientes descriptores:

- Densidad Media [hilos/cm] o Momento de Primer Orden:

$$\sum_{f'} f' \frac{Q(f')}{\sum_{f'} Q(f')} \quad (5-6)$$

Si el vector $Q(f')$ representase una función densidad de probabilidad, este descriptor caracteriza la media o esperanza correspondiente a tal variable aleatoria.

- Moda [hilos/cm] o índice del máximo:

$$mode(f') = arg \max_{f'_i} Q(f'_i), \quad f'_i = 1, 2, \dots, f_s/2 \quad (5 - 7)$$

La densidad con mayor amplitud en el vector $Q(f')$ corresponde a la frecuencia más habitual según el perfil rotacional. Las siguientes figuras muestran la moda identificada a partir del vector $Q(f')$.

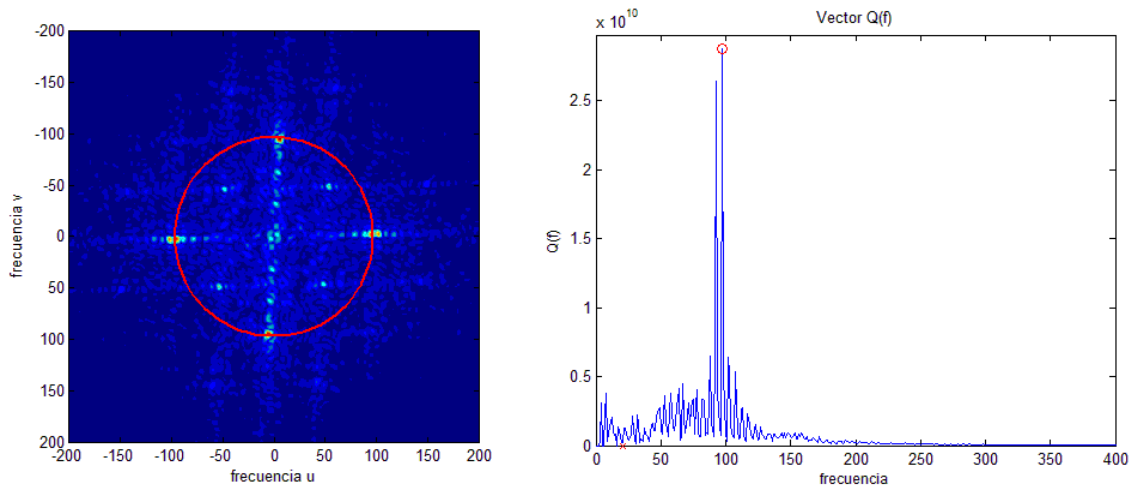


Ilustración 5-5. Moda en la densidad (índice del máximo del vector $Q(f')$) y su posición frecuencial en el espectro, para una tela tipo sencillo

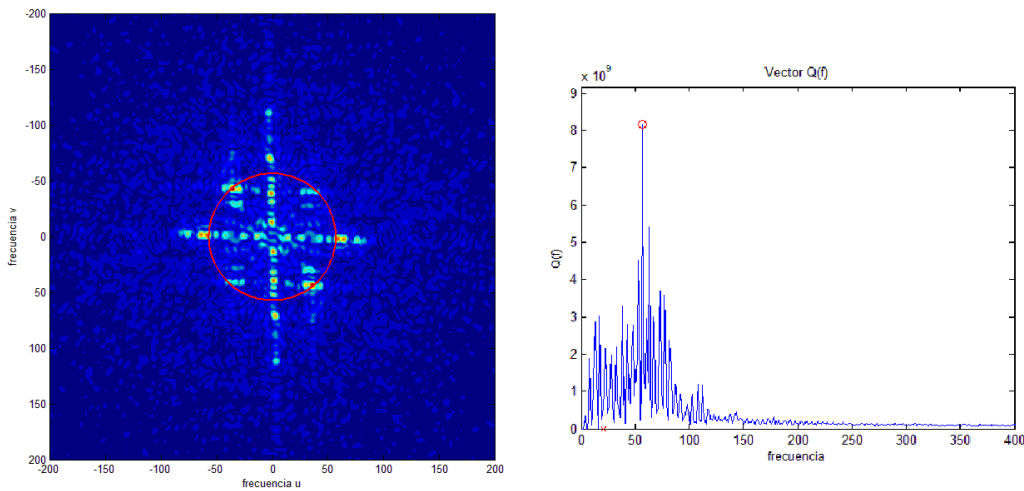


Ilustración 5-6. Moda en la densidad y su posición en el espectro para una tela tipo sarga

- Media de $Q(f')$:
$$\bar{Q} = \sum_{f'_i=1}^{f_s/2} Q(f'_i) \quad (5 - 8)$$

- Desviación típica de $Q(f')$:
$$std(Q(f')) = \sqrt{\frac{\sum_{f'_i} |Q(f'_i) - \bar{Q}|^2}{\frac{f_s}{2} - 1}} \quad (5 - 9)$$

- Norma L1 de $Q(f')$:
$$\sum_{f'_i} |Q(f'_i)| \quad (5 - 10)$$

- Norma L2 de $Q(f')$:
$$\sum_{f'_i} |Q(f'_i)|^2 \quad (5 - 11)$$

5.2 Análisis de Localización de Picos en la DEP

Un modelo matemático más completo del espectro del tejido es el propuesto por Johnson *et al.* en [9]. Además de describir el tejido simple o tafetán, presenta un modelo para telas asargadas.

El patrón de un tejido simple bajo rayos X se puede modelar como un conjunto de rectángulos que representan segmentos de hilos entre intersecciones. El grosor de los hilos que forman la urdimbre y la trama son representados mediante el ancho y alto de tales rectángulos (H_h para los hilos horizontales y W_v para los verticales). La separación entre hilos verticales (D_v) es el periodo horizontal correspondiente a una densidad de hilos en horizontal de $1/D_v$, mientras la separación horizontal (D_h) está relacionada con la densidad vertical.

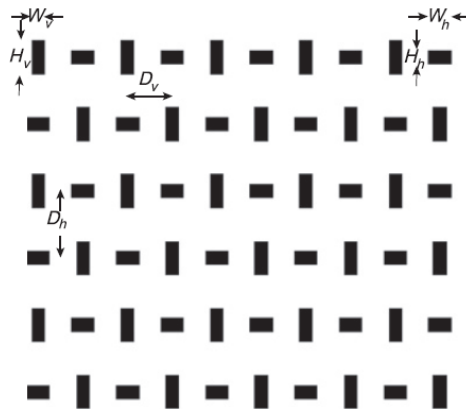


Ilustración 5-7. Modelo espacial de Tafetán [9]

El modelo matemático del tejido completo consiste en la convolución de cada rectángulo con un conjunto de impulsos que los localiza en el espacio.

En el caso de tejidos **simples** (*plain*), esta convolución genera un espectro de impulsos localizados en una rejilla rectangular formada por múltiplos de la mitad de las densidades de hilos en horizontal y vertical: $(\frac{n}{2D_v}, \frac{m}{2D_h})$. Sin embargo, la respuesta en frecuencia de los rectángulos, localizada en esa rejilla, hace que el espectro se anule cuando la suma de los índices $m + n$ sea par. La figura 5-8 muestra el modelo del espectro ideal de un tejido simple. Las circunferencias sin rellenar corresponden a frecuencias donde el espectro se anula. Las frecuencias de hilos en dirección vertical y horizontal corresponden a $f_h = 1/D_v$ y $f_v = 1/D_h$.

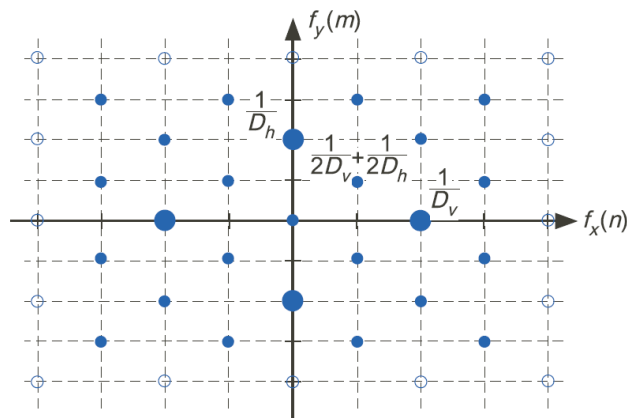


Ilustración 5-8. Espectro ideal de tejido simple [9]

El modelo del tejido de **sarga** (*twill*) se caracteriza por que cada hilo de la trama pasa encima de T_o hilos de la

urdimbre y luego por debajo de T_u hilos, de manera consecutiva. Además, el hilo de trama inferior sigue el mismo patrón de entrelazado $T_o:T_u$ pero comenzando T_s hilos después. La figura 5-9 muestra el modelo de rectángulos para telas asargadas (con la trama en horizontal) de patrones 4: 1 y 3: 2, con un paso de $T_s = 1$.

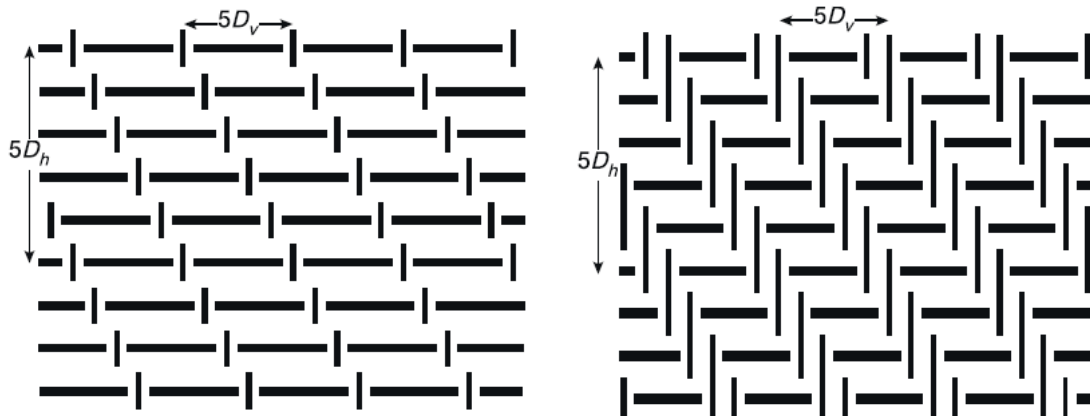


Ilustración 5-9. Modelo espacial de Tejido asargado de patrones 4: 1 (izquierda) y 3: 2 (derecha) con $T_s = 1$ [9]

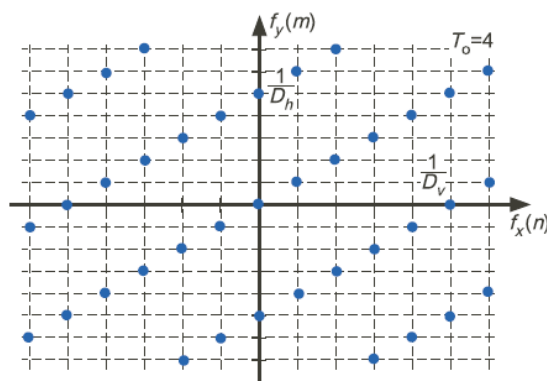


Ilustración 5-10. Espectro ideal de tejido tipo sarga 4: 1 [9]

De manera complementaria a estos modelos, las características que se van a extraer están basadas en el patrón base repetitivo que cualquier tejido presenta, identificable mediante el espectro. Para ello, se va a analizar la localización de picos del espectro como Escofet *et al.* describen en [14].

La idea es modelar el tejido como una estructura $b(x, y)$ que se repite periódicamente según un patrón de repetición formado por impulsos $h(x, y)$, tal como muestra la figura 5-11.

$$I(x, y) = b(x, y) \otimes h(x, y) \tag{5 - 12}$$

El patrón de repetición queda definido espacialmente por

$$h(x, y) = \sum_{n_1, n_2 \in \mathbb{Z}} \delta(x - n_1 \vec{a}, y - n_2 \vec{b}) \tag{5 - 13}$$

donde $\delta(x, y)$ es la función Delta de Dirac bidimensional y $\{\vec{a}, \vec{b}\}$ es una base vectorial que indica las posiciones espaciales de las repeticiones y las dimensiones $n \times m$ del diagrama de repetición $b(x, y)$. El caso convencional consiste en una base ortogonal que genera un patrón de repetición rectangular.

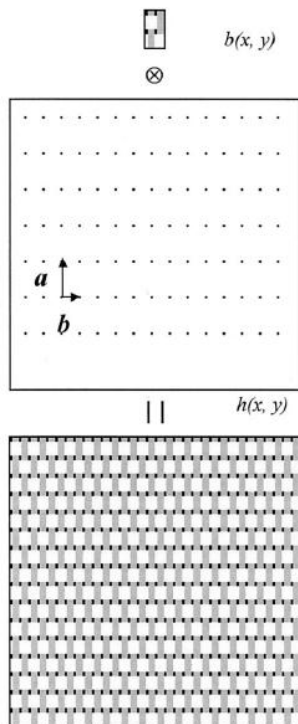


Ilustración 5-11. Tejido simple modelado como la convolución de una estructura y un campo de deltas [14]

La convolución de la ecuación (5-12) no es única: un tejido puede presentar múltiples bases $b_i(x, y)$ y patrones de repetición con bases $\{\vec{a}_i, \vec{b}_i\}$ alternativos. Se suele tomar el vector \vec{b} coincidiendo con la dirección de la trama o la urdimbre, quedando $\vec{b}_i = (n, 0)$ ó $\vec{b}_i = (0, n)$ y $\vec{a}_i = (p, q)$, para $p, q, n \in \mathbb{Z}$.

El número de cruces de hilos en la base mínima $b_i(x, y)$ coincide con el área determinada por $|\vec{a}_i \times \vec{b}_i|$.

La relación de este modelo con el dominio de frecuencias viene dada por la Transformada de Fourier 2D de la ecuación (5-12):

$$\mathcal{F}\{I(x, y)\} = B(u, v) \cdot H(u, v) \tag{5 - 14}$$

donde $B(u, v) = \mathcal{F}\{b(x, y)\}$, $H(u, v) = \mathcal{F}\{h(x, y)\}$.

El espectro $|\mathcal{F}\{I(x, y)\}|$ presenta marcados picos que caracterizan unívocamente el tejido. Si las frecuencias u, v se expresan en hilos por centímetro, la posición relativa al centro del espectro de los dos máximos picos en horizontal y vertical corresponden a las **frecuencias fundamentales**: densidad de hilos en vertical (f_a , en adelante) y horizontal (f_e), respectivamente.

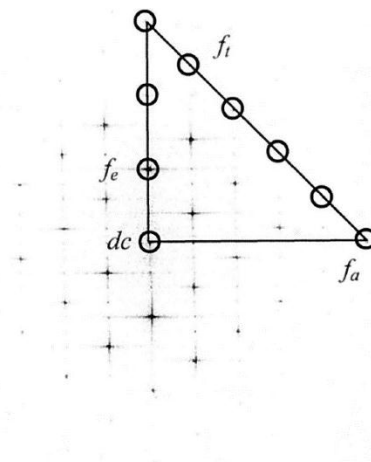


Ilustración 5-12. Localización de los picos para: componente continua (dc), frecuencias fundamentales (f_a, f_e) y línea de picos separados f_t [14]

La información sobre el número de cruces de hilos en horizontal, vertical, así como la repetición horizontal de la base se puede resumir en la extracción de un **triángulo rectangular**. La hipotenusa es una línea de máximos del espectro, situados a una distancia f_t , que corresponde con la frecuencia de las líneas diagonales formadas por la repetición del patrón en el tejido (*tilted fringes*). Este triángulo tiene unos catetos de dimensiones $p \cdot f_e$ (altura) y $q \cdot f_a$ (base), y una hipotenusa que mide $n \cdot f_t$.

Con este triángulo se puede determinar la base $\{\vec{a}, \vec{b}\}$, siendo $\vec{a} = (p, q)$ y $\vec{b} = (n, 0)$.

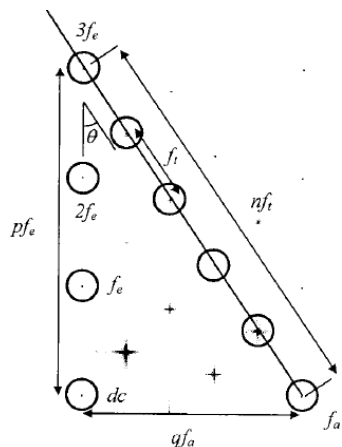


Ilustración 5-13. Ejemplo de triángulo con $q = 1, p = 3, n = 5$ [14]

En el dominio del espacio, la base repetitiva $b(x, y)$ tiene dimensiones $q \times n$ y el ángulo θ es el formado entre los vectores $\{\vec{a}, \vec{b}\}$, al ser expresados respecto a la base ortogonal $\{(f_a, 0), (0, f_e)\}$.

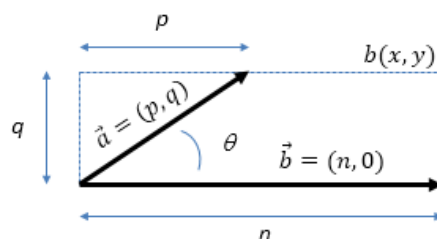


Ilustración 5-14. Base repetitiva del espacio $b(x, y)$ con $|\vec{a}_i \times \vec{b}_i| = q \cdot n$ cruces de hilos.

5.2.1 Descriptores Propuestos

En un principio, para caracterizar el tejido se podrían emplear los siguientes descriptores:

- Densidades de hilos en dirección de la trama y la urdimbre [hilos/cm] calculada como la frecuencia de los picos fundamentales sobre los ejes: f_a, f_e
- *Thickness ratio* = f_a/f_e
- Frecuencia de las líneas oblicuas: f_t
- Parámetros característicos del triángulo: p, q, n

6 ALGORITMO PROPUESTO

A partir de los análisis explicados, se pretende desarrollar un algoritmo de cálculo de los descriptores asociados a cada técnica, partiendo del uso de un conjunto de imágenes de experimentación. Estas imágenes permitirán: (1) implementar y depurar los algoritmos de cálculo, (2) probar la efectividad de los descriptores propuestos en la determinación del tipo u origen del tejido, (3) y proponer nuevos descriptores ó descartar los menos efectivos.

6.1 Conjunto de Muestras

Para probar la efectividad de los descriptores en la caracterización de las telas, se ha usado un conjunto de datos compuesto por nueve imágenes. Las imágenes en cuestión corresponden a los cuadros del Museo Nacional del Prado, catalogados con la siguiente numeración [16]:

Tabla 6–1. Conjunto de Experimentación

Numeración	Autor	Fecha	Título Obra
P01692	Pedro Pablo Rubens	1628-1629	Adán y Eva
P01693	Pedro Pablo Rubens	1628-1629	El Rapto de Europa
P01101	José de Ribera	1639	Martirio de San Felipe
P01106	José de Ribera	1641	Santa María Egipciaca
P01113	José de Ribera	1632	Ticio
P01114	José de Ribera	1632	Ixión
P01473	Antonio Van Dyck	1618-1620	San Jerónimo, penitente
P02252	Claudio de Lorena	1639	Paisaje con el entierro de Santa Serapia
P02253	Claudio de Lorena	1639-1640	Moisés salvado de las aguas

Cuadros del mismo autor podrían proceder del mismo rollo de tela. La pareja seleccionada de cuadros de Rubens fue pintada durante el segundo viaje del autor a España, entre 1628 y 1629. Esta similitud en las fechas puede implicar que el autor usó diferentes secciones de un mismo rollo. En el caso de las obras de Ribera, se conoce que Ticio (P01113) y el Ixión (P01114) formaban parte de una misma serie de cuadros del mismo tema;

mientras que las obras P01101 y P01106 pertenecen a otra temática y a series posteriores del autor. La pareja seleccionada de obras de Claudio de Lorena pertenece a una serie de cuatro obras (P02225, P02253, P02254, P02255) realizadas entre 1639 y 1640; que se suelen agrupar por similitud compositiva en dos parejas P02252-P02253 y P02254-P02255. Por su coincidencia en la fecha de datación, es muy probable que las cuatro pinturas procedan de la misma tela.

6.2 Experimentos Realizados

El proceso experimental, que se ha desarrollado en Matlab®, se detalla a continuación:

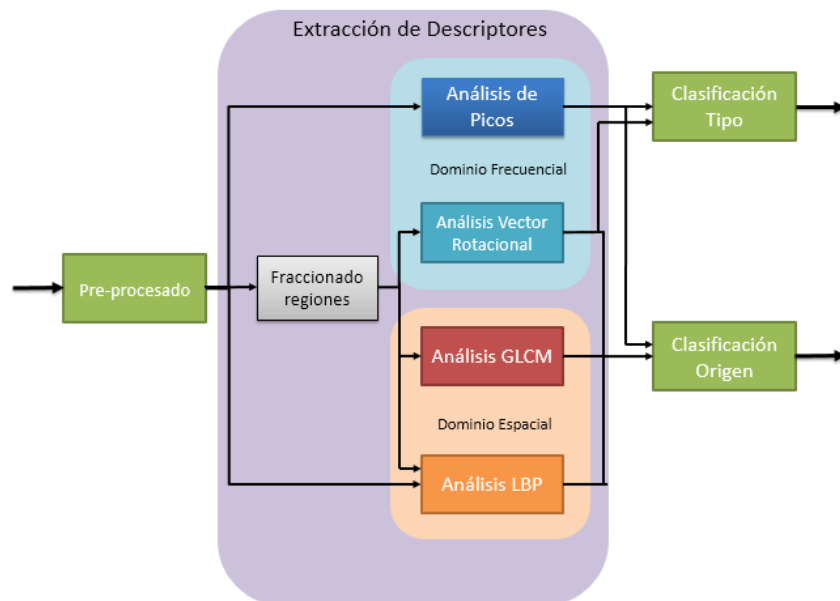


Ilustración 6-1. Resumen del proceso llevado a cabo

Ante la diferente naturaleza de las imágenes, es necesario un **preprocesado** para evitar la dependencia de los resultados con las propiedades de las imágenes. Este procesado consiste en un recorte y re-escalado. En primer lugar, el recorte de las imágenes evita posibles artefactos como clavos de sujeción de las telas, zonas deterioradas o bordes. Por otra parte, la resolución de la imagen digital, medida en píxeles por centímetro, debe ser la misma en todas las imágenes. Se ha fijado el valor estándar de 200px/cm, siendo necesaria una reducción de imágenes con mayor resolución. Finalmente, las diferencias en el rango dinámico podrían afectar a los descriptores extraídos. Por ello, las imágenes cuyos niveles de gris están codificados en 16 bits son pasadas a niveles de 8 bits, es decir, a valores entre 0 y 255. Además, en caso de imágenes con rangos dinámicos reducidos que no alcanzan los niveles 0 ó $N_g - 1$, se realiza un re-escalado del rango hasta abarcar todos los posibles niveles de gris.

Una vez preprocesadas, se calculan los distintos descriptores. El análisis de la Densidad Espectral de Potencia y el de la textura mediante LBP son realizados a las imágenes completas tras el preprocesado. En contraposición, las características del vector perfil rotacional y de la matriz de co-ocurrencia se calculan para regiones de 200x200px (1cmx1cm). Se ha comprobado que tamaños de regiones mayores son más costosos computacionalmente, mientras que tamaños muy reducidos pueden ocasionar muestras de regiones no representativas debido a ruido o imperfecciones de la tela.

6.3 Análisis de Localización de Picos en la DEP

Para este análisis basado en los picos máximos de la DEP hay que tener en cuenta que la identificación de los máximos regionales de la DEP (Densidad Espectral de Potencia) no es una tarea sencilla puesto que pueden aparecer máximos espúreos poco significativos como resultado de perturbaciones en la DEP, y que no son útiles para caracterizar la imagen. Teniendo este importante hecho en consideración, se procede a explicar el algoritmo usado.

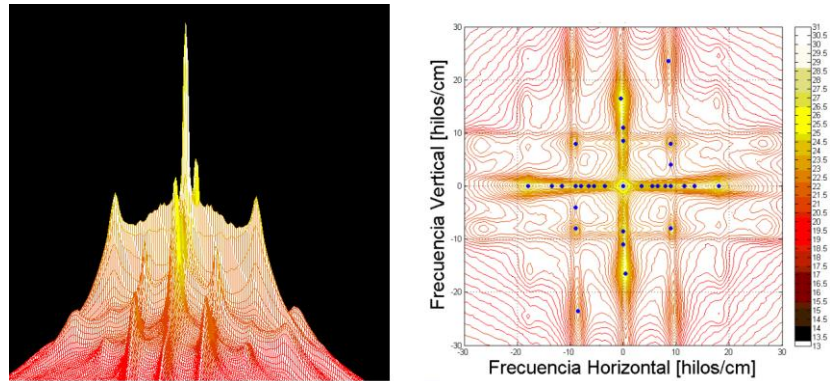


Ilustración 6-2. Espectro (DEP) con pequeños máximos espúreos (izquierda) identificados como picos importantes (derecha)

6.3.1 Invariancia a rotación

En primer lugar, teniendo en cuenta que la alineación de la placa de rayos X (trama en horizontal y urdimbre en vertical, ó viceversa) es desconocida, es precisa una rotación inicial del espectro que logre un análisis invariante a rotaciones de múltiplos de 90° .

El algoritmo propuesto para la rotación previa del espectro considera los dos máximos más pronunciados de la DEP (separados al menos 30°).

Para definir el algoritmo, es importante mencionar que el espectro muestra una característica de decaimiento a medida que la frecuencia $f = |\vec{f}|$ es mayor. Por ello, para la identificación de los máximos regionales más pronunciados no se debe tener en cuenta el coeficiente de Fourier de cada máximo $P(u, v)$ (serán más altos para frecuencias menores), sino la amplitud relativa de cada máximo con respecto a su frecuencia $|\vec{f}| = \sqrt{u^2 + v^2}$. Para cada coeficiente $P(u, v)$, se calcula su amplitud relativa como la diferencia entre dicho coeficiente y el menor valor situado en esa frecuencia:

$$P_{relativa}(u, v) = P(u, v) - P_{min}(u, v),$$

$$\text{donde } P_{min}(u, v) = \min_{u, v} \left(P(u, v) \mid \sqrt{u^2 + v^2} = cte \right) \quad (6 - 1)$$

Ordenados los máximos según su amplitud relativa, se identifican los dos picos principales.

En el caso de telas simples tipo Tafetán, estos picos se encontrarán idealmente en direcciones horizontal y vertical. De manera más real, teniendo en consideración posibles inclinaciones de los hilos a lo largo del rollo de tafetán, estos dos máximos tendrán una dirección en el espectro cercana a 0° ó 90° (con un margen Δ°). En el resto de tipos de telas, al menos uno de ambos picos (en la mayoría de los casos los dos picos), tendrá una dirección diagonal, alejada de los ejes del espectro ($> \Delta^\circ$).

El criterio elegido para rotar espectros con ambos máximos principales sobre los ejes consiste en tomar como referencia el pico con mayor norma $|\vec{f}|$ en hilos/cm. El espectro deberá ser rotado para colocar este máximo en horizontal (0°), quedando el segundo máximo aproximadamente en vertical ($\pm 90^\circ$). En el caso de tejidos con misma densidad de hilos en la trama y la urdimbre, se considera referencia el pico con mayor amplitud relativa en la DEP.

Para espectros con algún pico principal alejado de los ejes, el criterio es el siguiente. Si ambos picos principales tienen dirección diagonal, la rotación será de 0° ó 90° , teniendo en consideración el pico más pronunciado en la

DEP, que será colocado en el primer cuadrante del espectro: $\vec{f} = (u, v) > (0,0)$. En el posible caso de que sólo uno de los dos máximos tenga dirección diagonal, será ese el pico de referencia a colocar en el primer cuadrante.

6.3.2 Frecuencias fundamentales en direcciones de la trama y la urdimbre

Para encontrar el triángulo descrito por Escofet *et al.* [14] el primer paso es determinar las denominadas frecuencias fundamentales f_a y f_e , que corresponden a los principales picos del espectro sobre los ejes u y v , respectivamente.

Para tejidos simples, estas frecuencias ya se han identificado, puesto que son los dos máximos principales que sirvieron para rotar el espectro.

Para otros tejidos cuyas frecuencias con mayor amplitud no están colocadas sobre los ejes del espectro, es necesario determinarlas. Teniendo en cuenta nuevamente que las bajas frecuencias presentan mayor potencia, se considera que las frecuencias fundamentales horizontal y vertical corresponden a los máximos locales más pronunciados de un espectro de menor resolución ($N_{FFT} = 200$), con la ventaja de que éste no contiene estos máximos poco relevantes a bajas frecuencias. Si con esta resolución no se encontraran picos en las dos direcciones, la identificación de las frecuencias fundamentales se completa con el espectro de 400 puntos.

6.3.3 Identificación del Triángulo Principal

Partiendo de las frecuencias fundamentales f_a y f_e , se realiza la búsqueda del triángulo más sencillo que disponga de al menos un pico en la hipotenusa y cuyos catetos (altura y base) correspondan a múltiplos enteros (p y q) de las frecuencias fundamentales.

El algoritmo trata de encontrar el triángulo más sencillo posible, por lo que considera parejas p_i, q_i posibles partiendo de aquellas con menor suma $p_i + q_i$. De esta manera, para cada vector $\vec{a}_i = (p_i, q_i)$ se comprueba si existe algún pico del espectro situado en el segmento definido por los puntos $(0, qf_a)$ y $(pf_e, 0)$, con una pequeña tolerancia entre el punto y el segmento relacionada con la resolución del espectro. Una vez encontrado el vector $\vec{a}_i = (p_i, q_i)$, se comprueba el resto de picos que pertenecen a la hipotenusa determinada.

Para la identificación de los picos de la hipotenusa del triángulo, se consideran los picos de dos cuadrantes del espectro (recordemos la simetría que presenta la Transformada de Fourier de señales reales).

Una vez encontrada la línea de picos que forma la hipotenusa del triángulo con base qf_a y altura pf_e , el número de picos determinará el vector $\vec{b} = (n, 0)$. Es posible que, debido a la existencia de picos procedentes de ruido o perturbaciones, se encuentren picos duplicados (a muy poca distancia en el espectro) que afecten al cálculo de n . Por tanto, se considera una tolerancia para interpretar que dos picos corresponden al mismo máximo, y en ese caso descartar el más alejado de la hipotenusa.

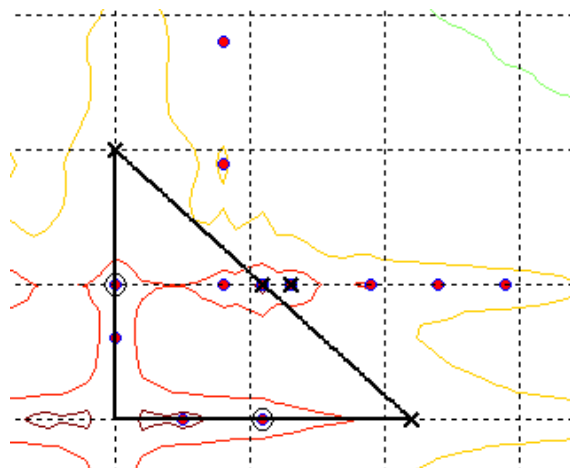


Ilustración 6-3. Determinación errónea de dos picos como pertenecientes a la hipotenusa, dando lugar a $n = 3$

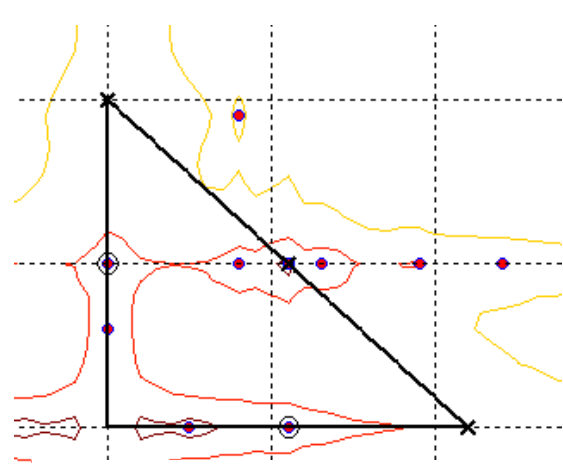


Ilustración 6-4. Determinación correcta del pico perteneciente a la hipotenusa, para determinar $n = 2$

Por otra parte, en el caso de no encontrar ningún pico en el espectro que forme parte de una posible hipotenusa entre los puntos $(0, qf_a)$ y $(pf_e, 0)$, se considera que el triángulo es el de vectores $\vec{a} = (1,1)$ y $\vec{b} = (1,0)$.

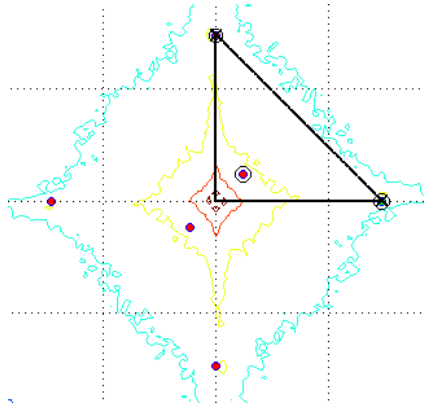


Ilustración 6-5. Triángulo encontrado con $p = q = n = 1$

6.3.4 Identificación de sucesivos triángulos

Muchos tejidos presentan un espectro con varios triángulos identificables, de las **mismas proporciones**, pero distintos tamaños, como se muestra en la figura siguiente (6-6).

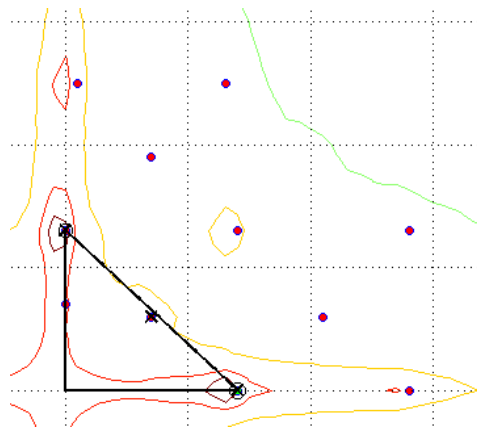


Ilustración 6-6. Espectro con tres triángulos identificables con $p = q = 1$, $p = q = 2$, $p = q = 3$, correspondiente a un tejido simple

Por otro lado, es posible que la identificación del triángulo principal (según el criterio de búsqueda seguido que parte de parejas p_i, q_i sencillas) dé lugar a un triángulo que presenta **soluciones alternativas**.

Por tanto, se propone una identificación múltiple de triángulos de altura pf_e y base qf_a . Para ello, si el triángulo principal se compone de unas dimensiones (p_1, q_1) con $p_1 = q_1$ (caso típico de tejidos simples), la búsqueda de los sucesivos triángulos se realizará para valores de $\vec{a}_i = (p_i, q_i)$ tales que $p_i = p_1 + k$, $q_i = q_1 + k$. Es decir, se intenta localizar triángulos con las mismas proporciones, pero de mayores dimensiones. En otro caso ($p_1 > q_1$ o $p_1 < q_1$), los triángulos alternativos se identifican para otros valores de $\vec{a}_i = (p_i, q_i)$ no probados anteriormente.

6.3.5 Selección de Picos Relevantes

Una vez analizados los máximos del espectro, se pueden eliminar los máximos no representativos, ya sea porque proceden de ruido o porque son picos duplicados correspondientes a un mismo máximo regional.

Para tal fin, primero se retienen como como máximos representativos de la tela los correspondientes a las frecuencias fundamentales (f_a , f_e), aquellos máximos situados en frecuencias múltiplos y divisores de las frecuencias fundamentales, así como los máximos que formen parte de las hipotenusas de los triángulos encontrados. Los máximos simétricos a los retenidos, pero en otros cuadrantes, son también tenidos en cuenta como relevantes.

Finalmente, en el caso de tener dos picos relevantes a una distancia menor que cierta tolerancia, uno de ellos queda descartado.

El resultado final de los picos relevantes correspondientes a un tejido tipo simple que presenta tres triángulos es el mostrado en la figura 6-7:

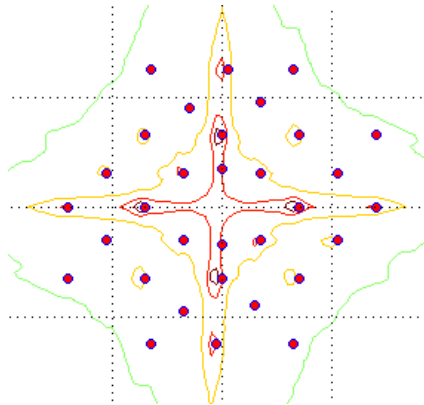


Ilustración 6-7. Espectro de tejido simple con picos relevantes

6.3.6 Descriptores Calculados

Tras este análisis completo de los máximos regionales que presenta el espectro de Fourier de las imágenes, se pueden tomar los siguientes descriptores:

- $f_1, f_2, \theta_1, \theta_2$: frecuencia [hilos/cm] y ángulo de los dos principales picos del espectro.
- f_a, f_e : frecuencia [hilos/cm] de los picos fundamentales sobre los ejes.
- $Thickness\ ratio = f_a/f_e$.
- θ_{ref} : ángulo del pico del espectro usado como referencia en la rotación inicial (θ_1 ó θ_2).
- f_{1d}, θ_{1d} : frecuencia [hilos/cm] y ángulo del principal pico diagonal (no situado sobre los ejes).
- $p, q, n, \theta, f_t, base$ y $altura$ del triángulo principal. Para un cálculo de f_t más exacto se divide la longitud de la hipotenusa por el número de segmentos entre la línea de picos (n).
- $\#t$: número de triángulos encontrados.

6.4 Análisis Rotacional del Espectro

6.4.1 Mejoras en los descriptores Moda y Media

Ante los resultados obtenidos en primera instancia, se identifica, por un lado, que los valores de la moda encontrados en numerosas regiones son muy bajos, alejados de una densidad de hilos por centímetro que podrían presentar los tejidos. Por otro lado, con la media ocurre a la inversa, presentando valores mayores que la densidad de hilos esperable.

Para solventar estos problemas, se propone un descriptor **moda** [hilos/cm] (índice del vector $Q(f')$ correspondiente al máximo) que no tenga en cuenta las bajas frecuencias. Las densidades de hilos f' menores a un umbral (fijado a 4 hilos/cm) no se deben considerar puesto que podrían corresponder a componentes irrelevantes de baja frecuencia o al término de continua (DC) [17].

En el caso de la **media** [hilos/cm], recordemos que representa el valor esperado de una función densidad de probabilidad, definida por los valores del vector $Q(f')$ normalizado. En principio, tal como se ha definido el vector perfil rotacional, su dominio de frecuencias abarca entre $f = 1$ y $f = N_{FFT}/2$. Por lo tanto, el valor de la media puede resultar alto debido a que existen valores no nulos a altas frecuencias. Conviene aclarar que para calcular el vector suma de potencias, se han sumado los coeficientes de Fourier correspondientes a cada radio de potencia de la DEP, de manera que a altas frecuencias se tienen más sumandos que a bajas. Esta operación de suma en lugar de promediado proporciona buenos resultados en el cálculo de la moda puesto que compensa el hecho de que el espectro suele presentar mayor amplitud a bajas frecuencias. Sin embargo, en el cálculo de la media la suma de múltiples coeficientes de alta frecuencia resulta en un valor no despreciable que desplaza la media hacia valores más altos de los esperados. Como solución se propone calcular la media del vector $Q(f')$ considerándose sólo los valores comprendidos entre $f' = 1$ y $f' = 30$ hilos/cm.

6.4.2 Descriptores Calculados

Además de las características proporcionadas por este análisis rotacional completamente invariante a rotaciones de la imagen, se puede determinar un segundo análisis invariante a rotaciones múltiples de 90 grados. En este caso, se tiene como objetivo determinar las densidades de hilos en horizontal y vertical de la tela si el tejido es tafetán, o en la dirección de la componente frecuencial principal si es otro tejido.

Para ello, el algoritmo primero identifica el máximo principal del espectro y la dirección (u, v) a la que se produce θ_{ppal} . Evidentemente, quedan descartados los máximos de muy bajas frecuencias.

Con esto, se realiza una rotación del espectro $F_{rot}(u, v)$ para alinear tal dirección con la horizontal, esto es, sobre el eje u de frecuencias. En estas condiciones, se calculan dos vectores $Q_h(f')$ y $Q_v(f')$ correspondientes a la suma de los valores de la DEP para ángulos cercanos a 0° y 90° , con un margen de Δ° .

$$Q_h(f) = \sqrt{\sum_u \sum_{v < |\tan(\Delta) \cdot u|} |F_{rot}(u, v)|^2} \text{ para } f \leq \sqrt{u^2 + v^2} \leq f + 1 \quad (6 - 2)$$

$$Q_v(f) = \sqrt{\sum_v \sum_{u < |\tan(\Delta) \cdot v|} |F_{rot}(u, v)|^2} \text{ para } f \leq \sqrt{u^2 + v^2} \leq f + 1 \quad (6 - 3)$$

Si el tejido es simple ($|\theta_{ppal}| < 10^\circ$), a partir de estos vectores, se pueden calcular la moda y media en hilos/cm correspondientes a las densidades de hilos en dirección de la trama y la urdimbre:

$$\text{media horizontal} = \sum_{f'} f' \frac{Q_h(f')}{\sum_{f'} Q_h(f')} \quad (6 - 4)$$

$$\text{moda horizontal} = \arg \max_{f'_i} Q_h(f'_i), \quad f'_i = 1, 2, \dots, \frac{f_s}{2} \quad (6 - 5)$$

$$\text{media vertical} = \sum_{f'} f' \frac{Q_v(f')}{\sum_{f'} Q_v(f')} \quad (6 - 6)$$

$$\text{moda vertical} = \arg \max_{f'_i} Q_v(f'_i), \quad f'_i = 1, 2, \dots, \frac{f_s}{2} \quad (6 - 7)$$

Si el tejido presenta una marcada componente diagonal ($|\theta_{ppal}| \geq 10^\circ$), los descriptores usados serán la media y moda en horizontal, es decir, en la dirección del máximo principal (se ha rotado el espectro).

Para disponer de descriptores invariantes a cualquier rotación de 90° de la imagen, se consideran los siguientes descriptores direccionales (además de los correspondientes al análisis rotacional completo):

- $\max(\text{media horizontal}, \text{media vertical})$ para tafetanes; ó *media horizontal* para el resto
- $\min(\text{media horizontal}, \text{media vertical})$ para tafetanes; ó *media horizontal* para el resto
- $\max(\text{moda horizontal}, \text{moda vertical})$ para tafetanes; ó *moda horizontal* para el resto
- $\min(\text{moda horizontal}, \text{moda vertical})$ para tafetanes; ó *moda horizontal* para el resto
- θ_{ppal} : ángulo del máximo del espectro (respecto al cual se ha rotado) en un intervalo de $[45^\circ, 90^\circ]$

6.5 Matriz de Co-ocurrencia de Niveles de Gris

El algoritmo de cálculo de los descriptores relacionados con las matrices GLCM es el descrito en la sección dedicada a desarrollar la teoría sobre esta matriz. Los descriptores propuestos serán calculados para distintos valores del parámetro desplazamiento D .

Respecto al descriptor Periodo de la Correlación, se ha calculado a partir de las matrices GLCM de direcciones horizontal y vertical, obteniendo dos descriptores. Para su determinación, se ha calculado la correlación de la matriz en distintos valores de D , que debe presentar máximos con cierto periodo. Se ha usado como medida de un periodo, el cociente entre la distancia entre el primer y último máximo encontrados en la correlación (medida en píxeles) y el número de periodos encontrados (número de máximos encontrados menos uno). Una consideración es que es posible que para una región de la imagen o para una dirección determinada, la correlación no muestre máximos con una periodicidad marcada. En el caso de no encontrar máximos en la correlación, este descriptor se ha establecido a cero. Sin embargo, también es posible encontrar tan sólo dos máximos, que serán los que fijarán el Periodo. La equivalencia entre este periodo [píxeles] y la densidad de hilos por centímetro viene dada por la frecuencia de muestreo:

$$\text{Frecuencia} \left[\frac{\text{hilos}}{\text{cm}} \right] = \frac{1}{\text{Periodo}} \left[\frac{\text{hilos}}{\text{px}} \right] \cdot f_s \left[\frac{\text{px}}{\text{cm}} \right] \quad (6 - 8)$$

6.6 Patrones Locales Binarios

6.6.1 Algoritmo de Cálculo

Para cada imagen muestra, se debe calcular un valor $LBP_{N,R}^{riu2}$ correspondiente a cada píxel, para posteriormente generar el histograma de ocurrencias. El algoritmo empleado para el cálculo de estos valores es el implementado en Matlab® por el Grupo de Visión Artificial de la Universidad de Oulu, disponible en su web [18].

6.6.2 Elección de los parámetros

Los valores LBP calculados en una imagen dependen de los parámetros de resolución espacial y cuantización del espacio angular. Valores típicos de estos parámetros (R/N) son $1/8$, $2/16$, $3/16$ ó $3/24$. A medida que éstos aumentan, el coste computacional es considerablemente mayor. Por otra parte, valores muy reducidos no contemplan la estructura de hilos de la imagen en la vecindad de píxeles de radio R . Una solución computacionalmente viable pasa por reducir el tamaño de las imágenes antes de calcular los valores LBP.

Ejemplo 6–1. *Tómese como ejemplo una imagen tomada con una frecuencia de muestreo de 200 px/cm. Corresponde a un tejido simple con una decena de hilos/cm tanto en horizontal como en vertical. Para un píxel, el valor $LBP_{N,R}^{riu2}$ de parámetros $R = 1$ y $N = 8$ se calcula sobre una vecindad de 3×3 píxeles. El número de hilos en horizontal presente en esa vecindad es de $\frac{3 \text{ px}}{200 \text{ px/cm}} \cdot 10 \text{ hilos/cm} = 0.15 \text{ hilos}$. Sin embargo, para distintas reducciones de la imagen, ese número varía:*

- Una reducción por 5 implica una escala de 40 px/cm, y 0.75 hilos en horizontal.
- Una reducción por 10 implica una escala de 20 px/cm y 1.5 hilos en horizontal.

Igualmente, si los parámetros usados son $R = 2$, $N = 16$, la vecindad será de 5 píxeles de diámetro:

- Sin reducción implica 0.25 hilos en horizontal en la vecindad.
- Una reducción por 5 implica 1.25 hilos en horizontal en la vecindad.

Es evidente que la mejor reducción será aquella que contemple más casos de patrones uniformes (contienen como máximo 2 transiciones espaciales), puesto que corresponden a los valores entre 0 y $N + 1$ del histograma LBP, reservándose el valor $N + 1$ para el resto de todos los posibles patrones no uniformes. Así, si la vecindad de cálculo del valor LBP es muy grande, el número de hilos en la vecindad en horizontal puede superar el orden de la unidad, dando lugar a patrones no uniformes (más de 2 transiciones espaciales) que quedan clasificados como $N + 1$, sin aportar mucha información.

6.6.3 Caracterización mediante histogramas

En este caso de estudio, en el que las muestras disponibles de cada clase (rollo) son escasas, no se usará una distribución modelo M^i para clasificar cada muestra, sino que se tomarán medidas de las distancias entre las distribuciones de muestras S_j , $j = 1, 2, \dots, n^{\circ}$ muestras.

La similitud entre distribuciones se puede medir mediante diferentes distancias. Se va a tomar como medida de disimilitud, el estadístico Entropía Cruzada [13]:

$$L(S_j, S_k) = - \sum_{b=0}^{N+1} S_j(b) \cdot \log(S_k(b)) \quad (6 - 9)$$

6.6.4 Caracterización mediante descriptores

En lugar de utilizar el propio vector histograma como un descriptor, se pueden extraer descriptores a partir del histograma $H_{LBP}(b)$, $b = 0, 1, \dots, N + 1$ ó del vector de valores encontrados $V_{LBP}(i)$, $i = 1, 2, \dots, n$:

- Media de los valores: $\bar{V}_{LBP} = \sum_{i=1}^n \frac{V_{LBP}(i)}{n}$, $n = n^{\circ}$ píxeles analizados
- Moda de los valores $LBP_{N,R}^{riu2}$: $\text{mode}(V_{LBP}(i)) = \arg \max_b H_{LBP}(b)$, $b = 0, 1, \dots, N + 1$
- Desviación típica de los valores: $\text{std}(V_{LBP}(i))$
- Desviación típica, norma L1 y norma L2 del vector $H_{LBP}(b)$

7 ESTUDIO EXPERIMENTAL

Una vez desarrollados y revisados los algoritmos, como se ha explicado en la sección anterior, los resultados permiten caracterizar las imágenes del conjunto de experimentación, así como extraer conclusiones.

7.1 Análisis de Localización de Picos en la DEP

El algoritmo proporciona como resultado, además del vector de descriptores mencionados, una selección de los picos del espectro relevantes y una identificación del tipo de tela encontrado.

7.1.1 Resultados

Se ha ejecutado el algoritmo explicado sobre las nueve imágenes y se han analizado los resultados para extraer conclusiones.

7.1.1.1 Tipo de Tela

Una vez calculado el conjunto completo de características del espectro, se seleccionan las que identifican el tipo de tela:

- Si el máximo regional más importante del espectro no coincide con la dirección horizontal o vertical, es indicativo de que la tela no es tafetán.
- La complejidad del patrón viene determinada por el valor de n en el triángulo, siendo necesariamente mayor que 1 para telas asargadas y de mayores valores para telas más complejas.
- El ángulo θ identifica el triángulo encontrado. Para tejidos simples con densidades similares de hilos/cm en horizontal y vertical, el valor se acerca a 45° . Para telas satinadas este ángulo suele ser más reducido.

La imagen 7-1 muestra estas tres características seleccionadas para identificar el tipo de tela, pudiéndose agrupar fácilmente los descriptores relacionados con cada tipo de tejido:

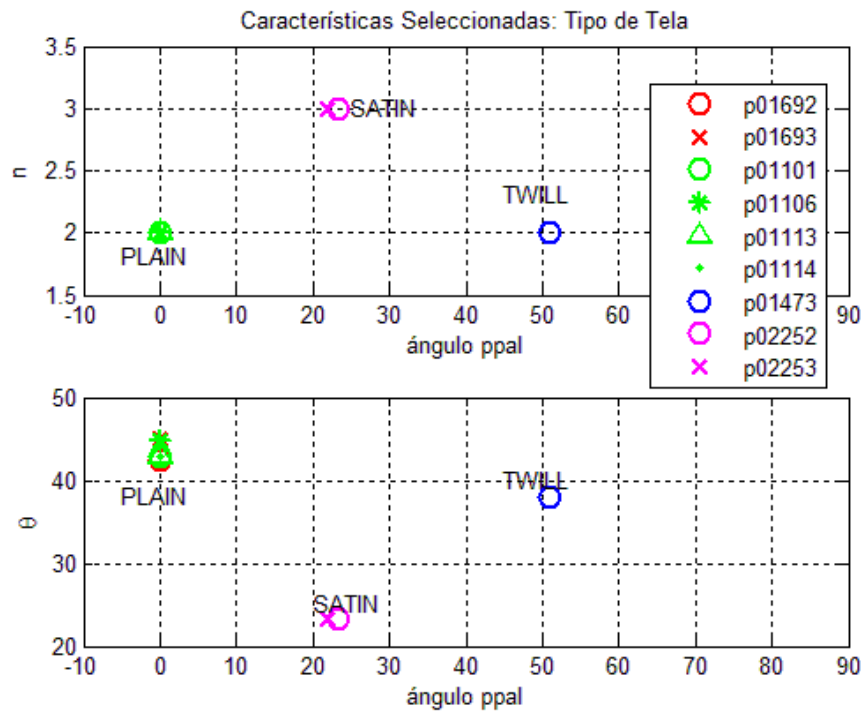


Ilustración 7-1. Descriptores de Tipo de Tejido, agrupables en tres nubes de puntos

Los resultados numéricos son los siguientes:

Tabla 7-1. Descriptores de Tipo de Tejido sobre el Conjunto de Experimentación

Imagen	θ_{ref} [grados]	n	θ [grados]	Tipo
P01692	0	2	42.52	Tafetán
P01693	0	2	45	Tafetán
P01101	0	2	42.88	Tafetán
P01106	0	2	42.88	Tafetán
P01113	0	2	42.88	Tafetán
P01114	0	2	42.88	Tafetán
P01473	50.91	2	38.02	Sarga
P02252	23.20	3	23.20	Satén
P02253	21.80	3	21.23	Satén

Es altamente probable que la pareja de telas de Rubens, que comparten historia, procedan del mismo rollo. Lo mismo ocurre con las cuatro imágenes de Ribera. En cuanto a la muestra P01473, presenta una clara componente diagonal característica de las telas; mientras la pareja P02252-P02253 se componen de un patrón complejo tipo *twill*, espina de pez o espiga ($n > 2$, $\theta \ll 45^\circ$).

A partir de los valores p, q, n, f_a, f_e obtenidos, se puede encontrar el patrón base que se repite creando la estructura del tejido. Para los tres tipos de tela, las figuras siguientes muestran los triángulos, la base encontrada y la orientación de la diagonal principal. En el dominio de Fourier se representan los picos

relevantes en rojo y el pico de referencia en la rotación del espectro en verde; los picos rodeados corresponden a las frecuencias f_a, f_e, f_{1d} ; y el triángulo principal es el mostrado. En el dominio del espacio, se identifica la base repetitiva y la orientación de las líneas diagonales calculada.

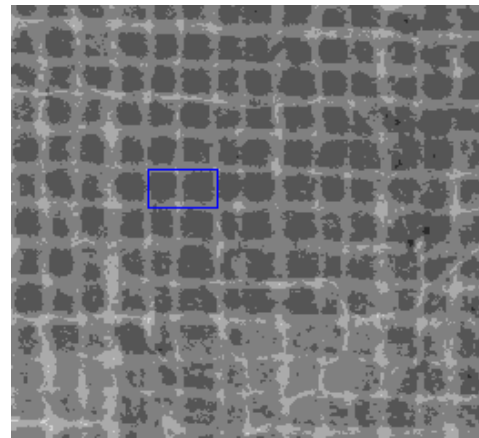
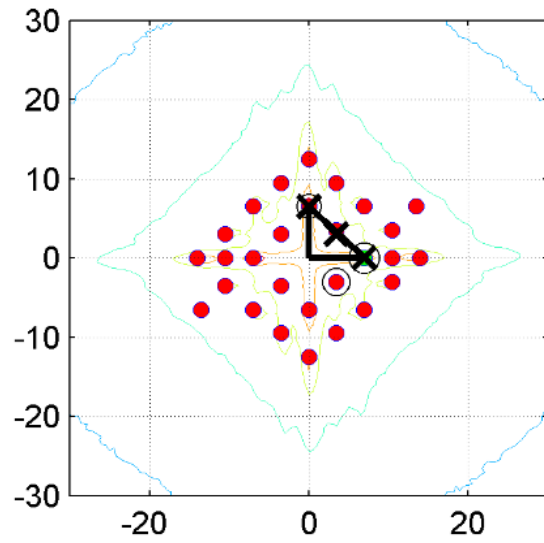


Ilustración 7-2. Dominio de Fourier (Tafetán - *plain*)

Ilustración 7-3. Dominio Espacial (Tafetán - *plain*)

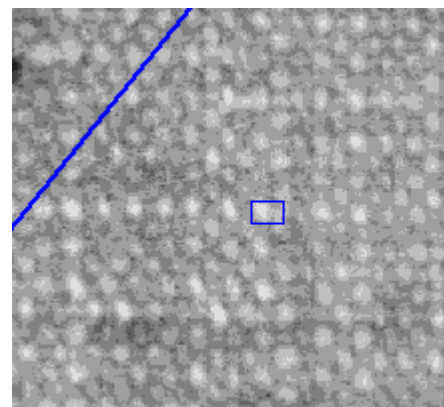
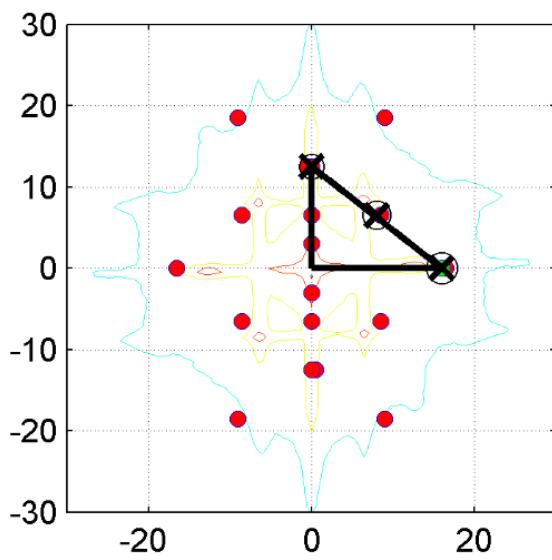


Ilustración 7-4. Dominio de Fourier (Sarga - *twill*)

Ilustración 7-5. Dominio Espacial (Sarga - *twill*)

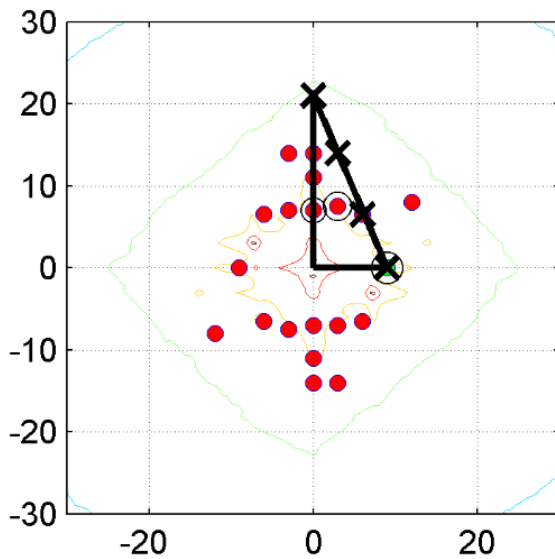


Ilustración 7-6. Dominio de Fourier (Satén - satin)

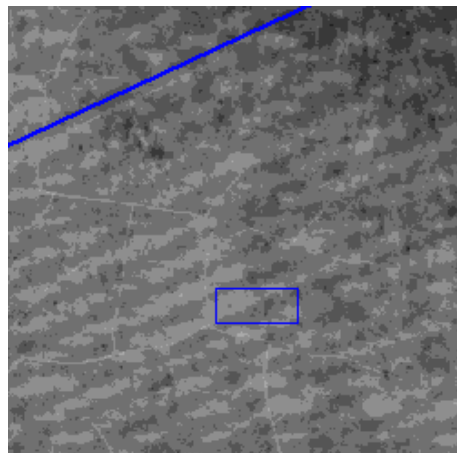


Ilustración 7-7. Dominio Espacial (Satén - satin)

7.1.1.2 Origen o rollo

Un análisis de la densidad de hilos en distintas direcciones (horizontal, vertical y principal componente diagonal) permite caracterizar de forma más completa las telas. Atendiendo a los máximos locales, se determinan los siguientes datos:

Tabla 7-2. Descriptores de Origen sobre el Conjunto de Experimentación

Imagen	f_a [hilos/cm] (densidad de hilos en vertical)	f_e [hilos/cm] (densidad de hilos en vertical)	f_{1d} [hilos/cm] (densidad de hilos en diagonal)
P01692	18	16.5	12.04
P01693	18	18	13.09
P01101	7	6.5	4.95
P01106	5.52	5.5	3.54
P01113	7	6.5	4.61
P01114	7	6.5	4.61
P01473	16.5	12.51	10.31
P02252	9	7	7.62
P02253	9.01	7	8.08

Como indican Johnson *et al.* [1], para concluir que dos imágenes proceden probablemente del mismo rollo es necesario que la densidad media de hilos de la urdimbre (*warp*) sea muy parecida, mientras que la densidad media de la trama (*weft*) difiera en menos de 1 hilo/cm. En este sentido, aunque a priori no se conoce en qué orientación de la imagen se encuentra la trama, se pueden encontrar grandes coincidencias entre los grupos de imágenes P01692-P01693, P01101-P01113-P01114 y P02252-P02253. No obstante, se identifica una discrepancia en horizontal, vertical y diagonal entre la imagen P01106 y el resto de pinturas del mismo autor, pudiéndose concluir que procede de rollo distinto.

Partiendo de la alta probabilidad de la coincidencia entre las imágenes mencionadas, se pueden encontrar todos los descriptores que mejor emparejen dichas imágenes y discriminen entre las pinturas de distintos autores. Los descriptores seleccionados son los siguientes:

- f_1, f_2 : frecuencia [hilos/cm] de los dos principales picos del espectro.

- f_{1d}, θ_{1d} : frecuencia [hilos/cm] y ángulo del principal pico diagonal (no situado sobre los ejes).
- f_a, f_e : frecuencia [hilos/cm] de los picos fundamentales sobre los ejes.
- $p, q, f_t, base$ y $altura$ del triángulo principal.
- $\#t$: número de triángulos encontrados.

7.1.2 Conclusiones

La densidad espectral de potencia permite una primera clasificación del tipo de tejido y una discriminación entre telas de distinto rollo siendo del mismo tipo. Tras este primer análisis de la DEP, se pueden destacar las similitudes encontradas en la pareja de imágenes de Rubens (P01692-P01693) y en la de Claudio de Lorena (P02252-P02253). Además, cada pareja está datada en la misma fecha, respectivamente. Proceden con alta probabilidad del mismo origen. Con respecto a las imágenes de Ribera, las pinturas P01101-P01113-P01114 son realmente similares, mientras la P01106 es diferente a las demás.

7.2 Análisis Rotacional del Espectro

Se ha efectuado el cálculo del espectro mediante la Transformada Rápida de Fourier 2D (FFT) de $N_{FFT} = 1024$ puntos, con un promediado de $\Delta u = \Delta v = 5$. Con esto, se tiene una resolución mínima en horizontal/vertical de 0.9766 hilos/cm. Sin embargo, al ser un cálculo rotacional para radios enteros, la mínima resolución en cualquier dirección corresponde a un radio $\Delta f = 1$, que expresado en densidad de hilos equivale a 0.1953 hilos/cm.

En el caso de los vectores suma de potencia horizontal y vertical, se ha considerado un rango de $\Delta = \pm 15^\circ$ en torno a 0° y 90° , respectivamente. Para este análisis no es necesaria una rotación previa del espectro, bastando con considerar como referencia la dirección en la que la densidad de hilos obtenida sea mayor (y en caso de igualdad, la de mayor potencia en la DEP).

Todos los cálculos se han realizado por regiones de 200×200 px ($1\text{cm} \times 1\text{cm}$). Se han usado como muestra fragmentos cuadrados de 10 centímetros de lado, con lo que se tienen 100 regiones. Para aportar un valor único de cada descriptor, se usará la **media aritmética** de cada descriptor en todas las regiones analizadas de una muestra.

7.2.1 Resultados y Conclusiones

Ante los descriptores calculados, son descartadas las normas L1 y L2 por aportar información similar a la media y desviación típica del vector, respectivamente.

Los resultados del resto de descriptores se muestran gráficamente a continuación.

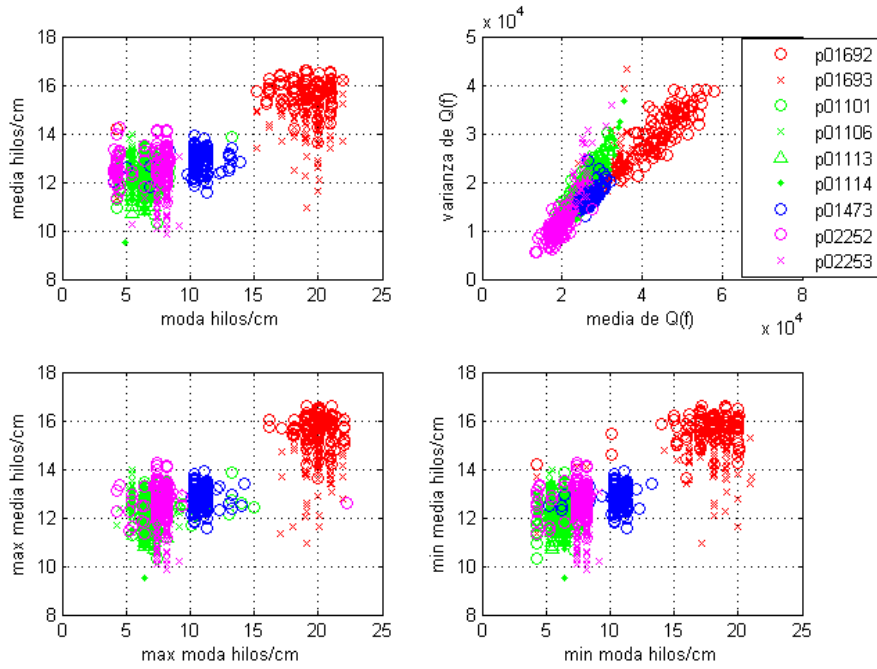


Ilustración 7-8. Descriptores de Origen Seleccionados del Análisis Rotacional del Espectro

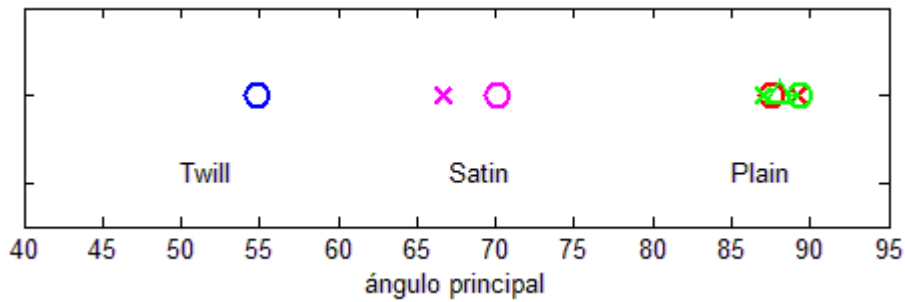


Ilustración 7-9. Descriptor de tipo: ángulo (media aritmética de las regiones)

De manera numérica, la tabla 7-3 contiene la media aritmética los descriptores. La primera columna muestra el descriptor que permite clasificar el tipo de tela: tafetán (*plain*) para ángulos cercanos a 90°, sarga (*twill*) para ángulos cercanos a 45° y otro tipo (*satin*) para el resto de ángulos. La segunda columna muestra la densidad de hilos calculada mediante el vector suma de potencia rotacional completo. Para el caso de tafetanes, las últimas columnas corresponden con la densidad de hilos según el vector suma de potencia en la dirección del máximo y en dirección ortogonal a este, respectivamente. Para el resto de telas, ambos valores describen la densidad calculada según el vector suma de potencia en la dirección más importante.

Tabla 7-3. Descriptores del Análisis Rotacional sobre el Conjunto de Experimentación

Imagen	θ_{ppal} [grados]		Densidad de hilos [hilos/cm]		Densidad de hilos en horizontal / dirección principal [hilos/cm]		Densidad de hilos en vertical / dirección principal [hilos/cm]	
	Ángulo	Tipo	Moda	Media	Moda	Media	Moda	Media
P01692	87.60	Tafetán	19.06	15.67	19.93	15.67	17.74	15.67
P01693	89.17	Tafetán	18.72	14.41	19.88	14.41	17.26	14.41
P01101	89.35	Tafetán	6.60	12.28	7.54	12.28	6.18	12.28
P01106	87.09	Tafetán	5.40	12.61	6.21	12.61	5.25	12.61
P01113	88.05	Tafetán	6.56	12.03	6.99	12.03	6.31	12.03
P01114	89.11	Tafetán	6.55	12.34	6.91	12.34	6.29	12.34
P01473	54.85	Sarga	10.67	12.83	10.99	12.83	10.60	12.83
P02252	70.15	Satén	6.57	12.76	7.63	12.76	7.19	12.76
P02253	66.61	Satén	7.84	11.93	7.84	11.93	7.84	11.93

El descriptor relacionado con el tipo de tela, cuya media se muestra en la figura 7-9 y en la tabla 7-3, posibilita la misma clasificación que los resultados del análisis de picos de la DEP (tabla 7-1).

En cuanto al rollo de tela, si bien la media presenta diferencias para pinturas de distintos autores, permitiendo una clasificación, es la moda el descriptor que resulta de mayor interés.

Como era previsible, se identifica que la moda, es decir, la frecuencia con mayor potencia presenta valores similares a los obtenidos mediante el anterior método de los máximos regionales de la DEP. En este caso se ha realizado un doble análisis: completo y horizontal-vertical. Para telas simples, la moda en hilos por centímetro obtenida de los vectores suma de potencias horizontal y vertical son similares a las densidades de hilos en horizontal y vertical del análisis anterior. En el caso de telas con una componente principal diagonal, tanto el análisis horizontal como el vector suma de potencia obtenido del espectro completo describen la densidad de hilos en la dirección principal. Se muestra una comparación de los valores:

Tabla 7-4. Comparación Análisis de Picos – Análisis Rotacional

Imagen		Análisis Picos en la DEP			Análisis $Q(f)$		
		Densidad horizontal [hilos/cm]	Densidad vertical [hilos/cm]	Densidad diagonal [hilos/cm]	Moda, análisis completo [hilos/cm]	Moda, análisis horizontal [hilos/cm]	Moda, análisis vertical [hilos/cm]
P01692	Tafetán	18	16.5	12.04	19.06	19.93	17.74
P01693	Tafetán	18	18	13.09	18.72	19.88	17.26
P01101	Tafetán	7	6.5	4.95	6.60	7.54	6.18
P01106	Tafetán	5.52	5.5	3.54	5.40	6.21	5.25
P01113	Tafetán	7	6.5	4.61	6.56	6.99	6.31
P01114	Tafetán	7	6.5	4.61	6.55	6.91	6.29
P01473	Sarga	16.5	12.51	10.31	10.67	10.99	10.60
P02252	Satén	9	7	7.62	6.57	7.63	7.19
P02253	Satén	9.01	7	8.08	7.84	7.84	7.84

Las ligeras diferencias entre ambos análisis podrían proceder de las regiones de 1 centímetro de lado usadas en la segunda caracterización frente a la caracterización de la tela completa usada en la primera; además de que las resoluciones son distintas. Las telas no son perfectas y presentan diferencias en la orientación de los hilos a lo

largo del rollo de tela, además podría haber regiones ruidosas no significativas que afecten a la media calculada. Por ello, en las telas satinadas, en algunas regiones se ha determinado incorrectamente que el máximo principal del espectro se encuentra en un eje (típico de tafetanes), como se puede observar en las ligeras diferencias entre el análisis horizontal y el vertical (deberían ser iguales).

Volviendo a la condición remarcada por Johnson *et al.* [1], para una coincidencia probable de origen, además de la similitud en la densidad media de hilos/cm, es requisito que los rangos entre el máximo y el mínimo sean similares. Esto se puede observar en los descriptores por regiones de la figura 7-8. Por tanto, este análisis por regiones completa y complementa al anterior.

7.3 Matriz de Co-ocurrencia de Niveles de Gris

Las matrices de co-ocurrencia han sido calculadas en regiones de cada muestra de un tamaño de 200×200 px y con distintos valores del parámetro desplazamiento D : 1, 4, 8 y 15.

7.3.1 Resultados y Conclusiones

En cuanto a los descriptores extraídos para un desplazamiento $D = 1$, atendiendo a la ya identificada alta similitud entre las P01692-P01693, P01101-P01113-P0114 y P02252-P02253, se identifican como más interesantes la energía, homogeneidad y entropía. Los valores medios obtenidos son los mostrados:

Tabla 7-5. Descriptores de textura sobre el Conjunto de Experimentación

Imagen	Energía	Homogeneidad	Entropía
P01692	0.0923	0.7473	4.0079
P01693	0.1070	0.7731	3.7164
P01101	0.3913	0.9046	1.8103
P01106	0.4327	0.9177	1.5969
P01113	0.3660	0.9011	1.9257
P01114	0.3977	0.9040	1.8717
P01473	0.2509	0.8665	2.5110
P02252	0.4082	0.9090	1.9175
P02253	0.3136	0.8890	2.2145

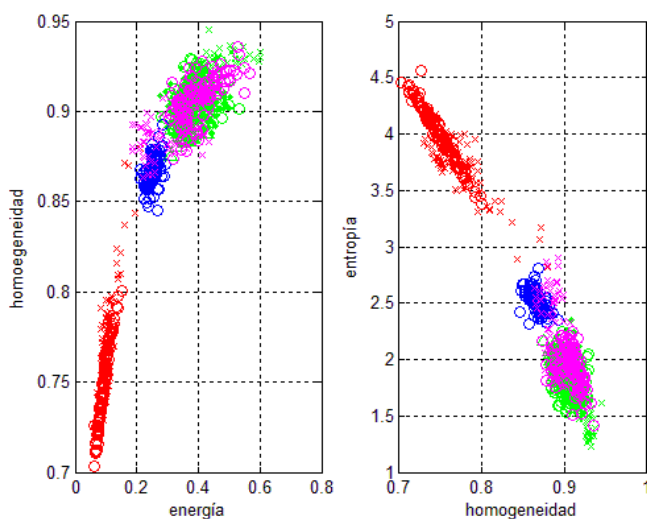


Ilustración 7-10. Descriptores de Co-ocurrencia

Los resultados obtenidos para distintos valores del desplazamiento son igualmente válidos en cuestión de clasificación y nos llevan a las mismas conclusiones.

Se comprueba que las telas con mayor densidad de hilos (P01692-P01693) son las que tienen menor energía y homogeneidad en la matriz GLCM, esto es, son menos uniformes. Por el contrario, son las que contienen mayor cantidad de información, mostrando mayor entropía.

Además, se siguen apreciando diferencias entre la pintura P01106 y el resto de cuadros de Ribera, mostrando menor densidad de hilos que los otros (más energía y homogeneidad, menos entropía).

7.4 Patrones Binarios Locales

Se ha llevado a cabo un análisis multidimensional de cada imagen completa, con los parámetros R/N a $1/8$ y $2/16$ y con distintas reducciones ($1/2$, $1/5$, $1/10$, $1/15$ y $1/20$). Es importante mencionar que imágenes de grandes dimensiones y con poca reducción presentan un coste computacional muy alto para determinar los valores $LBP_{N,R}^{riu2}$.

Por otra parte, también se han realizado experimentos a nivel de subregiones de cada pintura. Cada resultado de una región es un histograma que contemplan un subconjunto de casos del histograma de la imagen completa. Cuanto menores sean las regiones de cálculo, los histogramas pueden presentar más diferencias con respecto al completo. Además, teniendo en cuenta el redimensionamiento que sufren las imágenes al ser reducidas, fragmentos de 1 centímetro de lado dispondrán de escasos píxeles; por tanto, se ha efectuado el análisis para regiones de $4cm \times 4cm$.

7.4.1 Resultados y Conclusiones

Partiendo de los análisis de las muestras completas, y fin de concluir qué casos proporcionan mejores resultados, se buscan los que presenten, por un lado, distancias pequeñas para los conjuntos P01692-P01693, P01101-P01113-P01114 y P02252-P02253; y por otro, amplias diferencias entre histogramas de imágenes del mismo tipo pero de distinto autor. Para ello, se trata de maximizar la siguiente ratio, basada en la propiedad aditiva del estadístico Entropía Cruzada [11]:

$$ratio = \frac{d_{13} + d_{14} + d_{15} + d_{16} + d_{23} + d_{24} + d_{25} + d_{26} + d_{34} + d_{46} + d_{46}}{d_{12} + d_{35} + d_{36} + d_{56} + d_{89}}$$

donde d_{ij} indica la suma de las entropías cruzadas entre las imágenes $i - j$ y $j - i$, siguiendo la siguiente numeración:

Tabla 7-6. Numeración de las imágenes de Experimentación

P01692	P01693	P01101	P01106	P01113	P01114	P01473	P02252	P02253
1	2	3	4	5	6	7	8	9

El mejor caso identificado es la caracterización de imágenes reducidas mediante el factor $1/5$ para parámetros $LBP R = 1/N = 8$, y el factor $1/2$ para $R = 2/N = 16$. Los histogramas normalizados en estos casos se muestran a continuación:

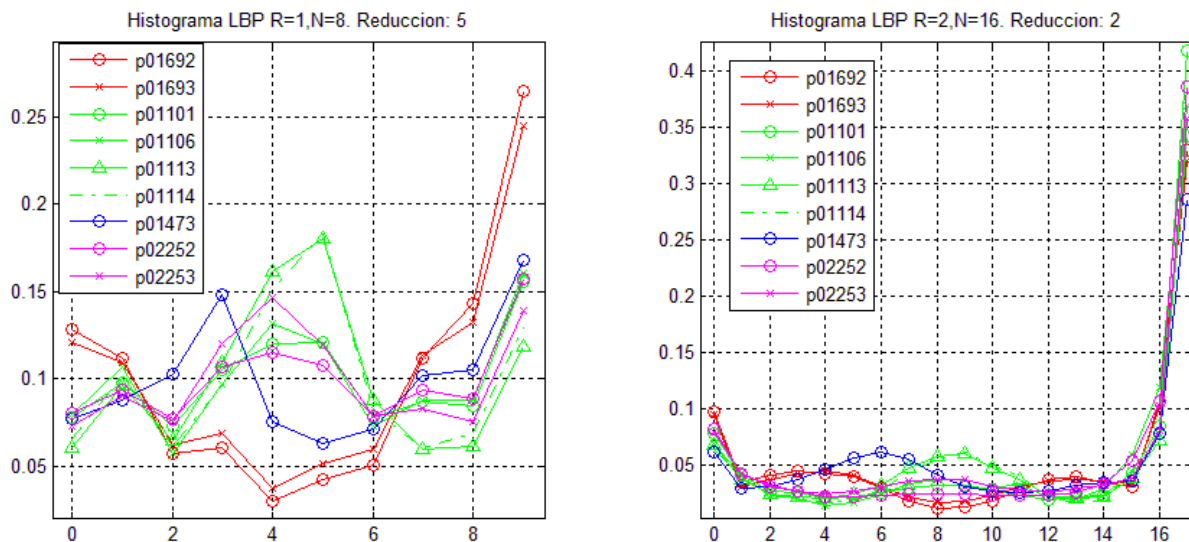


Ilustración 7-11. Mejores casos identificados para $R = 1, N = 8$ y $R = 2, N = 16$, respectivamente

Por otro lado, los resultados por regiones también son discriminativos. Para los mejores casos identificados anteriormente (factores de reducción de $1/5$ y $1/2$, respectivamente), se pueden comparar los histogramas componente a componente, así como los descriptores extraídos de los mismos:

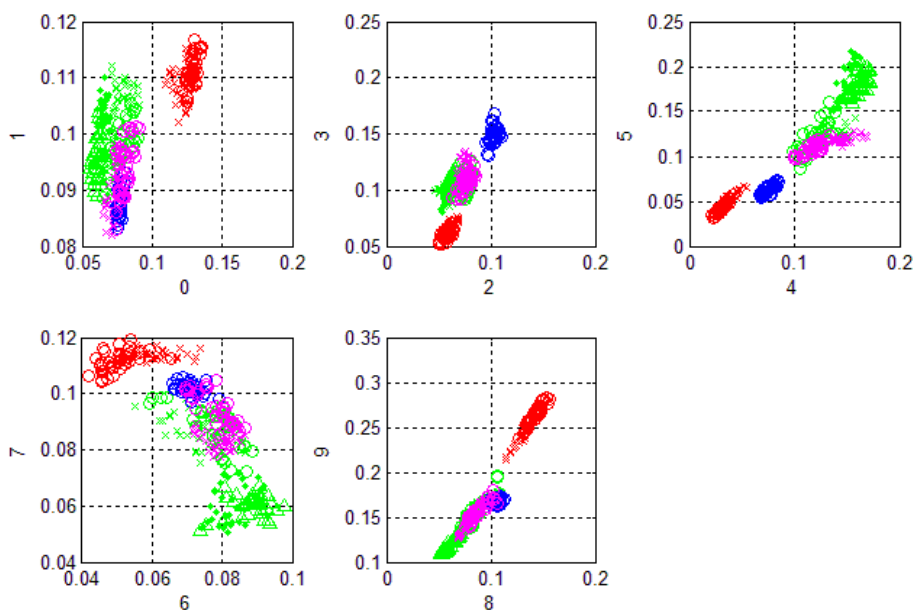
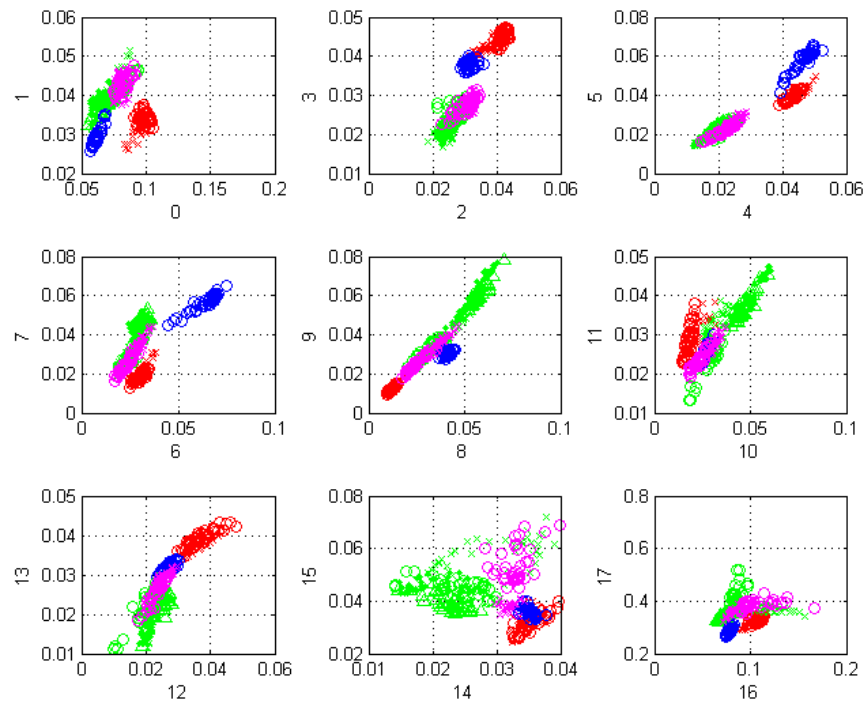
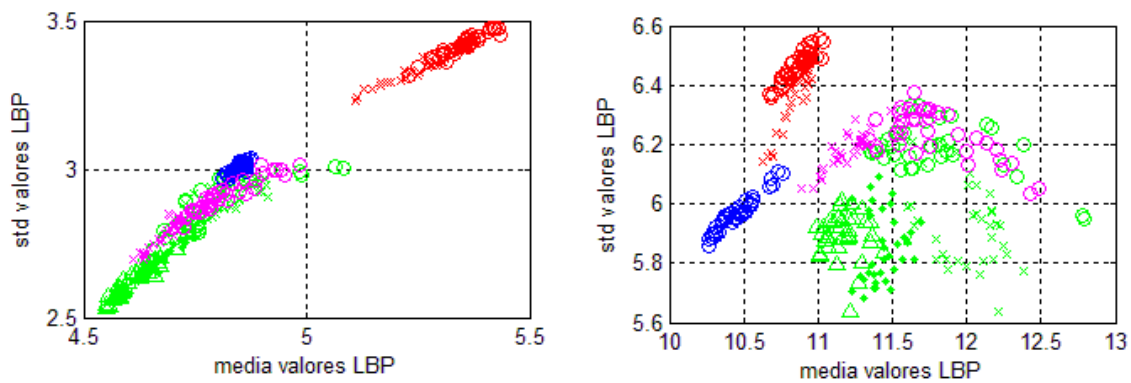


Ilustración 7-12. Componentes $[0,9]$ del histograma LBP $R = 1/N = 8$, representadas dos a dos

Ilustración 7-13. Componentes [0,17] del histograma LBP $R = 2/N = 16$ Ilustración 7-14. Descriptores extraídos de los histogramas LBP, para $R/N = 1/8$ (izquierda) y $R/N = 2/16$ (derecha)

Si bien las características de media, varianza y norma del vector histograma permiten clasificar las pinturas, resulta más completa la información del histograma en sí mismo.

8 RESULTADOS DE TEST

Una vez finalizado el proceso de implementación, revisión y selección de descriptores, se pretende evaluar el método propuesto sobre un conjunto de imágenes de test.

8.1 Conjunto de Muestras

Las imágenes disponibles corresponden a las obras de arte ubicadas en el Museo Nacional del Prado siguientes [16]:

Tabla 8–1. Conjuntos de Test y Experimentación

Numeración	Autor	Fecha	Título Obra
P07905	Miguel de Pret	1630-1644	Dos racimos de uvas con una mosca
P07906	Miguel de Pret	1630-1644	Dos racimos de uvas
P01474	Antonio Van Dick	1618-1620	La Coronación de espina
P02254	Claudio de Lorena	1639	El embarco de Santa Paula Romana
P02255	Claudio de Lorena	1639-1640	El Arcángel Rafael y Tobías
P06210	Doménico Gargiulo, Viviano Codazzi	1638	Perspectiva de un gimnasio
T1	-	-	-
T2	-	-	-
P01692	Pedro Pablo Rubens	1628-1629	Adán y Eva
P01693	Pedro Pablo Rubens	1628-1629	El Rapto de Europa
P01101	José de Ribera	1639	Martirio de San Felipe
P01106	José de Ribera	1641	Santa María Egipciaca
P01113	José de Ribera	1632	Ticio
P01114	José de Ribera	1632	Ixión

P01473	Antonio Van Dyck	1618-1620	San Jerónimo, penitente
P02252	Claudio de Lorena	1639	Paisaje con el entierro de Santa Serapia
P02253	Claudio de Lorena	1639-1640	Moisés salvado de las aguas

De entre las nuevas imágenes, a priori podrían proceder del mismo rollo las pinturas que comparten autor (parejas P07905-P07906 y P02254-P02255). Además, sería posible que esta última pareja compartiera rollo de origen con las ya analizadas P02252-P02253; así como la P01474 con la obra realizada en tejido sarga P01473 del conjunto de experimentación.

8.2 Resultados Tipos de Tejido

Los descriptores seleccionados del análisis de localización de picos en la DEP, para determinar el tipo de tejido, se resumen en la siguiente figura (8-1):

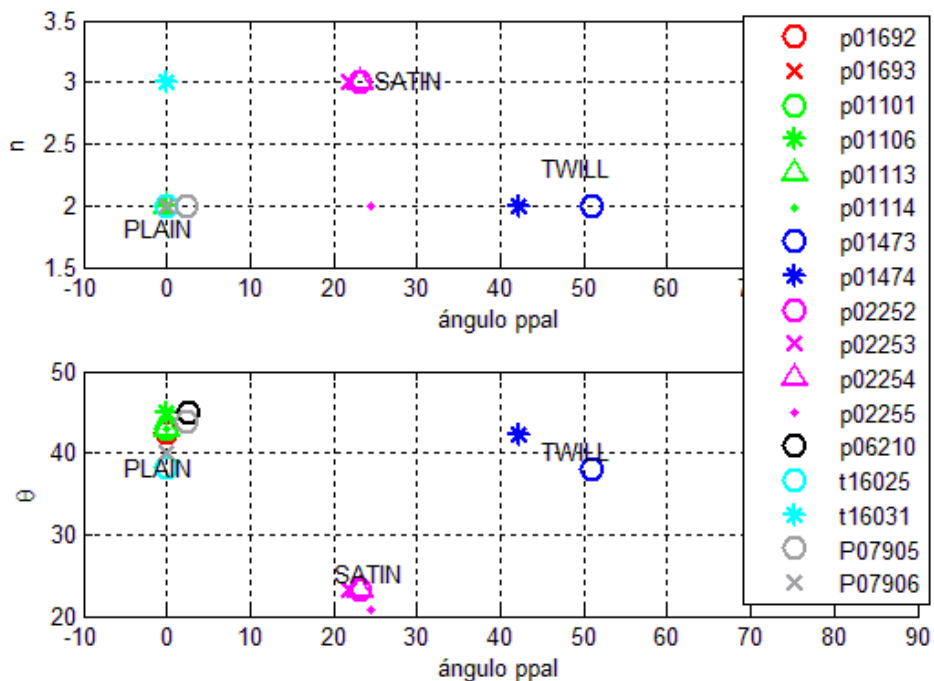


Ilustración 8-1. Descriptores de Tipo de Tejido para el Conjunto Completo

Para todas las muestras, se muestra a continuación el resultado final de este análisis: picos relevantes seleccionados, frecuencias fundamentales, principal pico diagonal y triángulo encontrado.

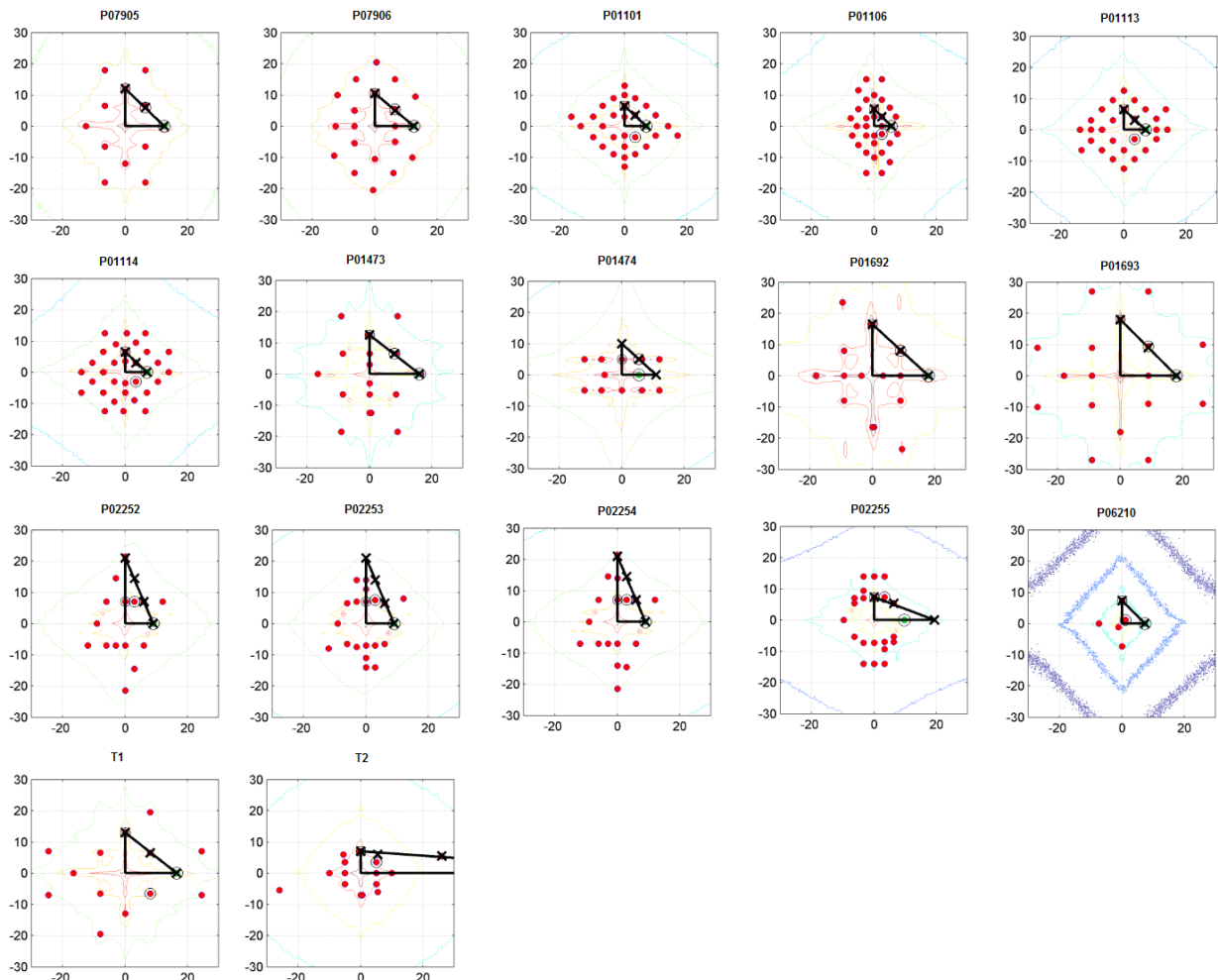


Ilustración 8-2. Resultados del Análisis de Localización de Picos

Estos triángulos no solo determinan el tipo de tejido, sino que proporcionan descriptores relacionados con el rollo particular de tejido empleado por el artista. Se pueden hacer algunos comentarios a los resultados obtenidos:

- Se observa que, aunque la localización de picos relevantes en las cuatro imágenes de Claudio de Lorena (P0225x) es la misma, los resultados de la muestra P02255 son distintos. Esto podría deberse a que en esta imagen se ha detectado como triángulo principal un triángulo alternativo. Es más, si se recurre a los triángulos sucesivos identificados en la misma muestra, se encuentra el mismo que en las otras tres: con $p = 3, q = 1, f_a \approx 7, f_e \approx 9$.
- Por su parte, la muestra P06210 es muy ruidosa en el dominio del espacio y, por tanto, presenta un espectro con picos poco relevantes.
- En el caso de la muestra T2, la selección de los picos fundamentales como aquellos que tienen mayor amplitud relativa presenta un resultado erróneo en el que uno de ambos se encuentra muy alejado del origen de frecuencias. Aunque no afecta en la determinación del tipo de tela (está correctamente clasificado como tejido simple), sí influye en las características relacionadas con el triángulo. Aunque este es un caso aislado, puede tratarse de un punto a mejorar en el algoritmo.

La siguiente tabla presenta un resumen de los descriptores extraídos:

Tabla 8-2. Descriptores de Tipo de Tejido

Imagen	θ_{ref} [grados]	n	θ [grados]	Tipo
P01692	0	2	42.52	Tafetán
P01693	0	2	45	Tafetán
P01101	0	2	42.88	Tafetán
P01106	0	2	42.88	Tafetán
P01113	0	2	42.88	Tafetán
P01114	0	2	42.88	Tafetán
P01473	50.91	2	38.02	Sarga
P02252	23.20	3	23.20	Satén
P02253	21.80	3	21.23	Satén
P07905	2.29	2	43.81	Tafetán
P07906	0	2	40.03	Tafetán
P01474	42.27	2	42.27	Sarga
P02254	23.20	3	23.20	Satén
P02255	24.44	2	20.76	Satén
P06210	2.60	1	45	Tafetán
T1	0	2	38.23	Tafetán
T2	0	3	4.03	Tafetán

Según el análisis del perfil rotacional del espectro, la media del descriptor relacionado con el tipo de tela (ángulo del pico más pronunciado del espectro) se muestra a continuación.

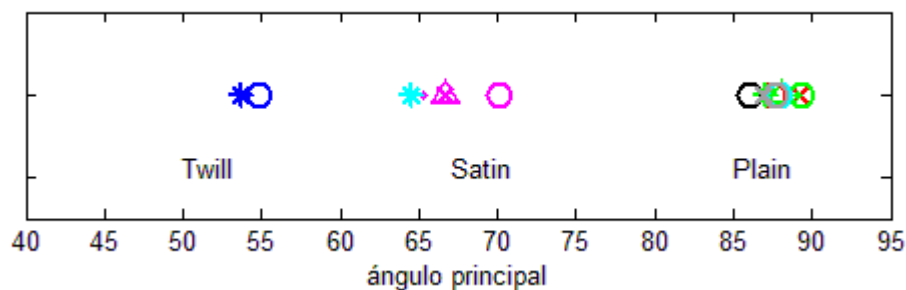


Ilustración 8-3. Media del descriptor de tipo: ángulo

La clasificación de tipo es la misma que la aportada por el análisis de los picos de la DEP, excepto en la muestra P06210, cuyos resultados para las regiones analizadas de 1cmx1cm son muy dispares, presentando un valor medio de 64.57 pero una desviación estándar muy alta (16.70) debida a que los valores no se concentran en torno a un valor. Esto se debe a la falta de nitidez de la imagen analizada.

8.3 Resultados de Rollo de Origen

Para determinar la coincidencia en origen, se puede recurrir en primer lugar a las densidades de hilos en diferentes direcciones de la tela. En la siguiente tabla se marcan en distintos colores las densidades coincidentes con otras muestras del mismo autor.

Tabla 8-3. Resultados de densidades de hilos (Análisis de Picos – Análisis Rotacional)

Imagen		Análisis Picos en la DEP			Análisis $Q(f)$		
		Densidad horizontal [hilos/cm]	Densidad vertical [hilos/cm]	Densidad diagonal [hilos/cm]	Moda, análisis completo [hilos/cm]	Moda, análisis horizontal [hilos/cm]	Moda, análisis vertical [hilos/cm]
P01692	Tafetán	18	16.5	12.04	19.06	19.93	17.74
P01693	Tafetán	18	18	13.09	18.72	19.88	17.26
P01101	Tafetán	7	6.5	4.95	6.60	7.54	6.18
P01106	Tafetán	5.52	5.5	3.54	5.40	6.21	5.25
P01113	Tafetán	7	6.5	4.61	6.56	6.99	6.31
P01114	Tafetán	7	6.5	4.61	6.55	6.91	6.29
P01473	Sarga	16.5	12.51	10.31	10.67	10.99	10.60
P02252	Satén	9	7	7.62	6.57	7.63	7.19
P02253	Satén	9.01	7	8.08	7.84	7.84	7.84
P07905	Tafetán	12.51	12	8.85	11.90	13.19	11.38
P07906	Tafetán	12.5	10.5	8.51	9.97	12.01	9.47
P01474	Sarga	5.5	5	7.43	6.71	6.90	6.79
P02254	Satén	9	7	7.62	7.65	7.83	7.78
P02255	Satén	9.67	7.33	8.06	7.57	7.77	7.77
P06210	Tafetán	7.35	7.35	1.65	5.28	7.01	5.16
T1	Tafetán	16.5	13	10.31	11.51	13.90	10.26
T2	Tafetán	99.5	7.02	6.10	5.15	6.03	5.42

Según el número de hilos en distintas direcciones, podrían proceder del mismo rollo los grupos de tejidos simples P01692-P01693, P01101-P01113-P01114, P07905-P07906; y de tejido complejo P02252-P02253-P02254-P02255. Deberían mostrar coincidencias en el resto de descriptores para concluir que tienen el mismo origen.

En cuanto a la textura analizada mediante las matrices GLCM, los descriptores seleccionados muestran los resultados medios siguientes.

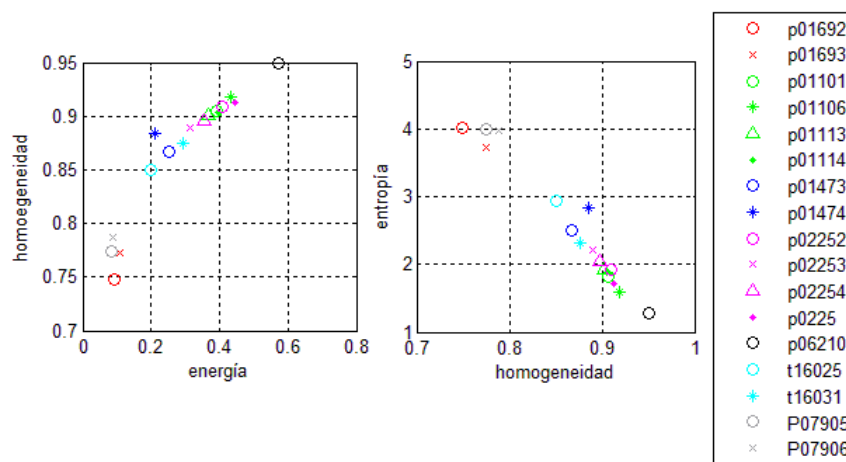


Ilustración 8-4. Descriptores Medios de Co-ocurrencia

Los descriptores derivados de la matriz de co-ocurrencia están más relacionados con la densidad de hilos

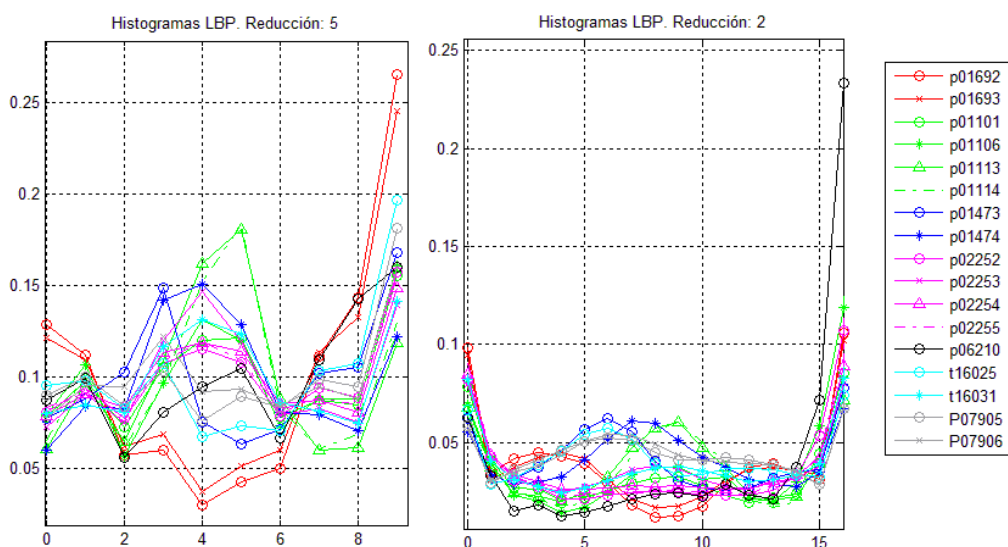
que con el tipo de tejido, presentando una clara diferencia para las telas menos uniformes P01692, P01693, P07905, P07906, frente a las menos densamente compuestas.

Tabla 8-4. Descriptores de Textura

Imagen	Energía	Homogeneidad	Entropía
P01692	0.0923	0.7473	4.0079
P01693	0.1070	0.7731	3.7164
P01101	0.3913	0.9046	1.8103
P01106	0.4327	0.9177	1.5969
P01113	0.3660	0.9011	1.9257
P01114	0.3977	0.9040	1.8717
P01473	0.2509	0.8665	2.5110
P02252	0.4082	0.9090	1.9175
P02253	0.3136	0.8890	2.2145
P07905	0.0855	0.7738	3.9926
P07906	0.0875	0.7865	3.9721
P01474	0.2109	0.8845	2.8316
P02254	0.3550	0.8956	2.0490
P02255	0.4437	0.9121	1.7240
P06210	0.5703	0.9490	1.2772
T1	0.2004	0.8493	2.9370
T2	0.2928	0.8746	2.3215

Si bien es cierto que, para las telas con la misma densidad de hilos, los descriptores mostrados en la tabla 8-4 no son tan parecidos como en análisis anteriores; siguen mostrando similitudes para las pinturas señaladas.

Los histogramas de los Patrones Locales Binarios obtenidos para todas las muestras son los mostrados en la figura 8-5.

Ilustración 8-5. Histogramas $R = 1, N = 8$ y $R = 2, N = 16$

8.4 Conclusiones de caracterización de todas las imágenes

Tras los cuatro análisis de textura y frecuencia llevados a cabo en las 17 imágenes de cuadros, se pueden extraer conclusiones tanto de tipo como de probable coincidencia en origen. Según el criterio de densidad media de hilos muy similar en la urdimbre y en la trama con menos de 1 hilo/cm de diferencia (válido para tejidos simples, pero extrapolable para otros tipos de tela), las conclusiones de caracterización de las telas quedan resumidas a continuación.

Tabla 8-5. Tipo y Origen encontrados

Imagen	Tipo	Coincidencia Probable en Origen
P01692	Tafetán	P01693
P01693	Tafetán	P01692
P01101	Tafetán	P01113, P01114
P01106	Tafetán	
P01113	Tafetán	P01106, P01114
P01114	Tafetán	P01106, P01113
P01473	Sarga	
P02252	Satén	P02253, P02254, P02255
P02253	Satén	P02252, P02254, P02255
P07905	Tafetán	P07906
P07906	Tafetán	P07905
P01474	Sarga	
P02254	Satén	P02252, P02253, P02255
P02255	Satén	P02252, P02253, P02254
P06210	Tafetán	
T1	Tafetán	
T2	Tafetán	

9 CONCLUSIONES

Una combinación de distintos métodos de extracción de descriptores basados tanto en la textura del espacio como en las características del espectro de frecuencias pueden ser usados para caracterizar de manera completa las telas de los cuadros.

Una primera clasificación es posible mediante descriptores de textura, que discriminan según la homogeneidad de la imagen de rayos X. Tejidos con menor densidad de hilos presentan más homogeneidad, que queda reflejada en el conjunto de descriptores derivados de las matrices de co-ocurrencia. Los Patrones Locales Binarios, por su parte, identifican los bordes y líneas que muestran las pequeñas vecindades de píxeles de las imágenes de hilos.

Es el dominio de la frecuencia el que mayor información útil aporta, permitiendo lograr los **dos objetivos** iniciales: determinar el tipo y la posible coincidencia en origen de las telas. Las densidades de hilos, que tradicionalmente se han usado para comparar telas, son calculadas de manera automática, y en distintas direcciones de la tela. La distribución de máximos en el espectro permite extraer descriptores relacionados con el tipo de tejido.

Como **futuras líneas de trabajo**, son posibles otras técnicas de extracción de descriptores.

En el dominio del espacio, sería posible caracterizar las telas en distintas direcciones mediante las matrices GLCM en cada dirección, en lugar de tomar el valor medio de las cuatro matrices calculadas. Esto proporcionaría unos descriptores relacionados con la información textural (correlación, homogeneidad, etc.) en cada dirección de la tela: si un tejido presentase líneas diagonales en 45° , por ejemplo, los píxeles estarían más correlados en esa dirección y se reflejaría en la matriz correspondiente.

En el dominio de Fourier, es posible mejorar el algoritmo de identificación de los máximos más importantes. Además, las localizaciones de los picos relevantes encontrados aportan más información que la extraída en los descriptores numéricos relacionados con el triángulo. Sería posible investigar nuevos descriptores que caractericen unívocamente cada espectro y de manera más completa a partir de todos los máximos relevantes. Es de mencionar la dificultad que ha presentado el criterio de selección de los picos del espectro más importantes, la discriminación entre máximos propios de las características del tejido y máximos perturbativos, el compromiso en la selección de la resolución del espectro y el método para solventar los problemas asociados.

En cuanto a la determinación del tipo de tejido, sólo se han tenido en consideración los tejidos más habituales (*plain, twill, satin*), no habiéndose probado el algoritmo con muestras de tejidos con patrones muy complejos tales como telas de rombos y otras estructuras.

Se puede concluir que este método de análisis de cuadros aporta una información de valor para la caracterización histórica de las obras de arte, más allá del simple recuento de hilos tradicional.

Finalmente, a partir de los resultados de este proyecto, se podría trabajar con distintos clasificadores (*Support Vector Machine*, Bayesiano, etc.) que empleasen los vectores de características extraídos para determinar automáticamente posibles coincidencias entre los cuadros.

AGRADECIMIENTOS

Es necesaria la mención al Museo Nacional del Prado por la aportación de las imágenes de rayos X de los cuadros analizados en este proyecto, sin las que hubiera resultado imposible desarrollar el método propuesto.

REFERENCIAS

- [1] C. R. Johnson, E. Hendriks, P. Noble y M. Franken, «Advances in Computer-Assisted Canvas Examination: Thread Counting Algorithms,» de *2009 AIC Annual Meeting*, Los Angeles, CA, 2009.
- [2] [En línea]. Available: <https://es.wikipedia.org/wiki/Urdimbre>.
- [3] D. H. Johnson, C. R. Johnson y A. G. Klein, «A thread counting algorithm for art forensics,» de *Digital Signal Processing Workshop and 5th IEEE Signal Processing Education Workshop, 2009. DSP/SPE 2009. IEEE 13th*, 2009.
- [4] I. Fondón García, F. J. Simois y J. J. Murillo Fuentes, «Software Tool for Thread Counting in X-rays canvas of Plain-weave painting canvas,» *Technical Report US.ETSI.DTSC*, n° 01, 2015.
- [5] [En línea]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Plain_weave.
- [6] [En línea]. Available: <https://en.wikipedia.org/wiki/Twill>.
- [7] [En línea]. Available: <https://en.wikipedia.org/wiki/Satin>.
- [8] B. Cornelis, A. Dooms, A. Munteanu, J. Cornelis y P. Schelkensa, «Experimental study of canvas characterization for paintings,» *SPIE Proceedings*, vol. Computer Vision and Image Analysis of Art, n° 7531, 2010.
- [9] D. H. Johnson, C. R. Johnson y R. G. Erdmann, «Weave analysis of paintings on canvas from radiographs,» *Signal Processing*, vol. 93, pp. 527-540, 2012.
- [10] R. M. Haralik, K. Shanmugam y I. Dinstein, «Textural Features for Image Classification,» *IEEE Trans. on Systems, man and cybernetics*, 1973.

- [11] T. Ojala, M. Pietikäinen y T. Mäenpää, «Multiresolution gray-scale and rotation invariant texture classification with Local Binary Patterns,» *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, nº 2002, pp. 971-987.
- [12] P. Mohanaiah, P. Sathyanarayana y L. GuruKumar, «Image Texture Feature Extraction Using GLCM Approach,» *International Journal of Scientific and Research Publications*, vol. 3, nº 5, 2013.
- [13] T. Mäenpää y M. Pietikäinen, «Texture Analysis with Local Binary Patterns,» de *Handbook of Pattern Recognition and Computer Vision*.
- [14] J. Escofet, M. S. Millán y M. Ralló, «Modeling of woven fabric structures based on Fourier image analysis,» *APPLIED OPTICS*, vol. 40, nº 34, pp. 6170-6176, 2001.
- [15] L. Syrová, R. Ravas y J. Grman, «The Use of Frequency Properties of Image in the Classification of Transparent Polymeric Foils,» *Measurement Science Review*, vol. 6, nº 4, 2006.
- [16] M. d. Prado, «Colección de Obras del Museo del Prado,» [En línea]. Available: <https://www.museodelprado.es/coleccion/obras-de-arte?>. [Último acceso: Octubre 2016].
- [17] A. A.G. Klein, D. Johnson, W. Sethares, H. Lee, C. Johnson y E. Hendriks, «Algorithms for Old Master Painting Canvas Thread Counting from X-rays,» de *42nd Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, 2008.
- [18] U. d. O. Grupo de Visión Artificial, «Center for Machine Vision and Signal Analysis,» [En línea]. Available: <http://www.cse.oulu.fi/CMV/Downloads/LBPMatlab>. [Último acceso: Octubre 2015].
- [19] Autor, «Este es el ejemplo de una cita,» *Tesis Doctoral*, vol. 2, nº 13, 2012.
- [20] O. Autor, «Otra cita distinta,» *revista*, p. 12, 2001.