Resumen

La mejora del aprovechamiento del agua en los sistemas de abastecimiento exige un control de las medidas de caudal, a partir de las cuales se podrán contabilizar los volúmenes distribuidos y las pérdidas de agua. Por tanto, se plantea como detectar y corregir los errores de medida de caudal sin recurrir a costosas y, a veces prácticamente imposibles, contrastaciones de medida "in situ".

En este artículo se presenta un método para, a partir de las ecuaciones de balance volumétrico de la red, realizar una compensación de las medidas de caudal, con máxima probabilidad respecto a las precisiones asignadas a los distintos medidores: caudalímetros,contadores y niveles.

Palabras clave:
Agua potable, Red distribución, Medida caudal, Estudio estadístico.

Summary

Flow measurements in a water supply network

Improving the use made of the water in supply systems means monitoring flow measurements as a basis for calculating volume distribution and water loss. This raises the question of how to detect and correct flow measurement errors without resorting to costly, and often practically impossible, measurements "in situ".

This article presents a method that uses the network's volumetric balance equations for correcting flow measurements with a high degree of probability in respect of the accuracy values assigned to the diferent measuring instruments: flow meters, meters and levels.

Keywords:
Drinking water, Distribution network, Flow measurement, Statistical study.

Medidas de caudal en una red de abastecimiento de agua

Un método con ecuaciones para el balance volumétrico

Por: **Alberto Menéndez**, Dr. Ing. Industrial y Dr. Ing. Automaticien,
Prof. Dpto. de Tecnología Electrónica de la Universidad de Sevilla.
Félix Biscarri, Licenciado en Ciencias Físicas,
Investigador Dpto. de Tecnología Electrónica de la Universidad de Sevilla.

1. Introducción

La creciente preocupación por mejorar el aprovechamiento de agua en los sistemas de abastecimiento exige aumentar la calidad y el rendimiento de los mismos, una de cuyas facetas requiere imperativamente un control de las medidas de caudal, a partir de las cuales se podrán contabilizar los volúmenes distribuidos y las pérdidas de agua.

Por tanto se plantea como detectar y corregir los errores de los medidores de caudal, tanto caudalímetros como contadores y niveles, sin recurrir a costosas, y a veces prácticamente imposibles, contrastaciones de medida "in situ".

Por otra parte, el avance de los sistemas de control en abastecimientos de agua permite que, después de una primera fase de automatización e informatización ligadas principalmente a una problemática de "volumen de información", actualmente se pueda abordar una segunda fase (de nivel de control superior) principalmente ligada al tratamiento de la información mediante el cálculo de medidas e indicadores directamente relacionados con la problemática de "calidad de información" [1].

En este artículo, los autores proponen un método para, a partir de las ecuaciones de balance volumétrico y de las precisiones asignadas a los distintos medidores, realizar una corrección de las medidas de caudal, en el sentido de máxima probabilidad con respecto a las nuevas medidas compensadas, y de manera que el error global del balance quede repartido entre todas las medidas que participan en el balance del sistema.

2. Definición de las variables que describen el sistema

Antes de describir los distintos tipos de variables que determinan los flujos en una red cualquiera debemos clasificar dichos flujos:

Qj^{in} es el caudal total que recibe el depósito j (en m^3).

Suponiendo que dicho caudal sea la suma de m aportes que provienen de otras tantas tuberías, definimos:

Qjp^{in} (p=1,2,...,m) como el caudal recibido desde el aporte p (en m^3).

y si consideramos que no existen pérdidas, se verificará:

$$Qj^{in} = Qj1^{in} + Qj2^{in} + ... + Qjm^{in}$$

Por otra parte,definimos Qj^{out} como el caudal total que da el depósito j a la red (en m^3). Suponiendo que dicho caudal sea la suma de n donaciones distintas del depósito, definimos: Qjk^{out} (k=1,2,...,n) como el caudal dado por la donación k (en

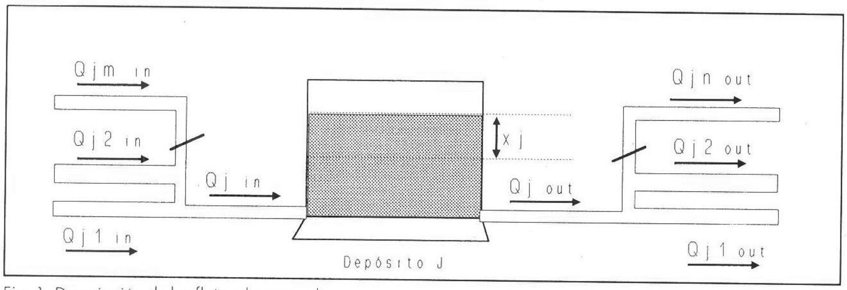

Fig. 1. Descripción de los flujos de una red.

m^3). En un caso análogo al anterior, se verificará :

$Qj^{out} = Qj1^{out} + Qj2^{out} + ... + Qjn^{out}$

Con estas premisas, las variables usadas para la descripción de una red cualquiera son:

Xj^{in} es el aumento del nivel del depósito j (en cm.) tras recibir un caudal Qjin.

Xj^{out} es la disminución del nivel del depósito j (en cm.) tras dar un caudal Qj^{out} a la red.

Xjp^{in}. medida en cm., es el aumento del nivel del depósito j debido a la recepción del caudal Qjp (p=1,2,...,m).

Xjk^{out}. medida en cm., es la disminución del nivel del depósito j debido a la donación del caudal Qjk (k=1,2,...,n) a la red.

Se verifica :

$Xj^{in} = Xj1^{in} + Xj2^{in} + ... + Xjm^{in}$

$Xj^{out} = Xj1^{out} + Xj2^{out} + ... + Xjn^{out}$

Sea Aj la constante (en m^3/cm) del depósito j. Nos indica cuantos m^3 almacena el depósito j cuando sube su nivel 1 cm . Mediante esta constante así definida, establecemos las siguientes relaciones:

$Qjp^{in} = Aj * Xjp^{in}$; $Qj^{in} = Aj * Xj^{in}$

$Qjk^{out} = Aj * Xjk^{out}$; $Qj^{out} = Aj * Xj^{out}$

2.1. *Ejemplo de descripción de flujos*

Consideremos el depósito mostrado en la **Fig. 1**:

Si

$Aj = 2,5\ m^3/cm$,

$Qj1^{in} = 5\ m^3$,

$Qj2^{in} = 10\ m^3 = Qj3^{in} = Qj4^{in}$

(Suponemos m=4),

$Qj1^{out} = 2,5\ m^3$,

$Qj2^{out} = 5\ m^3 = Qj3^{out} = Qj4^{out} = Qj5^{out}$

(Suponemos n=5),

Los caudalímetros y contadores de una red de agua, tienen un error asociado

tenemos:

$Qj^{in}=35\ m^3$;

$Qj^{out}=22,5\ m^3$,

caudales que entran y salen del depósito, respectivamente.

$Xj1^{in} = Qj1^{in} / Aj = 5\ m^3 / 2,5\ (m^3/cm) = 2$ cm.

$Xj4^{in} = Xj3^{in} = Xj2^{in} = Qj2^{in} / Aj = 10\ m^3 / 2,5\ (m^3/cm) = 4$ cm.

$Xj^{in} = 2 + 4 + 4 + 4 = 14$ cm

$Xj1^{out} = Qj1^{out} / Aj = 2,5\ m^3 / 2,5\ (m^3/cm) = 1$ cm.

$Xj5^{out} = Xj4^{out} = Xj3^{out} = Xj2^{out} = Qj2^{out} / Aj = 5\ m^3 / 2,5\ (m^3/cm) = 2$ cm.

$Xj^{out}= 1+2+2+2+2= 9$ cm.

El caudal neto almacenado será: $Qj = Qj^{in} - Qj^{out} = 35 - 22,5 = 12,5\ m^3$.

Se ha producido un incremento del nivel del depósito de: $Xj = Xj^{in} - Xj^{out} = 5$ cm. Para la descripción de los flujos (conocida la constante Aj del depósito), sólo precisamos conocer las variaciones de nivel. El nivel absoluto nos daría el total de agua almacenada, dato innecesario en nuestro estudio.

3. Estimación de medidas de caudal

3.1. *Necesidad de la estimación de estado*

Los caudalímetros y contadores de una red de agua, como todos los medidores, tienen un error asociado. La misión del estimador de estado es compensar el conjunto de medidas disponible con la máxima verosimilitud para que se verifiquen las ecuaciones de balance y detectar e identificar los errores anormalmente grandes de medida.

Para ilustrar los principios de la estimación de estado, consideremos la red descrita en la **Fig. 2.** Toda la información que tenemos de ella proviene de los medidores de nivel L1 y L2 (que nos dan unos incrementos de nivel $\Delta L1$ y $\Delta L2$, respectivamente) y del caudalímetro C203 (que durante el período de medición nos indica los m^3 que pasan por él).

Podríamos calcular la circulación de agua en el sistema a partir de

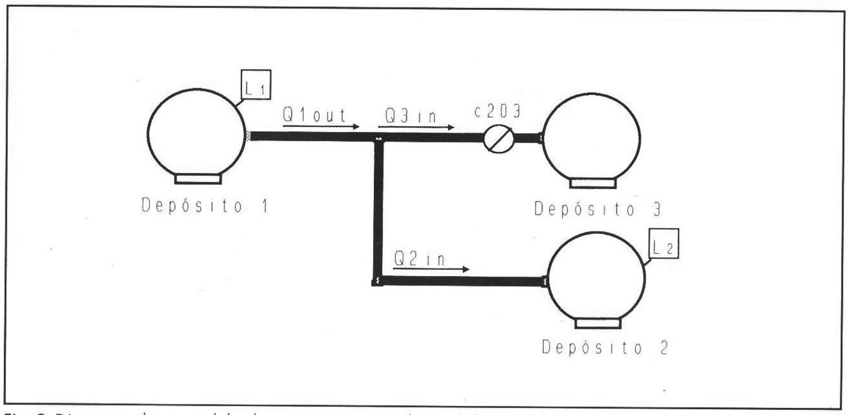

Fig. 2. Diagrama de una red de abastecimiento y topología de los medidores.

las lecturas de sólo dos de los medidores. Supongamos que usamos L1 y C203 y que la lectura de ambos refleja exactamente los caudales que han circulado por ellos (asumimos $A1 = 1 m^3/cm.$; $A2 = 1 m^3/cm.$), calculamos :

Lecturas	Flujos calculados
$\Delta L1 = 66{,}5$ cm $= X1^{out}$	$\mathbf{Q1^{out} = A1 * X1^{out} = 66{,}5\ m^3}$
$C203 = \mathbf{57\ m^3 = Q3^{in}}$	$X2^{in} = (A1 * X1^{out} - Q3^{in}) / A2 = 9{,}5$ cm; $\mathbf{Q2^{in} = 9{,}5\ m^3}$

Investiguemos el caso en el que los tres medidores tienen un error asociado. Con estas premisas, si las lecturas obtenidas de los tres medidores son:

$\Delta L1 = 66{,}5$ cm

$\Delta L2 = 6$ cm

$C203 = 57\ m^3$

Obtendremos un resultado que dependerá de los dos medidores que consideremos como base para el cálculo de flujos.

Si usamos L1 y L2, obtenemos los flujos:

$\mathbf{Q1^{out} = 66{,}5\ m^3}$

$\mathbf{Q2^{in} = 6\ m^3}$

$\mathbf{Q3^{in} = 60{,}5\ m^3}$

Si usamos L2 y C203, obtenemos:

$\mathbf{Q1^{out} = 63\ m^3}$

$\mathbf{Q2^{in} = 6\ m^3}$

$\mathbf{Q3^{in} = 57\ m^3}$.

Hemos comprobado que sólo precisamos dos de los tres medidores disponibles para determinar los flujos de agua. Sin embargo, la tercera medida redundante nos da una muy útil información que no debemos descartar.

Necesitamos por tanto un procedimiento que use la información procedente de todos los medidores para calcular la mejor estimación de las variables ($X1^{out}$, $X3^{in}$, $X2^{in}$) y en consecuencia de los flujos de agua en el sistema. Se presumen conocidas las constantes de los depósitos y la configuración de la red de abastecimiento. Retomaremos esta configuración de red para aplicar en ella la estimación de los caudales circulantes, una vez que expliquemos el método.

3.2. *Determinación del número de variables de estado de una red*

La información completa de la red conlleva el conocimiento de todos los flujos circulantes. No es necesario, sin embargo, el conocimiento de todos estos flujos. En efecto, existen relaciones entre ellos, impuestas por las condiciones de balance de la red que podemos establecer en cada nudo.

Para una topología dada de la red de abastecimiento, un nudo constituye una relación entre las variables que describen el sistema. Sería un nudo, simplemente, la unión de varias tuberías en un determinado punto de la red.

El menor número posible de flujos o variables (llamaremos a estas variables, variables de estado) que nos permiten determinar el flujo de agua en todos los tramos de tubería , resulta:

Nº de Variables de Estado = F - Nnudos

donde:

F: es el número de total de flujos que podemos encontrar en la red.

Nnudos: es el número total de nudos del sistema.

En el ejemplo mostrado en la **Fig. 2**, el Nº de Variables de Estado = 3-1 = 2, es decir, se necesita como mínimo el conocimiento de dos variables o flujos para que el sistema quede completamente descrito. Generalizando, precisamos colocar en el sistema al menos tantos medidores como variables de estado, y además situados topologicamente de modo que nos den información de las diferentes variables.

Si disponemos de más medidores que el mínimo exigido para definir todos los flujos de la red, tendremos una redundancia de información que será determinante en los desarrollos posteriores.

Con la definición de variables planteada en las secciones precedentes, utilizamos para describir los flujos de la red las variaciones parciales de niveles Xjp^{in} y Xjk^{out}, considerando que todo flujo del sistema se corresponde obligatoriamente a una salida o entrada en un depósito. Cuando no existe un depósito real asociado a un flujo parcial, se considerará la existencia de un depósito ficticio. Esto nos permitirá sistematizar la formulación de la estimación de flujos.

4. Estimación de máxima probabilidad y redundancia de medidas

La estimación de estado consiste en la asignación de valores a unas variables de estado desconocidas a partir de las mediciones realizadas y de acuerdo con un criterio de estimación preestablecido.

Normalmente, las citadas mediciones están afectadas de error, pero a su vez están interrelacionadas por las ecuaciones de balance, y el proceso de estimación está basado en un criterio estadístico, tal que los valores óptimos asignados a las variables de estado son los que minimizan o maximizan el criterio seleccionado.

Este problema de medida se plantea, por tanto, en los siguientes términos: encontrar la mejor estimación de unas variables desconocidas a partir de unas medidas realizadas que sabemos erróneas. En nuestro caso adoptamos un criterio de "máxima probabilidad", es decir : considerando el error de medida como una variable aleatoria, el proceso de estimación consiste en estimar el valor "más probable" de dichas medidas.

Usamos este criterio por su generalidad de aplicación y por la sencillez con que introduce el concepto de matriz de error ponderado, sobre la que podemos incorporar los conocimientos "a priori" de los errores, según tipo y estado de la instrumentación de medida. Señalemos que, si se admite que la Función

Densidad de Probabilidad (FDP) de los errores de medida tiene una distribución normal o gausiana, obtenemos una estimación por "máxima probabilidad" que coincide con la que se obtendría usando el criterio muy conocido de mínimos cuadrados.

Con este proceso de estimación, la calidad de medida, o la calidad de la estimación, corresponde a la probabilidad de que el valor estimado de la variable de estado coincida con su valor exacto, y depende del error aleatorio de la instrumentación de medida y del grado de redundancia de dichas medidas, es decir, del exceso de medidas disponibles respecto al estricto mínimo necesario para conocer el estado del sistema.

4.1. *Estimación de máxima probabilidad*

Una red simple de abastecimiento, mostrada en la **Fig .3**, nos será útil para indicar como podemos encontrar el estimador de máxima probabilidad.

Sea $Q1^{exacto}$ la cantidad de agua exacta que sale del depósito.

El contador c120 da una lectura Q1medido, cuyo valor sería: $Q1^{medido} = Q1^{exacto} + \zeta 1$

El error aleatorio, $\zeta 1$, modela la incertidumbre de la medida. En primera aproximación, la Función Densidad de Probabilidad de $\zeta 1$, FDP($\zeta 1$), puede considerarse como gausiana de media cero. Usando otra FDP distinta, el método sería igualmente válido. Si suponemos conocida la constante A1 del depósito, podemos escribir:

$$FDP(Q1^{medido}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi * \sigma_1}} * e^{\frac{-(Q1^{medido} - A1 * X1^{OUT})^2}{2\sigma_1^2}}$$

Siendo: $A1*X1^{out} = Q1^{exacto}$
y $\sigma 1$ la desviación estándar de $\zeta 1$.

Si $\sigma 1$ es grande, la medida es imprecisa. Si es pequeña, tenemos un medidor de alta precisión.

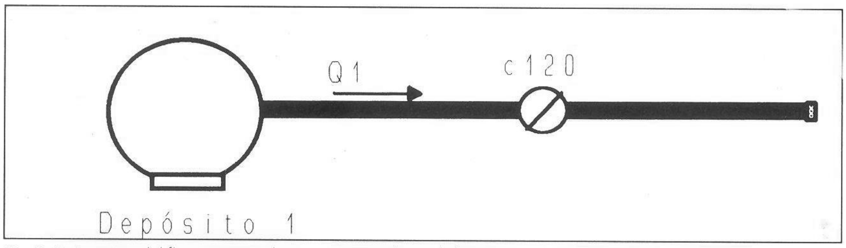

Fig. 3. Estimación del flujo en una tubería, con un solo medidor.

Con estas definiciones, ahora nos planteamos encontrar una estimación de $X1^{out}$ que haga máxima la probabilidad de que la medida $Q1^{medido}$ ocurra.

$$PROB(Q1^{MEDIDO}) = \int_{Q1^{medido}}^{Q1^{medido} + dQ1^{medido}} FDP(Q1^{medido})\, dQ1^{medido} \approx FDP(Q1^{medido}) * dQ1^{medido}$$

Buscamos la máxima probabilidad de $Q1^{medido}$, como función de $X1^{out}$. Como FDP es una función esencialmente positiva (exponencial con exponente negativo) su máximo coincide con el mínimo del exponente :

$\text{máx.}_{(X1out)}$ PROB $(Q1^{medido})$ = máx.$(X1_{out})$ FDP$(Q1^{medido})*dQ1^{medido}$ = min$(X1_{out})$ $\{(Q1^{medido} - A1*X1^{out})^2 / 2\sigma 1^2\}$

Obtenemos dicho mínimo derivando respecto a X1out e igualando a cero. El valor de $X1^{out}$ obtenido es el resultado del proceso de estimación, y lo llamaremos $X1estimado^{out}$:

$\text{máx}_{.(X1out)}$ PROB $(Q1^{medido}) \Rightarrow (Q1^{medido} - A1*X1estimado^{out})*(-A1) / \sigma 1^2 = 0$

y por tanto:

$X1estimado^{out} = Q1medido / A1^{out}$

luego:

$Q1^{estimado} = A1*X1estimado^{out} = Q1^{medido}$

El resultado puede parecer obvio. Nuestra única pretensión era presentar el método.

Si complicamos un poco el sistema (**Fig. 4**), añadiendo otro medidor:

$Q1^{medido} = Q1^{exacto} + \zeta 1$
$Q2^{medido} = Q2^{exacto} + \zeta 2$

$Q1^{exacto} = Q2^{exacto}$

Como $\zeta 1$ y $\zeta 2$ son estadísticamente independientes (considerando que el error asociado a un medidor es independiente del error asociado al otro) :

PROB.$(Q1^{medido}$ y $Q2^{medido})$ = PROB.$(Q1^{medido})$ * PROB.$(Q2^{medido})$ = FDP$(Q1^{medido})$ * FDP(Q2medido) * $dQ1^{medido} * dQ2^{medido}$

De nuevo, siguiendo idéntico razonamiento al anterior, buscamos:

$\min_{(X1out)} \{ [(Q1^{medido} - A1*X1^{out})^2/2\sigma 1^2] + [(Q2^{medido} - A1*X1^{out})^2/2\sigma 2^2] \}$

y resulta:

$X1estimado^{out} = [(Q1^{medido}*\sigma 2^2) + (Q2^{medido}*\sigma 1^2)] / [(\sigma 1^2 + \sigma 2^2) * A1]$

siendo:

$Q1^{estimado} = Q2^{estimado} = A1*X1estimado^{out}$

Observamos que si $\sigma 2 \gg \sigma 1 \Rightarrow Q1^{estimado} = Q2^{estimado} \approx Q1^{medido}$, es decir, si el error asociado al medidor 2 es mucho mayor que el asociado al medidor 1, el valor estimado del caudal será aproximadamente igual a la medida del primer medidor, más fiable. Del mismo modo, si $\sigma 1 \gg \sigma 2 \Rightarrow Q1^{estimado} = Q2^{estimado} \approx Q2^{medido}$. Entre un caso y otro existen infinitas combinaciones, asociadas a los distintos valores de $\sigma 1$ y $\sigma 2$ (o lo que es lo mismo, al grado de precisión de los medidores considerados).

Generalizando, puede comprobarse que, con las hipótesis hechas, la estimación de máxima probabilidad equivale a encontrar el min.(X)J(X), siendo:

$$J(X) = \sum_{i=1}^{Nm} \left(\frac{Qi^{medido} - f_i(X)^2)}{\alpha_i^2} \right)$$

donde:

X es el conjunto de variables de estado a partir del cual podemos calcular el flujo de agua en cualquier punto de la red (los elementos de dicho conjunto X son del tipo Xj^{in}, Xj^{out}, Xjp^{in} o Xjp^{out}).

Qi^{medido} es el valor del flujo de agua que mide el medidor i-ésimo.

fi(X) es la función que permite calcular el valor de flujo medido en el medidor i-ésimo.

σi^2 es la covarianza del medidor i-ésimo.

J(X) es el error residual ponderado

Nm es el número de medidores de flujo independientes de la red considerada.

Al proceso de estimar los valores más probables de un conjunto de variables X minimizando la anterior expresión J(X) se denomina estimación mediante mínimos cuadrados ponderados. Esta estimación corresponde con la del criterio de máxima probabilidad debido a haber considerado que los errores de medida se modelan como números aleatorios con distribución normal.

4.2. *Formulación matricial*

Las funciones fi(X), útiles para plantear las ecuaciones de balance de la red, son lineales, del tipo:
$fi(X) = fi(X1,X2,...,XNs) = Ai1*X1 + Ai2*X2 + \cdots + AiNs*XNs$
donde:

Ns es el número de variables de estado necesario para describir completamente la red estudiada.

Xj (j=1,...,Ns) es una variable del tipo Xj^{in} ,Xj^{out} ,Xjp^{in} o Xjp^{out} (pudiendo ser algún Aij=0).

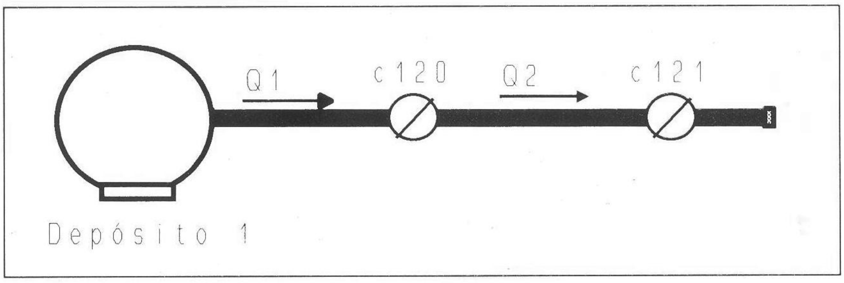

Fig. 4. Estimación del flujo en una tubería con dos medidores.

Con objeto de realizar una formulación matricial de aplicación general, definimos un vector,

$\mathbf{F(X)} = [f1(X),f2(X),...,fNm(X)]^T$.

Planteamos: $\mathbf{F(X) = [H] * X}$
donde:
$\mathbf{X} = [X1,X2,...,XNs]^T$ es el vector de estado.

H es la matriz de rango Nm*Ns que contiene los coeficientes Aij con:

i = 1,...,Nm: Número de medidas, igual al número de medidores disponibles.

j = 1,...,Ns: Número de variables de estado desconocidas que queremos estimar.

Por otra parte, si definimos $Q^{medido} = [Q1^{medido}, Q2^{medido},...,QNm^{medido}]$ como el vector de flujos medidos, podemos escribir de forma compacta el error residual ponderado:

$J(X) = [\,\mathbf{Q^{medido}} - \mathbf{F(X)}\,]\mathbf{T} * [\mathbf{R^{-1}}] * [\,\mathbf{Q^{medido}} - \mathbf{F(X)}]$
donde:

[R] es una matriz diagonal, de rango Nm, siendo $Rii = \sigma i^2$.

Si sustituimos $\mathbf{F(X) = H*X}$ en J(X), y tenemos en cuenta que minimizar J(X) equivale a igualar su gradiente a cero, obtenemos:

$\mathbf{X^{estimado}} = [\,[\,\mathbf{H}\,]^{T} * [\mathbf{R^{-1}}] * \mathbf{H}\,]^{-1} * [\,\mathbf{H}\,]^{T} * [\mathbf{R^{-1}}] * \mathbf{Q^{medido}}$

Podemos calcular así $\mathbf{Q^{estimado}} = \mathbf{F(X^{estimado})} = \mathbf{H*X^{estimado}}$. Este razonamiento precisa que Ns ≤ Nm. Si Ns=Nm, el problema de estimación se reduce a unos valores estimados que coinciden con los medidos. La diferecia Nm-Ns define la redundancia de nuestra instalación de medidas y nos permite, para una precisión dada de la instrumentación (matriz **[R]**), mejorar la precisión de la estimación.

Matemáticamente, el error del medidor se distribuye de acuerdo a una distribución normal o gausiana de derivación estándar

4.3. *Determinación de la* σ *de un medidor*

Asumamos que un medidor tiene las siguientes características:

Medición: 100 m^3.

Precisión de la medida: 2%, o sea, ± 2 m^3.

Esto se interpreta como que el medidor nos da un error de medida inferior a ± 2 m^3 el 99% de las veces que realicemos el proceso de medida. Por tanto, si integramos la FDP del error de medida en todo el intervalo en que se verifique $/Q^{medido}-Q^{exacto}/ \leq 2$, debemos obtener una probabilidad del 99%.

Matemáticamente, el error del medidor se distribuye, como hemos supuesto con anterioridad, de acuerdo a una distribución normal o gausiana de desviación estándar σ. En una distribución de este tipo, si integramos la FDP de la variable medida entre +3σ y -3σ, obtenemos un valor de probabilidad del 99%.

Comparando ambos resultados, podemos concluir que la precisión

El método de estimación de flujos ofrece una serie de novedosas aplicaciones

Tabla 1

	Valores medidos	Valores estimados	Valores calculados a partir de: L1 y C203	L1 y L2	L2 y C203
$Q1^{out}$ (m^3)	66,5	63,834	66,5	66,5	63
$Q2^{in}$ (m^3)	6	6,167	9,5	6	6
$Q3^{in}$ (m^3)	57	57,667	57	60,5	57

de la medida (± 2 m^3) equivale a ± 3 σ. En nuestro ejemplo resulta σ= 2/3 m^3.

5. Aplicación de estimación de flujos en una red de abastecimiento

5.1. *Ecuaciones de balance de la red*

Retomando la red de la **Figura 2**, podemos definir las siguientes ecuaciones de balance:

Ecuaciones de entrada-salida a depósitos:

1) $Q1^{out} = A1 * X1^{out}$

2) $Q2^{in} = A2 * X2^{in}$

3) $Q3^{in} = A3 * X3^{in}$

Ecuaciones de nudo:

4) $Q1^{out} = Q3^{in} + Q2^{in}$

Puesto que Nº Variables de Estado=3-1=2, eliminamos la tercera variable $X3^{in}$ y obtenemos así tres ecuaciones (tantas como medidores hay en el sistema) con dos incógnitas:

$Q1^{out} = A1 * X1^{out}$

$Q2^{in} = A2 * X2^{in}$

$Q3^{in} = A1 * X1^{out} - A2 * X2^{in}$

donde $X1^{out} = \Delta L1$ y $X2^{in} = \Delta L2$

5.3. *Mediciones de flujo*

Tal como ya consideramos en sección 3.1, las medidas disponibles son las de los niveles L1 y L2 y la del caudalímetro C203. Las lecturas de los medidores son:

$\Delta L1 = 66{,}5$ cm.;

$\Delta L2 = 6$ cm.;

C203= 57 m^3.

Si asumimos A1 = 1 m^3/cm. y A2 = 1 m^3/cm., los flujos medidos resultan:

$Q1^{out}$medido = $A1 * \Delta L1 = 66{,}25\ m^3$

$Q2^{in}$medido = $A2 * \Delta L2 = 6\ m^3$;

$Q3^{in}$medido = C203 = 57 m^3.

5.3. *Cálculo de las σ de los medidores*

Suponiendo unos errores de los medidores de ± 2 m^3 para el medidor L1, de ± 0,5 m^3 para L2 y de ±1 m^3 para C203, las σ asociadas resultan:

$\sigma 1 = E(Q1^{out}) / 3 = 2/3\ m^3$

$\sigma 2 = E(Q2^{in}) / 3 = 0{,}5/3\ m^3$

$\sigma 3 = E(Q3^{in}) / 3 = 1/3\ m^3$

5.4. *Estimación de los flujos*

$$\mathbf{X}^{estimado} = [\ [\mathbf{H}]^T * [\mathbf{R}^{-1}] * \mathbf{H}\ ]^{-1} * [\mathbf{H}]^T * [\mathbf{R}^{-1}] * \mathbf{Q}^{medido}$$

donde

[R] es una matriz diagonal, de rango [3*3], con:

$R11 = \sigma 1^2 = 0{,}4444\ (m^3)2$;

R22 = s22 = 0,0278 (m3)2;

$R33 = \sigma 3^2 = 0{,}1111\ (m3)^2$.

El resultado de esta estimación es:

$X1estimado^{out} = 63{,}834$

$X2estimado^{in} = 6{,}167$.

A partir de aquí calculamos los flujos estimados, que presentamos en la **Tabla 1**.

Vemos como la estimación utiliza la información de los errores de los medidores para dar una solución de máxima probabilidad en contraposición a los valores extremos calculados directamente a partir de de las medidas (ver sección 3.1).

6. Conclusiones

El método de estimación de flujos aquí planteado ofrece una serie de posibles aplicaciones de carácter novedoso, entre las que señalamos:

- Conocimiento más preciso de los balances de explotación.
- Detección de fugas en la red.
- Detección de anomalías en la instrumentación de medidas.

Actualmente, en colaboración con la Empresa Municipal de Abastecimiento y Saneamiento de Aguas de Sevilla S.A. (EMASESA), estamos aplicando esta nueva tecnología a una Red de Abastecimiento y se espera obtener proximamente una evaluación de su repercusión práctica.

7. Bibliografía

[1] A. Menéndez, "Control de Procesos por Miniordenador en Tiempo Real", Rev. Eurofach Electrónica, Mayo 1979.

[2] F. R. Hampel, E. W. Ronchetti, P. J. Rousseeuw and W. Stahel, "Robust Statistics: The Approach Based on Influence Funtions.", N.Y. John Wiley, 1986

[3] J. J. Valencia, R. Trejo y M. Rossano, "Linealización de Ecuaciones Para la Solución de Redes Hidraúlicas", Rev. Ingeniería Química, Dic. 1990.

[4] A. Larreategui, "Estado del Arte en la Medición de Magnitudes Hidraúlicas (I): Medición de Caudales en Conducciones Cerradas, en Diámetros Pequeños y Medianos", Rev. Ingeniería del Agua, Vol. 1 Núm. 2 (1994).