

UNIVERSIDAD DE SEVILLA

TESIS

FLUIDODINAMICA DE LA INTERACCION HAZ IONICO PLASMA.
FUSION POR CONFINAMIENTO INERCIAL.

por

Antonio Fernández García-Navas

ESCUOLA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS
INDUSTRIALES DE SEVILLA. BIBLIOTECA

ESCUOLA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS
INDUSTRIALES DE SEVILLA. BIBLIOTECA

ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES

Sevilla, Diciembre 1985.

RESUMEN

RESUMEN

Se ha considerado el movimiento unidimensional, cuasineutro de un plasma (inicialmente frío, de densidad uniforme n_0 y que ocupa el semiespacio $x > 0$) generado por la irradiación de un haz iónico. En el análisis de dicho movimiento se ha incluido la conducción térmica-electrónica, así como el intercambio energético entre iones y electrones. Si los parámetros energía por nucleón y densidad de corriente crecen según la ley $E_b = E_0 (t/\tau)^{2/3}$ y $I_b = I_0 (t/\tau)^{1/3}$ respectivamente, el movimiento del plasma admite solución de semejanza. Esta limitación en la ley de variación con el tiempo de E_b e I_b no supone ninguna restricción, pues el propósito del presente trabajo es establecer la dependencia del movimiento del plasma sobre los parámetros del haz iónico.

En estas condiciones, y suponiendo bajos Z_i , el comportamiento del plasma depende de los parámetros adimensionales

$$\alpha = 1.18 \times 10^{-53} \frac{Z_b^5 A_b^3 [n_0 (\text{cm}^{-3})]^2 I_0 (\text{Acm}^{-2}) [\tau (\text{nseg})]^3}{A_i [E_0 (\text{MeV})]^5},$$

y

$$\beta = 9.5 \times 10^3 \frac{E_0}{A_b (Z_b I_0 \tau)^{1/2}},$$

que contienen los parámetros básicos del haz y del plasma (Z_b es la carga iónica del haz y A_b y A_i son el número másico de

los iones del haz y del plasma respectivamente.

Se ha obtenido el comportamiento asintótico de las ecuaciones que gobiernan el movimiento del plasma para los casos $\alpha \gg 1$ y $\alpha \ll 1$. Para $\alpha \gg 1$, se obtiene un régimen de ablación con una superficie de ablación bien definida (donde la densidad crece asintóticamente a infinito y la temperatura cae a cero) que separa una región de compresión isentrópica, separada a su vez por medio de una onda de choque del plasma sin perturbar, de otra mucho más grande, de expansión, donde tiene lugar la absorción de energía del haz de iones. Para $\alpha \ll 1$, se obtiene un régimen de absorción de energía, donde una onda de rarefacción separa una región de absorción de energía (donde el plasma se calienta y la convección del mismo es despreciable) de otra, mucho más delgada de expansión al vacío.

Deseo expresar mi agradecimiento al Director de esta Tesis, Dr. D. Antonio Barrero Ripoll, Catedrático de Mecánica de Fluidos de la E.T.S.I. Industriales, por sus ideas, ayuda y tiempo, sin los cuales este trabajo no hubiera sido posible. Gracias también a Doña Maria Auxiliadora Echávarri Garcia por la ayuda prestada en el mecanografiado de estas páginas.

INDICE

I. INTRODUCCION.....	1
II. MODELOS DE DEPOSICION DE ENERGIA.....	23
III. FORMULACION DEL PROBLEMA.....	34
IV. ECUACIONES GENERALES EN VARIABLES DE SEMEJANZA.....	41
V. ANALISIS DE LAS ECUACIONES PARA EL CASO $\alpha \gg 1$	49
V.1. Región de compresión isentrópica.....	51
V.2. Región de expansión.....	56
VI. ANALISIS DE LAS ECUACIONES PARA EL CASO $\alpha \ll 1$	62
VI.1 Región de absorción de energía.....	64
VI.2. Región de expansión.....	69
VII. CONCLUSIONES Y DISCUSION DE LOS RESULTADOS.....	71
APENDICE A (Capa intermedia para el caso $\alpha \gg 1$)	
APENDICE B (Presión de ablación y rendimiento hidrodinámico)	
REFERENCIAS.....	98

CAPITULO I

INTRODUCCION

I.-INTRODUCCION

Los recursos energéticos utilizados en la actualidad provienen en un tanto por ciento muy elevado, de los combustibles fósiles y productos orgánicos almacenados en el interior de la tierra. La disminución paulatina de estos recursos energéticos junto con el incremento de los costes de producción y el aumento desmesurado de su consumo, ha hecho que las investigaciones se desvíen hacia otras fuentes alternativas de energía.

La energía obtenida por medio de la fisión nuclear está siendo cada vez más utilizada, llegando a ser en algunos países superior al 50% de la consumida; sin embargo su uso es cada vez más cuestionado debido a que los residuos radiactivos resultantes de las reacciones de fisión nuclear producirían, en caso de accidente, un daño biológico incalculable. La probabilidad de accidente es lo bastante pequeña para que el riesgo pueda ser asumido por algunos sectores sociales y políticos; no obstante, la premisa de probabilidad de accidente pequeña no es seguro que pueda mantenerse indefinidamente si los reactores de fisión se utilizan al ritmo de crecimiento actual de la demanda energética.

Otras fuentes de energía tales como la fusión nuclear, la solar, y la geotérmica están siendo investigadas. Hasta ahora sólo la fusión nuclear parece ser capaz de satisfacer la demanda energética mundial por un tiempo prácticamente ilimitado, ya que proporciona energías por unidad de volumen mucho mayores que cualquier otra fuente de energía.

Como es sabido, la fusión nuclear es el proceso físico responsable de la energía liberada en las estrellas. En este proceso, los núcleos atómicos de dos elementos ligeros fusionan dando lugar a otro más pesado y a una cierta cantidad de energía. Se ha encontrado que dicha reacción se inicia más fácilmente en los núcleos de los isótopos del hidrógeno: deuterio y tritio



El deuterio se encuentra en el agua natural y el tritio, prácticamente inexistente en la naturaleza, es fácilmente producido por la interacción de los neutrones resultantes de la fusión con una envoltura de litio.

La cantidad de energía liberada por este combustible, en caso de fusión, es enorme. Basta decir que el deuterio contenido en un dedal de costura liberaría, si fusionase, una energía equivalente a la que se obtendría si se quemasen 20 toneladas de carbón, o que el deuterio contenido en un litro de agua produciría una energía de fusión igual a la energía química de 300 litros de gasolina.

Sin embargo, las dificultades que lleva consigo la ignición y el control de las reacciones de fusión son formidables. Los núcleos deben vencer, para fusionar, la repulsión que cada uno de ellos ejerce sobre el otro (Barrera de Coulomb) debido a que ambos están cargados positivamente. Tal repulsión puede ser vencida dotando a los núcleos de velocidades relativas grandes. Una forma de conseguir esto es aumentar la

temperatura hasta alcanzar valores tan altos que la velocidad térmica sea suficiente para vencer la repulsión Coulombiana, y se inicie la reacción. Ahora bien, la temperatura necesaria para conseguir lo anterior es del orden de 100 millones de grados Kelvin, Glastone y Lovberg (1960). No obstante, conviene decir que para conseguir la ignición de la reacción de fusión no basta con calentar el combustible a temperaturas tan enormes; en efecto, a estas temperaturas la probabilidad de que una colisión entre dos núcleos desemboque en una reacción de fusión es aproximadamente una por millón, Duderstadt y Moses (1982). Claramente se ve la necesidad de mantener el plasma aislado de las paredes del reactor para evitar que éste se derrita, y además, de mantenerlo confinado durante el tiempo necesario para que el número de reacciones de fusión producidas sea suficiente, para liberar una cantidad de energía mayor o igual a la consumida en llevar al plasma a tales temperaturas. Este requisito es cuantificado matemáticamente mediante el denominado criterio de Lawson que impone la condición

$$E_{\text{fusión}} \geq E_{\text{térmica}} + E_{\text{radiación}} \quad (I-1)$$

La energía liberada dependerá de la cantidad de material que fusiona y del tiempo de confinamiento; suponiendo una mezcla de deuterio y tritio tal que $n_d = n_t = n/2$ la energía liberada puede escribirse como

$$E_{\text{fusión}} = \frac{n^2}{4} \langle v\sigma \rangle Q\tau_c, \quad (I-2)$$

donde $\langle v\sigma \rangle$ es la constante de reacción obtenida al promediar

sobre funciones de distribución de Maxwell la constante $v\bar{\sigma}$ para una velocidad relativa v , Q es la energía liberada por cada reacción de fusión, τ_c es el tiempo de confinamiento y n es la densidad de partículas (número de partículas por centímetro cúbico). Por otra parte, si se supone el modelo de gas ideal y temperaturas iónica y electrónica iguales, la energía térmica por unidad de volumen del plasma viene dada por

$$E_{\text{térmica}} = \frac{3}{2}nkT_i + \frac{3}{2}nkT_e = 3nkT \quad . \quad (\text{I-3})$$

Admitiendo además que las pérdidas de energía por radiación son nulas, de (I-1) se tiene

$$\frac{n^2}{4} \langle v\sigma \rangle Q \cdot \tau_c \geq 3nkT \quad .$$

y

$$n\tau_c \geq \frac{12kT}{\langle v\sigma \rangle Q}$$

Para una temperatura de 10^8 K para la reacción de fusión de deuterio-tritio, se obtiene finalmente el criterio de Lawson (1957)

$$n\tau_c \geq 10^{14} \text{ s cm}^{-3} \quad , \quad (\text{I-4})$$

que expresa la condición que ha de cumplirse para que la energía liberada en la reacción de fusión sea mayor o igual a la consumida para llevar el combustible a las temperaturas necesarias para que éste fusione.

Existen dos formas artificiales de confinar un plasma (en las estrellas el confinamiento se produce de un modo natural debido a las fuerzas gravitacionales). En el método conocido por confinamiento magnético, el plasma se mantiene aislado de las paredes del reactor mediante campos magnéticos, haciendo que la presión magnética $B^2/2\mu_0$ exceda o iguale a la presión térmica nkT . Debido a que las intensidades de los campos magnéticos utilizados por la tecnología actual son limitadas (10^6 Gauss) existe una cota superior para la densidad del plasma y por tanto, teniendo en cuenta el criterio de Lawson, una cota inferior del tiempo de confinamiento del plasma. Para una temperatura de 10KeV ($1\text{Kev} \cong 11000^\circ\text{K}$) y un campo magnético de 10^5 Gauss, el tiempo de confinamiento mínimo es 10^{-3} segundos. Por otro lado, el tiempo de vida de un plasma de deuterio-tritio a esa temperatura en un reactor de 10 cm de longitud característica, es 10^{-7} segundos; por tanto habrá que aumentar sustancialmente el tiempo de confinamiento.

Después de años de investigación, aunque a escala de laboratorio, se está en el umbral para conseguir satisfacer el criterio de Lawson; es decir, de conseguir producir más energía en la fusión que la consumida en calentar y confinar el deuterio-tritio. Por tanto y aunque todavía quedan muchos problemas técnicos que resolver, parece razonable pensar que algún día no muy lejano se obtenga energía de fusión a escala industrial.

El segundo método de confinar un plasma es conocido como confinamiento inercial. En este método una pequeña bola de deuterio-tritio, inicialmente en estado líquido o sólido es

irradiada uniformemente por un pulso de alta energía. La acción del pulso se traduce en una vaporización violenta del material de la superficie exterior de la bola, que se disocia a continuación, y por último se ioniza. Se forma así una corona de plasma caliente y rarificado que se expande hacia el vacío; el material no ionizado es empujado por reacción (motor cohete) hacia el interior de la esfera logrando una reducción del volumen y consiguiendo mediante esta implosión aumentos de densidades grandes. Si la compresión inicial es muy brusca, se origina una onda de choque que se propaga hacia el interior amplificándose por efecto de la convergencia esférica (ver figura I-1). Esta onda de choque, que calienta y comprime el ma

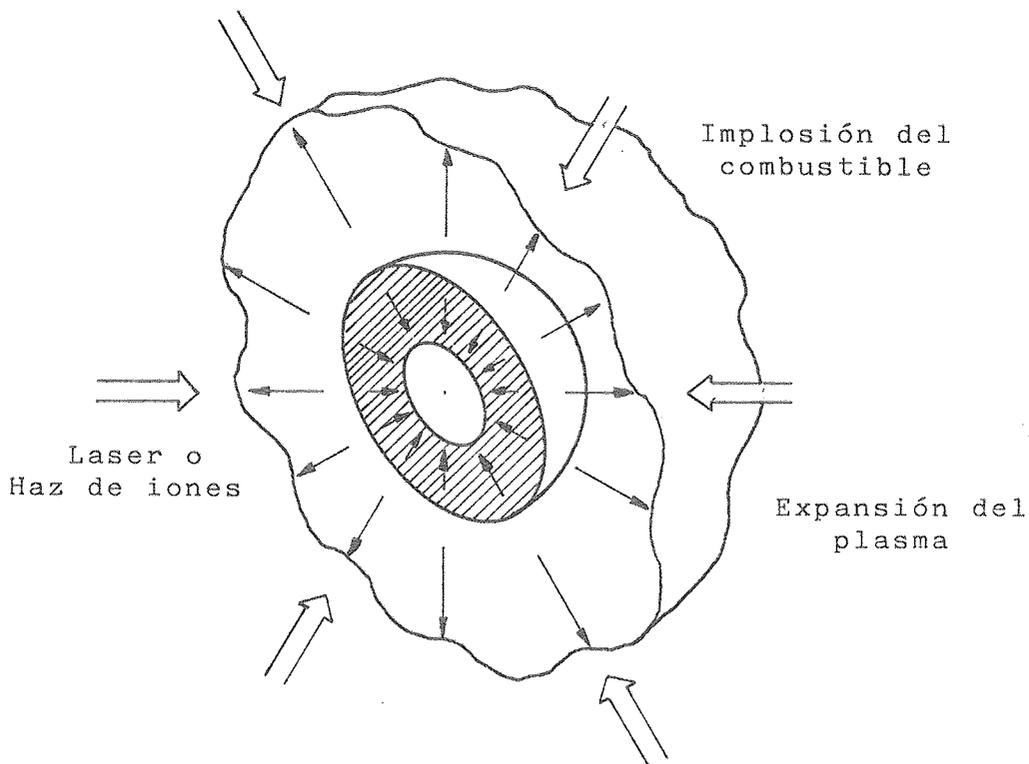


Figura I-1. Implosión de una microbola en la fusión por confinamiento inercial.

terial a la vez que lo deja en movimiento hacia el interior, va seguida por ondas de compresión generadas como consecuencia de la geometría y por ondas de expansión asociadas al movimiento del plasma hacia el vacío. Cuando la onda de choque llega al centro de la bola se refleja propagándose hacia el exterior e incrementando de nuevo la densidad, si bien esta onda va seguida por ondas de expansión que por una parte disminuyen la densidad y por otra atenúan la onda de choque implosiva.

En la compresión mediante una onda de choque no se consiguen densidades elevadas, quedando lejos de los valores necesarios para que se produzca la fusión nuclear, Brueckner y Jorna (1974); en efecto, el incremento de densidad conseguido por medio de una onda de choque está limitado en el sentido de que, aún con presiones infinitas, la densidad máxima es finita, según se deduce de la relación de Hugoniot, $p(\rho)$, que liga la presión p y densidad ρ del fluido a ambos lados de la onda de choque, Courant y Friedrichs (1948), Landau y Lifshitz (1959), como puede verse en la figura I-2.

Las elevadas densidades que se necesitan en la fusión por confinamiento inercial, se pueden conseguir mediante una serie de ondas de choque consecutivas. Sin embargo, el proceso de compresión más efectivo es aquel en el que dicha compresión se realiza de forma isentrópica (ver figura I-2). Compresiones isentrópicas se obtienen si el pulso con el que se irradia la superficie del blanco es tal que las ondas de compresión generadas, que se propagan hacia el interior de la bola, se alcanzan justo en el centro de la misma. De este modo todo el

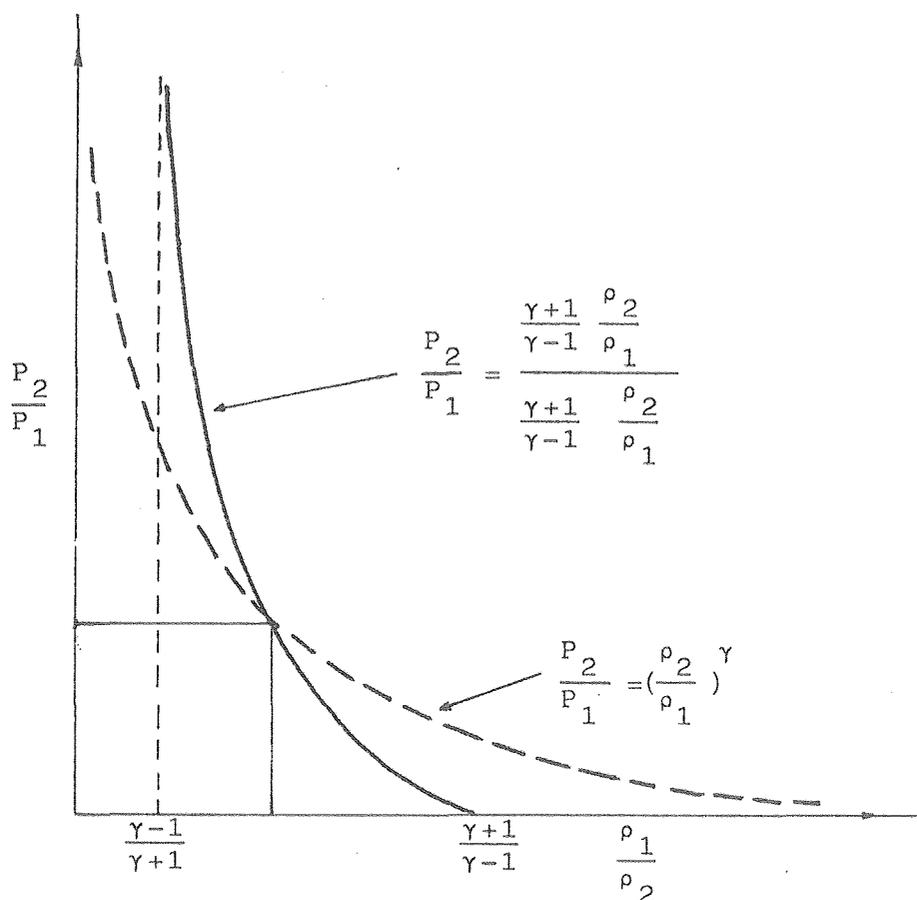


Figura I-2. Esquema de las curvas isentrópica y de Hugoniot.

proceso implosivo se realiza sin degradación de energía, es decir, isentrópicamente, y por tanto las densidades conseguidas son mucho más altas, para la misma presión máxima, que cuando hay onda de choque. En esta región central se inicia la reacción termonuclear; las partículas α liberadas calientan el material adyacente mediante una onda de quemado que se propaga hacia el exterior, Linhardt (1970) produciendo entonces la fusión del material restante.

E. Teller (1973), ha hecho notar que la fusión por confinamiento inercial posee semejanzas con el motor de combustión interna convencional. Estas analogías se ponen de manifiesto distinguiendo las cuatro etapas esquematizadas en la figura I-3:

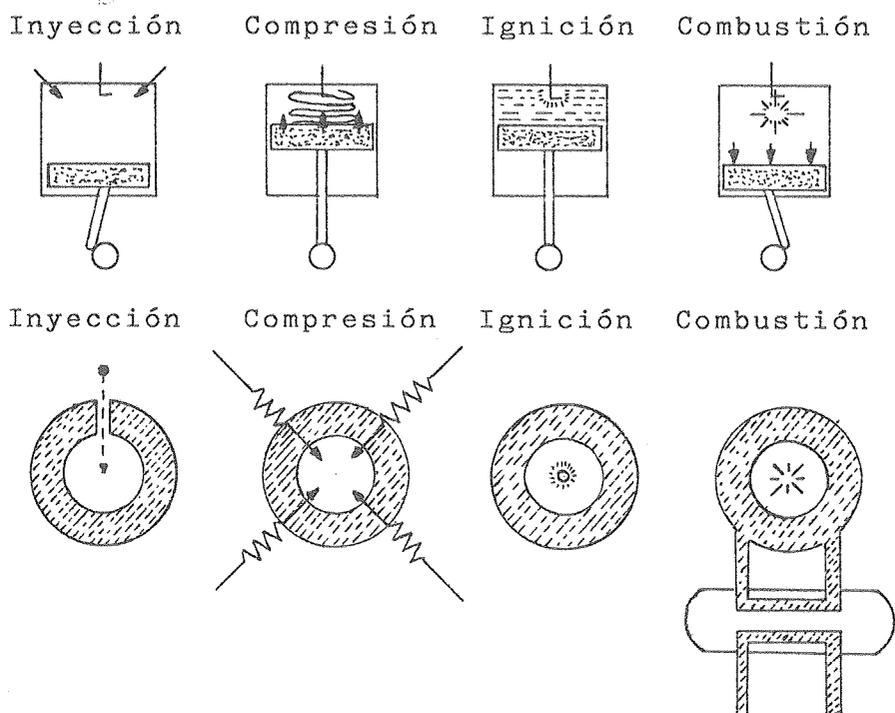


Figura I-3. Analogías entre un motor convencional de gasolina y un reactor nuclear de fusión por confinamiento inercial.

1) Inyección del combustible (aire-gasolina en el motor; deuterio-tritio en el reactor); 2) Compresión mediante un pistón o por medio de un laser o haz de iones; 3) Ignición del combustible (mediante la chispa en una bujía o provocada por las altas temperaturas de la compresión); 4) Combustión (en un caso la energía química produce el movimiento de un pistón; en el reactor la energía liberada en la fusión se recoge en forma de calor).

Como se ve la idea clave en la fusión por confinamiento inercial es por tanto, conseguir densidades muy grandes del material confinado de modo que se produzca la reacción de fusión en un tiempo menor que el tiempo de confinamiento. En efecto como se verá a continuación la energía necesaria para conseguir la fusión nuclear es mucho menor si se consiguen densidades grandes del material confinado. Esto se pone de manifiesto siguiendo los cálculos, realizados por diversos autores, que tienen en cuenta la reducción del combustible en el proceso de quemado. Efectivamente, la ecuación que gobierna la variación de la densidad del combustible (suponiendo mezcla equimolar de deuterio-tritio) es

$$\frac{dn}{dt} = - \frac{n^2}{2} \langle v\sigma \rangle \quad , \quad (I-5)$$

que integrada entre el tiempo inicial y el tiempo de confinamiento proporciona

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n_0} = \frac{1}{2} \langle v\sigma \rangle \tau_c \quad , \quad (I-6)$$

donde n_0 es la densidad inicial. La velocidad del sonido c_s , característica de un plasma en expansión libre al vacío, permite relacionar el tiempo de confinamiento con el tamaño inicial de la esfera. Para una esfera de radio R , el tiempo de confinamiento es $\tau_c = aR/c_s$ donde a es una constante. Un valor de a , razonable y usualmente tomado, es $1/4$ debido a que la mayoría de la masa contenida en una esfera se encuentra en la parte más exterior de la misma. Definiendo ahora la fracción de quemado como

$$f_b = \frac{n_o - n}{n_o} = 1 - \frac{n}{n_o} \quad , \quad (I-7)$$

y teniendo en cuenta la ecuación (I-6) se obtiene

$$f_b = \frac{\rho R}{8m_i c_s / \langle v \sigma \rangle + \rho R} \quad , \quad (I-8)$$

donde $\rho = nm_i$. El valor de $8m_i c_s / \langle v \sigma \rangle$ es 6.3, para una mezcla de deuterio - tritio a una temperatura de 20 KeV, por tanto resulta finalmente

$$f_b = \frac{\rho R}{6.3 + \rho R} \quad , \quad (I-9)$$

de donde $\rho R = 0.33 \text{ g cm}^{-2}$ si se supone una eficiencia de quemado del 5%. Si la densidad alcanzada es de 0.3 g cm^{-3} (sin compresión apreciable) la bola debe tener un radio de 1.1 cm y la cantidad de energía requerida para elevar el combustible a la temperatura de ignición es de

$$E = 3nkT \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = 4.1 \times 10^9 \text{ J} \quad ,$$

para una m_i (masa de la mezcla de deuterio-tritio) de 4×10^{-24} gramos. Esta energía debe ser consumida en un tiempo del orden del nanosegundo por tanto la potencia requerida será del orden de 10^6 Tw ; mayor que la instalada actualmente en el mundo. La potencia eléctrica instalada en España es aproximadamente igual a 35 Gw, es decir 10^7 veces menor. Sin embargo si se comprime la esfera hasta densidades de 1000 g cm^{-3} la energía necesaria para conseguir la misma temperatura es sólo 10^3 J y la

potencia requerida es del orden de 100 Tw que resulta mucho más fácil de conseguir (ya se han conseguido potencias de 30 Tw utilizando pulsos de laser, SHIVA, como haces de iones ligeros, PBFA-I).

Teniendo en cuenta la fracción de quemado y suponiendo que ésta debe de ser al menos de un 30%, un criterio alternativo al criterio de Lawson puede obtenerse, en la fusión por confinamiento inercial. Este criterio requiere que $\rho R > 3 \text{ g cm}^{-2}$ que en términos de n y τ_c es

$$\rho R = 3 \text{ g cm}^{-2} = n \tau_c = 2 \times 10^{15} \text{ s cm}^{-3} .$$

Esto quiere decir que un quemado termonuclear eficiente requiere un valor $n \tau_c$ muy superior al criterio de Lawson.

Resumiendo lo anterior se puede decir que para la obtención del plasma denso y frío (baja entropía específica) de seado es necesario que la energía fluya desde la corona hacia el interior de la esfera con una ley temporal adecuada que resulte en un trabajo de compresión lo más isentrópico posible. Se deduce, por tanto que la fluidodinámica de la interacción pulso de alta energía con la materia, que depende de la geometría del blanco, así como de los parámetros característicos del pulso utilizado, juega un papel fundamental en el proceso de fusión por confinamiento inercial y afecta en particular, a los objetivos siguientes:

- A) La energía perdida en la expansión hacia el vacío debe ser mínima.

B) El flujo de masa y energía hacia el interior de la esfera debe maximizarse con objeto de obtener la compresión y el aumento de densidad deseado.

C) La entropía debe mantenerse baja en el interior de la esfera,

Hasta el momento presente, se han considerado dos sistemas para provocar la implosión de la esfera de deuterio-tritio: el laser, y el haz de partículas cargadas (electrones, iones ligeros e iones pesados).

El laser es por muchos conceptos el sistema ideal para irradiar el blanco, ya que genera pulsos muy cortos que pueden ser fácilmente focalizados sobre la superficie de esferas de tamaño pequeño. Un parámetro de gran importancia en la fusión por laser es la densidad crítica. En efecto, si se considera el índice de refracción de la luz laser al propagarse en un plasma, éste depende de la frecuencia del laser ω , y de la frecuencia electrónica del plasma ω_p , Duderstadt y Moses (1982) y tiene la expresión

$$i = \left[1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (\text{I-10})$$

donde $\omega_p^2 = e^2 n_e / \epsilon_0 m_e$ (siendo e , m_e , n_e la carga y masa del electrón y la densidad electrónica respectivamente y ϵ_0 la permisividad en el vacío). Cuando la frecuencia del plasma es mayor que la del laser, $\omega_p > \omega$, el índice de refracción se hace imaginario lo que significa que la luz no puede propagarse. El límite para que la luz laser pueda propagarse es por tanto

$\omega_p = \omega$ que proporciona un valor de la densidad

$$n_{cr} = \frac{\epsilon_0 m_e \omega^2}{e^2}, \quad (I-11)$$

llamada densidad crítica, por encima de la cual la luz laser es reflejada no pudiendo penetrar en el interior de la esfera de deuterio-tritio. Por el contrario, para un plasma subdenso, $n_e < n_{cr}$, el mecanismo de absorción de energía es el conocido con el nombre de bremsstrahlung inverso (el campo eléctrico de la onda de luz induce oscilaciones en los electrones). Desde el punto de vista corpuscular significa que los electrones absorben un fotón y adquieren una energía cinética adicional. La longitud de absorción asociada a este proceso, para un laser de $1\mu\text{m}$ de longitud de onda (laser de Neodimio) a la temperatura de 10 KeV, y con una densidad crítica de 10^{21} cm^{-3} es 0.5 cm, mientras que para un laser de longitud de onda de $10\mu\text{m}$ (laser de CO_2) es de 50 cm. Debido al tamaño de la corona de plasma que rodea a la esfera de deuterio-tritio, del orden de 0.5 cm, el bremsstrahlung inverso no puede resultar un factor apreciable en el mecanismo de absorción de la luz en la fusión por laser, pues la condición requerida para que la radiación de bremsstrahlung sea significativa es que la longitud de absorción sea mucho menor que el tamaño de la corona.

Existen sin embargo, otros mecanismos de absorción de la luz, conocidos con el nombre de procesos paramétricos (absorción anómala), debidos a las fluctuaciones turbulentas de

carga en el plasma. Por este mecanismo la energía del laser es absorbida por los electrones situados en el entorno de una superficie (superficie crítica) donde la densidad del plasma es tal que se iguala a la del laser, Kaw y Dawson (1969), DeGroot y Katz (1973), Kruer y otros (1970), Kruer y Valeo (1973), Bruckner y Jorna (1974).

Mediante conducción térmica-electrónica la energía es transferida a los electrones colindantes, y pasa a los iones mediante colisiones desde donde por convección es transportada hacia la zona densa.

La hidrodinámica de la interacción laser-plasma es bien conocida y ha sido ampliamente estudiada tanto en extensos cálculos de simulación numérica como en análisis teóricos aproximados, para geometrías planas y esféricas, Mason y Morse (1975), Gitomer y otros (1977), Max y otros (1980), Barrero y Sanmartín (1977,1980), Sanmartín y Barrero (1978), Sanz y otros (1981), Ramis y Sanmartín (1983), Nicolas (1984).

El laser es el sistema ideal para conducir la implosión de la bola de deuterio-tritio, y se piensa que en el futuro, cuando la tecnología sea capaz de construir lasers de la potencia adecuada, será el medio utilizado para producir energía de fusión. Sin embargo, su alto coste así como su gran ineficiencia en convertir la energía eléctrica en luz coherente (aproximadamente un 0.2% para el laser de Neodimio que hasta ahora ha sido el más utilizado, y algo menor del 5% para el laser de CO_2) ha hecho que parte de los investigadores desvíen su atención hacia otras alternativas, como los haces

de partículas cargadas, aunque el estudio de la interacción laser-plasma siga siendo interesante desde muchos puntos de vista.

Los haces de partículas cargadas son producidos en generadores mediante la aceleración de electrones o iones utilizando diferencias de potencial. El coste de los generadores es relativamente barato y su eficiencia mucho más alta que la de los lasers, alrededor de un 30%; por tanto si pulsos intensos pueden ser focalizados sobre el blanco, la deposición de energía puede ser muy efectiva y conducir al proceso de implosión de la bola de deuterio-tritio. El estudio de la deposición de energía de un haz de partículas cargadas al incidir sobre la materia se ha pospuesto al Capítulo II.

Los haces de electrones son los menos eficientes en transportar energía al núcleo frío y denso de la bola; además la fuerte radiación de rayos X emitida, debida a las colisiones con los iones del plasma, pueden atravesar la corona de plasma rarificado y calentar la zona interior de la bola. También su pequeña masa dificulta la focalización sobre el blanco.

Recientemente el haz de iones ligeros ha sido propuesto como sistema alternativo para provocar la implosión de la bola de deuterio-tritio. Varias razones justifican esta propuesta; con respecto a los haces de electrones, los haces de iones ligeros son más fáciles de focalizar, no producen radiación de rayos X y son más eficientes.

Ventajas del haz iónico con respecto al laser son:

1) No produce en el plasma efectos tales como turbulencia, electrones supratérmicos que aumentan la entropía y dificultan por tanto la iniciación de la reacción de fusión termonuclear.

2) No existe una densidad crítica asociada a la deposición de energía. Los iones pueden penetrar en el interior del blanco y conducir un proceso de implosión más eficiente. Además la eficiencia en la absorción de energía es prácticamente del 100% ya que el haz iónico no es reflejado desde el blanco. Estos dos efectos combinados permiten al haz iónico conseguir eficiencias en la implosión del orden del 30%; muy por encima a las conseguidas con el laser.

También hay que hacer notar que la deposición de energía como consecuencia de la utilización de haces de iones ligeros se concentra sobre todo cerca del final del recorrido del ion, como puede verse en la figura I-4, lo que permite al material exterior de la bola servir como capa de empuje a la región donde el material es depositado. Por el contrario en el laser la densidad de la parte exterior del material es subcrítica y por tanto se expande al vacío sin poder realizar la misión de capa de empuje. En el caso del haz electrónico la deposición de energía es aproximadamente constante en todo el recorrido del electrón (ver figura I-4).

Otra ventaja adicional es el avanzado desarrollo de la tecnología de los aceleradores de iones ligeros, así como su coste relativamente bajo.

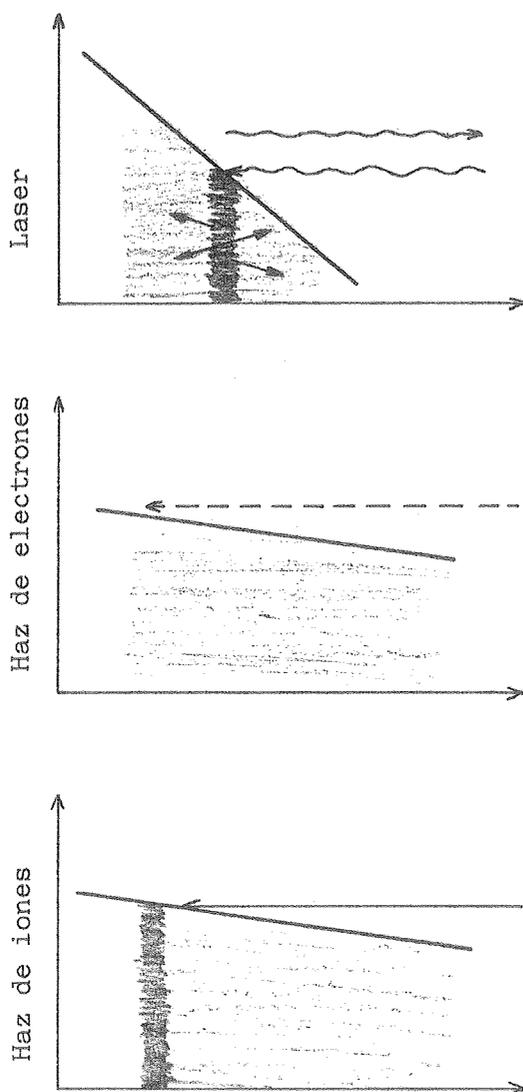


Figura I-4. Diferentes formas de deposición de energía: laser, haz de electrones y haz de iones.

El interés en los haces de iones se ha extendido recientemente a los haces de iones pesados, que poseen algunas ventajas sobre los ligeros como son: más fácil focalización debido a su mayor masa (inercia), pulsos mucho más intensos y por tanto menor exigencia en la densidad de corriente. Sin embargo el tamaño de los aceleradores de iones pesados así como su coste es mayor que cualquiera de los generadores de las alternativas anteriores

La fluidodinámica de la interacción haz iónico-plasma ha sido considerada en extensos cálculos numéricos que simulan la física implicada, Clauser (1975), Shearer (1975), Clauser y otros (1977), Kindel y Lindman (1979), Evans (1981), Velarde y otros (1983, 1985). Otros trabajos de carácter analítico han sido recientemente tratados: para geometrías planas, Barrero y Fernández (1982), encontraron una solución de semejanza cuando la velocidad térmica-electrónica es mucho mayor que la velocidad del haz; también se ha analizado, Evans (1983) un modelo muy simple en el que se calienta el blanco mediante haces de partículas cargadas. Para geometrías esféricas, Sanz y otros (1984), se ha estudiado la expansión casi estacionaria de la corona de plasma generada por la interacción de un haz de iones ligeros con un plasma.

El presente trabajo está encaminado a establecer como la fluidodinámica de la interacción haz iónico-plasma depende de los parámetros básicos del haz: energía por nucleón, densidad de corriente y tiempo de duración del pulso. Se ha considerado para ello el movimiento plano y cuasineutro de un plasma inicialmente frío y de densidad uniforme n_0 , que ocupa el semiespacio $x > 0$, generado por la irradiación de un haz iónico. En el análisis de dicho movimiento se ha incluido la conducción térmica-electrónica, así como el intercambio energético entre iones y electrones. Si los parámetros energía por nucleón y densidad de corriente varían según la ley $E_0 = E_0 (t/\tau)^{2/3}$, y $I_0 = I_0 (t/\tau)^{1/3}$ respectivamente, el movimiento del plasma admite solución de semejanza. Esta limitación en la ley de variación con el tiempo de los parámetros anteriores no supone ninguna restricción, pues el propósito del trabajo aquí ex-

puestos, es como ya se ha dicho, establecer la dependencia del movimiento del plasma sobre los parámetros del haz iónico.

En estas condiciones y suponiendo bajos Z_i , la conducta del movimiento del plasma depende de dos parámetros adimensionales

$$\alpha = 1.18 \cdot 10^{-53} \frac{Z_b^5 A_b^3 [n_o (\text{cm}^{-3})]^2 I_o (A \text{cm}^{-2}) [\tau (\text{nseg})]^3}{A_i [E_o (\text{MeV})]^5},$$

y

$$\beta = 9.5 \cdot 10^3 E_o A_b^{-1} (Z_b I_o \tau)^{-1/2},$$

que contienen los parámetros básicos del haz y del plasma (Z_b es la carga iónica del haz, y A_b y A_i son el número másico de los iones del haz y del plasma respectivamente).

Se ha obtenido el comportamiento asintótico de las ecuaciones que gobiernan el movimiento del plasma para los casos $\alpha \gg 1$ y $\alpha \ll 1$. Para $\alpha \gg 1$, se obtiene un régimen de ablación con una superficie de ablación bien definida (donde la densidad crece asintóticamente a infinito y la temperatura cae a cero) que separa una región de compresión isentrópica, separada a su vez por medio de una onda de choque del plasma sin perturbar, de otra mucho más grande de expansión, donde tiene lugar la absorción de energía del haz de iones. Para $\alpha \ll 1$, se obtiene un régimen de calentamiento, donde una onda de rarefacción separa una región de absorción de energía (donde el plasma se calienta y donde su convección es despreciable) de

otra, mucho más delgada de expansión.

En el Capítulo II se presentan distintos modelos de de posición de energía. En el Capítulo III se discute la física del problema y se formulan las ecuaciones. En el Capítulo IV se introducen las variables de semejanza y los parámetros adi dimensionales. Los Capítulos V y VI contienen el análisis detallado de los dos casos considerados. En el Capítulo VII se discuten los resultados obtenidos y en los Apéndices A y B se incluyen detalles matemáticos de la superficie de ablación y de la presión de ablación respectivamente.

CAPITULO II

MODELOS DE DEPOSICION DE ENERGIA

II.-MODELOS DE DEPOSICION DE ENERGIA

Una partícula cargada rápida que atraviesa la materia sufre colisiones con los átomos y con ello pierde energía. Los átomos al recibir energía cambian su estructura excitándose primero e ionizándose después. Si la partícula es un ion las colisiones con los electrones y con los núcleos atómicos tienen consecuencias distintas. Los electrones, por ser ligeros, pueden absorber cantidades importantes de energía de la partícula incidente sin provocar desviaciones importantes en su trayectoria, mientras que los núcleos, por tener más masa, absorben muy poca energía; sin embargo, debido a su mayor carga producen la dispersión de la partícula incidente. Por tanto, las pérdidas de energía del ion incidente tienen lugar, casi por completo, en los choques con los electrones. Cuando las partículas incidentes son electrones, tiene lugar tanto pérdida de energía como dispersión en los choques con los electrones.

Así pues, un haz de iones es frenado cediendo su energía a los electrones del medio sobre el que incide. Las colisiones responsables de esta transferencia de energía pueden ser elásticas (debidas a los electrones libres que conservan su estado energético), e inelásticas (debidas a los electrones ligados que varían su estado energético). El número de electrones libres en el plasma viene dado por la ecuación de Saha, y suponiendo una distribución espacial uniforme de los mismos puede calcularse el número de electrones ligados como la diferencia entre la distribución de Thomas -Fermi y la

densidad de electrones libres. La contribución de cada grupo de electrones al proceso de frenado es calculada por separado.

La energía transferida por una partícula cargada de masa M_1 al colisionar con un electrón puede expresarse en función del parámetro de impacto b (mínima distancia entre la partícula y el electrón), además de otros parámetros como la carga de la partícula Ze , su velocidad v , y la masa del electrón m . Ahora bien, al calcular la energía total transferida por unidad de longitud al considerar N átomos con Z_i electrones por átomo, la integral que resulta diverge debido a que la sección eficaz de Rutherford se hace infinita y por tanto hay que estimar el valor del parámetro de impacto máximo, tal que, para parámetros de impacto mayores la energía transferida es nula. Bohr propuso que el parámetro de impacto máximo debía ser la distancia que hace que el tiempo de colisión $\sim b/v$ sea comparable al periodo del movimiento orbital. Bohr (1913,1915) justificó esta propuesta con cálculos rigurosos basados en las siguientes hipótesis: la trayectoria de la partícula cargada es prácticamente una línea recta, la masa $M_1 \gg m$, y existe un parámetro de impacto intermedio b_1 para el cual las colisiones con $b > b_1$ pueden ser tratadas como inelásticas y para $b < b_1$, el tiempo de colisión es muy pequeño comparado con el periodo de movimiento orbital y los electrones pueden ser considerados como libres. Bohr obtuvo la siguiente expresión

$$\Delta E(b) = \frac{2Z^2 e^4}{mv^2 b^2} \left[\xi^2 k_1(\xi) + \frac{\xi^2 k_0(\xi)}{\gamma} \right], \quad b > b_1 \quad (\text{II-1})$$

donde $\xi = b/b_{\max}$, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$, $\beta = v/c$ y $k_0(\xi)$ y $k_1(\xi)$ son funciones de Bessel modificadas de orden 0 y 1 respectivamente, Abramowitz y Stegun (1970), $\Delta E(b)$ es la energía cedida a un electrón, considerando un campo eléctrico uniforme y siendo ésta la única fuerza que actúa. Para $b < b_1$ Bohr obtiene una expresión para los electrones libres

$$E(b) = \frac{2Z^2 e^4}{mv^2} \frac{1}{b^2 + b_{\min}^2}, \quad (\text{II-2})$$

donde $b_{\min} = Ze^2/\gamma mv^2$, es el parámetro de impacto correspondiente a la energía máxima transferida; es decir, la correspondiente a una colisión frontal. Esta expresión es válida para cualquier parámetro de impacto siempre que $\beta \ll 1$. Para $b > b_1$ la pérdida de energía clásica por unidad de longitud, considerando $b \ll b_{\max}$ y $b \gg Ze^2/\gamma mv^2$, viene dada por la expresión

$$\frac{dE}{dx} = NZ_i \frac{4\pi e^4 Z_b^2}{mv^2} \left[\ln \left(\frac{1.123mv^3 \gamma^2}{Z_b e^2 \omega} \right) - \frac{\beta^2}{2} \right]. \quad (\text{II-3})$$

Este resultado es el obtenido por Bohr en su artículo clásico sobre pérdida de energía en 1915, y es válido para partículas α y núcleos más pesados que sean relativamente lentos. Sin embargo para partículas ligeras las modificaciones mecanocuánticas hacen que falle el resultado clásico. Los efectos cuánticos a considerar son: carácter discreto de los posibles intercambios de energía; y las limitaciones debidas a la naturaleza ondulatoria de las partículas y al principio de incertidumbre.

La cantidad de energía clásica que se transmite por colisión, es en general muy pequeña comparada con el potencial de ionización e incluso con la energía de excitación menor del átomo. Como la energía debe transmitirse en saltos cuánticos definidos, una cantidad de energía tan pequeña no puede ser absorbida por el átomo. Afortunadamente el resultado clásico puede aplicarse en sentido estadístico si se reinterpreta su significado. Si se considera un gran número de colisiones, por término medio sí se transfiere una pequeña cantidad de energía. Sin embargo, ésta no se transfiere en cada colisión. En la mayor parte de las colisiones no hay transferencia energética. Pero en algunas, tiene lugar una excitación apreciable que lleva a un pequeño valor medio al considerar muchas colisiones.

La otra modificación cuántica importante procede de la naturaleza ondulatoria de las partículas. Como consecuencia del principio de incertidumbre puede definirse un parámetro de impacto mecanocuántico mínimo $b_{mc} = h/\gamma mv$, de forma que si el parámetro de impacto b_{min} es menor que b_{mc} , fallan los conceptos clásicos. y si es mayor, la fórmula de Bohr puede ser utilizada.

Bethe (1930) tuvo en cuenta estos efectos obteniendo un resultado teórico cuántico que más tarde fue mejorado por Fano (1963) llegando a la expresión

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi N Z_b^2 e^4}{mv^2} \left[\ln \frac{2mv^2}{I} - \ln(1-\beta^2) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right], \quad (\text{II-4})$$

donde \bar{I} es el potencial de ionización medio del átomo, y δ representa una corrección que nace de considerar un medio condensado en vez de un gas diluido. Sin embargo esta expresión no es válida para bajas energías debido a que diverge cuando $2mv^2$ es menor que \bar{I} .

Una expresión para determinar la carga efectiva de los iones del haz que coincide bastante bien con los resultados obtenidos experimentalmente es, Brown y Moak (1972)

$$Z_b = Z_1 \left[1 - 1.034 \exp(-137.048 / Z_1^{0.69}) \right]$$

donde Z_1 es el número atómico del ion incidente.

Para bajas energías Linhard y otros (1963) suponen una descripción Thomas-Fermi de la nube de electrones ligados y predicen que la energía depositada por unidad de longitud varía como la raíz cuadrada de la energía incidente

$$\frac{dE}{dx} = C_{lss} E^{1/2} \quad , \quad (II-5)$$

donde

$$C_{lss} = k(E_1/1.6 \times 10^{-19})^{1/2} / (R_b \times 10^4) \quad , \quad (\text{KeV}^{1/2}/\mu\text{m})$$

$$E_1 = (1+A)Z_1Z_2e^2/Aa \quad , \quad (\text{KeV})$$

$$a = 0.4683(Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3})^{-1/2} \times 10^{-8} \quad , \quad (\text{cm})$$

$$A = A_2/A_1$$

$$R_b = (1+A)^2 / 4\pi A Z_2 a^2 ,$$

$$k = \frac{0.0793 Z_1^{2/3} Z_2^{2/3} (1+A)^{3/2}}{(Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3})^{3/4} A_2^{1/2}} ,$$

y donde Z_1, Z_2, A_1, A_2 son los números y pesos atómicos de las partículas incidentes y del material de frenado respectivamente.

Para bajas energías, se hace significativa la contribución al frenado de los iones, de las colisiones elásticas de éstos con los núcleos del material de frenado. Esta importancia es aún mayor para altos números atómicos de los iones incidentes y material de frenado. La contribución de los núcleos a la deposición de energía puede ser expresada, Steward y Wallace (1970), Linhard y Scharff (1964), por

$$\left. \frac{dE}{dR} \right|_{\text{nuc}} = C_n \epsilon^{1/2} \exp[-45.2(C'_n \epsilon)^{0.277}] , \quad (\text{MeV/gcm}^{-2}) \quad (\text{II-6})$$

donde

$$R = \rho x$$

$$C_n = 4.14 \times 10^6 \left(\frac{A_1}{A_1 + A_2} \right)^{3/2} \left(\frac{Z_1 Z_2}{A_2} \right)^{1/2} (Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3})^{-3/4} ,$$

$$C'_n = \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2} \frac{1}{Z_1 Z_2} (Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3})^{-1/2} ,$$

$$\epsilon = \frac{E}{A_1} , \quad (\text{MeV/uma})$$

Los modelos de Bethe y de Linhard describen adecuadamente, la deposición de energía por los iones en un material poco ionizado Ziegler (1972). Sin embargo en fusión por confinamiento inercial se deposita suficiente energía para calentar el combustible a varios cientos de electrón voltios. A estas temperaturas existe una ionización apreciable del material y los electrones libres contribuirán significativamente a la deposición de energía.

También hay que considerar la contribución al frenado de los iones incidentes, de los llamados efectos colectivos. Debye demostró a partir de ciertas aproximaciones, que el campo de una carga puntual en un electrólito varía como $(1/r)\exp(-R/\lambda_D)$; a distancias r superiores a λ_D , partículas de signo opuesto hacen de pantalla al campo eléctrico de la carga y el potencial de Coulomb se atenúa exponencialmente. Está claro que la distancia de apantallamiento es una medida de la longitud en que la densidad electrónica puede diferir en forma apreciable, de la densidad iónica multiplicada por el número atómico, Spitzer (1962), y por tanto y debido a la tendencia de un plasma a ser neutro macroscópicamente se producen fenómenos colectivos, como oscilaciones de plasma.

Se puede calcular la contribución a la deposición de energía de los fenómenos colectivos utilizando la función de respuesta dieléctrica de un plasma denso, que mide la polarización producida por los iones del haz, Bekefi (1972), así

$$\frac{dE}{dx} = - \frac{2e^2}{\pi} \int_0^{\infty} k dk \int_0^1 \mu d\mu I_m \left[\frac{1}{D(k; \omega = k\mu v)} \right], \quad (\text{II-7})$$

donde k es el número de onda, $\mu = \cos\theta = \bar{k}\bar{v}/kv$, D es la función de respuesta dieléctrica y ω es la frecuencia.

Usando un modelo simple para describir el efecto de las colisiones se obtiene una función de respuesta dieléctrica en la forma , Nardi y otros (1978), Bekefi (1972)

$$D(k, \omega) = 1 + 2x^2 \left[1 + xZ(\zeta) \right] \omega_p^2 / \omega^2$$

donde $\zeta = x + iy$, $x = \omega/kv_t$, $y = \nu/kv_t$, ν es la frecuencia de colisiones, $Z(\zeta)$ es la función de dispersión del plasma y v_t es la velocidad térmica-electrónica $v_t = (2kT/m)^{1/2}$. Al ser la función de respuesta dieléctrica de forma clásica (sin correcciones mecánicas) es necesario truncar la integración, Nardi y otros (1978), en $K_{\max}^{-1} = e^{-\gamma} h/mv_t$, donde $\gamma = 0.5772$ en orden a evitar que diverja.

Utilizando la teoría clásica de colisiones binarias Spitzer (1962), Krall y Trivelpiece (1973), para parámetros de impacto menores que la longitud de Debye y teniendo en cuenta, oscilaciones en plasma en distancias superiores a la longitud de Debye, Pines y Bohm (1952), Butler y Buckingham (1962), Jackson (1975) se obtiene la expresión

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\omega_p^2 Z_b^2 e^2}{c^2 \beta^2} G(y_e) \ln \Lambda \quad , \quad (\text{II-8})$$

considerada normalmente como una buena aproximación de la contribución de los electrones libres a la energía depositada por unidad de longitud y donde

$$G(\xi) = \operatorname{erf}(\xi^{1/2}) - 2\left(\frac{\xi}{\pi}\right)^{1/2} e^{-\xi} ,$$

$$y_e = \left(\frac{m_e c^2 \beta^2}{2kT_e}\right)^{1/2} ,$$

$$\ln \Lambda = \frac{0.764 \beta c}{b_1 \omega_p} ,$$

$$b_1 = \max \left[\frac{e^2 Z_1}{m_e v_{rel}^2} , \frac{h}{2m_e v_{rel}} \right] ,$$

$$v_{rel} = \left(v_b^2 + \frac{2kT_e}{m_e}\right)^{1/2} ,$$

$$\omega_p^2 = \frac{e^2 n}{\epsilon_0 m_e} .$$

En resumen la deposición de energía depende de la temperatura y la densidad del blanco. En un principio serán los electrones ligados los que contribuyan al frenado de los iones de carga Z_b , que al penetrar en el blanco variarán su velocidad aumentando la temperatura del blanco, por lo que Z_b variará y el material se ionizará comenzando a contribuir los electrones libres a la deposición de energía, contribución que cada vez será mayor hasta llegar a ser casi exclusiva. El grado de ionización y por tanto la importancia relativa de los electrones libres a la deposición de energía viene dado por la ecuación de Saha.

En materiales de bajo Z_i , a temperaturas relativamente bajas el material se encuentra totalmente ionizado, es decir,

la energía del haz necesaria para liberar todos los electrones es muy pequeña comparada con la energía depositada, por lo que se puede considerar que sólo los electrones libres contribuyen a la deposición de energía.

CAPITULO III

FORMULACION DEL PROBLEMA

III.- FORMULACION DEL PROBLEMA

Se considera un plasma totalmente ionizado que ocupa el semiespacio $x > 0$, a una temperatura cero y densidad n_0 . En el instante inicial un haz iónico incide sobre el plasma dando lugar a un movimiento unidimensional del mismo. Las ecuaciones macroscópicas de continuidad y cantidad de movimiento del haz (suponiéndolo frío) y de continuidad, cantidad de movimiento y entropía para las especies j (e, electrones, i, iones) del plasma son respectivamente

HAZ

$$\frac{Dn_b}{Dt} + n_b \frac{\partial v_b}{\partial x} = 0 \quad , \quad \left[\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x} \right] \quad , \quad (\text{III-1})$$

$$m_b n_b \frac{Dv_b}{Dt} = -\Sigma R_j \quad . \quad (\text{III-2})$$

PLASMA

$$\frac{Dn_j}{Dt} + n_j \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad , \quad (\text{III-3})$$

$$m_j n_j \frac{Dv_j}{Dt} = - \frac{\partial}{\partial x} (n_j k T_j) + q_j n_j E + R_j + L_j \quad , \quad (\text{III-4})$$

$$n_j T_j \frac{D}{Dt} \left[k \ln \frac{T_j^{3/2}}{n_j} \right] = - \frac{\partial}{\partial x} \left[K_j \frac{\partial T_j}{\partial x} \right] + H_j + R_j v_b \quad , \quad (\text{III-5})$$

donde m, q, n, v, T son la masa y carga por partícula, densidad, velocidad macroscópica y temperatura respectivamente. E y R representan el campo eléctrico y la cantidad de movimiento

por unidad de volumen y tiempo transferida desde el haz respectivamente. El coeficiente de conducción térmica clásico K viene dado por

$$K = \bar{K}_j T_j^{5/2}$$

donde \bar{K}_j depende débilmente de la temperatura y la densidad a través de los logaritmos de Coulomb, Spitzer(1962).

En el análisis del movimiento se ha hecho la hipótesis de un plasma dominado por colisiones, esto es, en cada instante t , el camino libre medio λ , y el tiempo entre colisiones, para cada especie, son mucho menores que la longitud del plasma perturbado x y el tiempo t respectivamente, pero permitiendo temperaturas iónica y electrónica diferentes.

También se supone un plasma cuasi-neutro, es decir $n_e \approx n_i Z_i \approx n$ y por tanto restando las ecuaciones de continuidad para los iones y electrones del plasma se tiene

$$-\frac{\partial}{\partial x}(v_e - v_i) \cdot n = 0$$

que integrada y al ser la densidad distinta de cero, al menos en algún punto, proporciona $v_e = v_i$. Las ecuaciones de continuidad de ambas especies del plasma se reducen entonces a una sola ecuación

$$\frac{\partial n}{\partial x} + \frac{\partial (nv)}{\partial x} = 0 \quad . \quad (\text{III-6})$$

Por otra parte sumando las ecuaciones de cantidad de movimiento para iones y electrones, considerando que el incremento por colisiones de la cantidad de movimiento del plasma, por

unidad de volumen y tiempo es nulo ($\sum L_j = 0$) y despreciando la inercia de los electrones frente a la de los iones se tiene

$$\frac{m_i n}{Z_i} \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial x} \left[nk(T_e + T_i/Z_i) \right] + R, \quad (\text{III-7})$$

siendo R la cantidad de movimiento por unidad de volumen y tiempo transferida a los electrones desde el haz. Como se ve el campo eléctrico E creado por la separación de cargas desaparece del problema. La cantidad de movimiento transferida a los electrones viene dada por la expresión clásica de Jackson (1975)

$$R = 4\pi e^4 Z_b \frac{2nn_b}{m_b v_b^2} \ln \Lambda \phi \left[\frac{v_b}{(2kT_e/m_e)^{1/2}} \right], \quad (\text{III-8})$$

y

$$\phi(y) = 2\pi^{1/2} \left[\int_0^y \exp(-t^2) dt - y \exp(-y^2) \right],$$

donde los subíndices b, e, y i se refieren al haz de iones y a los electrones e iones del plasma y e, k y $\ln \Lambda$ son la carga del electrón la constante de Boltzman y el logaritmo de Coulomb respectivamente ($\ln \Lambda$ depende débilmente de v_b , T_e y n, y tal dependencia no se considera en el presente análisis). Nótese que la cantidad de movimiento transferida a los iones es en primera aproximación mucho más pequeña que la transferida a los electrones, Melhorn (1981), y por tanto no se ha tenido en cuenta. Conviene decir que sólo se han considerado electrones libres en la transferencia de energía del haz al plasma, y

como consecuencia la validez de estos análisis está limitada a plasmas de bajo número atómico, Nardi y otros (1978), Melhorn (1981). Para blancos de alto número atómico habría que tener en cuenta la contribución de los electrones ligados.

Sumando las ecuaciones de la entropía de los iones y electrones a la energía mecánica y teniendo en cuenta la ecuación de continuidad del plasma, se obtiene la ecuación de la energía total

$$\frac{n}{Z_i} \frac{D}{Dt} \left[\frac{3}{2} k (Z_i T_e + T_i) + m_i \frac{v^2}{2} \right] = - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{nk v (Z_i T_e + T_i)}{Z_i} \right] + R(v_b - v) + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_e \frac{\partial T_e}{\partial x} \right), \quad (\text{III-9})$$

en donde se ha despreciado la conducción de los iones frente a la de los electrones y no se ha considerado la emisión o absorción de radiación (una discusión del efecto de la radiación sobre la hidrodinámica del plasma será realizada en el Capítulo VII).

El término de intercambio energético por colisiones entre iones y electrones del plasma se modela

$$H_i = -H_e = \frac{3}{2} nk \frac{T_e - T_i}{t_{ei}}, \quad (\text{III-10})$$

siendo t_{ei} el tiempo de relajación para el intercambio energético entre iones y electrones

$$t_{ei} = \bar{t}_{ei} T_e^{3/2} n^{-1},$$

donde \bar{t}_{ei} depende débilmente de T y n a través del logaritmo de Coulomb, Spitzer (1962).

Como se indicó anteriormente se supone que el haz es frío y ha sido neutralizado previamente por electrones. Se considerará además que su densidad es tan pequeña comparada con la del plasma que el flujo de energía asociado a su movimiento de regreso hacia el vacío, después de depositar toda su energía, puede despreciarse y por tanto su contribución a la energía del plasma será Rv_b .

Por otro lado se ha supuesto que la energía necesaria para ionizar totalmente el deuterio-tritio es mucho menor que la energía total depositada por el haz. Por esta razón se puede considerar que las temperaturas iónica y electrónica son inicialmente nulas y por tanto las condiciones iniciales son

$$\text{para } x > 0 \quad n(x,0) = n_0, \quad T_e(x,0) = T_i(x,0) = v(x,0) = 0, \quad (\text{III-11})$$

$$\text{para } x < 0 \quad n(x,0) = 0.$$

como condiciones de contorno se imponen

$$T_e(\infty, t) = T_i(\infty, t) = v(\infty, t) = 0, \quad n(\infty, t) = n_0, \quad (\text{III-12})$$

además en $x = x_v(t)$, (x_v , frontera de separación plasma vacío) se tiene

$$n=0, \quad v = \frac{dx_v}{dt}, \quad n_b = n_0(t), \quad v_b = v_b(t). \quad (\text{III-13})$$

El sistema de seis ecuaciones resultante, es un sistema

en derivadas parciales de segundo orden y no lineal, extremadamente complicado, cuya resolución analítica es imposible, y tremendamente compleja desde el punto de vista del análisis numérico. Sin embargo, y como se verá en el siguiente Capítulo, si los parámetros del haz, I_b y E_b dependen del tiempo en la forma

$$I_b = I_o (t/\tau)^{1/3} \quad , \quad E_b = E_o (t/\tau)^{2/3} \quad ,$$

el movimiento del plasma es de semejanza y las seis ecuaciones en derivadas parciales dan lugar a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias mucho más fácil de resolver.

CAPITULO IV

ECUACIONES GENERALES EN VARIABLES DE SEMEJANZA

IV.- ECUACIONES GENERALES EN VARIABLES DE SEMEJANZA

El sistema de ecuaciones que define el problema es

$$\frac{\partial n_b}{\partial t} + \frac{\partial (n_b v_b)}{\partial x} = 0 \quad , \quad (\text{IV-1})$$

$$m_b n_b \left(\frac{\partial v_b}{\partial x} + v_b \frac{\partial v_b}{\partial x} \right) = -R \quad , \quad (\text{IV-2})$$

$$\frac{Dn}{Dt} + n \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad , \quad (\text{IV-3})$$

$$\frac{m_i n}{Z_i} \frac{Dv}{Dt} = - \frac{\partial}{\partial x} \left[nk(T_e + T_i/Z_i) \right] + R \quad , \quad (\text{IV-4})$$

$$\frac{n}{Z_i} \frac{D}{Dt} \left[\frac{3}{2} k (Z_i T_e + T_i) + m_i \frac{v^2}{2} \right] = - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{nk v (Z_i T_e + T_i)}{Z_i} \right] + R v_b + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{K} T_e^{5/2} \frac{\partial T_e}{\partial x}) \quad , \quad (\text{IV-5})$$

$$\frac{n}{Z_i} T_i \frac{D}{Dt} \left(k \ln \frac{T_i^{3/2}}{n} \right) = \frac{3}{2} k n^2 \frac{T_e - T_i}{\bar{t}_{ei} T_e^{3/2}} \quad , \quad (\text{IV-6})$$

donde

$$\bar{t}_{ei} = \frac{3 m_i k^{3/2}}{8 (2\pi)^{1/2} m_e^{1/2} Z_i^2 e^4 \ln \Lambda}$$

y

$$\bar{K} = \frac{20\epsilon(Z_i)\delta(Z_i)\left(\frac{2}{\pi}\right)^{3/2}k^{7/2}}{m_e^{1/4}e^4Z_i\ln\Lambda} = \frac{b(Z_i)\bar{K}(1)}{Z_i}$$

con

$$b(Z_i) = \frac{\epsilon(Z_i)\delta(Z_i)}{\epsilon(1)\delta(1)},$$

que varía desde 1 para $Z_i=1$, hasta 4.2 para $Z_i=\infty$.

Las condiciones iniciales son

$$T_e=T_i=v=0, \quad n(x>0)=n_0, \quad n(x<0)=0, \quad (IV-7)$$

y las de contorno

$$\text{para } x=\infty, \quad n=0, \quad T_e=T_i=v=0, \quad (IV-8)$$

$$\text{para } x=x_v(t), \quad n=0, \quad v = \frac{dx_v}{dt}, \quad n=n_b(t), \quad v=v_b(t), \quad (IV-9)$$

La solución del sistema de ecuaciones arriba planteado será de semejanza si los operadores

$$\frac{\partial}{\partial t}, \quad v\frac{\partial}{\partial x}, \quad \frac{1}{t_{ei}}, \quad K\frac{\partial^2}{\partial x^2},$$

presentan la misma dependencia con el tiempo. debido a que

$$v\sim T^{1/2}, \quad K\sim T^{5/2}, \quad t_{ei}\sim T^{3/2}$$

donde la temperatura iónica y electrónica tiene la misma dependencia temporal, se tiene

$$T\sim t^{2/3}, \quad v\sim t^{1/3}, \quad x\sim t^{4/3}$$

En efecto para comprobar las dependencias temporales indicadas anteriormente se definen las variables siguientes:

$$n_b(\xi) = n_b(x,t) e Z_b (2E_o/m_b)^{1/2} / [I_o(t/\tau)^a] , \quad (IV-10)$$

$$u_b(\xi) = v_b(x,t) / [(2E_o/m_b)^{1/2} (t/\tau)^b] , \quad (IV-11)$$

$$n(\xi) = n(x,t) / [n_o(t/\tau)^c] , \quad (IV-12)$$

$$u(\xi) = v(x,t) / [v_o(t/\tau)^d] , \quad (IV-13)$$

$$\theta(\xi) = T_j(x,t) / [T_o(t/\tau)^e] , \quad (j \in e, i) , \quad (IV-14)$$

donde

$$\xi = 4x / [3v_o \tau (t/\tau)^f] , \quad (IV-15)$$

y

$$I_b = e Z_b n_b(x,t) v_b(x,t) = I_o(t/\tau)^{a+b} , \quad (IV-16)$$

$$E_b = 1/2 m_b v_b^2(x,t) = E_o(t/\tau)^{2b} . \quad (IV-17)$$

Introduciendo las variables arriba definidas en el sistema (IV-1)-(IV-9) se comprueba que el tiempo desaparece del problema si

$$a=c=0 , \quad b=d=1/3 , \quad e=2/3 , \quad f=4/3 .$$

Debido a que en la definición de las variables de semejanza se han introducido arbitrariamente los parámetros v_o y T_o , pueden elegirse libremente dos de los parámetros adimensionales que aparecen en las ecuaciones escritas en variables de semejanza. En orden a simplificar al máximo las ecuaciones,

se hace

$$\frac{4E_o I_o}{3eZ_b n_o v_o kT_o} = 1 \quad , \quad (\text{IV-18})$$

y

$$\frac{3\pi e^4 Z_b^2 n_o^2 v_o \tau m_b \ln \Lambda}{4m_e E_o^2} = 1 \quad ; \quad (\text{IV-19})$$

los valores de T_o y v_o , escritos en función de los parámetros básicos del haz y del plasma son:

$$T_o = 6.92 \times 10^{-2} A_b Z_b \frac{I_o (\text{Acm}^{-2}) \tau (\text{nseg})}{E_o (\text{MeV})} \text{ eK} \quad , \quad (\text{IV-20})$$

y

$$v_o = 1.395 \times 10^{28} \frac{[E_o (\text{MeV})]^2}{n_o (\text{cm}^{-3}) A_b Z_b^2 \tau (\text{nseg})} \text{ ms}^{-1} \quad . \quad (\text{IV-21})$$

Es fácil comprobar de (IV-21) que $v_o \ll (2E_o/m_b)^{1/2}$ para valores de los parámetros del haz y del plasma tales como los utilizados típicamente en la fusión por confinamiento inercial. Definiendo además los parámetros adimensionales

$$\alpha = \frac{4kT_o}{m_i v_o^2} \quad , \quad (\text{IV-22})$$

$$\beta = \left[\frac{m_e E_o}{m_b kT_o} \right]^{1/2} \quad , \quad (\text{IV-23})$$

se llega al sistema de ecuaciones siguiente

$$\bar{n}_b u_b = 1 \quad , \quad (\text{IV-24})$$

$$\frac{du_b}{d\xi} = - \frac{\bar{n}}{u_b^3} \phi(\beta u_b / \theta_e^{1/2}) \quad , \quad (\text{IV-25})$$

$$\frac{d\bar{n}}{d\xi} = \frac{\bar{n}}{\xi-u} \frac{du}{d\xi} \quad , \quad (\text{IV-26})$$

$$\bar{n}[u-4(\xi-u)\frac{du}{d\xi}] = -\alpha \frac{d}{d\xi} [\bar{n}(Z_i \theta_e + \theta_i)] + \frac{3Z_i}{\beta} \left(\frac{m_e \alpha}{2m_i}\right)^{1/2} \frac{\bar{n}\bar{n}_b}{u_b^2} \phi \quad , \quad (\text{IV-27})$$

$$\begin{aligned} \bar{n}[Z_i \theta_e + \theta_i + 4u^2/3\alpha - 2(\xi-u)\frac{d}{d\xi}(Z_i \theta_e + \theta_i + 4u^2/3\alpha)] = & -\frac{4}{3} \frac{d}{d\xi} [\bar{n}u(Z_i \theta_e + \theta_i)] \\ & - Z_i \frac{du_b^2}{d\xi} + \frac{80}{3} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} b \left(\frac{m_e m_i}{m_b}\right)^{1/2} Z_b \frac{2\alpha^{1/2}}{\beta^4} \frac{d}{d\xi} \left(\theta_e^{5/2} \frac{d\theta_e}{d\xi}\right) \quad , \quad (\text{IV-28}) \end{aligned}$$

$$\theta_i \left(1 + \frac{4}{3} \frac{du}{d\xi}\right) - 2(\xi-u) \frac{d\theta_i}{d\xi} = \frac{8}{3} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \frac{Z_i^3}{Z_b^2} \frac{m_b}{(m_i m_e)^{1/2}} \alpha^{1/2} \frac{4}{\beta} \frac{\theta_e^{-\theta_i}}{\theta_e^{3/2}} \quad , \quad (\text{IV-29})$$

donde b viene dado por

$$b \equiv Z_i \bar{K}(Z_i) / \bar{K}(1) \quad .$$

En estas expresiones se han tomado todos los logaritmos de Coulomb como una constante arbitraria.

Las condiciones de contorno escritas en variables de semejanza son:

$$n(\infty) = 1 \quad , \quad u(\infty) = \theta_e(\infty) = \theta_i(\infty) = 0 \quad , \quad (\text{IV-30})$$

$$\bar{n}(\xi_v)=0 \quad , \quad u(\xi_v)=\xi_v \quad , \quad \bar{n}_b(\xi_v)=u_b(\xi_v)=1$$

donde ξ_v es la frontera de separación entre el plasma y el vacío.

La solución del sistema (IV-24)-(IV-31) depende de los números adimensionales α y β que en función de los parámetros del haz y del plasma se escriben:

$$\alpha \cong 1.18 \times 10^{-53} \frac{Z_b^5 A_b^3 [n_o (\text{cm}^{-3})]^2 I_o (\text{A cm}^{-2}) [\tau (\text{nseg})]^3}{A_i [E_o (\text{MeV})]^5} \quad , \quad (\text{IV-32})$$

y

$$\beta \cong 9.5 \times 10^3 \frac{E_o}{A_b (Z_b I_o \tau)^{1/2}}$$

En los dos Capítulos siguientes se realiza un análisis asintótico detallado para $\alpha \gg 1$ y $\alpha \ll 1$. Valores grandes del parámetro α se encuentran en situaciones típicas como las contempladas cuando haces de iones ligeros inciden sobre deuterio tritio; para un haz de protones (2 MeV, $5 \times 10^7 \text{ A cm}^{-2}$, 20 nseg) se tiene que $\alpha \approx 147$ y $\beta \approx 0.6$. El límite opuesto $\alpha \ll 1$ se encuentra en la interacción de haces de iones pesados con deuterio-tritio; para un haz de iones de uranio (3 GeV, $5 \times 10^4 \text{ A cm}^{-2}$, 20 nseg) se obtiene (suponiendo una carga efectiva $Z_b = 40$), $\alpha \approx 2.7 \times 10^{-2}$ y $\beta \approx 19$. Nótese que la condición $\alpha \gg 1$ puede encontrarse también cuando haces de iones pesados no muy energéticos interaccionan con un plasma de deuterio-tritio; para un haz de iones de uranio (1 GeV, 10^5 A cm^{-2} , 20 nseg) $\alpha \approx 13$ y $\beta \approx 4.46$. Del mismo modo el parámetro α puede ser mucho menor

que la unidad cuando iones ligeros muy energéticos son utilizados para irradiar un blanco de deuterio-tritio; para un haz de protones (10 MeV, 10^7 A cm⁻², 20 nseg) se encuentra que $\alpha \approx 9.5 \times 10^{-3}$ y $\beta \approx 6.7$.

CAPITULO V

ANALISIS DE LAS ECUACIONES PARA EL CASO $\alpha \gg 1$

V.-1 Región de compresión isentrópica

V.-2 Región de expansión

V.-ANÁLISIS DE LAS ECUACIONES PARA EL CASO $\alpha \gg 1$

En este caso, que corresponde como se verá más adelante al régimen de ablación, la energía fluye a la zona densa por medio de un trabajo de compresión; el transporte de energía por convección es dominante y da lugar (despreciando la viscosidad) a una onda de choque que separa el plasma en movimiento del plasma no perturbado, Zeldovich y Raizer (1966). Como se verá a continuación el movimiento del fluido puede dividirse en dos regiones separadas por una superficie de ablación bien definida. Esta superficie separa una región de movimiento isentrópico de otra región de expansión al vacío, donde se absorbe la energía del haz. La figura V-1 muestra un esquema del movimiento del plasma en estas dos regiones.

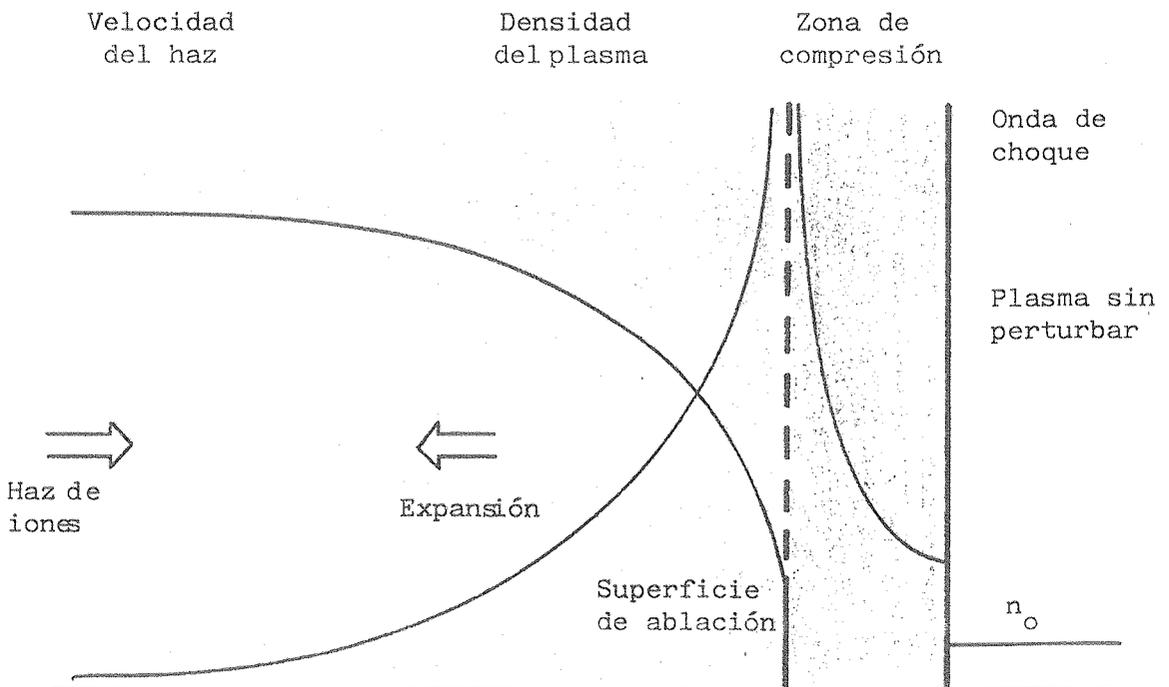


Figura V-1. Esquema cualitativo del movimiento del plasma en el régimen de ablación.

V.1.- Región isentrópica

Para el análisis de esta región conviene expresar las ecuaciones que determinan el movimiento del plasma en forma de leyes de conservación. En efecto la ecuación de continuidad puede escribirse como

$$\bar{n} = \frac{d}{d\xi}[\bar{n}(\xi-u)] \quad (V-1)$$

La ecuación de cantidad de movimiento teniendo en cuenta la ecuación (V-1) toma la expresión

$$5\bar{n}u = \frac{d}{d\xi} \left[4\bar{n}u(\xi-u) - \alpha\bar{n}(\theta_e Z_i + \theta_i) - \frac{3}{\beta} \left(\frac{m_e \alpha}{2m_i} \right)^{1/2} u_b \right], \quad (V-2)$$

y finalmente la ecuación de la energía total queda

$$3\bar{n} \left(\theta_e Z_i + \theta_i + \frac{4u^2}{3\alpha} \right) = \frac{d}{d\xi} \left[2\bar{n}(\xi-u) \left(\theta_e Z_i + \theta_i + \frac{4u^2}{3\alpha} \right) - \frac{4}{3}\bar{n}u(\theta_e Z_i + \theta_i) - Z_i u_b^2 \right. \\ \left. + \frac{80}{3} \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{(m_e m_i)^{1/2}}{m_b} Z_b^2 \alpha^{1/2} \beta^{-4} \theta_e^{5/2} \frac{d\theta_e}{d\xi} \right] \quad (V-3)$$

Ahora se está en disposición de establecer las condiciones de salto a través de la onda de choque en las magnitudes densidad, velocidad y temperatura. Par ello se integran las ecuaciones a través de una zona de espesor $\Delta\xi$, centrada en la onda de choque cuya posición viene dada por ξ_f , y tal que $\Delta\xi \ll \xi_f$. Suponiendo que las temperaturas de los iones y de los electrones son iguales y que la viscosidad y conducción de calor son despreciables detrás de la onda, se tiene

$$\bar{n}_f(\xi_f - u_f) = \xi_f \quad , \quad (V-4)$$

$$4\bar{n}_f u_f (\xi_f - u_f) = \alpha \bar{n}_f (Z_i + 1) \theta_f \quad , \quad (V-5)$$

$$2\bar{n}_f(\xi_f - u_f) \left[(Z_i + 1) \theta_f + \frac{4u_f^2}{3\alpha} \right] = \frac{4}{3} (Z_i + 1) \bar{n}_f u_f \theta_f \quad . \quad (V-6)$$

Sistema de tres ecuaciones que suministra las condiciones del salto en función de la posición de la onda de choque ξ_f que es desconocida; resolviendo el sistema se llega a

$$\bar{n}_f = 4 \quad , \quad u_f = \frac{3}{4} \xi_f \quad , \quad \theta_f = \frac{3\xi_f^2}{4(Z_i + 1)\alpha} \quad .$$

Normalizando las variables con sus valores detrás de la onda,

$$n = \xi / \xi_f \quad ,$$

$$v = \bar{n} / \bar{n}_f \quad ,$$

$$y = u / u_f \quad ,$$

$$z_j = \theta_j / \theta_f \quad ,$$

e introduciéndolas en el sistema (IV-24)-(IV-31), se obtiene

$$\bar{n}_b u_b = 1 \quad , \quad (V-7)$$

$$\frac{du_b}{dn} = - \frac{4v\xi_f}{3u_b} \phi \left[2\beta \alpha^{1/2} (Z_i + 1)^{1/2} u_b / (3^{1/2} \xi_f Z_e^{1/2}) \right] \quad , \quad (V-8)$$

$$\frac{dv}{d\eta} = \frac{3v}{4\eta-3y} \frac{dy}{d\eta}, \quad (V-9)$$

$$v \left[y - (4\eta - 3y) \frac{dy}{d\eta} \right] = - \frac{d}{d\eta} \left[v \frac{z_e Z_i + z_i}{Z_i + 1} \right] + \left(\frac{m_e \alpha}{2m_i} \right)^{1/2} \frac{Z_i}{4\beta} \frac{\bar{n}_b u_b}{\xi_f} \phi, \quad (V-10)$$

$$\begin{aligned} & v \left[Z_i z_e + z_i + y^2 (Z_i + 1) - \frac{4\eta - 3y}{2} \frac{d}{d\eta} [Z_i z_e + z_i + y^2 (Z_i + 1) + y^2] \right] = \\ & - \frac{d}{d\eta} [vy(Z_i z_e + z_i)] - \frac{Z_i (Z_i + 1)}{3\xi_f^3} \frac{du_b^2}{d\eta} \\ & + \left(\frac{3}{4} \right)^{7/2} \frac{80}{9} \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{(m_e m_i)^{1/2}}{m_b} Z_b^2 \frac{\xi_f^3}{\beta^4 \alpha^2 (Z_i + 1)^{5/2}} \frac{d}{d\eta} \left(z_e^{5/2} \frac{dz_e}{d\eta} \right), \quad (V-11) \end{aligned}$$

$$z_i \left(1 + \frac{dy}{d\eta} \right) - \frac{4\eta - 3y}{2} \frac{dz_i}{d\eta} = \frac{16}{3^{1/2}} \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{Z_i^3 (Z_i + 1)^{3/2} m_b}{Z_b^2 (m_e m_i)^{1/2}} \frac{\alpha^2 \beta^4}{\xi_f^3} v \frac{z_e^{-z_i}}{z_e^{3/2}}. \quad (V-12)$$

Si se integra la ecuación (V-11) entre ξ_v y 1 se obtiene

$$\int_{\eta_v}^1 v [Z_i z_e + z_i + y^2 (Z_i + 1)] d\eta = \frac{Z_i (Z_i + 1) \alpha}{9\xi_f^3}$$

y siendo los valores de v , z_j , Z_i , η e y , detrás de la onda, de orden unidad, el valor de la integral es como mínimo de orden unidad, y por tanto ξ_f es a lo sumo

$$\xi_f = \bar{\gamma} \alpha^{1/3}$$

siendo $\bar{\gamma}$ una constante de orden unidad que determina la posición de la onda de choque.

Se puede comprobar ahora la validez de las hipótesis realizadas para la obtención del salto de las magnitudes a través de la onda de choque. En efecto, del sistema de ecuaciones (V-7)-(V-12) puede verse: 1) que el término de conducción es del orden de $\gamma^3 (m_e m_i)^{1/2} / (m_b \alpha \beta^4)$ comparado con los términos de convección, y por tanto puede ser despreciado, 2) el término de relajación electrón-ion comparado con los términos convectivos es del orden de $\beta^4 \alpha m_b / (m_e m_i)^{1/2}$ y por tanto puede suponerse que las temperaturas iónica y electrónica son iguales en primera aproximación, 3) finalmente la ecuación (V-8) conduce a que la velocidad del haz es nula, ésto es la energía del haz se absorbe fuera de esta región.

Teniendo en cuenta los puntos anteriores, las ecuaciones (V-7)-(V-12), puede escribirse de la forma

$$\frac{dv}{d\eta} = \frac{3v}{4\eta - 3y} \frac{dy}{d\eta} \quad , \quad (V-13)$$

$$v \left[y - (4\eta - 3y) \frac{dy}{d\eta} \right] = - \frac{d}{d\eta} (vz) \quad , \quad (V-14)$$

$$v \left[z + y^2 - \frac{4\eta - 3y}{2} \frac{d}{d\eta} (z + y^2) \right] = - \frac{d}{d\eta} (vyz) \quad , \quad (V-15)$$

con las condiciones de contorno

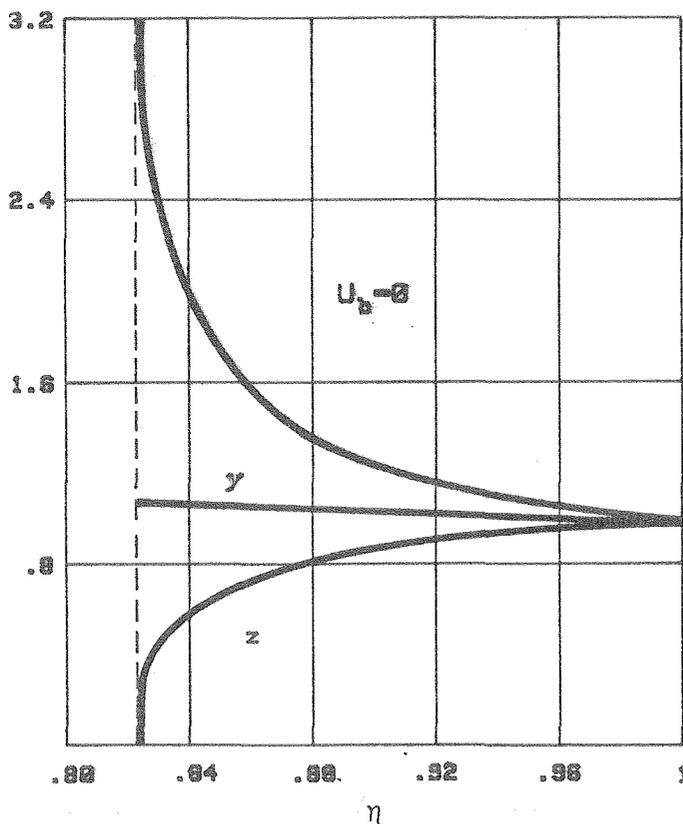
$$v(1) = y(1) = z(1) = 1. \quad (V-16)$$

Puede demostrarse analíticamente, que en la vecindad del

del punto $\bar{\eta}$ la solución se comporta como

$$y \approx \frac{4}{3}\bar{\eta} - \frac{2}{5}(\eta - \bar{\eta}), \quad z \approx B_1(\eta - \bar{\eta})^{3/13}, \quad v \approx B_2(\eta - \bar{\eta})^{-3/13},$$

El resultado de la integración numérica del sistema (V-13)-(V-16) es mostrado en la figura V-2.



ESQUEMA TÉCNICO DEPARTAMENTO DE INVESTIGACIONES INDUSTRIALES DE SEVILLA. BIBLIOTECA

Figura V-2. Densidad v , velocidad y y temperatura z adimensionales en función de la distancia η en la región de compresión.

De dicha integración numérica también se encuentra que $\bar{\eta}=0.82$, $B_1=1.70$, $B_2=0.78$ y puede verse claramente que la solución deja de ser válida en el entorno del valor $\bar{\eta}$.

La solución aquí obtenida corresponde al problema de un gas comprimido por un pistón plano que se mueve con una velocidad $U\omega t^s$, Sedov (1964), Helliwell (1969). La misma solución también fue encontrada en la interacción laser-plasma por Sanmartín y Barrero (1978).

V.2.-Región de expansión

Para analizar la región de expansión, es necesario determinar el orden de magnitud de las variables en esta región. La condición de contorno (IV-31) exige que $u \sim \xi$, y de las ecuaciones (IV-25), (IV-27), (IV-28) puede obtenerse respectivamente

$$\begin{aligned} n &\sim 1/\xi, \\ u^2 &\sim \alpha \theta, \\ \alpha \theta &\sim u^2 \sim \xi^2 \sim \alpha, \end{aligned}$$

por tanto el orden de magnitud de las variables en esta región es

$$u \sim \xi \sim \alpha^{1/2}, \quad n \sim \alpha^{-1/2}, \quad \theta \sim 1.$$

Por otro lado, del acoplamiento con la solución isentrópica, la densidad debe ir a infinito y la temperatura a cero en $\bar{\eta}$: esto es, en la región de expansión $vz=0(1)$ ó $\bar{\eta}\theta=0(\xi_f^2)$, y por tanto

$$\xi_f = \bar{\gamma} \alpha^{1/4}$$

donde $\bar{\gamma}$ es una constante desconocida de orden unidad que determina la posición de la onda de choque.

Definiendo entonces las variables

$$\hat{v} = \alpha^{1/2} \bar{n}, \quad \hat{n} = \alpha^{-1/2} \xi, \quad \hat{y} = \alpha^{-1/2} u, \quad \hat{z}_j = \theta_j(Z_{i+1})$$

e introduciéndolas en el sistema (IV-24)-(IV-31) se tiene:

$$n_b u_b = 1, \quad (V-17)$$

$$\frac{du_b}{d\hat{n}} = - \frac{\hat{v}}{u_b^3} \phi \left[\frac{\beta (Z_{i+1})^{1/2} u_b}{\hat{z}_e^{1/2}} \right], \quad (V-18)$$

$$\frac{d\hat{v}}{d\hat{n}} = \frac{\hat{v}}{\hat{n} - \hat{y}} \frac{d\hat{y}}{d\hat{n}}, \quad (V-19)$$

$$\hat{v} [\hat{y} - 4(\hat{n} - \hat{y}) \frac{d\hat{y}}{d\hat{n}}] = - \frac{d}{d\hat{n}} \left[\hat{v} \frac{(Z_i \hat{z}_e + \hat{z}_i)}{Z_{i+1}} \right] + \frac{3Z_i}{\beta} \left(\frac{m_e}{2m_i} \right)^{1/2} \frac{\hat{v} n_b}{u_b^2} \phi, \quad (V-20)$$

$$\hat{v} \left[\frac{Z_i \hat{z}_e + \hat{z}_i}{Z_{i+1}} + \frac{4\hat{y}^2}{3\alpha} - 2(\hat{n} - \hat{y}) \frac{d}{d\hat{n}} \left(\frac{Z_i \hat{z}_e + \hat{z}_i}{Z_{i+1}} + \frac{4\hat{y}^2}{3\alpha} \right) \right] = - \frac{4}{3} \frac{d}{d\hat{n}} \left[\hat{v} \hat{y} \left(\frac{Z_i \hat{z}_e + \hat{z}_i}{Z_{i+1}} \right) \right]$$

$$- Z_i \frac{du_b^2}{d\hat{n}} + \frac{80}{3} \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{(m_e m_i)^{1/2}}{m_b} Z_b^2 \frac{1}{\beta^4 (Z_{i+1})^{7/2}} \frac{d}{d\hat{n}} (\hat{z}_e^{5/2} \frac{d\hat{z}_e}{d\hat{n}}), \quad (V-21)$$

$$\hat{z}_i \left(1 + \frac{4}{3} \frac{d\hat{y}}{d\hat{n}}\right) - 2(\hat{n} - \hat{y}) \frac{d\hat{z}_i}{d\hat{n}} = \frac{8}{3} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \frac{Z_i^3 m_b (Z_i + 1)^{3/2}}{Z_b^2 (m_e m_i)^{1/2}} \beta^4 \hat{z}_e^{-\hat{z}_i} \hat{z}_e^{3/2}, \quad (V-22)$$

Puede observarse de las ecuaciones anteriores que el término de conducción de calor es del orden de $(m_e/m_b)^{1/2} \beta^{-4}$ comparado con los términos de convección y por tanto puede ser despreciado (supuesto $\beta \gg (m_e/m_b)^{1/8}$) mientras que el término de relajación ion-electrón es del orden $\beta^4 (m_b/m_e)^{1/2}$ y por tanto, podemos considerar que las temperaturas iónica y electrónica son iguales en primera aproximación y como consecuencia las ecuaciones que gobiernan el movimiento del plasma en esta zona quedan de la forma:

$$n_b u_b = 1, \quad (V-23)$$

$$\frac{du_b}{d\hat{n}} = -\frac{\hat{v}}{u_b^3} \phi \left[\frac{\beta (Z_i + 1)^{1/2} u_b}{\hat{z}^{1/2}} \right], \quad (V-24)$$

$$\frac{d\hat{v}}{d\hat{n}} = \frac{\hat{v}}{\hat{n} - \hat{y}} \frac{d\hat{y}}{d\hat{n}}, \quad (V-25)$$

$$\hat{y} - \left[4(\hat{n} - \hat{y}) - \frac{\hat{z}}{\hat{n} - \hat{y}} \right] \frac{d\hat{y}}{d\hat{n}} = -\frac{d\hat{z}}{d\hat{n}}, \quad (V-26)$$

$$\hat{z} \left(1 + \frac{4}{3} \frac{d\hat{y}}{d\hat{n}}\right) - 2(\hat{n} - \hat{y}) \frac{d\hat{z}}{d\hat{n}} = \frac{2Z_i}{u_b^2} \phi \left[\frac{\beta (Z_i + 1) u_b}{\hat{z}^{1/2}} \right], \quad (V-27)$$

Debido a que $\bar{\gamma}$ es una constante desconocida el sistema (V-23)-(V-27) debe ser resuelto sujeto a cinco condiciones de contorno; las condiciones de contorno en $\bar{\eta}$ ($\hat{\eta} = \xi \alpha^{-1/2} = \xi_f \bar{\eta} \alpha^{-1/2} = \bar{\gamma} \bar{\eta} \alpha^{-1/4} = 0$), del acoplamiento con la solución isentrópica (siendo el intervalo $0 < \eta < \bar{\eta}$ de longitud despreciable), son:

$$\hat{\gamma} = \bar{\gamma} \bar{\eta} \alpha^{-1/4} = 0, \quad \hat{z} = 0, \quad \hat{v} \hat{z} = 3B_1 B_2 \bar{\gamma}^2, \quad (V-28)$$

en $\hat{\eta} = \hat{\gamma}$ (límite entre el plasma y el vacío)

$$\hat{v} = 0, \quad u_b = 1. \quad (V-29)$$

Es fácil mostrar que las soluciones de (V-23)-(V-27) que satisfacen las condiciones (V-28) se comportan en la forma

$$\hat{z} = A(-\hat{\eta})^a$$

$$\hat{v} = \frac{B_1 B_2 \bar{\gamma}^2}{A} (-\hat{\eta})^{-a}$$

$$u_b = C(-\hat{\eta})^c$$

$$\hat{\gamma} = D(-\hat{\eta})^d$$

donde

$$a = b = d = 1/3, \quad c = 1/6$$

$$C^4 = B_1 B_2 \bar{\gamma}^2 A^{-1} \phi \left[\frac{(Z_i + 1)^{1/2} C}{A^{1/2}} \right], \quad (V-30)$$

$$D = \frac{Z_i C^2}{10 B_1 B_2 \bar{\gamma}^2}.$$

Por otro lado, de la ecuación (V-27), la temperatura

en el límite del plasma con el vacío \hat{z}_v , viene dada por la expresión

$$\hat{z}_v = \frac{6Z_i}{7} \phi \left[-\frac{\beta(Z_i+1)^{1/2}}{\hat{z}_v^{1/2}} \right] \quad (V-32)$$

Para integrar numéricamente se barre, a través de los valores de A y $\bar{\gamma}$ (una vez fijados Z_i y β) hasta encontrar los que satisfacen las condiciones de contorno en el infinito (V-32) y (V-29). La figura V-3 muestra los resultados numéricos para \hat{v} , \hat{y} , \hat{z} , y u_b en función de $\hat{\eta}$, para $Z_i=1$ y $\beta=1$.

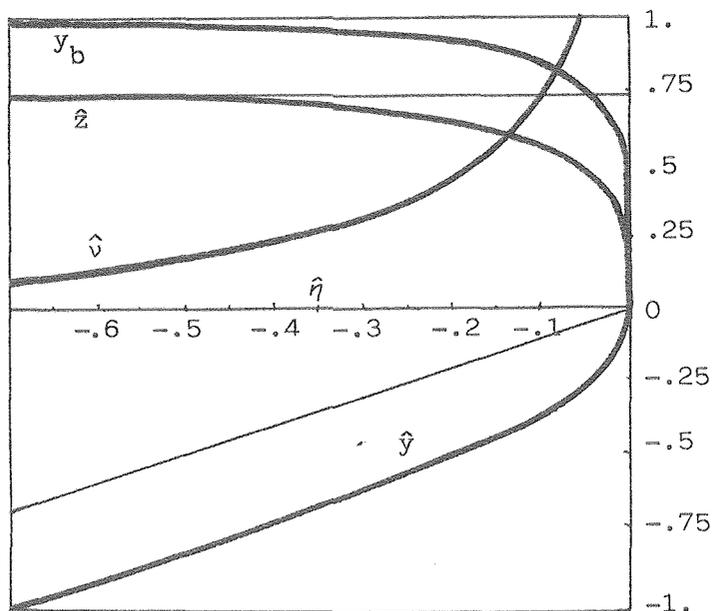


Figura V-3. Densidad \hat{v} , velocidad \hat{y} , temperatura iónica y electrónica \hat{z} , y velocidad del haz iónico y_b , en función de la posición $\hat{\eta}$ para $Z_i=1$, y $\beta=1$.

Es importante hacer notar que existe una capa de transición muy delgada entre la región de expansión y la región isentrópica donde la conducción térmica electrónica es importante. El análisis de esta capa que se incluye en el Apéndice A muestra que la densidad presenta un máximo y la temperatura un mínimo y que la velocidad cambia de signo. Naturalmente la solución presentada aquí no es modificada por esta corrección excepto en las proximidades de $\bar{\eta}$.

CAPITULO VI

ANALISIS DE LAS ECUACIONES PARA EL CASO $\alpha \ll 1$

VI.-1 Región de absorción de energía.

VI.-2 Región de expansión.

VI.- ANALISIS ASINTOTICO PARA EL CASO $\alpha \ll 1$

En este límite asintótico, los resultados son independientes del valor de β , ya que al ser el parámetro β normalmente grande frente a la unidad, para los valores del haz y del plasma que hacen que $\alpha \ll 1$, la función ϕ toma el valor unidad. Como se verá a continuación para valores de $\alpha \ll 1$ se produce una onda de rarefacción que separa una zona donde el plasma se calienta y donde tiene lugar la absorción de energía, de una región mucho más delgada donde el plasma se expande al vacío. La figura VI-1, muestra un esquema cualitativo del movimiento del plasma en ambas regiones.

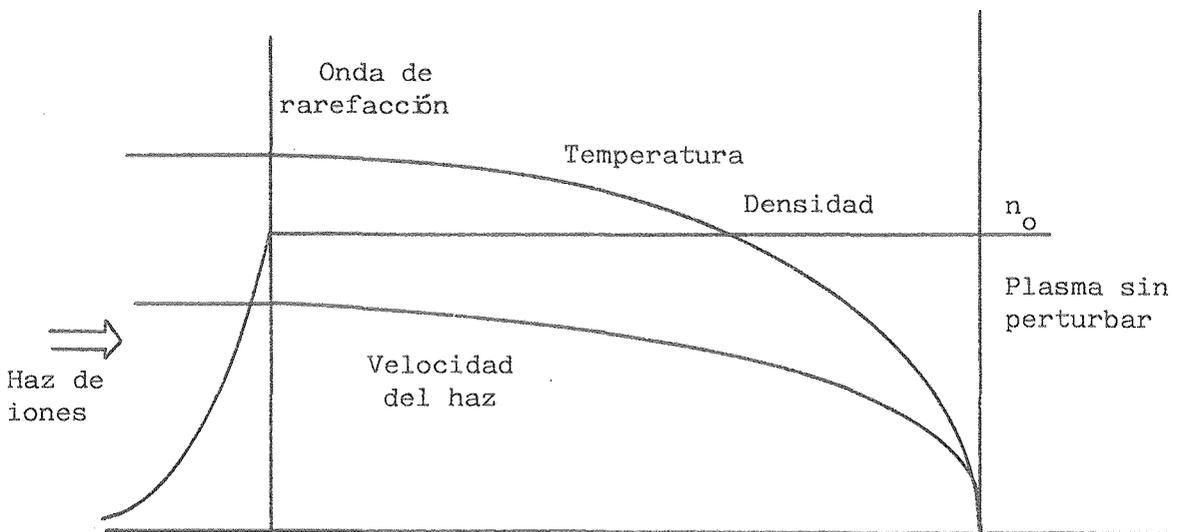


Figura VI-1. Esquema cualitativo del movimiento del plasma en el régimen de absorción de energía.

VI.1.-Región de absorción de energía

Desarrollando todas las variables en potencias de

$$\bar{n}_b = v_b + \alpha v_{1b} + \dots ,$$

$$\bar{n} = \bar{n}_1 + \alpha \bar{n}_2 + \dots ,$$

$$u_b = y_b + \alpha y_{1b} + \dots ,$$

$$u = u_1 + \alpha u_2 + \dots ,$$

$$\theta_j = \theta_{1j} + \alpha \theta_{2j} + \dots ,$$

y sustituyendo este desarrollo en el sistema (IV-24)-(IV-29) se obtiene en primera aproximación

$$\bar{n}_1 = 1 , \quad u_1 = 0$$

y

$$y_b v_b = 1 , \quad (\text{VI-1})$$

$$y_b^3 \frac{dy_b}{d\xi} = -\phi \left(\frac{\beta y_b}{\theta^{1/2}} \right) , \quad (\text{VI-2})$$

$$\theta^{-2\xi} \frac{d\theta}{d\xi} = - \frac{Z_i}{Z_i + 1} \frac{dy_b^2}{d\xi} , \quad (\text{VI-3})$$

donde $\theta_{1e} \equiv \theta_{1i} \equiv \theta$ y la conducción de calor es despreciable siempre que $\alpha \gg (m_e m_i)^{1/2} / (m_b \beta^4)$.

Es fácil demostrar que existe un valor, ξ_f , tal que

$y_b=0$ y $\theta=0$ para $\xi \geq \xi_f$. Para β grandes, valor usual para los parámetros del haz y del plasma que hacen que $\alpha \ll 1$, el valor de la función $\phi(\beta y_b / \theta^{1/2})$ es la unidad y por tanto la ecuación (VI-2) puede ser integrada para dar

$$y_b = (1-4\xi)^{1/4}, \quad (\text{VI-4})$$

de donde se obtiene

$$\xi_f = 1/4.$$

Mediante un método integral aproximado, puede obtenerse también una expresión analítica para la temperatura adimensional θ :

$$\theta = \frac{2Z_i}{Z_i+1} (1-4\xi)^{1/2}. \quad (\text{VI-5})$$

Las expresiones (VI-4) y (VI-5) están representadas en la figura VI-2 y como puede apreciarse coinciden exactamente con la integración numérica del sistema (VI-1)-(VI-3) que también está representado en dicha figura. Puede observarse que en esta zona el plasma es calentado pero no comprimido.

Las ecuaciones para \bar{n}_2 y u_2 son

$$\frac{d\bar{n}_2}{d\xi} = \frac{1}{\xi} \frac{du_2}{d\xi}, \quad (\text{VI-6})$$

$$u_2 - 4\xi \frac{du_2}{d\xi} = -(Z_i+1) \frac{d\theta}{d\xi}, \quad (\text{VI-7})$$

cuya solución puede ser escrita en la forma

$$u_2 = - \frac{Z_i + 1}{4} \xi^{1/4} \int_{\xi}^{\xi_f} \frac{d\theta}{ds} s^{-5/4} ds, \quad (\text{VI-8})$$

$$\bar{n}_2 = \int_{\xi}^{\xi_f} \frac{1}{s} \frac{du_2}{ds} ds, \quad (\text{VI-9})$$

La figura VI-3 representa los valores de u_2 y \bar{n}_2 en función de ξ . Nótese que en $\xi=0$, u presenta un punto de retroceso (discontinuidad débil), al mismo tiempo que $\bar{n}-1$ va a infinito y por tanto el desarrollo en potencias de α empleado deja de ser válido. Para valores pequeños de ξ , del orden de $\alpha^{1/2}$, el gradiente de presiones así como el trabajo de compresión que no han sido tenidos en cuenta en las ecuaciones (VI-8) y (VI-3) han de ser retenidos. Definiendo entonces las variables

$$\xi = \xi / [\alpha(Z_i + 1)\theta(0)]^{1/2}, \quad (\text{VI-10})$$

$$\hat{u} = -u_2 / [(Z_i + 1)\theta'(0)], \quad \theta' \equiv \frac{d\theta}{d\xi}. \quad (\text{VI-11})$$

Las ecuaciones (IV-27)- (IV-28) se transforman en

$$\hat{u} - 4\xi \frac{d\hat{u}}{d\xi} = - \frac{5}{3} \frac{1}{\xi} \frac{d\hat{u}}{d\xi}$$

cuya solución es

$$\hat{u} = 1 - C(\xi^2 - 5/12)^{1/8}, \quad (\text{VI-12})$$

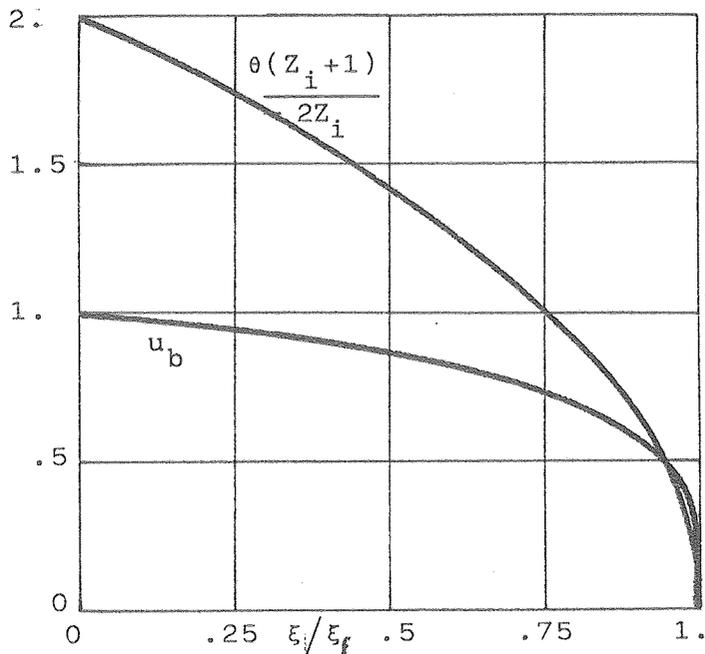


Figura VI-2. Velocidad del haz u_b y temperatura θ adimensionales en función de la distancia ξ en la región de calentamiento.

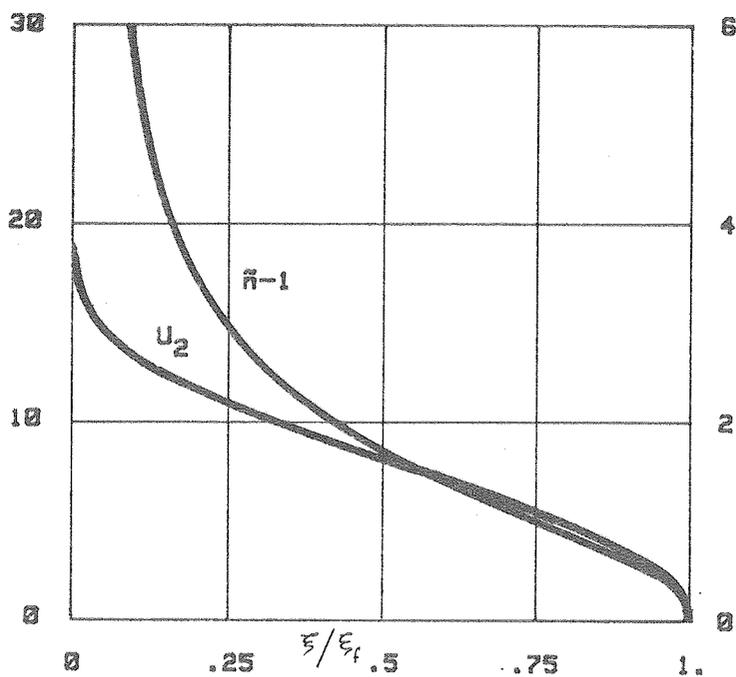


Figura VI-3. Densidad y velocidad de perturbación adimensionales del plasma $(\bar{n}-1)$ y u_2 en función de la distancia ξ en la región de calentamiento.

La constante C se determina del acoplamiento con el comportamiento de la ecuación (VI-8) para valores pequeños de ξ . Nótese que el punto de retroceso, que se encuentra en

$$\xi = \left[\frac{5(Z_i+1)\alpha\theta(0)}{12} \right]^{1/2}$$

es una discontinuidad débil (onda de rarefacción), Landau y Lifshitz (1959). Esta superficie se mueve con una velocidad relativa al fluido igual a la del sonido

$$c = \left[\frac{Z_i}{m_i} \left(\frac{dp}{dn_s} \right) \right]^{1/2} = \left[\frac{5(Z_i+1)kT}{3m_i} \right]^{1/2} ;$$

en dicho punto se tiene

$$\xi_{c-u_c} \approx \xi_c \approx \frac{dx_c}{dt} \frac{1}{v_o} (t/\tau)^{1/3} = \left[\frac{5(Z_i+1)\alpha\theta(0)}{12} \right]^{1/2}$$

y

$$\frac{dx_c}{dt} = \left[\frac{5(Z_i+1)kT}{3m_i} \right]^{1/2} .$$

Naturalmente el comportamiento de la solución a la izquierda del punto de retroceso depende de las condiciones de contorno en ξ_v , por lo que la expresión (VI-12) es sólo válida para $\xi \geq (5/12)^{1/2}$.

VI.2.- Región de expansión

Las condiciones de contorno en la frontera de separación plasma vacío indican que $u_b = 1$ y $\bar{n}_b = 1$. Definiendo entonces

$$y = u / [\alpha(Z_i + 1)\theta(0)]^{1/2}, \quad z = \theta / \theta(0)$$

y teniendo en cuenta la expresión (VI-5), el sistema de ecuaciones (IV-24)-(IV-29) se transforma en el siguiente

$$n_b = u_b = 1, \quad (VI-13)$$

$$\frac{d\bar{n}}{d\xi} = \frac{\bar{n}}{\xi - y} \frac{dy}{d\xi}, \quad (VI-14)$$

$$y - 4(\xi - y) \frac{dy}{d\xi} = \frac{1}{\bar{n}} \frac{d}{d\xi}(\bar{n}z), \quad (VI-15)$$

$$z \left(1 + \frac{4}{3} \frac{dy}{d\xi}\right) - 2(\xi - y) \frac{dz}{d\xi} = 1, \quad (VI-16)$$

con las condiciones de contorno

$$\bar{n} = 0, \quad y = \xi \quad \text{en} \quad \xi = \xi_v$$

$$n = 1, \quad y = - \left[\frac{\alpha(Z_i + 1)}{\theta(0)} \right]^{1/2} \theta'(0) \approx 0 \quad \text{y} \quad z = 1 \quad \text{en} \quad \xi = \xi_c = (5/12)^{1/2}. \quad (VI-18)$$

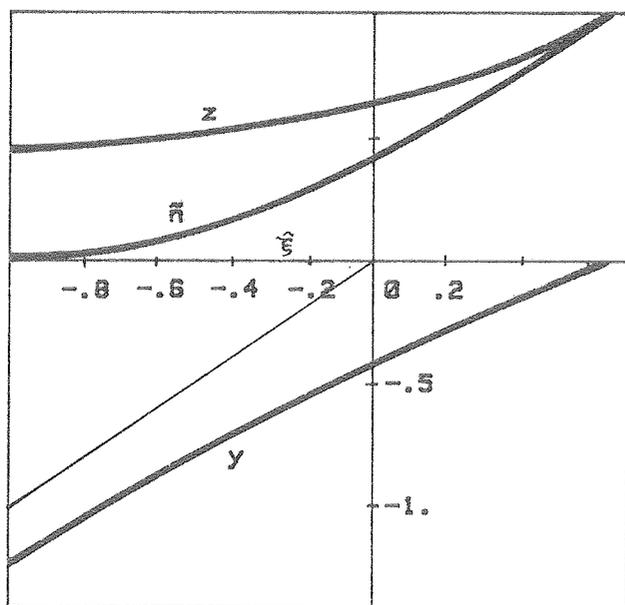
El comportamiento del sistema (VI-14)-(VI-16) en las proximidades de $\hat{\xi}=\hat{\xi}_c$ es

$$n = 1 + \frac{93}{160} \frac{\xi - \hat{\xi}_c}{\hat{\xi}_c} \quad , \quad (\text{VI-19a})$$

$$y = \frac{93}{160} (\hat{\xi} - \hat{\xi}_c) \quad , \quad (\text{VI-19b})$$

$$z = 1 + \frac{93}{40\sqrt{15}} (\hat{\xi} - \hat{\xi}_c) \quad ; \quad (\text{VI-19c})$$

arrancando con (VI-19), la integración numérica de las ecuaciones (VI-14)-(VI-16) suministra los valores de n , z e y en la expansión como puede verse en la figura VI-4.



ESCUOLA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES DE SEVILLA. DICIEMBRE 1961.

Figura VI-4. Densidad \bar{n} , velocidad y y temperatura z en función de la distancia ξ de expansión.

CAPITULO VII

CONCLUSIONES Y DISCUSION DE LOS RESULTADOS

VII.- CONCLUSIONES Y DISCUSION DE LOS RESULTADOS

En el presente trabajo se ha estudiado el movimiento generado por un haz iónico de alta intensidad que incide sobre un plasma inicialmente frío, de densidad electrónica uniforme n_0 , que en el instante inicial ocupa el semiespacio $x>0$. El análisis, que incluye conducción térmica e intercambio energético entre iones y electrones, es de semejanza si la energía por nucleón E_b , y la intensidad de corriente I_b por unidad de área dependen del tiempo de la forma

$$E_b = E_0 (t/\tau)^{2/3} ,$$

$$I_b = I_0 (t/\tau)^{1/3} ,$$

respectivamente. El movimiento está gobernado por dos números adimensionales α y β que contienen los parámetros básicos del haz y del plasma: máxima intensidad de corriente I_0 , máxima energía E_0 , duración del pulso τ , número másico y atómico del haz y del plasma A_b, Z_b, A_i, Z_i y densidad del plasma n_0 .

Se han analizado los casos $\alpha \gg 1$ y $\alpha \ll 1$, y en ambos casos se encuentra que la conducción de calor es despreciable y que las temperaturas iónica y electrónica son iguales a lo largo de todo el plasma perturbado. Sin embargo debe hacerse notar que en la cola de la expansión el tiempo de relajación ion-electrón $\bar{t}_{ei} T_e^{3/2} n^{-1}$ crece indefinidamente, pues la temperatura electrónica es distinta de cero y la densidad es nula

en esa zona, y por tanto la temperatura de los iones del plasma va a cero en la cola de la expansión como se deduce de la ecuación (IV-29).

En el caso $\alpha \gg 1$, el régimen es de ablación y corresponde a la interacción de haces de iones ligeros con deuterio-tritio ($\alpha=147$ para un haz de protones de 2 MeV, $5 \times 10^7 \text{ A cm}^{-2}$, 20 nseg). Nótese que el movimiento de un plasma generado por un haz de iones ligeros muy energéticos (10 MeV) que incide sobre deuterio-tritio puede corresponder al caso $\alpha \ll 1$. Para $\alpha \gg 1$ se encuentra que existe una superficie de ablación bien definida que separa una zona de compresión isentrópica limitada por una onda de choque que la separa a su vez del plasma no perturbado, de una zona donde el plasma se expande y donde tiene lugar la absorción de energía; los resultados en ambas zonas son totalmente independientes. Se ha obtenido la solución en ambas zonas y se han extraído resultados de interés en la fusión mediante haces de iones:

1) Se ha encontrado que la presión de ablación y el flujo de masa ablacionada por unidad de área tienen las expresiones

$$P_a = P_{am} (t/\tau)^{2/3}, \quad \dot{m} = \dot{m}_m (t/\tau)^{1/3}, \quad (\text{VII-1})$$

donde P_{am} y \dot{m}_m son la máxima presión de ablación y el máximo flujo de masa y vienen dados por

$$P_{am} = 105 \bar{\gamma}^2 \frac{A_i}{Z_i Z_b^2 A_b^{3/2}} \frac{[E_o (\text{MeV})]^{5/2}}{\tau (\text{nseg})} \text{ Mbars}, (\text{VII-2})$$

$$\dot{m}_m = 7 \times 10^5 \frac{C^2}{A} \frac{Z_i A_i E_o^2}{Z_b^2 A_b \tau} \text{ g cm}^{-2} \text{ s}^{-1} ; \quad (\text{VII-3})$$

en la tabla I se dan valores de $\bar{\gamma}$ y de C^2/A en función de Z_i y de β .

2) Se ha calculado la eficiencia de la aceleración de capas delgadas de plasma como función de la masa adimensional de dicha capa $\Delta = \Delta M / M_o$ ($\Delta M = M_o - 3 \dot{m}_m \tau / [4(t/\tau)^{4/3}]$) y viene dada por

$$\epsilon = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \frac{P_{am}^2 e Z_b \tau}{E_o I_o M_o} F(\Delta) \quad (\text{VII-4})$$

y

$$F(\Delta) = \Delta^{-3/2} (1-\Delta) \left[4\Delta^{-1/4} - \ln \frac{1+\Delta^{1/4}}{1-\Delta^{1/4}} + 2 \text{tg}^{-1} \Delta^{1/4} \right]^2 .$$

Los cálculos de estos dos apartados se incluyen en el Apéndice B.

El caso $\alpha \ll 1$, corresponde generalmente al caso de iones pesados que inciden sobre deuterio-tritio ($\alpha = 1.1 \times 10^{-4}$ para iones de uranio de 10 GeV, $5 \times 10^4 \text{ A cm}^{-2}$, 20 nseg). Nótese que iones de uranio poco energéticos (1 GeV) que inciden sobre un blanco de deuterio-tritio puede corresponder al límite contrario. Para $\alpha \ll 1$ se encuentra que existe una onda de rarefacción que separa la zona de absorción de energía, donde el plasma es calentado, de otra mucho más delgada donde tiene lugar la expansión. Se ve por tanto, que este régimen no es interesante desde el punto de vista de la fusión mediante haces iónicos,

ya que el plasma no es comprimido.

Es interesante ahora discutir como cambia el comportamiento del plasma conforme α disminuye. La figura VII-1a, corresponde al régimen $\alpha \gg 1$ analizado en el Capítulo V; en dicha figura puede verse en primer lugar comenzando por la derecha: el plasma sin perturbar seguido de una onda de choque, una región de compresión isentrópica, una superficie de ablación y una zona de expansión mucho más ancha. Para $\alpha \sim 1$, ver figura VII-1b, la velocidad del haz es tan grande que el límite con el plasma no perturbado está a la derecha de la onda de choque; las longitudes características de ambas zonas son comparables. El plasma delante de la onda de choque es calentado pero no comprimido y la compresión detrás de la onda no es isentrópica. Conforme α disminuye, la onda de choque se mueve hacia el origen y su intensidad se debilita. La figura VII-1c muestra el régimen $\alpha \ll 1$; la onda de choque se ha convertido en una discontinuidad débil (onda de rarefacción) muy cercana al origen y la convección es despreciable detrás de la discontinuidad. La zona de expansión se hace muy pequeña frente a la región de calentamiento.

Es preciso hacer notar que los resultados anteriores sólo son válidos para bajos Z_i , pues no se han considerado en el análisis los procesos de frenado de los iones del haz asociados a los electrones ligados, que existen cuando blancos de alto Z_i son irradiados por un haz de iones.

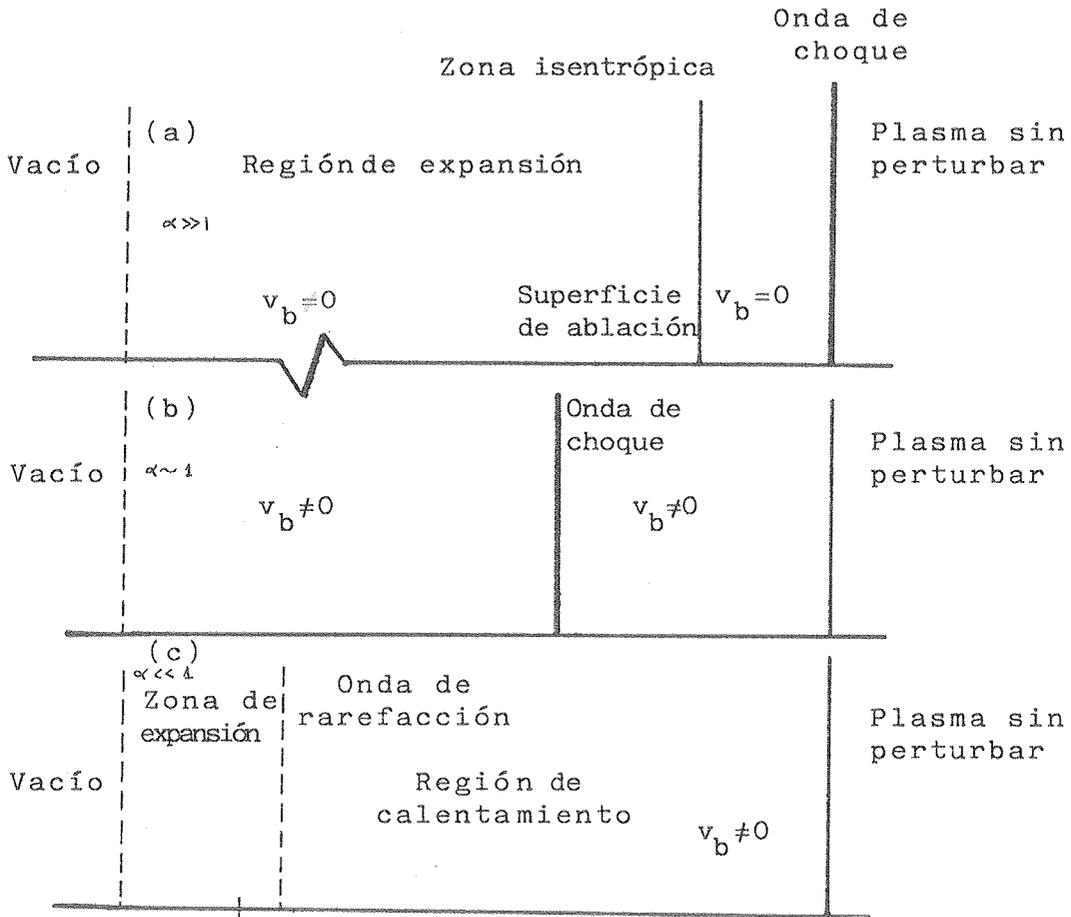


Figura VII-1. Representación esquemática del comportamiento del plasma para diferentes regímenes. (a) caso $\alpha \gg 1$. (b) caso $\alpha \sim 1$. (c) caso $\alpha \ll 1$.

Conviene ahora considerar la influencia de la radiación en la fluidodinámica del plasma. Es usual modelar la radiación como un flujo de calor por conducción. El flujo de radiación se supone proporcional al gradiente de temperaturas, siendo el coeficiente de conductividad en esta aproximación igual a $16\sigma l T^3/3$, Zeldovich y Raizer (1966), donde σ es la constante de Stefan-Boltzman y l es el camino libre medio de Rosseland, que se obtiene promediando el camino libre medio de la radiación l'_ν (teniendo en cuenta emisión y absorción) sobre todas las frecuencias con una función de peso $G(u)$ que es proporcional a la derivada con respecto de la temperatura de la función de Planck

$$l = \int_0^{\infty} l'_\nu G(u) du \quad (\text{VII-5})$$

siendo

$$G(u) = \frac{15 (u^4 e^{-u})}{4\pi^4 (1 - e^{-u})^2}$$

$$u = \frac{h\nu}{kT}$$

Esta aproximación es sólo válida para cuerpos ópticamente gruesos, es decir, cuerpos en los que el camino libre medio de Rosseland es mucho mayor que su longitud macroscópica característica.

Habrà por tanto, como primer paso, que calcular los valores de l y L , longitud macroscópica característica del cuerpo,

para los casos $\alpha \gg 1$ y $\alpha \ll 1$ que en función de los parámetros del haz y del plasma y teniendo en cuenta los Capítulos V y VI se escriben

para $\alpha \gg 1$

$$l = 1.01 \frac{[E_o (\text{MeV}) \hat{z}]^{7/2}}{\beta \hat{v}^2} (t/\tau)^{7/3}, \quad (\text{VII-6})$$

$$L = 4.32 \times 10^{-4} \frac{E_o^{1/2}}{\beta} \tau \hat{n} (t/\tau)^{4/3}, \quad (\text{VII-7})$$

para $\alpha \ll 1$

$$l = 11.5 \frac{[E_o \theta(o) z]^{7/2}}{\beta n^2} (t/\tau)^{7/3}, \quad (\text{VII-8})$$

$$L = 4.3 \times 10^{-4} \frac{E_o^{1/2}}{\alpha^{1/2}} \tau \xi (t/\tau)^{7/3}. \quad (\text{VII-9})$$

Tanto para valores típicos de los parámetros del haz (2 MeV, $5 \times 10^7 \text{ Acm}^{-2}$, 20 nseg) que hacen $\alpha \gg 1$ como para los que llevan al límite opuesto $\alpha \ll 1$ (3 GeV, $5 \times 10^4 \text{ Acm}^{-2}$, 20 nseg) se obtiene que el cuerpo es ópticamente delgado, ya que

$$l \sim 20000 \text{ m} \gg L \sim 0.02 \text{ m} \quad \text{para } \alpha \gg 1,$$

y

$$l \sim 15000 \text{ m} \gg L \sim 0.1 \text{ m} \quad \text{para } \alpha \ll 1,$$

y por tanto esta aproximación no es válida.

Se considerará entonces un cuerpo ópticamente delgado en donde los fotones emitidos alcanzan la superficie del mismo y salen al vacío, por tanto la energía perdida por el plasma por unidad de volumen y tiempo es prácticamente igual a la emi

tida J , y puede decirse que el plasma se comporta casi como un emisor perfecto. La energía emitida es, Zeldovich y Raizer (1966)

$$J = 4\sigma T^4 / l_1, \quad (\text{VII-10})$$

donde l_1 es el camino libre medio de Planck, obtenido promediando el coeficiente de absorción k_ν , sobre todas las frecuencias con una función de peso proporcional a la función de Planck

$$k_1 = \frac{1}{l_1} = \int_0^\infty k_\nu G'(u) du \quad (\text{VII-11})$$

$$G'(u) = (1 - e^{-u})G(u).$$

Conocido J y teniendo en cuenta que

$$nk \frac{\partial T}{\partial t} = J \quad (\text{VII-12})$$

puede estimarse el tiempo de enfriamiento asociado a la radiación del cuerpo emisor

$$t_0 \sim \frac{nkT}{J}.$$

En el caso $\alpha \gg 1$ el tiempo de enfriamiento puede escribirse como

$$t_0 \sim 3.3 \times 10^{-9} (E_0 \alpha Z)^{1/2} (t/\tau)^{1/3} / \sqrt{\beta}$$

y para los parámetros antes dados es 1.6×10^{-7} seg. Al ser $t_0 \gg \tau$ el plasma tarda en enfriarse mucho más tiempo que en expandirse y por tanto puede desprejarse el efecto de la radiación en la hidrodinámica del plasma. Sin embargo, debe hacerse notar que para iones muy energéticos y tiempos de confinamientos pequeños la radiación puede hacerse importante.

La zona densa por ser de grandes dimensiones es un cuerpo ópticamente grueso y los resultados pueden verse modificados por la radiación. Sin embargo, debido a que es ya dudoso que el fluido en esa zona sea un plasma, no se han modificado dichos resultados.

Para el caso $\alpha \ll 1$ el tiempo de enfriamiento se escribe como

$$t_0 \sim 4.6 \times 10^{-9} \frac{(E_{\theta})^{1/2}}{\beta \bar{n}} (t/\tau)^{1/3}$$

y para los valores del haz considerados, que hacen $\alpha \ll 1$, ocurre que $t_0 \sim 1.6 \times 10^{-8}$ s $\sim \tau = 2 \times 10^{-8}$ s y por tanto los resultados del Capítulo VI se ven afectados por la radiación. Ahora bien, la modificación de dichos resultados no ha sido realizada por no ser interesante desde el punto de vista de la fusión por confinamiento inercial, ya que el plasma no es comprimido.

Conviene decir también, que para blancos de Z_i altos la influencia de la radiación es importante, ya que tanto el camino libre medio como el tamaño del cuerpo emisor se ven afectados por el valor de Z_i .

Finalmente se discute la validez de las hipótesis realizadas en la formulación del problema. En primer lugar se suppuso que el plasma estaba dominado por colisiones; ésto es, el camino libre medio y el tiempo entre colisiones deben ser menor que cualquier longitud macroscópica y el tiempo t respectivamente, es decir

$$\lambda \sim \bar{kT}_e^{5/2} (m_e/kT_e)^{1/2} (kn)^{-1} \ll \Delta x$$

y

$$\bar{t}_{ei} T_e^{3/2} n^{-1} \ll t ,$$

que en variables de semejanza proporcionan

$$\frac{\theta_e^2}{\bar{n} \Delta \xi} \ll \beta^4 \frac{m_b}{m_e} ,$$

y

$$\frac{\theta_e^{3/2}}{\bar{n}} \ll \beta^4 \alpha^{1/2} \frac{m_b}{(m_e m_i)^{1/2}} ;$$

condiciones que se satisfacen apropiadamente, teniendo en cuenta los resultados obtenidos en los Capítulos V y VI, excepto en la cola de la expansión donde θ_e/n tiende a infinito.

La otra condición impuesta era la de cuasineutralidad, que exige que la longitud de Debye sea mucho menor que la longitud del plasma perturbado, es decir

$$\lambda_D \equiv \left[\frac{kT_e}{4\pi n e^2} \right]^{1/2} \ll \Delta x ,$$

que en variables de semejanza es

$$\frac{\alpha^{1/2} \theta^{1/2} e}{\bar{n}^{1/2} \Delta \xi} \ll 10^7 (t/\tau) \quad ,$$

condición que es fácilmente satisfecha excepto al comienzo del pulso.

Es importante resaltar que los resultados de esta Tesis han servido de soporte para el análisis de la expansión cuasi-estacionaria de un plasma generada por la irradiación de un blanco esférico mediante un haz de iones ligeros, Sanz y otros (1984). En este trabajo se han obtenido los perfiles de velocidad y densidad del haz y velocidad, densidad y temperatura del plasma en función del radio. También se han obtenido la presión de ablación y la masa ablacionada, para un radio de la esfera r_a , en función de la energía por nucleón E_0 , y la intensidad de corriente I_0 . Además se ha calculado la ley mediante la cual se obtiene el valor de E_0 (o I_0), para un valor dado de I_0 (o E_0), que se requiere para generar una presión de ablación determinada P_a , sobre una superficie de ablación de radio r_a ; consecuentemente pueden determinarse las leyes $P_a(t)$ y $r_a(t)$ que producen (desde el punto de vista de la fusión por confinamiento inercial) una compresión óptima de la esfera.

Actualmente se ha reformulado el problema considerando en el análisis blancos de altos Z_i . En esta situación hay que tener en cuenta la contribución tanto de los electrones libres (colisiones elásticas) como de los electrones ligados (colisiones inelásticas) al frenado de los iones del haz, y por

tanto al modelar el término de deposición de energía. También se considera el efecto que la radiación pueda tener sobre la hidrodinámica del plasma. Además y como trabajos futuros se pretende estudiar la estabilidad de todas las soluciones obtenidas.

APENDICE A

CAPA INTERMEDIA PARA EL CASO $\alpha \gg 1$.

APENDICE A (Capa intermedia para el caso $\alpha \gg 1$).

Para estudiar la capa estrecha, fría y altamente densa entre la región de compresión y la de expansión, debe notarse que la solución obtenida en la región de expansión deja de ser válida cerca del origen; mas concretamente para $\hat{\eta}=0(m_e/m_b)^{1/2}$, donde la conducción de calor es significativa y debe ser tenida en cuenta.

Definiendo las nuevas variables

$$\hat{\eta} = \frac{m_b^6}{(m_e m_i)^3} \hat{\eta} , \quad \hat{z} = \frac{m_b^2}{m_e m_i} \hat{z} , \quad \hat{y} = \frac{m_b^2}{m_e m_i} \hat{y} , \quad (A1)$$

$$\hat{v} = \frac{m_e m_i}{m_b^2} \hat{v} , \quad \hat{u}_b = \frac{m_b}{(m_e m_i)^{1/2}} u_b , \quad \hat{n}_b = \frac{(m_e m_i)^{1/2}}{m_b} \bar{n}_b , \quad (A2)$$

e introduciéndolas en el sistema (IV-24)-(IV-29) se llega a

$$\hat{n}_b \hat{u}_b = 1 , \quad (A3)$$

$$\hat{v} \hat{y} = \hat{v} \hat{y} = -k_1 , \quad (A4)$$

$$\hat{v} \hat{z} = \hat{v} \hat{z} = k_2 , \quad (A5)$$

$$\frac{d\hat{u}_b}{d\hat{\eta}} = - \frac{\hat{v}}{\hat{u}_b^3} \phi \left[\frac{\beta \hat{u}_b}{\hat{z}^{1/2}} (Z_i + 1)^{1/2} \right] \quad (A6)$$

$$-\frac{10}{3} k_1 \frac{d\hat{z}}{d\hat{\eta}} = -Z_i \frac{d\hat{u}_b^2}{d\hat{\eta}} + B \frac{d}{d\hat{\eta}} \left[\hat{z}^{5/2} \frac{d\hat{z}}{d\hat{\eta}} \right] \quad (A7)$$

siendo $B = (80/3)(2/\pi)^{1/2} b(Z_i) Z_b^2 (Z_{i+1})^{-7/2}$, y de la condición en el origen de la expansión se obtiene $k_1 = (3/10) Z_i C^2 A^{-1}$ y $k_2 = 3B_1 B_2 \bar{\gamma}^2$.

Integrando una vez la ecuación (A7) se obtiene

$$\frac{d\hat{z}}{d\hat{\eta}} = \frac{3Z_i \hat{u}_b^2 - 10k_1 \hat{z}}{3B \hat{z}^{5/2}} \quad (A8)$$

Teniendo en cuenta la ecuación (A6) se llega al siguiente sistema

$$\frac{d\hat{z}}{d\hat{u}_b} = \frac{(10k_1 \hat{z} - 3Z_i \hat{u}_b^2) \hat{u}_b^3}{3Bk_2 \hat{z}^{3/2} \phi} \quad (A9)$$

$$\frac{d\hat{\eta}}{d\hat{u}_b} = -\frac{\hat{u}_b^3 \hat{z}}{k_2 \phi} \quad (A10)$$

que ha de ser integrado numéricamente. Puede comprobarse que \hat{z} tiende a una constante M cuando \hat{u}_b se anula; para ello se supone el siguiente comportamiento en las proximidades de $\hat{u}_b = 0$

$$\hat{z} = M + M_1 \hat{u}_b^m, \quad \hat{\eta} = -N_1 \hat{u}_b^n \quad (A11)$$

que introducido en el sistema (A9)-(A10) y teniendo en cuenta que la función $\phi(\xi)$ para valores de ξ pequeños toma el valor

$4\pi^{3/3} 1/2$, proporciona

$$M_1 = \frac{10k_1 M}{4\pi^{1/2} B k_2 \beta^3 (Z_i + 1)^{3/2}},$$

$$N_1 = \frac{M}{4k_2 \phi},$$

y

$$m = 1, \quad n = 4;$$

el comportamiento de la solución para $\hat{u}_b \rightarrow 0$ es por tanto

$$\hat{z} = M(1 + 0.1134\hat{u}_b), \quad \hat{\eta} = -0.156M^{5/2}\hat{u}_b$$

para $Z_i = 1$, $Z_b = 1$ y $\beta = 1$. Existe un valor M que hace que la solución del sistema (A9)-(A10) acople con la solución obtenida en la expansión; es decir, para $\hat{\eta} \rightarrow \infty$ se cumple:

$$\frac{\hat{z}}{(-\hat{\eta})^{1/3}} = A \quad \text{y} \quad \frac{\hat{u}_b}{(-\hat{\eta})^{1/6}} = C.$$

Integrando numéricamente se obtiene $M = 0.26$.

La solución del sistema cuando $\hat{u}_b = 0$ es

$$\hat{z} = \left(-\frac{25k_1}{3B}\hat{\eta}\right)^{2/5}, \quad \hat{v} = k_2 \left(-\frac{25k_1}{3B}\hat{\eta}\right)^{-2/5}, \quad \hat{y} = -\frac{k_1}{k_2} \left(-\frac{25k_1}{3B}\hat{\eta}\right)^{2/5}. \quad (A12)$$

Para estudiar la capa estrecha en las proximidades de \bar{n}

en la región de compresión, se definen las variables

$$z=z \quad , \quad J=v(4\eta-3y) \quad , \quad P=vz$$

El sistema de ecuaciones (IV-24)-(IV-29) escrito en las nuevas variables es

$$4P = z \frac{dJ}{d\eta} \quad , \quad (A13)$$

$$3 \frac{dp}{d\eta} = 10J - \frac{d}{d\eta} \left(\frac{J^2 z}{P} + J \right) \quad , \quad (A14)$$

$$\frac{z}{P^{4/3}} \frac{d}{d\eta} \left(\frac{JP^{4/3}}{z^{10/3}} \right) = \frac{F}{\alpha} \frac{d}{d\eta} \left(z^{5/2} \frac{dz}{d\eta} \right) \quad , \quad (A15)$$

siendo $F=23.32b(Z_i)(Z_i+1)^{-7/2}Z_b\gamma^3(m_e m_i)^{1/2}/(m_p \beta^4)$.

Para evitar que J (flujo másico relativo a la superficie $\eta=\bar{\eta}$) sea discontinuo es necesario que el término de conducción comience a contar a una distancia a la derecha de $\bar{\eta}$, del orden de $\alpha^{-13/40}$. En efecto, dado que el valor de J a la derecha e izquierda de $\bar{\eta}$ deben ser del mismo orden, es fácil ver que

$$J(\eta \rightarrow \bar{\eta}^-) \sim \alpha^{-1/4}$$

y

$$J(\eta \rightarrow \bar{\eta}^+) \sim (\eta - \bar{\eta})^{10/13} \quad ,$$

y por tanto $\eta - \bar{\eta} = 0(\alpha^{-13/40})$. Se define entonces un punto tal que

$$\eta_1 = \bar{\eta} + b\alpha^{-13/40} \quad ,$$

y una zona, entorno al punto η_1 , de espesor

$$\hat{\eta} = \alpha^r (\eta - \eta_1) \quad (r > 13/40) .$$

En las proximidades del punto η_1 la solución isentrópica se comporta como

$$z = B_1 (b\alpha^{-13/40} + \hat{\eta}\alpha^{-r})^{3/13} = B_1 b^{3/13} \alpha^{-3/40} (1 + 3\hat{\eta}\alpha^{-r+13/40}/13b) + \dots ,$$

$$J = \frac{26B_2}{5} (b\alpha^{-13/40} + \hat{\eta}\alpha^{-r})^{10/13} = \frac{26B_2}{5} b^{10/13} \alpha^{-1/4} (1 + 10\hat{\eta}\alpha^{-r+13/40}/13b) + \dots$$

$$P = B_1 B_2 + \dots .$$

Desarrollando las variables anteriores en serie de potencias de α se obtiene:

$$z = B_1 b^{3/13} \alpha^{-3/40} + z_1 \alpha^{-r+1/4} + \dots ,$$

$$J = \frac{26B_2}{5} b^{10/13} \alpha^{-1/4} + J_1 \alpha^{-r+3/40} + \dots ,$$

$$P = B_1 B_2 + \dots .$$

Introduciendo este desarrollo en el sistema de ecuaciones (A13)-(A15), se tiene

$$4B_2 = b^{3/13} \frac{dJ_1}{d\hat{\eta}} ,$$

$$\frac{dP}{d\hat{\eta}} = 0$$

$$4B_1 B_2 - \frac{52}{3} B_2 b^{10/13} \frac{dz_1}{d\hat{\eta}} = F B_1^{5/2} b^{15/26} a^{r+1/4-15/80-1} \frac{d^2 z_1}{d\hat{\eta}^2} ;$$

y por tanto para que el término de conducción electrónica entre en juego, es necesario que

$$r=15/16$$

y las ecuaciones en la zona de espesor $a^{-15/16}$ entorno a η_1 son

$$4B_2 = b^{3/13} \frac{dJ_1}{d\hat{\eta}} ,$$

$$\frac{dP}{d\hat{\eta}} = 0$$

$$4B_1 B_2 - \frac{52}{3} B_2 b^{10/13} \frac{dz_1}{d\hat{\eta}} = F B_1^{5/2} b^{15/26} \frac{d^2 z_1}{d\hat{\eta}^2} ,$$

cuya solución es

$$J_1 = \frac{4B_2}{b^{3/13}} \hat{\eta} + G ,$$

$$P = B_1 B_2$$

$$z_1 = H + k \exp \left[-\frac{52}{3} \frac{B_2 b^{5/26}}{B_1^{5/2} F} \hat{\eta} \right] + \frac{3B_1 \hat{\eta}}{13b^{10/13}} ,$$

donde G, H, y k son constantes de integración.

Es fácil ver que el comportamiento de la solución anterior para $\hat{\eta} \rightarrow \infty$ coincide con el de la solución isentrópica; y por otro lado que el desarrollo de z , en potencias de α , deja de ser válido cuando

$$-\hat{\eta} = O(\ln \alpha) .$$

Se define entonces

$$z = \alpha^{-3/40} \hat{z} ,$$

que introducida en la ecuación (A15), se tiene

$$F \frac{d}{d\hat{\eta}} \left(\hat{z}^{5/2} \frac{d\hat{z}}{d\hat{\eta}} \right) + \frac{52}{3} B_2 b^{10/13} \frac{d\hat{z}}{d\hat{\eta}} = 4B_1 B_2 \alpha^{-49/80} .$$

Ecuación que para $\alpha \rightarrow \infty$, e integrada una vez es

$$3F \hat{z}^{5/2} \frac{d\hat{z}}{d\hat{\eta}} + 52B_2 b^{10/13} (\hat{z} - B_1 b^{3/13}) = 0$$

cuya solución es

$$-\hat{\eta} = \frac{6F}{52B_2 b^{10/13}} \left[\frac{\hat{z}^{5/2}}{5} + B_1 b^{3/13} \frac{\hat{z}^{3/2}}{3} + B_1^2 b^{6/13} \hat{z}^{1/2} + \frac{B_1^{5/2} b^{15/26}}{2} \ln \frac{\hat{z}^{1/2} - B_1^{1/2} b^{3/26}}{\hat{z}^{1/2} + B_1^{1/2} b^{3/26}} \right] ,$$

que para $\hat{\eta} \rightarrow -\infty$ se comporta como

$$\hat{z} = \left[\frac{260B_2 b^{10/13}}{6F} \right]^{2/5} (-\hat{\eta})^{2/5} ,$$

y la solución es por tanto

$$z = \alpha^{-3/40} \hat{z} = \alpha^{-3/40} \left[\frac{260B_2 b^{10/13}}{6F} \right]^{2/5} (-\hat{\eta})^{2/5},$$

$$J = \frac{26}{5} B_2 b^{10/13} \alpha^{-1/4},$$

$$P = B_1 B_2.$$

Del acoplamiento con la solución en la expansión teniendo en cuenta

$$J = (\eta \rightarrow \bar{\eta}) = \frac{k_1}{\gamma} \alpha^{-1/4}$$

y como consecuencia

$$b = \left[\frac{5k_1}{26B_2} \right]^{13/10}$$

y la temperatura mínima y densidad máxima valen respectivamente

$$z_{\min} = \alpha^{-3/40} B_1 b^{3/13}$$

$$v_{\max} = \alpha^{3/40} B_2 b^{-3/13}$$

Para $Z_i=1$, $\beta=1$ se obtienen los siguientes valores

$$b = 0.033,$$

$$z_{\min} = 0.795 \alpha^{-3/40},$$

$$v_{\max} = 1.667 \alpha^{3/40}.$$

APENDICE B

PRESION DE ABLACION Y RENDIMIENTO HIDRODINAMICO #

APENDICE B (Presión de ablación y rendimiento hidrodinámico)

En fusión por confinamiento inercial, es interesante conocer la presión de ablación P_a , y la masa ablacionada por unidad de área \dot{m} ; de las expresiones de ambas magnitudes

$$P_a = nk(T_e + T_i/Z_i) \quad , \quad (B1)$$

$$\dot{m} = m_i n v \quad , \quad (B2)$$

y teniendo en cuenta el análisis realizado en el Capítulo V se llega a las expresiones

$$P_a = 105 \bar{\gamma}^{-2} \frac{A_i}{Z_i Z_b^2 A_b^{3/2}} \frac{[E_o (\text{MeV})]^{5/2}}{\tau (\text{nseg})} (t/\tau)^{2/3} \text{ Mbars} \quad , \quad (B3)$$

y

$$\dot{m} = 7 \times 10^5 \frac{C^2}{A} \frac{Z_i A_i}{Z_b^2 A_b} \frac{[E_o (\text{MeV})]^2}{\tau (\text{nseg})} (t/\tau)^{1/3} \text{ g cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \quad , \quad (B4)$$

las constantes $\bar{\gamma}$ y C^2/A para distintos valores de Z_i y β figuran en la Tabla I.

A la vista de estas expresiones es posible calcular la eficiencia hidrodinámica, ϵ , de una delgada capa de plasma que es irradiada por un haz intenso de iones ligeros, siendo, ϵ , la fracción de energía del haz, E_a , que es absorbida por el blanco

$$\epsilon = \frac{MU^2}{2E_a} \quad , \quad (B5)$$

donde M es la masa por unidad de área que permanece en el blanco en cualquier momento y U su velocidad. Dichas magnitudes vienen dadas por las expresiones:

$$\frac{dM}{dt} = -\dot{m} \quad , \quad (B6)$$

$$M \frac{dU}{dt} = -P_a \quad . \quad (B7)$$

McCall (1982), Ripin y otros (1980), Duderstadt y Morse (1982), han evaluado el rendimiento hidrodinámico ϵ de una capa delgada de plasma en la interacción laser-plasma, suponiendo que tanto \dot{m} como P_a son independientes del tiempo. Esta dependencia fue más tarde considerada por Sanmartín y otros .

Asumiendo en nuestro caso que $\dot{m} = \dot{m}_m (t/\tau)^{1/3}$ y que $P_a = P_{am} (t/\tau)^{2/3}$ donde \dot{m}_m y P_{am} vienen dados por

$$\dot{m}_m = 7 \times 10^5 \frac{C^2}{A} \frac{Z_i A_i E_o}{Z_b^2 A_b \tau} \quad , \quad (B8)$$

$$P_{am} = 105 \bar{\gamma}^2 \frac{A_i}{Z_i Z_b^2 A_b^{3/2}} \frac{E_o}{\tau} \quad , \quad (B9)$$

e integrando las ecuaciones (B6) y (B7) se obtiene:

$$M = M_o - \frac{3}{4} \dot{m}_m (t/\tau)^{4/3} \quad ,$$

y

$$U = \left(\frac{3}{4}\right)^{1/4} \frac{P}{\dot{m}_m} \frac{am}{\dot{m}_m} \left[\frac{\dot{m}_m \tau}{M_0} \right]^{1/2} G(\Delta) \quad , \quad (B10)$$

con

$$G(\Delta) = 4\Delta^{-1/4} - \ln \frac{1-\Delta^{1/4}}{1+\Delta^{1/4}} + 2\text{tg}^{-1} \Delta^{1/4}$$

siendo M_0 la masa inicial. Considerando que la energía del haz es

$$\int_0^{\tau} E_b(t) I_b(t) (eZ_b)^{-1} dz \quad , \quad (B11)$$

y teniendo en cuenta las expresiones (B5), (B10) y (B11) se obtiene finalmente:

$$\epsilon = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \frac{P}{E_0} \frac{am}{I_0} \frac{eZ_b}{M_0} \frac{1-\Delta}{\Delta^{3/2}} [G(\Delta)]^2$$

donde $\Delta \equiv 1 - M/M_0$.

TABLA I

	$\beta = 0.5$		$\beta = 1$		$\beta = 2.5$	
	\bar{Y}	C^2/A	\bar{Y}	C^2/A	\bar{Y}	C^2/A
$Z_i = 1$.4381	1.4777	.4362	1.0766	.4295	.9492
$Z_i = 2$.5306	.8178	.5108	.5403	.4939	.4283
$Z_i = 4$.7017	.5249	.6552	.3261	.6155	.2398

REFERENCIAS

REFERENCIAS

- ABRAMOWITZ, M. 1970 "Handbook of Mathematical Functions"
STEGUN, I.A. National Bureau of Standards,
Washington, D.C., 1970.
- BARRERO, A. 1982 "One Dimensional Motion of Ion Beam
FERNANDEZ, A. Fusion plasmas",
Proceedings de la 1982 Internatio-
nal Conference on Plasma Physics,
Goteborg, 1982.
- BARRERO, A. 1977 "Self-Similar Motion of Laser Fusion
SANMARTIN, J.R. Plasma. Absortion in a Unbounded
Plasma",
Physics of Fluids 20 1155, 1977.
- BARRERO, A. 1980 "Transition From Isentropic to
SANMARTIN, J.R. Isothermal Expansion in Laser
Produced plasmas",
Plasma Physics 22, 617, 1980.
- BETHE, H. 1930 "On the Theory of the Passage of
Fast Particle Beam Through Matter",
Ann. Phys. 5, 325, 1930.
- BEKEFI, G. 1972 "Plasma Physics",
De Witt y Peyraud (Gordon y Breach)
1972.
- BOHR, N. 1913 "On the Theory of the Decrease of
Velocity of Moving Electrified
Particles on Passing Through Matter",
Philos. Mag. 25, 10, 1913.

- BOHR, N. 1915 Philos. Mag. 30, 581, 1915.
- BROWN, M.D. 1972 "Stopping Power of Some Solids for
MOAK, C.D. 30-90 MeV U Ions",
Phys. Rev. B6, 90, 1972.
- BRUECKNER, K.A. 1974 "Laser Driven Fusion",
JORNA, S. Rev. Mod. Phys. 46, 325, 1974
- BUTLER, S.T. 1962 Phys. Rev. 126, 1, 1962.
BUCKINGHAM, M.T.
- CLAUSER, M.J. 1975 Phys. Rev. Lett. 35, 848, 1975.
- CLAUSER, M.J. 1978 Phys. Rev. Lett. 38, 398, 1978.
MIX, L.P.
POUKEY, J.W.
QUINTEZ, J.T.
TOEPFER, R.G.
- COURANT, R. 1948 "Supersonic Flow and Shock Waves",
FRIEDRICH, K.O. Interscience, Nueva York, 1948.
- DUDERSTADT, J.J. 1982 "Inertial Confinement Fusion",
MOSES, G.A. Wiley, Nueva York, 1982.
- EVANS, R.G. 1981 "Rutherford Appleton Laboratory
Report RL-81-022", 1981.
- EVANS, R.G. 1983 "A Simple Model of Ion Beam Heated
ICF Targets",
Laser and Particle Beams 1, 231,
1983
- FANO, U. 1963 Ann. Rev. Nucl. Sci. 13, 1, 1963.

- MELHORN, T.A. 1981 "A Finite Material Temperature Model for Ion Energy Deposition in Ion Driven Inertial Confinement Fusion Targets",
J. Appl. Phys. 52, 6522, 1981.
- NARDI, E. 1978 "Energy Deposition by Fast Proton
PELEG, E. in Pellet Fusion Targets",
ZINAMON, Z. Physics of Fluids 21, 574, 1978.
- NICOLAS, J. A. 1984 Tesis Doctoral, Universidad Politecnica de Madrid.
- NUCKOLLS, J. 1972 "Laser Compression of Matter to
WOOD, L. Super-High Densities: Thermonuclear (CTR) Applications",
THIESEN, A. Nature 239, 139, 1972.
ZIMMERMAN, G.
- PINES, D. 1952 "A Collective Description of Electron Interactions: II. Collective vs Individual Particle Aspects of the Interaction",
BOHM, D. Phys. Rev. 85, 388, 1952.
- RAMIS, R. 1983 Nuclear Fusion 23, 739, 1983.
SANMARTIN, J.R.
- RIPIN, B.H. 1980 "Laser Plasma Interaction and Ablative Acceleration Of Thin Foils at 10^{12} - 10^{15} W cm⁻²",
DECOSTE, R. Physics of Fluids 23, 1012, 1980.
OBENSCHAIN, S.P.
BODNER, S.E.
Mc LEAN, E.A.
YOUNG, F.C.
WHITLOCK, R.R.
ARMSTRONG, C. M.
GRUN; J.
STAMPER, J.A.

