

Programación de Producción en Grandes Series con Líneas en Paralelo y Restricciones Comunes. Una aproximación Operativa.

José Pedro GARCÍA SABATER, Alejandro RODRIGUEZ, Cristóbal MIRALLES, Raúl POLER
Dpto de Organización de Empresas, EF y C. Universidad Politécnica de Valencia

RESUMEN

En el proceso de fabricación de un automóvil es necesario generar una gran cantidad de piezas metálicas que conformarán la carrocería. Estas piezas se fabrican en un entorno con una demanda que se puede considerar estable, y en muchos casos constante. La preparación de las máquinas para el inicio de la producción de piezas requiere una gran cantidad de recursos durante una cierta cantidad de tiempo no despreciable. El número de máquinas distintas es elevado como grande es la complejidad del sistema productivo. La tarea de programación de producción en un entorno como éste es complicada. Su informatización exige la gestión de un gran número de datos que generalmente hay que obtener de sistemas distintos. Se propone un modo de gestionar la producción, así como el modelo matemático asociado y un método de resolución del problema.

1 Introducción

Un primer análisis del Sistema de Prensas en una empresa de fabricación de automóviles lo describiría como un taller Bi-etapa (Corte y Estampación) [1]. A partir de bobinas de acero se realizan las diferentes piezas que componen una carrocería. Las bobinas se deben desenrollar para poder troquelar las pletinas. Estas pletinas tienen un coste de almacenaje relativamente bajo puesto que son piezas prácticamente bidimensionales.

En la etapa de prensado se conforman las piezas que posteriormente se ensamblarán en la carrocería a partir de las pletinas anteriormente generadas. El coste de almacenaje de los productos resultantes es elevado debido a que las piezas adquieren volumen al pasar por la línea de prensas. Pese a que la metodología SMED ha contribuido a reducir los tiempos de cambio de partida, la realidad es que éstos siguen teniendo una gran importancia.

Otro aspecto a destacar es la importancia de la mano de obra asociada a los cambios de partida, y que suele ser compartida lo que implica consumo de recursos coincidentes. La complejidad en número de productos es también un factor muy importante a considerar. Una carrocería consta de un número elevado de piezas distintas de elementos, que en ocasiones serán diferentes según el vehículo a fabricar.

La Planificación y Control de la Producción tiene en la etapa de prensas unas características muy particulares: Se trata de productos de consumo continuo y por tanto los lotes no están definidos y pueden ser variados a voluntad. Aún siendo el proceso de fabricación conceptualmente simple (taller bietapa), éste es mecánicamente muy complejo, teniendo, con relativa frecuencia fluctuaciones, del ritmo de producción y, en menor número de casos, interrupciones por averías y otras alteraciones del Programa.

El proceso de Programación y Control de Producción en el área de Corte y Estampación es una tarea compleja donde se tienen que realizar las tres subfunciones de la programación

(carga, secuenciación y temporización según Companys en [2]) modo simultáneo para las líneas de corte y de prensa, por la existencia de restricciones debidas a limitaciones de recursos, que las distintas líneas utilizan de modo común.[3]

2 Formalización del Problema

En primer lugar se propone una revisión de los índices, parámetros y variables que conforman el modelo, y que por tanto deberán tener su plasmación en el sistema diseñado para el mantenimiento de la información.

Conjuntos:

$I = \{\text{Conjunto de productos}\}$

$R = \{\text{Conjunto de recursos}\}$

$T = \{\text{Conjunto de periodos de planificación}\}$

Índices:

i, j : índice que recorre los productos.

r : índice que recorre los recursos.

τ, t : índice que recorre los periodos.

$m(i)$: índice que recorre los lanzamientos de i .

Parámetros:

I : Número de productos $|I|$

R : Número de recursos $|R|$

T : Número de periodos $|T|$

$d_{i,t}$: demanda del producto i durante el período t .

p_i : capacidad de producción de i

$S_{i,0}$: Stock inicial de i

CL_i : Coste asociado al lanzamiento de i .

TL_i : tiempo asociado al lanzamiento de i .

$DISP_{r,t}$: Disponibilidad del recurso r

H : Número de periodos del horizonte.

MAX_i : Cantidad máxima almacenable de i .

k : Coste de almacenamiento por u.m durante H .

mp_i : Valor de la materia prima.

v_i : Valor añadido del proceso de producción.

Cu_i : Coste unitario ($Cu_i = mp_i + v_i$)

SS_i : Stock de seguridad del producto i

$g_{i,r}$: Consumo de recurso r al cambiar a producto i .

$f_{i,r}$: Recurso r consumido al fabricar i .

Variables:

$Q_{i,m}$: Tamaño de lote m de i .

$Z_{i,m}$: Instante de fabricación del lote m de i .

$\delta_{i,t} = \{0,1\}$: Indicador de fabricación.

$\varepsilon_{i,t} = \{0,1\}$: Indicador de cambio en t .

M_i : Cantidad de lotes de producto i programados.

$PP_{i,m}$: Punto de pedido del lote m de producto i .

$S_{i,t}$: Inventario de producto i al inicio del periodo t .

2.1 El Modelo.

Se presenta en este apartado un modelo matemático que pretende minimizar los costes totales de gestión de un entorno como el citado en la introducción. Dichos costes totales son los de cambio de partida más los costes de almacenamiento durante el horizonte de programación.

El primer conjunto de restricciones [r.1.1] establece un balance de material entre los diferentes periodos del programa, de él se obtiene el nivel de inventario que no podrá ser inferior a la demanda estimada del periodo ni superior a la capacidad del almacén ([r.1.5] y [r.1.6]).

El conjunto de restricciones [r.1.2] limita el consumo de recursos comunes utilizados tanto para realizar un cambio como para fabricar. Esta restricción se apoya en dos conjuntos de variables binarias, que nos indican para cada periodo y para cada producto la situación. Dichos conjuntos de variables adoptan sus valores a través de las restricciones [r.1.3] y [r.1.4]. Las restricciones [r.1.5] y [r.1.6] establecen los valores mínimos y máximos de inventario.

Las restricciones [r.1.7] impiden el solapamiento de dos lotes del mismo producto, mientras que las restricciones [r.1.8] obligan a que los lotes se programen dentro del horizonte. Las restricciones [r.1.9] permiten definir el número de lanzamientos de cada producto.

En estas restricciones se observa que las variables de decisión son $Z_{i,m}$ y $Q_{i,m}$, es decir las variables que indican cuando se lanza el m-ésimo lote de producto i, y cual es el tamaño de lote, siendo el resto variables indicadoras.

$[MIN] \sum_i M_i CL_i + \sum_i \sum_t k \frac{Cu_i}{H} S_{i,t} \quad [0.1.1]$
<p>Sujeto a:</p>
$S_{i,t} = S_{i,t-1} - d_{i,t-1} + p_i \cdot \delta_{i,t} \quad \forall i,t \quad [r.1.1]$
$\sum_i \varepsilon_{i,t} \cdot g_{i,r} + \sum_i \delta_{i,t} \cdot f_{i,r} \leq DISP_{r,t} \quad \forall r,t \quad [r.1.2]$
$\delta_{i,t} = 1 \quad si \quad \exists m / Z_{i,m} + TL_i \leq t \leq Z_{i,m} + TL_i + \frac{Q_{i,m}}{p_i} \quad \forall i,t \quad [r.1.3]$
$\varepsilon_{i,t} = 1 \quad si \quad \exists m / Z_{i,m} \leq t \leq Z_{i,m} + TL_i \quad \forall i,t \quad [r.1.4]$
$S_{i,t} \geq d_{i,t} + SS_i \quad \forall i,t \quad [r.1.5]$
$S_{i,t} \leq MAX_i \quad \forall i,t \quad [r.1.6]$
$Z_{i,m} \leq Z_{i,m-1} + TL_i + \frac{Q_{i,m-1}}{p_i} \quad \forall i,m > 1 \quad [r.1.7]$
$Z_{i,m} \leq H \quad \forall i,m > 1 \quad [r.1.8]$
$M_i \geq m \quad \forall i, m / Q_{i,m} > 0 \quad [r.1.10]$
$\delta_{i,t} = \{0,1\} \quad \varepsilon_{i,t} = \{0,1\} \quad Z_{i,m}, Q_{i,m} \geq 0 \quad \forall i,m$

Tabla Modelo 1

3 PROGRAMACIÓN DE PRODUCCIÓN SEGÚN PUNTO DE PEDIDO

Un modo de abordar la resolución del modelo planteado es el uso de la Gestión por Punto de Pedido para el entorno descrito. Dada la existencia de restricciones en el uso de recursos entre diferentes productos si la producción es simultánea es necesario programar la producción para un horizonte largo, de tal modo que se prevean y solucionen posibles conflictos entre productos cuyo punto de pedido coincida.

Se ha indicado ya que [3] se define tres subfunciones básicas de la Programación de la Producción: Carga, Secuenciación y Temporización.

En este caso la subfunción carga (asumiendo que es conocido y definido el método de fabricación del producto) consiste en determinar los tamaños de lote a considerar, teniendo en cuenta la posibilidad de ejecutar el programa.

La subfunción secuenciación establece el orden en que se deben lanzar las distintas ordenes de trabajo. La secuencia estará basada fundamentalmente en la relación entre inventario y la demanda, lo que da los denominados “ratios de cobertura”. Estos ratios de cobertura indican la cantidad de periodos de demanda cubiertos con las existencias actuales. A priori, parece interesante que se programe antes aquel producto que tenga un ratio de cobertura inferior.

Puede darse el caso de que no fuera posible establecer un programa (Carga + Secuenciación) factible. Para resolver esto se deberá modificar la Carga efectuada (modificar los tamaños de lote). La citada comprobación del programa propuesto se puede hacer mediante una temporización “temprana”, es decir, se programa la producción de cada lote tan pronto como sea posible, comenzando por el primer lote a programar. Si se llega a un periodo en el que no es factible satisfacer la demanda es debido a que los lotes de los productos programados no es adecuado. La modificación del tamaño de lote lleva a una secuencia diferente y por tanto a un programa distinto, cuya factibilidad debe de ser de nuevo evaluada.

En el caso de que el programa sí fuera factible, una adecuada gestión de inventarios exigiría retrasar la producción se cada producto tanto como fuera posible. Esto es, comenzando con el último lote programado, se retrasaría el inicio de cada lote hasta el último momento en que pueda ser programado sin afectar a los demás productos. De este modo abordaríamos la temporización según temporización tardía.

El esquema utilizado para resolver el problema de programación es el siguiente:

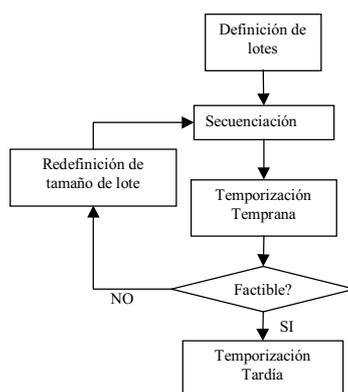


Figura 1: Esquema de resolución propuesto

3.1 Definición del Tamaño de Lote

Se puede entender que la subfunción carga se ve representada por el cálculo del tamaño de lote. La demanda es conocida, aunque incierta por periodos y por tanto son aplicables conceptos como los expuestos en [4] para demanda variable. En los entornos reales analizados existe una cierta incertidumbre en la demanda que añadida a la estabilidad de la misma, permite considerar demanda estable y por tanto procedimientos de resolución como los

expuestos a continuación. Por tanto se asumirá $d_{i,t}=d_i$ para cualquier valor de t , en el cálculo del lote.

Si se asume que durante el horizonte de planificación la unidad productiva no estará disponible la totalidad de los periodos, esto se tendrá en cuenta reduciendo el número de periodos útiles. Sea γ el ratio de periodos útiles. En este caso el total de tiempo empleado en la fabricación de los productos debe ser inferior al numero de periodos disponibles.

$$\sum_i \left(\frac{d_i H}{Q_i} TL_i + \frac{d_i H}{p_i} \right) \leq \gamma H \quad (1)$$

Por otro lado, como se ha comentado, es posible que haya limitaciones en la capacidad de almacenamiento de determinados productos finales por la presencia de unidades de almacenaje o espacio limitada. Este hecho viene expresado en la siguiente desigualdad.

$$Q_i \frac{p_i - d_i}{p_i} + SS_i \leq MAX_i \quad (2)$$

En la anterior expresión aparece el sumando SS_i que refleja la existencia de un cierto stock de seguridad, que podría ser arbitrariamente definido, y que limitaría el lote a fabricar.

Así pues, el modelo a resolver tendría la siguiente configuración.

$[MIN] \sum_i \left[\frac{d_i H}{Q_i} CL_i + k \frac{Q_i}{2} \left[m_i + \frac{p_i - d_i}{p_i} v_i \right] \right] \quad [0.2.1]$ <p>Sujeto a:</p> $\sum_i \left(\frac{d_i H}{Q_i} TL_i + \frac{d_i H}{p_i} \right) \leq \gamma H \quad [r.2.1]$ $Q_i \frac{p_i - d_i}{p_i} + SS_i \leq MAX_i \quad \forall i \quad [r.2.2]$

Tabla 5.2 Modelo 2

3.1 Secuenciación y Análisis de Factibilidad (Temporización Temprana)

La función secuenciación, va asociada al concepto de periodo de cobertura. Los productos con un ratio de cobertura menor tienen prioridad en la secuencia de los lotes. El único concepto relevante en este aspecto es la necesidad de calcular tantos ratios de cobertura como lotes que permitan, junto con el inventario inicial, cubrir todo el horizonte de programación. Cada uno de los periodos de cobertura así obtenidos es el punto de pedido (excluyendo stocks de seguridad) de cada uno de los lotes para cada uno de los productos.

Una vez definido el tamaño del lote se debe proceder a secuenciar. La secuenciación se hace en función de los denominados “periodos de cobertura”. Es decir, se secuenciará primero aquel producto cuyo inventario permitirá cubrir el menor número de periodos (este producto es el más urgente). El proceso de secuenciación se hará simultáneamente con el de temporización temprana para comprobar que el anterior cálculo de lotes es adecuado. El proceso de secuenciación y temporización temprana es reflejado en el diagrama de la figura 2.

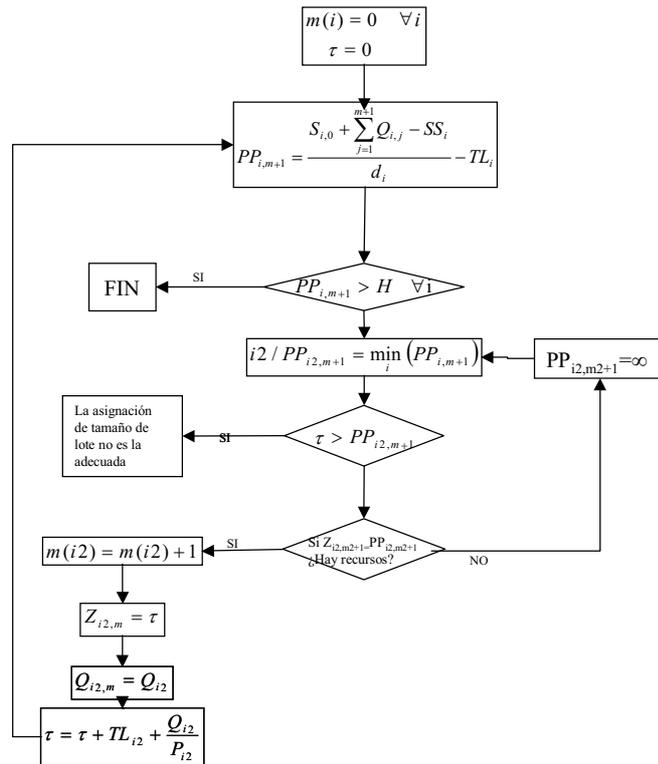


Figura 2 Diagrama del proceso de secuenciación y temporización temprana

Básicamente el proceso se puede resumir del siguiente modo se inicia el proceso inicializando las variables que indican el numero de lotes ya programados de cada producto i . El reloj τ arrastrará el instante de disponibilidad de la unidad productiva.

El punto de pedido, dada la producción de m lotes anteriores es el punto en el que el nivel de stock presente sirve para cubrir la demanda durante el tiempo de cambio de partida.

$$PP_{i,m+1} = \frac{S_{i,0} + \sum_{j=1}^{m+1} Q_{i,j} - SS_i}{d_i} - TL_i$$

(3)

De entre todos los productos se elige aquel con un punto de pedido inferior. Si éste es mayor o igual que el valor H el proceso ha terminado.

Si el citado valor mínimo es superior al tiempo τ en el que la unidad productiva quedará libre del último lote programado, entonces el siguiente lote a programar es el de aquel producto con menor Punto de Pedido. El tamaño de lote a programar sería el Q_i calculado anteriormente.

Si, por el contrario, el valor mínimo fuera superior al citado τ , el programa representado por los tamaños de lote previstos no sería factible. El motivo expresado gráficamente sería este:

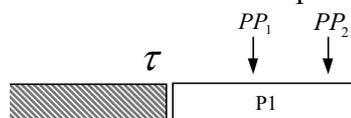


Figura 3: Conflictos en la temporización temprana

En este caso no sería factible programar el producto 2 sin incurrir en una ruptura de stock. Una solución al problema si $\tau + TL_2 + \frac{Q_2}{P_2} < PP_1$ es proceder a intercambiar la secuencia entre 1 y 2. El cambio de secuencia debiera ir reflejado en el punto de pedido.

3.3 Revisión de Tamaño de Lote

Si se diera una solución conflictiva como la expresada en el apartado anterior, y la solución propuesta de intercambiar los dos productos no fuera posible, se abren tres opciones básicas que requieren modificar los tamaños de lote.

- a) Se podría intentar reducir el tamaño de lote de 1 para que sea factible la introducción del lote correspondiente de $i=2$. En este caso $Q'_1 = (PP_2 - \tau - TL_1) * p_1$. Combinando la posibilidad de intercambio con la aquí expuesta, se podría modificar el tamaño de lote de 2, asignando $Q'_2 = (PP_1 - \tau - TL_2) * p_2$. De entre las dos alternativas sería preferida aquella que maximice $\min\left(PP_1 + \frac{Q_1}{d_1}; PP_2 + \frac{Q_2}{d_2}\right)$.
- b) Si alguno de los dos productos se ha producido antes, se podría aumentar el tamaño de lote hasta que resuelva el conflicto (siempre que no genere otro previo).

$$Q'_{1,m-1} = Q_1 + d_1(\tau + TL_2 + Q_2 - PP_1) \quad (4)$$

ó

$$Q'_{2,m-1} = Q_2 + d_2(\tau + TL_1 + Q_1 - PP_2) \quad (5)$$

- c) Se puede reducir el tamaño de lote de algún producto programado antes para reducir el τ que genera el conflicto. De hacerse de este modo lo lógico sería reducir el último lote de aquel producto con mayor cobertura en el momento de análisis
- $$PP_{i2,m} = \max PP_{i,m}$$

Una vez resuelto mediante alguno de los métodos anteriores u otros, el conflicto modificando el tamaño de lote, procede seguir adelante en el proceso de secuenciación y temporización temprana, hasta encontrar una solución factible, es decir un programa de producción.

3.3 Revisión de Tamaño de Lote

Si se adoptara cómo programa de producción el así obtenido los niveles de stock tenderían a aumentar. Por ello cuando este acabe, se puede establecer la temporización definitiva, mediante el procedimiento de temporización tardía.

Mediante este procedimiento se temporizan uno a uno los diferentes lotes de los diferentes productos. El orden en que estos lotes se van incorporando al programa es según un criterio decreciente. De este modo se incorporan primero los lotes con Puntos de Pedido más tardíos. También en este caso sería necesario comprobar, al ubicar cada producto, la factibilidad debida a la limitación de uso de recursos.

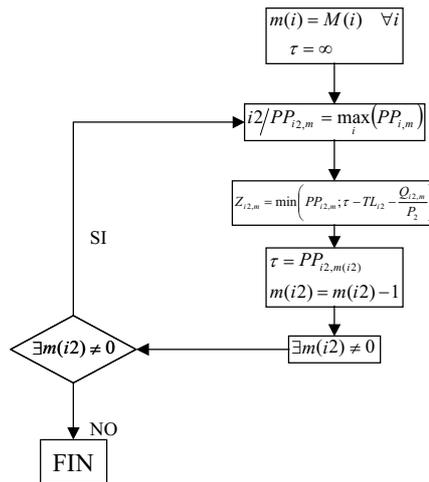


Fig 4 Diagrama de flujo de temporización tardía.

5 Conclusiones y Líneas Futuras de Investigación.

En el presente trabajo se ha introducido el problema real de fabricación en grandes lotes, con recursos limitados. Tras plantear un modelo general se ha propuesto un método de resolución en 3 etapas que permite abordar el problema de modo consistente.

Este procedimiento se ha implementado en un sistema informático actualmente en funcionamiento en una planta de estampación en una fábrica de automóviles, con resultado alentadores.

Una visión táctica del problema nos llevaría a pretender plantear un modo de programación de producción que dotara de una cierta estabilidad al programa y que además facilitara la labor del programador, aunque sin el uso de herramientas excesivamente sofisticadas.

Este doble objetivo se consigue con la propuesta de usar un modo de gestión de stocks, que utilice el concepto de aprovisionamiento periódico con política de potencias de dos según explicado en [5].

De este modo el problema de programación se simplificaría en cada periodo, pues sólo sería necesario tener en cuenta en cada periodo de programación los productos implicados en ese periodo y las posibles incidencias que vayan asociadas. Esta es pues una línea de trabajo futura propuesta.

Referencias

- [1] Mullins,P; *Volvo Born plant for 480ES production*; Automotive Engineering; Junio-Julio 1986
- [2] Companys R. Corominas A.; *Organizacion de la produccion II.Direccion de operaciones -4*; Ediciones UPC; 1996
- [3] García JP; Poler R; Rodriguez A; Olcina J; *Desarrollo de un modelo de programación de producción para un sistema contra inventario con múltiples líneas en paralelo.*; III Jornadas de Ingeniería de Organización; Barcelona 1999
- [4] Bramel, J. y Simchi-Levi. "The Logic of Logistics". Springer 1997
- [5] Muckstadt, JM Roundy RO. Analysis of Multistage Production Systems. *Handbooks in Operation Research and Management Science. North Holland, 1997*