LA «CONSEQUENTIA MIRABILIS»: DESARROLLO HISTORICO E IMPLICACIONES FILOSOFICAS

Ignacio Miralbell. Universidad de Navarra.

A raíz de la lectura del artículo publicado por el profesor Angelelli en *Studia Leibniciana* con el título de *«On Saccheri's use of the consequentia mirabilis»* [1], me llamó la atención esta ley lógico-formal que se ha denominado de un modo tan sorprendente como «consecuencia admirable» o también ley de Clavius. Como veremos, su grafía en lógica proposicional es la siguiente:

$(\neg p \rightarrow p) \rightarrow p$ o bien, $(p \rightarrow \neg p) \rightarrow \neg p$

Y consiste básicamente en la fórmula según la cual si de la negación de una proposición p es posible deducir p, es decir, la contra-hipótesis, entonces p está suficientemente demostrada, y viceversa.

Me propongo aquí analizar esta ley lógica atendiendo, en primer lugar a sus principales apariciones en la historia de la lógica; en segundo lugar, a algunos célebres argumentos en los que se ha utilizado este esquema argumentativo; y en tercer lugar, a un análisis de sus implicaciones filosóficas.

1. La ley de Clavius en la historia de la lógica.

Si seguimos cronológicamente la trayectoria de este teorema hay que decir que el primero en ponerlo de relieve fue Cardano (1501-1576) que en su obra *De Proportionibus* (1570) se considera el descubridor de esta innovación lógica, aunque admitiendo que se inspira en algunos teoremas del sistema elaborado por los estoicos. Cardano hace el siguiente comentario:

> «Y esto nunca ha podido nadie conseguirlo, más aún, parece ciertamente algo imposible y es sin duda la cosa más admirable descubierta desde que el mundo existe, a saber, la posibilidad de demostrar algo a partir de su opuesto, en una proposición que no conduce a absurdo alguno y de manera tal que no cabría llevarla a cabo sino mediante la suposición de lo contrario de la conclusión». [2]

Posteriormente, el matemático Clavius escribió un *Escolio a Euclides, IX,12* (publicado en 1574), cuyo propósito fundamental era precisamente demostrar que el esquema formal de un argumento de Euclides - la demostración del teorema 12 del libro IX de los *Elementa*- responde a la fórmula de la *consequentia mirabilis.*

Clavius era un buen matemático y su obra despertó bastante interés entre los matemáticos y los lógicos de su época por esta ley.

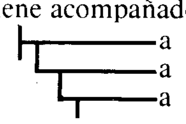
Seguramente fue en la obra de Clavius donde se inspiró Saccheri (1666-1733) para seguir sus investigaciones en esta línea. Guirolamo Saccheri era un jesuita italiano que combinaba sin esfuerzo la tradición escolástica y euclídea y mostraba un considerable dominio en cuestiones de teología, de filosofía, de lógica y de matemáticas [3]. Utilizó la *consequentia mirabilis* en algunas argumentaciones que aparecen en su obra *Logica Demonstrativa* de las cuales más adelante expondré un ejemplo. También la utiliza en una argumentación sobre geometría que aparece en su obra *Euclides ab Omni Naevo Vindicatus* y que tiene bastante importancia en la historia de la geometría.[4]

En efecto, Saccheri llevó a cabo esta argumentación con el propósito de rebatir a los que negaban la validez del axioma de las paralelas. Saccheri concibió la idea de suponer que el axioma era falso y sobre ese supuesto desarrollar la geometría, pensando que de ese modo podría llegar a deducirlo como teorema. En ese caso Saccheri no habría conseguido demostrar el axioma -puesto que entonces dejaría de ser axioma- pero sí la imposibilidad de negarlo. Saccheri tenía la convicción de que debía ser posible esta prueba porque para él -como para buena parte de los científicos de la época renacentista- la geometría euclídea era un paradigma perfecto de sistematicidad científica en el cual no podía encontrarse fisura alguna. Es más, Saccheri pensó que en *Euclides ab Omni Naevo Vindicatus* había logrado su propósito, pero algunos críticos posteriores pusieron de manifiesto que su intento había sido fallido no por invalidez de la ley de Clavius utilizada como estrategia fundamental de su argumentación, sino por carencia de pruebas matemáticas suficientes para sentar la premisa según la cual de la hipótesis de la negación del axioma de las paralelas se deduce éste. Y esta crítica a Saccheri llevada a cabo por Gauss (1777-1855) llevó a desarrollar una geometría no euclídea, una geometría de la negación del axioma de las paralelas, que al parecer, ha mantenido su consistencia y ha dado muestras de una considerable fecundidad científica (por ejemplo, proporcionó a Einstein el apoyo geométrico para formular su teoría de la relatividad). Pero sin entrar ya más en ámbitos científicos que no nos competen, sirva esto simplemente como prueba del interés que tiene la *consequentia mirabilis* desde un punto de vista de la historia del pensamiento [5].

2. La ley de Clavius en los sistemas axiomáticos contemporáneos

La lógica proposicional alcanza una de sus primeras simbolizaciones en el siglo XIX con Gottlob Frege que, además, establece el primer sistema axiomático, extensible a la lógica proposicional y a la lógica cuantificacional de primer orden. En su *Concepto-grafía* Frege parte de nueve axiomas - escogidos por su consistencia y su fecundidad deductiva- y de dos reglas de inferencia: la regla de sustitución y la regla de separación o *modus ponens*. A partir de esos elementos Frege va demostrando teoremas y formulándolos según una grafía propia. Pues bien, la ley de Clavius aparece como un teorema más de su sistema, concretamente el teorema 43.

Este teorema viene acompañado por un comentario de Frege:



$(\neg a \to a) \to a$

> «Si sólo hay opción entre «a» y «a» entonces «a» tiene lugar. Por ejemplo, se tiene que distinguir dos casos que agotan todas las posibilidades. Al seguir la primera, se llega al resultado de que «a» tiene lugar; lo mismo si se sigue la segunda. Así, la proposición «a» vale»[6].

Con ello Frege no quiere decir otra cosa que si se demuestra que $\neg a \rightarrow a$, entonces como sólo hay opción entre a y $\neg a$ (por el teorema de tercio excluso), pero en ambos casos se sigue «a», entonces «a» tiene lugar. Y en definitiva, las consideraciones de Frege se encaminan a completar esta fórmula con el principio de indentidad $a \rightarrow a$ y el principio de tercio excluso, para facilitar su intuición.

En el sistema axiomático de Hilbert y Bernays, cuya exposición aparece en *Grundlagen der Mathematik I* se encuentran en forma de teorema lo que constituyen los dos modos correlativos de formular la *consequentia mirabilis,* a saber [7]:

$(\bar{A} \rightarrow A) \rightarrow A.$

$(A \rightarrow \bar{A}) \rightarrow \bar{A}.$

En tal sistema, el estudio de estos teoremas se centra también en su deducción desde los axiomas. Pero no es así en el sistema de Lukasiewicz, cuyo interés para nosotros consiste en que utiliza la ley de Clavius no como un teorema más de demostrar, sino como uno de sus tres axiomas. En su obra *Elements of Matemathical logic* expone detalladamente su axiomática. Allí explica las razones por las que escoge esos tres teoremas, remontándose a su tradición en la historia de la lógica. Tales axiomas son los siguientes:[8]

A.1 Silogismo hipotético:

CCpqCCqrCpr $(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)).$

A.2 Ley de Clavius:

CCNppp $(\neg p \rightarrow p) \rightarrow p$

A.3 «De contradictione quodlibet»

CpCNpq $p \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$

También justifica Lukasiewicz desde la tradición lógica sus reglas de inferencia, a saber la regla de sustitución (que equivale, según el autor, al *dictum de omni* de Aristóteles), la regla de separación o *modus ponens* y la regla de intercambio (que equivale a la tradicional propiedad de las definiciones según la cual todo lo que se dice con verdad del *definiens* se dice con igual verdad del *definiendum).*

Tras la anotación del segundo axioma Lukasiewicz explica:

> «Hemos simbolizado, con el recurso a abreviaturas, la proposición siguiente: «Si (si no es verdad que p, entonces p), entonces p». El axioma 2 es una proposición condicional cuyo antecedente es también una proposición condicional con un antecedente que es la negación del consecuente. Para entender el sentido del axioma 2 debemos notar que nos permite pasar de una proposición del tipo $\neg p \rightarrow p$ a la conclusión -mediante las reglas de sustitución y separación- del tipo p »[9].

Es interesante observar cómo Lukasiewicz ejemplifica su segundo axioma precisamente con el argumento de los *Elementa* de Euclides correspondiente a la demostración del teorema 12 del libro IX que Clavius ya había analizado, y que constituye uno de los casos más claros de aplicación de la *consequentia mirabilis,* como más adelante trataré de mostrar.

En el sistema de Lukasiewicz se pone también de manifiesto la capacidad de derivación deductiva que tiene esta fórmula, por cuanto hace posible un sistema constituido sólamente por tres axiomas -mientras que el de Frege, por ejemplo, partía de nueve axiomas. Lukasiewicz demuestra también que su sistema además de ser consistente y completo respecto de la tautología veritativa, tiene la propiedad de la independencia de sus axiomas.

3. Algunos ejemplos de aplicación de la ley de Clavius.

3.1. De San Agustín a Descartes.

Refiriéndose a nuestro tema, Kneale en su obra *El desarrollo de la lógica* señala:

> «De un modo muy similar argüían los estoicos contra el escepticismo de su tiempo, aduciendo que el intento de demostrar la imposibilidad de demostración probaba que esta última era posible. Razonamientos estrechamente paralelos se pueden encontrar en diversas obras de San Agustín y, aunque estamos lejos de contar con testimonios concluyentes al respecto, parece muy probable que el descubrimiento de este teorema ejerciese alguna influencia en San Agustín y -a través suyo- sobre el mismo Descartes».[10]

Uno de los ejemplos más claros de argumentaciones agustinianas según la *consequentia mirabilis* lo encontramos en *De Civitate Dei,* en el siguiente fragmento:

> «...Sin ninguna imagen engañosa de fantasía o fantasmas estamos ciertísimos de que somos, de que conocemos y de que amamos nuestro ser. En estas verdades me dan de lado todos los argumentos de los académicos, que dicen: ¿qué?¿Y si te engañas? Pues, si me engaño, existo *(si fallor, sum).* El que no existe, no puede engañarse, y por eso, si me engaño, existo. Luego, si existo, si me engaño ¿Cómo me engaño de que existo, cuando es cierto que existo si me engaño? Aunque me engañe, soy yo el que me engaño y por tanto, en cuanto conozco que existo, no me engaño. Síguese también que en cuanto que conozco que conozco, no me engaño. Y cuando amo estas dos cosas, así añado el amor mismo, que no es de menor valía. Porque no me engaño de que amo engañándome en lo que amo, pues aunque el objeto fuera falso, sería verdadero que amo algo falso»[11].

En este bello texto agustiniano aparecen tres argumentos, que podrían interpretarse como el intento de demostrar según la ley de Clavius la verdad de las tres proposiciones siguientes: «existo», «conozco» y «amo». La estructura del primero de ellos sería de este modo:

1. Supongamos que me engaño al pensar que existo, que es falso que exista, que no existo.

2. Luego existo como quien se engaña.

3. Luego en cuanto conozco que existo, no me engaño.

En el texto de San Agustín la deducción de 2 a partir de 1 se hace en forma de silogismo, apoyándose en una segunda premisa que es «el que no existe, no puede engañarse». Ello no ofrece ninguna dificultad para la validez de la fórmula, puesto que la premisa $\neg p \rightarrow p$ establece una deducción que admite cualquier número de pasos y de nuevas premisas cuya validez esté suficientemente demostrada.

Para la segunda argumentación acerca de la proposición «conozco», en general, San Agustín no sólo la considera tan necesariamente concluyente como la anterior, sino que también dice que el modo de demostración es el mismo *(ut etiam in eo quod me novi nosse, non fallar sicut enim novi me esse).* Y efectivamente el orden lógico de esta demostración sería el siguiente:

1. Supongamos que todo mi conocimiento es engañoso, que todo lo que conozco es falso.

2. Luego conozco que conozco algo, aunque sea engañoso y falso.

3. Luego en conocer que conozco, no me engaño.

La estructura de la ley de Clavius se pone de manifiesto si se tiene en cuenta que 2 y 3 son contradictorias respecto de 1, pues, en efecto, la proposición 1 es universal afirmativa (A) y es la suposición de que «todo» mi conocimiento es engañoso. Por eso el hallazgo de «algún» conocimiento que no lo sea es suficiente para contradecir tal suposición. Por otra parte la deducción de 2 a partir de 1 puede interpretarse mediada por una segunda premisa que enunciaría lo siguiente: «dudar sobre si mi conocimiento es engañoso o no, requiere conocer que conozco algo». Pero igual que en el argumento anterior, eso no altera para nada la estructura de la demostración, siempre que esta segunda premisa esté a su vez demostrada, ya sea a partir de otras, ya sea por sí misma (considerándola *Per-se nota).*

En cuanto a la demostración de la proposición «amo», es claro que se mantiene la misma argumentación: se asienta la hipótesis de que todo lo que uno ama es engañoso y aparente, y de ella se extrae la verdad de que «amo» algo, aunque sea falso.

Pero después de estos tres argumentos San Agustín aporta otro que -a mi modo de ver- puede analizarse también según esta estructura. Se trata de lo siguiente:

> «Tan verdad es que no hay nadie que no quiera existir, como que no hay nadie que no quiera ser feliz. ¿Y cómo puede ser felíz si no existe?»[12]

En este caso, la brevedad de San Agustín hace más difícil un análisis lógico de la argumentación, pero podría exponerse así:

1. Supongamos que alguien no quisiera existir.

2. Pero todo hombre quiere ser feliz.

3. Luego ese hombre quiere no existir para ser feliz (porque piensa que no existiendo sería más feliz).

4. Pero «¿Cómo puede ser feliz si no existe?».

5. Luego quiere existir.

Hay que decir que caben muchas objeciones al rigor lógico de esta estructura argumentativa, pero la he tomado en consideración porque en el texto de San Agustín se aprecia que para él constituye un tipo de prueba similar a las anteriores.

Es interesante, por otra parte la observación que hace Kneale en el sentido de que estos argumentos agustinianos seguramente influyeron en Descartes. En efecto hay algunos datos de la historia de la filosofía que corroboran esta posibilidad. El primero es el hecho de que estos textos de San Agustín y otros similares influyeron considerablemente en Guillermo de Ockham - seguramente a través de Duns Escoto- y en su prólogo al comentario del libro de las Sentencias, Guillermo de Ockham se remite a estos textos para corroborar que el conocimiento intuitivo intelectual es un modo de conocimiento en el que no puede darse engaño alguno, es decir, en el que no puede haber evidencia existencial de algo no existente [13]. Ahora bien, es claro que la teoría del conocimiento ockhamista debió ser conocida por Descartes directamente o a través del movimiento nominalista que adquirió gran fuerza en las universidades europeas del momento. Y el segundo es el hecho de que la *consequentia mirabilis* fue objeto de estudio y de considerable interés por parte de lógicos, matemáticos y filósofos inmediatamente anteriores a Descartes. Es más, al parecer, la afición a este modelo lógico fue especialmente intensa entre los eruditos pertenecientes a la orden jesuítica durante el siglo XVI -como es el caso de Clavius y Saccheri-. Kneale señala que también Luckasiewicz ha comentado que era conocido por algunos jesuitas polacos de la época [14]. Y esto nos hace pensar que la ley de Clavius llegaría a conocimiento de Descartes muy probablemente en su período de formación en la escuela jesuítica de *La Flèche*.

De todos modos hay que hacer notar también que el modo cartesiano de tratar esta cuestión tiene ciertas características que lo hacen distinto del planteamiento de San Agustín y de Guillermo de Ockham. Descartes estableció la indubitabilidad de la proposición *«cogito»* como primer y único fundamento de un sistema deductivo desarrollado según su nuevo método, lo cual es una novedad respecto de los autores anteriores. Este carácter fundamental que adquiere el *cogito* en el método cartesiano llevó a este autor a resaltar que esta prueba no es asimilable a un argumento del tipo:

1. Pienso.

2. Todo el que piensa existe.

3. Luego existo.

sino que Descartes hizo notar que se trataba de una intrínseca auto-evidencia del *cogito ergo sum* en tanto que indubitable, en tanto que es una única intuición *cogito-sum*. Pero teniendo en cuenta que Descartes señala que esta intuición es completamente invulnerable frente a la duda hiperbólica, entonces hay y que concluir que su indubitabilidad es su innegabilidad, es decir, que la intuición *cogito-non sum* es auto-contradictoria y lleva a la consecuencia «admirable» de que al negar, pienso y al pensar, existo.

Otra diferencia importante del planteamiento cartesiano respecto del de San Agustín se encuentra en el hecho de que Descartes no admite que el paso del «pienso» al «soy» requiera la mediación implícita de la proposición «todo lo que piensa, es», mientras que San Agustín no tiene inconveniente en decirlo explícitamente: «El que no existe, no puede engañarse, y por eso, si me engaño, existo». Pero esta diferencia se debe a que tal verdad indubitable es en Descartes una verdad primera (sin dependencia de ninguna otra) y fundamentante de toda otra verdad, según un proceso deductivo similar al método axiomático de la matemática euclídea. Por eso Descartes considera que para la evidencia del *cogito ergo sum* no es necesario conocer previamente la proposición general «todo el que piensa, es» porque a esa proposición general se llega por inducción de casos particulares, pero en la evidencia del *cogito-sum* simplemente se evidencia como indubitable el propio *cogito* y el propio *sum* y además de un modo actual *(Hic et nunc)*. Y por eso Descartes comenta:

> «Yo soy, yo existo, es necesariamente verdad cada vez que lo pronuncio o que lo concibo mentalmente»[15].

Y en otro lugar:

> «Porque yo atiendo solamente a lo que experimento en mí mismo, a saber, yo pienso, yo soy, y no presto atención a aquella noción general, «todo el que piensa, es» [16].

O también:

> «Cada individuo puede tener mentalmente una intuición de que existe y de que piensa»[17].

Por tanto el *cogito* cartesiano establece que la intuición *cogito-sum* es única y su indubitabilidad es intrínseca, no demostrable a partir de otra proposición. Pero esa indubitabilidad intrínseca lo es porque parte de la duda hiperbólica y metódica. La intuición de que dudo-existo se hace indudable en sí misma ante la duda de todo, es decir, se muestra como indudable admirablemente en el dudar mismo.

3.2. El argumento de los «elementa» de Euclides.

Es el caso más célebre de la historia. En él se han centrado los matemáticos antes citados -Clavius, Saccheri, etc.- y también lo ha estudiado a fondo Lukasiewicz. Se trata, como decíamos, de la demostración del teorema 12 del libro IX, y es la siguiente:

«Teorema 12:

> Si varios números empezando por el uno, están en proporción continua (progresión geométrica), los números primos que dividen al mayor, dividen también al que sigue al uno».

Demostración:

> Dada la progresión geométrica:
>
> $1, a, a^1, a^2, a^3, \ldots, a^n$
> si el número primo p divide a a^n y no divide a a, y son p y a primos entre sí, por ser $a^n = mp$, es $a:p = a^n\text{-}1$, y como a y p son primos entre sí, tiene que ser p divisor de $a^n\text{-}1$, y por la misma razón es divisor de $a^n\text{-}2$, $a^n\text{-}3, \ldots$, y finalmente, de a, lo cual es contra la hipótesis; luego a y p son primos entre sí, y, por tanto, tienen un factor primo común que no puede ser otro que p por ser primo; luego p divide a a, lo cual queda demostrado[18].

La constatación de la pureza demostrativa de este argumento es precisamente lo que puso de relieve Clavius en su *escolio* en tanto que desde una hipótesis se obtiene su propia negación. Y eso mismo es recogido por Saccheri en su obra *Euclides ab Omni Naevo Vindicatus.*

3.3. Los ejemplos de Saccheri.

En 1697 publicó Saccheri su obra *Logica Demonstrativa* donde utiliza repetidamente la ley de Clavius. Parece ser que esta obra tuvo algún éxito desde su primera edición, pues en 1701 se hizo la segunda edición y más adelante se hizo una tercera. Sin embargo durante el siglo XVIII el trabajo de Saccheri fue bastante olvidado hasta que el lógico italiano Vailati llamó la atención sobre él a comienzos de nuestro siglo, en obras como *Di una opera dimenticata del P. Gerolamo Saccheri.* Vailati pone también de relieve el interés de los argumentos de Saccheri como ejemplos de este procedimiento demostrativo[19]. Saccheri ofrece seis ejemplos de la ley de Clavius, de los cuales el de más clara exposición es el siguiente:

Se propone demostrar que es imposible un silogismo válido de la 1ª figura con una premisa mayor del tipo A, una premisa menor del tipo E y una conclusión del tipo E, es decir, un silogismo de la primera figura con el esquema AEE. Para ello argumenta así [20]:

1. Todo silogismo con premisa mayor universal y premisa menor afirmativa es conclusivo según la primera figura. Esto es obvio por inducción dado que entre los cuatro modos de la primera figura se encuentran todos los casos combinatorios de silogismo con esas condiciones (AAA,EAE,AII,AIO).

2. Ningún silogismo del tipo AEE posee premisa mayor universal y premisa menor afirmativa. Lo cual es también obvio, pues la premisa menor E no es afirmativa.

3. Luego ningún silogismo del tipo AEE es conclusivo según la primera figura.

Ahora bien, si analizamos el silogismo formado por las tesis 1,2 y 3 resulta que es de la primera figura y además es del tipo AEE. Entonces podemos argumentar:

- Supongamos que todo silogismo AEE es conclusivo en la primera figura.

- Entonces el silogismo 1-2-3 es conclusivo.

- Sus premisas son obviamente verdaderas.

- Luego su conclusión es verdadera.

- Luego es verdad que ningún silogismo del tipo AEE es conclusivo según la primera figura. Pero esto es justamente lo contrario de lo que hemos supuesto y -por ley de Clavius- lo supuesto es necesariamente falso (puesto que al suponerlo se ha deducido su propia negación) y por tanto tal negación ha de ser necesariamente verdadera.

3.4. Otros ejemplos de consequentia mirabilis.

Son muchos los que se pueden encontrar en la historia de la filosofía. En la

Suma Teológica de Sto. Tomás, por ejemplo, aparece esta estructura argumentativa para demostrar la existencia de la verdad:

> «Es evidente que existe la verdad, porque quien niegue su existencia concede que existe, ya que si la verdad no existiese, sería verdad que la verdad no existe, y claro está que si algo es verdadero, es preciso que exista la verdad»[21].

En definitiva negar la existencia de la verdad es inviable, genera una contradicción intrínseca y directa y según la ley de Clavius, tal inviabilidad es suficiente para probar la falsedad de esa negación.

Otro caso célebre y digno de mención es el de la negación generalizada de la generalización, que siguiendo la formulación del profesor P. Geach [22], consiste en lo siguiente:

LLamemos esquema S al esquema del argumento siguiente:

$$\frac{\text{Algún P es Q}}{\text{Todo P es Q}}$$

Aquí tenemos un esquema inválido, pues podemos encontrar muchos argumentos según este esquema en que la premisa es obviamente verdadera y la conclusión falsa. No obstante de ahí no se sigue de ningún modo que todo argumento según este esquema sea inválido, pues podemos considerar un ejemplo concreto de este esquema:

$$\frac{\text{Algunos argumentos según el esquema S son inválidos}}{\text{Todos los argumentos según el esquema S son inválidos}}$$

Si a este argumento lo llamamos M, hay que decir que M es necesariamente inválido pues si decimos que es válido entonces constituye un que caso contradice su propia conclusión, dado que M es un argumento según el esquema S. Si M es válido, entonces es inválido y -por ley de Clavius- de ahí se sigue necesariamente que es inválido.

Otros ejemplos relevantes en la historia de la filosofía son los argumentos utilizados frecuentemente para la crítica del positivismo y del neopositivismo. Ambas posiciones filosóficas asientan su fundamentación en estas dos tesis respectivas:

- Sólo puede ser verdadera una proposición verificable por experiencia empírica (principio de verificación de Carnap).
- Sólo tiene sentido una proposición que se corresponde con un hecho (tesis de Russell y del primer Wittgenstein).

Pues bien, llamemos a estas proposiciones 1 y 2. Su carácter paradójico consiste en que la proposición 1 no tiene verificación empírica posible y la proposición 2 no tiene correlato fáctico alguno. Entonces la objeción según la ley de Clavius se hace inmediata:

1. Supongamos que 1 es verdadera y 2 tiene sentido.
2. Entonces hay por lo menos una proposición verdadera e inverificable y por

lo menos una proposición con sentido que no se corresponde con un hecho. Pero eso es exactamente la contradicción de 1 y 2. Por tanto según la ley de Clavius 1 y 2 son necesariamente falsas.

4. Ciertas objeciones a la ley de Clavius

I. Angelelli en su artículo *«On Saccheri's use of the consequentia mirabilis»*[23] sale al paso de una crítica a este esquema argumentativo formulada por F. Emch siguiendo, al parecer, a C.I. Lewis. Según F. Emch semejante reafirmación por la negación adolece de circularidad y por esta razón carece de fuerza demostrativa. El profesor Angelelli hace notar lo infundado de tal acusación pues para que haya circularidad en un razonamiento tiene que estar presupuesta la conclusión; y es evidente que la ley de Clavius no presupone la conclusión sino la negación de la conclusión y sólo concluye si se consigue probar ésta justamente a partir de su negación, lo cual sólo en contadas ocasiones puede conseguirse. Su dificultad deriva, en buena medida, de su radical linealidad puesto que lejos de constituir una deducción de algo desde sí mismo, es la deducción de algo nada menos que desde su contradicción.

Otra crítica frecuente es la que apunta W. Kneale en los siguientes términos:

> «Pero es interesante reseñar que todos estos adversarios del escepticismo exageraron la fuerza de su argumentación al sostener que la proposición por la que se interesaban se sigue de su contradictoria, cuando lo cierto es sólo que aquélla se acredita como verdadera al intentar «hacer valer» su contradictoria»[24].

Se trata de observar que el argumento tiene un carácter pragmático, es decir, que incluye como un elemento de la deducción la consideración reflexiva del acto de afirmar o negar la proposición, la fuerza asertiva. Y a la vista de los ejemplos aducidos esta observación se muestra acertada. Prácticamente todos los ejemplos vistos se caracterizan por un movimiento reflexivo sobre la aserción proposicional y la problematicidad que ella misma establece para lo afirmado o negado. Es la misma formulación *in actu exercito* de la proposición lo que hace problemática la demostrabilidad o la verdad de proposiciones como «nada es demostrable», «no existo», «no concozco», «no existe la verdad» o «Toda generalización es inconcluyente».

Ahora bien, esta observación no implica que la *consequentia mirabilis* sea inválida. La reflexión sobre el elemento pragmático lejos de estar excluida de la actividad lógico-científica, pertenece a ella como un elemento más. Y aunque hay que tener en cuenta la tesis de Frege de que la verdad de las proposiciones no depende de su fuerza asertiva, de su afirmación enunciativa, sin embargo eso no es óbice para que las contradicciones pragmáticas sean un signo o señal de la falsedad de una proposición. En último término cabría caracterizar la ley de Clavius como un modo de argumento *ad hominem*, puesto que consiste en demostrar la falsedad de una proposición a partir de la contradicción práctica en que se halla quien la sostiene. Esta caracterización de la ley de Clavius como un modo de argumentación *ad hominem* se hace patente si se observa el paralelismo que tiene con las consideraciones que hace Aristóteles en el libro IV de su Metafísica acerca de la indemostrabilidad del principio de contradicción y su «mostrabilidad» a partir de la problemática situación en que se pone quien lo niega:

> «Los que niegan el principio de contradicción, ellos mismos se destruyen, pues el que dice que todas las cosas son verdaderas hace verdadera incluso la proposición contraria, de suerte que hace a la suya no verdadera (pues la contraria niega la suya) y el que dice que todas las cosas son falsas, también a sí mismo se proclama falso»[25].

Es claro que Aristóteles no pretende demostrar aquí el principio de contradicción puesto que «demostrar» según su teoría de la ciencia es deducir conforme a necesidad lógica una conclusión a partir de unas premisas distintas. En este caso no hay premisas distintas en el punto de partida sino que se parte de la hipótesis de la negación de la conclusión. Además, para Aristóteles carecería de sentido pretender demostrar el principio de contradicción, dado su carácter de primer principio que fundamenta toda demostración y en el que todo proceso demostrativo se detiene evitando así que se produzca un proceso al infinito, el cual haría imposible toda demostración. Por eso Aristóteles considera que lo que se puede hacer con el principio de contradicción es mostrar su intrínseca evidencia a partir de sí mismo. Es indemostrable a partir de otro principio precisamente porque es un primer principio y esta indemostrabilidad no constituye una deficiencia sino una eminente dignidad. No necesita demostración porque es evidente en sí mismo.

Por eso las consideraciones que hace Aristóteles acerca del absurdo directo en que cae quien lo niega constituyen solamente un apoyo y un refuerzo complementario que ayuda indirectamente a la evidencia intrínseca, a la mostración de su patente verdad. Por lo tanto, el uso aristotélico de la *consequentia mirabilis* para tal función complementaria pone de manifiesto que tal argumentación es algo distinto a un silogismo demostrativo pues nada más lejos de Aristóteles que pretender demostrar el principio de contradicción. Pero por otra parte, es utilizado como un modo de reducción al absurdo que, en cuanto tal, es completamente probativo.

Y este uso aristotélico de la *consequentia mirabilis* coincide con los estudios de lógica contemporánea en asignarle a este modo argumentativo el *status* lógico de reducción al absurdo «directa». Se trata de una reducción al absurdo más simple que la que se formula del siguiente modo:

$$\begin{array}{c} p \\ \vdots \\ \underline{q \wedge \neg q} \\ \neg p \end{array}$$

Esta es la reducción al absurdo «indirecta» y aunque en alguna ocasión se ha dicho que la ley de Clavius puede reducirse a esta fórmula, pienso que tiene importantes peculiaridades respecto de ella. Y eso mismo señala también Agelelli:

> «... al tomar la negación de «p» no se establece o deriva una contradicción cualquiera, sino «p» misma. Por eso es denominada «ostensiva y directa». En oposición a ella, la habitual reducción indirecta al absurdo es denominada por Saccheri «vía negativa»[26].

5. La fórmula y sus aplicaciones

Ateniéndonos a la perspectiva de la lógica hay que distinguir la fórmula de la ley de Clavius y los contenidos a los que se aplica. En este caso tal distinción se hace muy necesaria por cuanto la fórmula es muy simple y por lo tanto su validez depende de que los contenidos a que se aplica respondan efectivamente a su simplicidad «directa». Concretamente el reto que ofrece la *consequentia mirabilis* consiste en conseguir establecer la premisa, es decir, una deducción del tipo $\neg p \rightarrow p$ o viceversa. La plena legitimación de este paso es compleja y en cada caso muy distinta. En la demostración del teorema de Euclides requería un desarrollo matemático que siendo coherente con la axiomática euclídea permitía llegar a la contrahipótesis desde la hipótesis.

En otros casos, la premisa se sitúa en el plano de la meta- lógica. En tal plano se encuentran, en efecto, el argumento de Sto. Tomás, los argumentos contra el empirismo y el positivismo y el ejemplo de Saccheri. Todos ellos ponen de manifiesto que si un metalenguaje tiene pretrensiones de máxima generalidad, entonces el lenguaje-objeto al que se refiere lo incluye a él en tanto que también es un lenguaje. Así, si se formula un silogismo acerca de la inconclusividad de cierto tipo de silogismos, se corre el riesgo de que tal silogismo se declare a sí mismo inconclusivo. Y si se formula una proposición en que se niega o condiciona a todo lenguaje la atribución de propiedades metalógicas, como la verdad, la verificación o el sentido, entonces las mismas pretensiones de generalidad de tal proposición hacen que corra el riesgo de negar a sí misma su verdad, su verificación y su sentido.

En el caso de la descalificación general de la generalización ocurre algo muy semejante. Se trata de una meta-inducción acerca de inducciones-objeto en la cual se concluye la invalidez de toda inducción en cuanto tal y por lo tanto, se concluye que la misma meta-inducción es inválida.

A mi modo de ver estos argumentos ponen de manifiesto el carácter problemático de la distinción entre metalenguaje y lenguaje-objeto que se ha establecido para la solución de ciertas paradojas lógicas. Tal distinción, en tanto que es lingüística es útil para la solución de paradojas lingüísticas, pero, a juzgar por lo que muestran los argumentos anteriores, no es suficiente para la solución de paradojas lógicas. Y por ello porque la estructura lógica del lenguaje no puede constituir objeto de estudio según un metalenguaje sin que tal metalenguaje sea configurado por las mismas estructuras lógicas que son objeto de estudio. Ahora bien, hay que admitir necesariamente esta «confusión» o indiscernibilidad lógica entre lenguaje-objeto y metalenguaje porque si no se admite, se crea un proceso al infinito de lógicas distintas configuradoras de los distintos niveles de metalenguaje en que podemos situarnos.

Por último, constituyen un caso peculiar de *consequentia mirabilis* los argumentos aportados por San Agustín y Descartes. En ellos la premisa se desarrolla en un plano distinto: el plano metafísico-gnoseológico; constituyen una aplicación en que la premisa se legitima según el método propio de este plano. En ese nivel científico máximamente universal se ensaya la hipótesis de la inexistencia de todo objeto conocido, es decir, se establece una duda universal, y al realizar tal acto dubitante surge manifiestamente la actualidad misma del acto dubitante como indudable e innegable en tanto que se está ejerciendo (no se puede dudar de que se duda si se está ejerciendo la duda).

La validez de este planteamiento debe ser analizada en el plano en que se está situado, a saber, en el plano metafísico- gnoseológico, que excede y trasciende por completo la lógica. Por lo tanto, la tesis de que de premisas como «non sum» o «non cogito» se siga necesariamente conclusiones como «sum» y «cogito» no pertenece a la lógica. La *consequentia mirabilis* lo único que formula es que si tal inferencia necesaria es válida, entonces de ella se infiere a su vez la necesaria verdad de las proposiciones «cogito» y «sum», puesto que $(\neg p \rightarrow p) \rightarrow p$

En definitiva, la ley de Clavius deja el condicional-premisa abierto para ser cumplido de múltiples modos intrínsecamente distintos y dependientes de los contenidos a que se aplica. La última palabra de esta ley lógica la tiene el segundo condicional según el cual si en algún ámbito científico es posible hallar una deducción del tipo hipótesis $\rightarrow$ contra-hipótesis, entonces la contra-hipótesis está lógicamente demostrada. Y ello se debe a que -como dice Frege- «si sólo hay opción entre «a» y «a», entonces «a» tiene lugar» [27]. Ahora bien, a tal opción llegamos del modo siguiente:

1. Por la ley de tercio excluso $a \vee \neg a$

2. Por la ley de identidad $a \rightarrow a$

3. Por la premisa de la ley de Clavius $\neg a \rightarrow a$

y de todo ello se sigue que sólo hay opción entre «a» y «a». Luego, por tanto, «a».

Se podría objetar que la ley de Clavius sólo puede admitirse en una lógica que admite el tercio excluso, es decir, en una lógica bivalente, dado que esta justificación fregeana de la ley de Clavius presupone que *tertium non datur.* Pero esto no es una objeción a la ley de Clavius, sino una objeción a la lógica bivalente en general, que es la que se ha desarrollado tradicionalmente y en la que ha surgido la fórmula que aquí estudiamos. Pero no es éste el lugar para una defensa de la lógica bivalente y por tanto, para responder a tal objeción. Así pues, la ley de Clavius no es admisible ni en una lógica polivalente ni en una lógica dialéctica de tipo hegeliano.

De todos modos la peculiar relación que establece la lógica hegeliana con la ley de tercio excluso la hace tener también una peculiar relación con la ley de Clavius. En efecto, según Hegel todo el proceso dialéctico se desarrolla según momentos contradictorios y la relación entre el primer momento y el segundo es del tipo $a \rightarrow \neg a$. La tesis genera su negación: la antítesis. Ahora bien, este primer paso de la dialéctica se corresponde con la premisa de la ley de Clavius y, por tanto, tal premisa para Hegel no sólo es posible, sino que es el modelo al que debe responder todo verdadero proceso deductivo. El esfuerzo especulativo que requerirá la dialéctica hegeliana para establecer todo contenido de la razón según este modelo dialéctico puro, es decir, para hacer una dialéctica en que sólamente sea válido el proceso deductivo «directo» en que la tesis genera la antítesis, es un esfuerzo muy considerable si se tienen en cuenta las dificultades que la simplicidad de la fórmula lleva consigo.

Ahora bien, en tanto que la lógica hegeliana no acepta el principio de tercio excluso tampoco acepta el segundo condicional de la ley de Clavius. Como dice L. Polo:

> «Hegel no niega sin más el principio de tercio excluso, sino que admite un tercer momento dialéctico constituido por un tercio incluso»[28].

Y ello conlleva una modificación de la ley de Clavius en la que el segundo condicional pone el tercio inclusor:

$(a \rightarrow \neg a) \rightarrow a \wedge \neg a$

6. Algunas implicaciones filosóficas.

Si consideramos la *consequentia mirabilis* desde un punto de vista filosófico, entonces, de entrada, se debe decir que en cuanto es una ley lógico-formal constituye un instrumento del pensar cuyo estudio corresponde a una *propedéutica* de la filosofía pero no a la filosofía misma. La filosofía - como toda ciencia que tenga que ver con la verdad de contenidos- puede «usar» y de hecho ha usado en ocasiones este modo argumentativo.

Sin embargo, hay algo que tienen en común los ejemplos aducidos de uso de la *consequentia mirabilis* a lo largo de la historia de la filosofía. Se trata de que en la mayor parte de los casos se utiliza en favor de principios i>emostrables y, por tanto, principios «primeros»; entendiendo por principios primeros aquellos en los que el pensamiento se detiene en su proceso demostrativo pues en un proceso al infinito todo quedaría indemostrado. El pensamiento en su proceso demostrativo llega a puntos de partida principial-finales en los que descansa por hallar en ellos una evidencia intrínseca, una patencia en sí mismos en la cual se fundamenta completamente la conclusividad de todas las demostraciones ulteriores.

Este es el caso del principio de contradicción aristotélico. Y también es el caso del principio de demostrabilidad aportado por los estoicos [29] según el cual si se dice que nada es demostrable, entonces se hace completamente indemostrable e infundado lo que se dice. En definitiva, es un primer principio de toda ciencia demostrativa, a saber, el principio de su propia posibilidad.

Algo muy semejante ocurre con el argumento tomista acerca de la existencia de la verdad. La *consequentia mirabilis* garantiza la existencia de la verdad en tanto que negarla es aceptarla. Pero además es claro que esto tiene un carácter de primer principio evidente en sí mismo e indemostrable en tanto que la demostración es la mostración de la verdad de un enunciado a partir de la verdad de otro, todo lo cual presupone la existencia de la verdad. Y el enunciado de la existencia de la verdad ¿a partir de qué «otra» verdad podría ser demostrado?. La existencia de la verdad es un propuesto no sólo de toda ciencia, sino -en general- de toda actividad intelectual de carácter estrictamente teórico.

Es claro que en estos tres casos el enemigo común es el escepticismo. Son principios tan evidentes para la inteligencia que negarlos implica poner en tela de juicio de modo radical la capacidad de «evidenciar» misma, es decir, la inteligencia. Son principios cuya verdad se muestra desde sí mismos pero dado que hay escépticos que los niegan, es oportuno ofrecer una prueba indirecta de reducción al absurdo.

Ahora bien ¿qué ocurre en el caso del argumento agustiniano y cartesiano? Como decíamos, hay importantes diferencias entre uno y otro. Sin embargo, en ambos casos el enemigo al que se pretende superar es también el escepticismo.

«Escepticismo» en tanto que proviene del término griego *skepsis* (mirada) se ha descrito con frecuencia como la actitud intelectual que se caracteriza por una mirada vacía. Es decir una actividad intelectual que se ejerce al sostener que ella misma carece de objeto inteligible adecuado. Mirar intelectualmente el vacío de inteligibilidad es la actitud escéptica. Y teniendo en cuenta el lema metafísico clásico según el cual el principio de inteligibilidad es el ser y que *ens et verum convertuntur,* la actitud escéptica que niega la inteligibilidad tiene que acabar negando su principio: el ser, la realidad, la existencia. Por eso Gorgias comienza negando el ente: «nada existe, si existiera no podríamos conocerlo, y si pudiéramos conocerlo, no podríamos hablar de ello» [30]. El escepticismo es la negación del ente, de su inteligibilidad y de su trascendentalidad. Y por eso constituye la anti-metafísica pura y radical -si se entiende la metafísica desde la tradición aristotélica como ciencia del orden trascendental constituido por el ente en cuanto ente y sus propiedades-.

San Agustín y Descartes pretenden salir del escepticismo explícitamente mediante unos argumentos que -como veramos- pueden ser analizados según la estructura de la *consequentia mirabilis.* Se trata de una vía que podríamos llamar «interiorista» en tanto que la verdad hallada como innegable corresponde al sujeto cognoscente en cuanto tal. Pero esto se acentúa notablemente en el caso de Descartes que no sólo establece el *cogito* como «primer» principio de toda demostración que es en sí mismo auto-evidente y, por tanto, indemostrable, sino que lo establece como único principio puro. Y eso es tanto como decir que toda otra verdad sólamente es admitida si se demuestra a partir del *cogito.* Eso hace que el interiorismo característico del principio agustiniano en Descartes se radicalice y que su método sea uni-dimensional por admitir sólamente un único principio.

Kant llamó a este interiorismo radicalizado de Descartes «idealismo problemático» y Spinoza lo describió diciendo que frente a la filosofía vulgar que establecía su comienzo en las cosas, el método cartesiano había comenzado por el *cogito.*

Ahora bien, una vez que podemos atender a las consecuencias y resultados a que indujo el punto de partida cartesiano, se puede concluir que las ventajas de su exactitud deductiva no logran contrarrestar sus graves inconvenientes. El más relevante, a mi modo de ver, consiste en que si bien el principio *cogito ergo sum* constituye algo indubitable y evidente en sí mismo, no obstante la renuncia a cualquier otro principio desemboca en algo muy parecido a la actitud escéptica. En efecto, para establecer el *cogito* como única certeza radical, Descartes acepta la duda negativa y escéptica respecto de todo objeto *cogitatum.* Todos los objetos de conocimiento, hasta las ideas matemáticas más claras y distintas se ponen en duda, es decir, el método cartesiano tiene que pasar radicalmente por el duro trance de «negar lo evidente», ejercitando así la inteligencia en esa auto-negación característica del escepticismo. Y todo ello se hace precisamente para superar el escepticismo, pues como dice Descartes su duda es metódica. Por lo tanto, el método cartesiano constituye sólo una pseudo-superación del escepticismo.

El argumento de que si dudo de todo es indudable que dudo constituye, en efecto, la obtención de una certeza indudable que pone fronteras a la duda hiperbólica, pero eso más que superar el escepticismo es una aceptación completa del mismo pues éste tampoco tiene inconveniente en reconocer lo indubitable de su mirar vacío en tanto que *in actu exercito.* El mirar cartesiano (el *cogito*) no sólo no se diferencia del escepticismo en el primer momento metódico de la duda sino que tampoco parece distinguirse de él una vez obtenida la certeza del *cogito.* Y así lo ve también Verneaux cuando afirma lo siguiente:

«...si se consiente un sólo instante en poner en duda la evidancia, como hace Descartes, por la hipótesis del genio maligno, nos encerramos definitivamente en el escepticismo (...) Pero entonces la duda deja de ser metódica».[31]

Así, la certeza radical del método cartesiano es una certeza limitada, depauperada, y que no deja de estar rodeada de escepticismo pese a su intrínseco carácter de certeza. La prueba de ello es la dificultad que ofrece el método cartesiano para hallar, a partir del*cogito* como único principio, una razón suficiente para obtener nuevas verdades y declarar que aparece con evidencia y certeza lo que antes era dudoso. Para dar este paso Descartes tiene que acudir a la garantía de la veracidad divina como un elemento fundamental de su método deductivo, pero eso no deja de ser una manera de sortear una dificultad muy considerable.

Otra prueba de que el método cartesiano desemboca en algo muy cercano al esceptecismo es el hecho de que la certeza inicial del *cogito* establece como indudable y segura la existencia del yo sólo en cuanto que soy una cosa que piensa, el yo como *res cogitans,* lo que obliga a Descartes a admitir un dualismo total entre *res cogitans* y *res extensa* que hace muy problemática la unidad del existente humano. Al final resulta que desde el *cogito* no es posible ni siquiera re-obtener la evidencia de que existe la dimensión externa del existente humano (del yo) del cual sólo tengo noticia como *res cogitans.*

Pero ese nuevo escepticismo iniciado por Descartes tiene una larga prosecución histórico-filosófica a través de lo que Kant llamó, en general, idealismo y que según él tiene varias modalidades: el idealismo problemático de Descartes, el idealismo dogmático de Berckley y su idealismo trascendental. A eso hay que añadir la modalidad de idealismo que se desarrolla con posterioridad a Kant: el idealismo absoluto. No tiene, pues, nada de extraño que Heidegger llame al idealismo absoluto de Hegel «la madurez del escepticismo» [32]. Y tampoco tiene nada de extraño que el desarrollo de esta prosecución filosófica se haya caracterizado por su incompatibilidad con la metafísica, la cual es descalificada desde esta perspectiva como producto de un realismo ingenuo.

Ahora bien, la consecuencia de todo ello ha sido obviamente que los continuadores de la metafísica tradicional de origen aristotélico se han mantenido al margen de los desarrollos del planteamiento iniciado por Descartes. En dicha tradición se ha puesto de manifiesto cómo la dicotomía irreductible entre verdad y objetividad establecida por Descartes al someter a la pura duda todo objeto *cogitatum* para quedarse sólo con el *cogitum* es un principio implícitamente escéptico que hace inviables a la larga los planteamientos posteriores del idealismo.

NOTAS

1 I.ANGELELLI, *«On Saccheri's use of the consequentia mirabilis», Studia Leibnitiana supplementa,* Weisbaden, 1975, Vol. XV. Band. IV, pp. 19-26.
2 CARDANO, *De Proportionibus,* V, 201.
3 Cfr. W. KNEALE, *El desarrollo de la lógica,* Madrid, Ed. Tecnos, 1972, p. 352.
4 Cfr. I. ANGELELLI, op. cit. p. 19.
5 Cfr. W. KNEALE, op. cit. p. 353.
6 G. FREGE, *Conceptografías. Los fundamentos de la aritmética. Otros estudios filosóficos.* México. Trad. Hugo Padilla. Universidad nacional autónoma de México. 1977. p.60.

[7] D. HILBERT Y P. BERNAYS, *Grundlagen der Mathematik,* Berlín, Ed. Springer-Verlag, 1968, Vol. I, cap. 3, p. 70.
[8] J. LUKASIEWICZ, *Elements of Matemathical Logic,* Oxford, Traslated to english by O. Wojtasiewicz., Pergame Pres, 1963, p. 28.
[9] J. LUKASIEWICZ, op. cit. pp. 17-18.
[10] W. KNEALE, op. cit. pp. 164-165.
[11] SAN AGUSTIN, *De Civitate Dei,* Lib. XI, cap. XXVI.
[12] Ibidem.
[13] Cfr. GUILLERMO DE OCKHAM, *Prólogo al Comentario al 1º Libro de las Sentencias,* Ed. Instituti franciscani universitatis S. Bonaventura. p. 25.
[14] W. KNEALE, op. cit. p. 320.
[15] R. DESCARTES, M, 2, A.T. VII, 27. *Oeuvres,* Paris Publiées par Ch. Adam et P. Tannery. Librairie Philosophique J. Vrin, 1964.
[16] R. DESCARTES, A.T, V, 147.
[17] R. DESCARTES, R.D, 3, A.T, X, 368.
[18] EUCLIDES, *Elementa geometrica,* (IX,XII). Teodosio, Spherica, I,12.
[19] W. KNEALE, op. cit. p. 319.
[20] G. SACCHERI, *LógicaDemonstrativa, logicis, Philosophicis, et mathematicis disciplinis accomodata.* Münster, Ed. de H. Noethen, 1735.
[21] TOMAS DE AQUINO, *Suma Teológica,* 1ª parte, q.2, art.1.
[22] P. GEACH, *«Falacia, inconsistencia y paradoja»,* curso inédito impartido en la Universidad de Navarra, diciembre de 1983.
[23] I. ANGELELLI, op. cit. pp.23-26.
[24] W. KNEALE, op. cit. p. 165.
[25] ARISTOTELES, *Metafísica,* Libro IV, 1012 b 12-23.
[26] I. ANGELELLI, op. cit. p. 19.
[27] Cfr. supra. cita 6.
[28] L. POLO. Curso monográfico sobre «El tiempo en Hegel». Inédito. Universidad de Navarra, abril de 1986.
[29] Cfr. SEXTO EMPIRICO, Pyrrh. Hyp. II, 186. Leipzig, Ed. M. Mutschmann y J. Man, 1912.
[30] Cfr. SEXTO EMPIRICO, Adv. Math. VII 65-87, De Mel. Xen. et Gorgias. VI 980.
[31] Cfr. M. HEIDEGGER. *«El concepto hegeliano de experiencia», Sendas perdidas,* Buenos Aires, Ed. Losada, 1960.