LA LOGICA DE DURACION Y ACAECIMIENTO

Alfredo Burrieza Muñiz. Universidad de Murcia.

1. Introducción

Hasta la fecha, todas las lógicas del tiempo actuales se han preocupado exclusivamente de un cierto aspecto de la temporalidad de los hechos, a saber, el "situarlos" en el tiempo; esto es, se han ocupado de su mero suceder. Lo cual, implica el atender a la noción de "cuándo" sucede un hecho dado. Esta noción se ha tratado de modos muy diversos. O bien mediante fechas (lógica cronológica), o bien atendiendo a la flexión temporal de los verbos (lógicas del tiempo gramatical), o bien recurriendo al uso de preposiciones y adverbios de carácter temporal (lógicas de Anscombe (1964)[1], D. Scott (1965)[2], von Wright (1965)[3], von Wright (1966)[4] y H. Kamp (1968)[5].

Aquí trataremos otra cuestión, añadida a la primera, la noción de "cuánto" tiempo transcurre desde que un determinado hecho hace su aparición en el tiempo o consideramos su suceder en él, hasta que deja de producirse o de ser considerado. En otras palabras, trataremos la duración de los hechos en el tiempo. El tratamiento de este segundo aspecto trae consigo el recoger ciertos elementos del lenguaje ordinario que no se habían tenido en cuenta en anteriores formalizaciones del discurso temporalizado y que, sin embargo, poseen contenido temporal. Por ejemplo, si decimos

(1) Ha llovido hoy en Madrid

señalamos únicamente el "cuándo" del acaecer del fenómeno en cuestión (la lluvia en Madrid), especificado en este caso por la pseudofecha "hoy". Pero en cambio, en

(2) Ha estado lloviendo hoy en Madrid durante seis horas hasta este momento

especificamos además la duración del fenómeno mediante un intervalo de tiempo (seis horas) y una partícula (durante) que induce la idea de duración en dicho intervalo.

Siguiendo esta vía entenderemos como "duración de un hecho en el tiempo" a partir de este momento lo siguiente: una porción de tiempo o intervalo temporal en el que se produce el hecho en cuestión sin interrupción, esto es, en todo instante del intervalo considerado. Por intervalo temporal entendemos una serie de instantes (un conjunto de instantes ordenado por una relación de precedencia temporal). Así pues, la duración en el tiempo de un hecho cualquiera se halla referida al intervalo temporal que ocupa dicho hecho al suceder. Ahora bien, si un determinado hecho acontece en un intervalo de tiempo dado pero no ocurre en todo momento de dicho intervalo, no diremos que semejante acontecimiento se da "durante" ese intervalo. Nos limitaremos a decir que "acaece" (ocurre o sucede) en el intervalo considerado. Esto es, que meramente "tiene lugar" dentro de ese período fijado de tiempo. A esto le llamaremos "acaecimiento" de un hecho. De modo que, distinguiremos entre "durar" y "acaecer" por referencia a un intervalo dado.

Ahora podemos cifrar lo dicho mediante la siguiente convención:

Convención 1

Para cualquier hecho **h** y para cualquier intervalo **i**: Diremos que **h** posee la duración **i** (o que **h** "dura" **i**) si **i** para todo instante **t** tal que **t** E **i**, **h** ocurre en **t**. Diremos que **h** "acaece" en **i** (o que **h** sucede en **i**) si **i** hay al menos un instante **t** tal que **t** E **i** y **h** ocurre en **t**.

Advirtamos que los términos "tiempo", "instante", "hecho" y "ocurrir en", son términos no definidos y suponemos alguna noción intuitiva acerca de ellos.

De lo dicho anteriormente se desprende que todo hecho, sea de la naturaleza que sea, al "durar" (o sea, al poseer una duración en el tiempo) ya "acaece"; pues hay entonces al menos un instante de un intervalo en el que ocurre. Pero también, al "acaecer" posee una duración, pues siempre es posible encontrar un intervalo temporal en el que se produzca el hecho en cuestión en todo instante de dicho intervalo.

Por otra parte, conviene hacer una precisión en torno a la noción de duración, pues, en principio, puede entenderse en dos sentidos distintos:

a) en un sentido más estricto podemos hablar de duración "exacta" de un hecho. Entendiendo por tal, el período de tiempo que transcurre desde que un hecho dado comienza a darse en un instante determinado hasta que deja de producirse o de ser considerado en otro. Por ejemplo, en un enunciado como (2) lo que estamos indicando –según este sentido– es que el hecho de la "lluvia en Madrid" ha durado exactamente "seis horas" hasta el presente (el momento de enunciación). Si ha llovido durante un período de tiempo menor o mayor, (2) será falso.

b) podemos entender la duración de los hechos en un sentido más amplio (el que recogeremos aquí). No necesariamente como un período de tiempo que marca exactamente la irrupción y desaparición (o simplemente la consideración hasta o a partir del presente) de un determinado hecho (o conjunto de hechos) en el transcurso temporal, sino, más bien, como un período o intervalo de tiempo en el que tener en cuenta el hecho (o conjunto de hechos) a lo largo de dicho período. Independientemente de que dicho hecho (o conjunto de hechos) pueda (o puedan) suceder durante un intervalo de tiempo mayor que englobe al intervalo considerado. Por lo tanto, para poder decir que un hecho cualquiera posee la duración de un intervalo determinado, basta únicamente con que el hecho en cuestión ocurra en todo instante de dicho intervalo sin más (de acuerdo con la Convención 1).

Así, si, por ejemplo, ha estado lloviendo en Madrid durante siete horas hasta el presente, un enunciado como (2) será verdadero; no así, si ha llovido durante un período de tiempo menor al fijado en (2).

Para recoger el sentido de las nociones de "duración" y "acaecimiento" expuestas en la Convención 1, nos auxiliaremos con expresiones como "durante" y "en" respectivamente. De manera que:

Convención 2

– Una expresión de la forma "... durante **i**..." significa que el hecho aludido por la expresión se establece a lo largo de (en todo momento de) dicho intervalo **i**.

– Una expresión de la forma "... en **i**..." significa que el hecho aludido por la expresión se establece (o cae) dentro de (al menos en algún instante de) dicho intervalo **i**.

A continuación introduciremos una serie de operadores o funtores temporales que recojan de alguna manera las nociones que hemos expuesto de "duración" y "acaecimiento".

2. Operadores de "duración" y "acaecimiento".

Sea la expresión

$$Dp^n$$

que se leerá

Será el caso a partir de este momento durante el intervalo n que p
donde "D" es un operador o funtor enunciativo con dos argumentos: uno, enunciativo, que se refiere a un hecho en tiempo presente, siendo papel del operador "D" el indicar el sentido futuro del hecho referido por el enunciado. El otro es un argumento nominal, que designa el intervalo de tiempo en el que se establece la duración del hecho en cuestión (a partir del momento de enunciación). De forma que "D" significa "Será el caso a partir de este momento durante el intervalo ... que ...".

Por ejemplo, sea el enunciado

3) A partir de ahora se va a dar un concierto durante dos horas
que puede simbolizarse así: "Dp^2". Donde "D" es el operador de duración (con sentido futuro), "p" representa el enunciado "se da (está dando) un concierto" y "2" se refiere al intervalo "dos horas" (tomando en este caso la hora como unidad temporal). De manera que podemos analizar 3) reescribiéndolo de esta otra manera
3') Será el caso a partir de este momento durante dos horas que se da (está dando) un concierto.

Si queremos, en cambio, expresar la duración de un acontecimiento en dirección al pasado tomamos la expresión

$$D^*p^n$$

que se leerá

Ha sido el caso hasta este momento durante el intervalo n que p
donde "D*" es un operador de duración con sentido pasado, que tiene en cuenta la duración de p a lo largo del intervalo n hacia el pasado tomando como punto

de partida el presente. De forma que "D*" significa "Ha sido el caso hasta este momento durante el intervalo... que ...".

Por ejemplo sea el enunciado

4) Hay una guerra en el Golfo Pérsico que dura ya cuatro años

que puede simbolizarse así: "D^*p^4. Donde "D*" es el operador de duración (con sentido pasado), "p" representa el enunciado "Hay una guerra en el Golfo Pérsico" y "4" denota al intervalo "cuatro años" (tomando en esta ocasión el año como unidad de medida temporal). (4) podemos reformularlo de la siguiente manera

4') Ha sido el caso hasta este momento durante cuatro años que hay una guerra en el Golfo Pérsico.

Por otro lado, si deseamos expresar meramente el acaecimiento de un hecho en un intervalo dado contamos con la expresión

$$Sp^n$$

que se leerá

Será el caso a partir de este momento en el intervalo n que p

donde "S" es un operador de acaecimiento con sentido futuro, que establece que p ocurre (o sucede) en algún instante del intervalo n tomando el presente como origen en dirección al futuro. Así pues, "S" significa "Será el caso a partir de este momento en el intervalo... que ...".

Por ejemplo, sea el enunciado

5) El paciente recibirá un electrochoque en el próximo medio minuto

que puede simbolizarse así: "$Sp^{1/2}$". Donde "S" es el operador de acaecimiento (con sentido futuro), "p" representa el enunciado "El paciente recibe un electrochoque" y "1/2" designa el intervalo "medio minuto" (tomando en esta ocasión el minuto como unidad de medida temporal). Así que podríamos reformular (5) analizándolo de la siguiente manera

5') Será el caso a partir de este momento en medio minuto que el paciente recibe un electrochoque

De modo similar, la expresión

$$S^*p^n$$

que se leerá

Ha sido el caso hasta este momento en el intervalo n que p

donde "S*" es un operador de acaecimiento con sentido pasado, que establece que p sucede en algún instante del intervalo n tomando el presente como origen en dirección al pasado. De forma que "S*" significa "Ha sido el caso hasta este momento en el intervalo ... que ...".

Por ejemplo sea el enunciado

6) En estos tres últimos días se ha producido un atentado

que puede simbolizarse así: "S^*p^3". Donde "S^*" es el operador de acaecimiento (con sentido pasado), "p" representa el enunciado "Se produce un atentado" y "3" designa el intervalo "tres días" (tomando en esta ocasión el día como unidad de medida temporal). De manera que podemos analizar (6) reescribiéndolo de la siguiente manera

6') Ha sido el caso hasta este momento en tres días que se produce un atentado

Recordemos que tanto en (3') como en (4') la partícula "durante" indica que el hecho referido por el enunciado ocurre a lo largo del intervalo, mientras que en (5') y (6') la partícula "en" indica que el hecho referido por el enunciado ocurre simplemente en algún instante dentro del intervalo aludido.

Los funtores temporales que hemos presentado aquí poseen, resumiendo, las siguientes características:

– Son funtores enunciativos; pues contribuyen a formar enunciados;

– Indican o señalan la direccionalidad del tiempo; o sea, el sentido pasado o futuro del hecho referido por el enunciado (que se considera, a su vez, en tiempo presente);

– Consideran el suceder de los hechos (su duración o simple acaecimiento) partiendo del presente (hacia atrás o hacia adelante). Es decir, el presente (momento de enunciación) supone siempre un extremo del intervalo a tener en cuenta para "enmarcar" la duración o acaecimiento de un hecho (o conjunto de hechos) dado;

– Son biargumentales, siendo uno de sus argumentos (las variables de intervalo) cuantificable, mientras que el otro es de naturaleza enunciativa.

3. Reiteración de los distintos operadores de duración y acaecimiento.

Hay ocasiones en que podemos tener como argumento de un funtor de duración o acaecimiento una expresión que se halle regida o que contenga, a su vez, otro u otros funtores de duración o acaecimiento. Esto nos lleva a considerar la duración o el acaecimiento de hechos que tienen ya fijado en el tiempo períodos de duración o acaecimiento dados. Por ejemplo, expresiones tales como "$D\ (Dp^n)^m$", $S\ (Sp^n)^m$", $D\ (S^*\ (D^*\ (p \rightarrow q)^n)^m)^l$", etc.

Para encarar esta cuestión caben dos alternativas:

i) O bien consideramos que la reiteración de los operadores de duración y acaecimiento nos conduce a una "acumulación de intervalos", y en el caso de "$D\ (Dp^n)^m$" tenemos como expresión equivalente a "Dp^{m+n}", y para "$S\ (Sp^n)^m$" a "Sp^{m+n}", pongamos por caso; o bien

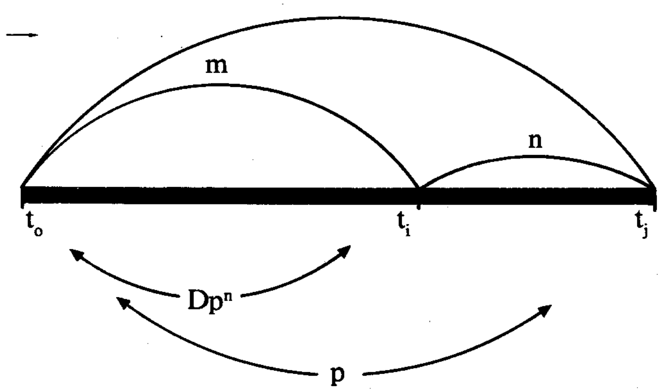
ii) Nos remitimos en cada caso a la duración o acaecimiento originales y por tanto al operador de duración o acaecimiento más cercano a la fórmula enunciativa. Lo que viene a significar que nos remitimos al intervalo original y que no se produce tal "acumulación". De forma que, por ejemplo, una expresión como "$D\ (Dp^n)^m$" es equivalente a "Dp^{n+m}" y "$S\ (Sp^n)^m$" equivale a "Sp^{n+m}".

Según i) una expresión como "D $(Dp^n)^m$" se ha de entender de la siguiente manera:

Será el caso a partir de este momento durante el intervalo m que será el caso a partir de este momento (el anterior u otro distinto) durante el intervalo n que p.

Así pues, si tenemos D $(Dp^n)^m$, resulta que en cada momento de m se da Dp^n (p a lo largo de n en dirección al futuro), y por tanto, tendremos que en el último instante del intervalo m (siguiendo la dirección del futuro) ocurrirá Dp^n, luego, también se dará p durante n a partir de ese momento. De donde tendremos finalmente que p sucederá a lo largo de m+n (esto es Dp^{m+n}). Y recíprocamente, si contamos con Dp^{m+n}, entonces p se dará a lo largo de m+n (en dirección al futuro); luego, en todo momento de m tendremos Dp^n (p durante n en dirección al futuro), con lo cual se completa el recorrido de p a lo largo de m+n (es decir, tendremos D $(Dp^n)^m$).

El siguiente diagrama ejemplifica este caso:



donde t_o, t_i y t_j son instantes y m y n intervalos (que igualmente podemos comprender como distancias entre instantes). El instante presente viene indicado por "t_o" (el corredizo "ahora"). La flecha indica la dirección del tiempo y la línea gruesa sin interrupción indica que p ocurre en todo instante del intervalo m+n (de t_o a t_j). Dp^n ocurre en cambio a lo largo de n (de t_o a t_i).

Desde esta perspectiva un enunciado como

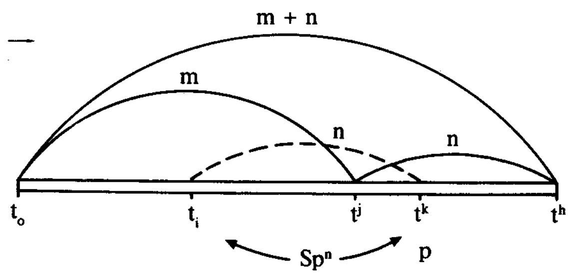
7) Será el caso durante dos días desde este momento que permaneceremos en este lugar durante tres días

es equivalente a

7') Será el caso desde este momento que permaneceremos en este lugar durante cinco días

Respecto de una expresión como "S $(Sp^n)^m$" cabe señalar algo parecido. Ya que si p sucede en n, entonces p sucede en m+n (un intervalo mayor), esto es, se da Sp^{m+n}.

Y viceversa, si p ocurre en m+n, entonces en algún instante del intervalo m sucederá Sp^n (esto es, que p sucede en n, y por tanto, en el intervalo m+n). En el siguiente diagrama podemos ver una ejemplificación de este caso:



En este ejemplo p ocurre fuera del intervalo m, pero en algunos instantes de m sucede Sp^n (en todos los instantes comprendidos entre t_i y t_j, incluidos ambos).

Así que un enunciado como

8) Será el caso en los próximos doce minutos que en los próximos tres minutos habrá un terremoto

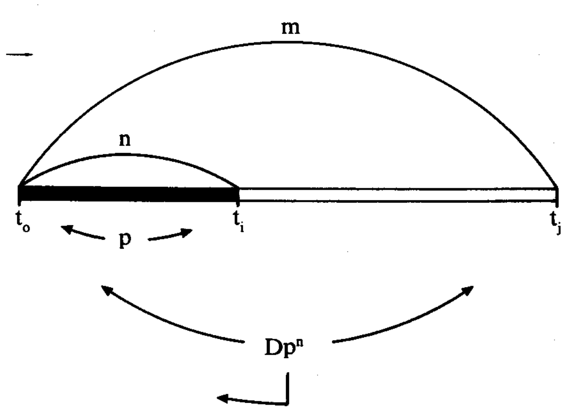
será equivalente a

8') Será el caso en los próximos quince minutos que habrá un terremoto

Según la perspectiva apuntada en ii), una expresión como "D $(Dp^n)^m$" la entenderemos del modo siguiente:

Será el caso a partir de este momento durante el intervalo m que será el caso a partir de este (mismo) momento durante el intervalo n que p.

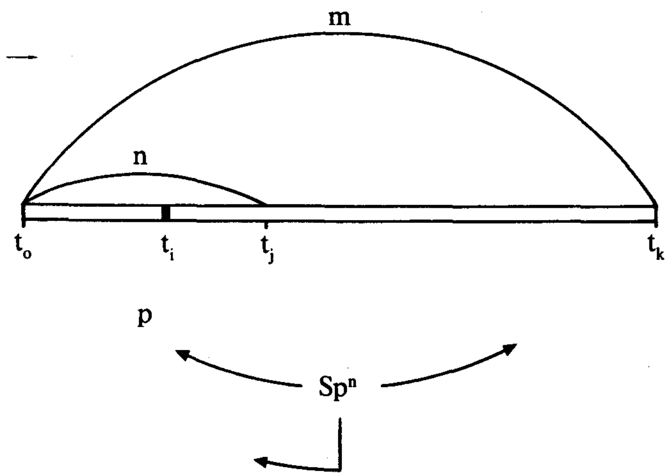
Por lo tanto, si D $(Dp^n)^m$, entonces en todo momento de m ocurre que se da Dp^n, a partir del instante inicial de m; luego Dp^n. Y recíprocamente, dado Dp^n, durante cualquier período de tiempo, digamos n, sigue siendo cierto que p se da durante n (a partir del presente hacia el futuro); luego D $(Dp^n)^m$. Tengamos en cuenta que, de acuerdo con ii), si algo posee una determinada duración en el tiempo, durante cualquier otro período de tiempo sigue ocurriendo que ese algo posee esa duración original. Esta situación puede diagramarse como sigue:



De modo que ahora un enunciado como (7) será equivalente a

(7") Será el caso desde este momento que permaneceremos en este lugar durante tres días

Parejamente ocurre con "S $(Sp^n)^m$". Como podemos ver en el siguiente diagrama



En esta ocasión, en cualquier instante de m puede ocurrir que Sp^n suceda en t_o, pues, dado que p sucede en n, sigue siendo cierto en cualquier instante de cualquier intervalo que p sucede en n.

Así pues, desde esta óptica,(8) es equivalente a

(8") Será el caso en los próximos tres minutos que habrá un terremoto

De modo parecido podríamos tratar las reiteraciones de operadores como "D*" y "S*", según los sentidos expuestos en (i) y (ii).

E igualmente tendríamos que considerar las reiteraciones de los distintos operadores combinados. Lo que daría lugar al estudio específico de sistemas temporales distintos según nos basásemos en un sentido u otro. Concretamente respecto de (ii) cualquier reiteración nos conduciría al operador más próximo a la fórmula enunciativa. De forma que expresiones como "$D^* (Dp^n)^m$", "$S (S(D^*(p \rightarrow q)^n)^m)^1$", "$S^*(D(D^*p^n)^m)^1$", etc., serían equivalentes respectivamente a "Dp^n", $D^*(p \rightarrow q)^n$" y "D^*p^n",

4. Relaciones de reducción entre los funtores de duración y acaecimiento y otros funtores temporales.

Dentro de las lógicas del tiempo gramatical la "lógica gramatical no mensurable" se halla claramente imposibilitada para recoger estos operadores debido a su radical incapacidad para dar cuenta de la noción de intervalo. Por el contrario, podemos reducir los operadores de esta lógica a los operadores de duración y acaecimiento.

Así que "Fp" (Será el caso que p) se define "$\exists\, nSp^n$" (Hay un intervalo n tal que será el caso a partir de este momento en n que p). "Pp" (Ha sido el caso que p) se define "$\exists$ nS*p^n" (Hay un intervalo n tal que ha sido el caso hasta este momento en n que p). "Gp" (Será siempre el caso que p) se define "$\forall$ nDp^n" (Para cualquier intervalo n, será el caso a partir de este momento durante n que p) y finalmente "Hp" (Ha sido siempre el caso que p) se define "$\forall$ nD*p^n" (Para cualquier intervalo n, ha sido el caso hasta este momento durante n que p). Para definir los funtores de la "lógica gramatical no mensurable" tal y como lo hemos hecho, hemos de excluir el intervalo cero del dominio de intervalos (como valor posible de las variables de intervalo). Si admitimos el intervalo cero en cambio, entonces tendremos que modificar la lectura de F,P,G y H. De modo que "F" sería "Es o será el caso que...", "P" sería "Es o ha sido el caso que...", "G" se leería "Es y será siempre el caso que..." y, por último, "H" sería "Es y ha sido siempre el caso que..."

Sin embargo, los operadores de la "lógica gramatical mensurable" no se dejan reducir. Pues, "Fnp" (Será el caso trás el intervalo n que p), pongamos por caso, expresa a qué distancia del presente sucede p, y eso no hay manera de precisarlo con ningún operador de duración o acaecimiento. Por el contrario, sí podemos reducir estos últimos a los operadores de la "lógica gramatical mensurable". Si admitimos la relación de orden "menor o igual que" tendremos las definiciones siguientes:

Para cualquier intervalo n

(I) Dp^n = df $\forall$ m(m $\geq$ n $\rightarrow$ Fmp)
(II) D^*p^n = df $\forall$ m(m $\geq$ n $\rightarrow$ Pmp)
(III) Sp^n = df $\exists$ m(m $\geq$ n $\wedge$ Fmp)
(IV) S^*p^n = df $\exists$ m(m $\geq$ n $\wedge$ Pmp)

(evidentemente "m" y "n" han de ser variables distintas).

(I) dice que "Será el caso a partir de este momento durante n que p" es lo mismo que "Para todo intervalo m que sea menor o igual que n, será el caso tras m que p". Tengamos en cuenta que "Dp^n" dice que p ocurre a lo largo de todo el intervalo n sin interrupción a partir del presente en dirección al futuro, y eso es precisamente lo que viene a señalar "$\forall$ m(m$\geq$n$\rightarrow$Fmp)". Que a cualquier distancia del presente hacia el futuro menor que n (e incluida n) ocurrirá que p (y por tanto, en todo momento de n).

(II) es como (I) sólo que en dirección al pasado. (III) señala que decir que p sucede en algún momento al menos dentro del intervalo n en dirección al futuro (Sp^n), es lo mismo que decir que hay una distancia a partir del presente hacia el futuro, que puede ser la propia n o menor, a la que sucede p (y por tanto, dentro del intervalo n). Finalmente, (IV) es como (III) sólo que respecto al pasado.

Hemos de hacer ahora algunas precisiones. En primer lugar, tenemos que excluir los números negativos del dominio de valores de las variables de intervalo. Pues su inclusión alteraría el significado que deseamos atribuir a los operadores que estamos manejando. Si aceptásemos los números negativos, al considerar en (I) y (II) toda distancia menor que n, la variable "m" recibiría valores negativos, de donde (por la definición Pnp = F(−n)p) en (I), concretamente, tendríamos que p se daría no sólo a lo largo del intervalo n hacia adelante a partir del presente (si n es positivo), sino también hacia atrás. E indefinidamente hacia atrás (hacia el pasado) si el tiempo no tuviera un principio. Y esto no es lo que indica "Dp^n" (que sólo asegura la duración de p a lo largo de n hacia el futuro).

En el caso de (II), p no ocurriría solamente (para un n positivo) a lo largo del intervalo n hacia atrás tomando como punto de partida el presente, sino igualmente

–merced a la misma definición de "Pnp" como "F(–n)p–" hacia adelante (hacia el futuro). E indefinidamente hacia adelante si el tiempo no tuviera un final. Y esto no es precisamente lo que indicaba "D^*p^n" (que únicamente asegura la duración de p a lo largo de n en dirección al pasado).

Por otro lado, si añadimos a (I)–(IV) la cláusula "$O \leq m$" no solventamos el problema. Tendríamos entonces que en definiciones como "$\exists$ m((O $\leq$ m $\wedge$ m $\wedge$ n) Fmp)" para "Sp^n" y "E m((O m m n) Pmp)" para "S^*p^n", para un n negativo la condición "O m m n" no se cumple, y consecuentemente, dichas definiciones no sirven. Resumiendo, los números negativos anulan el significado de los funtores de duración y acaecimiento, así que prescindiremos de los del dominio de valores de las variables de intervalo en las definiciones. (I)-(IV).

En segundo lugar, hemos de tener en cuenta los distintos sentidos de los operadores de duración y acaecimiento tal y como se expuso en (i) y (ii) en la sección anterior. En el caso de (i) no hemos de imponer condición alguna a la aplicación de (I)–(IV) a instancias de sustitución de la variable "p". Pero si nos moviéramos en un sistema temporal según (ii) la cosa cambia. Pues, por ejemplo, si queremos reducir una fórmula como "$D(D^*p^n)^m$" a la "lógica gramatical mensurable" (en la que contamos con la relación de orden "menor o igual que"), tendríamos aplicando (I) en primer lugar sin más (sustituyendo "p" por "D^*p^n").

$A1(1 \geq m \rightarrow F1D^*p^n)$

y después aplicando (II), esta fórmula se convierte finalmente en

$\forall 1(1 \geq m \rightarrow F1\ \forall h(h \geq n \rightarrow Fhp))$

Pero si leemos "$D(D^*p^n)^m$" según ii), esta fórmula se convierte en "D^*p^n", que aplicando (II) daría lugar a

$\forall m(m \geq n \rightarrow Pmp)$
simplemente.

Para tener en cuenta esta particularidad, al movernos en un sistema temporal acorde con (ii), reduciremos cualquier fórmula en la que se reiteren los operadores de duración o acaecimiento eliminando todos los operadores (junto con las variables de intervalo respectivas) menos el más próximo a cada fórmula enunciativa y acto seguido, se aplican las definiciones (I)–(IV). Esto puede cifrarse en una cláusula:

(C) Para cualquier fórmula A de la lógica de "duración y acaecimiento", si A contiene una subfórmula B con uno o más operadores del tipo "D", "D*", "S" o "S*", eliminamos todos los operadores (junto con sus respectivos argumentos de intervalo) menos el más próximo a la fórmula enunciativa de B. Acto seguido aplicamos (I)–(IV). La fórmula resultante es una fórmula de la "lógica gramatical mensurable".

Según esto, una fórmula como $D(D^*p^n)^m \rightarrow S\ (\forall nD(p \rightarrow q)^n)^m$

se convierte primero en $D^*p^n \rightarrow \forall nD(p \rightarrow q)^n$

y por último, sucesivamente en $\forall m(m \leq n \rightarrow Pmp) \rightarrow \forall nD(p \rightarrow q)^n$
$\forall m(m \leq n \rightarrow Pmp) \rightarrow \forall n\ \forall m(m \leq n \rightarrow Fm(p \rightarrow q))$,

la fórmula resultante es una fórmula de la lógica “lógica gramatical mensurable” (aceptando la relación “ $\leq$ ”).

Respecto de la lógica cronológica de Rescher [6(1)], donde “$T_t(p)$” significa “se da en t que p”, siendo t una fecha (definida o indefinida) y “T” es el operador de realización cronológica, si nos auxiliamos con la relación de precedencia temporal (no estricta) R, de forma que “Rt_it_j” significa “el instante t_i es anterior al instante t_j y “Rt_it_jn” significa “el instante t_i es anterior al instante t_j en una distancia (o intervalo) “n” (utilizando dos tipos distintos de relación de precedencia temporal), tendremos lo siguiente:

Para cualquier intervalo n

$$\text{(i) } Dp^n = df\ T_{t_o}(p) \wedge \exists t_i(((Rt_ot_in \vee t_o = t_i) \wedge T_{t_j}(p)) \wedge \forall t_j(Rt_ot_j \wedge Rt_jt_i \rightarrow T_{t_j}(p)))$$

$$\text{(ii) } D^*p^r = df\ T_{t_o}(p) \wedge \exists t_i(((Rt_ot_in \vee t_o = t_i) \wedge T_{t_i}(p)) \wedge \forall t_j(Rt_jt_o \wedge Rt_it_j \rightarrow T_{t_j}(p)))$$

$$\text{(iii) } Sp^r = df\ T_{t_o}(p) \vee \exists t_i(((Rt_ot_in \vee t_o = t_i \wedge T_{t_i}(p)) \vee \exists t_j((Rt_ot_j \wedge Rt_jt_i) \wedge T_{t_j}(p)))$$

$$\text{(iv) } S^*p^r = df\ T_{t_o}(p) \vee \exists t_i(((Rt_ot_in \vee t_o = t_i) \wedge T_{t_i}(p)) \vee \exists t_j((Rt_jt_o \wedge Rt_it_j) \wedge T_{t_j}(p)))$$

(i) señala que “Dp^n” (en su sentido habitual) es equivalente a:
(a) p se da en el momento presente (t_o),
(b) p se da en un instante situado a la distancia n del presente (t_i) en dirección al futuro, o en el propio presente (lo que sucedería si n = 0), y
(c) p se da en todo momento situado entre el presente (t_o) y t_i.
(ii) es como (i) pero hacia el pasado.
(iii) señala que “Sp^n” (con su significado habitual) equivale a:
(a) p se da en el momento presente, o bien
(b) p se da en un instante situado a la distancia n del presente (t_i) en dirección al futuro o en el presente, o bien
(c) p ocurre en algún instante situado entre el presente (t_o) y t_i.
(iv) es como (iii) pero en dirección al pasado.

En cambio, no podemos reducir la lógica cronológica a la lógica de duración y acaecimiento.

De las lógicas de preposiciones y adverbios con carácter temporal ni la lógica de Anscombe[1] ni la lógica de von Wright[4] pueden reducir los operadores de la lógica de duración y acaecimiento, pues ninguna de estas lógicas puede dar cuenta de la noción de intervalo. Pero en cambio, sí podemos reducir ambas a la lógica de duración y acaecimiento. La lógica de Anscombe se basa en el funtor “T_a”[(2)], de forma que una expresión como “pT_aq” se lee “p en otro tiempo y después q”. Este funtor se orienta hacia el pasado y teniendo en cuenta que se define en términos del operador “P” como “$P(Pp \wedge q)$”, finalmente tendremos “$\exists\ nS^*(\exists\ mS^*p^m \wedge q)$”.

Respecto del funtor de von Wright, “T_{w2}”[(3)], tenemos que “$pT_{w2}q$” se lee “ahora p y después q” (and then). Este funtor posee orientación futura y habida cuenta que podemos definirlo en función del operador “F” como “$p \wedge Fq$”[(4)], tenemos, por último “$p \wedge E\ nSp^n$”.

---

(1) Rescher utiliza el símbolo “R” en vez de “T” como hacemos aquí siguiendo a J.L. Gardies (cf. [7]).
(2) Tomamos el símbolo de J.L. Gardies (cf. [7], p.96).
(3) Recogemos la expresión acuñada por J.L. Gardies (cf. [7], p.92).
(4) cf. Clifford [8].

En cuanto al resto de las lógicas de preposiciones y adverbios con carácter temporal, la lógica de von Wright[3] puede recoger el sentido de los operadores "D" y "S" únicamente, pues se halla orientada exclusivamente en dirección al futuro. El funtor característico de esta lógica es "T_w"[(5)], de modo que una expresión como "$pT_{w1}q$" se lee "ahora p e inmediatamente después q" (and next). Otra limitación que podemos encontrar a esta lógica es que su operador básico se halla ligado a la noción de un tiempo discreto (en un tiempo denso o continuo no podría hablarse del instante "inmediatamente" posterior a uno dado). De manera que podremos reducir la lógica de duración y acaecimiento en dirección al futuro, si nos limitamos al caso de los números naturales como dominio de valores de las variables de intervalo. Así pues, definiremos "D" y "S" recursivamente como sigue:

Para cualquier intervalo n

$Dp^o = df\ p$
$Dp^{n+1} = df\ pT_{w1}Dp^n$

$Sp^o = df\ p$
$Sp^{n+1} = df\ pv((p \rightarrow q)T_{w1}Sp^n)$

El significado de "D^*p^o", como el de "S^*p^o" (y eventualmente "D p^o" y "S p^o") es el mismo. Decir que p se da durante (o que acaece en) el intervalo cero no es decir que p no suceda en absoluto; sino más bien que p se da "ahora" mismo (la distancia cero nos lleva al propio momento de enunciación). Por otro lado, supuesto definido "Dp^n" en términos de "T_{w1}", la expresión "$pT_{w1}Dp^n$" significa que p se da "ahora mismo" y, a partir del instante inmediatamente posterior a ahora, ocurre p a lo largo del intervalo n + 1 (en dirección al futuro) sin interrupción, esto es precisamente lo que significa "Dp^{n+1}". De modo que ya tenemos la definición de "D".

Respecto de la definición de "S", tenemos que "Sp^o" dice análogamente a "Dp^o"- que p sucede en el momento presente. Por otra parte, definido "Sp^n" en función de "T_{w1}", la expresión "$pv((p \rightarrow p)T_{w1}Sp^n$" significa que o bien p ocurre "ahora" (momento de enunciación), y por consiguiente en algún instante del intervalo n+1 (en dirección al futuro), o bien p ocurre en algún instante del intervalo n a partir del instante inmediatamente posterior al instante presente (y por tanto, también en el intervalo n+1 en dirección al futuro). Ello nos lleva, en resumidas cuentas, a considerar el acaecimiento de p en el intervalo n+1 (esto es, lo mismo que significa "Sp^{n+1}"). El papel que cumple la tautología "$p \rightarrow p$" reside únicamente en señalar la "presencia del tiempo", que hay un "ahora" (al menos para que seguir cumpliéndose). Lo relevante es la información que sigue después; es decir, que tras el presente hay un instante (inmediatamente posterior) en el que ocurre Sp^n.

Así pues, merced a las anteriores definiciones podemos construir sucesivamente las definiciones siguientes:

$Dp^1 = df\ pT_{w1}p$
$Dp^2 = df\ pT_{w1}Dp^1 = pT_{w1}(pT_{w1}p)$
$Dp^3 = df\ pT_{w1}Dp^2 = pT_{w1}(pT_{w1}(pT_{w1}p))$
Etc.

$Sp^1 = df\ p\ v(p \rightarrow p)T_{w1}p$
$Sp^2 = df\ p\ v(p \rightarrow p)T_{w1}Sp^1 = p\ v(p \rightarrow p)T_{w1}(pv(p \rightarrow p)T_{w1}p)$
$Sp^3 = df\ p\ v(p \rightarrow p)T_{w1}Sp^2 = p\ v(p \rightarrow p)T_{w1}(pv(p \rightarrow p)T_{w1}(p\ v\ (p \rightarrow p)T_{w1}p))$
Etc.

(5) Tomamos la expresión recogida por J.L. Gardiès (cf. [7], p. 88).

En cambio, la lógica de D. Scott[2] (6) puede recoger todos los operadores de duración y acaecimiento, aunque igualmente ciñéndose al caso de un tiempo discreto. Esta lógica posee como funtores característicos "T_s" e "Y", de forma que "$T_s p$" significa "se dará el caso en el momento siguiente que p" y "Yp" significa "se ha dado el caso en el momento precedente que p". De modo que definiremos recursivamente los operadores "D", "D*", "S" y "S*" como sigue:

Para cualquier intervalo n

$Dp^o = df\ p$
$Dp^{n+1} = df\ p \wedge T_s Dp^n$

$D^*p^o = df\ p$
$D^*p^{n+1} = df\ p \wedge YD\ p^n$

$Sp^o = df\ p$
$Sp^{n+1} = df\ p \wedge T_s Sp^n$

$S^*p^o = df\ p$
$S^*p^{m+1} = df\ p \wedge YS\ p^n$

El significado de estas definiciones es similar al de las definiciones anteriores dadas para "T_{wl}", sólo que aquí contamos además con un funtor para el pasado (Y). Por otro lado, podemos construir ahora lo siguiente:

$Dp^1 = df\ p \wedge T_s p$
$Dp^2 = df\ p \wedge T_s\ (p \wedge T_s p)$
$Dp^3 = df\ p \wedge T_s\ (p \wedge T_s(p \wedge T_s p))$
Etc.

$D^*p^1 = df\ p \wedge Yp$
$D^*p^2 = df\ p \wedge Y(p \wedge Yp)$
$D^*p^3 = df\ p \wedge Y(p \wedge Y(p \wedge Yp)$
Etc.

$Sp^1 = df\ p \vee T_s p$
$Sp^2 = df\ p \vee T_s(p \vee T_s p)$
$Sp^3 = df\ p \vee T_s(p \vee T_s(p \vee T_s p))$
Etc.

$S^*p^1 = df\ p \vee Yp$
$S^*p^2 = df\ p \vee Y(p \vee Yp)$
$S^*p^3 = df\ p \vee Y(p \vee Y(p \vee Yp))$
Etc.

Ni la lógica de von Wright (and next) ni la de Scott pueden reducirse a la lógica de duración y acaecimiento, ya que para ello necesitaríamos poder "situar" un acontecimiento dado a una distancia determinada del presente. Tampoco puede reducirse la lógica de H. Kamp [5], aunque sí podemos expresar en ella los funtores de duración y acaecimiento. Como operadores característicos de la lógica de Kamp tenemos "Φ" y "Ψ", de manera que una expresión como "$p \Phi q$" significa "q desde que p" y "$p \Psi q$" significa "p hasta que q". Puesto que, como Kamp ha mostrado 5, estos operadores

(6) Utilizamos la notación que aparece en 2, p.69 y también en [7], p.84.

traducen los de Scott, de forma que "$T_s p$" se define "$p \psi p$" y "Yp" se define "$p \Phi p$", contamos al menos con una definición de los operadores de duración y acaecimiento en la lógica de Kamp para un tiempo discreto. Tendremos entonces:

Para cualquier intervalo n

$Dp^o = df\ p$
$D^*p^o = df\ p$
$Dp^{n+1} = df\ p \wedge Dp^n \psi Dp^n$
$D^*p^{n+1} = df\ p \wedge D^*p^n \psi D^*p^n$

$Sp^o = df\ p$
$S^*p^o = df\ p$
$Sp^{n+1} = df\ p \vee Sp^n \Phi Sp^n$
$S^*p^{n+1} = df\ p \vee S^*p^n \Phi S^*p^n$

Merced a estas definiciones podemos construir sucesivamente las definiciones de "D", "S", "D*" y "S*" para un n cualquiera, al modo en como lo hemos hecho anteriormente.

5. La lógica de duración y acaecimiento como una "lógica mensurable".

Los operadores que hemos presentado en este artículo afectan no sólo a enunciados, sino también a variables de intervalos temporales. La misión de los intervalos consiste únicamente en servir de marco o referencia temporal al suceder de los hechos. Mediante los intervalos ofrecemos, además, una "medida del tiempo"; bien estableciendo la duración de un hecho determinado, bien fijando un período temporal que sirva para "encuadrar" su mero acaecer. Esto hace que –en cierto sentido– tengamos entre las manos una "lógica mensurable".

La diferencia de esta lógica respecto a la "lógica gramatical mensurable" consiste fundamentalmente en que los operadores de esta última lógica indican la distancia al presente de un hecho pasado o futuro, mientras que los operadores de duración y acaecimiento indican el intervalo (tomando como punto de referencia el presente) dentro del cual ocurre un hecho. Pensemos, por ejemplo, en la diferencia habida entre "Fnp" y "Sp^n". En "Fnp" se indica que p ocurre a la distancia n; mientras que en "Sp^n" se indica que p sucede dentro del (en algún instante perteneciente al) intervalo n.

Ambos tipos de operadores (los de duración y acaecimiento y los de la "lógica gramatical mensurable") pueden combinarse perfectamente dando lugar a una lógica "mensurable" en la que contaríamos con enunciados como:

a) Dentro de seis semanas estaré en París durante una semana.
b) Dentro de cuatro días hará ya un mes que estoy en Londres.
c) Hace cuarenta años concluyó una guerra mundial de seis años de duración

que podemos simbolizar así

a) $F6Dp^1$ (unidad temporal: la semana)
b) $F4D^*p^{30}$ (unidad temporal: el día)
c) $P4oD^*p^6$ (unidad temporal: el año)

Esta lógica combinaría el concepto de distancia al presente de los acontecimientos con los períodos de duración o acaecimiento de los mismos. No obstante, como sabemos, los operadores de duración y acaecimiento pueden reducirse a la "lógica gramatical mensurable" (auxiliada por " $\leq$ ").

6. Conclusiones

1) Hemos considerado un aspecto del discurso temporal que ha sido descuidado hasta la fecha: la duración de los hechos. También hemos presentado un tratamiento diferente de su mero acaecer, a saber, un marco temporal o intervalo de tiempo que encuadre los hechos en el transcurso del tiempo.

2) Captamos un cierto sentido de la duración y el acaecimiento de los hechos (cf. Convención 1), utilizando para ello expresiones como "durante" y "en" (cf. Convención 2), introduciendo operadores biargumentales como "D", "D*", "S" y "S*" que rigen esas expresiones y dotan a los enunciados de su sentido pasado o futuro.

3) Tomamos como punto de referencia para trazar los intervalos siempre el momento presente (momento de enunciación).

4) La diferente interpretación de la reiteración de los funtores que hemos presentado en este artículo nos lleva a considerar dos sistemas diferentes según tengamos en cuenta o no la acumulación de intervalos.

5) La lógica de duración y acaecimiento puede reducirse completamente a la lógica cronológica y la lógica gramatical mensurable aunque no ocurre a la inversa. La lógica gramatical no mensurable puede reducirse a la lógica de duración y acaecimiento al igual que la lógica de von Wright (and then) y la lógica de Anscombe, pero ninguna de éstas puede dar cuenta de los operadores de duración y acaecimiento.

Por otra parte, la lógica de von Wright (and next), únicamente puede reducir la lógica de duración y acaecimiento con sentido futuro (y referida a un tiempo discreto). En cambio, la lógica de Scott y la de Kamp pueden reducir la lógica de duración y acaecimiento de modo completo. La única salvedad es, de nuevo, la limitación de un tiempo discreto. Además, ninguna de estas tres últimas lógicas puede reducirse con los operadores introducidos aquí.

6) Por último, cabe señalar que contamos con una lógica "mensurable", que utiliza intervalos de tiempo para dar una cierta medida de él, aunque de manera completamente distinta a la lograda por la "lógica gramatical mensurable", como ya hemos podido comprobar.

REFERENCIAS

[1] ANSCOMBE, G.E.M., *Before and after,* en The Philosophical review, vol. 73, n° 1, Enero 1964, pp. 3–24.

[2] PRIOR, A.N., *Past, present and future,* Oxford, en The Clarendon press, 1967.

[3] WRIGHT, G.H. VON, *And next,* en Acta philosophica fennica, fasc. XVIII, Helsinki, Akateeminen kirjakauppa, 1965, pp. 293–304.

[4] WRIGHT, G.H. VON, *And then,* en *Commentationes physio–mathematicae of the finniish society of sciences,* vol. 32, n° 7, 1966.

[5] KAMP, H., *On the tense logic and the theory of order,* Ph. D. Thesis, University of California, Los Angeles, 1968.

[6] RESCHER, N., *Topics in philosophical logic,* Dordhrecht, 1969.

[7] GARDIES, J.L., *Lógica del tiempo,* Paraninfo, Trad. Javier Ordóñez, Madrid, 1979.

[8] CLIFFORD, J.E., *Tense logic and the logic of change,* en *Logique et Analyse,* n° 34, Junio, 1966.