

En memoria de Jacques-Louis Lions

E. FERNÁNDEZ CARA

Departamento de Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico
Universidad de Sevilla
41080 SEVILLA

`cara@numer.us.es`

Mis primeros recuerdos del Profesor Lions se remontan a finales de 1979. Naturalmente, había oído hablar mucho de él y conocía con cierto detalle lo que había sido su trayectoria científica hasta ese momento. Además, varios compañeros algo mayores que yo habían tenido la ocasión de conocerle personalmente en Sevilla, en unas Jornadas organizadas por el Profesor Antonio Valle en 1976. Uno de ellos, José Real, me había dicho de él y de su charla algo que recuerdo muy bien:

En la conferencia de Lions, todo estaba absolutamente claro. Todo.

A finales de 1979, yo era becario predoctoral en el I.N.R.I.A - Rocquencourt, cerca de París. Justamente por aquella época y tan sólo unos días antes de mi llegada, Lions había sido designado Presidente del Instituto. Su cambio de despacho originó toda una avalancha de “mudanzas”. Así que, durante varias semanas, me instalaron en una sala compartida con otros dos becarios en la que, casualmente, Lions había guardado una colección de artículos seleccionados personalmente.

Confieso que, muy a menudo, por la tarde, cuando no quedaba casi nadie, no podía resistir la tentación de ojear a hurtadillas estos trabajos. Por supuesto, yo era un inexperto estudiante en aquella época y carecía de criterio serio para seleccionar temas, autores y resultados. No obstante, creo que aprendí mucho descubriendo cuáles eran, al parecer, los artículos preferidos de Lions y preguntándome por qué había seleccionado éste o aquél.

También pienso que este archivo me ayudó a comprender, al menos en parte, cómo pensaba Lions que había que estudiar y desarrollar las Matemáticas y qué era lo que le interesaba principalmente a él. Con el tiempo, pude intuir que Lions pretendía hacer que las Matemáticas fueran capaces de describir con la mayor precisión posible el mundo real. Sus objetivos prioritarios siempre arrancaban de problemas reales concretos que intentaba *modelar*, posteriormente

analizar y comprender cualitativa y cuantitativamente y, finalmente, *controlar*. De algún modo, posiblemente influido por sus orígenes y aficiones, había llegado a la conclusión de que la herramienta más eficaz para ello eran las ecuaciones en derivadas parciales (EDPs). Una vez encarada la resolución de alguno de estos problemas, sus portentosas cualidades le permitían desarrollar la teoría matemática adecuada, ayudándose simultáneamente de conceptos y resultados clásicos hábilmente “revisitados” y de técnicas y conceptos nuevos, creados específicamente para ello.

Recuerdo que, en aquella época, yo miraba a Lions casi como a un dios. Con frecuencia, Juan M. Viaño y yo le veíamos llegar al comedor del I.N.R.I.A. con sus colaboradores más próximos, con paso decidido, dispuesto a rentabilizar el tiempo dedicado al almuerzo sin perder por ello el buen humor. Como a muchas personas que conozco, algo que nunca dejó de impresionarme fue su enorme capacidad de trabajo. Era capaz de resolver 20 problemas distintos, todos de envergadura, al cabo del día. Y era capaz de simultanear todo esto con una dedicación constante a las Matemáticas, manteniéndose en la vanguardia de la Ciencia, en el límite de lo conocido y lo que está aún por descubrir.

En fechas posteriores, a partir de 1987, tuve la ocasión de conocer más de cerca a Lions como gestor. Fue en el marco del Proyecto HERMES, parcialmente financiado por el C.N.E.S. (Centre National des Etudes Spatiales), del que había sido nombrado Presidente. Me acuerdo muy en particular de una reunión que hubo en Madrid hacia 1989 a la que asistimos rodeados de representantes de distintas empresas y organismos. En un pequeño descanso, con cierta complicidad, sacó tiempo para hablarme de un problema matemático que le preocupaba y que consideraba interesante. Yo era consciente de su actividad al frente del C.N.E.S. y de quién sabe cuántas instituciones más. Era ya una persona convocada con frecuencia por los consejos de administración de multitud de empresas e incluso por responsables del más alto rango político en Francia y en Europa. Resultaba asombroso que pudiera organizarse para hacer Matemáticas.

Hoy sabemos que justamente en esta época estaba desarrollando algunas de las ideas que más han dado que hablar y más trabajo han generado. Eran los años del método H.U.M. y de su renovado interés por el control de sistemas gobernados por EDPs.

Con objeto de clarificar hasta qué punto él iba por delante y cómo era capaz de intuir qué era importante y qué había que impulsar, he aquí el enunciado del problema del que me habló.

Problema 1: Para un sistema disipativo “simple” de la forma

$$(1) \quad \begin{cases} y_t + Ay = \xi \\ y|_{t=0} = y^0 \end{cases}$$

(donde A es, por ejemplo, un operador en derivadas parciales lineal, de propiedades similares a las del operador de Laplace), es posible definir el concepto de *centinela*. En términos “vagos”, si ponemos $y^0 = y_1^0 + \tau y_2^0$ con τ “pequeño” y llamamos y_τ a la correspondiente solución de (1), un centinela es un funcional $\Phi = \Phi(y)$ tan parecido como sea posible a un promedio de los valores de y insensible a la presencia de la perturbación τy_2^0 , i.e. tal que

$$\left. \frac{\partial}{\partial \tau} \Phi(y_\tau) \right|_{\tau=0} = 0.$$

Entre otras cosas, disponer de un centinela puede ser útil para conocer la influencia que tiene ξ (un término de *polución*) cuando la información sobre el dato inicial es incompleta. Pero, ¿es posible recurrir al concepto de centinela para modelar y describir cuantitativamente la *Turbulencia*? En otras palabras, si cambiáramos (1) por el sistema de Navier-Stokes, ¿sería posible utilizar la idea de centinela para definir variables macroscópicas $z = z(x, t)$ que contengan información relevante distribuida en tiempo y espacio, de nuevo independiente de τy_2^0 , cuya aproximación numérica sea factible?

A partir de 1987, Lions prodigó enormemente sus visitas a España. En muchos casos, el “culpable” directo o indirecto fue (de nuevo) Antonio Valle. Consciente de lo extremadamente útil que resultaban sus visitas, en especial para los más jóvenes, tanto él como muchos otros colegas españoles hicimos todo lo posible por tenerlo cerca.

A raíz de una de estas visitas, comencé a interesarme más, junto con varios compañeros de mi Departamento, por las cuestiones que le interesaban a él. Esto ocurrió en Málaga, en otoño de 1990 y acabó por hacer más intensa y fluida mi relación con él. A partir de 1993, tuve la enorme suerte de contarme entre las personas que, de vez en cuando, recibían un Fax con sus cuestiones, observaciones y consejos.

A modo de ejemplo, he aquí uno de los problemas que me planteó hace varios años, formulado con su estilo propio:

Problema 2: Se considera el sistema parabólico

$$(2) \quad \begin{cases} y_t - \Delta y + a(x, t)y = v\chi_\omega & \text{en } \Omega \times (0, T), \\ y(x, t) = 0 & \text{sobre } \partial\Omega \times (0, T), \\ y(x, 0) = y^0(x) & \text{en } \Omega, \end{cases}$$

donde $\Omega \subset \mathbf{R}^N$ es un abierto acotado, $\omega \subset\subset \Omega$ es un abierto “pequeño” y χ_ω es la función característica de ω .

Sabemos que, cualquiera que sea $a \in L^\infty(\omega \times (0, T))$, (2) tiene la propiedad de la controlabilidad aproximada con controles $v \in L^2(\omega \times (0, T))$. Esto es, la

variedad lineal formada por los estados finales $\{y(\cdot, T) : v \in L^2(\omega \times (0, T))\}$ es densa en $L^2(\Omega)$. Sean $M \subset L^\infty(\Omega \times (0, T))$ y pongamos

$$V(T; M) = \{y(\cdot, T) : v \in L^2(\omega \times (0, T)), a \in M\}.$$

Cuanto mayor es M , más cerca está $V(T; M)$ de su adherencia $L^2(\Omega)$, pero siempre tenemos $V(T; M) \neq L^2(\Omega)$. Entonces, ¿qué significa realmente que $V(T; M)$ se va acercando a $L^2(\Omega)$? Por otra parte, para un sistema similar a (2) con la ecuación cambiada por

$$y_t - \Delta y + a(x, t)y + y^3 = v\chi_\omega,$$

en general la familia $V(T; M)$ no es densa en $L^2(\Omega)$. ¿Es cierto que, cuando $M \subset L^\infty(\Omega \times (0, T))$ es “muy grande”, la correspondiente $V(T; M)$ es densa? Finalmente, ¿pueden usarse estas ideas para resolver problemas de controlabilidad estocástica del mismo tipo?

Está en la mente de muchos que habrá un antes y un después de Lions en las Matemáticas, en particular en la Matemática Aplicada francesa. A mí me parece apropiado extender esta afirmación, de manera que cubra también el ámbito de la Matemática Aplicada española. Si observamos seriamente la evolución y la situación actual de los numerosos Departamentos de Universidades españolas donde se estudian problemas ligados a las ecuaciones diferenciales, veremos que, en un alto porcentaje de ellos, hay personas que han sido alumnos de Lions o alumnos de alguno de sus alumnos. Y también comprobaremos que la influencia de esta presencia ha ido creciendo de forma espectacular en los últimos años. De manera que se puede decir que, en la actualidad, el espíritu de la investigación matemática realizada por Lions (e incluso en algunos casos los mismos temas y problemas que él propuso) forman parte del programa de trabajo de buena parte de nuestros compañeros.

La influencia de Lions en las Matemáticas que se han hecho en España comenzó con su feliz contacto con Antonio Valle, a mediados de los sesenta. Gracias a la abnegada labor docente de éste y a las horas que dedicó a la caza y captura de Becas y Ayudas de todo organismo viviente, se pudieron establecer varios lazos, escasos en número pero de fundamental importancia, que sirvieron para que personas como Alfredo Bermúdez, Carlos Moreno, José Real y José D. Martín pudieran realizar sus Tesis Doctorales bajo la dirección de algunos de los primeros alumnos de Lions. Paralelamente, se fue produciendo la entrada en escena de otros investigadores españoles, entre los cuales estuvieron Jesús Hernández, Ildefonso Díaz, Juan Luis Vázquez y Miguel A. Herrero, que iniciaron una colaboración científica con otros miembros de la “Escuela” creada por Lions. En los años posteriores, la afluencia de estudiantes y jóvenes profesores se fue incrementando progresivamente, hasta llegar a niveles insospechados que llegaron a hacer hablar de “colonias españolas” en París. Que yo recuerde, por esas “colonias” pasaron personas como María J. Esteban, Juan M. Viaño, Luis Ferragut, Tomás Chacón, Carlos Parés, Francisco Palma,

Francisco Ortegón, Rafael Muñoz, Juan Casado, José M. Rodríguez Seijo, Javier Barón, etc. Mención especial debo hacer de Enrique Zuazua, que fue un verdadero testigo de excepción del acercamiento de Lions a España y mantuvo con él un contacto permanente y muy personal casi hasta el último momento en que le fue posible.

Sin duda, Lions fue sensible a la evolución de nuestro país, al que llegó a profesar una profunda simpatía. En cierta ocasión le oí decir con gran sencillez en presencia del Secretario de Estado de Universidades y del Embajador de Francia que él no creía realmente que existiera ya diferencia científica apreciable entre España y Francia. Naturalmente, era una elegante y educada exageración, pero el hecho es que se fue acercando cada vez más a investigadores españoles.

De todas sus visitas a España, guardo un recuerdo muy especial de la última, la que tuvo lugar en Madrid en febrero de 2000 y le permitió hablar ante el Parlamento. La iniciativa de la Real Academia de Ciencias y en especial de Ildefonso Díaz hizo posible que Lions disertara con admirable capacidad ante el gran público, con palabras bien escogidas, sobre las Matemáticas más complicadas y actuales, en un acto sin precedentes.

No obstante, me quedó un cierto sabor agridulce del 2000. Junto con varios compañeros, habíamos previsto una visita de Lions a Sevilla para mediados de marzo de ese año. Nuestra intención era, una vez más, hacerle hablar ante un público diverso, como acto central de una serie de actividades conmemorativas del Año Mundial de las Matemáticas. Debido a la convocatoria de elecciones legislativas y autonómicas para esos días, nos vimos forzados a retrasar estos actos y por tanto su visita casi en el último momento. Por desgracia, ya no pudimos volver a encontrar una fecha que le resultara posible. En poco tiempo, como sabemos ahora, se agudizó su enfermedad y se vio repentinamente obligado a reducir e incluso detener su extraordinario ritmo de actividades.

Jacques-Louis Lions era una persona de talla excepcional. He tenido la gran suerte de haberle conocido y espero sinceramente haber sido capaz de aprender algo de sus muchas virtudes. Lamento profundamente que nos haya dejado tan pronto.

Era una persona capaz de hacer fácil lo difícil. Tanto en su manera de plantear y abordar la resolución de problemas matemáticos como en las actividades de gestión y en las relaciones humanas, su clarividencia le permitía simplificar los conflictos superando una tras otra todas las dificultades y vislumbrar la solución con rapidez. Ayudado además de un optimismo vital envidiable, era capaz de conseguir que la gran mayoría de las tareas que se encomendaba a sí mismo salieran a flote. Una lección que nos dejó es que no hay que dejarse vencer fácilmente por las circunstancias.

Tenía además la rarísima virtud de conseguir que sus cursos y conferencias, aparte de amenos, fueran interesantes y útiles para oyentes de todo tipo, desde

estudiantes de segundo o tercer año hasta Catedráticos de Universidad, desde personas interesadas por el Algebra y la Geometría hasta especialistas del análisis teórico y numérico de las EDPs. Las ideas que presentaba siempre aportaban algo nuevo, siempre eran aprovechables y, con gran frecuencia, abrían nuevas posibilidades.

Otro rasgo que me fascinó de Lions fue su capacidad de iniciativa. Era capaz de lanzar propuestas constructivas tanto en Matemáticas como en sus otros ámbitos de trabajo. Y, llegado el caso, era capaz de convencer a las personas indicadas de poner manos a la obra. Todo esto no era por casualidad. Sus propuestas habían sido siempre seriamente meditadas, aunque muchas veces en tiempo “record”, dada su rapidez mental. Por otra parte, de todas las posibles vías, casi siempre se decantaba por la más constructiva, aunque esto significara innovación y pisar terreno aún no explorado. Ante una sugerencia o ruego de Lions, uno tan sólo podía aceptar, con independencia del trabajo o dificultad que trajera consigo.

Durante todo el tiempo que le conocí, Lions consiguió estar por encima de envidias y de sentimientos malsanos. Se podría decir que sus actividades fueron observadas por el 99 % de sus colegas y discípulos sin desconfianza y sin malas interpretaciones. A decir verdad, creo que este hecho le honra a él y a la “Escuela” que supo crear, que ha demostrado profesionalidad y honradez a raudales. A menudo tuve la impresión de que, en presencia de Lions, los intereses oscuros o inconfesables estaban de más. Su actitud, siempre positiva y al mismo tiempo comprensiva con los sentimientos de los demás, contribuía en gran medida a que las reuniones de trabajo, las científicas y las de otro tipo, fueran sobre todo limpias. Y esto hacía indudablemente posible el progreso, la mejora y el beneficio para todos.

Desde la óptica de las relaciones humanas, quizá sea ésta la mejor lección que hayamos recibido de este hombre de excepción. Tal vez nos convenga a todos imitarle en limpieza de sentimientos y esforzarnos como él por usar nuestro tiempo y nuestras energías en prestar nuestra colaboración a la resolución de cuestiones verdaderamente trascendentes.