

## Análisis dinámico del mercado actual y potencial de las organizaciones

Javier Landa Bercebal • Francisco Velasco Morente  
Universidad de Sevilla

RECIBIDO: 1 de abril de 2002

ACEPTADO: 18 de junio de 2003

**Resumen:** En este artículo, se estudia la variación en cuanto a crecimiento o decrecimiento de los mercados potenciales y actuales de una organización cualquiera. Para ello se buscan las soluciones de equilibrio del sistema y la obtención de bifurcaciones, su continuación y los ciclos límite.

**Palabras clave:** Mercado potencial / Mercado actual / Mercado de referencia / Producto-mercado / Puntos de equilibrio / Bifurcaciones / Ciclos límite.

### **Dynamical Analysis of the Potential and Current Market of the Organizations**

**Abstract:** In this paper, we study the variation as growth or diminution of the potential and current markets of any organization. So, we look for solutions of equilibrium of the system and we obtain bifurcations, their continuation and the limit cycles.

**Key Words:** Market potential / Current market / Reference market / Product-market / Equilibrium points / Bifurcations / Limit cycles.

### INTRODUCCIÓN

La toma de decisiones en el ámbito empresarial requiere de sistemas de información cuya puesta en funcionamiento es cada vez más complicada, debido a que el entorno, en el que se desarrollan las diferentes funciones de cualquier tipo de organización, se manifiesta más complejo y por tanto difícil de analizar y comprender.

La realidad de una organización y sus relaciones con el medio suponen un reto enorme para el decisor y para cualquier investigador a la hora de encontrar un modelo lo suficientemente completo y perfeccionado que refleje clara y explícitamente las relaciones de la organización con su entorno.

Parece claro, por su evidencia, que cualquier tipo de organización se desarrolla a través del tiempo. Por tanto, la clase de modelo que más se puede parecer a la realidad que se pretende reflejar debe ser de tipo dinámico, lo que a su vez conlleva, en la mayor parte de los casos, a que ese dinamismo esté sostenido sobre sistemas de ecuaciones estructuradas con variables explicativas y a explicar, así como sus correspondientes parámetros de ajuste (modelos matemáticos). A su vez, debemos considerar que la complejidad de las relaciones de la organización y de su entorno, no necesariamente deben explicarse con

complicados sistemas de ecuaciones con enorme cantidad de variables, fundamentados en hipótesis de una realidad de tipo lineal. La dinámica de cualquier organización puede ser compleja, de hecho lo es, pero esa complejidad puede reflejarse en modelos de estructura simple, de tipo no lineal. En los últimos años han aparecido diversos trabajos sobre estudios cualitativos aplicados a los modelos económicos no lineales. Así, autores como Barnett-Gandolfo (1996), Gandolfo (1997), Feitchinger (1992), Lorenz (1997), Landa-Velasco (1997), Velasco *et al.* (2002), Vilchez-Velasco *et al.* (1999), Medio (1993) y otros, se dedican, no sólo a estudiar la estabilidad de las soluciones de equilibrio de un sistema, sino además a comprobar para qué valores de los parámetros estos equilibrios pueden comportarse de diferente manera. En la actualidad, conceptos tales como bifurcación, codimensión o equivalencia topológica forman parte del lenguaje de las investigaciones económicas, que junto con sofisticados programas para ordenador, permiten la obtención numérica de ciclos límite o de las propias bifurcaciones.

En este trabajo estudiamos el comportamiento en cuanto a crecimiento positivo y negativo del mercado potencial actual para un producto-mercado en cualquier tipo de organización, así como el del mercado actual del mismo producto

mercado. Comportamiento relacionado con el grado de mayor o menor estabilidad temporal de ambos mercados en cuanto a su dimensión. Para ello obtendremos las bifurcaciones y sus continuaciones, así como los ciclos límite que se van a producir en la dinámica temporal del crecimiento, o en su caso decrecimiento del mercado actual y potencial del producto-mercado de una organización.

### COMPORTAMIENTO DEL MERCADO ACTUAL Y POTENCIAL

Si hacemos referencia a una organización en cualquier sector económico, en su mercado de referencia, para un determinado producto-mercado, encontramos que la misma, en un instante del tiempo, posee una cuota de participación, o lo que es lo mismo, en términos absolutos, detenta un determinado nivel de demanda, consecuencia de las compras que realizan sus clientes actuales. A su vez existe para esta organización un mercado de clientes potenciales, compuesto por aquellos elementos que compran a organizaciones competidoras y por aquellos otros que teóricamente podrían ser elementos del producto-mercado pero que por las circunstancias que sean, no lo son. En definitiva, mercado potencial definido por clientes actuales de otras organizaciones del mismo mercado de referencia y del mismo producto-mercado y por clientes estrictamente potenciales del propio sector.

El mercado actual de la organización en cada instante del tiempo detendrá un determinado nivel, consecuencia de los efectos del entorno sobre las relaciones de intercambio y del propio esfuerzo de marketing que se realice. Los efectos positivos se traducen para la organización en un incremento de demanda y por tanto en una reducción del denominado grado de expansibilidad de la misma, o lo que es lo mismo de un mayor acercamiento al mercado potencial actual. Este movimiento entre mercado potencial actual y mercado actual, instante a instante del tiempo, constituirá un modelo dinámico definido básicamente por las variaciones en el crecimiento (positivo o negativo) de clientes actuales del producto-mercado y por las variaciones en el

crecimiento (positivo o negativo) de clientes potenciales de la organización.

Este dinamismo entre lo potencial y lo actual puede establecerse (Feichtinger, 1992) en el modelo siguiente:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= k - a(t)x_1(t)x_2(t) + \beta x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= a(t)x_1(t)x_2(t) - \delta x_2(t)\end{aligned}\quad (2.1)$$

donde  $x_1(t)$  es el número de compradores potenciales de una marca específica en un momento  $t$ , y  $x_2(t)$  el número de usuarios de la marca en ese momento;  $a(t)$  es la *tasa de contacto* entre clientes actuales y potenciales,  $\beta$  es la proporción de salida de los clientes actuales al mercado potencial,  $\epsilon$  es la tasa de desaparición de la población y  $\delta = \beta + \epsilon$ . Esas variaciones en el crecimiento (positivo o negativo) del mercado actual de clientes  $\dot{x}_2(t)$ , vendrán definidas en esta primera expresión por aquellas personas que sean atraídas al producto-mercado de la organización debido al efecto que produce el contacto de las personas que componen el mercado actual con aquellas que constituyen el mercado potencial  $a(t)x_1(t)x_2(t)$ . Esto es, aquellas personas que no compran el producto y que son atrapadas en el mercado actual por efecto disuasorio de las personas que si son componentes de ese mercado actual de la organización. Lógicamente a ese poder de atracción habrá que restarle el número de clientes actuales que dejan el producto mercado de la organización para pasar al mercado potencial actual, más aquellos que dejan de ser clientes actuales por muerte o desaparición  $\delta x_2(t)$ .

De otra parte, la variación en el crecimiento (positivo o negativo) del mercado potencial actual  $\dot{x}_1(t)$ , viene definido por aquellas personas que se incorporan al mercado potencial del producto, porque cumplen con las exigencias que se definen para tal fin, como por ejemplo determinado nivel de renta, variaciones en la tendencia de la moda, etc. ( $k$ ), más aquellos clientes actuales de la organización que pasan a ser clientes potenciales de la misma  $\beta x_2(t)$ , menos los clientes potenciales que pasan al mercado actual del producto-mercado de la organización  $a(t)x_1(t)x_2(t)$ .

No obstante entendemos que el modelo puede completarse considerando en el mismo la respuesta que se obtiene debido al esfuerzo de marketing  $cx_1(t)$  realizado (en el caso general de que ese esfuerzo se efectúa para aumentar la demanda del producto, y no en las excepciones en las que el esfuerzo de marketing va orientado a la búsqueda de la disminución de la demanda), y que no aparece en el anterior sistema de ecuaciones. De tal forma, que a la ecuación que define el crecimiento positivo o negativo del mercado potencial actual, debe restarse esa respuesta, ya que el esfuerzo de marketing de la organización irá encaminado a atraer elementos que constituyen mercado potencial actual de la misma. En el caso de la ecuación que define el crecimiento positivo o negativo del mercado actual del producto  $\dot{x}_2(t)$ , el efecto atractor del esfuerzo de marketing  $cx_1(t)$  debe considerarse en sentido positivo, esto es que incrementará el número de personas que constituyen ese mercado actual. Por lógica elemental ese número de personas serán restadas en la variación del crecimiento del mercado potencial del producto  $\dot{x}_1(t)$ .

Partimos, por tanto, de este último modelo, que planteamos a partir del expuesto en el sistema de ecuaciones (2.1), para realizar el estudio de estabilidad. Quedando el anterior sistema de ecuaciones definido de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= k - ax_1(t)x_2^2(t) + \beta x_2(t) - cx_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= ax_1(t)x_2^2(t) - \delta x_2(t) + cx_1(t)\end{aligned}\quad (2.2)$$

donde  $cx_1(t)$  es el efecto de la respuesta al esfuerzo de Marketing de la organización.

Pretendemos entonces, estudiar los puntos fijos o soluciones de equilibrio del sistema dinámico (2.2), donde hemos de tener en cuenta que  $k$ ,  $\alpha$  y  $\beta$  son parámetros de ajuste y,  $\delta - \beta = \epsilon \geq 0$ .

El mercado actual y el potencial de una organización en sus evoluciones dinámicas de crecimientos positivos o negativos tenderán a encontrar momentos en el tiempo en el que queden atrapados en unos determinados niveles, manteniéndose constantes o aproximadamente constantes en tales soluciones. Es normal encontrar, en entornos estables, que las organizaciones mantienen sus cuotas de mercado equilibradas o

casi equilibradas durante determinados periodos de tiempo. Ello no significa que esa solución de equilibrio tenga que durar de manera permanente. La estrategia de cada organización competitiva, en un mercado de referencia y para un producto-mercado cualquiera, irá encaminada a conseguir la cuota de mercado más elevada posible, pero no es menos cierto que cualquier comportamiento competitivo encaminado a conseguir ese objetivo, será respondido por las organizaciones competidoras que defenderán sus respectivas posiciones de mercado.

Por tanto, esa dinámica entre organizaciones competidoras llevará a mantener posiciones. No obstante plantear el objetivo de mantenimiento de cuota de mercado o, en su caso, aumentarla, no significa que se pueda conseguir. Un entorno agresivo, un esfuerzo de marketing mal orientado, ambas cosas a la vez u otras causas desconocidas, hacen que las posiciones conseguidas por cada organización competitiva no permanezcan, necesariamente, en equilibrio estable.

Si el sistema de ecuaciones que estamos tratando está bien ajustado, entonces reflejará de una forma aceptable la realidad de la organización en relación a su posición en el mercado actual. Ello significará, que en el proceso dinámico el decisor conocerá en cada momento cual es la cuota de mercado real que detenta la empresa, pero también, dado que el ajuste del modelo se considera aceptable, el decisor conocerá cual es la cuota teórica de mercado de la organización. Si la cuota real en un instante del tiempo divergiera en exceso de la teórica definida en el modelo (sistema de ecuaciones), entonces el modelo no sería aceptable. Si ocurre lo contrario, esto es, que en cada instante del tiempo, la cuota real y la teórica son muy similares, entonces el modelo sería un fiel reflejo de la realidad. Si trabajamos con un modelo ajustado a la realidad que se quiere representar, entonces podemos expresar que los parámetros de ajuste tendrán un valor muy adecuado, esto es, se ajustarán mucho a las exigencias del entorno en el que se desenvuelve la organización. Habrá un valor en alguno de los parámetros de ajuste, en cada momento y en cada circunstancia, que establecerá la frontera entre los valores de esos parámetros que expresa-

rían que la realidad que se pretende estudiar tiende hacia ciclos límite estables, partiendo de soluciones periódicas del sistema, o en su caso, lo contrario.

Determinar esto último, es muy importante para cualquier organización, ya que el decisor conocería con antelación si el devenir de su organización, en un entorno dado y para un producto-mercado, va a pasar por aumentos o disminuciones de su cuota de mercado, de forma cíclica, o en su caso, si eso no va a ser así. Y además el carácter de estabilidad o de inestabilidad de los ciclos límite.

Por tanto, establecido el modelo dinámico que define el crecimiento positivo o negativo de las cuotas de mercado y las funciones que ajustan el mismo, lo que se trata es de encontrar las soluciones periódicas del sistema y determinar el grado de estabilidad de las mismas y su tendencia.

**PUNTOS DE EQUILIBRIO DEL MODELO. CONTINUACIÓN Y BIFURCACIONES**

Para la obtención de los puntos de equilibrio<sup>1</sup> hemos utilizando las bases de Gröbner (Barnett, 1983), obteniendo un único punto de equilibrio,  $(x_1, x_2) = \left( \frac{k\epsilon(\beta + \epsilon)}{k^2\alpha + c\epsilon^2}, \frac{k}{\epsilon} \right)$  del sistema (2.2). Es decir igualando el sistema

$$\begin{cases} k - \alpha x_1 x_2^2 + \beta x_2 - c x_1 = 0 \\ \alpha x_1 x_2^2 - \delta x_2 + c x_1 = 0 \end{cases}, \text{ se obtiene una única solución que es así mismo una solución del sistema dinámico (2.2) y es un punto de equilibrio, ya que permanece a lo largo del tiempo. Hemos considerado, tan sólo a modo de ejemplo, dado que este trabajo pretende ser teórico y en ningún caso empírico, unos valores de los parámetros acorde con el modelo de difusión tales como } k=0.05, \epsilon=0.001, \alpha=0.01, c=0.01, \text{ con lo que se obtiene el punto de equilibrio}^2, \text{ lo que significa que en esta organización estos valores permanecerán constantes, en tanto en cuanto los valores de los parámetros no se modifiquen. Los valores de estos parámetros se modifican por la influencia del entorno y del mercado. Recogen la respuesta de ese entorno y de ese mercado y ajustan}$$

solución que es así mismo una solución del sistema dinámico (2.2) y es un punto de equilibrio, ya que permanece a lo largo del tiempo. Hemos considerado, tan sólo a modo de ejemplo, dado que este trabajo pretende ser teórico y en ningún caso empírico, unos valores de los parámetros acorde con el modelo de difusión tales como  $k=0.05, \epsilon=0.001, \alpha=0.01, c=0.01$ , con lo que se obtiene el punto de equilibrio<sup>2</sup>, lo que significa que en esta organización estos valores permanecerán constantes, en tanto en cuanto los valores de los parámetros no se modifiquen. Los valores de estos parámetros se modifican por la influencia del entorno y del mercado. Recogen la respuesta de ese entorno y de ese mercado y ajustan

el modelo de manera que represente mejor la realidad que trate. En general, la obtención de estos parámetros se realiza calibrando el modelo a los datos reales. No obstante, aquí hemos preferido dar valores a los parámetros, de manera que, siguiendo con el ejemplo, la representación gráfica sea clara. La continuación de los puntos de equilibrio (Kuznetsov (1998), Govaerts (2000)), consiste en encontrar éstos, a medida que varían los parámetros del sistema dinámico, de manera que al cambiar de valor un parámetro cualquiera, se obtiene nuevos puntos de equilibrio, consecuencia lógica de la realidad que pretende representar el modelo a lo largo del tiempo al variar los parámetros. Para el cálculo de las posibles bifurcaciones<sup>3</sup> Fold (LP), se anula el Jacobiano del sistema diferencial en el punto de equilibrio, es decir, el determinante de la matriz Jacobiana del campo vectorial del sistema particularizado en el punto de equilibrio encontrado anteriormente, con lo que obtenemos la expresión paramétrica  $\frac{k^2\alpha}{\epsilon} + c\epsilon = 0$ . Ahora, como los valores de los parámetros son, en este caso positivos, el Jacobiano no se anula para ningún valor, con lo que no hay bifurcaciones tipo Fold en el ortante paramétrico positivo. Para la obtención de los puntos de bifurcación de Hopf (H)<sup>4</sup> se ha de cumplir como condición necesaria que el coeficiente de primer grado del polinomio característico sea nulo y que el coeficiente independiente sea positivo (ver Guckenheimer, 1993 y 1997).

El polinomio característico<sup>5</sup> de la matriz jacobiana particularizada en el punto de equilibrio es:

$$P_2(\lambda) = \lambda^2 + \left( c + \beta + \frac{k^2\alpha}{\epsilon^2} + \epsilon - \frac{2k^2\alpha(\beta + \epsilon)}{k^2\alpha + c\epsilon^2} \right) \lambda + \frac{k^2\alpha}{\epsilon} + c\epsilon$$

Luego la bifurcación de Hopf ha de cumplir las dos condiciones comentadas anteriormente, con lo que  $c + \beta + \frac{k^2\alpha}{\epsilon^2} + \epsilon - \frac{2k^2\alpha(\beta + \epsilon)}{k^2\alpha + c\epsilon^2} = 0$  y  $\frac{k^2\alpha}{\epsilon} + c\epsilon > 0$ . Por lo tanto, como se verifica siempre

pre la segunda condición para los valores de los parámetros, se tiene entonces una superficie de bifurcación de Hopf que viene dada por la primera condición. Hay que tener en cuenta que en esta superficie puede haber otros puntos degenerados, tales como puntos de silla con autovalores iguales pero de signo contrario o puntos de bifurcación de Takens Bogdanov (los dos autovalores son nulos), e incluso puntos de Hopf generalizados o de Bautin (el primer coeficiente de Lyapunov es nulo). En la figura 1 tenemos la proyección<sup>6</sup> de la continuación de los puntos de equilibrio sobre el plano  $(\epsilon, x_1)$  y en la figura 2 se ha representado la variable mercado potencial actual frente al mercado actual del producto, encontrado en estas dos gráficas dos puntos de Hopf que vienen dados en la tabla 1.

pre la segunda condición para los valores de los parámetros, se tiene entonces una superficie de bifurcación de Hopf que viene dada por la primera condición. Hay que tener en cuenta que en esta superficie puede haber otros puntos degenerados, tales como puntos de silla con autovalores iguales pero de signo contrario o puntos de bifurcación de Takens Bogdanov (los dos autovalores son nulos), e incluso puntos de Hopf generalizados o de Bautin (el primer coeficiente de Lyapunov es nulo). En la figura 1 tenemos la proyección<sup>6</sup> de la continuación de los puntos de equilibrio sobre el plano  $(\epsilon, x_1)$  y en la figura 2 se ha representado la variable mercado potencial actual frente al mercado actual del producto, encontrado en estas dos gráficas dos puntos de Hopf que vienen dados en la tabla 1.

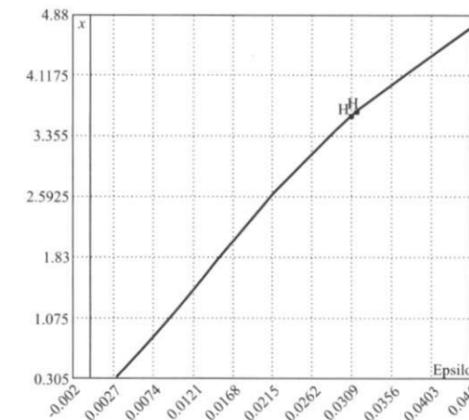
**Tabla 1**

Punto	$x=x_1$	$y=x_2$	$\epsilon$	$\omega$	$\ell_1$
(H)	3.61803	1.61804	0.0309017	0.033437	-0.19873
(H)	3.66239	1.59431	0.0313615	0.0333282	-0.202376

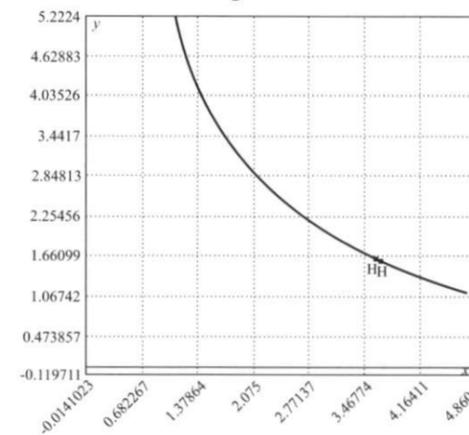
donde  $\omega$  es la parte imaginaria del autovalor y  $\ell_1$  es el primer coeficiente de Lyapunov, que nos indica, al ser negativo, que la bifurcación es supercrítica. Esto es, para los valores  $x=x_1, y=x_2$ , y el valor del parámetro  $\epsilon$ , se produce una bifurcación de Hopf supercrítica, es decir, antes de este valor de bifurcación el comportamiento del sistema (mercado potencial actual y mercado actual del producto), era estable en un punto. Al pasar de este valor crítico, el equilibrio anterior se hace inestable, tendiendo las trayectorias a un ciclo límite, lo que significa que el mercado potencial actual y el mercado actual del producto tienen comportamiento cíclico. Nótese que para un  $\epsilon=0.031$ , por encima del valor de bifurcación  $\epsilon=0.0309$ , el comportamiento que se obtiene es cíclico (ver figuras 12, 13 y 14), mientras que para valores de  $\epsilon$  menores, el equilibrio es estable.

Si realizamos una continuación de los puntos de Hopf<sup>7</sup>, representada en la figura 3, dependiendo de los parámetros  $\epsilon$  y  $c$ , se obtiene un punto de bifurcación de Hopf generalizado o de Bautin<sup>8</sup> que viene dado por  $x_1=2.37955, x_2=3.25033, \omega=0.0370653, c=-0.0163455, \epsilon=0.0153821$ ; tal y como podemos apreciar en la figura 9 (en la que el segundo coeficiente de Lyapunov  $\ell_2$  es negativo), se nos muestra los distintos comportamientos a los que el sistema (mercado potencial actual y mercado actual del producto) nos puede llevar. Por ejemplo, en la región (3), existen tres tipos de comportamiento diferentes: a) un punto fijo estable dentro de un ciclo límite inestable, supone que si los valores del mercado potencial actual y actual del producto, en un momento determinado, están estabilizados dentro de un ciclo límite inestable, la tendencia irá hacia el equilibrio estable; b) si esos valores iniciales están fuera del área de influencia del ciclo límite inestable, entonces la tendencia del mercado potencial actual y mercado actual del producto irían hacia un ciclo límite de amplitud superior estable; c) si los valores del

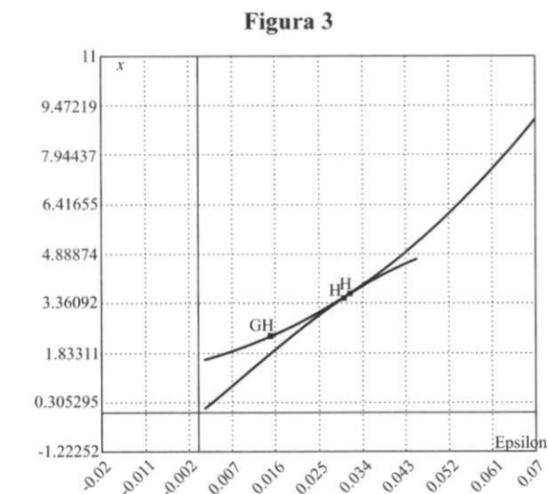
**Figura 1**



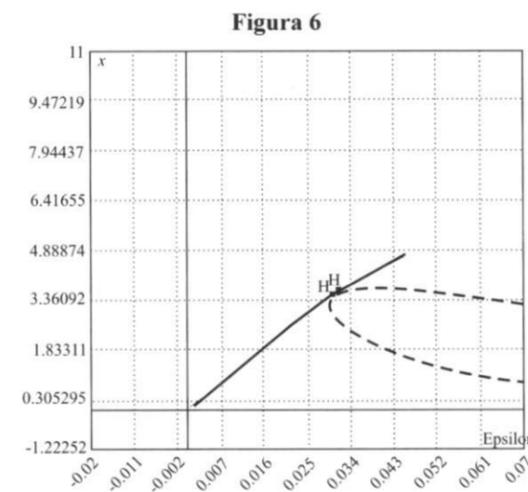
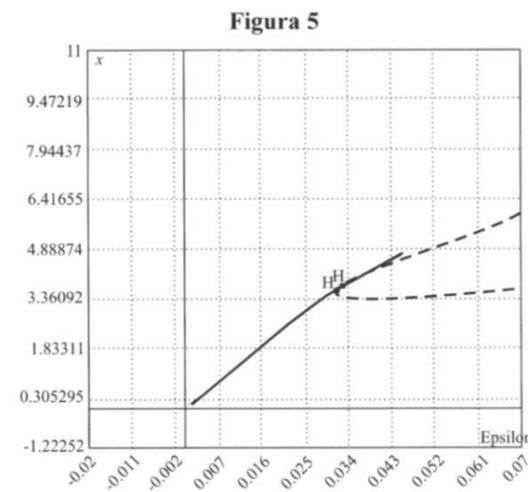
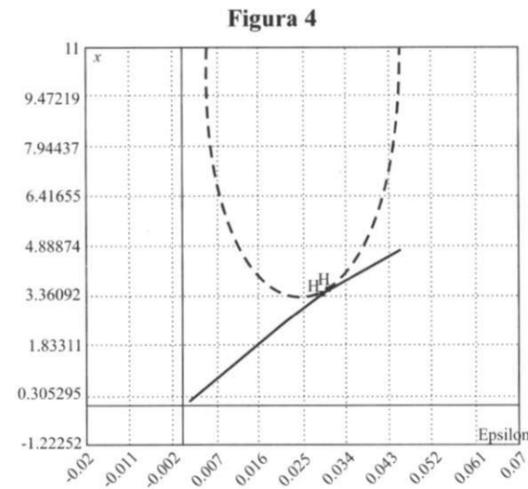
**Figura 2**



mercado potencial actual y del mercado actual del producto, en un momento cualquiera del tiempo, están sobre la trayectoria que representa el ciclo límite inestable, entonces esos valores permanecerán en dicho ciclo límite inestable. De igual manera se puede estudiar cada una de las regiones<sup>9</sup>. La figura 10 es homónima de la anterior pero atendiendo a que el segundo coeficiente de Lyapunov es positivo. Es importante llamar la atención atendiendo a los resultados obtenidos, ya que está indicando que el esfuerzo de Marketing produce, en este caso, efectos negativos (véase que  $c=-0.0163455$ ). Si observamos el sistema de ecuaciones (2.2), al sustituir el valor de  $c$  obtenido, vemos que el esfuerzo de Marketing contribuiría a detraer personas del mercado actual del producto de la organización para engrosar, en su caso, el mercado potencial actual del producto de la organización. Suele ocurrir este hecho cuando el esfuerzo de Marketing está mal orientado. Cualquier gasto en publicidad, en fuerza de venta o en reducciones de precio en el producto no son bien acogidas por los clientes actuales del producto-mercado de la organización.



En las figuras 4, 5 y 6, hemos representado las continuaciones de los puntos de Hopf activando los parámetros  $(\epsilon, \beta)$ ,  $(\epsilon, k)$  y  $(\epsilon, \alpha)$  respectivamente y en las figuras 7 y 8 hemos representado todas las continuaciones de Hopf para todos los parámetros.



En una bifurcación de Hopf se obtienen ciclos límite, a medida que el parámetro que se trate pase por el valor de bifurcación. En este caso en la tabla 1, hemos obtenido el valor de bifurcación para el primer punto de Hopf dado por  $\epsilon=0.0309017$ .

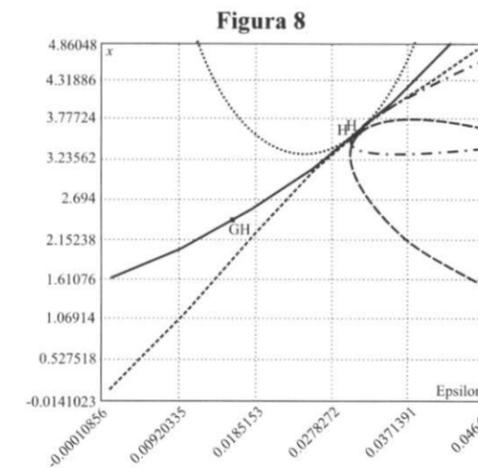
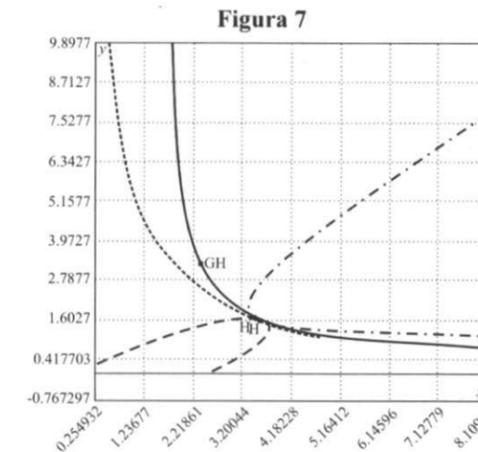


Figura 9.- Segundo coeficiente de Lyapunov  $\ell_2 < 0$

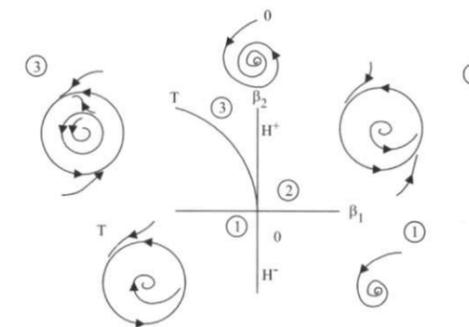
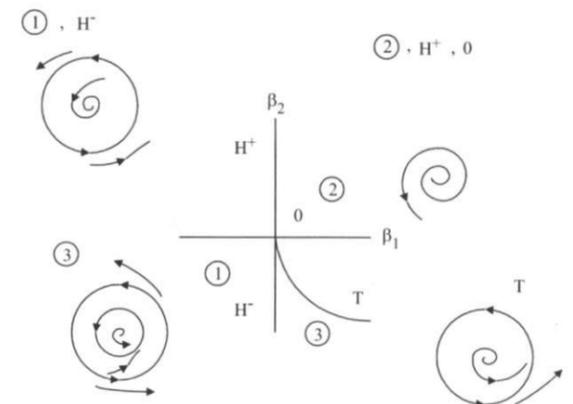


Figura 10.- Segundo coeficiente de Lyapunov  $\ell_2 < 0$



### CICLOS LÍMITE. CONTINUACIÓN Y BIFURCACIONES

De forma similar a lo expresado en el epígrafe anterior, se realiza la continuación de los ciclos límite y se obtienen también las posibles bifurcaciones de los ciclos límite, que en este caso pueden ser Puntos Límite de los ciclos (LPC)<sup>10</sup> y posibles cambios de rama (BPC)<sup>11</sup>. Podemos observar en la figura 11 la continuación de los ciclos límite, donde se han obtenido los puntos notables que aparecen en la tabla 2, donde  $T$  indica el período de cada ciclo límite.

Como no podía ser de otra forma, el comportamiento dinámico del mercado potencial del producto frente al mercado actual del producto es de carácter cíclico, explicándose tal carácter por los aumentos periódicos del mercado actual, frente a disminuciones periódicas del mercado potencial y viceversa. Lo que conocemos como aumentos o disminuciones de la cuota de mercado de cualquier tipo de organización. Esas oscilaciones en mercados y entornos, considerados como suficientemente estables, suelen producirse con cierta periodicidad. De ahí, que el papel de las organizaciones sea el de realizar planteamientos estratégicos, que pasando por el análisis y comprensión del entorno y del mercado (Landa y Velasco (1997)), supongan asumir esos movimientos oscilatorios de sus cuotas de mercado como algo normal dentro del funcionamiento habitual de las mismas.

Figura 11.- Continuación de los ciclos límite

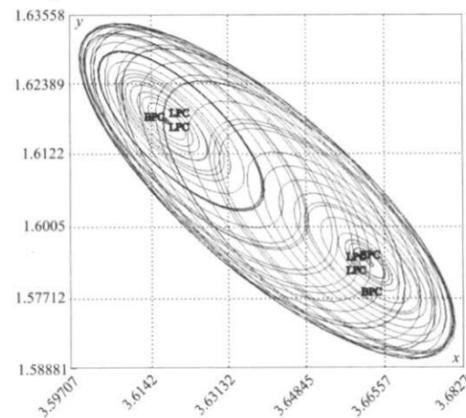
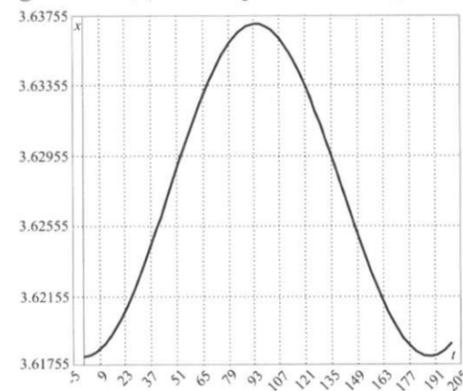
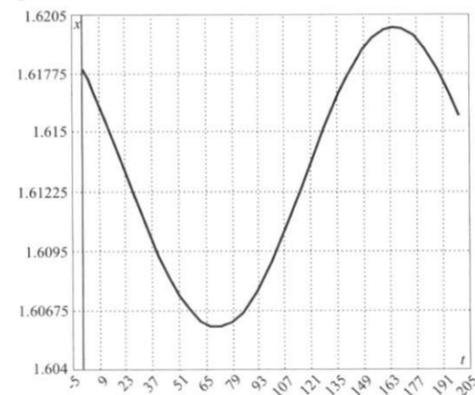
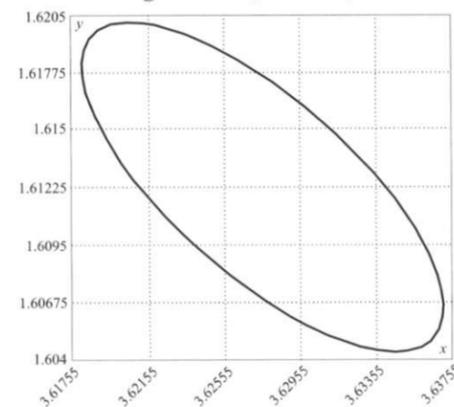


Tabla 2

Punto	X	Y	$\omega$	T
(LPC)	3.66237	1.59433	0.0313615	188.524
(BPC)	3.65773	1.598144	0.0313588	188.521
(LPC)	3.61812	1.61796	0.0309017	187.911
(LPC)	3.61812	1.61797	0.0309017	187.911
(BPC)	3.61740	1.61850	0.0309017	187.911
(LPC)	3.62233	1.59435	0.0313615	188.524
(BPC)	3.66548	1.59208	0.0313603	188.523

Si volvemos a observar la figura 11, en la que se relacionan a través del tiempo el mercado potencial y el actual del producto, podemos apreciar que, partiendo de una posición cualquiera de equilibrio existen momentos en que el mercado potencial aumenta a costa del mercado actual y que continúa haciéndolo hasta un determinado momento, en el que la tendencia cambia, volviendo a repetirse de manera cíclica. En las figuras 12 y 13 observamos este fenómeno desde la perspectiva que supone ver la evolución a través del tiempo del mercado potencial y del mercado actual. En ambas figuras se observa cómo el movimiento es oscilatorio, o lo que es lo mismo cómo aumenta el mercado actual, lo que supone mayor demanda para la organización y como disminuye este mismo mercado, lo que supone el efecto contrario. Cuando hay crecimiento del mercado actual, disminuye el potencial y el caso contrario. De igual manera se puede contemplar en la figura 14. En efecto, las variaciones entre mercado actual y potencial forman un ciclo límite, que explica el comportamiento de variaciones en la cuota de mercado de las organizaciones alrededor de un determinado nivel. De este nivel de cuota de mercado las organizaciones se alejan en sentido positivo o negativo y de forma periódica.

Es lo normal que sucede en los mercados de referencia en los que compiten las organizaciones cuando los entornos son estables.

Figura 12.-  $x_1$  (mercado potencial actual) versus  $t$ Figura 13.-  $x_2$  (mercado actual del producto de la organización) versus  $t$ Figura 14.-  $x_2$  versus  $x_1$ 

## CONCLUSIONES

En entornos considerados estables, existen variaciones al alza o a la baja del mercado potencial y actual de una empresa, que giran en torno a puntos fijos que podemos considerarlos atractores del propio sistema.

La dinámica temporal de la realidad estudiada, puede derivar en bifurcaciones y ciclos límite.

Que de hecho, lo normal es que cualquier organización encuentre sus cuotas reales de mercado variando alrededor de un determinado nivel, que puede considerarse de equilibrio.

Las soluciones encontradas, dependerán en cada caso de la propia realidad estudiada, así como de la perfección del modelo que represente tal realidad.

La dificultad en encontrar las soluciones del sistema, las bifurcaciones, las continuaciones y los ciclos límite, se encuentra en concretar con el mínimo error posible la estructura y el tipo de funciones que componen el modelo dinámico con el que se actúe.

En el modelo estudiado, hemos encontrado bifurcaciones de codimensión uno y dos. En la bifurcación de codimensión uno (Hopf) pasamos de una solución de equilibrio estable a otro inestable, surgiendo como solución una trayectoria de ciclo límite estable.

Realizando la continuación del punto de Hopf, hemos encontrado una bifurcación de codimensión dos (Bautín), con lo que el comportamiento de nuestro modelo se hace mucho más complejo. Esto nos indica que debemos tener siempre presente cuáles son los valores de los parámetros y realizar continuas calibraciones con los datos reales, de manera que podamos prever qué situaciones vamos a tener a lo largo del tiempo.

## NOTAS

1. Un punto de equilibrio es una solución del sistema dinámico. Se obtiene al resolver el sistema, formado por el campo vectorial, igualado al vector nulo.
2. Estos datos vienen expresados en relación al tamaño poblacional del mercado que se trate. Una

transformación simple nos situaría sobre la realidad, de tal manera que si la población viene medida, por ejemplo, en unidades de millón, estaríamos diciendo que hay 971223 clientes potenciales y 1500000 de clientes actuales.

3. Una bifurcación se produce en un sistema dinámico cuando el comportamiento del sistema cambia al pasar por un valor del parámetro determinado denominado valor de bifurcación. En una bifurcación Fold, dos equilibrios colisionan y desaparecen en el valor crítico del parámetro. La secuencia es como sigue: la realidad estudiada sufre alteraciones; estas son recogidas en el modelo dinámico a través de la variación en el valor del parámetro que se trate.
4. Una bifurcación de Hopf se da en el valor del parámetro, para el cual la parte real de un autovalor se hace nulo y la velocidad de ese autovalor respecto al parámetro es no nula en dicho valor de bifurcación. En una bifurcación de Hopf el sistema dinámico pasa de tener un equilibrio estable, antes del valor de la bifurcación, a un equilibrio inestable, después del valor de bifurcación, surgiendo, entonces, un ciclo límite estable que rodea al punto de equilibrio inestable, de tal manera que las trayectorias que se alejan del punto de equilibrio inestable tienden hacia el ciclo límite, que es una trayectoria cerrada tal que, si entramos en ella no salimos. En este caso se dice que la bifurcación de Hopf es supercrítica y viene determinada por el primer coeficiente de Lyapunov  $\ell_1$ .
5. El polinomio característico de una matriz es el determinante de la matriz  $(A-\lambda I)$ , donde  $I$  es la matriz identidad.
6. En las representaciones gráficas la variable  $x$  representa a  $x_1$  (mercado potencial actual) y la variable  $y$  a la  $x_2$  (mercado actual del producto de la organización).
7. Dado que hemos encontrado un punto de Hopf para un valor del parámetro  $\mathcal{E}$ , surge el interrogante de si al utilizar conjuntamente otro parámetro, en este caso  $c$  (que recordemos, representa la influencia del esfuerzo de marketing), existen otros puntos de Hopf, que permitan conocer si el sistema tiene comportamientos cíclicos. Es decir vamos a encontrar una curva en los dos parámetros, en la que todos los puntos de ella son puntos de bifurcación de Hopf. La continuación nos da precisamente la curva de estos puntos de Hopf (diagrama de bifurcación).
8. Supone que estando en una bifurcación de Hopf, y al pasar por este valor de bifurcación de Bautín, las trayectorias cíclicas varían su comportamiento,

como se puede apreciar en las figuras 9 y 10, lo que significa que el comportamiento de los mercados potencial y actual del producto tendrían tendencias estables o inestables, cíclicas o no cíclicas.

9. Ver Kuznetsov (1998).
10. En esta bifurcación, dos ciclos límite, uno estable y el otro inestable, colisionan desapareciendo ambos.
11. En este caso hay dos ciclos límite distintos que pasan por ese valor de bifurcación.

## BIBLIOGRAFÍA

- BARNETT, S. (1983): *Polynomials and Linear Control Theory*. Marcel Dekker.
- BARNETT, W.A.; GANDOLFO, G.; HILLINGER, C. (1996): *Dynamic Disequilibrium Modeling*. Cambridge University Press.
- DAY, R.H. (1994): *Complex Economics Dynamics. An Introduction to Dynamical Systems and Market Mechanisms*, vol. 1. Massachusetts Institute of Technology.
- FEICHTINGER, G. (1992): "Hopf Bifurcation in an Advertising Diffusion Model", *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol. 17, pp. 401-411.
- GANDOLFO, G. (1997): *Economics Dynamics*. 3ª ed. Springer Verlag.
- GOVAERTS, W. (2000): *Numerical Methods for Bifurcations of Dynamical Equilibria*. SIAM.
- GUCKENHEIMER, J.; HOLMES, P. (1993): *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields*. 4ª ed. Springer Verlag.
- GUCKENHEIMER, J.; MYERS, M.; STUMFELS, B. (1997): "Computing Hopf Bifurcations I", *SIAM J. Numer. Anal.*, vol. 34 (1), pp. 1-21.
- KUZNETSOV, Y. (1998): *Elements of Applied Bifurcation Theory*. Applied Mathematical Sciences. Springer.
- KUZNETSOV, Y.; LEVITIN, V.V. (2000): *CONTENT: A Multiplatform Environment for Analyzing Dynamical Systems*. (Technical Report). Dynamical Systems Laboratory, CWI. (En: ftp.cwi.nl/pub/CONTENT).
- LANDA, J.; VELASCO, F. (1997): "Función de demanda y caos", *Esic Market*, vol. 98, (octubre-diciembre), pp. 9-30.
- LORENZ, H.W. (1997): *Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion*. Springer Verlag.
- MEDIO, A. (1993): *Chaotic Dynamics. Theory and Applications to Economics*. Cambridge University Press.
- VELASCO, F.; BEGINES, F.; NADAL, P.; CHAMIZO, C.; VILCHEZ, M.L. (2002): "Continuación de los equilibrios de un sistema dinámico económico con bifurcaciones de codimensión 1 y 2", *Computación y Sistemas*, 5, 3, pp. 169-179.
- VILCHEZ, M.L.; VELASCO, F. (1999): "Some Types of Bifurcations in a Bioeconomic Model", en *Progress in Simulation Modeling, Analysis and Synthesis of Modern Electrical and Electronic Devices and Systems*. World Scientific and Engineering Society.
- VILCHEZ, M.L.; VELASCO, F.; GARCÍA, J.J. (2002): "Bifurcaciones transcíticas y ciclos límite en un modelo dinámico de competición entre dos especies. Una aplicación a la pesquería de engraulis encrasicolus de la región Sur-Atlántica Española", *Revista de Estudios de Economía Aplicada*, vol. 20, núm. 3, pp. 651-677.
- VILCHEZ, M.L.; VELASCO, F.; GONZÁLEZ, L.; ORTEGA, J.A.: "Bifurcaciones de Hopf: análisis cualitativo y aplicación a un modelo bioeconómico de pesquerías", *Computación y Sistemas*, (aceptado 2003).
- VILCHEZ LOBATO, M.L.; VELASCO MORENTE, F.; DELGADO, I.: "Hopf Bifurcation and Limit Cycles in an Optimal Control Model. An Application to the Striped Venus Fishery that Operate in the Spanish South Atlantic Region", *Fisheries Research* (aceptado 2003).
- WOLFRANG RESEARCH (1996): *Mathematica*. (Technical Report). (En http://www.wolfram.com).

## Incidencia del origen de la pequeña empresa de nueva creación sobre su situación financiera

Francisco Llopis Vañó  
Universidad de Alicante

RECIBIDO: 23 de julio de 2001

ACEPTADO: 17 de septiembre de 2003

**Resumen:** El trabajo analiza la dificultad que tiene la pequeña empresa para obtener los recursos financieros necesarios para desarrollar adecuadamente su actividad, con una especial atención puesta en las nuevas iniciativas empresariales, y con el objetivo final de comprender si el distinto origen de las mismas (distinguiendo entre iniciativas de transformación, iniciativas de empresas e iniciativas de emprendedores) inciden finalmente sobre su estructura financiera. De los resultados obtenidos en el análisis empírico se aprecia una asociación con el origen de las iniciativas, donde se comprueban las siguientes particularidades: las iniciativas de transformación se caracterizan por el mayor empleo de las garantías adicionales y la no utilización de los recursos provenientes de familiares y amigos; las iniciativas de otras empresas quedan marcadas por su estabilidad en la cifra de ventas; y finalmente las iniciativas de emprendedores se decantan por la financiación proveniente de familiares y amigos, con clara identificación del binomio propietario-empleado junto a un escaso sentimiento de independencia.

**Palabras clave:** Pequeña empresa / Iniciativa empresarial / Financiación.

### Effect of the Origin of the Small Enterprise on its Financial Situation

**Abstract:** The work analyzes the difficulty that has the small enterprise to obtain the financial necessary resources to develop suitable its activity, with a special attention put in the new initiatives, and with the final aim to understand if the different origin of the same ones (distinguishing between initiatives of transformation, initiatives of companies and entrepreneurs' initiatives) affect finally on its financial structure. Of the results obtained in the empirical analysis it appreciates an association with the origin of the initiatives, where the following particularities are verified: the initiatives of transformation are characterized by the major employment of the additional coverages and not utilization of the resources provenientes of the family and friends; the initiatives of companies remain marked by its stability in the volume of sales; and finally entrepreneurs' initiatives are decanted by the funding proveniente of the family and friends, with clear identification of the binomial owner - employee close to a scanty feeling of independence.

**Key Words:** Small enterprise / Entrepreneurship / Finance.

## INTRODUCCIÓN

El fenómeno de la iniciativa empresarial es crucial para el desarrollo y progreso de las regiones, dado que este proceso conlleva, entre otros hechos, la regeneración empresarial y una actualización del tejido productivo. Estos aspectos comportan repercusiones positivas tanto en la esfera social como en la económica. No obstante, lo cierto es que las tasas de abandono o cierre empresarial entre el colectivo de las nuevas y pequeñas empresas es muy elevado (Venkataraman, 1996, p. 1), por lo que este provechoso proceso puede no llegar a mostrar toda su utilidad. Así, Chaganti *et al.* (1995, p. 7) indican que una cuestión crítica en este fenómeno viene de su problemática financiera, y en concreto de la inapropiada combinación de las diversas fuentes financieras a su alcance. Por este motivo, entendemos que analizar la situación financiera de estas nuevas pequeñas empresas<sup>1</sup> es muy interesante de cara a apoyar su estabilidad, respaldando

de este modo en mayor cuantía el desarrollo socioeconómico allí donde se generen.

En esta línea apreciamos, siguiendo a Marro (1998, p. 21), que la existencia de este colectivo empresarial con verdadera solidez financiera es condición 'sine quanon' para el fortalecimiento del sistema económico, para la generación de riqueza nacional y para la creación de empleo. Es más, en relación con su importancia, autores como García (1997, p. 171), Soler (1999, p. 25), Ruiz y Partal (1998, p. 348), Melle (2001, p. 140) o Martín y Sáez (2001, p. 167) ponen de manifiesto que la cuestión financiera es una de las variables clave del comportamiento de la empresa, de tal forma que condiciona al resto de aspectos y llega a comprometer la competitividad de toda una región.

Este trabajo tiene como objetivo examinar si el origen de la nueva iniciativa (distinguiendo entre iniciativas de transformación, de otras empresas, y de emprendedores) tiene repercusiones sobre la situación financiera de la empresa crea-