

Exposición de curvas y superficies: una experiencia extraacadémica universitaria

**Juan Núñez Valdés, C. Aguilera, I. Fernández,
M.J. Macías, A. Montaña, S. Pérez, I. Rivero,
M.J. Romero, J.I. Sánchez y A.M. Serrato**

ASÍ COMO suele ser habitual encontrar artículos relativos a experiencias extraacadémicas realizadas por alumnos de Educación Primaria o Secundaria en las páginas de revistas especializadas en Educación, Didáctica o Metodología, no suele ser frecuente, por el contrario, encontrar estos mismos trabajos cuando los sujetos son alumnos universitarios, sobre todo en el caso de las disciplinas científicas.

El presente artículo, que viene a paliar en algo la consideración anterior, trata sobre una experiencia extraacadémica realizada, a instancias del profesor, por un grupo de 9 de sus alumnos universitarios del curso de la asignatura *Geometría III* (Geometría Diferencial de Curvas y Superficies) de la licenciatura de Matemáticas, en la Facultad de Matemáticas de la Universidad de Sevilla (año académico 1999-2000). Esta experiencia tuvo lugar dentro de los actos programados durante la Semana de las Matemáticas (semana del 27 de marzo al 2 de abril de 2000) organizada por la Facultad de Matemáticas de la Universidad de Sevilla en conmemoración del Año Mundial de las Matemáticas (Año 2000).

Lo que en principio fue un simple comentario por parte del profesor a la totalidad de sus alumnos del citado grupo en el sentido de que le gustaría que su clase de Geometría participase como tal, de forma activa, en dicha Semana, realizando una actividad inicialmente sin determinar, si bien relacionada de alguna forma con el temario de la asignatura, se convirtió posteriormente en el firme compromiso por parte de un grupo reducido de estos alumnos de idear, planificar, organizar y, en definitiva, realizar una Exposición sobre Curvas y Superficies, que es la que seguidamente se pasa a comentar.

El presente artículo se estructura en seis secciones. En la primera, se señalan los objetivos que nos marcamos al inicio de la experiencia. En la segunda, tercera y cuarta sec-

En este artículo se comenta una experiencia extraacadémica realizada por un grupo de alumnos universitarios de Matemáticas, juntamente con su profesor, en el marco de la Semana de las Matemáticas organizada por la Facultad de Matemáticas de Sevilla para conmemorar el Año Mundial de las Matemáticas (Año 2000). La citada experiencia consistió en la realización y montaje de una Exposición de Curvas y Superficies, cuyos objetivos generales, desarrollo y conclusiones finales constituyen la base de este trabajo.

**IDEAS
Y
RECURSOS**

ciones se tratan, respectivamente, las cuestiones referentes a la preparación y montaje, decoración externa y contenidos de la Exposición. En la sección quinta se comentan algunas curiosidades y anécdotas surgidas al hilo de la misma, dedicándose finalmente la sexta sección al tratamiento de la valoración final y conclusiones extraídas por nosotros mismos a la finalización de la misma.

Objetivos de la Exposición

El principal objetivo que nos propusimos fue el de *acercar la Geometría Diferencial de Curvas y Superficies* a compañeros, profesores y demás visitantes interesados en el tema y hacerlo, además, de una forma seria y rigurosa aunque no exenta de un tratamiento algo más informal y ¿por qué no decirlo? también lúdico del tema.

Para ello, pensamos que la Exposición no solamente debería mostrar algunas de las curvas y superficies que habíamos estudiado en clase de Geometría e indicar sus principales propiedades, sino que al mismo tiempo debería presentarlas además de una manera física y tangible, que permitiese al visitante observarlas con el mayor detenimiento posible, considerar en ellas todos los conocimientos teóricos previamente estudiados y también, en gran parte de los casos, poder manipularlas o incluso «crear» en el ordenador sus «propios» cuerpos geométricos. A tal fin, deseábamos que los visitantes no sólo *vieran* sino que también participaran de manera activa en la Exposición.

Un segundo objetivo fue, cómo no, aprovechar el año en el que nos encontrábamos, para aportar nuestro pequeño granito de arena, como parte integrante de la Facultad de Matemáticas, participando activamente en los actos de la Semana de las Matemáticas organizada por la misma, ayudando a promocionar de esta forma el conocimiento y el uso de las Matemáticas en todo el mundo, y a mostrar a la sociedad la presencia permanente de las Matemáticas en diferentes hábitos de nuestra vida y resaltar su importancia en el desarrollo científico, tecnológico y cultural, tal como se recogía en los objetivos generales del Año Mundial de las Matemáticas, que celebrábamos en ese año 2000.

Un tercer objetivo fue el de calibrar si las actividades extraacadémicas universitarias (sobre todo en las áreas científicas), tan denostadas por lo general tanto por profesores como por alumnos, deberían ser más tenidas en cuenta por ambos estamentos a fin de conseguir la tan ansiada formación integral, no sólo teórica y de conocimientos, del alumnado de estas licenciaturas.

Pasamos a continuación a detallar la actividad realizada y los logros obtenidos, que nos permitirán concluir si los objetivos inicialmente propuestos se cumplieron o no.

...la Exposición no solamente debería mostrar algunas de las curvas y superficies que habíamos estudiado en clase de Geometría e indicar sus principales propiedades, sino que al mismo tiempo debería presentarlas además de una manera física y tangible, que permitiese al visitante observarlas con el mayor detenimiento posible...

Preparación y montaje

Con respecto a la preparación y montaje en sí de la Exposición, debemos comentar que resultó más complicado y que nos llevó más tiempo del que en principio habíamos considerado.

Así, nuestras primeras ideas sobre el contenido fueron variando desde la primera de nuestras reuniones hasta prácticamente el mismo momento de la inauguración. De hecho, todo lo que finalmente se expuso fue fruto de intensos debates y reuniones en los que se cambiaban, se ampliaban e incluso se desechaban numerosos proyectos inicialmente previstos y que después, por diferentes razones, no pudieron llevarse a cabo.

Por otra parte, el aula que nos había sido asignada por la Facultad, aunque bastante amplia, estaba lógicamente ocupada por las correspondientes mesas y sillas, que necesariamente tuvimos que redistribuir, para facilitar el paso libre y sin obstáculos de los visitantes. Además, había que colocar los carteles informativos, figuras, dibujos, cuerpos geométricos, etc., de forma que todos ellos estuviesen bien a la vista y que no se estorbasen unos a otros. Al respecto, cabe mencionar la gran dificultad que nos supuso el traslado hasta el aula de una preciosa y extensa colección de cuerpos geométricos propiedad de la Facultad (donada por un familiar de un profesor de la misma hace ya bastante tiempo) que se guardaban en unos estantes cerrados, construidos expresamente para ello, que fue necesario trasladar tal cual, desde su lugar habitual, la Sala de Juntas de la Facultad, hasta el aula, entre cuatro o cinco de nosotros, con el mayor cuidado para evitar posibles golpes o deterioros entre ellos. También fue relativamente complicado el traslado y posterior montaje en el aula de dos ordenadores gentilmente prestados por miembros de la Facultad, que hubo de realizarse con el máximo cuidado.

Además, el tiempo de que dispusimos para ello fue más bien escaso, habida cuenta que la mayor parte de la tarea anterior hubo de hacerse durante las

primeras horas de la mañana del lunes de esa misma semana, dado que hasta la última hora lectiva de la tarde del viernes anterior hubo clases en el aula asignada y durante el fin de semana no pudimos acceder a ella.

Decoración externa

En un principio, la Exposición estaba reducida sólo y exclusivamente al aula destinada para ella, situada en la segunda planta de la Facultad. Por ello, decidimos ampliar algo el espacio y se nos ocurrió decorar la Facultad con algunas figuras geométricas gigantes, que fuesen «abriendo boca» a los visitantes. Así, pensamos en distribuir a lo largo del camino que llevaba al aula una serie de elementos geométricos que pudieran ser apreciados a simple vista a medida que el visitante se fuese acercando y que, por otra parte, constituyesen por sí mismos parte del material que se deseaba exponer. Estos elementos fueron confeccionados manualmente por nosotros mismos, con materiales habituales en nuestro quehacer cotidiano, como papel de aluminio, cables, latas de refrescos vacías, periódicos, alambres, etc. Ciertamente, atraídos por estas figuras gigantes, fueron muchos los que se decidieron a visitar la Exposición, saliendo muy complacidos finalmente de la misma.

Las dos primeras figuras en aparecer a la vista del visitante, una vez dentro de la Facultad eran una *espiral logarítmica* (Do Carmo, 1976: 23) y una *banda de Mobius* (Do Carmo, 1976: 118). La primera, realizada con cables y chinchetas se situó al lado del cartel anunciador de la Exposición y la segunda, construida con periódicos y cartulina, que permitían mostrar la no orientabilidad de esta superficie (Do Carmo, 1976), se colgó del techo de la entrada de la Facultad, por cierto con grave riesgo de algunos de los que lo hicieron, por motivos de un inoportuno vértigo, no convenientemente superado en esos momentos.

También en la entrada de la Facultad se colocó una enorme *catenaria* (Do

*Las dos primeras
figuras
en aparecer
a la vista
del visitante,
una vez dentro
de la Facultad
eran
una espiral
logarítmica
y una banda
de Mobius...*

*...se colocó
una enorme
catenaria
de 30 metros
de longitud,
confeccionada
con papel
de aluminio...*

Carmo, 1976: 37), de 30 metros de longitud, confeccionada con papel de aluminio (evidentemente, hubo de dársele una cierta «anchura» por razones obvias de confección). Se colgó entre dos de los puentes de la Facultad, estirándose en primer lugar el rollo de papel y descolgándolo después muy poco a poco, quedando finalmente una figura muy bonita tanto por su tamaño como por su color.

Al final de una de las escaleras que conduce a la primera planta de la Facultad se colocó un *cilindro* (Do Carmo, 1976: 77) de aproximadamente metro y medio de altura, realizado con 266 latas de refrescos vacías (14 columnas de 19 latas cada una), que nos habían sido graciosamente donadas por personas de la Facultad que las habían ido depositando en una gran caja que a tal fin habíamos colocado nosotros en el vestíbulo de entrada, por cierto, bajo un enorme cartel indicador en el que les pedíamos que nos «diesen la lata». Para ensamblarlas y unir las fueron necesarios 6 metros de cable, dos cartones circulares grandes, que constituían las bases, un perchero adosado a uno de ellos, que mantenía la figura en pie y, sobre todo, muchísima paciencia y un poco de habilidad para darle la forma adecuada, habida cuenta de que en la geometría actual, el «cilindro abombado» aún no tiene la categoría de superficie regular. Al lado de este cilindro, al igual que en la práctica totalidad de figuras presentadas, aparecía un cartel explicativo de la figura en sí y de sus principales propiedades.



Seguidamente, a la entrada del aula, en la segunda planta, se colgaron unas *hélices* de alambres de distintos colores (Do Carmo, 1976: 17), que habían sido confeccionadas haciéndolas girar alrededor de la pata de una mesa. Por

cierto que estas hélices, aparte de actuar como tales en la Exposición, sirvieron de improvisados, pero no menos divertidísimos, columpios a los personajes de menor edad de los colegios que nos visitaron, lo cual, con toda sinceridad, nosotros nunca habríamos podido llegar a imaginar.

De esta manera, y bajo la mirada virtual de todas estas figuras, el visitante llegaba finalmente, siguiendo los carteles indicativos, a la puerta de entrada del aula que encerraba la Exposición. En ese lugar fue donde se colocó la última de las figuras gigantes: un *toro* (Do Carmo, 1976: 73) colgado del techo por una cuerda (o mejor, su representación en forma de neumático de coche) que también, como le ocurrió al cilindro, acabó un poco abollado por culpa de los niños que visitaban la Exposición (ya se sabe, el «juego del toro»).

Contenidos

El contenido de la Exposición ha estado centrado en dos aspectos básicos:

1. Exposición de Curvas y Superficies, mediante modelos reales, pósters, carteles, etc.
2. Generación de curvas y superficies mediante programas de ordenador.

Y otros dos aspectos complementarios:

3. Historia de las Matemáticas, mediante pósters, paneles, carteles, etc.
4. Mujeres matemáticas, mediante fotografías y paneles.

... algunas superficies estaban hechas de hierro y se apoyaban en peanas de madera, lo que permitía hacerlas girar manualmente y apreciar, de esta forma, su volumen y sus principales propiedades...

Referente al primer aspecto básico, algunas superficies estaban hechas de hierro y se apoyaban en peanas de madera, lo que permitía hacerlas girar manualmente y apreciar de esta forma su volumen y sus principales propiedades, tal como ocurría con los casos de la superficie esférica, cilindro, cono, paraboloides, hiperboloide de una hoja y de dos, etc. (Do Carmo, 1976). Como ejemplo de lo que decimos, el hiperboloide de una hoja estaba hecho con hilos de colores, lo que permitía observar su propiedad de ser una superficie doblemente reglada, al aparecer de forma claramente visible las dos familias de rectas diferentes que la constituyen.

Aparte las superficies anteriormente citadas, que pueden considerarse como las más conocidas, también se encontraban en la Exposición otras menos frecuentes, hechas algunas de ellas en cartulinas de diferentes colores, mediante técnicas manuales, que también provocaron un gran interés entre los asistentes por conocer sus propiedades, la mayor parte de las cuales eran expuestas al visitante por los propios alumnos encargados de la Exposición. Entre ellas podemos citar la bipirámide triangular elongada, el tetraedro truncado, el cubo truncado y la seudoesfera.



Aparte de lo anterior, y tal como ya se ha comentado, contábamos en la Exposición con una gran cantidad de cuerpos poliédricos, entre ellos los cinco sólidos de Platón (poliedros regulares) y numerosísimos poliedros irregulares, algunos de ellos estrellados, que forman parte de la colección donada a la Facultad de Matemáticas, de la que antes se ha hablado. Por evidentes razones de seguridad, estos últimos cuerpos geométricos permanecían guardados en sus estantes cerrados y únicamente podían observarse, pero no manipularse.

Con respecto al segundo aspecto básico de la Exposición, tal como se ha comentado ya anteriormente, nuestro objetivo es que las visitas no se conformasen sólo con mirar, sino que participasen de manera activa en la Exposición. Para ello se contaba con dos ordenadores y programas adecuados de simulación y representación de curvas y superficies (*Mathematica*, *Maple V* y *Poly*) que permitían la visión tridimensional de los *sólidos de Platón*, *sólidos de Arquímedes*, sólidos de Catalán, etc., así como también su manipulación mediante movimientos rígidos y la visión de su desarrollo en planta (véase, por ejemplo, Cordero y otros, 1995) y el programa *Poly*, fabricado por *Pedagogy Software*.

Los dos aspectos complementarios se incluyeron en la Exposición a petición de algunos de sus organizadores. Ambos estaban muy relacionados y, en particular, el tema de los grandes acontecimientos matemáticos, ordenados cronológicamente, tuvo una gran aceptación, sobre todo por parte del alumnado de la Facultad. Aunque éste es otro tema, que no es oportuno aquí y ahora considerar, la Historia de las Matemáticas no es una disciplina que se imparta en nuestra Facultad y en nuestra opinión sí debería serlo. La gran aceptación antes indicada así como el hecho de que a lo largo del curso se impartan varios seminarios y cursos de forma voluntaria sobre el tema así también lo atestiguan.

Del tema de las Mujeres Matemáticas se encargó personalmente una de las orga-

*...contábamos
en la Exposición
con una gran
cantidad
de cuerpos
poliédricos,
entre ellos
los cinco
sólidos de Platón
(poliedros
regulares)
y numerosísimos
poliedros
irregulares,
algunos de ellos
estrellados...*

nizadoras de la Exposición. Utilizando una serie de fotografías y las correspondientes biografías, dio a conocer a los visitantes la extraordinaria labor que realizaron desde el punto de vista matemático, determinadas mujeres que iban desde Hipatia de Alejandría, nacida cerca del año 370 d.C. y considerada «primera mujer matemática» de la Antigüedad (aunque obviamente el término «matemático» resultase algo ambiguo por aquellos tiempos) hasta Grace Murray Hooper, matemática y física, nacida a principios de siglo, nombrada «Distinguished fellow of the British Computer Society» y primera y única mujer almirante en la U.S. Navy. Entre ellas, y cronológicamente, Emilie de Breteuil (marquesa du Chatelet), María Gaetana Agnesi, Caroline Hershel, Mary Fairfax, Ada Augusta Lovelace, Sonya Corvin-Krukovsky (esposa, luego viuda de Vladimir Kovalevsky), Sophie Germain y Emmy Noether, considerada por el gran Albert Einstein como «la más grande, significativa y creativa Genio matemático producida en la historia del desarrollo educativo de las mujeres».

Curiosidades y anécdotas

Hay que entender que en una semana y expuestos a todo tipo de visitantes en general, profesores y alumnos de la Facultad, profesores y alumnos de otras facultades, especialmente de las situadas en el campus, profesores y alumnos de institutos y colegios, acompañantes, etc., nos han ocurrido bastantes curiosidades y anécdotas, cuya mención global sería muy extensa. Por razones obvias de espacio, nos limitamos a continuación a comentar las dos o tres que creemos más interesantes, por las consecuencias y aplicaciones posteriores que pudieran originar.

Así, una de las primeras curiosidades que nos ocurrió fue cuando un visitante de la Exposición, alumno creemos de la Facultad, preguntó a los organizadores que estaban en aquel momento en labores de «guías» de la Exposición si sabían qué se obtenía al cortar la Banda de Mobius longitudinalmente por su mitad. Estos contestaron, quizás sin meditarlo mucho, que se obtendrían *dos bandas de Mobius*. El visitante no sólo se limitó a responderles negativamente, sino que pasó directamente a la acción para hacerles ver, construyendo él mismo una banda con una tira de papel que traía preparada y cortándola con unas tijeras que también traía, que lo que se obtenía era *otra banda de Mobius con dos rizos*. Ya no preguntó nada más, sino que volvió a cortar de igual forma esta nueva banda para hacerles ver a los organizadores que lo que se obtenía ahora eran *dos bandas de Mobius con dos rizos cada una, enlazadas*.

Esta primera curiosidad hizo que posteriormente estudiásemos este tipo de hechos con mayor detenimiento,

encontrando que esta propiedad no sólo es característica de la Banda de Mobius, sino que se verifica en general en todas aquellas bandas generadas mediante vueltas o rizos. Así, dada una banda con n medios rizos, con n impar, al cortarla longitudinalmente por su mitad quedará una nueva banda con $2n + 2$ medios rizos, mientras que si la banda tiene $2k$ medios rizos, al cortarla longitudinalmente por su mitad quedarán 2 bandas con $2k$ medios rizos cada una, enlazadas k veces (Gardner, 1984).

Al respecto, se nos ocurre citar aquí una poesía (en su versión original en inglés), que aparte explicarnos clara y concisamente el hecho anterior, nos relaciona de alguna forma la *banda de Mobius* con la no menos conocida *botella de Klein*:

A mathematician confined
that a Mobius band is one-side,
and you will get quite a laugh
if you cut one in half.
For it stays in one piece when divided.
A mathematician named Klein
thought the Mobius band was divine
Said he: if you glue
the edges of two,
you will get a weird bottle like mine.

Otra de las anécdotas nos sucedió cuando una chica que visitaba la Exposición comentó que se había llegado porque había visto el cartel anunciador y se había preguntado cómo de un tema tan abstracto (según ella) como las curvas y superficies se podía montar una Exposición. Cuando acabó su visita, nos dijo que se había dado cuenta de su error y que se había sorprendido muchísimo de que algo

que para ella era tan obtuso, como la Geometría, estuviese tan presente en la vida cotidiana. De hecho, se podría decir que esa chica fue una de las personas que más se interesó por cómo se habían construido las figuras expuestas y por las dificultades aparecidas en su construcción.

Al hilo de lo comentado anteriormente, decir que como nosotros mismos tuvimos que «construir» algunas curvas y superficies para exponer, tuvimos que rechazar la realización de algunas de ellas, que aunque teníamos muy clara su idea intuitiva, iban a ser muy difíciles de obtener. Así, en particular, tuvimos que desechar la construcción de un *cono gigante* (nuestra idea era que acompañase al cilindro gigante, que sí fue construido), por no disponer de una idea concreta de cómo hacerlo, así como por no saber tampoco de qué medios y recursos nos íbamos a valer para hacerlo. Decir también como anécdota, que una vez ya transcurridos dos días de la Exposición, dos de nosotros tuvimos claro cómo haberlo hecho y con qué, pero, desgraciadamente, ya era tarde. Todo ello hizo que la muy extensa lista inicial de curvas y superficies que deseábamos exponer quedara algo

*...una poesía
[que]
nos relaciona
de alguna forma
la banda
de Mobius
con la no menos
conocida
botella
de Klein...*



más reducida, por lo que tuvimos que buscar otras más sencillas de construir en libros especializados, Internet, y también pedir la colaboración de otros profesores de la Facultad que nos facilitaron modelos propiedad de sus departamentos (a todos los cuales, por cierto, aprovechamos para agradecerles desde aquí, muy sinceramente, la colaboración que nos prestaron, cosa que ya hicimos, personificándolos simbólicamente, en la Ilma. Sra. Decana de la Facultad). Eso hizo que pudiéramos construir curvas no tan usuales para el público en general, como la *clotoide* y la *curva de Agnesi* y superficies poliédrica no usuales, como las truncadas o la bipirámide cuadrangular. Por cierto que también deseamos personalizar en la Decana nuestro agradecimiento al resto de personas de la Facultad: conserjes, limpiadoras, personal de copistería, Biblioteca, Aula de Informática y compañeros del Aula de Cultura de la Facultad (estos últimos nos cedieron amablemente parte de su espacio para almacenar el material), sin cuya ayuda hubiésemos encontrado muchas más dificultades para llevar a buen puerto nuestras intenciones.

Además, referente a lo anterior, debemos decir que uno de los puntos que nos resultaron más difíciles y divertidos a la vez fue la búsqueda de los materiales adecuados que íbamos a emplear en la construcción de las curvas y superficies que deseábamos. Para algunas de ellas, como las gigantes ya citadas (catenaria, cilindro y banda de Mobius), así como para algunos poliedros usuales, las propuestas fueron múltiples: cartón, tela, papel, latas de refrescos vacías, alambre e incluso se propuso «tricotar» alguna de ellas. Sin embargo, superficies como la *silla de montar* (Do Carmo, 1976: 165) o el *toro* o el *elipsoide* (Do Carmo, 1976: 73) nos pusieron en un apuro, por lo difícil que sería encontrar un material con el que construirlos, aunque estén tan presentes en la vida real en forma de donuts, ruedas, etc. Eso nos hizo ver la íntima relación existente entre la Geometría y la propia vida real, tan alejada de los textos científicos actuales de las asignaturas.

*La visita
de los alumnos
de primaria
y secundaria,
por el contrario,
nos sirvió
a su vez
para
darnos cuenta
de la dificultad
de explicar
determinados
conceptos
matemáticos
a un nivel
sensiblemente
inferior al que
habitualmente
solemos
emplear.*

Valoración final y conclusiones

Nunca imaginamos que lo que en principio fue sólo fue un pequeño proyecto, llegase a producir tanto interés, como corrobora el número de visitas recibidas. El recuento final superó con creces todas nuestras expectativas más optimistas. Más de 260 personas a nivel individual, la mayoría de ellos alumnos de la licenciatura, si bien es importante constatar la presencia de bastantes profesores de la Facultad (conocemos estos datos porque al final del recorrido se registraban las visitas en unos folios preparados al efecto) y numerosos grupos de entre 40 y 50 alumnos de los colegios e institutos y centros de primaria y secundaria de Sevilla, capital y provincia, que acudían al Salón de Juegos Matemáticos (otra de las actividades de la Semana de las Matemáticas), y aprovechaban para visitar también la Exposición, dan fe del éxito incuestionable de la misma. Esta gran afluencia de público hizo que se tuviese que ampliar algunos días el horario inicialmente establecido, que era de 10 a 12 de la mañana y de 17 a 19 horas por las tardes, de lunes a viernes.

Esta heterogeneidad de los visitantes, en cuanto a su nivel de conocimientos, también fue para nosotros motivo de comentario. Nuestros compañeros y profesores tendían a hacer gala de sus conocimientos, acompañando nuestras explicaciones con sus particulares «clarificaciones». Por supuesto, esto, lejos de resultar negativo, sirvió para un enriquecimiento general de unos y de otros. La visita de los alumnos de primaria y secundaria, por el contrario, nos sirvió a su vez para darnos cuenta de la dificultad de explicar determinados conceptos matemáticos a un nivel sensiblemente inferior al que habitualmente solemos emplear. En este caso, la posibilidad de relacionar las curvas y superficies con objetos de la vida real (tal como ya se ha indicado anteriormente), nos ha sido de un valor incalculable para salir adelante en nuestras explicaciones y para conseguir, no sólo que ellos nos entendieran, sino incluso que ellos mismos nos sorprendiesen a nosotros con sus ajustados y por lo general, correctos comentarios y apreciaciones.

Otro de los logros obtenidos ha sido a nuestro entender, haber conseguido abrirnos un pequeño hueco entre los actos oficiales de la Semana de las Matemáticas, organizados por la Facultad para la celebración del Año Mundial de las Matemáticas, en nuestra calidad mayoritaria de alumnos de la misma (excepto, lógicamente, el profesor firmante). Esta Exposición, junto con una «gymkhana» también organizada por nosotros, han sido los dos únicos actos organizados prácticamente por alumnos, si bien debemos hacer constar una presencia numerosa de ellos colaborando en la realización de otro tipo de actos. De hecho, recibimos muchas felicitaciones del profesorado asistente a la Exposición, sorprendiéndose en algunos

casos de que hubiesen sido mayoritariamente alumnos y además universitarios, los organizadores de la misma.

Otra de las conclusiones a las que llegamos es constatar la variedad existente de distintas formas de entender la Geometría por personas de diferentes edades y conocimientos en Matemáticas. En particular, si a un alumno de tercer curso de la licenciatura se le pregunta qué es un elipsoide, probablemente nos contestará que es la superficie de revolución generada por una elipse al girar alrededor de una recta contenida en su plano. Un alumno de primaria, obviamente, no va a entender esto pero si se le dice que un elipsoide es (salvando las distancias) un balón de rugby, probablemente no tenga problemas en entender el concepto. Y lo mismo ocurre con la superficie esférica y el balón de fútbol o con el cono y el capiroto de nazareno. De ahí que como ya se ha indicado, los alumnos visitantes de estas edades mostrasen mayor interés y entusiasmo en las figuras geométricas «representadas» mediante objetos cotidianos, tales como el cilindro de latas, las hélices de alambre o el neumático de coche que en esas mismas figuras representadas como tales. También tuvieron mucho éxito, esta vez para todo tipo de edades y conocimientos, los programas de ordenador utilizados, que mostraban las figuras desde diferentes perspectivas, las desarrollaban en el plano o las cambiaban de color, entre otras acciones, todo lo cual era muy divertido y sobre todo didáctico.

Como «propuestas de mejora» para una futura repetición de esta actividad, aparte por supuesto de pensar en aumentar el contenido de figuras presentadas y de nuevos programas informáticos que permitan una mejor visualización y manipulación de las mismas, nos atreveríamos a sugerir las siguientes:

1. Incrementar el grado de participación activa de los visitantes. Para ello podría disponerse de «materiales de construcción»: papel, cartulina, pegamento, plásticos, cables, etc. y animar a los visitantes a fabricar sus propias figuras.
2. En la línea anterior, instalar un taller de «papiroflexia» con las pertinentes instrucciones de utilización.
3. Mostrar en grandes paneles o pósters la identificación entre estas figuras y determinados objetos de la vida real, tal como ya se ha hecho, si bien de palabra, en esta ocasión. En este sentido, un ejercicio interesante que realizamos los dos últimos días fue el de mostrar las figuras expuestas una a una y pedirle al visitante que nos dijese «a qué se parecían». Es sorprendente la constatación de los «parecidos» que resultan.
4. La posibilidad de acompañar la Exposición con una música de fondo adecuada, así como entregar un pequeño folleto al visitante en el que se explique el contenido de la Exposición también creemos que contribuiría grandemente a mejorarla en todos los aspectos.

*...este tipo
de actividades
extraacadémicas
siempre resultan
beneficiosas
para el alumno
que las realiza,
tanto
para ampliar
conocimientos
y ver
la materia
de clase
desde otro
punto de vista,
como
a nivel personal...*

Juan Núñez

Departamento de Geometría
y Topología
Facultad de Matemáticas
Universidad de Sevilla.
Sociedad Andaluza
de Educación Matemática
«Thales»

**Carmen M.ª Aguilera
M.ª Inés Fernández
María José Macías
Ana C. Montaña
Salvador Pérez
Inmaculada Romero
Macarula José Romero
José I. Sánchez
Ana María Serrato**

Pensamos, finalmente, que este tipo de actividades extraacadémicas siempre resultan beneficiosas para el alumno que las realiza, tanto para ampliar conocimientos y ver la materia de clase desde otro punto de vista, como a nivel personal, ya que ayudan a tener una mejor relación con los compañeros de clase y entre estos y el profesor. Somos conscientes de que este tipo de actividades son mucho más frecuentes en enseñanza no universitaria y que brillan prácticamente por su ausencia en la Universidad y también pensamos que este hecho se debe tanto a los propios alumnos, que alegan una supuesta falta de tiempo o desinterés por todo lo que no sea preparar los exámenes, como del profesorado, que mayoritariamente, creemos, no se preocupa de fomentarlas y de colaborar en ellas, pero sin embargo, la realidad demuestra que siempre resultan positivas y que deberían tenerse en cuenta para conseguir la formación integral del alumno universitario que se pretende y por ello las defendemos. De hecho, estamos totalmente convencidos de que esta actividad que nosotros hemos llevado a cabo nos va a servir en un futuro a los que de nosotros nos dediquemos a la enseñanza, como una primera aproximación de cómo ven nuestros alumnos de primaria y secundaria la Geometría en particular y las Matemáticas en general, y de cómo organizar para ellos actividades de este tipo o similares, que de una forma interactiva y práctica, permitan visualizar, tocar, manipular y, en una palabra, «hacer» Matemáticas.

Bibliografía

- CORDERO, L, FERNANDEZ, M. y GRAY, A. (1995): *Geometría Diferencial de Curvas y Superficies con Mathematica*, Addison-Wesley Iberoamericana.
- DO CARMO, M. (1976): *Geometría Diferencial de Curvas y Superficies*, Alianza Universal Textos, Prentice-Hall Inc.
- GARDNER, M. (1984): *Festival Mágico-Matemático*, Alianza Editorial, Madrid.