

## **RESUMEN DEL CURSO DE MATEMÁTICAS**

### **La enseñanza de las Matemáticas a debate:**

**a) La motivación de la enseñanza a través de las aplicaciones**

**b) La enseñanza de las Matemáticas en Europa**

POR

ENRIQUE FERNÁNDEZ CARA

e-mail: `cara@numer.us.es`

Director del curso,

Catedrático de Análisis Matemático de la Universidad de Sevilla,

Ex-Presidente de la Sociedad Española de Matemática Aplicada.

El Escorial, Cursos de Formación del Profesorado, 10-14 de julio de 2000.

### 1. INTRODUCCION

Ante todo, deseo mostrar mi agradecimiento a todas las personas que hicieron posible este curso y, muy en especial, al Secretario del mismo, Joaquín Hernández Gómez, Catedrático del IES S. Juan Bautista (Madrid) y Profesor Asociado de la Universidad Complutense, por los esfuerzos realizados.

Los objetivos que se pretendieron alcanzar en este curso fueron principalmente dos:

a) Por una parte, analizar de qué modo y en qué dosis es/sería posible motivar la enseñanza de las Matemáticas en Secundaria a través de las aplicaciones.

b) Por otra parte, comparar con los métodos y costumbres que tienen lugar en otros países europeos.

En este año, declarado por la UNESCO Año Mundial de las Matemáticas, nos pareció indicado analizar la problemática ligada a la Educación Matemática desde todos los puntos de vista posibles. Este espíritu guió la confección del programa de este curso y la elección de los conferenciantes y participantes en las Mesas Redondas.

El curso fue diseñado en base a siete conferencias relacionadas con las aplicaciones de las Matemáticas: “Matemáticas y medios de comunicación”, “El Arte Mudéjar como motivador del estudio de la Geometría”, “Fractales y sus aplicaciones elementales” “Códigos detectores y correctores de errores”,

“Aplicaciones elementales ligadas a ecuaciones diferenciales y aspectos históricos”, etc.

También se incluyeron una conferencia sobre “Problemas y soluciones de la enseñanza de las Matemáticas desde una perspectiva europea”, otras dos en el contexto de un Aula Informática sobre temas afines y tres Mesas Redondas, con los siguientes títulos:

“La actitud del profesorado hacia las aplicaciones de las Matemáticas. ¿Por qué somos tan escépticos? ¿Qué mecanismos permitirían transmitir a la vez la afición por las Matemáticas y por sus aplicaciones?”

“La enseñanza de las Matemáticas en otros países europeos”

“¿De qué aplicaciones de las Matemáticas se puede hablar en Bachillerato? ¿Qué se hace en otros países europeos?”

## 2. PROGRAMA DEL CURSO

El programa del curso fue el siguiente:

LUNES 10 DE JULIO:

12:00 Lección Inaugural

Enrique Fernández Cara

17:00 Aula Informática

a) “Tecnologías en la enseñanza de las Matemáticas en Secundaria”

Dolores Rodríguez Soalleiro CPR de Leganés (Madrid)

b) “Algunas aplicaciones del cálculo computacional a la enseñanza de las Matemáticas”

Roberto Rodríguez del Río Profesor de IES (Madrid) Profesor Asociado de la Universidad Complutense

MARTES 11 DE JULIO:

10:00 “Problemas y soluciones de la enseñanza de las Matemáticas desde una perspectiva europea”

Richard Cabassut Profesor del Liceo Internacional de Estrasburgo Profesor de la Universidad Louis Pasteur (Estrasburgo)

12:00 “Matemáticas y medios de comunicación”

Fernando Corbalán Yuste Catedrático IES (Zaragoza)

17:00 MESA REDONDA:

“La actitud del profesorado hacia las aplicaciones de las Matemáticas. ¿Por qué somos tan escépticos? ¿Qué mecanismos permitirían transmitir a la vez la afición por las Matemáticas y por sus aplicaciones?”

COORDINA: Joaquín Hernández Gómez

PARTICIPAN:

Fernando Corbalán Yuste, Alicia Delibes Liniers, Enrique Fernández Cara, Manuel Morán Cabré y Florencio Villarroya Bullido

## MIÉRCOLES 12 DE JULIO:

10:00 “El Arte Mudéjar como motivador del estudio de la Geometría”

Florencio Villarroya Bullido Catedrático IES (Zaragoza) Profesor Asociado en la Universidad de Zaragoza

12:00 “Fractales y sus aplicaciones elementales”

Manuel Morán Cabré Profesor Titular de la Universidad Complutense

17:00 MESA REDONDA:

“La enseñanza de las Matemáticas en otros países europeos”

COORDINA: Florencio Villarroya Bullido

PARTICIPAN:

Richard Cabassut, Genevieve González (Liceo Francés de Madrid), Albrecht Hess (Colegio Alemán de Madrid), Dolores Rodríguez Soalleiro, Luigi Simonelli (Liceo Italiano de Madrid)

JUEVES 13 DE JULIO:

10:00 “Sobre el sentido de la Inferencia Estadística”

Víctor Hernández Morales Profesor Titular de la Universidad Nacional de Educación a Distancia

12:00 “Sistemas de votación y el Teorema de Arrow”

Eugenio Hernández Rodríguez Profesor Titular de la Universidad Autónoma de Madrid

17:00 MESA REDONDA:

“¿De qué aplicaciones de las Matemáticas se puede hablar en Bachillerato? ¿Qué se hace en otros países europeos?”

COORDINA: Joaquín Hernández Gómez

PARTICIPAN:

Manuel Delgado Delgado, Alicia Delibes Liniers, Víctor Hernández Morales, Eugenio Hernández Rodríguez, Enrique Fernández Cara

VIERNES 14 DE JULIO:

10:00 “Aplicaciones elementales ligadas a ecuaciones diferenciales y aspectos históricos”

Manuel Delgado Delgado Profesor Titular de la Universidad de Sevilla

12:00 “Códigos detectores y correctores de errores”

Adolfo Quirós Gracián Profesor Titular de la Universidad Autónoma de Madrid

### 3. RESUMENES DE LAS CONFERENCIAS

A continuación, se presentan resúmenes de las conferencias impartidas, con la intención de ilustrar con más detalle el ambiente conseguido.

A) LECCION INAUGURAL, por Enrique Fernández Cara.

Hemos tratado de diseñar un curso en el que, principalmente, se pueda responder a dos preguntas:

a) ¿Pueden efectivamente las aplicaciones de las Matemáticas, al menos aquéllas que necesitan un nivel elemental de Matemáticas, servir como motivación en la enseñanza secundaria?

b) ¿Qué se hace a tal respecto en otros países europeos?

Esperamos que, al hilo de estas dos cuestiones, surjan muchas otras, quizá más interesantes. Puede que ésta sea una buena ocasión para reflexionar sobre este tema y otros afines.

De momento, me atrevo a plantear una, que podría abrir un primer debate. Tengo la impresión de que, para la participación en este curso, ha sido más difícil de lo habitual convencer a Profesores de Instituto. Me gustaría poner esa cuestión sobre la mesa y que nos preguntáramos si hay todavía una cierta actitud negativa hacia la Matemática Aplicada y si eso es positivo para la calidad de la enseñanza.

Para terminar, voy a intentar reflejar mi propio punto de vista (espero que ayude a comprender algunas de las decisiones de tipo organizativo que hemos tomado).

Yo soy un defensor de las aplicaciones de las Matemáticas. Mi formación me ha empujado a ello. Tras la Licenciatura, me desplazé a París, el curso 1979/80, para hacer estudios de Doctorado. Allí me enteré de muchas cosas y aprendí que, en un país desarrollado, es fundamental dar importancia principal a la educación matemática. Algo que me llamó mucho la atención fue el buen concepto que la sociedad, el hombre de la calle, tiene allí del profesional de las Matemáticas. Estoy convencido de que ésta es una asignatura pendiente en nuestro país que espero que actividades como ésta contribuyan a superar.

B - Aula Informática

a) “Tecnologías en la enseñanza de las Matemáticas en Secundaria”, por Dolores Rodríguez Soalleiro.

En esta conferencia, se pretende poner de manifiesto los cambios metodológicos que la introducción en el aula de las Tecnologías de la Información está suponiendo en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria.

Se mostrarán unos ejemplos de aplicación, haciendo un breve recorrido por programas informáticos, tanto de propósito general como de EAO, Internet y calculadoras gráficas y con cálculo simbólico.

b) “Algunas aplicaciones del cálculo computacional a la enseñanza de las Matemáticas”, por Roberto Rodríguez del Río.

Se presentará algún problema de Matemáticas que pueda ser resuelto con

el programa de Cálculo Computacional “MatLab”. Se comentarán algunas de las capacidades del citado programa, en particular algunas herramientas interactivas que pueden ser aplicadas en la Enseñanza de las Matemáticas en niveles como el Bachillerato.

C - “Problemas y soluciones de la enseñanza de las Matemáticas desde una perspectiva europea”, por Richard Cabassut.

Se describirán las características más importantes de los sistemas educativos alemán y francés en lo que se refiere a la Enseñanza de las Matemáticas. Se realizará un análisis comparativo de los contenidos, opciones, etc. en ambos países. También, se tratarán de identificar los principales problemas y dificultades y se propondrán soluciones.

D - “Matemáticas y medios de comunicación”, por Fernando Corbalán Yuste.

La importancia de los medios de comunicación en nuestra sociedad es innegable y creciente. Abordaremos las relaciones de los mismos con las Matemáticas (más estrechas de lo que parece), basadas en el hecho de que las Matemáticas constituyen un medio de comunicación, un lenguaje, con unas características especiales, que estudiaremos.

Analizaremos los medios desde un punto de vista matemático y propondremos alternativas para la introducción de los mismos en la clase de Matemáticas, como un instrumento de conexión de la realidad con el aprendizaje.

E - “El Arte Mudéjar como motivador del estudio de la Geometría”, por Florencio Villarroya Bullido.

Es sabido que, en el arte islámico, la representación de figuras humanas o incluso vegetales está prohibida, por tanto es prácticamente inexistente. En la península ibérica, durante 700 años, convivieron más o menos pacíficamente tres religiones y sus manifestaciones culturales. Fruto de esa convivencia es el arte mudéjar. Arte realizado por artesanos y artistas musulmanes, pero para señores o autoridades cristianas.

El mudéjar es el único arte genuinamente español, de acuerdo con Menéndez Pelayo. En las todavía existentes iglesias mudéjares, datadas entre los siglos XIII y XVI, especialmente en Aragón, se da una de las más ricas decoraciones, desde el punto de vista geométrico del arte, no solo del mudéjar, sino del arte a secas.

Después de una presentación de esos motivos geométricos en esas decoraciones, analizaremos los elementos geométricos que permiten su desarrollo: motivos mínimos, que pueden ser construidos con regla y compás; trataremos de identificar la “geometría” que subyace en dichas construcciones que, por supuesto, debió ser cultivada en los reinos musulmanes de la península

ibérica, en especial en el reino de Zaragoza, a partir del siglo X.

F - “Fractales y sus aplicaciones elementales”, por Manuel Morán Cabré.

Los objetos fractales se caracterizan por exhibir complejidad geométrica cuando son examinados a diferentes escalas. Al propio tiempo, existe una coherencia en su complejidad que los hace matemáticamente analizables y estéticamente bellos.

A menudo, los objetos fractales se presentan como la respuesta geométrica óptima para el desempeño de una función física o biológica, por lo que son muy abundantes en la naturaleza. Ello permite ilustrar de forma interdisciplinar las numerosas aplicaciones de la geometría fractal, revelando sus ricas conexiones con el mundo de la física, química, biología, geología, astrofísica, dinámica caótica, etc.

G - “Sobre el sentido de la Inferencia Estadística”, por Víctor Hernández Morales.

Se quiere mostrar el sentido que tienen las afirmaciones de la Inferencia Estadística mediante el examen de dos métodos que aparecen en los programas de Enseñanza Secundaria: los intervalos de confianza y los contrastes de hipótesis.

Se examinarán detalladamente las hipótesis que los sustentan y se mostrará qué clase de conclusiones es válido extraer y cuál es su alcance. Este examen dará pie para reflexionar acerca de las diferencias entre la Estadística y el resto de las Matemáticas.

H - “Sistemas de votación y el Teorema de Arrow”, por Eugenio Hernández Rodríguez.

Las sociedades democráticas están basadas en tomas de decisiones conjuntas por medio de votaciones. Las votaciones se usan continuamente: para elegir Congresistas y Senadores y para tomar decisiones en el Pleno de un Ayuntamiento y en los Consejos Escolares de los Centros Educativos.

Es sorprendente que distintos métodos de votación puedan producir resultados diferentes. Se pueden producir situaciones tan paradójicas como la que sucedió en la elecciones catalanas de octubre de 1999: El PSC obtuvo más votos que CiU, pero este último partido consiguió más escaños en el Parlamento regional.

El problema fundamental de la elección social es buscar la solución a la siguiente pregunta: ¿Cómo elige un grupo de individuos, cada uno con opiniones posiblemente diferentes, un resultado de entre una lista de posibilidades?

Las Matemáticas permiten demostrar que todo sistema de votación tiene fallos inherentes: encontrar el método justo es imposible.

El reparto de escaños en un Parlamento, que debería ser proporcional al

número de votos obtenidos por cada partido, es uno de los juegos preferidos de algunos políticos. Las Matemáticas sirven para examinar las ventajas e inconvenientes de los métodos tradicionales (de Hamilton, de D'Hont y de St. Lagüe) así como las paradojas que ocasionalmente producen.

I - "Aplicaciones elementales ligadas a ecuaciones diferenciales y aspectos históricos", por Manuel Delgado Delgado.

Los fenómenos que se presentan en la Naturaleza son fenómenos complejos cuya comprensión, siquiera parcial, requiere varias etapas. Es necesario crear un modelo simplificado del mismo que involucre las principales variables que afectan el fenómeno. Debemos establecer las relaciones matemáticas existentes entre ellas, muchas veces en forma de igualdades, basándonos en nuestro conocimiento científico del fenómeno. Hay que resolver los modelos matemáticos resultantes, lo que suele impulsar el propio desarrollo de las Matemáticas e incluso propiciar la creación de nuevas herramientas científicas. Entonces, se pueden sacar consecuencias que, comprobadas, dan validez o limitan el modelo.

En esta charla, se presentarán varios de estos modelos sencillos, con indicaciones sobre su génesis e intentando recalcar su carácter multidisciplinar. Estos modelos serán resueltos, intentando que el aparato matemático empleado no se encuentre alejado de los conocimientos impartidos en la Enseñanza Secundaria y se aplicará dicha información para sacar nuevos conocimientos o limitar la validez de los mismos.

J - "Códigos detectores y correctores de errores", por Adolfo Quirós Gracián.

En la moderna sociedad de la información se transmiten diariamente numerosos datos, de cuya veracidad debemos estar seguros. Los datos pueden alterarse por la acción voluntaria de terceras personas, pero es más común que se produzcan errores por fallos en los instrumentos de lectura, transmisión o reproducción. Para protegerse, se puede añadir a los datos una cierta redundancia que nos permita corregir, o al menos detectar, los errores. Este es el sentido que tiene la letra del NIF.

Empezaremos por explicar como funcionan algunos códigos detectores de errores de uso cotidiano: los de las cuentas bancarias y las tarjetas de crédito; el ISBN; el NIF; el código de barras; ... Todos ellos están basados en propiedades de divisibilidad, fácilmente expresables en términos de ecuaciones lineales en congruencias.

El código de barras es en realidad una combinación de dos códigos, uno decimal y otro binario. Esta combinación permitiría (aunque parece que no se hace en la práctica) utilizar este código no sólo para detectar, sino también para corregir errores.

Ser capaz de corregir los errores no es un mero alarde de habilidad, sino que

hay muchas situaciones en las que no basta con detectar los errores. Esto es lo que sucede con un CD, que suena bien incluso si está sucio porque el lector es capaz de corregir errores. Pero sería inadmisibile que simplemente los detectara y nos avisara pitando como hacen los lectores de códigos de barras. Veremos que, utilizando esencialmente álgebra lineal en congruencias, se pueden diseñar códigos correctores de errores del estilo de los utilizados en los CD.