TESIS DOCTORAL

AHORRO ENERGÉTICO MEDIANTE EL USO DE ELEMENTOS DE DOBLE ENVOLVENTE TRANSPARENTE-OPACO

POR: ÁLVARO RUIZ PARDO

Grupo de Termotecnia Departamento de Ingeniería Energética ESCUELA SUPERIOR DE INGENIEROS UNIVERSIDAD DE SEVILLA

2008

Memoria para optar al grado de Doctor Ingeniero Industrial por la Universidad de Sevilla.

Autor:	Álvaro Ruiz Pardo
Director	Servando Álvarez Domínguez
Título:	AHORRO ENERGÉTICO MEDIANTE EL USO DE ELEMENTOS DE DOBLE ENVOLVENTE TRANSPARENTE-OPACO

Departamento: Ingeniería Energética, grupo de Termotecnia

Director:

Servando Álvarez Domínguez

Autor:

Álvaro Ruiz Pardo

RESUMEN

Esta tesis trata sobre los aspectos energéticos de los muros solares, Trombe, parietodinámicos y algunos tipos de fachadas ventiladas. Los tipos de fachadas ventiladas para las cuales son válidos los desarrollos realizados aquí, son aquellas que no tienen infiltraciones importantes entre la entrada de aire en la parte inferior y la salida de este en la parte superior, y que además tienen inercia térmica despreciable en la hoja exterior.

Se desarrolló un modelo para el cálculo de los anteriores elementos con un paso de tiempo corto que tiene en cuenta la inercia térmica de la hoja interior. El modelo desarrollado permite que se estipule un caudal o velocidad de aire conocida, o que se calcule si el fenómeno de movimiento de aire es promovido por convección natural. La validación del modelo fue realizada por medio de la comparación de resultados obtenidos por otros autores, algunos de los cuales corresponden a datos obtenidos experimentalmente y otros a datos obtenidos por simulación numérica.

A partir del modelo de la norma ISO 13790 y con los resultados del modelo de simulación de paso de tiempo corto, se desarrollo un modelo simplificado para las condiciones climáticas de España, que es apto para cálculos mensuales aproximados. Con el desarrollo de este modelo simplificado se consiguieron dos objetivos: el primero, ofrecer una herramienta para la estimación de los aportes energéticos de los elementos especiales antes mencionados y el segundo, obtener unos parámetros característicos de los elementos especiales con sentido físico. Este método simplificado incluye la definición de unos factores correctores para tener en cuenta la inercia térmica de un muro Trombe. La caracterización de la inercia térmica se hace mediante dos parámetros: una capacidad térmica concentrada, análoga a la capacitancia en un sistema eléctrico, y una resistencia térmica que indica el nivel de aislamiento de la capacidad térmica.

Con los dos modelos anteriores se realizó un análisis de sensibilidad de los elementos especiales tratados en la tesis. Este trabajo permitió establecer la influencia de cada uno los parámetros en su desempeño energético. Se encontró que en algunos casos dicha influencia es dependiente del clima, es decir, que para algunas condiciones climáticas la variación en un sentido de un parámetro dado, puede por ejemplo mejorar el desempeño energético del elemento, pero para otras condiciones climáticas podría reducirlo. La implicación de la anterior observación es que no existe un diseño óptimo que sea aplicable a todos los climas, de hecho un buen diseño para una localidad puede ser malo en otra, por tanto el diseño de estos elementos debe ser diferente en cada localidad.

Por otra parte, se realizó un estudio del potencial de ahorro de energía de los muros solares y Trombe en los climas españoles para la estación de calefacción. Para ello se utilizaron diseños adecuados para el clima de cada localidad. En este punto el clima se caracterizó utilizando el concepto de "severidad climática de invierno", que puede ser aplicado en localidades diferentes a las españolas, por tanto, los diseños definidos en esta tarea, así como los potenciales encontrados, pueden tener validez en lugares ubicados fuera de España, pero que tengan una severidad climática ubicada dentro del rango estudiado.

En la parte final de la tesis se presenta un modelo de principio de equivalencia, que consiste en definir un elemento convencional (muro y/o ventana) modificado de tal manera que se comporte de manera similar al elemento especial propuesto. El objetivo de la equivalencia es el de hacer posible la integración de los elementos especiales en los programas de cálculo energético de edificios, ya que al ser equivalentes a un muro o una ventana, será posible simular el elemento especial como uno convencional. La definición del principio de equivalencia pretende ser válida para cualquier tipo de elemento especial, es decir, no está limitado a los elementos tratados en esta tesis, sin embargo, sólo se ha desarrollado la equivalencia para los elementos tratados aquí.

ABSTRACT

This thesis is about the energy topics of the solar walls, (Trombe walls, ventilated enveloped elements and some types of ventilated facades). The types of ventilated facades, which are valid for the developments made here, are those who have no major infiltrations between the air inlet at the bottom and outlet at the top, and also have negligible thermal inertia in the external element.

A model for calculations of the previous elements with a short-time-step was developed. This model takes into account the thermal inertia of the interior sheet and allows the user to specify a known air velocity. Also it is able to calculate that air velocity if the phenomenon of air movement is promoted by natural convection. The validation of the model was done by comparing results obtained by other authors, some of which relate to data obtained experimentally and other to data obtained by numerical simulation.

From the model of ISO 13790 and the results obtained from simulations with the shorttime-step model, a simplified model was developed for the climatic conditions of Spain, which is suitable for approximate calculations in monthly periods. With the development of this simplified model were achieved two objectives: first, to offer a tool for estimating the energy inputs of the special elements mentioned above, and second, to obtain characteristic parameters with physical sense for definitions of those special elements.

This simplified method includes the definition of some corrective factors to take into account the thermal inertia of a Trombe wall. The characterization of the thermal inertia is done by two parameters: a concentrated thermal capacity, similar to the capacitance in an electrical system, and a thermal resistance that indicates the insulation level of the thermal capacity.

The two previous models were used to make a parametric analysis of the special elements discussed in the thesis. This work allowed finding the influence of each parameter in the energy performance of these elements. We found that in some cases this influence is climate-dependant, namely, a specific variation in some parameters can improve the energy performance of the element in a specific climate, but in another one, can reduce it. The implication of the above observation is that there is no optimal design that is applicable to all climates, in fact, a good design for a locality may be wrong in another; hence the design of these elements must be different in each locality.

Moreover, a study of energy saving potential of Trombe walls in Spanish climates for heating station was done. The appropriate designs were used according to the locality climate. At this point the climate was characterized using the concept of "severidad climática¹ (climatic severity)" which can be applied to different localities than Spain, therefore, designs defined in this task, as well as potential found, may have validity in

¹ This concept is defined in the building Spanish regulations.

places located outside Spain, but having a climatic severity located within the range studied.

In the final part of the thesis, a model for a "principle of equivalence" is showed. The goal of this "principle of equivalence" is to define a modified conventional element (wall and/or window) that behave in a similar way than the proposed special element. The purpose of the equivalence is to make possible an easy integration of special elements in energy building calculation software, and that can be applicable for any special element. In this thesis the principle of equivalence is developed only for the special elements treated here.

1	INTRODUCCIÓN	9
1.1	El papel de la envolvente	10
1.2	Las soluciones innovadoras de doble envolvente	11
1.2.1	Hoja exterior semitransparente / hoja interior opaca.	12
1.2.2	Hoja exterior semitransparente / hoja interior semitransparente	12
1.2.3	Hoja exterior opaca / hoja interior opaca.	13
2	ESTADO DEL ARTE	15
3	MODELO PARA LA SIMULACIÓN DE ELEMENTOS DE	
	DOBLE ENVOLVENTE	21
3.1	El flujo de aire en la cámara	21
3.1.1	Principales números adimensionales relacionados con los	าา
3.1.2	Coeficientes de película en las paredes del muro, con el canal	
212	cerrado.	23
3.1.3	abierto	26
3.1.4	Coeficientes de película para convección forzada con el canal abierto	34
3.1.5	Transferencia de calor por radiación entre las superficies de la	
216	camara	38 10
3.1.7	Velocidad del aire en el canal del muro.	40
3.2	Flujo de calor en estado transitorio en el elemento interior	48
3.3	Balance general de calor sobre el elemento de doble envolvente	52
4	VALIDACIÓN DEL MODELO	57
4.1	Experimentos de Z. D. Chen et al.	57
4.2	Modelo numérico de Guohui Gan	59
4.3	Experimento del Laboratorio Nacional de los Álamos	61
4.3.1	Celda de ensayo	62
4.3.2	Datos	64
4.3.3 4.3.4	Resultados de la simulación Resultados del modelo con distintos valores de las variables desconocidas	67 69
5	MODELO SIMPLIFICADO Y CARACTERIZACIÓN PARA	
	LOS ELEMENTOS ESPECIALES	77
5.1	Definiciones	78
5.1.1	Datos requeridos	78
5.1.2	Variables a calcular	79

5.2	Caracterización en estado estable	81
5.3	Muro solar	82
531	Pérdidas:	82
532	Ganancias [.]	83
5.3.3	Calor bruto:	83
5.4	Muro Trombe	83
541	Pérdidas	83
542	Pérdidas nor ventilación	82
5.4.3	Ganancias	84
5.5	Muro parietodinámico	85
551	Pérdidas	85
5 5 2	Pérdidas por ventilación	85
5.5.3	Ganancias	86
5.6	Fachada ventilada	87
561	Pérdidas	87
5.6.2	Ganancias	88
5.7	Factores modificadores para el cálculo del muro Trombe	89
5.8	Caracterización de la inercia térmica	94
5.8.1	Calor almacenado y restituido	96
5.8.2	Modelo RC (Resistencia Capacidad)	97
5.8.3	Modelo RCR (Resistencia Capacidad Resistencia)	109
5.8.4	Comparación del modelo RC con el modelo RCR	123
5.8.5	Selección del tipo de modelo y supuesto para caracterizar la inercia térmica	128
5.8.6	Estimación de los parámetros característicos "C" y "R _{eil} " del	120
	modelo RCR	130
5.8.7	Selección de variables para la caracterización de la inercia térmica.	133
59	Modificadores para tener en cuenta el efecto de la inercia	
5.7	térmica del elemento interior en el modelo simplificado	139
6		147
0	ANALISIS DE SENSIBILIDAD	14/
6.1	Muro solar	149
6.1.1	Efecto sobre la transmitancia térmica (valor U)	149
6.1.2	Efecto sobre el área solar específica As	150
6.1.3	Influencia del clima	151
6.2	Muro Trombe	157
6.2.1	Efecto sobre la transmitancia térmica (valor U)	157
6.2.2	Efecto sobre el área solar específica As	160
6.2.3	Influencia del clima	163
6.3	Muro Parietodinámico	177
6.3.1	Efecto sobre la transmitancia térmica (valor U)	178
6.3.2	Influencia del clima	180

6.3.3	Consideraciones sobre las pérdidas por ventilación en un muro parietodinámico	183
6.4	Influencia de la inercia térmica del elemento interior	.188
6.4.1	Influencia de la inercia térmica en las ganancias por ventilación	.188
7	POTENCIAL DE AHORRO DE CALEFACCIÓN CON LOS	
	ELEMENTOS ESPECIALES.	.207
7.1	Elementos convencionales	.207
7.1.1	Muro convencional	.208
7.1.2	Ventana convencional	209
7.2	Comportamiento de las ganancias muro solar y muro Trombe	.212
7.3	Población de elementos simulados	.213
7.4	Potencial de los muros solares y muros Trombe	.215
7.5	Prediseño de los elementos especiales	.220
7.5.1	Elemento convencional de referencia	.220
7.5.2	Prediseño del muro solar	.221
7.5.3	Prediseño del muro Trombe	223
/.3.4	energético	.227
8	INTEGRACIÓN DE LOS MUROS VENTILADOS EN	
	PROGRAMAS DE CÁLCULO ENERGÉTICO DE EDIFICIOS	.231
8.1	Formulación del principio de equivalencia	.232
8.2		
	Planteamiento general de la transferencia de calor superficial de un cerramiento opaco	.234
8.3	Planteamiento general de la transferencia de calor superficial de un cerramiento opaco. Similitud entre el balance del flujo de calor en un elemento especial y un muro convencional.	234
8.3 8.4	 Planteamiento general de la transferencia de calor superficial de un cerramiento opaco. Similitud entre el balance del flujo de calor en un elemento especial y un muro convencional. Modelo equivalente para elementos de doble piel con elemento interior opaco y elemento exterior transparente u opaco de inercia térmica despreciable. 	234 235 236
8.3 8.4 8.4.1	 Planteamiento general de la transferencia de calor superficial de un cerramiento opaco. Similitud entre el balance del flujo de calor en un elemento especial y un muro convencional. Modelo equivalente para elementos de doble piel con elemento interior opaco y elemento exterior transparente u opaco de inercia térmica despreciable. Aproximación 1: Parámetros promedio constantes. 	234 235 236 237
8.38.48.4.18.4.2	 Planteamiento general de la transferencia de calor superficial de un cerramiento opaco. Similitud entre el balance del flujo de calor en un elemento especial y un muro convencional. Modelo equivalente para elementos de doble piel con elemento interior opaco y elemento exterior transparente u opaco de inercia térmica despreciable. Aproximación 1: Parámetros promedio constantes. Aproximación 2: Parámetros variables según régimen de funcionamiento. 	234 235 236 237 238
 8.3 8.4 8.4.1 8.4.2 8.4.3 	 Planteamiento general de la transferencia de calor superficial de un cerramiento opaco. Similitud entre el balance del flujo de calor en un elemento especial y un muro convencional. Modelo equivalente para elementos de doble piel con elemento interior opaco y elemento exterior transparente u opaco de inercia térmica despreciable. Aproximación 1: Parámetros promedio constantes. Aproximación 2: Parámetros variables según régimen de funcionamiento. Aproximación 3: Modelos que tienen en cuenta la inercia térmica mediante la consideración de instantes de tiempo anteriores al de cálculo. 	234 235 236 237 238 238
 8.3 8.4 8.4.1 8.4.2 8.4.3 8.5 	 Planteamiento general de la transferencia de calor superficial de un cerramiento opaco. Similitud entre el balance del flujo de calor en un elemento especial y un muro convencional. Modelo equivalente para elementos de doble piel con elemento interior opaco y elemento exterior transparente u opaco de inercia térmica despreciable. Aproximación 1: Parámetros promedio constantes. Aproximación 2: Parámetros variables según régimen de funcionamiento. Aproximación 3: Modelos que tienen en cuenta la inercia térmica mediante la consideración de instantes de tiempo anteriores al de cálculo. Resumen de las tres aproximaciones consideradas. 	234 235 236 237 238 238 240 263
 8.3 8.4 8.4.1 8.4.2 8.4.3 8.5 9 	 Planteamiento general de la transferencia de calor superficial de un cerramiento opaco. Similitud entre el balance del flujo de calor en un elemento especial y un muro convencional. Modelo equivalente para elementos de doble piel con elemento interior opaco y elemento exterior transparente u opaco de inercia térmica despreciable. Aproximación 1: Parámetros promedio constantes. Aproximación 2: Parámetros variables según régimen de funcionamiento. Aproximación 3: Modelos que tienen en cuenta la inercia térmica mediante la consideración de instantes de tiempo anteriores al de cálculo. Resumen de las tres aproximaciones consideradas 	234 235 236 237 238 238 240 263 268
 8.3 8.4 8.4.1 8.4.2 8.4.3 8.5 9 9.1 	 Planteamiento general de la transferencia de calor superficial de un cerramiento opaco. Similitud entre el balance del flujo de calor en un elemento especial y un muro convencional. Modelo equivalente para elementos de doble piel con elemento interior opaco y elemento exterior transparente u opaco de inercia térmica despreciable. Aproximación 1: Parámetros promedio constantes. Aproximación 2: Parámetros variables según régimen de funcionamiento. Aproximación 3: Modelos que tienen en cuenta la inercia térmica mediante la consideración de instantes de tiempo anteriores al de cálculo. Resumen de las tres aproximaciones consideradas Modelo para simulación y validación 	234 235 236 237 238 238 240 263 268 268
 8.3 8.4 8.4.1 8.4.2 8.4.3 8.5 9 9.1 9.2 	 Planteamiento general de la transferencia de calor superficial de un cerramiento opaco. Similitud entre el balance del flujo de calor en un elemento especial y un muro convencional. Modelo equivalente para elementos de doble piel con elemento interior opaco y elemento exterior transparente u opaco de inercia térmica despreciable. Aproximación 1: Parámetros promedio constantes. Aproximación 2: Parámetros variables según régimen de funcionamiento. Aproximación 3: Modelos que tienen en cuenta la inercia térmica mediante la consideración de instantes de tiempo anteriores al de cálculo. Resumen de las tres aproximaciones consideradas CONCLUSIONES Modelo para simulación y validación Caracterización y modelo simplificado. 	234 235 236 237 238 240 263 268 268 268

9.3	Análisis de sensibilidad	269
9.4	Potencial del muro solar y el muro Trombe	272
9.5	Principio de equivalencia	273
9.6	Líneas futuras de investigación	275
ANEXO 1	MODELO COMBINADO PARA DETERMINAR LA	
	TEMPERATURA DEL AIRE EN EL CANAL	278
ANEXO 2	DATOS DEL EXPERIMENTO DE LOS ÁLAMOS PARA LA VALIDACIÓN DEL MODELO	282
ANEXO 3	DESARROLLOS MATEMÁTICOS DEL MODELO SIMPLIFICADO	286
ANEXO 4	DESARROLLOS MATEMÁTICOS PARA LOS MODELOS DE CAPACIDAD, RC Y RCR	314
ANEXO 5	DETERMINACIÓN DE LAS CONSTANTES "d _i ", PARA INTEGRACIÓN EN PROGRAMAS DE SIMULACIÓN DE	224

NOMENCLATURA

Símbolos Latinos

Símbolo	Descripción	Unidades
A	Área del elemento	[m ²]
As	Área solar	[m]
В	Amortiguamiento con relación a la señal de excitación	[]
Bi	Número de Biot	[]
С	Capacidad térmica	[J/m ² K]
С	Calor específico de materiales sólidos	[J/kg·K]
Ср	Calor específico a presión constante	[J/kg·K]
d	Constante utilizada en diferentes ecuaciones y que es obtenida por métodos numéricos	[según ecuación]
D	Constante utilizada en diferentes ecuaciones y que es obtenida por métodos numéricos	[según ecuación]
D_h	Diámetro hidráulico	[m]
dm	Diferencial de masa	[kg]
dt	Diferencial de tiempo	[S]
dx	Diferencial de longitud	[m]
е	Espesos de la cámara de aire	[m]
Е	Excitación sobre la superficie	$[W/m^2]$
f	Factor de fricción en el canal	[]
F_F	Factor de reducción de las ganancias solares por efecto del marco de la ventana	[]
F_{ij}	Factor de forma entre la superficie i y j	[]
Fo	Número de Fourier	[]
Fs	Factor de reducción de las ganancias solares por efecto de las sombras	[]
g	Aceleración gravitatoria	[m/s ²]
g	Factor de ganancias solares	[]
GD	Grados día con base 20°C	[°C]
Gr	Número de Grashof	[]
Gz	Número de Graetz	[]
Н	Altura del elemento	[m]
h	Coeficiente de tranferencia de calor convectivo o radiante	$[W/m^2 \cdot K]$
hc	Coeficiente convectivo de transferencia de calor en la cámara de aire	$[W/m^2 \cdot K]$
hr	Coeficiente radiante de transferencia de calor en la cámara de aire	$[W/m^2 \cdot K]$
Ι	Radiación solar	$[W/m^2]$
k	Conductividad térmica	[W/m·K]
k	Coeficiente específico de pérdida en la entrada o salida del aire de la cámara	[]
K	Coeficiente de pérdida en la entrada o la salida del aire en la cámara	[]

L	Ancho del elemento	[m]
т	Masa	[kg]
М	Peso molecular	[]
N_T	Número adimensional de temperatura	[]
Nu	Número de Nusselt	[]
р	Presión parcial	[Pa]
Р	Presión	[Pa]
Р	Factor de peso para modelo combinado, entre temperatura constante y flujo de calor constante	[]
Pr	Número de Prandtl	[]
q	Flujo de calor específico	[W/m ² o W/kg]
Q	Flujo de calor	[W]
R	Resistencia térmica	$[m^2K/W]$
Ra	Número de Rayleigh	[]
Re	Número de Reynolds	[]
R_T	Suma de la resistencia del elemento interior y de la resistencia convectivo-radiante interior	[m ² K/W]
Ru	Constante universal de los gases =8314	[J/(kg·mol)·K]
Rvent	Resistencia asociada con el calor tomado por aire en circulación por la cámara	[m ² K/W]
R_{VR}	Resistencia entre el nodo Tn y Ta en el esquema estrella equivalente	[m ² K/W]
S	Desviación estándar	[según ecuación]
t	Tiempo	[s]
Т	Temparatura	[°C o K]
\overline{T}	Temperatura media	[°C o K]
U	Transmitancia térmica	$[W/m^2K]$
Uo	Transmitancia térmica	$[W/m^2K]$
v	Velocidad del aire	[m/s]
, V	Flujo volumétrico del aire	[m³/s]
W	Frecuencia	[1/s]
W	Humedad absoluta	[]
x	Distancia	[m]
Z	Desviación media	[según ecuación]

Símbolo	Descripción	Unidades
α	Difusividad térmica del aire	$[m^2/s]$
α	Absortividad solar	[]
β	Coeficiente volumétrico de expansión térmica	[1/K]
Δ	Diferencia o delta de	[]
δ	Factor de modificación de las pérdidas en un muro Trombe a consecuencia de la operación intermitente del elemento	[]
3	Emisividad térmica	[]
φ	Humedad relativa	[]
γ	Relación ganancias/pérdidas	[]
Г	Efusividad térmica	$[J/m^2 \cdot K \cdot s^{\frac{1}{2}}]$
η	Efectividad del calor tomado por el aire	[]
φ	Desfase	[s]
к	Efectividad de calentamiento hasta la temperatura media del aire en la cámara	[]
λ	Constante de longitud	[m]
μ	Viscosidad dinámica	[kg/m·s]
ν	Viscosidad cinemática	[m ² /s]
ρ	Densidad	[Kg/m ³]
σ	Constante de Stephan Boltzman = 5.68×10^{-8}	$[W/m^2 \cdot K^4]$
τ	Constante de tiempo	[s]
τ	Transmitancia solar de elemento semitransparentes	[]
υ	Fracción del calor generado por radiación solar que es absorbido por el muro	[]
ω	Factor de modificación de las ganancias en un muro Trombe a consecuencia de la operación intermitente del elemento	[]
ζ	Factor modificador por efecto de la inercia térmica	[]

Símbolos Griegos

Subindices

Símbolo	Descripción
0	Inicial, o total
а	Aire
Absor>Exte	Desde la superficie absorbedora hasta el exterior
Alm	Almacenado
Atm	Atmosférico
С	Convectivo
СА	Cámara de aire
canal	Cámara de aire
се	Convectivo exterior
ci	Convectivo interior
cond	Conducción
Cr	Convectivo-radiante
е	Exterior
e_estable	Estado estable
e1,2	Cara interior del elemento interior
ee	Hoja exterior
ee, 1	Cara exterior del elemento exterior
ee,2	Cara interior del elemento exterior
ei	Elemento interior
ei, l	Cara exterior o soleada del elemento interior
gan	Ganancias
GC	Ganancias por conducción
GV	Ganancias por ventilación
i	Interior, o elemento "i"
in	Entrada
j	Elemento "j"
max	Máximo
out	Salida
PC	Pérdidas por conducción
perd	Pérdidas
PV	Pérdidas por ventilación
r	Radiante
re	Radiante exterior
ri	Radiante interior
res	Restituido
S	Superficial, o solar
sky	Cielo
vent	Ventilación
W	Humedad
WS	Saturado

1 INTRODUCCIÓN

La declaración del protocolo de Kyoto en 1997 y su entrada en vigor en 2005 con la ratificación por parte de 156 naciones¹ es el primer paso en un esfuerzo internacional para reducir las emisiones de gases de efecto invernadero. De acuerdo con este protocolo, las emisiones de los seis principales gases de efecto invernadero (CO2, CH4, N2O, HFCs, PFCs y SF6) en los países desarrollados y en los que tienen economías en transición, debe reducirse en un 5% durante el periodo 2008-2012 con respecto a los niveles de 1990. La Unión Europea se ha adherido al acuerdo comprometiéndose con una reducción del 8% para ese mismo periodo².

La principal fuente de emisiones de CO2 con origen en actividades humanas proviene del uso de combustibles fósiles para la generación de energía eléctrica, térmica o cinética (transporte). Por sectores, los principales emisores son: el transporte, la industria, y los edificios³. En particular "el sector de los edificios contribuyó con un 31% de las emisiones mundiales de CO2 relacionadas con la energía en 1995, y estas emisiones han aumentado a un ritmo de 1,8% anual desde 1971"⁴.

En la Unión Europea los edificios son responsables del 41% del consumo de energía, y dentro de este porcentaje, aproximadamente la mitad es usada para la climatización (calefacción y refrigeración)⁵. En el caso de la refrigeración, los edificios contribuyeron a un aumento del consumo de electricidad que pasó de 14000GWh/año en 1990 a 110000GWh/año en 1996 con un valor previsto de 280000GWh/año en 2010. Esto supone que si no se adoptan medidas drásticas de reducción de consumo, las emisiones de CO2 crecerán de 0.6 MtC/año(millones de toneladas por año) en 1990 a 12 MtC/año en 2010 debido exclusivamente a la electricidad utilizada para refrigeración mecánica⁶. En España y especialmente en Andalucía, la situación y las previsiones no sólo no difieren de las mencionadas sino que tienen un carácter más acusado⁷.

La tecnología de los edificios ha mantenido una trayectoria evolutiva con mejoras graduales en la eficiencia energética durante los últimos años, debido a las mejoras en las ventanas, el alumbrado, los aparatos electrodomésticos, el aislamiento, y el rendimiento de los sistemas de calefacción y refrigeración de los ambientes. También ha habido progresos continuos en los sistemas de control de los edificios, el diseño solar pasivo y activo integrado en los edificios y la aplicación de sistemas fotovoltaicos⁴.

El potencial técnico general de reducción de las emisiones de CO2 relacionadas con la energía en el sector de los edificios, utilizando las tecnologías existentes en combinación con adelantos técnicos futuros se ha estimado en 715 MtC/año en 2010 950 MtC/año en 2020 y 2.025 MtC/año en 2050^4 . Las estimaciones para los países desarrollados indican que las emisiones de CO2 de todos los edificios residenciales pueden reducirse para el año 2010 en 325MtC, a un costo de entre -250 dólares EE.UU. y -150 dólares EE.UU./tC, y de los edificios comerciales en 185MtC, a un costo de entre -400 dólares EE.UU. y -250 dólares EE.UU./tC⁴.

Para reducir el consumo de energía y las emisiones de CO2 en la Unión Europea de acuerdo con los compromisos adquiridos en el Protocolo de Kioto, el Parlamento Europeo ha incorporado, entre otros, un instrumento preciso que es la Directiva $2002/91/CE^8$ relativa a la eficiencia energética de los edificios.

En el espíritu de la directiva subyace la necesidad de acometer tres grupos de medidas con carácter simultáneo:

- El endurecimiento progresivo de la reglamentación sobre calidad térmica de los edificios de nueva planta.
- La promoción de edificios de nueva planta cuyo consumo de energía sea netamente inferior al que se deriva de la aplicación estricta de la reglamentación. Estos edificios tendrán un reconocimiento oficial como edificios de alta eficiencia energética o edificios de clase A.
- En el sector de los edificios existentes, la directiva establece la necesidad de su certificación energética y la identificación, para cada edificio, de una relación de medidas de mejora que dentro de un contexto de viabilidad técnica y económica, supongan una mejora significativa de la eficiencia de dicho edificio.

La demostración de que un edificio pertenece a una clase determinada se realiza en España mediante un Procedimiento de Referencia que lo realiza un software denominado CALENER.

Se estima que para alcanzar la clasificación "A", los edificios tendrán que utilizar elementos especiales como pueden ser los muros ventilados, bien sea en una configuración de verano o una de invierno según sea más conveniente para cada edificio particular. Estos elementos son una técnica que ha estado presente con diferentes variantes por décadas en la construcción de edificios y ha mostrado ser efectiva en la reducción de los requerimientos energéticos. Sin embargo, aún existe incertidumbre en la cuantificación de esos beneficios, y esto, a pesar de la existencia de numerosos modelos para tal propósito. La principal carencia está en el nivel de detalle dado por los modelos, pues algunos que emplean técnicas de CFD y elementos finitos, resultan adecuados para estudiar comportamientos muy detallados y particulares, dificultando la obtención de conclusiones globales y pocas veces se puede extraer información con significado físico para interpretar los motivos generales de su comportamiento. Por otro lado, los métodos simplificados no pueden ofrecer la precisión requerida a fin de determinar adecuadamente el nivel de beneficio que la solución ofrece, y en algunos casos, parámetros importantes, como la inercia térmica por ejemplo, no suelen ser considerados en tales modelos, con lo cual su efecto no puede ser evaluado.

En este trabajo se presentará un modelo de complejidad media con el que se pretende simular los sistemas de fachada con cámara de aire ventilada o no, y que ofrezca información de todos los parámetros relevantes y con significado físico acerca del comportamiento del elemento, y que adicionalmente tenga un nivel de precisión suficiente, como para estimar el comportamiento global de elemento.

1.1 El papel de la envolvente

La reducción del consumo de energía y de las emisiones de CO2 requiere el examen de todos los aspectos relacionados del edificio y del entorno circundante, incluyendo los materiales, componentes y estrategias utilizadas, los equipos y sistemas de acondicionamiento empleados, los sistemas de control y el comportamiento de los ocupantes.

La envolvente del edificio junto con el clima y las condiciones operacionales o de actividad interna en el edificio son las que definen el consumo energético del edificio. La envolvente regula los flujos de transferencia de calor y masa entre el interior y el

exterior del edificio y se constituye por tanto en el aspecto primario y dominante de la demanda energética del edificio tanto en refrigeración como en calefacción.

En la última década se ha producido una tendencia creciente de utilizar soluciones constructivas basadas en la utilización racional de las fuentes y sumideros de calor medioambientales en el diseño del edificio. Es lo que se conoce como diseño solar pasivo y refrigeración pasiva o más comúnmente como técnicas bioclimáticas.

El uso de estas técnicas está explícitamente citado en la directiva⁹ europea relativa la eficiencia energética de los edificios, tanto en el apartado 18 "debe propiciarse el desarrollo de técnicas de enfriamiento pasivo" como en el anexo " la metodología de cálculo de la eficiencia energética de los edificios deberá integrar sistemas solares pasivos, protección solar...."

El grado de penetración de edificios que responden en mayor o menor medida a estos conceptos no representa en cualquier caso más del 5% de la construcción de nueva planta y está casi siempre restringido a las viviendas unifamiliares¹⁰.

A pesar de que las técnicas mencionadas han tenido en los últimos tiempos un desarrollo científico y técnico que permite garantizar su viabilidad, la realidad citada anteriormente muestra que su grado de implementación es extremadamente bajo¹¹ debido principalmente a la falta de información y herramientas que permitan determinar las condiciones de aplicabilidad de cada una de ellas en función del clima y del tipo de edificio^{12,13}.

Las condiciones específicas de transposición de la Directiva 2002/91/CE a la situación española van a provocar que la incorporación de sistemas innovadores de fachada y cubierta deje de ser una circunstancia extraordinaria y se convierta en una opción necesaria para buena parte de edificios. Esta necesidad será especialmente cierta en edificios del sector terciario con amplias superficies acristaladas.

1.2 Las soluciones innovadoras de doble envolvente

Existe un amplio número de medidas que aplicadas tanto a edificios residenciales como del sector terciario pueden llevar a situaciones en las que además de los importantes ahorros energéticos, se obtienen ahorros económicos. Dichas medidas van desde el simple aumento de los niveles de aislamiento, hasta la implementación de sistemas más sofisticados como puede ser la utilización de doble envolvente.

Una doble envolvente (doble fachada, double-skin facade) es aquella compuesta por dos elementos, hojas o "pieles" separados por un espacio intermedio que normalmente se encuentra ventilado.

La hoja exterior (o fachada exterior) suele ser totalmente vidriada, aunque el empleo de otros de elementos, como por ejemplo los paneles fotovoltaicos, va siendo cada vez más usual. Las funciones de este elemento exterior son múltiples y dependen de sus propiedades particulares, pero en general sirve para proteger al edificio de los agentes climáticos (viento, lluvia, ruido, radiación solar) y actúa también como aislante entre el aire de la cámara y el exterior. Dependiendo de sus características particulares puede servir como elemento absorbedor de radiación solar (elemento opaco) o como elemento que no deja escapar la radiación atrapada por un absorbedor interno (elemento transparente).

La cámara formada por el espacio entre fachadas suele disponer de entradas y salidas de aire que permiten la circulación del mismo. Las fuerzas impulsoras de dicha circulación pueden ser:

- La diferencia de densidades entre el aire en la cámara y el aire con el que se comunica (circulación natural).
- Impulsión mecánica mediante ventiladores (circulación forzada)
- La combinación de los dos anteriores (circulación mixta).

El aire entra por la parte inferior del elemento y la sale por la superior

La hoja interior (o fachada interior) suele tener las características de una fachada normal aunque suele ser poco aislada o carecer de aislamiento para favorecer las ganancias solares. Puede ser opaca, parcial o totalmente acristalada.

Las soluciones de doble envolvente son climáticamente adaptativas en el sentido de que sus prestaciones y modo de funcionamiento cambian dependiendo del clima exterior y de las necesidades de calefacción o refrigeración del edificio. Son una adaptación conceptual del Shinden japonés "principios de naturaleza" y usan todos los fundamentos de los sistemas pasivos para proporcionar al edificio de manera inteligente calefacción, refrigeración, ventilación e iluminación.

Existen en principio tres posibilidades:

1.2.1 Hoja exterior semitransparente / hoja interior opaca.

Se utiliza cuando el régimen dominante del edificio es el de calefacción. El aire entre las dos hojas puede estar estático (entendiéndose por "estático" un flujo neto de masa igual a cero) o en movimiento. A este grupo pertenecen:

Muro parietodinámico: Cerramiento que aprovecha la energía solar para el precalentamiento del aire exterior de ventilación. Generalmente está formado por una hoja interior de fábrica, una cámara de aire y una hoja exterior acristalada o metálica que absorbe la radiación solar. La circulación del aire exterior/interior puede ser natural (termosifón) o forzada. El muro interior puede estar aislado.

Muro Trombe: Cerramiento que aprovecha la energía solar para el calentamiento por recirculación del aire interior del edificio. Generalmente está formado por una hoja interior de fábrica, una cámara de aire y un acristalamiento exterior. La circulación del aire interior/interior puede ser natural (termosifón) o forzada.

Muro Solar: Igual que el Trombe o el parietodinámico pero sin recirculación de aire.

1.2.2 Hoja exterior semitransparente / hoja interior semitransparente.

Se utiliza cuando se quiere que las fachadas adopten un aspecto acristalado. El edificio puede tener regímenes de calefacción y refrigeración significativos aunque el dominante es el de refrigeración (edificios de oficinas). La hoja exterior está formada normalmente por vidrio claro mientras que la interior es un vidrio absorbente o doble. En la cámara de aire se suele incorporar un elemento de control solar (normalmente un dispositivo de lamas) de geometría variable para adaptarse a las necesidades de calefacción, refrigeración e iluminación natural.

Usualmente tiene dos modos de funcionamiento diferenciados: El primero para régimen de invierno, actúa como un muro parietodinámico siendo la circulación de aire exterior / interior. El segundo para régimen de verano, establece una circulación de aire exterior/exterior. En ambos casos la circulación suele ser natural.

1.2.3 Hoja exterior opaca / hoja interior opaca.

Fachada provista de una cámara con posibilidad de que circule el aire. Habitualmente se realiza con un revestimiento sujeto a una perfilería metálica que a su vez se ancla al cerramiento o estructura interior. Entre ambos existe una cámara de aire ocasionalmente rellena parcialmente de aislamiento térmico. La ventilación se provoca mediante aperturas superiores e inferiores o a través del diseño de las juntas de la envolvente. Dentro de este grupo hay muchas variantes de operación y numerosas alternativas de construcción entre las que destacamos la utilización de paneles fotovoltaicos en la cara exterior.

Referencias

¹ GEO Anuario 2006/ Annual GEO 2006, UNEP/Earthprint, 1 Jun 2006

² Protocolo de Kyoto Situación actual y perspectivas, wwf, http://www.wwf.es/descarga/Protocolo%20Kioto.pdf

³ IPCC (Intergovernmental Panel on Climate Change, "Grupo Intergubernamental de expertos sobre el cambio climático"). LA CAPTACIÓN Y EL ALMACENAMIENTO DE DIÓXIDO DE CARBONO. 2005 < http://arch.rivm.nl/env/int/ipcc/pages_media/SRCCS-final/IPCC%20Sp.pdf >

⁴ IPCC (Intergovernmental Panel on Climate Change, "Grupo Intergubernamental de expertos sobre el cambio climático").Tercer Informe de Evaluación Cambio climático 2001, Mitigación < http://www.ipcc.ch/pub/un/syrspanish/wg3sum.pdf >

⁵ European Commissión DGXVII Buildings Overview . "Market Overview and Trends" 2004. Diario Oficial de las Comunidades Europeas . Directiva 2202/91/CE del parlamento europeo y del consejo de 16 de diciembre de 2002 relativa a la eficiencia energética de los edificios.

⁶ Eicker U.; "Solar Technology for Buildings". Chilchester Wiley . (2003)

⁷ Ministerio de Economia; "Estrategia de Ahorro y Eficiencia Energética en España 2002-2012 Sector Edificación" 2003.

⁸ European Commissión DGXVII Buildings Overview . "Market Overview and Trends" 2004. Diario Oficial de las Comunidades Europeas . Directiva 2202/91/CE del parlamento europeo y del consejo de 16 de diciembre de 2002 relativa a la eficiencia energética de los edificios.

⁹ Diario Oficial de las Comunidades Europeas; "Directiva 2002/91/Ce del Parlamento Europeo y del Consejo de 16 de Diciembre de 2002 Relativa a la Eficiencia Energética de los Edificios".2002.

¹⁰ Santamouris M. (editor) "Scientific and Technological Referents. Energy Technology Indicators. Area: Buildings". Distribuido a través de la red ENERBUILD.2004.

¹¹ Santamouris M., Assimakopoulus D.; "Passive Cooling of Buildings". James and James Science Publishers. 1996.

¹² Álvarez S., Maestre I.R., Velásquez R. " Design Methodology and Cooling Potencial of the Environmental Heat Sinks". Int. J. of Solar Energy. Vol 19 pp 179-197 1997.

¹³ Álvarez S., Molina J.L.; "Cooling by Natural Sinks" en Solar Thermal Technologies for Buildings. The State of the Art. Santamourois M. (editor). James and James Science Publisher (2003)

2 ESTADO DEL ARTE

La primera patente de un elemento de doble envolvente para un edificio fue hecha en 1881 por el estadounidense Edward. L. Morse (US Patent 246626). La configuración propuesta por él es muy similar a lo que se llamaría hoy día "Muro Trombe". Al parecer esta invención nació como consecuencia de una avería en el sistema de calefacción de la casa del inventor. Basándose en observaciones que él había realizado, en las que el aire entre una cortina oscura y una ventana se calentaba en forma apreciable cuando incidía la radiación solar, diseñó un dispositivo en el que poniendo un vidrio frente a un elemento absorbedor, y practicando unos agujeros en la parte inferior y superior de este absorbedor para permitir que circulara el aire, logró incrementar algunos grados la temperatura de la vivienda en el invierno.

En la década de 1960, un sistema de aprovechamiento de la radiación solar integrado en la fachada de los edificios es propuesto por los franceses Felix Trombe y Jacques Michel. El sistema, consistente en una hoja vidriada exterior y una opaca y absorbente interior, es conocido desde entonces como muro Trombe-Michel, aunque el uso ha hecho más popular el nombre de « Muro Trombe ».

Cuando se habla de muro Trombe, normalmente se refiere a un elemento compuesto por una hoja exterior transparente, una cámara con circulación de aire cuyas tomas y descargas comunican al espacio interior del edificio, y un elemento masivo (muro) que limita con el interior y la cámara de aire, ver Figura 1. Pero no es extraño encontrar en la literatura que cualquier muro con cámara de aire, (con circulación o sin ella), y que de alguna manera aproveche la radiación solar para calentar o precalentar el aire, sea llamado muro Trombe. Sin embargo, en este trabajo a cada una de las configuraciones se les llamará con nombres específicos para cada una de ellas.



Figura 1 Muro Trombe

El desarrollo del muro Trombe empieza en la década de los sesenta, impulsado principalmente por el creciente interés que se despertó en torno a la utilización de la energía solar, y el impulso dado a la misma como consecuencia de la crisis del petróleo. Los principales hitos en la investigación de este tipo de elementos son los siguientes:

- 1967: Primera casa con un muro Trombe¹
- Primera mitad de la década de los setenta: experimentos en casas solares de prueba en Odeillo, Francia.²
- Segunda mitad de los años setenta: construcción de la casa "Solar Village 1", en Santa Fe (Nuevo México, EEUU) ocupada por la familia Balcomb, es instrumentada y sus mediciones son utilizadas como ejemplo de las posibilidades y alcance de una vivienda solar pasiva.³.
- Finales de la década de los setenta e inicio de la del ochenta:
 - Celdas de prueba en el laboratorio de los Álamos (Nuevo México), para investigar experimentalmente el potencial de los muros Trombe en distintas configuraciones⁴.
 - Aparecen otras celdas de prueba y casas con muros Trombe a nivel experimental en diversas partes, como Turquía⁵.
 - Se inician los desarrollos de los modelos de simulación y control.^{6,7,8}.
- Década de los ochenta: investigaciones relacionadas con la circulación del aire por el canal^{9,10}, como el desarrollo de modelos numéricos¹¹ y analíticos de distintos niveles de complejidad^{12,13} para la simulación de los muros Trombe que se comparan con modelos experimentales, así como la primera aparición en normativas edificatorias^{14,15,16,17,18}., Se inicia el primer análisis teórico del "factor de utilización" de las ganancias solares¹⁹, y de acoplamiento entre el muro y la vivienda para diferentes propósitos, como la reducción de la potencia pico del equipo auxiliar²⁰. Se ensayan configuraciones diversas, como el almacenaje del calor tomado por el aire en lechos de roca o forjados^{21,22}, aislamientos interiores para el muro (muro compuesto, composite wall)^{23,24}, elementos absorbedores móviles con geometrías diversas^{25,26}, primeros análisis con muros con cambio de fase²⁷. Se construyen algunos edificios del sector terciario que son algunos de los ejemplos pioneros en la utilización de estas técnicas, como son el "Occidental Chemical Center" en Niagara Falls y el Enerpex North en Princenton²⁸ (EEUU).
- Década de los noventa: análisis mediante simulaciones de modelos numéricos de estos sistemas integrados en viviendas y sus sistemas de control, además de la utilización de elementos semitransparentes diferentes a los vidrios, como pueden ser aislamientos transparentes, o celdas fotovoltaicas^{29,30}, y distintas configuraciones para el muro³¹, como un muro poroso y con ventilación controlada³² o muros compuestos³³. Casos de estudio teóricos con modelos simplificados enfocados al diseño^{34,35}. Algunos ejemplos construidos en esta década son los edificios corporativos de Gotz en Wurzburg y el del Commerzbank (Frankfurt)³⁶, ambos en Alemania.
- Primera década del siglo XXI: estudio del comportamiento del muro Trombe en invierno y verano^{37,38} y en climas moderados, con configuraciones en la que la hoja interior puede ser transparente (double skyn facade)^{39,40}, para lo que se desarrollan nuevos modelos numéricos y analíticos⁴¹. Se continúa investigando el problema del control del muro Trombe y sus equipos auxiliares^{42,38}. Investigaciones en sistemas con la hoja exterior opaca (fachadas ventiladas), con el correspondiente desarrollo de modelos numéricos y analíticos⁴³, incluyendo la

utilización de celdas fotovoltaicas^{44,45,46}, en lugares donde el verano tiene un peso específico alto en el consumo de energía para climatización. Análisis comparativos entre sistemas⁴⁷, y el uso de estos elementos en la rehabilitación de edificios⁴⁸. El número de edificios construidos en esta década que emplean sistemas de doble piel es bastante elevado, pero estas técnicas aún no hacen parte de las prácticas de construcción habituales.

De la breve revisión histórica mostrada, se aprecia que existe un buen número de estudios teóricos y experimentales sobre este tipo de elementos que han cubierto un amplio rango de aspectos relacionados con su operación, pero uno de los más desatacados es el relativo al movimiento de aire natural y forzado en la cámara de aire^{49,50,51}. Sin embargo la publicación de artículos en revistas internacionales especializadas no ha sido homogénea a lo largo de las últimas décadas, de hecho se encuentra una concordancia interesante entre el número de publicaciones y el precio del petróleo (ver Figura 2). Al parecer esto es debido a la necesidad de encontrar técnicas para la reducción del consumo de energía en los edificios; y por ello los sistemas de doble envolvente, que son unos de los más prometedores, despiertan interés cada vez que la preocupación relacionada con el consumo de energía aumenta, tal como se evidencia en el incremento actual en el número de publicaciones.



Figura 2 Evolución en el número de publicaciones en revistas internacionales relacionas con sistemas de doble envolvente para los edificios. Datos tomados de las bases de datos "Science Direct" y "Engineering Villaje". Evolución de los precios del petróleo en las últimas décadas^{52,53}.

El auge en número de publicaciones en la primera mitad de la década de los ochenta coincide con un periodo en el que el precio del petróleo se encontraba en niveles

elevados (ver Figura 2), así como el declive en estas publicaciones coincide con precios bajos del petróleo. La tendencia actual de crecimiento en el número de publicaciones seguramente está impulsada por dos fuentes: el protocolo de Kyoto y el alto precio del petróleo. Aunque existe concordancia entre la evolución del precio del petróleo y el incremento en el número de publicaciones, es probable que este incremento en publicaciones se hubiera dado aún si el del precio del petróleo se hubiera mantenido constante debido a que los compromisos adquiridos con el protocolo de Kioto habrían impulsado un buen número de investigaciones relacionas con estos temas.

Los resultados de los estudios y experiencias realizadas son contradictorios⁵⁴, lo que genera controversia sobre los beneficios potenciales y los riesgos de estas soluciones⁵⁵. Existen proyectos internacionales activos o recientemente terminados dedicados al tema tales como el TASK 27 (Performance of Solar Facade Components) de la Agencia Internacional de la Energía o el proyecto europeo GREENBUILDING.

Las líneas de investigación abiertas son especialmente:

- Refinamiento de los modelos de cámaras ventiladas.
- Integración en programas de simulación.
- Estrategias de ventilación natural, forzada e híbrida.
- Regulación y gestión de los elementos integrados de control solar.

Artículos referidos a las líneas citadas se presentaron, entre otros muchos foros, en la conferencia IBPSA-SimBuild 2006 Building Sustainability and Performance Through Simulation (M.I.T. Agosto 2006).

Desde el punto de vista de su aplicación comercial, las soluciones de doble envolvente son citadas explícitamente como elementos de futuro a corto plazo en la Hoja de Ruta del Plan Industrial a 20 años para las envueltas de edificios⁵⁶ del departamento de energía de los Estados Unidos, en el que se citan como actividades de desarrollo para su implementación práctica:

- La solución de barreras tecnológicas ligadas fundamentalmente a incompatibilidades estructurales, acústicas, de iluminación natural y de presencia de condensaciones.
- Procedimientos de diseño y dimensionado fiables.
- Desarrollo de sistemas integrados modulares adaptados a las necesidades energéticas concretas de los edificios.

En esta tesis se abordarán los temas relacionados con el refinamiento de los modelos de cálculo, la determinación de la influencia de las variables más importantes en el desempeño energético, el potencial energético para la estación de calefacción, el establecimiento de procedimientos de diseño y la integración en programas de simulación. Todas estas tareas se encuentran en sintonía con el desarrollo actual de esta clase de elementos y las necesidades para que sean incorporados entre los elementos habituales de la envuelta edificatoria.

Referencias

⁸ FRANCISCO ARUMI and MO HOURMANESH, Energy Performance of Solar Walls: A Computer Analysis. Energy and Buildings, 1 (1977) 167 – 174 ⁹ A. Akbarzadeht W. W. S. Charters And D. A. Lesslie, Thermocirculation Characteristics Of A Trombe

Wall Passive Test Cell, Solar Energy Vol. 28, No. 6, pp. 461-468, 1982.

¹¹ Z.-G. Du And E. Bilgen, Natural Convection In Composite Wall Collectors With Porous Absorber, Solar Energy VoL 45, No. 6, pp. 325-332, 1990

¹² R. J. Duffin And Greg Knowles, A Simple Design Method For The Trombe Wall, Solar Energy Vol. 34. No. I. pp. 69-72, 1985.

¹³ Z. Zrikem And E. Bilgen, Annual Correlations For Thermal Design Of The Composite Wall Solar Collectors In Cold Climates, Solar Energy, Vol. 42. No. 6. pp 427-432. 1989

¹⁴ Francisco Arumí-Noé and David O. Northrup, A field validation of the thermal performance of a passively heated building as simulated by the DEROB system*1, Energy and Buildings Volume 2, Issue 1, January 1979, Pages 65-75.

¹⁵ E. Tasdemiroglu, F. Ramos Berjano And D. Tinaut, The Performance Results Of Trombe-Wall Passive Systems Under Aegean Sea Climatic Conditions. Solar Energy. Vol. 30, No. 2, pp. 181-189, 1983.

A. V. SEBALD and D. Muñoz, On Eliminating Peak Load Auxiliary Energy Consumption In Passive Solar Residences During Winter. Solar Energy Vol. 39, No. 4, pp. 307-319, 1987.

F. V. Robbins And C. K. Spillman, Computer Modeling Of A Ventilated Trombe Walluwith Actual Performance Results, Solar Energy Vol. 25, pp. 207 213, 1980.

¹⁸ J. K. Nayakt, N. K. Bansal~ And M. S. Sodha, Analysis Of Passive Heating Concepts, Solar Energy, Vol, 30, No. I, pp, 51~59, 1983.

¹⁹ W. A. Monsen, S. A. Klein And W. A. Beckman, The Un-Utilizability Design Method For Collector-Storage Walls, Solar Energy, Vol. 29, No. 5, pp. 421-427 1982.

²⁰ A. V. Sebald And D. Muñoz, On Eliminating Peak Load Auxiliary Energy Consumption In Passive Solar Residences During Winter, Solar Energy Vol. 39, No. 4, pp. 307-319, 1987.

²¹ A. V. SEBALD and G. VERED, Design And Control Tradeoffs For Rockbins In Passively Solar Heated Houses With Trombe Walls, Direct Gain And High Solar Fractions. Solar Energy Vol. 39. No. 4. pp. 267-289, 1987. ²² E. Bilgen And M. Chaaban, Solar Heating--Ventilating System Using A Solar Chimney, Solar Energy

Vol. 28, No. 3, Pp. 227-233, 1982.

²³ Z. Zrikem And E. Bilgen, Theoretical Study Of A Composite Trombemichel Wall Solar Collector System, Solar Energy Vol. 39. No. 5, pp. 409-419, 1987 ²⁴ Z. Zrikem And E. Bilgen, Annual Correlations For Thermal Design Of The Composite Wall Solar

Collectors In Cold Climates, Solar Energy, Vol. 42. No. 6. pp 427-432. 1989

²⁵ DAVID FAIMAN, A Kinetic Wall for Winter Space Heating, Energy and Buildings, 4 (1982) 191 -194

²⁶ EDNA SHAVIV, The Performance of a Passive Solar House with Window

Sunspace Systems, Energy and Buildings, 7 (1984) 315 – 334. ²⁷ C. Benard, Y. Body, D. Gobin And B. Guerrier, Use Of A Variable Parameter Test-Cell For The Study Of Latent-Heat Solar Walls, Solar Energy Vol. 29, No. 2, pp. 101-109, 1982.

¹ P. Ohanessian and W. W. S. Charters, Thermal simulation of a passive solar house using a Trombe-Michel wall structure, Solar Energy Volume 20, Issue 3, 1978, Pages 275-281

² F. Trombe, Heating by Solar Radiation. Director of the C.N.R.S. Solar Power Laboratory, C.N.R.S. Internal Report, B-1-73-100.

³ SARA BALCOMB, Living in a Passive Solar Home, Energy and Buildings, 7 (1984) 309 – 314

⁴ D. P. GRIMMER, R. D. MCFARLAND and J. D. BALCOMB, Initial Experimental Tests On The Use Of Small Passive-Solar Test-Boxes To Model The Thermal Performance Of Passively Solar-Heated Building Designs, Solar Energy, (1979)Vol. 22, pp. 351-354.

⁵ E. Tasdemiroglu, F. Ramos Berjano And D. Tinaut, The Performance Results Of Trombe-Wall Passive Systems Under Aegean Sea Climatic Conditions. Solar Energy. Vol. 30, No. 2, pp. 181-189, 1983

⁶ A. V. Sebald, J. R. Clinton And F. Langenbacher, Performance Effects Of Trombe Wall Control Strategies, Solar Energy, Vol. 23, pp. 479-487

⁷ H. Akbari And T. R. Borgers, Free Convective Laminar Flow Within The Trombe Wall Channel. Solar Energy Vol. 22, pp. 165-174, 1979

¹⁰ T. R. Borgers And H. Akbari, Free Convective Turbulent Flow Within The Trombe Wall Channel, Solar Energy Vol. 33, No. 314, pp. 253-264, 1984

²⁸ Jhonson J.; "Climate Adaptative Building Skins". Nortwest EEA .2004.

²⁹ Bruno Peuportier And Jacques Michel. Comparative Analysis Of Active And Passive Solar Heating Systems With Transparent Insulation, Solar Energy, Vol. 54, No. I, pp. 13-18, 1995

³⁰ F. Mootz And J.-J. Bezian, Numerical Study Of A Ventilated Facade Panel, Solar Energy Vol. 57, No. 1, pp. 29-36, 1996.

³¹ Xiande Fang, And Yuanzhe Li, Numerical Simulation And Sensitivity Analysis Of Lattice Passive Solar Heating Walls, Solar Energy Vol. 69, No. 1, pp. 55–66, 2000.

³² Joseph Khedari, Jongjit Hirunlabh and Bernard Fabre, Theoretical management of the deferred heat supplied by a composite Trombe wall using a porous concrete, Energy and Buildings, 17 (1991) 201-211.

³³ L. Zalewski, M. Chantant, S. Lassue, B. Duthoit, Experimental thermal study of a solar wall of composite type, Energy and Buildings 25 (1997) 7-18.

³⁴ M. S. Bhandari And N. K. Bansal, Solar Heat Gain Factors And Heat Loss Coefficients For Passive Heating Concepts, Solar Energy, Vol. 53, No. 2, pp. 199-208, 1994

³⁵ Guohui Gan, A parametric study of Trombe walls for passive cooling of buildings, Energy and Buildings, Volume 27, (1998), Pages 37-43

³⁶ Gertris K.; "Sind neueve Fassadenentwicklungen" Erast ans Shon Bauphysik . 1999.

³⁷ P. Raman, Sanjay Mande And V. V. N. Kishore, A Passive Solar System For Thermal Comfort Conditioning Of Buildings In Composite Climates, Solar Energy Vol. 70, No. 4, pp. 319–329, 2001

³⁸ S. A.M. Burek and A. Habeb, Air flow and thermal efficiency characteristics in solar chimneys and Trombe Walls, Energy and Buildings, Volume 39, Issue 2, February 2007, Pages 128-135

³⁹ D. Faggembauu *, M. Costa, M. Soria, A. Oliva, Numerical analysis of the thermal behaviour of glazed ventilated facades in Mediterranean climates. Part I: development and validation of a numerical model, Solar Energy 75 (2003) 217–228.

⁴⁰ D. Faggembauu *, M. Costa, M. Soria, A. Oliva, Numerical analysis of the thermal behaviour of glazed ventilated facades in Mediterranean climates. Part II: applications and analysis of results, Solar Energy 75 (2003) 229–239.
 ⁴¹ Nassim Safer, Monika Woloszyn, Jean Jacques Roux, Three-dimensional simulation with a CFD tool

⁴¹ Nassim Safer, Monika Woloszyn, Jean Jacques Roux, Three-dimensional simulation with a CFD tool of the airflow phenomena in single floor double-skin facade equipped with a venetian blind, Solar Energy 79 (2005) 193–203.

⁴² G. Bakos, Energy management method for auxiliary energy saving in a passive-solar-heated residence using low-cost off-peak electricity, Energy and Buildings, Volume 31, April 2000, Pages 237-241

⁴³ M. Ciampi, F. Leccese, G. Tuoni, Ventilated facades energy performance in summer cooling of buildings, Solar Energy 75 (2003) 491–502

⁴⁴ David Infield, Li Mei, Ursula Eicker, Thermal performance estimation for ventilated PV facades, Solar Energy 76 (2004) 93–98.

⁴⁵ Rémi Charron, Andreas K. Athienitis, Optimization of the performance of double-facades with integrated photovoltaic panels and motorized blinds, Solar Energy 80 (2006) 482–491.

⁴⁶ Geun Young Yun a, Mike McEvoy, Koen Steemers, Design and overall energy performance of a ventilated photovoltaic façade. Solar Energy (2006) in press.

⁴⁷ Ifredo Fernández-González, Analysis of the thermal performance and comfort conditions produced by five different passive solar heating strategies in the United States Midwest, Solar Energy (2006) in press

⁴⁸ Tomas Matuska, Borivoj Sourek, Facade solar collectors, Solar Energy 80 (2006) 1443–1452. ⁴⁹ Monte II. Simpler II.: "Experimental and Numerical study of Machanically Ventilated Class F

⁴⁹ Mantz H., Simmler H.; "Experimental and Numerical study of Mechanically Ventilated Glass Double Envelope Facades with Integrated Shading Devices" 2nd Int. Buiding Physiscs Conf. Leuven 2003.

⁵⁰ Gan G.; "A Parametric stdy of Trombe Walls for Passive Cooling of Buildings". Energy and Buildings vol 27 pp 37-43. 1998.

⁵¹ Auletta A. Manca O., Morrone B., Naso V.; "Heat Transfer Enhancement by the Chimney Effect in a Vertical Isoflx Channel". Int. J. of Heat and Mass Transfer. 2001.

⁵² Niño Becerrra Santiago y Martínez Blasco Mónica, El precio del petróleo y el PIB per capita, 1970-2004, Boletín Económico de Ice N° 2820 del 18 al 24 de Octubre de 2004

⁵³ EIA, Energy Information Administration, Official Energy Statistics From he U.S. Goverment. "Annual Oil Market Chronology" http://www.eia.doe.gov/cabs/AOMC/Overview.html

⁵⁴ B.T.P.; "High Performance Commercial Buildings Facades" . Lawrence Berkeley National Laboratory . 2002.

⁵⁵ Ojalen T., Heimonen I.;" Building Integration of Multi-Functional Glazed Facades- potencial and Risk Assessment" Glass Processing Days Conf. Tampere 2003.
 ⁵⁶ Representatives of the Building Envelope Industry; "Building Envelope Technology Roadmap" US-

⁵⁶ Representatives of the Building Envelope Industry; "Building Envelope Technology Roadmap" US-DOE. 2004

3 MODELO PARA LA SIMULACIÓN DE ELEMENTOS DE DOBLE ENVOLVENTE

Ya se ha dicho que en los últimos años a pesar del desarrollo científico y técnico alcanzado en las prácticas de calefacción y refrigeración pasivas, su grado de implementación es extremadamente bajo¹ debido principalmente a la falta de información y herramientas que permitan determinar las condiciones de aplicabilidad de cada una de ellas en función del clima y del tipo de edificio^{2,3}.

El objetivo en este capítulo es presentar el desarrollo de un modelo de complejidad media y nivel de precisión aceptable para el cálculo del comportamiento térmico de los elementos de doble envolvente. Este modelo pretende servir de base para la creación de una herramienta de fácil utilización, que ofrezca información útil al diseñador, llenando así el vacío que existe en relación con las herramientas de cálculo actualmente disponibles.

El aporte de energía realizado por un elemento de doble envolvente se puede dar por dos vías que pueden actuar simultáneamente:

- Calor transmitido por el aire de la cámara
- Calor transmitido por conducción

Cada uno de ellos a su vez puede ser subdividido en pérdidas y ganancias. En régimen de invierno, se tiene que las pérdidas son debidas a las diferencias de temperatura entre el interior y el exterior, mientras que las ganancias se tienen como efecto de la radiación solar. En régimen de verano, la transferencia de calor debida a la diferencia de temperaturas puede presentar pérdidas y ganancias, mientras que la radiación solar sólo involucra ganancias que en este periodo suelen ser indeseables.

Se estudiará primero el flujo de aire en la cámara, para posteriormente entrar a modelar el elemento completo en el que se incluye el fenómeno de transferencia de calor por conducción en régimen transitorio.

3.1 El flujo de aire en la cámara

El aire en la cámara puede ser impulsado por fuerzas de elevación debidas a la diferencia de densidades entre el aire en el exterior de la cámara y en el interior de ésta, o por impulsión mecánica. La diferencia en las densidades es provocada por la diferencia en temperaturas entre el aire en la cámara y en el exterior. El aire en la cámara se calienta o se enfría, debido a los flujos de calor que se presentan entre las superficies que limitan la cámara y el aire contenido en ella.

Las variables involucradas en el flujo de calor en la cámara se pueden agrupar en tres tipos:

- Coeficientes convectivos de transferencia de calor
- Velocidad del aire y sus condiciones de entrada
- Excitaciones a las que se encuentra sometido (Temperaturas superficiales).

En general, estos tres tipos de variables se encuentras interrelacionadas, pero en el caso que el aire sea impulsado mecánicamente, es posible que la velocidad del aire sea independiente de los valores de los otros tipos de variables; al igual que si el canal es cerrado, ya que el flujo neto del aire será nulo.

A continuación se presenta el estudio hecho para los coeficientes de película en tres posibles condiciones de flujo. Posteriormente se desarrollará el modelo para determinar la temperatura del aire y finalmente se establecerá el modelo para el cálculo de la velocidad media del flujo de aire en el caso de convección libre.

3.1.1 Principales números adimensionales relacionados con los coeficientes de transferencia de calor en la cámara de aire.

Por conveniencia, el coeficiente de película suele representarse por el número de Nusselt.

$$Nu = \frac{h_C \cdot e}{k}$$
[3.1]

Que puede ser entendido como la representación adimensional del coeficiente de película. Y es la relación entre el flujo de calor obtenido por el fenómeno de convección, y el flujo de calor que se tendría si sólo hubiera conducción (fluido completamente quieto). Por tanto, si Nu=1, se tiene un proceso de conducción pura.

Otros números adimensionales que se utilizan son:

El Número de Prandtl:

$$\Pr = \frac{\nu}{\alpha_a} = \frac{\mu/\rho}{k/\rho C_p} = \frac{C_p \mu}{k}$$
[3.2]

Que es la relación entre la "difusividad de la cantidad de movimiento", representado por la viscosidad cinemática, y la difusividad térmica. Si las propiedades del fluido son constantes, se tiene que es un número característico para cada fluido. Para el aire, Pr=0.7 aproximadamente.

El Número de Grashof:

$$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot e^3}{v^2}$$
[3.3]

Establece una relación entre las fuerzas de flotación y las viscosas en el fluido. Y es el número análogo al número de Reynolds en convección forzada, debido a que es útil para caracterizar si el flujo es turbulento, laminar, o se encuentra en una zona de

transición. El punto donde se encuentran los límites depende de cada configuración (especialmente de la dimensión que se seleccione como longitud característica).

El Número de Rayleigh:

$$Ra = Gr \cdot \Pr = \frac{g \beta \Delta T \cdot e^3}{v \cdot \alpha_{air}}$$
[3.4]

Este número se encuentra asociado a los procesos de convección natural. Para valores bajos de Ra, la transferencia de calor es principalmente por conducción, y para números altos, la transferencia de calor es principalmente por convección.

Donde:

- *hc* Coeficiente de película convectivo en la cámara de aire
- *k* conductividad térmica del aire
- *e* longitud característica (espesor de la cámara de aire)

$$\Delta T = \frac{(T_{ee,2} + T_{ei,1})}{2} - T_{in}$$
[3.5]

- g gravedad
- β Coeficiente de dilatación a presión constante
- v viscosidad cinemática
- α_a difusividad térmica del aire

3.1.2 Coeficientes de película en las paredes del muro, con el canal cerrado.

Cuando el canal está cerrado, la convección se produce de manera natural con patrones de flujo que dependen principalmente de las propiedades del fluido (aire en este caso), de las diferencias de temperatura entre las superficies y el aire, y de la relación de aspecto entre el espesor y el alto de la cámara. Por ello, las correlaciones para el cálculo de los coeficientes de película convectivos involucran estas variables.

Existen diversas correlaciones para calcular el número de Nusselt para la tipología de canal cerrado que se presenta en esta sección. Un gran número de autores han desarrollado correlaciones que se ciñen al siguiente formato:

$$Nu = A \cdot Gr^B \left(\frac{H}{e}\right)^C$$
[3.6]

Donde:

A,B y C Son constantes relacionadas en la Tabla 1

Los distintos autores han encontrado valores diferentes para los parámetros que la definen y que se muestran en la Tabla 1:

Autor	Año	А	В	С
Newell and Schmidt ⁵	1969	0.155	0.315	-0.265
Eckert and Carlson	1961	0.119	0.3	-0.1
Jacob	1949	0.18	0.25	-0.111
MacGregor and Emery	1969	0.25	0.25	-0.25
Krishnan ⁶	2004	0.38	0.26	-0.16
Lucero C. ⁷	2008	0.288	0.252	-0.234

 Tabla 1 Tomada de CRREL REPORT⁴ y completada por el autor

Incropera⁸, señala las siguientes correlaciones:

Catton, I. (1978)

$$Nu = 0.22 \left(\frac{\Pr}{0.2 + \Pr} Ra\right)^{0.28} \left(\frac{H}{e}\right)^{-\frac{1}{4}}$$
[3.7]
Con las siguientes restricciones

Con las siguientes restricciones

$$2 < \frac{H}{e} < 10$$

Pr < 10⁵
 $10^3 < Ra < 10^{10}$

y para relaciones H/e mayores:

MacGregor 1969

$$Nu = 0.42Ra^{\frac{1}{4}} \operatorname{Pr}^{0.012} \left(\frac{H}{e}\right)^{-0.3}$$
Con las restricciones:

$$10 < \frac{1}{e} < 40$$
$$1 < \Pr < 2x10^{4}$$
$$10^{4} < Ra < 10^{7}$$

Wrigth (1996)⁹ ha establecido el siguiente conjunto de correlaciones:

$$Nu_{1} = 0.0673838Ra^{\frac{1}{3}} \qquad \text{si} \qquad 5x10^{4} < \text{Ra} < 10^{6} \qquad [3.9]$$
$$Nu_{1} = 0.028154Ra^{0.4134} \qquad \text{si} \qquad 10^{4} < \text{Ra} < 5x10^{4} \qquad [3.10]$$

$$Nu_1 = 1 + 1.7596678 \times 10^{-10} Ra^{2.2984755} \text{ si} \qquad \text{Ra} \le 10^4$$
 [3.11]

$$Nu_2 = 0.242 \left(\frac{Ra}{H_e}\right)^{0.272}$$
 [3.12]

$$Nu = Max(Nu_1, Nu_2)$$

$$[3.13]$$

En la Figura 3, se muestra la evolución de del número de Nusselt para cada una de las correlaciones citadas. Se ha tomado una cámara de cinco centímetros de espesor y 2.5 de altura, que puede corresponder a una configuración típica para un muro Solar. Se aprecia que existe una gran diferencia en los Nusselt calculados por cada una de las expresiones propuestas.



Figura 3 Evolución del número de Nusselt con el Grashof para distintas correlaciones. (Para una cámara de aire de 0.05m de espesor y 2.5m de altura)

Las correlaciones más recientes son las de Krishnan, las de Wrigth, y las de Lucero Martínez Cristina. Con las de Krishnan y las de Wrigth se obtienen los números de Nusselt más elevados.

La correlación de Wrigth es la que sirve de base para el cálculo de los coeficientes de película en la Norma 15099 para el espacio entre vidrios en las ventanas dobles y es utilizada por Ellis (2003)¹⁰ en la validación del modelo de muro Trombe del programa EnergyPlus.

La correlación propuesta por Lucero Martínez Cristina ha sido obtenida específicamente para las configuraciones de los elementos de doble fachada tratados en esta tesis. La técnica utilizada ha sido la de simulaciones numéricas con CFD. Los números de Nusselt calculados con las correlaciones de Jacob, MacGregor(2) y Lucero coinciden para todo el rango de números de Grashof considerados.

Debido a que la correlación de Lucero ha sido obtenida específicamente para los elementos considerados en esta tesis, ser la más reciente y coincidir con las de Jacob y MacGregor(2), será la utilizada para el modelo que se desarrolla en esta tesis.

3.1.3 Coeficientes de película para convección natural con el canal abierto.

Existe una amplia bibliografía que se refiere a los coeficientes de película en los muros solares, a continuación se hace una breve revisión de las correlaciones usualmente referenciadas.

E. M. Sparrow y L. F. A. Azevedo¹¹

Método de Obtención: Experimental
Año: 1985
Comentarios: Convección libre para dos placas verticales paralelas. El fluido con el que realizaron las pruebas fue agua. Una de las placas es isotérmica. En "Advances in Heat Transfer"¹² se presenta esta correlación para ser utilizada en muros Trombe.

$$Nu = \left\{ \left(\frac{12}{(e/H)Ra} \right)^2 + \left(\frac{1}{0.619((e/H)Ra)^{1/4}} \right)^2 \right\}^{-1/2}$$
[3.14]

Las Restricciones son: $0.011 \le e/H \le 0.5$ y $3 \le Ra(e/H) \le 10^8$

A. Auletta, O. Manca, B. Morrone y V. Naso¹³.

Método de Obtención:	Experimental
Año:	2000
Comentarios:	Convección libre para dos placas verticales paralelas a las cuales se les suministra calor de manera uniforme, y sobre las cuales se adicionan unas extensiones adiabáticas, para incrementar la altura de la chimenea formada. A continuación se muestra la forma de la correlación propuesta para el caso en que se suprimen las extensiones adiabáticas

$$Nu = \left\{ \left[0.259 \left(\frac{e}{H} \cdot Ra \right)^{0.399} \right]^{-2.02} + \left[1.42 \left(\frac{e}{H} \cdot Ra \right)^{0.150} \right]^{-2.02} \right\}^{-1/2.02}$$
[3.15]

A. S. Kaiser, B. Zamora, A. Viedma¹⁴

Método de Obtención: Simulación Numérica (CFD) 2003 Año: Comentarios: Convección libre para dos placas verticales convergentes. Cuando el ángulo de convergencia es igual a cero las placas estarán paralelas. Los resultados obtenidos del computacional los comparó modelado con datos de otros autores, encontrando experimentales un satisfactorio nivel de concordancia. Las correlaciones mostradas aquí corresponden al caso particular de convergencia cero.

Cuando las dos paredes son isotermas, pero con una placa que puede estar a diferente temperatura de la otra, la correlación es:

$$Nu = \left\{ \left(\frac{Ra \cdot e}{24H} \right)^{-1.5} + \left[0.693 \left(\frac{Ra \cdot e}{H} \right)^{0.234} \right]^{-1.5} \right\}^{\frac{-1}{1.5}}$$
[3.16]

Cuando una pared es isoterma y la otra adiabática, la correlación propuesta es:

$$Nu = \left\{ \left(\frac{Ra \cdot e}{12H} \right)^{-1.6} + \left[0.631 \left(\frac{Ra \cdot e}{H} \right)^{0.238} \right]^{-1.6} \right\}^{\frac{-1}{1.6}}$$
[3.17]

Bar-Cohen y Rohsenow, citados por Incropera⁸

Método de Obtención: Año: Comentarios: Sin Información 1984 Convección libre para dos placas verticales. Correlaciones presentadas por Incropera⁸, para un canal con una pared isotérmica y otra con isoflujo de calor.

$$Nu = \left[\frac{24}{\left(Ra \cdot e_{H}^{\prime}\right)^{2}} + \frac{2.51}{\left(Ra \cdot e_{H}^{\prime}\right)^{1/2}}\right]^{-1/2}$$
[3.18]

Elenbaas, citado por Incropera⁸

Método de Obtención: Experimental

Año:	
Comentarios:	

1942 Convección libre para dos placas verticales paralelas. Correlaciones presentadas por Incropera⁸, para un canal con las paredes isotérmicas y simétricas.

$$Nu = \frac{1}{24} Ra\left(\frac{e}{H}\right) \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{35}{Ra \cdot e_{H}}\right] \right\}^{3/4}$$
[3.19]

S. W. Churchill y H. H. S. Chu, citado por⁸ Método de Obtención: Sin Información Sin Información Año: Comentarios:

Convección libre para una placa vertical exterior. Estas correlaciones aparecen en Incropera⁸ para cálculos en flujos externos, pero **Ong K.S.A¹⁵.** y **Hirunlabh**, et al¹⁶ lo han utilizado para el modelado matemático de muros Trombe y Muros Ventilados respectivamente.

para flujo Laminar ($Ra < 10^9$):

$$Nu = 0.68 + \frac{0.67Ra^{1/4}}{\left[1 + (0.492/Pr)^{9/16}\right]^{4/9}}$$

para fljo Turbulento (10⁹ < Ra) :
$$Nu = \left\{0.825 + \frac{0.387 \cdot Ra^{1/6}}{\left[1 + (0.492/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^{2}$$
[3.20]

Hollands el al., citado por Duffie¹⁷

Método de Obtención: Año: Comentarios:

Sin Información 1976

Convección libre para dos placas inclinadas paralelas. El ángulo β se refiere a la inclinación con respecto a la horizontal del canal, y es válido para 75° $\leq \beta \leq 0^{\circ}$. Duffie¹⁷ afirma que para canales verticales (β =90°), se debe usar en la ecuación un valor de $\beta=75^{\circ}$.

$$Nu = 1 + 1.44 \left(1 - \frac{1708(sen(1.8\beta))^{1.6}}{Ra\cos(\beta)} \right) \left(1 - \frac{1708}{Ra\cos(\beta)} \right)^{+} + \left[\left(\frac{Ra\cos(\beta)}{5830} \right)^{1/3} - 1 \right]^{+} [3.21]$$

Donde el exponente "+" significa que sólo deben considerarse los valores positivos contenidos entre los paréntesis. (Usar cero para valores negativos).

Breton J.¹⁸, hace un sumario de correlaciones para el número de Nusselt de la forma:

$$Nu = C_0 + C_1 \cdot Ra^n \left(\frac{H}{e}\right)^m$$
[3.22]
Que es propuesta por varios autores para la configuración de convección libre en un canal ventilado. En la Tabla 2 se muestran los valores de las distintas constantes de la ecuación [3.22] obtenidas por diferentes autores. El autor ha añadido a la recopilación hecha por Breton, la correlación presentada por Lucero⁷.

AUTOR	Año	Gr	C ₀	C ₁	n	Μ
Randall	1979	$4 \times 10^{3} < \text{Gr} < 3.1 \times 10^{5}$	0	0.088	0.29	0
Jakob	1970	$2 \times 10^4 < \text{Gr} < 2 \times 10^5$	0	0.18	0.25	-0.111
		$2 \times 10^{5} < Gr < 11 \times 10^{6}$	0	0.065	0.33	-0.111
Tabor	1958?	$1.5 \times 10^4 < \text{Gr} < 1.5 \times 10^5$	0	0.033	0.381	0
		$1.5 \times 10^4 < \text{Gr} < 1.5 \times 10^5$	0	0.062	0.327	0
Marinelli	1978	Laminar	0	0.233	0.25	-0.25
		Turbulento	0	0.0512	0.33	0
McAdams	Antes de	$2 \times 10^{3} < \text{Gr} < 2 \times 10^{4}$	0	0.2	0.25	-1/9
	1984	$2 \times 10^4 < Gr < 11 \times 10^7$	0	0.071	0.33	-1/9
Eckert	Antes de	Gr<1430 + 66 H/e	1	0.0017	0.9	-1
	1984	$Gr > 2 \times 10^4 + 66 \text{ H/e}$	0	0.116	0.3	-0.1
Grondin	Antes de	Gr<350 H/e	1	1.32×10 ⁻	2	-2
	1984	350 H/e <gr< 2.8×105<="" td=""><td>0</td><td>6</td><td>0.25</td><td>-0.25</td></gr<>	0	6	0.25	-0.25
				0.28		
Raithby	Antes de	$200 \text{ H/e} < \text{Gr} < 2 \times 10^5 \text{ H/e}$	0	0.265	0.25	-0.25
	1984	$Gr>2\times10^5$ H/e	0	0.036	0.33	0
Cadiergues	Antes de	$Gr < 1.4 \times 10^3$	1	0	0	0
	1984	$1.4 \times 10^{3} < \text{Gr} < 1.4 \times 10^{6}$	0	0.095	0.3	0
		$1.4 \times 10^{6} < Gr < 1.4 \times 10^{10}$	0	0.37	0.2	0
Lucero C.	2008	$Gr < 4 \times 10^5$	0	0.937	0.256	-0.292

Tabla 2 Valores de los coeficientes para el cálculo del coeficiente de película en la cámara

La siguiente gráfica muestra los valores de Nu calculados con cada una de las anteriores correlaciones propuestas. Se tomó una separación e=0.05m y una altura H=2.5m.



Figura 4 Número de Nusselt calculado con diferentes correlaciones presentadas en la literatura.

Existen más correlaciones y expresiones para evaluar el número de Nusselt, como son las determinadas por Barletta¹⁹, Faggembauu et al²⁰, Yedder²¹ (que ofrece gráficas para evaluar el número de Nusselt), Chappidi el al²² y otros más pero que por la complejidad planteada no resultan de uso práctico, y por tanto no se presentan en este documento.

3.1.3.1 Comentarios sobre las correlaciones presentadas

La correlación de **Churchil**, por ser más propia de flujos externos, se considera inapropiada para la utilización en muros ventilados. Se aprecia en la anterior gráfica que los valores calculados con esta correlación son muy superiores a los obtenidos por los otros métodos en el rango mostrado. Sólo se acerca la correlación de **Kaiser**, para una pared isotérmica y otra adiabática.

La correlación de **Kaiser** para una pared isotérmica y otra adiabática no parece ser apropiada para ser empleada en el modelado de muros Trombe, ya que se aleja de la situación real en la que ninguna de las superficies es adiabática. Sólo valdría la pena considerar esta correlación en el caso de un muro fuertemente aislado.

Las correlaciones de Bar-Cohen, Sparrow, Kaiser para dos paredes isotérmicas, y las de Elenbaas presentan un elevado nivel de acuerdo entre ellas. Vale la pena resaltar que estas correlaciones han sido obtenidas por métodos distintos, es decir, en los casos de Sparrow y Elenbaas se han utilizado datos experimentales, y en el caso de Kaiser, métodos numéricos.

Ormiston, Raithby y Hollands²³ en 1985 realizaron una simulación de un muro Trombe basada en el método de los elementos finitos. Ellos compararon sus resultados con los obtenidos experimentalmente por Elenbaas, y reportaron que el Número de Nusselt calculado por ellos es 30% menor que el medido por Elenbaas cuando el número de Rayleigh es del orden de 10^1 , y de10% para un Rayleigh superior a ese límite. Ellos

explican la diferencia porque en el experimento de Elebaas, la entrada del fluido a la zona de las placas paralelas se hace desde un depósito en la parte inferior, con lo que no se presenta ninguna curva, como sí existe en el muro Trombe y que ellos sí tuvieron en cuenta.

También es interesante señalar que, con excepción de la correlación de Elenbaas, las demás se ciñen a la forma genérica:

$$Nu = \left\{ A_1 \left(\frac{Ra \cdot e}{H} \right)^{-n_1} + \left[A_2 \left(\frac{Ra \cdot e}{H} \right)^{n_2} \right]^{-n_3} \right\}^{-n_4}$$
[3.23]

Donde para cada caso propuesto, los valores de A_i y n_i son diferentes, de acuerdo a lo encontrado por cada autor.

La correlación de Auletta muestra valores inferiores para el número de Nusselt a los obtenidos por los anteriores métodos. Como esta correlación fue determinada para el caso en que se tiene un flujo de calor uniforme desde las dos placas y además con una extensión en la parte superior; no se considera adecuada para ser utilizada en el cálculo del número de Nusselt en muros Trombe, a menos que se tengan condiciones como las citadas anteriormente. Aún así, también se ajusta a la forma genérica mostrada para las correlaciones de Bar-Cohen, Sparrow y Kaiser.

La correlación propuesta por Hollands, para canales inclinados muestra valores para el número de Nusselt menores a los de las anteriores correlaciones. Es necesario señalar que esta correlación es la presentada por Duffie como válida para canales de paredes paralelas; y que cuando el canal es vertical, el número de Nusselt debe ser calculado introduciendo en la correlación un ángulo de 75°.

Las correlaciones Presentadas por Breton, bajo la forma genérica

$$Nu = C_0 + C_1 \cdot Ra^n \left(\frac{H}{e}\right)^m$$
[3.24]

Muestran en todos los casos, con la única excepción de las correlaciones de Hollands y Lucero, valores del número de Nusselt menores a todas las anteriores correlaciones.

La correlación propuesta por Lucero ha sido obtenida específicamente para la configuración de muros Trombe por medio de simulaciones numéricas con CFD. Esta correlación predice números de Nusselt superiores a las de los demás autores que utilizan esta forma genérica, incluso supera los valores obtenidos con las correlaciones que siguen la forma genérica [3.23].

3.1.3.2 Breve discusión sobre las correlaciones presentadas

A grandes rasgos se pueden distinguir dos grandes grupos entre las correlaciones presentadas. El primero, formado por expresiones de la forma:

$$Nu = \left\{ A_1 \left(\frac{Ra \cdot e}{H} \right)^{-n_1} + \left[A_2 \left(\frac{Ra \cdot e}{H} \right)^{n_2} \right]^{-n_3} \right\}^{-n_4}$$
[3.25]

Y un segundo grupo que corresponde a los de la forma:

$$Nu = C_0 + C_1 \cdot Ra^n \left(\frac{H}{e}\right)^m$$
[3.26]

Las del primer grupo corresponden a correlaciones obtenidas más recientemente y que parecen haber surgido a partir de variaciones de la expresión general sugerida por Usagui (1972), que es citado por Kaiser¹⁴, y según la cual

$$Nu = \left[Nu_{cl}^{n} + Nu_{cd}^{n} \right]^{\frac{1}{n}}$$
Donde:
$$[3.27]$$

Nu: es el número de Nusselt medio para toda región.

 Nu_{cd} : es el número de Nusselt para el flujo completamente desarrollado.

 Nu_{cl} : es el número de Nusselt para el flujo sin superposición de las capas límites adjuntas.

Según la fórmula de Usagui, las formas de las correlaciones del primer grupo podrían ser descompuestas en:

$$Nu_{cd} = \left[A_2 \left(\frac{Ra \cdot e}{H}\right)^{n_2}\right]^{-1}$$
[3.28]

$$Nu_{cl} = A_{\rm I} \left(\frac{Ra \cdot e}{H}\right)^{-1}$$
[3.29]

Pero en la que el exponente "n", que sugiere él como constante para sumar las dos componentes del número de Nusselt, ha sido modificado y resulta diferente en las correlaciones obtenidas por cada autor. Esta variación, (la de no tomar el mismo valor de "n"), probablemente ha surgido del ajuste que se ha hecho de la ecuación con los valores experimentales y numéricos obtenidos por los distintos autores.

El *Nu_{cd}* puede ser expresado entonces de la siguiente forma:

$$Nu_{cd} = A_2 \cdot Ra^{-n_2} \left(\frac{H}{e}\right)^{n_2}$$
[3.30]

Que tiene gran similitud con las formas genéricas presentadas por Breton. Lo anterior sugiere que las correlaciones del segundo grupo (Breton), se refieren a flujos

completamente desarrollados y que por consiguiente se consideran despreciables los efectos de la zona en que las capas límite de las dos paredes aún no se han superpuesto.

Para comprobar lo anterior se realizó una gráfica en la que la relación de H/e es muy alta (H/e=300), ya que para este caso se supone que las correlaciones presentadas por Breton y las que aquí han sido llamadas como del "primer grupo" deben presentar valores parecidos, ya que la mayoría del flujo entre las placas puede ser considerado como completamente desarrollado.



Figura 5 Número de Nusselt calculado para una relación H/e=300 (muy grande).

Con la anterior gráfica se confirma lo anteriormente comentando, ya que las curvas del primer grupo se mezclan con las del segundo.

En resumen, y considerando los siguientes aspectos referentes a las correlaciones del primer grupo se tiene que:

- En general han sido obtenidas más recientemente que las del segundo grupo.
- Tres de ellas, obtenidas a partir de experimentos y una a partir de un modelo numérico, muestran una gran concordancia entre sí.
- Consideran los efectos de la zona sin superposición de las capas límites adyacentes.

Por tanto se decide tomar una correlación del primer grupo para calcular en adelante el número de Nusselt en muros Trombe.

Y entre las del primer grupo se selecciona la de Sparrow por ser ligeramente más sencilla que las otras.

$$Nu = \left\{ \left(\frac{12}{(e/H)Ra_L} \right)^2 + \left(\frac{1}{0.619((e/H)Ra_L)^{1/4}} \right)^2 \right\}^{-1/2}$$
[3.31]

3.1.4 Coeficientes de película para convección forzada con el canal abierto.

Se tiene convección forzada cuando el fluido en la cámara es impulsado por algún mecanismo externo al muro ventilado haciendo que las fuerzas de flotación naturales tengan un efecto despreciable en comparación con las fuerzas impuestas por el mecanismo externo. En estos casos la velocidad del aire es un dato conocido ya que se supone impuesto generalmente por un ventilador.

Para este caso el número de Nusselt depende básicamente del número de Reynolds que se define como:

$$\operatorname{Re} = \frac{\operatorname{v} \cdot D_h}{v}$$
[3.32]

Donde:

v	\rightarrow	Velocidad del aire en el canal
D_h	\rightarrow	Diámetro hidráulico
v	\rightarrow	Viscosidad cinemática

El diámetro hidráulico " D_h ", está definido como²⁴:

$$D_{h} = \frac{4A_{transversal}}{P} = \frac{4le}{2(l+e)} = \frac{2e}{1+\frac{e}{l}}$$
[3.33]

Donde *l* es el ancho transversal del muro. Cuando l >> e que es una situación normal en un muro ventilado se tiene:

$$D_h = \frac{2e}{1 + \frac{e}{l}} \approx \frac{2e}{1 + 0}$$

Así que se puede aproximar el diámetro hidráulico a:

 $D_h = 2e$

A continuación se presentan una serie de correlaciones existentes en la literatura para calcular los coeficientes de película en esta condición.

Gnielinski. Citado por F	Faggembauu $(2003)^{25}$
Método de Obtención:	Sin Información
Año:	1983

Comentarios:

Faggembauu toma dos correlaciones, se entiende que una para flujo laminar y otra para flujo turbulento. La primera es válida para flujos completamente desarrollados. La segunda es tomada de una expresión para tubos con paredes lisas a la cual se le introduce el concepto de diámetro hidráulico equivalente.

$$Nu = 3.78 + \frac{0.0156 \left(\text{Re} \,\text{Pr} \frac{e}{H} \right)^{1.14}}{1 + 0.058 \left(\text{Re} \,\text{Pr} \frac{e}{H} \right)^{0.64} \,\text{Pr}^{0.17}}$$
[3.35]

Si (Re>2300) entonces: (f)

$$Nu = \frac{\binom{f_t}{8} (\text{Re}-1000) \text{Pr}}{1+12.7\sqrt{\frac{f_t}{8}} (\text{Pr}^{\frac{2}{3}}-1)} \left[1 + \left(\frac{D_h}{H}\right)^{\frac{2}{3}}\right]$$
[3.36]

El factor de fricción f_t se calcula de:

$$f_t = \frac{1}{\left(1.82\log(\text{Re}) - 1.64\right)^2}$$
[3.37]

Utzinger²⁶ reporta las correlaciones de Mercer y de Duffie and Beckman Método de Obtención: Año[.] Comentarios:

Sin Información Sin Información (anterior a 1980) Utzinger cita la correlación de Mercer para calcular el coeficiente de película para flujos laminares y la de Duffie and Beckman para flujos turbulentos.

Si Re<2000 entonces:

$$Nu = 4.9 + \frac{0.0606 \left(\frac{H}{2e \operatorname{Re} \operatorname{Pr}}\right)^{-1.2}}{1.0 + 0.0856 \left(\frac{H}{2e \operatorname{Re} \operatorname{Pr}}\right)^{-0.7}}$$
[3.38]
Si Re>2000

 $Nu = 0.0158 \,\mathrm{Re}^{0.8}$

Petukhov, Reportada por Balocco, ²⁷ Warren et al²⁸, y Taylor M. F. et al²⁹ Método de Obtención: Sin Información Sin Información (anterior a 1998) Año: Comentarios: Según Balocco, es la correlación utilizada por el programa "ventilcam".

$$Nu = \frac{\text{Re Pr } f_{at}}{1.07 + 12.7 f_{at}^{\frac{1}{2}} \left(\text{Pr}^{\frac{2}{3}} - 1 \right)}$$
[3.39]

Donde:

$$f_{at} = \frac{1.82}{8(\ln(\text{Re}) - 1.62)^2}$$
 Según Balocco [3.40]
O

$$f_{at} = \frac{1}{2(1.58\ln(\text{Re}) - 3.28)^2}$$
 Según Warren [3.41]

Kays and Crawford, cita	do por Warren	et al^{28} y	Taylor M. F. et al ²⁹
Método de Obtención:	Sin informa	ación	-
Año:	(anterior a	1985)	
Comentarios:	Según Tay correlacior correlaciór comportan	lor, que nes pa n y la de niento de	hizo un estudio comparativo de varias ra coeficientes convectivos, esta Petukhov son las que mejor predicen el el número de Nusselt.
$Nu = 0.022 \mathrm{Pr}^{0.5} \mathrm{Re}^{0.8}$	Re<10 ⁵	\rightarrow	Flujo de Calor Uniforme
$Nu = 0.021 \operatorname{Pr}^{0.5} \operatorname{Re}^{0.8}$	Re>10 ⁵	\rightarrow	Temperatura Superficial Uniforme

B. J. Brinkworth et al y citado por 1.1. Chow et al	B. J.	Brinkworth	et al ³⁰	y citado	por T.T.	Chow et al^3
--	--------------	------------	---------------------	----------	----------	----------------

Método de Obtención:	Experimental
Año:	2000
Comentarios:	Los coeficientes de la correlación han sido obtenidos para un caso específico y por ello podría cambiar entre un caso y otro.

$$Nu = 5.801 + 0.086 \frac{\text{Re}\,D_h}{H}$$
[3.42]

Incropera ²⁴ propone correl	aciones tomadas de W. M. Kays y E. Crawford.				
Método de Obtención:	Sin Información				
Año:	Sin Información (anterior a 1980)				
Comentarios:	Como se ha dicho, las siguientes correlaciones las reporta				
	Incropera y la fuente original es W. M. Kays y E.				
	Crawford, Convection and Heat Mass Transfer, McGraw-				
	Hill, Nueva Cork, 1980.				
	Estas correlaciones son para flujo laminar.				

Si el flujo de calor es uniforme en toda la placa $\Rightarrow Nu = 8.23$

Si la temperatura es uniforme en toda la placa $\Rightarrow Nu = 7.54$

Huseyin Onbasioglu y A. Nilufer Egrican³²

Método de Obtención: Año: Comentarios: Experimental 2002

En realidad no se trata de una correlación sino de una expresión obtenida a partir del balance de energía sobre el canal. La expresión queda entonces en función de las temperaturas superficiales y la media del aire en el canal. Esto, aunque la convierte en una expresión exacta, resulta de poca utilidad para los fines de simulación del fenómeno ya que introduce una incógnita más en el sistema y no aporta una ecuación adicional.

$$Nu = \operatorname{Re} \operatorname{Pr} \frac{T_{out} - T_{in}}{T_{ei,1} + T_{ee,2} - 2\overline{T}_{a}}$$
[3.43]

Erell E. et al³³ Método de Obtención: Año: Comentarios:

Experimental

2004 Al igual que en el caso de Huseyin no se trata de una correlación, sino de una expresión obtenida a partir del balance de energía sobre el canal. Por tanto tiene los mismos inconvenientes para la utilización en un modelo de simulación.

$$h_{C} = -\frac{2}{3} \frac{\rho C p v A_{transversal}}{H} \ln \left(\frac{T_{ei,1} + T_{ee,2} - 2T_{3/4}}{T_{ei,1} + T_{ee,2} - 2T_{in}} \right)$$
[3.44]

Donde $T_{3/4}$ es la temperatura del aire a las tres cuartas partes de la altura del canal.

3.1.4.1 Resumen

La siguiente gráfica muestra los valores de Nu calculados con cada una de las anteriores correlaciones propuestas. Se tomó un diámetro hidráulico Dh=0.1 m (e=0.05m) y una altura H=2.5m.



Figura 6 Número de Nusselt calculado con diferentes correlaciones presentadas en la literatura. (e=0.05m h =2.5m)

La tendencia de las correlaciones en todos los casos es muy parecida, pero de acuerdo con Taylor²⁹, las correlaciones de Kays y de Petukov son las que mejor predicen el número de Nusselt, y como la versión de Balocco es más reciente y ha sido utilizada para simular el comportamiento de las fachadas ventiladas, se elige en este trabajo esta correlación.

3.1.5 Transferencia de calor por radiación entre las superficies de la cámara

El fenómeno del intercambio radiante entre dos superficies paralelas, tal como el que ocurre en los muros ventilados, es un fenómeno ampliamente estudiado y prácticamente resuelto en su totalidad, razón por la cual no se entrará a estudiar detalladamente este aspecto en los muros solares. Simplemente se hará una breve descripción de las variables y ecuaciones que se utilizarán en el modelo para calcular los efectos causados por el intercambio radiante de longitud de onda larga.

3.1.5.1 Factor de forma

El factor de forma entre dos superficies paralelas, según Incropera²⁴ es:

$$F_{ij} = \frac{2}{\pi L H} \left\{ \ln \left[\frac{\left(1 + \overline{L}^2\right) \left(1 + \overline{H}^2\right)}{1 + \overline{L}^2 + \overline{Y}^2} \right]^{\frac{1}{2}} + \overline{L} \left(1 + \overline{H}^2\right)^{\frac{1}{2}} \tan^{-1} \left(\frac{\overline{L}}{\left(1 + \overline{H}^2\right)^{\frac{1}{2}}} \right) + \overline{H} \left(1 + \overline{L}^2\right)^{\frac{1}{2}} \tan^{-1} \left(\frac{\overline{H}}{\left(1 + \overline{L}^2\right)^{\frac{1}{2}}} \right) - \overline{L} \tan^{-1} \left(\overline{L}\right) - \overline{H} \tan^{-1} \left(\overline{H}\right) \right\}$$

$$(3.45)$$

Donde:

$$\overline{L} = \frac{L}{e} y$$
 $\overline{H} = \frac{H}{e}$

Suponiendo que el ancho y el alto son aproximadamente iguales, se tiene que el factor de forma en un muro ventilado puede ser calculado mediante la siguiente aproximación:

$$F_{ij} = \frac{2}{\pi H^2} \left\{ \ln \left[\frac{2\left(1 + \bar{H}^2\right)}{1 + 2\bar{H}^2} \right]^{\frac{1}{2}} + 2\bar{L}\left(1 + \bar{H}^2\right)^{\frac{1}{2}} \tan^{-1} \left(\frac{\bar{H}}{\left(1 + \bar{H}^2\right)^{\frac{1}{2}}} \right) - 2\bar{L}\tan^{-1}\left(\bar{H}\right) \right\} \quad [3.46]$$

Por otro lado, el flujo de calor radiante entre dos placas planas infinitas es:

$$q_{ij} = \frac{\sigma \left(T_j^4 - T_i^4\right)}{1 - \frac{1}{\varepsilon_i} - \frac{1}{\varepsilon_i}}$$

Si se supone que el flujo de calor radiante en un muro ventilado puede ser calculado como el flujo entre dos placas infinitas por el al factor de forma Fij antes mostrado, se tiene que:

$$q_{ij} = F_{ij} \frac{\sigma \left(T_i^4 - T_j^4\right)}{\frac{1}{\varepsilon_i} + \frac{1}{\varepsilon_j} - 1}$$

Con la anterior expresión se están despreciando los efectos radiantes que puedan tener las superficies laterales y las que se encuentran en la parte superior e inferior. La justificación para despreciarlas es que en general tienen un área muy pequeña en comparación con el área de las dos placas enfrentadas, $\frac{A_{lateral}}{A_{enfrentadas}} < 0.1$, lo que sumado a la ubicación relativa entre superficies, que ocasiona factores de forma con las dos superficies mayores muy pequeños también $F_{laterales,enfrentadas} < 0.1$, hace que el intercambio radiante con dichas superficies sea muy pequeño (menor al 1% del total). Para situaciones donde el intercambio radiante con dichas superficies no sea despreciable, el presente modelo no es aplicable. Por conveniencia se define una resistencia térmica radiante equivalente para cuantificar la transferencia de calor ocasionada entre las dos superficies:

$$q_{ij} = \frac{1}{r_{rc}} \left(T_i - T_j \right) = F_{ij} \frac{\sigma \left(T_i^4 - T_j^4 \right)}{\frac{1}{\varepsilon_i} + \frac{1}{\varepsilon_j} - 1}$$
[3.47]

Entonces la resistencia radiante entre las dos superficies de la cámara es:

$$\frac{R_r}{A} = \frac{1}{\sigma F_{ij}} \left(\frac{1}{\varepsilon_i} + \frac{1}{\varepsilon_j} - 1 \right) \frac{\left(T_i - T_j\right)}{\left(T_i^4 - T_j^4\right)}$$
[3.48]

3.1.6 Temperatura del aire en la cámara

La temperatura del aire en la cámara depende de las temperaturas de las superficies que la definen, del flujo de aire que circula por ella y de la temperatura a la cual entra el aire en la cámara.

En adelante cuando se hable de la altura del elemento, se estará refiriendo a la altura efectiva del mismo, que en principio es la distancia existente entre los límites de los huecos de ventilación, tal como puede verse en la Figura 7.



Figura 7 Esquema general de un elemento especial

Para el desarrollo de las ecuaciones en esta sección, se hacen los siguientes supuestos:

- Los efectos de las superficies laterales en el canal son despreciables. Por superficies laterales se entiende aquellas ubicadas en los lados y la parte inferior y superior de la cámara de aire. O dicho de otra forma, sólo se consideran los efectos producidos por las superficies de los elementos interior y exterior mostrados en la Figura 7.
- Se supone que se puede tomar la temperatura media del aire a cada altura del canal para el cálculo de los flujos de masa. Es decir, que los efectos producidos por la diferencia de temperaturas entre dos puntos ubicados a la misma altura en el aire del canal, son despreciables a efectos del mencionado cálculo del flujo de masa.
- Las temperaturas de las superficies de los elementos interior y exterior se consideraran uniformes en toda su extensión. Un posible desarrollo futuro, es el de considerar los efectos del cambio de temperatura de estas superficies con la altura, y una posible aproximación es la presentada en el ANEXO 1.

El desarrollo es el siguiente:

Se toma como volumen de control el diferencial de masa formado por:

$$dm = L * e * dx * \rho$$

Donde L es el ancho del muro, que de ahora en adelante se considerará igual a la unidad, de tal manera que los resultados serán por unidad de ancho.

Aplicando un balance de energía a este volumen de control, se tiene que:

$$dm \cdot Cp \cdot \frac{dT_{a}(x)}{dt} = \left[h_{C}\left(T_{ee,2} - T_{a}(x)\right) + h_{C}\left(T_{ei,1} - T_{a}(x)\right)\right]dx$$
[3.49]

Donde $T_a(x)$ es la temperatura del aire en el canal a una altura "x".

Cuya solución es:

$$T_{a}(x) = \frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2} - \left(\frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2} - T_{in}\right) \exp\left(-\frac{2h_{c}}{\dot{m}Cp} \cdot x\right)$$
[3.50]

Para $x=\infty$ se tiene que:

$$T_a(x=\infty) = T_{\max} = \frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2}$$
 [3.51]

Definiendo:

La temperatura media del aire dentro del canal se define como:

$$\overline{T}_a = \frac{\int\limits_0^H T_a \cdot dx}{H}$$

Que de manera explícita es:

$$\overline{T}_{a} = T_{\max} - \frac{v \cdot e}{v_{F}} \left(\frac{T_{\max} - T_{in}}{H} \right) \left[1 - \exp\left(-\frac{h_{C}}{\dot{m} C p} H \right) \right]$$
[3.52]

Si se toma la temperatura de salida del aire del canal (en x=H) como T_{out}

$$T_{out} = T_a(x = H) = \frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2} - \left(\frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2} - T_{in}\right) \exp\left(-\frac{2h_c}{\dot{m}Cp} \cdot H\right)$$
[3.53]

Definiendo: $\lambda = \frac{\dot{m}Cp}{2h_c}$ Constante de longitud [3.54]

La constante de longitud indica la altura a la que la temperatura del aire en la cámara alcanza aproximadamente el 63% de la temperatura máxima teórica de salida, tomando como referencia la temperatura de entrada en la cámara

$$T_{out} = T_{\max} - \left(T_{\max} - T_{in}\right) \exp\left(-\frac{1}{\lambda} \cdot H\right)$$
[3.55]

Definiendo ahora: $\eta = 1 - \exp\left(-\frac{1}{\lambda} \cdot H\right)$ Efectividad de calor tomado por el aire $T_{out} = Ti + (T_{max} - T_{in})\eta$ [3.56]

Para $H = \infty$, el valor de la efectividad de calor tomado por el aire será igual a la unidad $(\eta = 1)$. Para esta situación hipotética, el aire saldría de la cámara a la máxima temperatura teórica posible $T_{out} = T_{max} = \frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2}$. Para $H = \lambda$, $\eta = 0.63$. Se puede representar la temperatura media del aire en el canal como:

$$\overline{T}_{a} = T_{\max} - \frac{\lambda}{H} \left(T_{\max} - T_{in} \right) \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{\lambda} \cdot H \right) \right]$$
[3.57]

$$\overline{T}_{a} = \frac{T_{ee,2}}{2} + \frac{T_{ei,1}}{2} - \frac{T_{ee,2}}{2H} \lambda \eta - \left(\frac{T_{ei,1}}{2H} - \frac{T_{in}}{H}\right) \lambda \eta$$

$$\overline{T}_{a} = T_{ee,2} \left(\frac{1}{2} - \frac{\lambda \eta}{2H}\right) + \frac{T_{ei,1}}{2} - \left(\frac{T_{ei,1}}{2H} - \frac{T_{in}}{H}\right) \lambda \eta$$

$$\overline{T}_{a} = \frac{T_{ee,2}}{2} \left(1 - \frac{\lambda \eta}{H}\right) + \frac{T_{ei,1}}{2} \left(1 - \frac{\lambda \eta}{H}\right) + T_{in} \cdot \frac{\lambda \eta}{H}$$
[3.58]

Definiedo : $\kappa = 1 - \frac{\lambda}{H} \eta$ Efectividad de calentamiento del aire hasta la temperatura media en la cámara

$$\overline{T}_{a} = (T_{\max})\kappa + T_{in} \cdot (1 - \kappa)$$

$$\overline{T}_{a} = T_{in} + (T_{\max} - T_{in}) \cdot \kappa$$
[3.59]

La efectividad de calentamiento del aire hasta la temperatura media en la cámara, siempre es menor que la efectividad de salida $\kappa < \eta$ excepto para $H = \infty$ donde $\kappa = \eta = 1$ lo cual implica necesariamente que la temperatura media de la cámara sería:

$$\overline{T}_{a} = T_{out} = T_{max} = \frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2}$$
[3.60]

Para $H = \lambda$, $\eta = 0.632120559$ se tiene que $\kappa = 0.36787944$.

Las dos efectividades, en términos del número adimensional λ/H , se comportan de la forma mostrada en la Figura 8. Estas dos efectividades tal como se muestran en la mencionada figura, pueden ser entendidas como una forma adimensional de las temperaturas media y de salida del aire en la cámara. Esto es, la efectividad η representa la evolución de la temperatura del aire en la cámara y κ la de la temperatura media.



Figura 8 Variación de las efectividades de calentamiento de salida y media en un muro ventilado en función de la altura y la constante de longitud

Se aprecia que si: $H \ge 5\lambda$ entonces $\eta \approx 1$. Esto quiere decir que aunque se aumente más la altura de la cámara, la temperatura de salida del aire no va a aumentar más, aunque sí lo hará la temperatura media, debido a que la efectividad de calentamiento de la temperatura media κ aumenta en menor medida que la de salida del aire η .

También se advierte de la anterior gráfica que para el rango definido por $0 < H/\lambda < 1$ entonces η y κ aumentan aproximadamente de forma lineal y además $\kappa \approx 0.5\eta$. Esto quiere decir que para cámaras de aire en las cuales se cumpla la condición definida por el rango citado, la temperatura del aire dentro de la cámara aumentará de forma aproximadamente lineal y que por tanto la temperatura media del aire en su interior puede ser calculada como el promedio entre las temperaturas de entrada y salida.

La velocidad en una cámara de aire oscila entre 0 y 1m/s aproximadamente. Por otra parte, el ancho de la cámara oscila entre 0 y 0.1m. (Que es también, el rango de validez del modelo), y asumiendo que la densidad del aire en la cámara puede estar por el orden de 1.2 kg/m3, y sabiendo que:

 $m = v \cdot \rho \cdot A$

Entonces el flujo másico del aire, por metro lineal (de ancho) de muro estará entre 0 y 0.12 kg/s, aproximadamente.

Asumiendo ahora que el calor específico del aire se encuentra aproximadamente en 1010 J/kg K, y que la resistencia convectiva en la cámara puede llegar a ser del orden de 0.25 m2K/W, se tiene que la constante de longitud estará en un rango entre 0 y 15m aproximadamente.

Para una velocidad de 0.25m/s y un cámara de 0.05m (valores normales para un muro Trombe), la constante de longitud sería de 2.9m. Que es aproximadamente igual a la altura de un muro normal, con lo que su eficiencia de calentamiento del aire, estaría en torno a 0.6.

La energía por unidad de tiempo ganada por el aire que circula en el canal es:

$$Q_a = \dot{m} C p \left(T_{out} - T_{in} \right)$$
[3.61]

Que en términos de la temperatura máxima que puede alcanzar es:

$$Q_a = \dot{m} C p \left(T_{\max} - T_{in} \right) \eta$$
[3.62]

Con esta última expresión queda claro que los muros solares pueden ser vistos como un intercambiador de calor, donde la efectividad es la relación entre la diferencia real de temperaturas y el máximo posible alcanzable para el fluido de trabajo (aire) medido a la entrada y a la salida del muro ventilado.

$$\eta = \frac{Q_a}{\dot{m} Cp \left(T_{\max} - T_{in}\right)} = \frac{\dot{m} Cp \left(T_{out} - T_{in}\right)}{\dot{m} Cp \left(T_{\max} - T_{in}\right)} = \frac{T_{out} - T_{in}}{T_{\max} - T_{in}} = \frac{\Delta T_{real}}{\Delta T_{\max}}$$
[3.63]

La máxima diferencia de temperaturas es la que se obtiene si el aire logra a la salida una temperatura igual a la del promedio de las superfícies que lo contienen.

3.1.7 Velocidad del aire en el canal del muro.

El aire puede fluir en el canal impulsado por un medio mecánico o por las fuerzas de flotación ocasionadas por la diferencia de densidades entre el aire en el canal y el aire de la habitación o del exterior, según la configuración de operación. En el caso de impulsión mecánica se considera que la convección es forzada, y en el caso de impulsión por diferencia de densidades, se considera convección natural. Cuando existe una combinación de las dos, se tiene convección híbrida o mixta.

En este apartado se realizará el desarrollo para estimar la velocidad del aire cuando la convección es natural. La diferencia de temperaturas entre el aire en el canal y el aire con el que se comunica es lo que genera la diferencia de densidades. La columna del aire caliente y menos denso en el canal ejerce una presión inferior, por ser menos pesado, que el aire más frío con el que se comunica. La diferencia de presión así creada es la que impulsa el aire para que se mueva. A este movimiento se oponen las fuerzas de fricción en las entradas, salidas y paredes del canal. Cuando las dos fuerzas se igualan, se tiene una velocidad del aire en estado estable. Si una de estas fuerzas es mayor que la otra, se presenta un cambio neto de velocidad (aceleración) que en el presente modelo se despreciará. Es decir, el desarrollo que se presenta a continuación supone que los cambios de velocidad en el aire ocurren durante un periodo tan corto, o que son tan pequeños entre un instante y otro, que es posible considerar que el flujo de aire siempre se encuentra en estado estable.

A continuación se presenta el desarrollo. La diferencia de presiones es:

$$\Delta P = P_{in} - P_{canal}$$

$$P_{in} = g \cdot \rho_{in} H$$

$$P_{canal} = g \cdot \rho_{canal} H$$

$$\rho_{in} = \frac{M \cdot P_{atm}}{RuT}$$

$$\rho_{canal} = \frac{M \cdot P_{atm}}{Ru\overline{T_a}}$$
[3.64]

Considerando la temperatura interior (de la habitación) o exterior constante, se llega a:

$$\Delta P = \frac{g \cdot M \cdot P_{atm} H}{Ru} \left[\frac{1}{T_{in}} - \frac{1}{T_{in} + (T_{max} - T_{in}) \cdot \kappa} \right]$$

$$\Delta P = \frac{g \cdot M \cdot P_{atm} H}{RuTi} \left[\frac{(T_{max} - T_{in}) \cdot \kappa}{T_{in} + (T_{max} - T_{in}) \cdot \kappa} \right]$$

$$\Delta P = g \cdot \rho_{in} H \left[\frac{(T_{max} - T_{in}) \cdot \kappa}{T_{in} + (T_{max} - T_{in}) \cdot \kappa} \right]$$

$$\overline{T}_{a} = T_{in} + (T_{max} - T_{in}) \cdot \kappa$$

$$\Delta P = g \cdot \rho_{in} H \left[\frac{\overline{T}_{a} - T_{in}}{\overline{T}_{a}} \right]$$
(3.65)
Donde:

Donde:

 ΔP = Diferencia de presiones

g = Aceleración de la gravedad

M =Masa molecular del aire

 P_{atm} = Presión atmosférica

Ru = Constante universal de los gases

Por otro lado se tiene que la velocidad en estado de equilibrio del aire es justamente la que genera unas pérdidas de presión por fricción iguales a las producidas por la diferencia de densidades. Y viene dada por:

$$\Delta P = \rho \cdot \left(K_{in} \frac{v^2}{2} + f \frac{H}{D_h} \frac{v^2}{2} + K_{out} \frac{v^2}{2} \right)$$
[3.66]

Donde:

 K_{in} =Coeficiente de pérdidas de presión a la entradaf =Coeficiente de rozamiento K_{out} =Coeficiente de pérdidas de presión a la salida del canal. D_h =Diámetro hidráulico = 2e

Por lo que se llega a qué:

$$v = \left[\frac{2 \cdot \Delta P}{\rho_{canal} \cdot \left(K_{in} + f\frac{H}{2e} + K_{out}\right)}\right]^{1/2}$$
[3.67]

Que reemplazando ΔP se tiene:

$$v = \left[\frac{2 \cdot g \cdot \rho_{in} H}{\rho_{canal} \cdot \left(K_{in} + f \frac{H}{2e} + K_{out}\right)} \left(\frac{\overline{T}_a - T_{in}}{\overline{T}_a}\right)\right]^{1/2}$$
[3.68]

Las constantes K_{in} y K_{out} deben ser estimadas de acuerdo a la configuración de la entrada y la salida. Desgraciadamente la literatura es escasa y en general los valores disponibles son los suministrados por autores, que en investigaciones sobre elementos de fachada de doble envolvente, han asimilado las geometrías propuestas por ellos con las de otro tipo de elementos o accesorios, que no son exactamente iguales a los encontrados en los elementos de doble envuelta.

Duffie (citado por Smolec³⁴) sugiere los siguientes valores para un muro Trombe

$$K_{in} = 8 \frac{A_{transv}}{A_{vent}}$$

$$K_{out} = 2$$
[3.69]

Chen et al³⁵ utiliza las expresiones sugeridas por Sandberg et al³⁶ quien las desarrolló para una fachada ventilada donde el elemento exterior está formado por paneles fotovoltaicos.

$$K_{in} = \frac{1}{\rho_{in}} \left(1 + k_{in} \right) \left(\frac{A_{trasv}}{A_{vent,in}} \right)^2$$
[3.70]

$$K_{out} = \left(\frac{A_{trasv}}{A_{vent,out}}\right)^2$$
[3.71]

Donde kin=0.5, pero advierte que para entradas bien tratadas aerodinámicamente, esta constante puede llegar a tener un valor de 0.1. Tomando entonces el primer valor y asumiendo una densidad de entrada del aire de 1.2 kg/m³, el coeficiente de pérdidas K_{in} tomaría un valor de 1.25.

Erell et al³³, para el caso de una ventana ventilada asume:

$$K_{in} + K_{out} = 1 + k_{in} + k_{out}$$
[3.72]

La geometría estudiada en este caso tenía unas áreas de entrada y salida similares a la de la sección transversal del canal. Bajo esta geometría, encontraron que k_{in} tenía un valor de aproximadamente 0.5 "o un poco mayor" (no lo cuantifica) debido al cambio de dirección del flujo de aire. El coeficiente de pérdidas a la salida lo estimaron cercano a cero. Entonces, bajo estos supuestos, en esta geometría se tiene que:

$$K_{in} = 1.5$$
 [3.73]
 $K_{out} = 0$

Afonso et al ³⁷, asume que estos coeficientes de pérdidas son despreciables para el caso de una chimenea solar.

Debido a que existe una amplia variedad de valores citados en la literatura de acuerdo al tipo de configuración de las entradas y las salidas, se deberían intentar seleccionar aquellos valores que más se ajusten a la configuración, cuyo comportamiento se intenta calcular con el presente modelo. Por defecto se tomará la formulación propuesta por Sandber, simplemente por el hecho de considerar más elementos en su cálculo, con lo que se puede suponer que tiene un alcance más genérico¹ y porque que ha sido utilizado en la validación de un modelo experimental de otro autor.

¹ El supuesto de tener un alcance más genérico, no es necesariamente cierto, pero ante la falta de más elementos de juicio, se ha tomado este.

El factor de fricción puede ser estimado, al igual que en el cálculo de las correlaciones para el coeficiente de película en el interior de la cámara como:

$$f_{at} = \frac{1.82}{8(\ln(\text{Re}) - 1.62)^2}$$
[3.74]

En resumen, se tiene el siguiente sistema de ecuaciones para calcular la velocidad del aire (suponiendo que Tmax y T_{in} son conocidas):

$$\kappa = 1 - \frac{v \cdot e \cdot \rho_{canal} \cdot Cp}{2h_c H} \left[1 - \exp\left(-\frac{2h_c H}{v \cdot e \cdot \rho_{canal} \cdot Cp}\right) \right]$$

$$\overline{T_a} = T_{in} + (T_{max} - T_{in}) \cdot \kappa$$

$$\operatorname{Re} = \frac{v \cdot 2e}{v}$$

$$f_{at} = \frac{1.82}{8\left(\ln(\operatorname{Re}) - 1.62\right)^2}$$

$$K_{in} = \frac{1}{\rho_{in}} \left(1 + k_{in}\right) \left(\frac{A_{trasv}}{A_{vent,in}}\right)^2$$

$$K_{out} = \left(\frac{A_{trasv}}{A_{vent,out}}\right)^2$$

$$v = \left[\frac{2 \cdot g \cdot \rho_{in} H}{\rho_{canal} \cdot \left(K_{in} + f \frac{H}{2e} + K_{out}\right)} \left(\frac{\overline{T}_a - T_{in}}{\overline{T}_a}\right)\right]^{1/2}$$

Debido a que el sistema de ecuaciones es no lineal, la solución del mismo puede hacerse por métodos numéricos o por un método iterativo de reemplazo de los valores en las ecuaciones hasta encontrar convergencia. Los ensayos hechos por el autor muestran que el método iterativo suele converger en pocos pasos, lo que sumado a la sencillez de programación, hacen que haya sido el método seleccionado en las implementaciones informáticas.

3.2 Flujo de calor en estado transitorio en el elemento interior

La ecuación de conducción de calor unidimensional con propiedades variables con la longitud (cada capa del muro puede tener una conductividad, densidad y calor específico distinto a las otras capas) es:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \rho C \frac{\partial T}{\partial t}$$
[3.75]

Se pueden hacer las siguientes aproximaciones:

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx \frac{\Delta T}{\Delta t}$$

Como interesa saber la evolución de la temperatura, suponiendo como conocidas las del instante de tiempo anterior, la aproximación de la variación de temperaturas con respecto al tiempo se puede escribir como:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{T_t - T_{t-\Delta t}}{\Delta t}$$

Haciendo una discretización en la dimensión de longitud e implementando el siguiente cambio de notación:

$$T_t - T_{t-\Delta t} = T_{i,j} - T_{i,j-1}$$

Donde el subíndice "i" hace referencia al nodo i (en el espacio); y el subíndice "j" hace referencia al instante de tiempo "j", se tiene que:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t}\Big|_{t=t_{j}} = \frac{T_{i,j} - T_{i,j-1}}{\Delta t}$$

Por otro lado:

$$\frac{\partial T}{\partial x} \approx \frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{T_{x+\Delta x} - T_x}{\Delta x}$$

Haciendo un cambio de notación como en el caso anterior y permitiendo que cada Δx pueda tener una longitud diferente se tiene:

$$\frac{\Delta T}{\Delta x}\Big|_{x = x_{i}} = \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\Delta x_{i}}$$

La siguiente aproximación es entonces:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \approx \frac{\Delta}{\Delta x} \left(k \frac{\Delta T}{\Delta x} \right)$$
$$\frac{\Delta}{\Delta x} \left(k \frac{\Delta T}{\Delta x} \right) = \frac{1}{\frac{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}}{2}} \left(k_{i+1} \frac{\Delta T}{\Delta x} \Big|_{x = x_{i+1}} - k_i \frac{\Delta T}{\Delta x} \Big|_{x = x_i} \right)$$

Donde k_i es la conductividad térmica del segmento "i"

$$\frac{\Delta}{\Delta x} \left(k \frac{\Delta T}{\Delta x} \right) = \frac{2}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} \left(k_{i+1} \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x_{i+1}} - k_i \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\Delta x_i} \right)$$

La densidad alrededor del nodo "i" se toma igual al promedio ponderado de las densidades de los dos elementos con los que limita

$$\rho_{i} = \frac{\left(\rho\right|_{elemento i})\Delta x_{i} + \left(\rho\right|_{elemento i+1})\Delta x_{i+1}}{\Delta x_{i} + \Delta x_{i+1}}$$

De forma análoga el calor específico es:

$$C_{i} = \frac{\left(C\right|_{elemento i})\Delta x_{i} + \left(C\right|_{elemento i+1})\Delta x_{i+1}}{\Delta x_{i} + \Delta x_{i+1}}$$

Entonces la ecuación de conducción de calor para un nodo "i" se puede aproximar mediante la siguiente expresión:

$$\frac{2}{\Delta x_{i} + \Delta x_{i+1}} \left(k_{i+1} \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x_{i+1}} - k_{i} \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\Delta x_{i}} \right) = C_{i} \rho_{i} \frac{T_{i,j} - T_{i,j-1}}{\Delta t}$$
[3.76]

Despejando T_{i,j}...

$$\frac{k_{i+1}}{\Delta x_{i+1}}T_{i+1,j} + \frac{k_i}{\Delta x_i}T_{i-1,j} - \underbrace{\left(\frac{k_{i+1}}{\Delta x_{i+1}} + \frac{k_i}{\Delta x_i}\right)}_{B_i}T_{i,j} = \underbrace{\frac{C_i\rho_i(\Delta x_i + \Delta x_{i+1})}{2\Delta t}}_{A_i}(T_{i,j} - T_{i,j-1})$$

$$(A_{i} + B_{i})T_{i,j} = A_{i}T_{i,j-1} + \frac{k_{i+1}}{\Delta x_{i+1}}T_{i+1,j} + \frac{k_{i}}{\Delta x_{i}}T_{i-1,j}$$

$$\overline{T_{i,j} = \frac{1}{A_{i} + B_{i}}\left[A_{i}T_{i,j-1} + \frac{k_{i+1}}{\Delta x_{i+1}}T_{i+1,j} + \frac{k_{i}}{\Delta x_{i}}T_{i-1,j}\right]}$$
[3.77]

Con esta ecuación se puede resolver la temperatura del nodo i en el tiempo j. Es necesario conocer las temperaturas del nodo anterior y del siguiente, así como la temperatura del nodo i en el instante de tiempo anterior. Como estos datos no se conocen, se puede formar un sistema de ecuaciones donde los datos que deben ser conocidos son las temperaturas del primer nodo y del último para todos los instantes de tiempo considerados, así como las temperaturas de todos los nodos en el primer instante de tiempo.

Otra forma de solución para la temperatura, es mediante un procedimiento iterativo. En este caso, se pueden tomar como aproximaciones iniciales de las temperaturas de los nodos interiores, sus temperaturas en el instante de tiempo anterior.

Para el caso en que Δx_i =constante:

$$\frac{1}{\Delta x^{2}} \left[k_{i+1} \left(T_{i+1,j} - T_{i,j} \right) - k_{i} \left(T_{i,j} - T_{i-1,j} \right) \right] = C_{i} \rho_{i} \frac{T_{i,j} - T_{i,j-1}}{\Delta t}$$

$$\left[k_{i+1} T_{i+1,j} + k_{i} T_{i-1,j} - \left(k_{i+1} + k_{i} \right) T_{i,j} \right] = \frac{C_{i} \rho_{i} \Delta x^{2}}{\Delta t} \left(T_{i,j} - T_{i,j-1} \right)$$

$$k_{i+1} T_{i+1,j} + k_{i} T_{i-1,j} + \frac{C_{i} \rho_{i} \Delta x^{2}}{\Delta t} T_{i,j-1} = \left(\frac{C_{i} \rho_{i} \Delta x^{2}}{\Delta t} + k_{i+1} + k_{i} \right) T_{i,j}$$

$$T_{i,j} = \left(\frac{\Delta t}{C_{i} \rho_{i} \Delta x^{2} + \left(k_{i+1} + k_{i} \right) \Delta t} \right) \left[k_{i+1} T_{i+1,j} + k_{i} T_{i-1,j} + \frac{C_{i} \rho_{i} \Delta x^{2}}{\Delta t} T_{i,j-1} \right]$$

$$[3.79]$$

La anterior discretización cumple con los requisitos de consistencia convergencia y estabilidad, según Álvarez³⁸

Para la determinación de las temperaturas superficiales se empleará una aproximación en la que se establece un nodo exterior en cada uno de los extremos de la hoja interior, de tal manera que la temperatura de ese nodo corresponde a la temperatura equivalente convectivo-radiante que rodea al muro (esta temperatura convectivo-radiante, está relacionada con la radiación de onda larga, no con la radiación solar de onda corta) y cuyo valor es conocido. Se conectan a la hoja interior con unos elementos virtuales tales que simulan la interacción de la superficie de la hoja interior con su entorno.

Las ecuaciones son las siguientes:

$$-h_{C}\cdot\overline{T}_{a,j} - h_{r}\cdot T_{ee2,j} + \left(\frac{C_{1}\rho_{1}\Delta x}{\Delta t} + h_{C} + h_{r} + \left(\frac{k_{1}}{\Delta x}\right)\right)T_{ei1,j} - \left(\frac{k_{2}}{\Delta x}\right)T_{2,j} = \frac{C_{1}\rho_{1}\Delta x}{\Delta t}\cdot T_{ei1,j-1} + I\cdot\alpha'$$

Para la temperatura superficial de la cara que da a la cámara de aire, y

$$-\left(\frac{k_{n-1}}{\Delta x}\right)T_{n-1,j} + \left(\frac{C_n\rho_n\Delta x}{\Delta t} + \frac{k_n}{\Delta x} + h_{ci} + h_{ri}\right)T_{ei2,j} - h_{ci}\cdot T_{ci,j} - h_{ri}\cdot T_{ri,j} = \frac{C_n\rho_n\Delta x}{\Delta t}\cdot T_{ei2,j-1}$$

para la cara interior del elemento.

Donde las temperaturas superficiales son $T_{eil,t}$ y $T_{ei2,t}$ que no aparecen despejadas dado que el autor considera más ilustrativa la anterior formulación.

3.3 Balance general de calor sobre el elemento de doble envolvente

Hasta ahora se han tratado dos elementos por separado: el aire en la cámara y el elemento interior. Del aire en la cámara, se han deducido las expresiones relacionadas con las temperaturas, tanto la de salida como la media en la cámara. También se ha desarrollado el grupo de ecuaciones con las que es posible determinar la velocidad del aire en caso de que la convección sea natural. Del elemento interior se ha hecho un desarrollo en diferencias finitas para determinar la temperatura superficial del mismo. El balance general es el acople de los anteriores grupos de ecuaciones, dado que cada uno de ellos requiere de la solución de los otros, dado que el problema se encuentra acoplado, es decir, para resolver la temperatura del aire, es necesario conocer la velocidad del mismo y las temperaturas superficiales de las hojas que forman la cámara de aire. De forma análoga, para determinar la velocidad del aire hace falta conocer la temperatura del mismo, y de la misma forma, para resolver la temperatura superficial del aire.

El acople se hará de la forma en que se indica en la Figura 9.



Figura 9 Esquema eléctrico equivalente de la transferencia de calor en un muro solar

- T_e Temperatura Aire Exterior
- T_{re} Temperatura Radiante Exterior
- T_i Temperatura Convectiva-Radiante del espacio interior
- T_{ee,1} Temperatura exterior del elemento exterior (vidrio o absorbedor exterior)
- T_{ee,2} Temperatura interior del elemento exterior.
- T_{ei,1} Temperatura superficial exterior del muro.
- T_{ei,2} Temperatura superficial interior del muro.
- Ta Temperatura media del aire en la cámara.
- Re Resistencia Convectiva-Radiante entre la superficie exterior y el ambiente
- R_i Resistencia Convectiva-Radiante entre el muro interior y el espacio
- R_{ee} Resistencia del elemento exterior (vidrio, o absorbedor exterior)
- R_r Resistencia radiante entre la cara interior del elemento exterior y el muro
- R_c Resistencia convectiva entre el aire en el canal y las superficies
- Q_{ee,1} Generación superficial de calor por efecto de la radiación solar sobre el elemento exterior en la cara exterior.
- Q_{ee,2} Generación superficial de calor por efecto de la radiación solar sobre el elemento exterior en la cara interior.
- Q_{ei,1} Generación superficial de calor por efecto de la radiación solar incidente sobre el muro.
- Q_a Calor tomado por el aire debido al calentamiento de las superficies del canal.
- Q_{ei,1,cond} Calor por conducción en la cara exterior del muro (negativo entrando al muro)
- Q_{ei,2,cond} Calor por conducción en la cara interior del muro

Definiendo:

$$R_{e} = \frac{1}{h_{ce} + h_{re}}$$
[3.80]

$$T_{e} = \frac{h_{ce} \cdot T_{ce} + h_{re} \cdot T_{re}}{h_{ce} + h_{re}}$$
[3.81]

Con el principio de conservación de la energía se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

NODO 0:
$$0 = \frac{1}{R_e} \left(T_e - T_{ee,1} \right) + \frac{1}{R_V} \left(T_{ee,2} - T_{ee,1} \right) + Q_{ee,1}$$
[3.82]

NODO 1:
$$0 = \frac{1}{R_{ee}} \left(T_{ee,1} - T_{ee,2} \right) + \frac{1}{R_C} \left(T_a - T_{ee,2} \right) + \frac{1}{R_r} \left(T_{ei,1} - T_{ee,2} \right) + Q_{ee,2}$$
[3.83]

NODO 2:
$$0 = \frac{1}{R_C} \left(T_{ee,2} - T_a \right) + \frac{1}{R_C} \left(T_{ei,1} - T_a \right) - Q_a$$
[3.84]

NODO 3:
$$0 = \frac{1}{R_r} \left(T_{ee,2} - T_{ei,1} \right) + \frac{1}{R_c} \left(T_a - T_{ei,1} \right) + Q_{ei,cond} + Q_{ei,1}$$
[3.85]

Las variables desconocidas de este sistema de ecuaciones son:

- las temperaturas superficiales del elemento exterior ($T_{ee,1}, T_{ee,2}$)
- la temperatura superficial del muro $(T_{ei,1})$, la temperatura del aire (T_a)
- los flujos de calor que toma el aire (Q_a) , que entran y salen del muro $(Q_{ei1,cond}, Q_{ei2,cond})$.

Como el sistema sólo tiene cuatro ecuaciones, es necesario resolverlo en conjunto con los modelos para el flujo de aire en la cámara y del flujo de calor en el muro. Por tanto la solución del balance general debe hacerse de forma iterativa entre este sistema de ecuaciones y los resultados de los modelos del flujo de aire y flujo de calor en el muro.

Referencias

³ Álvarez S., Molina J.L.; "Cooling by Natural Sinks" en Solar Thermal Technologies for Buildings. The State of the Art. Santamourois M. (editor). James and James Science Publisher (2003)

⁴ Pawl W. Richmond, Two-Dimensional Analysis of Natural Convection and Radiation in Utilidors. Crrel Report, US Army Corps of Engineers 1999.

⁵ Newell, M.E. a, Schmidt, F.W., Heat transfer by laminar natural convection within rectangular enclosures, Transactions of the ASME. Series C, Journal of Heat Transfer 1970;1:159-168.

⁶ Krishnan A. S., Premachandran B., Balaji C. and Venkateshan S. P. Combined experimental and numerical approaches to multi-mode heat transfer between vertical parallel plates, Experimental Thermal and Fluid Science, Volume 29, Issue 1, December 2004, Pages 75-86

⁷ Lucero Martínez Cristina, Correlaciones para los coeficientes convectivos de transferencia de calor en elementos de doble envolvente para la edificación. Proyecto fin de carrera, Universidad de Sevilla, 2008.

⁸ Incropera F.P, David P. D. Fundamentals of heat and mass transfer. New York: John Wiley & Sons, 1996.

⁹ Wright, J. L. 1996. "A Correlation to Quantify Convective Heat Transfer Between Vertical Window Glazings", ASHRAE Transactions, Vol. 102, Part 1, pp. 940-946

¹⁰ Ellis Peter Graham, Development And Validation Of The Unvented Trombe Wall Model In Energyplus, Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2003

¹¹ Sparrow E. M, Azevedo L. F. A. Vertical-channel natural convection spanning between the fullydeveloped limit and the single-plate boundary-layer limit, International Journal of Heat and Mass Transfer 1985;28:1847-1857.

¹²Hartnett, James P., Irvine Thomas Francis, Advances in Heat Transfer, Vol 18, Academic Press, 1987.

¹³ Auletta A, Manca O, Morrone B, Naso V, Heat Transfer anhencement by the chimney effect in a vertical isoflux channel, International Journal of Heat and Mass Transfer 2001;4345-4357.
 ¹⁴ Kaiser A.S, Zamora B, Viedma A. Correlation for Nusselt number in natural convection in vertical

¹⁴ Kaiser A.S, Zamora B, Viedma A. Correlation for Nusselt number in natural convection in vertical convergent channels at uniform wall temperatura by a numerical investigation, International Journal of Heat and Fluid Flow 2004;25:671-682.

¹⁵ Ong K.S. A. Mathematical model of a solar chimney. Renewable Energy 2003;28:1047-1060.

¹⁶ Hirunlabh J, Kongduang W, Namprakai P, Khedari J, Study of natural ventilation of houses by a metallic solar wall under tropical climate. Renewable Energy 1999;18:109-119.

¹⁷ Duffie J, Beckman W. Solar engineering of thermal process. New York: John Wiley & Sons, 1991.

¹⁸ Breton J. Modelisation thermique et simulation numerique en regime variable de parois a lame d'air insolee et/ou ventilee. tesis Doctoral, L'institut nNational des Sciences Appliquees de Lyon, 1986.

¹⁹ Barletta A, Fully developed convection and flow reversal in a vertical rectangular duct with uniform wall heat flux, International Journal of Heat and Mass Transfer 2002;641-654.

²⁰ D. Faggembauu *, M. Costa, M. Soria, A. Oliva, Numerical analysis of the thermal behaviour of glazed ventilated facades in Mediterranean climates. Part I: development and validation of a numerical model, Solar Energy 75 (2003) 217–228.

²¹ Yedder, Ben, R. and Bilgen E., Natural Convection and Conduction in Trombe Wall Systems, International Journal of Haet and Mass Transfer. Vol. 34 No 4/5, pp1237-1248 1991.

²² Chappidi P.R. and Eno B.E., A comparative study of the effect of inlet conditions on a free convection flow in a vertical channel, Transactions of the ASME. Vol 112, pp 1082-1085, 1990.

²³ Ormiston S. J, Raithby G. D, Hollands K. G. T, Numerical predictions of natural convection in a Trombe wall system, International Journal of Heat and Mass Transfer 1986;29:869-877

²⁴ Incropera, Frank P. DeWitt David P. Fundamentos de Transferencia de Calor, 4^aEdición, Prentice Hall, Mexico 1999.

²⁵ Faggembauu D., Costa M., Soria M. and Oliva A. Solar Energy, Volume 75, Issue 3, September 2003, Pages 217-228.

²⁶ Utzinger D. M., Klein S. A. and Mitchell J. W. The effect of air flow rate in collector-storage walls, Solar Energy, Volume 25, Issue 6, 1980, Pages 511-519

²⁷ Carla Balocco, A simple model to study ventilated facades energy performance, Energy and Buildings, Volume 34, Issue 5, June 2002, Pages 469-475.

¹ Santamouris M., Assimakopoulus D.; "Passive Cooling of Buildings". James and James Science Publishers. 1996.

² Álvarez S., Maestre I.R., Velásquez R. " Design Methodology and Cooling Potencial of the Environmental Heat Sinks". Int. J. of Solar Energy. Vol 19 pp 179-197 1997.

²⁸ Warren M. Rohsenow, James P. Hartnett, Ejup N. Gani'c, Handbook of heat transfer fundamentals, New York : McGraw-Hill, 1985.

²⁹ Taylor M. F., Bauer K. E. and McEligot D. M., Internal forced convection to low-Prandtl-number gas mixtures, International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 31, Issue 1, January 1988, Pages 13-25

³⁰ Brinkworth B. J., Marshall R. H. and Ibarahim Z., A validated model of naturally ventilated PV cladding, Solar Energy, Volume 69, Issue 1, 2000, Pages 67-81.

³¹ Chow T.T., Lin Z., He W., Chan A.L.S. and Fong K.F. Use of ventilated solar screen window in warm climate, Applied Thermal Engineering, Volume 26, Issue 16, November 2006, Pages 1910-1918.

³² Onbiasoglu Huseyin y Nilufer Egrican A., Experimental approach to the thermal response of passive systems, Energy Conversion and Management 43 (2002) 2053-2065.
 ³³ Erell E., Etzion Y., Carlstrom N., Sandberg M., Molina J., Maestre I., Maldonado E., Leal V. and

³³ Erell E., Etzion Y., Carlstrom N., Sandberg M., Molina J., Maestre I., Maldonado E., Leal V. and Gutschker O. "SOLVENT": development of a reversible solar-screen glazing system, Energy and Buildings, Volume 36, Issue 5, May 2004, Pages 467-480.

³⁴ Smolec W., Thomas A. Problems encountered in heat transfer studies of a Trombe wall, Energy Conversion and Management, vol 35 pp 483-491 1994

³⁵ Chen Z.D, Bandopadhayay P, Halldorsson J, Byrjalsen C, Heiselberg P, Li Y, An experimental investigation of a solar chimney model with uniform wall heat flux, Building and Environment 2003;38:893-906.

³⁶ Sandberg M. Moshfegh B., Bouyancy-induced air flow in photovoltaic facades; Effect of geometry of the air gap and location of solar cell modules., Buindings ans Environment, vol37 pp 211-218, 2002.
 ³⁷ Afonso Clito, Oliveira Armando, Solar chimneys: simulation and experiment, Energy and Buildings,

³⁷ Afonso Clito, Oliveira Armando, Solar chimneys: simulation and experiment, Energy and Buildings, vol 32, pp 71-79, 2000

³⁸ Álvarez Dominguez Servando, Análisis dinámico del comportemineto térmico de edificios, tesis Doctoral, Universidad de Sevilla, 1986.

4 VALIDACIÓN DEL MODELO

Aunque en la literatura existen numerosos informes de experimentos llevados a cabo con muros Trombe, la información que se suministra es escasa en cuanto a datos tomados e información del experimento que sea útil para la validación de un modelo, por lo que casi nunca es posible utilizarla con tal fin. Una de las pocas excepciones y probablemente el experimento del que mejor documentación se puede obtener públicamente sea el que se realizó en el Laboratorio Nacional de Los Álamos en Nuevo México (E.E.U.U.) y que es reportado por Ellis (2003)¹ para hacer la validación del cálculo del muro Trombe en el programa EnergyPlus. Sin embargo se ha tratado de utilizar la información parcial suministrada por otros autores a fin de validar distintos aspectos del modelo, sólo que en estos casos existen parámetros libres de los que se carece de información, así que se han asumido los valores en un rango que se ha considerado razonable. Esta asignación de valores por asentimiento hace que no sea válido comparar los resultados de los valores absolutos de los experimentos reportados y los obtenidos por el modelo, pero la tendencia frente a la variación de un parámetro en particular sí puede ser útil para determinar si el modelo se comporta con una tendencia similar a la esperada.

4.1 Experimentos de Z. D. Chen et al².

Estos autores realizaron una investigación experimental sobre un modelo de chimenea solar con un flujo de calor uniforme. El objetivo era determinar los flujos de aire con diferentes holguras en el canal y con distintos ángulos de inclinación de la chimenea. Los datos presentados por ellos son útiles para validar el modelo en estado estable y cuando la chimenea (canal) se encuentra completamente vertical.

Datos suministardor por el autor:

- Altura (H) =1.5m
- Holgura (e) = 0.1 a 0.6 m
- Una pared es calentada por medio de resistencias eléctricas (simulan la radiación solar) con potencias conocidas.
- Paredes laterales aisladas con 50mm de poliestireno expandido.
- La pared frontal, que hace las veces del vidrio, tiene el mismo aislamiento que paredes laterales
- Uv=0.6 (basado en una conductividad del poliestireno de 0.034 W/mK)
- Coefientes de pérdidas en entrada, salida y canal Kin=1.5, Kout=1.0, f=0.056

Los datos que se asumieron para este experimento fueron:

- Conductividades de los materiales: se tomaron las conductividades relacionadas en el catalogo de materiales del programa LIDER.
- Temperaturas ambientales del aire: en el artículo se relacionan siempre diferencias de temperatura, lo cual tiene sentido dado que la circulación del aire está impulsada por esta diferencia. Sin embargo es necesario establecer una temperatura de referencia para el cálculo de las propiedades, por eso se supuso que el temperatura ambiente era de 20°C.

• Los coeficientes de película se calcularos de acuerdo a las correlaciones presentadas en la seción anterior.

En el artículo Z. D. Chen et al, de se relacionan varios experimentos llevados a cabo, pero como no todos son de interés patra la validación de este modelo, sólo se tomaron dos series de experimentos: En la primera serie utilizada se manteniendo una separación para la cámara de aire de 20cm y aplican diferentes potencias a la placa calefactada. Los resultados se pueden ver en la Figura 10. En la otra serie de experimentos utilizada, se mantiene una potencia fija de 400 W/m² y la separación entre las placas se hace variable. Los resultados son los mostrados en la Figura 11.



Figura 10 Flujo de aire calculado con el modelo presentado en esta tesis (cuadrados blancos) y los obtenidos experimentalmente y con el modelo de Z.D. Cheng, en función de la radiación incidente sobre la cara soleada del muro.



Figura 11 Flujo de aire calculado con el modelo presentado en esta tesis (cuadrados blancos) y los obtenidos experimentalmente y con el modelo de Z.D. Cheng, en función del espesor de la cámara de aire.

En la primera serie de experimentos se aprecia que la tendencia seguida por los datos experimentales, el modelo teórico presentado por el propio Chen, y los de los modelos propuestos en esta Tesis, es muy similar aunque con valores absolutos apreciablemente

distintos. El mayor valor para el flujo de aire obtenido por el modelo de Chen, con relación a los experimentales es explicado por el propio autor, como una consecuencia de un pequeño contraflujo que ocurre en la zona central del canal debido a que la separación entre placas es relativamente grande. Este contraflujo no es tenido en cuenta por el modelo de Chen, ni por el presentado en esta Tesis, por lo que la diferencia que se obtiene con este modelo debe estar motivada por la misma razón.

En la segunda serie de experimentos, se aprecia cómo para un aumento en la separación de las paredes de la cámara, los modelos predicen un aumento en el flujo de aire mucho mayor al obtenido experimentalmente, en este caso, la explicación es la misma, que en el anterior, es decir, que existe un contraflujo en la zona central del canal que no tienen en cuanta los modelos. Sin embargo llama la atención que para una separación de 10 cm, el flujo calculado con los modelos coincide con el obtenido experimentalmente. Desafortunadamente, para esta separación de 10 cm no se presentan más datos. Aún así el autor considera que es alrededor de 10 cm el ancho máximo del canal para el que el modelo es válido.

4.2 Modelo numérico de Guohui Gan³.

Este autor realizó un estudio paramétrico para la utilización de los muros Trombe en régimen de verano. El modelo fue desarrollado con la técnica de CFD (Computer Fluid Dinamics). La idea es que el muro Trombe actúe de tal manera que la ventilación se vea favorecida. Los resultados presentados por él fueron parcialmente validados con datos experimentales de otros autores.

Los datos del muro base suministrados son:

- Altura (H) =2.4m
- Holgura (e) = 0.1
- Muro de 0.3m de espesor y conductividad térmica de 1.4W/m
- Vidrio simple, con una absortancia a la radiación directa de 0.08 y un factor de ganancia solar de 0.76.
- Radiación solar incidente de 165 W/m2
- Temperatura exterior 19°C
- Temperatura interior 20°C

Sobre estos datos base, los autores del artículo hacen algunas variaciones para su estudio paramétrico y que pueden ser vistos en cada una de las siguientes gráficas.

Los datos asumidos para esta validación fueron:

- Inercia térmica nula (estado estable)
- Absortividad de la cara soleada $\alpha = 0.90$
- Coeficientes de transferencia de calor convectivos y radiantes con el exterior e interior:
 - o hce=20 W/m2K
 - o hre=5 W/m2K
 - o hci=2 W/m2K
 - o hri=4 W/m2K
- Los coeficientes de película en la cámara de aire se calcularos de acuerdo a las correlaciones presentadas en la sección anterior.



Los resultados son los mostrados a continuación:

Figura 12 Comparación entre el flujo de aire calculado con el modelo presentado en esta tesis (cuadrados blancos) y el obtenido por G. Gan mediante simulación numérica



Figura 13 Comparación entre la temperatura superficial del muro calculado con el modelo presentado en esta tesis (cuadrados blancos) y el obtenido por G. Gan mediante simulación numérica



Figura 14 Comparación entre el flujo de aire calculado con el modelo presentado en esta tesis (cuadrados blancos) y el obtenido por G. Gan mediante simulación numérica, con el incremento en la altura del muro.

Ante la varación de la radiación solar incidente, los resultados obtenidos con los dos modelos muestran un alto nivel de concordancia, tanto en le flujo de aire calculado, como en la la tempertura de la cara soleada del muro. Sin embargo, ante la influencia de de la altura del muro, se encuentra que el flujo de aire calculado con modelo presentado en esta Tesis, es inferior al obtenido con las simulación realizada por G. Gan, tal como se muestra en la Figura 14. El autor de esta Tesis no tiene suficiente información pera justificar esta diferencia, sin embargo, sí observa que el modelo numérico de G. Gan, no parace tendes a flujo cero cuando la altura es cero. Por eso es que el autor ha colocado más calculo que los mostrados por G. Gan, con el fin de verificar que el modelo propuesto sí sige esa tendencia esperable.

4.3 Experimento del Laboratorio Nacional de los Álamos

Toda la información relacionada con el experimento realizado en el Laboratorio Nacional de los Álamos ha sido tomada de Ellis $(2003)^1$.

El experimento consistía en catorce celdas con diferentes configuraciones de técnicas de calentamiento solar pasivo. Dos de ellas estaban equipadas con muros Trombe de cámaras de aire no ventiladas orientadas al sur. La diferencia entre ellas era principalmente la absortividad solar del muro.

Las principales mediciones realizadas fueron:

- Temperatura superficial de muro a la mitad de la altura en la cara que incide la radiación solar.
- Temperatura superficial de muro a la mitad de la altura en la cara interior.

- Temperatura "global interior" de la celda: Medida con un termopar ubicado dentro de un pequeño globo pintado de negro y ubicado aproximadamente a una altura de tres cuartas partes de la altura de la celda. No incidía radiación solar directamente sobre ella. Con esta medición se estima el efecto combinado de la temperatura del aire interior y la radiación por temperatura de las superficies interiores.
- Temperatura exterior de bulbo seco.
- Humedad relativa exterior.
- Radiación global incidente en la orientación sur.

La celda estaba equipada con un sistema auxiliar de aporte de calor para mantener la temperatura interior en aproximadamente 18°C, y un sistema de ventilación que mantenía una pequeña sobre-presión en la celda para evitar infiltraciones incontroladas.

Los cerramientos de la celda se encontraban fuertemente aislados con excepción del muro Trombe en estudio.

4.3.1 Celda de ensayo



Figura 15 Geometría de las Celdas (dimensiones en pulgadas) (Ellis 2003)

Las características constructivas de las celdas son las siguientes:

Ventana ^[1]										
Resistencia [m2 K/W]	Transm. Solar	Capas	Espesor [m]	K [W/m K]	Transm. Solar	Emisiv Térmica				
0.17 ^[2]	0.69	Luna de Plana	0.005	0.90	0.83	0.84				
		Cámara de	0.012							
		Aire								
		Luna de Plana	0.005	0.90	0.83	0.84				

[1] No se especifica el marco
[2] Valor calculado para una resistencia de la cámara de aire de 0.16 m² K/W (EN ISO 6946:1999)

Muro Sur (Trombe)									
Resistencia	Absort.	Emisiv.	Capas	Espesor	Κ	Densid.	Calor		
[m2 K/W]	Solar	Térmica		[m]	[W/m	[kg/m3]	Específ.		
					K]		[J/kg K]		
			Hormigón	0.397	1.385	2189	510		
0.287	0.95	0.90	Pintado de						
			Negro						

Muros Exteriores									
Resistencia	Absort.	Emisiv.	Capas	Espesor	Κ	Densid.	Calor		
[m2 K/W]	Solar	Térmica		[m]	[W/m	[kg/m3]	Específ.		
					K]		[J/kg		
							K]		
			Contrachapado	0.016	0.115	545	1213		
			de Madera						
			Pintado de						
			Blanco						
2 000	0.25	0.00	Aislamiento	0.089	0.0459	85	963		
2.090	0.23	0.90	de Fibra de						
			Vidrio						
			Aislamiento	0.025	0.0305	29	1213		
			de Espuma de						
			Poliestireno						

Cubierta									
Resistencia [m2 K/W]	Absort. Solar	Emisiv. Térmica	Capas	Espesor [m]	K [W/m K]	Densid. [kg/m3]	Calor Específ. [J/kg K]		
4.837	0.25	0.90	Contrachapado de Madera	0.016	0.115	545	1213		
			Aislamiento de Fibra de Vidrio	0.178	0.0459	85	963		
			Lámina Corrugada	0.00 2	45.3	7833	502		
			Aislamiento de Espuma de Poliestireno	0.025	0.0305	29	1213		

Suelo									
Resistencia	Absort.	Emisiv.	Capas	Espesor	Κ	Densid.	Calor		
[m2 K/W]	Solar	Térmica		[m]	[W/m	[kg/m3]	Específ.		
					K]		[J/kg		
							K]		
			Contrachapado	0.006	0.115	545	1213		
			de Madera						
			Aislamiento	0.178	0.0459	85	963		
4.069		0.90	de Fibra de						
			Vidrio						
			Contrachapado	0.016	0.115	545	1213		
			de Madera						

4.3.2 Datos

Los datos presentados se limitan a ocho días y han sido seleccionados con el fin de encontrar una serie de días claros en los que se pueda estimar lo más precisamente la radiación directa (Ellis 2003); y comprende el periodo del 14 al 22 de febrero (ver ANEXO 1). Debido a que las condiciones iniciales no son conocidas y por tratarse de un análisis en estado transitorio, sólo se considerarán para validación los últimos tres días (que son días claros) y los cinco días anteriores sólo servirán para llevar el sistema a un estado inicial aproximadamente igual al que se tenía en el muro real.

Para el modelo hacen falta algunos datos que no han sido medidos, o por lo menos no directamente, ellos son:

- Temperatura radiante equivalente de cielo (Tsky)
- Temperatura de suelo exterior
- Coeficientes convectivos exteriores e interiores
- Fracción de radiación directa y difusa.

Sin embargo, pueden ser estimados a partir de la información suministrada, mediante el uso de modelos existentes, como es el caso de las temperaturas de cielo, de suelo, y la fracción de radiación directa y difusa. Para el caso de los coeficientes convectivos, sus valores se asumen como constantes durante todo el periodo de cálculo y se toman de acuerdo a los sugeridos en diferentes normativas.

4.3.2.1 Temperatura radiante equivalente de cielo

La temperatura equivalente de cielo se estimó utilizando el modelo implementado en DOE2 y LIDER⁴.

• Emisividad de cielo claro, basado en la temperatura de rocío:

$$\varepsilon_{sky} = 0.787 + 0.764 * \ln\left\{\frac{Tdew + 273.15}{273.15}\right\}$$
[4.1]

Corrección por nubosidad (cldamt indica la cantidad de nubes): (0: cielo claro 10: cielo cubierto). Se asume *cldamt=*0 para los días estudiados.
$$clfac = 1 + cldamt * (0.0224 - 0.0035 * cldamt + 0.00028 * cldamt2)$$

$$\varepsilon_{skv} = \varepsilon_{skv} * clfac$$
[4.2]

D Temperatura radiante equivalente de cielo:

$$Tsky = \varepsilon_{sky}^{0.25} (T + 273.15) - 273.15$$
[4.3]

La temperatura de rocío se calcula a partir de la temperatura conocida de bulbo seco, y la humedad relativa.

La humedad relativa es el cociente entre la humedad absoluta de la mezcla y la humedad absoluta de saturación del aire a la misma temperatura y presión absoluta.

$$\phi = \frac{W_w}{W_{ws}} = \frac{p_w}{p_{ws}}$$
[4.4]

Donde ϕ es la humedad relativa, ρ la humedad absoluta y p la presión parcial del vapor de agua en el aire. El subíndice w representa el estado de humedad de la mezcla aire vapor de agua y ws, el de saturación.

La presión de saturación p_{ws} es sólo función de la temperatura y puede ser calculada a partir de las fórmulas presentadas por Hyland and Wexler⁵

$$\ln(p_{ws}) = \sum_{i=0}^{5} c_i T^{i-1} + c_6 \ln(T)$$
[4.5]

Para el rango de temperaturas 173.16≤T≤273.15 los coeficientes son:

Y para el rango 273.15<T≤473.15 los coeficientes son:

Con la ecuación [4.5] se puede obtener la presión de saturación a la temperatura de la mezcla aire-vapor $(p_{ws}|^{Ta})$. De donde se puede calcular la presión de vapor $p_w|^{Ta}$ con la ecuación [4.4]. La temperatura de rocío se puede calcular ahora empleando nuevamente la ecuación [4.5], pero la incógnita es la temperatura y el dato conocido es la presión de vapor dado que $p_w|^{Ta} = p_{ws}|^{\text{Trocio}}$. La solución de esta ecuación se hace por métodos numéricos mediante el empleo de cualquiera de los programas informáticos existentes en el mercado para la resolución de esta.

4.3.2.2 Temperatura de suelo exterior

No existe información relacionada con el suelo, por este motivo resulta muy aventurado intentar calcular la temperatura de éste y por eso se asumirá que su temperatura es igual a la del aire. El análisis posterior mostrará que la sensibilidad del funcionamiento del muro Trombe no es crítica en este punto.

4.3.2.3 Coeficientes convectivos exteriores e interiores

La dependencia de los coeficientes de película con la velocidad del aire sobre su superficie es muy alta. Entre los datos suministrados experimentalmente se encuentra la velocidad del viento y su dirección, con esta información es posible utilizar la correlación propuesta por "Energy Agency Building Energy Simulation Test (BESTEST)⁶" para calcular los coeficientes de película. El problema es que la velocidad del aire sobre cada una de las superficies de las celdas no puede ser calculada fácilmente, y por ello el coeficiente de película exterior ofrece un alto nivel de incertidumbre, aún así, esta es una mejor aproximación que por ejemplo la suposición de un coeficiente de película constante.

Cada celda se encontraba equipada con un sistema que suministraba un caudal uniforme de aire exterior con cierta sobrepresión. El fin de este sistema era el de contrarrestar las infiltraciones y así tener un conocimiento de la cantidad de aire que entraba. Este sistema debía inducir cierta velocidad de aire dentro de la celda, que sumado a los movimientos producidos por convección natural, afectarían al valor de los coeficientes de película interiores, pero como no se tiene información detallada de los patrones de flujo producidos, no es posible calcular con alguna correlación los mencionados coeficientes de película. Debido a lo anterior, se han tomado coeficientes de película interiores constantes. Del análisis de sensibilidad se establecerá cual es el valor más adecuado.

4.3.2.4 Fracción de radiación directa y difusa

Las mediciones disponibles dan la radiación total incidente sobre una superficie orientada al sur (la misma orientación del muro Trombe), sin embargo no se dispone de la fracción directa y difusa de dicha radiación. Es recomendable tener estas dos radiaciones por separado debido a que la transmitancia del vidrio cambia con el ángulo de incidencia (la radiación directa continuamente está cambiando el ángulo de incidencia, y la radiación difusa se supone que incide con igual intensidad desde todas las direcciones), y a que se generan sombras ocasionadas por el "retranqueo" debido a la separación entre la ventana y el muro.

Se tomaron cinco modelos para calcular la radiación directa o fracción difusa en un día claro: Hottel $(1976)^7$, Erbs et al. $(1982)^8$, Reindl D. T. el al $(1990)^9$, Jacovides C.P. et al $(2006)^{10}$, y ASHRAE $(1993)^{11}$. Los modelos de Hottel y ASHRAE estiman la radiación solar directa a partir de la posición solar y la fecha, pero el de Hottel tiene en cuenta también la altura de la localidad, lo cual puede ser importante en este caso ya que la celda se encontraba a 2185 metros sobre el nivel del mar. El modelo de Erbs calcula la relación entre la radiación difusa y la total, que para un índice de claridad (*cldamt*) mayor de 0.8, es constante con un valor de Id/I=0.165; lo cual requiere el conocimiento de la radiación total a fin de calcular la fracción difusa.

En la Figura 16 se muestra la comparación entre los tres modelos y se aprecia cómo la diferencia entre ellos es pequeña. Vale la pena resaltar que en el modelo de Erbs se utilizan los datos medidos de radiación para este experimento, mientras que en los otros dos modelos, sólo se utiliza información relativa a cada modelo, es decir, se calcula sin recurrir a los datos experimentales, lo que da garantía de coherencia entre los datos experimentales y teóricos.

El modelo de Hottel presenta los valores más altos de radiación directa, esto se debe a que tiene en cuenta que a mayor altura sobre el nivel del mar, los rayos solares han sido mitigados en menor cantidad por la atmósfera. Debido a este hecho se tomarán los datos de este modelo para el cálculo de la radiación solar directa. La radiación difusa se calculará por diferencia entre la radiación total (dato medido) y la radiación directa calculada.



Figura 16. Radiación directa sobre una superficie con orientación sur, según tres modelos diferentes en un día de cielo claro. Calculado para el 21 de febrero, y latitud 34.5° Norte.

4.3.3 Resultados de la simulación

Con los datos conocidos y asumiendo valores para los desconocidos (de acuerdo a las consideraciones hechas en el apartado anterior), se realizó una simulación del muro Trombe con el modelo detallado propuesto en esta tesis. Los datos de comparación utilizados fueron las temperaturas superficiales del muro en la cara expuesta al sol (superficie sur) y las de la cara interior (superficie norte). Se seleccionaron estos datos porque, entre las temperaturas medidas, son estas las que describen el comportamiento del muro Trombe, ya que son ellas las que definen la transferencia de calor desde el exterior al interior a través del muro, así que si se obtiene una buena concordancia entre las temperaturas medidas por simulación, también existirá una buena concordancia entre los flujos de calor reales y del modelo.

La Figura 17 muestra la evolución de la temperatura superficial de la cara expuesta al sol del muro Trombe desde el día 19 de febrero a las 6 de la mañana hasta las 12 de la

noche del 21 de febrero. Se aprecia que el comportamiento general de la temperatura obtenida por simulación sigue bastante bien a la experimental. Las temperaturas mínimas del modelo son inferiores a las experimentales, sin embargo la diferencia es aceptable si se considera la amplitud de la variación de la temperatura.

Resulta llamativo que para el día 21 de febrero, después de la una de la tarde, las temperaturas del modelo y las experimentales presentan una diferencia mayor a la que se aprecia en los dos días anteriores. Esta mayor diferencia pareciera obedecer a algún tipo de error en el dato experimental ya que climáticamente el 21 de febrero es muy similar a los dos días anteriores, y en ellos se observa que el máximo experimental ocurre a las dos de la tarde (como en el modelo), pero el 21 dicho máximo ocurre a la una de la tarde con un descenso en la temperatura más pronunciado que en los otros días. Este mismo posible error se aprecia más visiblemente en la temperatura de la superficie interior, tal como se mencionará con más detalle posteriormente.



Figura 17 Comparación de resultados del modelo con los datos experimentales para la temperatura superficial de la cara <u>soleada</u> del muro Trombe



Figura 18 Comparación de resultados del modelo con los datos experimentales para la temperatura superficial de la cara <u>interior</u> del muro Trombe

En la Figura 18 se aprecia la evolución de la temperatura superficial interior. La concordancia entre los valores experimentales y los del modelo es buena. Nuevamente se encuentra que las temperaturas mínimas del modelo tienden a ser inferiores a las experimentales, no obstante, la diferencia se encuentra dentro de un rango aceptable.

Tal como se dijo anteriormente, para el día 21 de febrero se encuentra una discontinuidad evidente en la temperatura superficial experimental de la cara interior del muro. Dicha discontinuidad es muy extraña y la explicación más plausible es la de un error en la toma de esos datos a partir de las dos de la tarde. Coincide además con el extraño comportamiento de la temperatura superficial de la cara soleada, comentado arriba.

4.3.4 Resultados del modelo con distintos valores de las variables desconocidas

Debido a que los valores de algunas variables que el modelo requiere son desconocidos, se ha realizado un breve estudio de sensibilidad del modelo, para ello se han hecho variaciones de los valores de esas variables dentro de rangos razonables y para cada caso se realizó una simulación. Las variables estudiadas son:

- Coeficiente convectivo interior
- Coeficiente convectivo exterior
- Temperatura radiante exterior

4.3.4.1 Resultados con distintos coeficientes de película Interior

Para el análisis de sensibilidad del coeficiente de película interior, se ha seleccionado un rango de variación entre 1.5 y 3.0 W/m2K, con un paso de 0.5 W/m2K. Este rango de valores corresponde a una serie de escenarios que cubren aproximadamente desde

una situación de aire muy quieto dentro de la celda, a uno con un nivel agitación moderada, siendo además coherente con los valores de coeficientes de película interiores calculados por Fohanno S. et Al (2006)¹², para unas diferencias de temperatura que se encuentran entre 2 y 11°C, como es el caso de las diferencias medidas experimentalmente entre la superficie interior del muro y el aire dentro de la celda.

Como variable de control para determinar la sensibilidad al coeficiente de película interior, se ha tomado la temperatura superficial interior del muro Trombe, por ser ésta la más afectada por cambios en el valor del mencionado coeficiente.



Figura 19 Comparación de la temperatura superficial del muro Trombe en la cara interior, para varios supuestos de coeficientes convectivos interiores.

La Figura 19 muestra la comparación entre las temperaturas de la superficie interior del muro Trombe obtenidos por simulación y los experimentales. Se aprecia que las diferencias entre la simulación y el experimento están del orden de 1°C, siendo la máxima diferencia menor a 2°C. Para determinar cuál es el coeficiente de película que mejor se ajusta a los datos experimentales, se calcularon tres indicadores: el primero es el error² promedio, el segundo es el valor absoluto del error máximo, y el tercero, la diferencia entre la media de los datos experimentales y la de las simulaciones. Estos indicadores se encuentran en la Tabla 3.

 Tabla 3 Indicadores de ajuste entre los datos experimentales y los obtenidos por simulación, para el coeficiente de película interior

		Coeficiente de	Error Promedio	Error Máximo	Diferencia entre la
--	--	----------------	----------------	--------------	---------------------

² Entendiéndose por "error", la diferencia entre el valor obtenido por simulación, y el valor experimental, para un instante de tiempo determinado.

Película Interior [W/m ² K]	(∑abs(T _{experim} -T _{simulac}))/n [°C]	[°C]	media del Modelo y la Media Experimental [°C]
1.5	0.70	1.91	0.16
2.0	0.66	1.37	0.19
2.5	0.77	1.46	0.51
3.0	0.92	1.60	0.79

El coeficiente convectivo con valor de 2.0 W/m²K, es el que presenta el menor error promedio y el menor error máximo. El de 1.5 W/m²K, es el que presenta la media más cercana a la de los valores experimentales. Tal como se ha dicho antes, el coeficiente de película interior no es constante y por ello no puede haber un valor que se ajuste exactamente a la experimentación, además de otras incertidumbres en otras variables que afectan el valor de esta. Sin embargo el nivel de correlación que se obtiene seleccionando un coeficiente de película interior igual a 2.0 W/m²K, es suficientemente bueno y por tanto no se considera necesario implementar un modelo más complejo o de retroalimentación. Adicionalmente, este valor del coeficiente de película interior coincide con el establecido por numerosas normativas como valor a utilizar en los cerramientos interiores.

4.3.4.2 Resultados con distintos coeficientes de película exterior

El coeficiente de película exterior, tal como se dijo arriba, ha sido calculado de acuerdo a las correlaciones propuestas en el BESTEST. No obstante, y debido a que sigue siendo alta la incertidumbre de este valor, se ha hecho un análisis de sensibilidad considerando que se mantiene constante durante todo el periodo considerado.

El rango de variación seleccionado está entre 8.0 y 20.0 W/m²K, con un paso de $4W/m^2$ K. El valor de 8.0 W/m²K corresponde aproximadamente a una situación de viento en calma y el de 20.0 W/m²K al de una circulación de aire importante sobre la superficie del vidrio. Con la correlación propuesta en el BESTEST, el valor mínimo obtenido para el coeficiente de película exterior es 8.2 W/m²K y el máximo 25.5 W/m²K, con una media de 12.2 W/m²K. El valor de la media muestra que según la correlación, el coeficiente de película tiende a estar más cerca de valores bajos que altos.

Se ha elegido la temperatura superficial de la cara soleada del muro Trombe como variable de control para estudiar la sensibilidad al coeficiente de película exterior. Esto porque de las temperaturas medidas en el experimento, ésta es la más afectada por cambios en el valor de dicho coeficiente.

La Figura 20 muestra la comparación entre las temperaturas de la superficie soleada del muro Trombe obtenidos por simulación y los experimentales. Se aprecia que las diferencias entre la simulación y el experimento están del orden de 2°C, siendo la máxima diferencia un poco superior a 5°C. En la Tabla 4, se encuentran los mismos indicadores calculados para el caso del coeficiente de película interior. Se aprecia que los mínimos valores de error promedio y error máximo se obtienen con un coeficiente de película variable. El coeficiente de película que ofrece la menor diferencia con la media de los datos experimentales es el de 8W/m² K, sin embargo es con este valor que se obtiene el mayor error máximo. Entre los coeficientes de película constantes, el de 12 W/m² K, muestra un buen balance en los indicadores, lo cual es coherente con el hecho de que la media de los coeficientes de película variables es 12.2 W/m² K.



Figura 20 Comparación de la temperatura superficial del muro Trombe en la cara soleada, para varios supuestos de coeficientes convectivos exteriores.

IC	iente de pencula ex					
	Coeficiente de	Error Promedio	Error Máximo	Diferencia entre la		
	Película Interior	(∑abs(T _{experim} -T _{simulac}))/n	[°C]	media del Modelo y la		
	[W/m ² K]	[°C]		Media Experimental		
				[°C]		
	Variable	1.87	4.69	0.93		
	8	1.91	5.77	0.05		
	12	1.93	4.76	0.76		
	16	2.03	4.91	1.19		
	20	2.13	5.04	1.49		

Tabla 4 Indicadores de ajuste entre datos experimentales y los obtenidos por simulación, para el coeficiente de película exterior

4.3.4.3 Resultados con distintas temperaturas radiantes exteriores

La temperatura equivalente radiante exterior es otro punto de incertidumbre, por lo que se ha incluido en el análisis de sensibilidad a fin de averiguar el nivel de influencia que ejerce sobre la temperatura superficial de la cara soleada (la más afectada de las temperaturas medidas entre las que se midieron experimentalmente). Se han modelado tres escenarios: en el primero, se supone que el terreno o suelo exterior tiene una temperatura igual a la del aire exterior, y el factor de forma del cielo y del terreno son iguales a 0.5; en el segundo se supone que la temperatura radiante exterior es la del cielo, como si no hubiera suelo en el exterior de la celda; y en el tercer escenario se toma como temperatura radiante exterior la del aire.

Con el segundo escenario "sin suelo", se establece la cota inferior de temperatura radiante exterior con la que se intercambia calor, ya que es la condición en la cual se tiene la temperatura más baja. Con el tercer escenario "sin cielo", la temperatura radiante exterior se ubica en la cota superior. El segundo escenario es probablemente el más realista ya que tiene en cuenta la presencia de los efectos causados por la presencia del suelo y del cielo.



Figura 21 Comparación de la temperatura superficial del muro Trombe en la cara soleada, para tres supuestos de temperaturas equivalentes radiantes exteriores.

Apreciando la Figura 21 se encuentra que entre los puntos correspondientes a cada uno de los tres escenarios, no existe una diferencia marcada, esto muestra que los resultados del modelo no se encuentran fuertemente afectados por la temperatura radiante exterior.

Caso	Descripción del Caso Considerado	Error Promedio (∑abs(T _{experim} -T _{simulac}))/n [°C]	Error Máximo [ºC]	Diferencia entre la media del Modelo y la Media Experimental [°C]
1	Temperaturas de Suelo y Cielo	1.87	4.69	0.93
2	Sin Temperatura de Suelo	2.35	5.60	1.83
3	Sin Temperatura de Cielo	1.58	5.09	0.04

Tabla 5 Indicadores de ajuste entre datos experimentales y los obtenidos por simulación, para la temperatura radiante exterior

De la Tabla 5 se aprecia que el menor error promedio y la menor diferencia entre la media experimental y la obtenida por simulación, se consiguen si se considera que la temperatura radiante equivalente exterior es igual a la del aire exterior (caso 3). El menor error máximo se consigue con la opción en la que se toman en cuenta tanto la temperatura del suelo exterior y la del cielo (caso 1). En general, el caso con menor grado de ajuste es en el que se considera que temperatura radiante exterior es igual a la temperatura del cielo, sin tener en cuenta la temperatura superficial del terreno (caso 2).

Para los tres casos se tiene que los indicadores de ajuste se encuentran en un rango de valores aceptable, no obstante, el hecho de que sea el caso 3 el que menor error promedio presente, y no el caso 1 (en el que se consideran tanto el suelo como el cielo), puede deberse a que en realidad la temperatura superficial del terreno en general fuera superior a la del aire, de tal manera que la temperatura media radiante equivalente con la que intercambiaba calor la celda, tenía valores superiores a los obtenidos en el caso 1, estando más cerca de la temperatura del aire exterior.

Debido a que el nivel de ajuste se considera adecuado, y a que la incertidumbre relacionada con la temperatura superficial del terreno es alta, no se afinará más el modelo en este sentido y se asumirá como suficientemente buena la aproximación dada en el caso 1, prefiriéndolo al caso 3 por varios motivos:

- La diferencia entre los dos casos es pequeña y entra en el rango de incertidumbre experimental.
- El caso 1 tiene en cuenta el efecto del cielo y de la temperatura superficial del terreno, mientras que el caso 3 sólo tiene en cuenta la temperatura del aire exterior.
- El hecho de que con este experimento se consiga un mejor ajuste ignorando la temperatura radiante equivalente exterior, no indica que esto vaya a ser cierto como regla general, de tal modo que es mejor tomar un modelo en el que se considere el efecto combinado de las "fuerzas" térmicas presentes, y el caso 1 en este sentido es más completo que el caso 3.

Referencias

of H2O from 173.15 K to 473.15 K', ASHRAE Transactions, 89(2A) (1983), 500-519.

⁹ Reindl D. T., Beckman W. A. and Duffie J. A. Diffuse fraction correlations, Solar Energy, Volume 45, Issue 1, 1990, Pages 1-7.

¹⁰ Jacovides C.P., Tymvios F.S., Assimakopoulos V.D. and Kaltsounides N.A., Comparative study of various correlations in estimating hourly diffuse fraction of global solar radiation, Renewable Energy, Volume 31, Issue 15, December 2006, Pages 2492-2504.

¹¹ ASHRAE Fundamentals Handbook 2001

¹² Fohano S., Polidori G., Modelling of natural convective heat transfer at an internal surface, Energy and Buildings 38 (2006) 548–553

¹ Ellis Peter Graham, Development And Validation Of The Unvented Trombe Wall Model In Energyplus, Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2003.

² Chen Z.D, Bandopadhayay P, Halldorsson J, Byrjalsen C, Heiselberg P, Li Y, An experimental investigation of a solar chimney model with uniform wall heat flux, Building and Environment 2003;38:893-906.

³ Gan G, , A parametric study of Trombe walls for passive cooling of buildings, Energy and Buildings 1998;27:37-43

⁴ G. Walton, Thermal Analysis Research Program Reference Manual, NBSIR 83-2655,1983

⁵ R. W. Hyland and J. Wexler, 'Formulations for the thermodynamic properties of the saturated phases

⁶ Energy Agency Building Energy Simulation Test (BESTEST) and Diagnostic Method NREL/TP-472-6132 (1995)

⁷ Hottel Hoyt C. A simple model for estimating the transmittance of direct solar radiation through clear atmospheres, Solar Energy, Volume 18, Issue 2, 1976, Pages 129-134.

⁸ Erbs D. G., Klein S. A. and Duffie J. A. Estimation of the diffuse radiation fraction for hourly, daily and monthly-average global radiation, Solar Energy, Volume 28, Issue 4, 1982, Pages 293-302.

5 MODELO SIMPLIFICADO Y CARACTERIZACIÓN PARA LOS ELEMENTOS ESPECIALES

Un modelo simplificado puede ser útil para la realización de estimaciones rápidas y en cálculos sin ordenador. En este capítulo se presenta un desarrollo basado en el método de la norma ISO 13790¹ pero adaptado a los climas españoles y ampliando su alcance de tal manera que se cuantifique el efecto de la inercia térmica.

El desarrollo completo para la obtención de las expresiones que se muestran en este capítulo, se encuentra en el ANEXO 3. Dicho desarrollo se basa en la solución del circuito mostrado en la Figura 22, que corresponde a un modelo de parámetros concentrados dado por una analogía electrotérmica. En esta solución se supone que el sistema es lineal¹, permitiéndose en consecuencia la aplicación del principio superposición, para obtener de manera aislada las pérdidas y las ganancias. Las pérdidas son iguales a los flujos de calor cuando el sistema opera sólo bajo la acción de las temperaturas², y las ganancias cuando opera bajo la acción de la radiación solar.

De los dos escenarios iniciales resultantes de la superposición, se obtiene una subdivisión más debido a que el elemento exterior puede ser opaco o transparente, lo cual quiere decir que bajo la acción de la radiación, se obtienen dos sub-escenarios: uno en el que la radiación actúa sobre el elemento interior y otro en el que actúa sobre el elemento exterior. Los tres escenarios son:

- 1. Excitación con temperaturas
- 2. Excitación con radiación en el elemento interior
- 3. Excitación con radiación en el elemento exterior

A partir de la solución del circuito mostrado en la Figura 22, se obtienen las expresiones para calcular las pérdidas y las ganancias en un instante de tiempo dado, para cada uno de los elementos especiales considerados en esta tesis.

El aporte para un periodo de tiempo mensual o estacional se puede calcular aplicando a las ecuaciones desarrolladas en el ANEXO 3, las excitaciones promedio o acumuladas para dicho periodo. Es decir, se puede reemplazar la diferencia de temperaturas entre el interior y el exterior, por los grados-día acumulados; y la radiación solar instantánea, por la radiación solar acumulada.

Para el caso del muro Trombe, la extensión del cálculo para un periodo de tiempo mensual o estacional, requiere la aplicación unos modificadores que se tratarán más adelante.

¹ La linealidad del sistema se establece bajo el supuesto de que ninguno de los coeficientes de película sea variable ni tampoco los coeficientes radiantes. Aunque esto no es estrictamente cierto, dicha aproximación en las simulaciones hechas por el autor, han mostrado generar unas diferencias menores al 3% con respecto a una simulación en la cual se permite que estos coeficientes sean variables.

² Las "excitaciones por temperatura", tal como se utilizan en esta tesis, incluyen los efectos por radiación de onda larga, ya que se utiliza la analogía de la temperatura media radiante exterior para tratar este fenómeno.



Figura 22 Esquema eléctrico equivalente de un elemento especial de doble piel.

El circuito triángulo que representa los diferentes coeficientes de transmisión de calor de la cámara, puede ser transformado a un circuito estrella (Figura 23) que resulta más conveniente para el desarrollo de las ecuaciones.



Figura 23 Esquema eléctrico equivalente, con transformación estrella.

Donde la temperatura Tn y la resistencia Rvr no tienen representación física real, pero que serán útiles en el cálculo de los aportes brutos de cada uno de los elementos especiales.

5.1 Definiciones

El valor de las variables del elemento que deben ser conocidas, así como los términos que surgen en el desarrollo de las ecuaciones del ANEXO 3, se definen en esta sección.

5.1.1 Datos requeridos

<u>Grados día acumulados</u> *GD*: Son los grados día de la localidad, acumulados para el periodo de tiempo que se desea considerar, normalmente mensual o estacional.

<u>Radiación solar</u> I: Es la radiación solar global que incidiría sobre el elemento si no hubiera sombras propias o remotas, acumulada para el periodo de tiempo considerado.

<u>Factor de sombras lejanas</u> F_S : Es un número que varía entre 1 y 0. Toma el valor de la unidad si no existe ningún obstáculo remoto que bloquee la radiación solar que incide

sobre el elemento. Tiene valor igual a cero si existe algún elemento que bloquee toda la radiación solar que incide sobre él.

<u>Factor de sombras propias</u> F_F : Es similar al factor de sombras lejanas, pero es producido por la presencia del marco, aleros, lamas o demás elementos propios que reducen la cantidad de radiación solar incidente sobre la superficie absorbedora. Cálculos simplificados para estimar este factor pueden ser encontrados en la referencia 2 de este capítulo.

<u>Resistencia exterior</u> R_e : Es la resistencia térmica convectivo-radiante exterior, a la que normalmente se le asigna el valor² de 0.04 m²K/W.

<u>Resistencia interior</u> R_i : Es la resistencia térmica convectivo-radiante interior a la que normalmente se le asigna el valor² de 0.13 m²K/W.

<u>Resistencia de elemento exterior</u> R_{ee} : Es la resistencia térmica superficie-superficie del elemento exterior.

<u>Resistencia del elemento interior</u> R_{ei} : Es la resistencia térmica superficie-superficie del elemento interior.

<u>Coeficiente convectivo en la cámara de aire</u> h_c : Es el coeficiente de película entre las superfícies que limitan la cámara y el aire contenido por ella.

<u>Coeficiente radiante en la cámara de aire</u> h_r : Es el coeficiente de transferencia de calor por radiación entre las dos superficies enfrentadas de mayor área en la cámara de aire.

Factor de ganancias solares del elemento exterior g: Este valor se encuentra en tablas si dicho elemento es semitransparente. Si es opaco se le asigna un valor igual a la unidad, que significa que toda la radiación que llega al elemento especial incide sobre el absorbedor, es decir, no hay mitigación de la radiación solar.

<u>Absortividad solar del elemento absorbedor</u> \propto : Si el elemento exterior es semitransparente, significa que el absorbedor es interno, y por ello el valor a utilizar es el del elemento interior. Si el elemento exterior es opaco (absorbedor externo), el valor a utilizar es el del elemento exterior.

<u>Flujo volumétrico del aire que circula por la cámara</u> \dot{V} : es el caudal de aire que circula por la cámara de aire.

5.1.2 Variables a calcular

$$R_{VR} = \frac{h_r}{h_c \left(2h_r + h_c\right)}$$
[5.1]

Resistencia de la cámara

$$R_{CA} = \frac{1}{h_r + \frac{h_c}{2}}$$
[5.2]

Transmitancias térmicas desde la mitad de la cámara hasta el exterior U_{e} y hasta el interior U_{i} :

$$U_{e} = \frac{1}{R_{e} + R_{ee} + \frac{R_{CA}}{2}}$$
[5.3]

$$U_{i} = \frac{1}{\frac{R_{i} + R_{ei} + \frac{R_{CA}}{2}}$$
[5.4]

Donde se cumple además que la transmitancia térmica total del elemento está dada por:

$$\frac{1}{U_0} = \frac{1}{U_i} + \frac{1}{U_e}$$
[5.5]

Un factor relacionado con el calentamiento del aire en la cámara ventilada es la efectividad de calor tomado por el aire, que en estado estable puede ser expresado de la siguiente manera:

$$\eta = 1 - \exp\left(\frac{-AZ}{\rho C_P \dot{V}}\right)$$
[5.6]

Un factor sin interpretación física concreta, pero que relaciona los coeficientes de transferencia de calor en la cámara, con las transmitancias desde la mitad de la cámara al exterior y al interior es:

$$\frac{1}{Z} = R_{VR} + \frac{1}{U_e + U_i} = \frac{h_r}{h_c \left(2h_r + h_c\right)} + \frac{1}{U_e + U_i}$$
[5.7]

La resistencia desde el elemento absorbedor hasta el exterior, definido por:

Si el elemento exterior es semitransparente (absorbedor interno):

$$R_{Absor \to Exte} = R_e + R_{ee} + R_{ca}$$
[5.8]

Si el elemento exterior es opaco

$$R_{Absor \to Exte} = R_e \tag{5.9}$$

Una resistencia relacionada con la facilidad con la cual el calor generado por la radiación es tomado por el aire es:

Si el elemento exterior es semitransparente (absorbedor interno):

$$R_{Vent} = \left(R_{ei} + R_i\right) \frac{U_0}{U_e}$$
[5.10]

Si el elemento exterior es opaco:

$$R_{Vent} = R_e \frac{U_0}{U_i}$$
[5.11]

5.2 Caracterización en estado estable

El número de variables necesarias para definir completamente un elemento especial es elevado y varía dependiendo del tipo de elemento e incluso de sus características particulares. También en los elementos convencionales, puede ocurrir que el número de variables necesarias para su descripción sea alto; por ejemplo un muro convencional se define por las propiedades de cada una de sus capas y su posición. Sin embargo, normalmente, como principal característica térmica del muro se cita su valor de transmitancia térmica "U", que es en realidad una caracterización en estado estable de dicho elemento.

Los elementos especiales también pueden ser caracterizados de una forma similar, pero debido a que las ganancias solares son importantes, es necesario definir una variable que las describa.

Las pérdidas se pueden caracterizar, al igual que un muro convencional, por una *transmitancia térmica* "U", y las ganancias solares se caracterizarán por un *área solar* "As". El área solar se define como el área que tendría un cuerpo negro que absorbiera la misma cantidad de radiación que las ganancias generadas por el elemento especial. Si el área solar se divide entre el área real del elemento especial, se tiene un área solar específica que es adimensional y tiene exactamente el mismo significado que el factor de ganancias solares "g" definido para las ventanas.

Con estas variables de caracterización se pueden calcular las pérdidas y las ganancias de la siguiente manera:

$$Q_{Perd} = A \cdot U \cdot \left(T_{\rm i} - T_{e}\right)$$

O para un periodo de tiempo determinado

$$Q_{Perd} = A \cdot U \cdot GD \cdot 24$$

Donde:

UTransmitancia térmica del elemento T_i Temperatura interior T_e Temperatura exterior

GD Grados día acumulados para el período de tiempo considerado

Y las ganancias son:

$$Q_{Gan} = A_S \cdot I$$

Donde:

 A_S Área solar del elemento.

I Radiación solar incidente sobre el elemento por unidad de área.

De tal manera que el aporte bruto de calor generado por el elemento es:

$$Q_{Bruto} = Q_{Gan} - Q_{Perd}$$

Adicionalmente, como los elementos especiales tienen una cámara por la que circula el aire, hay unas pérdidas y ganancias asociadas a esa circulación. En esta tesis se les dará el nombre de pérdidas y ganancias por ventilación. El otro término de las ganancias y las pérdidas es el correspondiente a la conducción de calor a través del elemento interior.

$$U = U_{cond} + U_{vent}$$

Y

 $A_S = A_{S,cond} + A_{S,vent}$

Puede hacerse una subdivisión más debido a que la ventilación no sólo afecta a los términos U_{vent} y $A_{S,vent}$, también afecta a los términos de conducción, porque altera la temperatura superficial del elemento interior. Por tanto se tiene que:

$$U_{cond} = U_{cond,0} + \Delta U_{cond,vent}$$
$$A_{S,cond} = A_{S,cond,0} + \Delta A_{S,cond,vent}$$

Donde:

$U_{cond,0}$	Es la transmitancia térmica del elemento especial sin
	circulación de aire por la cámara ventilada.
$\Delta U_{cond,vent}$	Es el incremento de la transmitancia térmica de conducción
	por efecto de la ventilación.
$A_{S,cond,0}$	Es el área solar de conducción sin ventilación.
$\Delta A_{S,cond,vent}$	Es el incremento en el área solar de conducción debido a la ventilación.

Como resumen se puede decir que la caracterización en estado estable de los elementos especiales se hace básicamente con dos variables: la transmitancia térmica "U" y el área solar "A_s". Estas variables se subdividen en componentes relacionados con la ventilación y conducción. Las pérdidas se calculan con la transmitancia térmica multiplicada por la diferencia de temperaturas entre el interior y el exterior, y las ganancias con el producto del área solar y la radiación solar incidente.

5.3 Muro solar

El muro solar es el elemento más sencillo, dado que no hay flujo en la cámara de aire y por tanto no hay ni ganancias ni pérdidas de calor por ventilación. Las ecuaciones que describen al flujo de calor son:

5.3.1 Pérdidas:

 $Q_{Perd} = A \cdot U \cdot GD \cdot 24$

 $U = U_0$

5.3.2 Ganancias:

 $Q_{Gan} = I \cdot A_{S}$ $A_{S} = A_{S,cond} = A_{S,cond,0} = g\alpha F_{S} F_{F} A \cdot U_{0} R_{Absor \to Exte}$

5.3.3 Calor bruto:

 $Q_{Bruto} = Q_{Gan} - Q_{Perd}$

5.4 Muro Trombe

El flujo de aire en el muro Trombe hace que sus pérdidas y ganancias tengan dos componentes, uno por ventilación, y otro por conducción. Además, la intermitencia en el flujo de aire hace que sea necesario aplicar unos modificadores a las ganancias y a las pérdidas que se explicarán con más detalle posteriormente.

5.4.1 Pérdidas

Las pérdidas se descomponen en las producidas por la conducción de calor y las producidas por la ventilación. Las pérdidas por conducción son las que se obtienen por la transferencia de calor a través del elemento interior en dirección al exterior. Las pérdidas por ventilación son las producidas por la transferencia de calor desde la cámara de aire al exterior.

$$Q_{Perd} = A \cdot U \cdot GD \cdot 24 = Q_{Perd,Cond} + Q_{Perd,Vent} = A \cdot (U_{cond} + U_{vent}) \cdot GD \cdot 24 \quad [5.12]$$

5.4.1.1 Pérdidas por conducción

A su vez las pérdidas por conducción se pueden dividir en dos componentes: Las pérdidas por conducción que se tendrían sin ventilación, y el incremento de las pérdidas por conducción debidas a la ventilación. Este último componente aparece debido a que la ventilación hace que las temperaturas no sean las mismas que en ausencia de ella, y por tanto, la transferencia de calor por conducción se modifica.

$$U_{cond} = U_{cond,0} + \Delta U_{cond,vent}$$
[5.13]

Donde:

$$U_{cond,0} = U_0$$
 [5.14]

$$\Delta U_{cond,vent} = -\frac{U_0}{U_i + U_e} \rho C_P \dot{V} \kappa \delta$$
[5.15]

El signo negativo en la ecuación [5.15] significa que la ventilación reduce las pérdidas por conducción. La explicación para este comportamiento es que, el aire al venir del interior, reduce la diferencia de temperaturas a la que se encuentra sometido el elemento

interior. Por tanto cuanto más flujo de aire exista, menor va a ser la diferencia de temperaturas entre el interior y la cámara ventilada. De hecho, para el caso teórico de flujo de aire infinito, la diferencia de temperaturas entre el interior y la cámara ventilada sería nula y por tanto el flujo de calor por conducción también lo sería.

5.4.2 Pérdidas por ventilación

Ya se ha dicho que las pérdidas por ventilación son las debidas al flujo de calor que se establece entre la cámara ventilada y el exterior por efecto de la diferencia de temperaturas. En un muro Trombe están dadas por:

$$U_{vent} = \frac{U_0}{U_i} \rho C_P \dot{V} \eta \delta$$
[5.16]

5.4.3 Ganancias

Las ganancias de un muro Trombe también se pueden subdividir en la misma forma que las pérdidas.

$$Q_{Gan} = I \cdot A_S = Q_{Gan,Cond} + Q_{Gan,Vent} = I \left(A_{S,cond} + A_{S,vent} \right)$$

$$[5.17]$$

5.4.3.1 Ganancias por conducción

De forma análoga a como ocurría con las pérdidas, la ventilación afecta a las ganancias por conducción, debido a que modifica la temperatura superficial del muro.

$$A_{S,cond} = A_{S,cond,0} + \Delta A_{S,cond,vent}$$
[5.18]

Donde:

$$A_{S,cond,0} = g\alpha F_S F_F A \cdot U_0 R_{Absor \to Exte}$$

$$[5.19]$$

$$\Delta A_{S,cond,vent} = g \alpha F_S F_F \left[-R_{Vent} \left(\frac{U_0}{U_e} \right) \rho C_P \dot{V} \eta \omega \right]$$
[5.20]

El incremento de las ganancias por conducción debidas a la ventilación, tiene sentido negativo, tal como se ve en la ecuación [5.20], lo que significa que el flujo de aire reduce las ganancias por conducción. La explicación es que el flujo de aire toma una parte del calor generado por la radiación solar, y cuanto mayor sea este flujo mayor será el calor tomado por el aire; y por tanto, el calor disponible para entrar por conducción, disminuye.

El parámetro ω de la ecuación [5.20], será definido y explicado posteriormente.

5.4.3.2 Ganancias por ventilación

Debido a que el aire sufre un aumento de temperatura en la cámara por efecto de la radiación solar, el aire que circula por la cámara ofrece unas ganancias de calor que pueden ser calculadas con la siguiente ecuación:

$$A_{S,vent} = g\alpha F_S F_F R_{Vent} \rho C_P \dot{V} \eta \omega$$
[5.21]

5.5 Muro parietodinámico

En un muro parietodinámico, el aire es tomado desde el exterior y precalentado en la cámara de aire para que ingrese al interior del edificio. Se supone que su funcionamiento es continuo, debido a que con o sin radiación solar, se consigue el efecto de precalentamiento, aunque obviamente con radiación solar este efecto de precalentamiento será mayor.

5.5.1 Pérdidas

Al igual que en el muro Trombe, las pérdidas se descomponen en las producidas por la conducción de calor y las producidas por la ventilación.

$$Q_{Perd} = A \cdot U \cdot GD \cdot 24 = Q_{Perd,Cond} + Q_{Perd,Vent} = A \cdot (U_{cond} + U_{vent}) \cdot GD \cdot 24 \quad [5.22]$$

5.5.1.1 Pérdidas por conducción

La descomposición de las pérdidas por conducción es igual a la del muro Trombe.

$$U_{cond} = U_{cond,0} + \Delta U_{cond,vent}$$
[5.23]

Donde:

$$U_{cond,0} = U_0$$
 [5.24]

$$\Delta U_{cond,vent} = \frac{U_0^2}{U_e^2} \rho C_P \dot{V} \eta$$
[5.25]

Al contrario de lo ocurrido en el muro Trombe, la ventilación en el muro parietodinámico aumenta las pérdidas por conducción. Esto es debido a que el aire frío que ingresa del exterior reduce la temperatura superficial del elemento interior, promoviendo en consecuencia la conducción de calor desde el interior hacia la cámara de aire.

5.5.2 Pérdidas por ventilación

Las pérdidas por ventilación en un muro parietodinámico pueden ser analizadas desde más de un punto de vista, debido a que a diferencia de los demás elementos especiales estudiados en esta tesis, el muro parietodinámico promueve un intercambio de aire entre el exterior y el interior del edificio. El análisis del elemento de forma aislada genera la siguiente expresión para el cálculo de las pérdidas por ventilación:

$$U_{vent} = -\frac{U_0}{U_e} \rho C_P \dot{V} \eta$$
[5.26]

Donde el signo negativo indica reducción de pérdidas, por tanto se desprende que cuanto mayor sea el flujo de aire, menores serán las pérdidas totales del elemento. Teniendo en cuenta que el aire que ingresa desde el exterior a través del muro

parietodinámico normalmente no alcanza a ser precalentado por encima de la temperatura interior, resulta aparentemente contradictorio que el incremento del flujo de aire reduzca las pérdidas. Es necesario recordar que las pérdidas por ventilación se definieron como la cantidad de calor que fluye desde la cámara ventilada hasta el exterior; y como el aire ingresa desde el exterior, cuanto mayor sea el flujo de aire menor será la diferencia de temperaturas con el exterior y por tanto menores las pérdidas.

Sin embargo, puede seguir resultando confuso el hecho de que aire ingresando al edificio a menor temperatura que el interior de este reduzca las pérdidas. Tal como se ha dicho, la diferencia del muro parietodinámico con relación a los demás elementos especiales es que promueve un intercambio de aire con el interior del edificio. Por lo tanto, un análisis completo de este elemento requiere el análisis de la ventilación del espacio al cual suministra el aire. El aire interior de los edificios es renovado con aire fresco proveniente del exterior si en régimen de invierno este aire es suministrado directamente desde el exterior, sin ningún tipo de precalentamiento, las pérdidas por ventilación estarían dadas por el producto del flujo de masa del aire, por su calor específico y por la diferencia de temperaturas entre el interior y el exterior. Como un muro parietodinámico precalienta el aire, las pérdidas son menores, y es justamente este el significado del signo negativo de la ecuación [5.26]. Es decir, representa una reducción de pérdidas en comparación con las que se tendrían si ese caudal de aire no fuera precalentado.

Resulta fácil de entender que la reducción de pérdidas provocadas por la ventilación según la ecuación [5.26], se obtiene sólo si dicho caudal de ventilación reemplaza una cantidad de flujo igual proveniente del exterior. Es decir, si se supone que el recinto requiere, por ejemplo, una renovación hora, el muro parietodinámico debería suministrar ese flujo de aire, y no existir ninguna entrada adicional de aire exterior, para que la reducción de pérdidas producidas por el muro parietodinámico pudiera ser calculada por la expresión [5.26]. Este tema se trata en el capítulo de análisis de sensibilidad en el apartado 6.3.3.

5.5.3 Ganancias

Las ganancias en el muro parietodinámico tienen el mismo esquema que las del muro Trombe.

$$Q_{Gan} = I \cdot A_S = Q_{Gan,Cond} + Q_{Gan,Vent} = I \left(A_{S,cond} + A_{S,vent} \right)$$
[5.27]

5.5.3.1 Ganancias por conducción

Y las ganancias por conducción son prácticamente iguales que las del muro Trombe, con la diferencia de que no existe el modificador ω , por tanto:

$$A_{S,cond} = A_{S,cond,0} + \Delta A_{S,cond,vent}$$
[5.28]

Donde:

$$A_{S,cond,0} = g\alpha F_S F_F A \cdot U_0 R_{Absor \to Exte}$$

$$[5.29]$$

$$\Delta A_{S,cond,vent} = g \alpha F_S F_F \left[-R_{Vent} \left(\frac{U_0}{U_e} \right) \rho C_P \dot{V} \eta \right]$$
[5.30]

El incremento de las ganancias por conducción debidas a la ventilación tiene sentido negativo, y su interpretación y explicación son exactamente las mismas que para el muro Trombe, esto es: el flujo de aire toma una parte del calor generado por la radiación solar, y cuanto mayor sea este flujo mayor será el calor tomado por el aire; y por tanto, el calor disponible para entrar por conducción, disminuye.

5.5.3.2 Ganancias por ventilación

También las ganancias por ventilación son iguales que las del muro Trombe, pero sin la existencia del factor w. Por tanto la expresión para calcularlas es:

$$A_{S,vent} = g\alpha F_S F_F R_{Vent} \rho C_P \dot{V} \kappa$$
[5.31]

5.6 Fachada ventilada

En una fachada ventilada, el aire proviene del exterior y se envía al exterior. Su principal función es la de reducir las ganancias solares en régimen de verano. Y a no ser que el aire caliente que sale de la fachada ventilada vaya a ser aprovechado de alguna forma, el único interés que podría tener calcular la cantidad de calor de ventilación, es el de conocer cuánto calor se ha evacuado. Resulta más relevante en este elemento conocer las pérdidas y ganancias de calor por conducción.

5.6.1 Pérdidas

En esta sección se han denominado pérdidas a lo que en realidad es la transferencia de calor debida a la diferencia de temperaturas entre el interior y el exterior. Llamarlas pérdidas es bastante cercano a la realidad cuando se habla de régimen de invierno, dado que la mayor parte del tiempo, si no todo, la temperatura exterior será inferior a la interior, con lo que el único efecto de la diferencia de temperaturas es la de producir pérdidas de calor. Sin embargo, en régimen de verano, que es para el que una fachada ventilada, en principio está diseñada, la transferencia de calor debida a la diferencia de temperaturas puede alternar entre pérdidas y ganancias.

Conociendo este hecho, y sólo con el fin de mantener la nomenclatura se seguirá designado a la transferencia de calor debida a la diferencia de temperaturas entre el interior y el exterior, como pérdidas. Si estas pérdidas tuvieran sentido negativo, entonces serían en realidad ganancias, pero esto último se entiende que es fácil de comprender y por ello no se hace una explicación más detallada del asunto. Lo único que es necesario tener en consideración a la hora de hacer los cálculos es que puede resultar más apropiado para este caso tomar la diferencia media de temperaturas entre el interior y el exterior que los grados día, debido a que en régimen de verano, la temperatura exterior puede oscilar de tal manera que una buena porción del tiempo, su valor puede ser mayor que el de la temperatura interior y la otra porción, inferior.

En este elemento, aunque existen pérdidas por ventilación, su valor no tiene ningún interés dado que no es una variable que afecte directamente al edificio, debido a que no

hay intercambio de aire entre el interior del mismo y la cámara ventilada, como sí ocurría en los muros Trombe y parietodinámico. Por tanto las pérdidas son sólo las debidas a la conducción.

$$Q_{Perd} = Q_{Perd,Cond} = A \cdot U \cdot \left(\overline{T}_{int} - \overline{T}_{ext}\right) \cdot t$$
[5.32]

Lo anterior no quiere decir que la ventilación no tenga ningún efecto, lo tiene a través del incremento en las pérdidas por conducción debidas a la ventilación, tal como ocurría con los muros Trombe y Parietodinámico.

$$U_{cond} = U_{cond,0} + \Delta U_{cond,vent}$$
[5.33]

Donde:

$$U_{cond,0} = U_0 \tag{5.34}$$

$$\Delta U_{cond,vent} = \frac{U_0^2}{U_e^2} \rho C_P \dot{V} \eta$$
[5.35]

Las expresiones anteriores son las mismas que para el muro parietodinámico, solo que para el cálculo de las pérdidas se ha preferido tomar la diferencia de las temperaturas medias, a los grados día.

5.6.2 Ganancias

Las ganancias en una fachada ventilada tienen las mismas ecuaciones que en el muro parietodinámico, solo que tal como ocurría con las pérdidas, las ganancias por ventilación carecen de interés para la epidermis del edificio, dado que la afectan directamente. Si por algún motivo, se deseara emplear el calor tomado por el aire en este elemento, su valor puede ser calculado con las expresiones mostradas para el muro parietodinámico. Por tanto las ganancias son sólo las producidas por conducción:

$$Q_{Gan} = I \cdot A_S = Q_{Gan,Cond}$$

$$[5.36]$$

Estas ganancias por conducción se pueden dividir en ganancias por conducción sin el efecto de la ventilación, más un incremento de la conducción por efecto de la ventilación, tal como en el muro Trombe y parietodinámico. Las expresiones matemáticas son:

$$A_{S,cond} = A_{S,cond,0} + \Delta A_{S,cond,vent}$$
[5.37]

Donde:

$$A_{S,cond,0} = g\alpha F_S F_F A \cdot U_0 R_{Absor \to Exte}$$

$$[5.38]$$

$$\Delta A_{S,cond,vent} = g \alpha F_S F_F \left[-R_{Vent} \left(\frac{U_0}{U_e} \right) \rho C_P \dot{V} \eta \right]$$
[5.39]

Que son exactamente las mismas que para el muro parietodinámico, solo que lo más normal es que el elemento exterior sea opaco y por ello el valor del factor "g" casi siempre será "1". Pero se ha preferido mantenerlo en la ecuación ya que así resulta más general.

5.7 Factores modificadores para el cálculo del muro Trombe

En las secciones anteriores de este capítulo se presentaron las ecuaciones para el cálculo en estado estable de los elementos especiales. Con ellas es posible calcular el aporte de calor de los elementos especiales para un instante dado de tiempo si el efecto de la inercia térmica es despreciable. Para estimar el aporte de dichos elementos en un periodo de tiempo mensual o estacional, se supone que todos los parámetros que caracterizan el flujo de calor son invariables. Asumiendo que los coeficientes de película cumplen dicha premisa y teniendo en cuenta que las propiedades térmicas y geométricas de las partes sólidas del elemento especial son constantes, es el flujo de aire la variable crítica que define si se pueden usar esas ecuaciones o no. La razón es que para poder usar esas ecuaciones, el flujo de aire debería ser constante, y el funcionamiento ininterrumpido durante todo ese periodo de tiempo. Dicho supuesto es cierto en el caso de los muros solares y puede ser admitido para el caso de los muros parietodinámicos y fachadas ventiladas; pero resulta inadmisible para el caso del muro Trombe. La razón es que en un muro solar, el flujo de aire es siempre igual a cero (constante e ininterrumpido); en los muros parietodinámicos y fachadas ventiladas, en principio el flujo es ininterrumpido y la suposición de que tiene un valor constante puede ser aceptable, especialmente si el aire es impulsado por un medio mecánico. Pero en un muro Trombe, lo más probable y casi siempre más conveniente, es el de una operación intermitente de la ventilación, con lo cual se tiene una operación que cambia entre el caso sin flujo (como un muro solar) y el caso con flujo, violando así la premisa de que los parámetros que caracterizan el flujo de calor sean invariables.

No obstante, en la norma (ISO 13790, 2007) se presenta un método de cálculo para los muros Trombe en el que las ganancias y las pérdidas se corrigen con los factores modificadores mostrados en las ecuaciones [5.15].

En este método, tanto el área solar en su componente de ventilación como la parte del componente de conducción que es afectado por la ventilación, son modificadas por un factor ω que tiene en cuenta el funcionamiento intermitente de la ventilación. Su significado puede ser entendido como la relación entre la radiación total incidente sobre el elemento cuando la circulación del aire funciona y la radiación total incidente durante todo el periodo de cálculo. El valor de este factor, según la mencionada norma, se obtiene a partir de la siguiente ecuación:

$$\omega = 1 - \exp\left(-2.2\gamma_{CA}\right)$$
[5.40]

Donde γ_{CA} es la relación de ganancias/pérdidas para el periodo de cálculo.

El modificador de la transmitancia térmica δ , al igual que el del área solar, sólo modifica los componentes relacionados con la ventilación. Es un factor que puede ser entendido como la relación de la diferencia acumulada de temperaturas entre el interior y el exterior cuando la ventilación funciona, y la diferencia total acumulada para el periodo de tiempo de cálculo. La expresión propuesta por la norma es:

$$\delta = 0.3\gamma_{CA} + 0.03(0.0003^{\gamma_{CA}} - 1)$$
[5.41]

El autor no dispone información de las condiciones bajo las cuales fueron obtenidas las dos anteriores expresiones para el cálculo de los modificadores $\omega y \delta$, y por ello se ha procedido a calcular el valor que deberían tener estos modificadores para muros Trombe operando bajo las condiciones climáticas de España.

Para ello se hizo una simulación hora a hora bajo las condiciones climáticas de diez localidades españolas, de tal manera que para cada una de las cinco zonas climáticas de invierno definidas por el Código técnico de la edificación, existieran dos localidades, tal como se puede ver en la Tabla 6. El periodo de cálculo considerado fue el comprendido por el mes de enero.

Localidad	Zona Climática de Invierno	Grados Día Enero	Radiación Total Incidente Sur Enero	
		°C	kWh/m ²	
Burgos	E	572	54.5	
Soria	Е	567	72.0	
Madrid	D	465	80.2	
Pamplona	D	513	59.4	
Barcelona	С	386	95.9	
Cáceres	С	416	93.4	
Sevilla	В	328	117.7	
Valencia	В	338	109.8	
Almería	A	273	124.1	
Málaga	A	281	116.0	

Tabla 6 Lista de localidades utilizadas para la evaluación de los parámetros ω y δ , con climas Españoles.

Para cada una de las localidades, un total de 17 muros Trombe sin inercia térmica fueron calculados (ver Tabla 7), estableciendo así un total de 170 casos con los que se puede verificar el valor de los parámetros $\omega y \delta$. En todos los casos se supuso que la ventilación funciona si la temperatura del aire a la salida es igual o superior a 22°C, y la ventilación se desactiva si no se cumple dicha condición.

	F	~				
Caso	Rei [m²K/W]	Ree [m²K/W]	g (factor de ganancias solares del elemento exterior)	Velocidad del aire [m/s]	Espesor de la cámara [m]	Altura del elemento [m]
1	3	0.005	0.80	0.25	0.05	2.5
2	1.5	0.005	0.80	0.25	0.05	2.5
3	0.6	0.005	0.80	0.25	0.05	2.5
4	0.3	0.005	0.80	0.25	0.05	2.5
5	0.15	0.005	0.80	0.25	0.05	2.5
6	0.3	0.13	0.71	0.25	0.05	2.5
7	0.3	0.17	0.72	0.25	0.05	2.5
8	0.3	0.42	0.46	0.25	0.05	2.5
9	0.3	0.005	0.80	0.1	0.05	2.5
10	0.3	0.005	0.80	0.5	0.05	2.5
11	0.3	0.005	0.80	1	0.05	2.5
12	0.3	0.005	0.80	1.5	0.05	2.5
13	0.3	0.005	0.80	0.25	0.05	1.5
14	0.3	0.005	0.80	0.25	0.05	2
15	0.3	0.005	0.80	0.25	0.05	2.5
16	1	0.005	0.80	0.25	0.05	3
17	1	0.005	0.80	0.25	0.05	3.5

Tabla 7 Descripción general de los muros Trombe sin inercia térmica simulados para la verificación de los parámetros $\omega y \delta$.

De cada simulación se obtiene el área solar a partir de la relación entre las ganancias brutas generadas por el elemento y la radiación solar incidente acumulada. El factor ω entonces puede ser calculado despejando a partir de la siguiente ecuación:

$$Q_{Gan,Vent} = Ig\alpha F_S F_F R_{Vent} \rho C_P \dot{V} \eta \omega$$

Quedando:

$$\omega = \frac{Q_{Gan,Vent}}{Ig\alpha F_S F_F R_{Vent} \rho C_P \dot{V} \eta}$$
[5.42]

De forma análoga, la transmitancia térmica total del elemento se consigue a partir de la relación entre las pérdidas totales generadas y los grados-día acumulados. Y el factor δ se despeja de la siguiente ecuación:

$$Q_{Perd,Vent} = \left[\frac{U_0}{U_i}\rho C_P \dot{V}\eta\delta\right] \cdot GD \cdot 24$$

Quedando:

$$\delta = \frac{Q_{Perd,Vent}}{\frac{U_0}{U_i}\rho C_P \dot{V}\eta \cdot GD \cdot 24}$$
[5.43]

A partir del calor acumulado obtenido de las simulaciones y usando las expresiones [5.42] y [5.43], se obtienen los valores para los factores ω y δ .

En la Figura 24 se muestran los valores del factor de reducción de ganancias solares ω , obtenido a partir de las simulaciones y dos curvas: una que representa el valor que se obtiene con la utilización de la ecuación [5.40] del método de la norma ISO 13790, y otra con el valor obtenido con la correlación propuesta (ver ecuación [5.44]). En dicha figura se aprecia que los valores del factor ω obtenidos por simulación, para una relación ganancias/pérdidas menor (γ_{al} <1) que uno, tienen un valor mayor al obtenido por el método de la norma ISO 13790, lo que sugiere que dicha correlación ha sido hecha para climas donde las pérdidas son predominantes, de tal manera que el valor estimado por esta correlación es conservador si las pérdidas son mayores que las ganancias. Para el intervalo 1< γ_{al} <1.5, el valor obtenido con la norma ISO 13790 coincide aproximadamente con los de la simulación, pero para γ_{al} >1.5, se obtienen valores mayores que los de la simulación. Esto indica que el uso de esta correlación para relaciones ganancias/pérdidas mayores que uno, no sólo no es conservadora, sino que a medida que aumentan las ganancias, puede llegar a sobreestimar el valor de las mismas.

Las simulaciones han sido hechas para toda la gama de climas existentes en España, por tanto, las relaciones ganancias/pérdidas mayores que uno son posibles (por lo menos en España y posiblemente en casi todo el sur de Europa) y como el uso de la correlación de la norma ISO 13790 para dicho rango se muestra inadecuada, se propone la correlación [5.44], que es conservadora para todo el rango de valores de ganancias/pérdidas obtenidos para los climas de España.



$$\omega_{propuesto} = 1 - \exp\left(-2.0 \cdot \gamma_{CA}^{0.2/\gamma_{CA}}\right)$$
[5.44]

Figura 24 Factor de reducción de ganancias solares ω , calculado a partir de simulación y las curvas obtenidas con el método ISO 13790 y con la correlación propuesta.

Para el factor modificador de las pérdidas δ se ha realizado un análisis similar que para el factor de reducción de ganancias. En la Figura 25 se muestran los valores obtenidos por simulación y los de las curvas del método de la norma ISO 13790, y con la correlación propuesta. La correlación de la norma genera casi una línea recta, con la que se obtendrían valores superiores a la unidad para relaciones ganancias/pérdidas mayores que 3.5, que aunque son poco probables, darían valores que no se ciñen al comportamiento esperado de este factor. También se aprecia que en general, con el método de la norma, el valor del factor δ no se corresponde con el obtenido por la simulación. Como este factor modifica las pérdidas, el lado conservador es el que sobreestima su valor, de aquí se deduce que el método de la norma no es conservador para relaciones ganancias/pérdidas menores que la unidad, y por el contrario, se convierte en muy conservador para relaciones por encima de la unidad. La correlación propuesta (ecuación [5.45]) es razonablemente conservadora para todo el rango de relaciones ganancias/pérdidas obtenido para los climas de España, además de corresponder más adecuadamente con la tendencia mostrada por los valores obtenidos mediante simulación.

$$\delta_{propuesto} = \left[1 - \exp\left(-0.75 \cdot \gamma_{CA}^{0.3}\right)\right]^2$$
[5.45]



Figura 25 Factor modificador de las pérdidas δ , calculado a partir de simulación y las curvas obtenidas con el método ISO 13790 y con la correlación propuesta.

5.8 Caracterización de la inercia térmica

La inercia térmica de un cuerpo es una característica que no se encuentra representada claramente por el valor de una variable. Eso se debe a que es el resultado de una combinación de varias de las propiedades térmicas de los materiales que lo constituyen, así como de la geometría del objeto en particular y el entorno que lo rodea. Existe una gran cantidad de definiciones para la masa térmica o inercia térmica, algunas de ellas son:

- Capacidad de un objeto para absorber calor y mantenerlo^{3,4}.
- De acuerdo con una analogía mecánica: la tendencia de ese objeto a mantener constante su temperatura frente a excitaciones térmicas⁵,⁶. O en otras palabras: la medida de la resistencia de un material a cambiar su temperatura a lo largo del tiempo⁷.
- Propiedad que impide que los procesos de transferencia de calor variables en el tiempo, se encuentren en estado estacionario.
- Según ASHRAE⁸, la inercia térmica es la causante de que exista un retraso en el tiempo de la migración del calor, y atenúa las puntas de ganancias y pérdidas en un edificio.

Las propiedades de los materiales que están relacionadas con la inercia térmica, son:

- Calor específico (*C*)
- Densidad (ρ)
- Conductividad Térmica (*k*)

La combinación de estas tres propiedades en la difusividad térmica $\alpha = \frac{k}{\rho C}$ ayuda a

reducir la complejidad del problema. Pero la difusividad no caracteriza completamente la inercia térmica porque no incluye características geométricas (espesor del muro, por ejemplo).

El número de **Biot** $Bi = \frac{hL}{k}$ introduce elementos relacionados con las propiedades de los fluidos que rodean al cuerpo a través del coeficiente de película "*h*", y de la geometría del cuerpo en estudio mediante una longitud característica "*L*", que en el caso de los muros con conducción de calor unidimensional suele corresponder a la mitad del espesor del muro. El número de Biot "proporciona una medida de la distribución de la temperatura en el sólido en relación con la diferencia de temperaturas entre la superficie y el fluido"⁹. Su principal aplicación relacionada con la inercia térmica, es que si *Bi*<<1, entonces se puede considerar que el cuerpo se encuentra aproximadamente a temperatura uniforme, ante variaciones en la del fluido, debido a que la conductividad del material es mucho mayor que el coeficiente de película. Sin embargo, esta condición rara vez se presenta en los muros utilizados en la edificación. Además, no incluye propiedades fundamentales relacionadas con la inercia térmica, como es la densidad y el calor específico.

El número de Fourier $Fo = \frac{\alpha t}{L^2}$ se interpreta como un tiempo adimensional que además es "una medida del calor conducido a través de un cuerpo con relación al calor

almacenado por él. Por tanto, un valor grande del número de Fourier indica una propagación más rápida de calor a través del cuerpo."¹⁰

La combinación de los números de Fourier y Biot se utiliza para adimensionalizar los análisis de transferencia de calor en estado transitorio, pero no son una medida de la inercia térmica. Además, en principio su aplicación es en materiales homogéneos, y en general los muros, al tener varias capas no pertenecen al conjunto de sólidos a los que se les podrían aplicar directamente estas definiciones.

El comportamiento del muro en estado transitorio está afectado por las propiedades de cada una de las capas y del orden en el cual se encuentran distribuidas. En consecuencia, la inercia térmica de un muro se encuentra plenamente descrita cuando se define la conductividad, la densidad, el calor específico, el espesor y la posición de cada capa dentro del muro. Es decir, la inercia térmica es una propiedad multidimensional, en realidad cuatro dimensiones por cada capa del muro, y no existe un escalar que pueda definirla completamente.

Dado que no existe una única variable que describa inequívocamente la inercia térmica, es frecuente que su descripción se haga de manera cualitativa (por ejemplo "alta inercia", "media inercia", "baja inercia") y se utilicen términos comparativos ("mayor inercia", "incremento de la inercia", etc.). Pero su cuantificación se hace a través de los efectos que genera en variables medibles. Muchos autores estudian los efectos de la inercia térmica del muro ante una excitación oscilatoria¹¹,¹²,¹³, extendiendo el concepto incluso a todo el edificio¹⁴, y que es usado por la normativa china¹⁵ de edificación para definir un "índice de inercia térmica". Pero también se cuantifica por medio de la simplificación que se hace de un muro real a un modelo de capacidad tal como se presenta en la normativa europea¹⁶, o como es presentado por Byuna et al¹⁷ en los que la capacidad térmica y la constante de tiempo de dicho sistema simplificado son utilizadas como parámetros de medida de la inercia térmica.

No obstante existen otras formas de cuantificación de la inercia térmica, como por ejemplo la propuesta por Frederick et al¹⁸ para materiales delgados en la que el producto de la conductividad térmica por el calor específico y la densidad es una medida de la inercia. Sin embargo para el caso de los muros existen algunos indicadores que podrían ser más adecuados, como por ejemplo:

- Los factores de respuesta propuestos por Mitalas¹⁹; y de las que Hong²⁰ hace algunas modificaciones particulares.
- He²¹ propone un método llamado de los factores de reacción.
- Al Turki²² presenta un desarrollo matemático en el que el número de Biot sirve de indicador del comportamiento de la inercia térmica, pero no supone una cuantificación numérica de la misma.
- Massouros et al²³, han desarrollado un método matemático en el que a partir de unas ecuaciones integrales encuentran el perfil de temperaturas en el interior del muro y adicionalmente definen algunos parámetros que caracterizan el comportamiento dinámico de un muro.
- Lacarrière et al²⁴, proponen la caracterización de la inercia térmica por medio de unas "funciones de influencia" que son obtenidas experimentalmente.

Sin embargo, estas formas de caracterización no han sido ampliamente empleadas como medida de cuantificación de la inercia térmica, debido principalmente a que la utilidad de ellas está más relacionada con cálculos en estado transitorio que como indicador de inercia. Además, ofrecen parámetros que no se obtienen fácilmente y que muchas veces resultan difíciles de relacionar con fenómenos físicos directamente entendibles. Por este motivo, no se profundizará en el estudio de ninguna de ellas.

Las formas más comunes para caracterizar la inercia térmica están relacionadas con el amortiguamiento, el desfase y la simplificación por medio de un modelo de capacidad. En esta tesis se abordará la caracterización bajo estas dos perspectivas. Para ello, se van a definir dos modelos de capacidad. El primero es un modelo RC, y el segundo es un modelo RCR.

El modelo "RC" está compuesto por una resistencia térmica igual a la del muro real, y una capacidad térmica que en la analogía electrotérmica está representada por una capacitancia "C". El modelo "RCR" está compuesto por dos resistencias térmicas, cuya suma es igual a la resistencia del muro real y una capacidad térmica representada por una capacitancia ubicada entre las dos resistencias del muro.

5.8.1 Calor almacenado y restituido

Se ha mencionado que una característica importante de la inercia térmica es la capacidad para almacenar calor y luego cederlo. Aunque es un concepto que se entiende fácilmente, es conveniente formalizar esta característica dado que será empleada posteriormente.

El calor almacenado en un muro se puede cuantificar por medio de la integral definida para un intervalo de tiempo dado, de la suma de los flujos de calor a través de sus dos superficies. Por conveniencia se va a definir "calor almacenado", a aquel que se calcula de la mencionada integral cuando la suma de los flujos de calor en un instante de tiempo es positiva, siendo positivo el flujo de calor en dirección hacia dentro del muro. Por otro lado, el "calor restituido", se calculará de igual manera que el calor almacenado, pero considerando sólo los instantes de tiempo en los que la suma es negativa.

$$Q_{alm} = \int_{t_1}^{t_2} \left[h_{cr} \left(T_{cr}(t) - T_{ei,1}(t) \right) + h_i \left(T_i - T_{ei,2}(t) \right) + \upsilon \cdot Q_{ei,1} \right]^+ dt$$
[5.46]

$$Q_{res} = \int_{t_1}^{t_2} \left[h_{cr} \left(T_{cr}(t) - T_{ei,1}(t) \right) + h_i \left(T_i - T_{ei,2}(t) \right) + \upsilon \cdot Q_{ei,1} \right]^{-} dt$$
[5.47]

Donde "v" es la fracción del calor generado por radiación solar que es absorbido por el muro. El superíndice "+" indica que sólo se consideran los valores positivos de la suma mostrada en el cálculo de la integral. De forma análoga, el superíndice "-" indica que sólo se consideran los valores negativos de la suma.

En esta tesis, el cálculo del calor almacenado y restituido de un muro "real" se hará por integración numérica a partir de los resultados de simulación obtenidos con el método de las diferencias finitas.

En *régimen periódico establecido*¹, el calor almacenado es igual al calor restituido si se considera un intervalo de tiempo igual al periodo de la señal de excitación. Para el caso de una señal periódica de 24 horas se tiene:

$$Q_{alm} = |Q_{res}| = \int_{0}^{24} \left[h_{cr} \left(T_{cr}(t) - T_{ei,1}(t) \right) + h_i \left(T_i - T_{ei,2}(t) \right) + \upsilon \cdot Q_{ei,1} \right]^+ dt$$
[5.48]

5.8.2 Modelo RC (Resistencia Capacidad)

Antes de continuar, el autor cree conveniente advertir al lector que el modelo RC aquí planteado será posteriormente descartado, por tanto es posible saltarse esta sección y continuar con la lectura en el apartado 5.8.3 si así lo desea. Pese a lo anterior, el autor ha considerado adecuado no eliminar este apartado ni llevarlo a un anexo, dado que al presentarlo en este punto, el lector que así lo desee, encontrara que se ajusta a la línea argumental y será más fácil entender los puntos fuertes y débiles de este modelo. Dejando atrás este paréntesis, se continúa con la presentación del modelo propuesto.

En este modelo se asume que la respuesta en estado transitorio en una de las caras del muro puede asimilarse a la de un muro cuya primera capa de conductividad infinita tiene la capacidad térmica total equivalente del muro. La capa siguiente carece de capacidad térmica pero tiene una resistencia térmica igual a la del muro completo. (ver Figura 26).



Figura 26 Analogía eléctrica del modelo de capacidad RC. Simplificación para la cuantificación de la inercia térmica de un muro.

¹ El régimen periódico establecido aparece cuando se realiza una excitación periódica sobre un sistema, y en la respuesta de dicho sistema, el efecto de las condiciones iniciales ha desaparecido. Esto ocurre cuando el tiempo transcurrido desde el inicio de la excitación tiende a infinito. El régimen periódico establecido, se caracteriza por presentar una respuesta periódica, que tal como su nombre lo indica se repite exactamente igual, en cada periodo de tiempo y la duración de este periodo es igual al de la excitación.

Se comprende fácilmente que lo anteriormente dicho es una simplificación del muro real y por tanto no se pretende que este sencillo modelo sea una representación fiel de dicho muro en todos los aspectos relacionados con su comportamiento térmico. De hecho, y tal como se verá más adelante, es necesaria la utilización de algunos supuestos o criterios para poder calcular la capacidad térmica "C" del modelo RC, a partir de un muro real. Dicho valor "C" se llamará capacidad térmica equivalente, y de acuerdo a los supuestos utilizados puede tener valores distintos para un mismo muro. Esto es debido a que un muro real presenta varias características en su respuesta, como son: desfase, amortiguamiento, capacidad de almacenamiento de energía y otras; como en el modelo RC solo se dispone de la variable de ajuste "C", sólo una de las características del muro real podrá ser ajustada, y dependiendo de la variable seleccionada se podrá tener un valor diferente para la capacidad térmica equivalente. Este aspecto se tratará en detalle posteriormente.

Es claro que el objetivo con el modelo RC es el cálculo de la capacidad térmica equivalente "C", para ello es necesario conocer primero la respuesta del muro real y después tener las ecuaciones necesarias que permitan la determinación de esta capacidad térmica. En esta sección se asume que la respuesta del muro real es conocida y por tanto se desarrollarán las ecuaciones necesarias que permitan el cálculo de la capacidad térmica equivalente.

5.8.2.1 Desarrollo matemático

El balance de energía sobre la superficie del muro con el modelo RC es:

$$C\frac{dT_{ei,1}}{dt} = h_c \left(\overline{T}_a - T_{ei,1}\right) + h_r \left(T_{ee,2} - T_{ei,1}\right) + \frac{1}{R_{ei} + R_i} \left(T_i - T_{ei,1}\right) + Q_{ei,1}$$
[5.49]

Por conveniencia se hacen las siguientes simplificaciones:

$$h_{cr} = h_c + h_r \tag{5.50}$$

$$T_{cr} = \frac{h_c \overline{T}_a + h_r T_{ee,2}}{h_r + h_r}$$
[5.51]

$$n_c + n_r$$

$$II = \frac{1}{1}$$
[5.52]

$$U_i = \frac{1}{R_{ei} + R_i}$$
[5.52]

Con lo que la ecuación [5.49] queda:

$$C\frac{dT_{ei,1}}{dt} = h_{cr}\left(T_{cr} - T_{ei,1}\right) + U_i\left(T_i - T_{ei,1}\right) + Q_{ei,1}$$
[5.53]

Y cuya solución es (ver desarrollo completo en el ANEXO 4):

$$T_{ei,1}(t) = \frac{U_i}{h_{cr} + U_i} T_i + \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) \left[\frac{1}{C} \int \left(h_{cr} T_{cr} + Q_{ei,1}\right) \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right) dt\right] + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right)$$

[5.54]

Donde la constante de tiempo τ es:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{h_{cr} + U_i}{C}$$
[5.55]

El método de solución empleado se ha seleccionado porque la respuesta de la temperatura superficial del muro T_{m1} , queda en función de una ecuación con una integral sobre las señales de excitación T_{cr} y $Q_{ei,l}$ que no han sido explicitadas aún (y el método no exige su conocimiento a priori) y por tanto permite obtener la respuesta del muro si se conoce la excitación.

De acuerdo con lo expresado al inicio de esta sección, existen varios supuestos que pueden ser utilizados para el cálculo de la inercia térmica equivalente. Cada uno de esos supuestos se encuentra relacionado directa o indirectamente con la forma de la excitación. En este trabajo se exploran dos tipos de excitación posibles:

- Señal de temperaturas de forma sinusoidal, sin generación superficial.
- Señal de temperaturas y generación superficial en forma de rampa.

Estos dos tipos de señales obedecen de alguna forma a simplificaciones de las excitaciones reales a las que es sometido un muro. La forma sinusoidal podría ser entendida como una reducción del comportamiento de la temperatura exterior, de hecho el primer armónico en una descomposición por medio de la transformada de Fourier, resulta en una señal sinusoidal de periodo igual a 24 horas, que será el empleado en este trabajo.

La señal en forma de rampa es útil para simulaciones bajo condiciones climáticas reales, porque normalmente se tienen datos horarios de radiación y temperatura, es usual asumir que entre una hora y la siguiente, tanto la radiación como la temperatura han variado en forma lineal. Por tanto la excitación sobre el muro puede ser asumida como una excitación en forma de rampa de longitud igual a una hora, donde la condición inicial es el resultado de la hora anterior.

A continuación se desarrolla el sistema RC bajo el efecto de estas dos excitaciones.

5.8.2.1.1 Excitación sinusoidal

Una de las formas más sencillas y útiles de excitación, es cuando la temperatura exterior fluctúa en forma sinusoidal. Este tipo de excitación será empleado posteriormente para el cálculo de la capacidad térmica equivalente.

A continuación se hace el desarrollo de la respuesta del modelo RC, sometido a una excitación en temperatura de forma sinusoidal de amplitud igual a un Kelvin, esto es:

$$\overline{T}_{a}(t) = T_{v2}(t) = sen(wt) \Longrightarrow T_{cr} = sen(wt)$$
[5.56]

$$Q_m(t) = 0$$

Entonces reemplazando T_{cr} y Q_m de las ecuaciones [5.56], se tiene que la solución es (ver desarrollo completo en el ANEXO 4):

$$T_{ei,1}(t) = \frac{U_i}{h_{cr} + U_i} T_i + \frac{h_{cr}}{C\left(\frac{1}{\tau^2} + w^2\right)} Asen(wt + \varphi) + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right)$$
[5.57]

Donde la constante de integración K_0 puede ser calculada si la condición inicial es conocida:

$$T_{ei,1}(t=0) = T_{ei,1,0} = \frac{U_i}{h_{cr} + U_i} T_i - \frac{h_{cr}}{C} \frac{w}{\frac{1}{\tau^2} + w^2} + K_0$$
[5.58]

$$K_{0} = T_{ei,1,0} - \frac{U_{i}}{h_{cr} + U_{i}} T_{i} + \frac{h_{cr}}{C} \frac{w}{\frac{1}{\tau^{2}} + w^{2}}$$
[5.59]

Y las variables A y φ son:

 $\varphi = \arctan\left(-w \cdot \tau\right) \tag{5.60}$

$$A = \frac{-w}{sen(\varphi)}$$
[5.61]

En esta sección se establecerá la respuesta del sistema ante la excitación oscilatoria, después de una cantidad de tiempo suficiente para que los efectos de las condiciones iniciales sean despreciables. El interés en la determinación de esta respuesta, radica en que se desea es caracterizar el muro, y las condiciones iniciales del mismo establecen una respuesta singular que depende de las condiciones iniciales. La respuesta de carácter general depende de las propiedades del sistema, y se obtiene cuando el tiempo trascurrido desde el inicio de la excitación tiende a infinito. Esto es:

Cuando
$$t \to \infty$$
; $\exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) = 0$ [5.62]

Entonces:

$$\lim_{t \to \infty} T_{ei,1}(t) = \frac{U_i}{h_{cr} + U_i} T_i + \frac{h_{cr}}{C\left(\frac{1}{\tau^2} + w^2\right)} Asen(wt + \varphi)$$
[5.63]

Esta última respuesta es conocida como régimen periódico establecido.

Adicionalmente si por conveniencia se define la temperatura interior igual a cero, se tiene:
$$T_{ei,1}(t) = \frac{h_{cr}}{\underbrace{C\left(\frac{1}{\tau^2} + w^2\right)}_{\text{Amortiguamineto}} A \operatorname{sen}(wt + \underbrace{\varphi}_{\text{Desfase}})$$

$$(5.64)$$

Se observa de la ecuación [5.64], que ante una señal de excitación de temperatura sinusoidal, el muro responde con una temperatura igualmente sinusoidal, pero amortiguada y desfasada con relación a la excitación, tal como se encuentra indicado sobre la misma ecuación.

5.8.2.1.2 Excitación rampa

Ya se había dicho que para la simulación bajo la excitación de condiciones reales, es conveniente suponer que entre un dato y otro, dichas excitaciones varían linealmente, de tal forma que puede ser entendido como una excitación tipo rampa. Esto es representado por las ecuaciones [5.65], [5.66], [5.67]; que pueden ser vistas como segmentos lineales de una hora de duración de las temperaturas convectivas y radiantes (que en el escenario de un muro Trombe serían la temperatura del aire en el canal y la temperatura del elemento exterior), y de la radiación solar incidente.

$$\overline{T}_{a}(t) = \overline{T}_{a}(0) + \frac{\overline{T}_{a}(1) - \overline{T}_{a}(0)}{\Delta t}t$$
[5.65]

$$T_{ee,2}(t) = T_{ee,2}(0) + \frac{T_{ee,2}(1) - T_{ee,2}(0)}{\Delta t}t$$
[5.66]

$$Q_{ei,1}(t) = Q_m(0) + \frac{Q_{ei,1}(1) - Q_{ei,1}(0)}{\Delta t}t$$
[5.67]

Donde el "cero" entre paréntesis representa el valor de la variable al inicio del periodo y el "uno" entre paréntesis, el valor al final de ese periodo. De tal manera que el valor de la variable en un tiempo arbitrario pero dentro del intervalo de tiempo Δt considerado, puede ser calculado con las anteriores ecuaciones.

La excitación puede ser definida entonces como:

$$E(t) = h_c \left(\overline{T}_a(0) + \frac{\overline{T}_a(1) - \overline{T}_a(0)}{\Delta t} t \right) + h_r \left(\overline{T}_{ee,2}(0) + \frac{\overline{T}_{ee,2}(1) - \overline{T}_{ee,2}(0)}{\Delta t} t \right) + Q_{ei,1}(0) + \frac{Q_{ei,1}(1) - Q_{ei,1}(0)}{\Delta t} t$$
[5.68]

Reordenando términos:

$$E(t) = h_c \overline{T}_a(0) + h_r T_{ee,2}(0) + Q_{ei,1}(0) + \left[h_c \left(\overline{T}_a(1) - \overline{T}_a(0)\right) + h_r \left(T_{ee,2}(1) - T_{ee,2}(0)\right) + Q_{ei,1}(1) - Q_{ei,1}(0)\right] \frac{t}{\Delta t}$$

Definiendo:

$$E_0 = h_c \overline{T}_a(0) + h_r \overline{T}_{ee,2}(0) + Q_{ei,1}(0)$$
[5.70]

$$\Delta E = h_c \left(\overline{T}_a(1) - \overline{T}_a(0) \right) + h_r \left(\overline{T}_{ee,2}(1) - \overline{T}_{ee,2}(0) \right) + Q_{ei,1}(1) - Q_{ei,1}(0)$$
[5.71]

[5.69]

La excitación se puede escribir como:

$$E(t) = E_0 + \Delta E \frac{t}{\Delta t}$$
[5.72]

Es decir que el término $h_{cr}T_{cr} + Q_{ei,1}$ en la integral de la ecuación [5.54], puede ser reemplazado por la parte derecha de la ecuación [5.72]. Esto es:

$$h_{cr}T_{cr} + Q_{ei,1} = E(t) = E_0 + \Delta E \frac{t}{3600}$$

Con lo que es posible reescribirla de la siguiente manera:

$$T_{ei,1}(t) = \frac{U_i}{h_{cr} + U_i} T_i + \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) \left[\frac{1}{C} \int \left(E_0 + \Delta E \frac{t}{\Delta t}\right) \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right) dt\right] + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right)$$
[5.73]

Cuya solución es (ver ANEXO 4):

$$\overline{T_{ei,1}(t)} = \left[\frac{U_i}{h_{cr} + U_i}T_i + \frac{1}{C}\tau\left(E_0 - \frac{\Delta E \cdot \tau}{\Delta t}\right)\right] \left(1 - \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right)\right) + \frac{1}{C}\frac{\Delta E \cdot \tau}{\Delta t}t + T_{ei,1,0}\exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right)}$$
[5.74]

Donde $T_{ei,1,0}$ es la temperatura inicial del nodo donde se encuentra la capacitancia y que debe ser un dato conocido (calculado en el instante de tiempo anterior, o para la primera hora debe ser un valor asignado).

Como la anterior ecuación ha sido desarrollada para aplicarla a segmentos de excitaciones lineales de duración igual a una hora, teniendo como condición inicial $T_{m,0}$ la temperatura final de la hora anterior, el tiempo "t" es igual a 3600 segundos, con lo que la ecuación [5.74], se puede escribir como:

$$T_{ei,1}(3600) = \left[\frac{U_i}{h_{cr} + U_i}T_i + \frac{1}{C}\tau \left(E_0 - \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600}\right)\right] \left(1 - \exp\left(-\frac{3600}{\tau}\right)\right) + \frac{\Delta E \cdot \tau}{C} + T_{ei,1,0}\exp\left(-\frac{3600}{\tau}\right)$$
[5.75]

5.8.2.2 Cálculo de la capacidad térmica C en el modelo RC

Hasta este punto se han desarrollado las herramientas necesarias para el cálculo del comportamiento del modelo RC, bajo dos tipos de excitaciones. Pero aún no se ha abordado el tema del cálculo de la capacidad térmica equivalente. En esta sección se muestran algunos procedimientos para dicho cálculo.

Por otro lado y debido a que el modelo de capacidad "RC" es una simplificación del muro real cuya principal utilidad está relacionada con la caracterización de la inercia

térmica, se pueden aplicar distintos supuestos para el cálculo de esa capacidad térmica equivalente. En esta tesis se explorarán los siguientes cuatro supuestos:

- Supuesto 1: Calcular C tal que el calor almacenado y restituido sea igual que el del muro real ante una excitación en temperatura de forma sinusoidal de amplitud unitaria con periodo de 24 horas.
- Supuesto 2: Calcular C, tal que el calor almacenado y restituido sea igual que el del muro real ante una excitación en radiación y temperatura "reales" durante un periodo de tiempo de un mes o de una estación climática.
- Supuesto 3: Calcular C, tal que las temperaturas superficiales del muro presenten el mismo amortiguamiento¹ que en el muro real ante una excitación en temperatura sinusoidal.
- Supuesto 4: Calcular C, tal que las temperaturas superficiales del muro presenten el mismo desfase² que en el muro real ante una excitación en temperatura sinusoidal.

Pueden existir otras formas para calcular C, pero las presentadas probablemente son las de mayor utilidad. Normalmente el valor obtenido para la capacidad C es diferente para cada una de las posibilidades de cálculo. La selección del tipo de cálculo que más conviene depende de las necesidades de análisis particulares y de las facilidades de cálculo o disponibilidad de información climática existente.

La discusión y comparación de cada uno de los supuestos se hará al final de esta sección. A continuación se muestran de forma esquemática los procedimientos empleados para el cálculo de la capacidad térmica basado en cada uno de los cuatro supuestos.

¹ Por "amortiguamiento" se entiende la relación existente entre el valor máximo en la temperatura superficial del muro y el máximo en la temperatura de excitación (temperatura del aire).

² Por "desfase" se entiende la diferencia temporal existente entre la ocurrencia de la temperatura máxima en la señal de excitación y la temperatura superficial máxima del muro.

5.8.2.2.1 Cálculo de la capacidad térmica equivalente con el supuesto 1

Con este supuesto se desea encontrar la capacidad térmica equivalente del modelo RC tal que el calor almacenado (y el restituido) sea igual que el del muro real, cuando son excitados con una señal de temperaturas en forma sinuosidad de amplitud igual a un Kelvin. Los pasos para este cálculo son:



5.8.2.2.2 Cálculo de la capacidad térmica equivalente con el supuesto 2

Al igual que en el caso anterior, se desea encontrar la capacidad térmica equivalente del modelo RC tal que el calor almacenado (y el restituido) sea igual que el del muro real, pero en este caso la excitación es en radiación y temperatura y está tomada de datos climáticos horarios. El procedimiento es similar al anterior, pero aquí el intervalo de tiempo para el que se realiza el cálculo suele ser de un mes o de una estación climática. En este caso y debido a que la condición inicial del muro puede ser distinta de la condición final, es posible que exista una pequeña diferencia entre el calor almacenado

y restituido, por tanto el ajuste de la capacidad térmica debe ser hecha sólo sobre uno de los dos, y en esta tesis se ha seleccionado de forma arbitraria el calor almacenado, como variable de ajuste. El procedimiento de cálculo es el siguiente:



Se aprecia que las des principales diferencias entre el método del cálculo para los supuestos 1 y 2 son: los intervalos de tiempo considerados y la utilización de la integración numérica para la determinación del calor almacenado en el sistema RC en el supuesto 2. Esto hace que calcular la capacidad térmica equivalente con el supuesto 2 sea mucho más dispendioso.

5.8.2.2.3 Cálculo de la capacidad térmica equivalente con el supuesto 3

Una característica importante de la inercia térmica es el amortiguamiento obtenido en la respuesta de temperatura ante una señal oscilatoria. Si el amortiguamiento "B" del muro real es conocido y se desea que el sistema RC genere este mismo amortiguamiento, es necesario resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$B = \frac{h_{cr}}{C\left(\frac{1}{\tau^2} + w^2\right)} A$$
$$A = \frac{-w}{sen(\varphi)}$$
$$\varphi = \arctan\left(-w \cdot \tau\right)$$
$$\tau = \frac{C}{h_{cr} + U_i}$$

Que podría ser expresado en forma de una sola ecuación donde la única variable desconocida sería la capacidad térmica "C", pero no se ganaría nada con esta representación dado que resulta en una ecuación difícil de resolver analíticamente. Por tanto es preferible la utilización de algún método numérico y para ello la representación de las ecuaciones en forma separada resulta más conveniente.

5.8.2.2.4 Cálculo de la capacidad térmica equivalente con el supuesto 4

El desfase en la respuesta ante una excitación oscilatoria es otra característica importante de la inercia térmica, por tanto si se conoce dicho desfase " ϕ " del muro real, el cálculo de la capacidad térmica de un sistema RC con el mismo desfase puede ser obtenido de la siguiente ecuación:

$$C = \frac{h_{cr} + U_i}{-w} \tan(\varphi)$$

5.8.2.3 Comparación de la capacidad térmica "C" y la constante de tiempo " τ " obtenidos con los cuatro supuestos presentados

Tal como se puede prever, para el muro equivalente representado por un sistema RC, el valor de la capacidad térmica y su constante de tiempo asociada toman valores distintos de acuerdo al supuesto utilizado en su cálculo. En esta sección se mostrará un ejemplo y se analizarán las diferencias obtenidas con cada uno de los métodos. Para ello se ha simulado con diferencias finitas un muro homogéneo de hormigón convencional con las siguientes propiedades:

Tabla 8 Propiedades térmicas del muro utilizado para
comparar la capacidad térmica equivalente obtenida con
cada uno de los cuatro supuestos presentados.

Espesor [m]	Conductividad Térmica [W/m K]	Densidad [kg/m³]	Calor Específico [J/kg K]
0.25	1.32	2000	1000

El muro presentado se simuló mediante diferencias finitas, bajo dos tipos de excitación: señal sinusoidal de temperatura, y bajo las excitaciones que se podrían tener en un muro

Trombe ubicado en Madrid con orientación sur para el mes de enero. En el caso de la excitación sinusoidal, esta se extendió durante un número suficiente de ciclos para que se verificara la situación de régimen periódico establecido.

En el siguiente cuadro se muestran los principales parámetros característicos obtenidos:

		Muro "Real"	Supuesto 1 ⁽¹⁾	Supuesto 2 ⁽²⁾	Supuesto 3 ⁽³⁾	Supuesto 4 ⁽⁴⁾
Capacidad Térmica	kJ/m ² K	-	167.9	136.3	248.9	30.2
Espesor Activo Equivalente ⁽⁵⁾	cm	-	8.4	6.8	12.4	1.5
Constante de Tiempo	h	-	5.7	4.6	8.5	1.1
Calor Almacenado 24h (Excitación Sinusoidal)	Wh/m ²	38.3	38.3	33.7	44.8	5.3
Calor Almacenado mes (Excitación Real) ⁽⁶⁾	kWh/m ²	36.8	39.6	36.8	43.6	13.3
Amortiguamiento (Excitación Sinusoidal)	-	0.34	0.46	0.52	0.34	0.79
Desfase (Excitación Sinusoidal)	h	1.03	3.75	3.37	4.38	1.03

 Tabla 9 Comparación entre los parámetros característicos obtenidos con cada uno de los supuestos presentados para el cálculo de la capacidad térmica equivalente

⁽¹⁾ Igual calor almacenado que muro real ante excitación en temperaturas de forma sinusoidal.

⁽²⁾ Igual calor almacenado que muro real ante excitación en real de temperaturas y radiación.

(3) Igual amortiguamiento que muro real ante excitación en temperaturas de forma sinusoidal.

⁽⁴⁾ Igual desfase que muro real ante excitación en temperaturas de forma sinusoidal

(5) Es una longitud tal que el producto de dicha longitud por la densidad y por el calor específico de los materiales del muro, sean iguales a la capacidad térmica calculada en cada supuesto.

(6) Simulación hecha para un muro bajo las excitaciones producidas en un muro Trombe con las condiciones climáticas medias de Madrid para el mes de enero y con orientación sur.



Figura 27 Temperaturas en régimen periódico establecido, calculadas para el muro real, y para cada uno de los cuatro sistemas obtenidos con los diferentes supuestos.

En la Figura 27 se muestran las temperaturas superficiales obtenidas en régimen periódico establecido para cada uno de los supuestos. Se aprecia que con ninguno de ellos se obtiene un buen acercamiento a la temperatura del muro real, con lo que queda claro que el modelo RC no puede ser utilizado para estimar el comportamiento en temperaturas de un muro real. Sólo puede ser utilizado para caracterización.

No debe sorprender que los resultados mostrados en la Tabla 9 y la Figura 27 sean diferentes a los del muro real, ni tampoco que los resultados obtenidos con cada uno de los supuestos sean diferentes entre sí. El motivo por el cual se presentan estas diferencias está en que el modelo RC sólo presenta una variable que puede ser ajustada (la capacidad térmica "C"), dado que la resistencia necesariamente debe ser igual a la resistencia térmica del muro, en consecuencia sólo existe una característica del muro real que puede ser concordada. Esto se ve claramente en la Tabla 9, donde para cada supuesto se encuentra sombreada una casilla con la característica del muro real que ha sido ajustada.

Por otro lado, la simplicidad del modelo permite la obtención de información útil para la caracterización del muro en forma sencilla y fácilmente entendible. El problema radica en elegir el supuesto que más se ajuste a las necesidades de caracterización particulares, es decir, no existe en principio un supuesto mejor que otro, los resultados son distintos y deben ser interpretados en consecuencia con la elección del supuesto utilizado.

Si el análisis está relacionado con los balances energéticos, los supuestos de igual calor almacenado, tanto con una señal sinusoidal como con una señal real resultarían ser los más convenientes. Con el supuesto de la señal sinusoidal, se obtienen resultados que no dependen del clima, por lo que puede ser utilizada con carácter general. La utilización del supuesto de la señal real resulta ser un poco más laborioso y sus resultados son de carácter particular debido a que dependen del clima; pero como contrapartida son más cercanos al comportamiento del muro real operando bajo esas condiciones específicas.

Resulta obvio que si lo que se está estudiando es la atenuación de la señal, el supuesto de "igual amortiguamiento que el muro real" es el que debe ser empleado. En este caso se pueden estudiar las máximas y mínimas temperaturas que se tendrán en el muro.

La cuarta opción (igual desfase en la temperatura superficial) es útil para estudiar los tiempos en los que ocurre el almacenamiento de calor y la diferencia de tiempo en las que lo restituye.

5.8.3 Modelo RCR (Resistencia Capacidad Resistencia)

El segundo modelo a ser explorado en esta tesis es el modelo RCR mostrado en la Figura 28, que pretende mejorar un poco las características del modelo RC de la sección anterior. Este modelo presenta dos variables de ajuste: la capacidad térmica equivalente "C" y la relación entre las dos resistencias que conforman el muro (cuya suma debe ser igual a la resistencia total del muro). Esto permite, como se verá posteriormente, ajustar simultáneamente dos características del muro real, superando en este sentido las posibilidades del modelo RC que sólo puede ajustar una.



Figura 28 Analogía eléctrica del modelo de capacidad RCR. Simplificación para la cuantificación de la inercia térmica de un muro.

A continuación se presenta un procedimiento similar al presentado para el modelo RC. Así que primero se van a desarrollar las ecuaciones para el cálculo del comportamiento del modelo simplificado RCR.

5.8.3.1 Desarrollo matemático

El sistema de ecuaciones a resolver, obtenido del balance de energía sobre la superficie excitada por la radiación y sobre el nodo de la capacitancia es:

$$0 = h_c \left(\overline{T}_a - T_{ei,1}\right) + h_r \left(T_{ee,2} - T_{ei,1}\right) + \frac{1}{R_{ei1}} \left(T_{ei} - T_{ei,1}\right) + Q_{ei1}$$
[5.76]

$$C\frac{dT_{ei}}{dt} = \frac{1}{R_{ei1}} \left(T_{ei,1} - T_{ei} \right) + \frac{1}{R_{ei2} + R_i} \left(T_i - T_{ei} \right)$$
[5.77]

El procedimiento detallado de la solución de este sistema de ecuaciones puede ser visto en el ANEXO 4. Algunas definiciones convenientes para simplificar las expresiones son:

• Una constante de tiempo

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{C} \left(\frac{1}{R_{ei1}} + \frac{1}{R_{ei2} + R_i} - \frac{1}{R_{ei1}^2 \left(h_c + h_r \right) + R_{ei1}} \right)$$
[5.78]

• Variable con unidades de tiempo, pero que no debe interpretarse como una constante de tiempo

$$\tau_1 = C\left(R_{ei2} + R_i\right) \tag{5.79}$$

• Variable con unidades de capacidad térmica, pero que al igual que la anterior variable, no representa una capacidad térmica real.

$$C_{1} = C \Big[R_{ei1} (h_{c} + h_{r}) + 1 \Big]$$
[5.80]

Y la solución es:

$$T_{ei}(t) = \frac{\tau}{\tau_1} T_i + \frac{1}{C_1} \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) \int E(t) \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right) dt + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) dt + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) dt$$
 [5.81]

Es conveniente aclarar en este punto que la temperatura T_{ei} , que es la del nodo con la capacitancia, no tiene una correspondencia con ninguna temperatura física real, como sí ocurría con el modelo RC en el que la solución de la ecuación se correspondía con la temperatura superficial del muro. Por tanto, en este modelo, habrá que despejar la temperatura $T_{ei,1}$ que sí se corresponde con la temperatura superficial del muro.

En forma análoga al caso del modelo RC, se ha llegado a una solución en la que la temperatura T_{ei} , queda en función de una ecuación con una integral sobre las señales de excitación que no han sido explicitadas aún.

Las señales de excitación que resultan de interés coinciden con las del caso RC, por las mismas razones que eran de interés en ese modelo. Esto es:

• Señal de temperaturas de forma sinusoidal, sin generación superficial.

• Señal de temperaturas y generación superficial en forma de rampa.

Que recordando lo dicho en la sección anterior, se tiene que la señal sinusoidal es una representación simplificada del comportamiento de la temperatura exterior. Y la señal en forma de rampa resulta útil para simular la excitación bajo condiciones reales, por el supuesto de que entre una hora y la siguiente, las excitaciones de radiación y temperatura varían linealmente.

A continuación se desarrolla el sistema RCR bajo el efecto de estas dos excitaciones.

5.8.3.1.1 Excitación sinusoidal

Si se supone que sólo se tiene una excitación en temperaturas, de la siguiente forma:

$$\overline{T}_{a}(t) = T_{ee,2}(t) = sen(wt)$$
[5.82]

$$Q_{ei,1}(t) = 0$$
 [5.83]

Entonces la excitación es:

$$E(t) = h_c sen(wt) + h_r sen(wt) + 0$$

$$E(t) = (h_c + h_r) sen(wt)$$
[5.84]

Reemplazando la ecuación [5.84] en la [5.81], resolviendo la integral, reorganizando términos y quedándose con la solución en régimen periódico establecido y suponiendo que la temperatura interior es cero, se llega a (ver ANEXO 4):

$$T_{ei}(t) = \frac{h_c + h_r}{C_1 \left(\frac{1}{\tau^2} + w^2\right)} \left(\frac{1}{\tau} sen(wt) - w\cos(wt)\right)$$
[5.85]

Pero, como esta temperatura no tiene correspondencia física real, es necesario hallar la solución para la temperatura superficial T_{ml} :

$$T_{ei,1}(t) = \frac{h_c \overline{T}_a(t) + h_r T_{ee,2}(t) + \frac{1}{R_{ei1}} T_{ei}(t) + Q_{ei,1}(t)}{h_c + h_r + \frac{1}{R_{ei1}}}$$

Y además se tenía que de las ecuaciones [5.82] y [5.83]

$$\overline{T}_a(t) = T_{ee,2}(t) = sen(wt)$$

$$Q_{ei,1}(t) = 0$$

Que con las sustituciones adecuadas y definiendo, algunos parámetros, se llega a que la temperatura superficial es:

$$T_{ei,1}(t) = B_0 sen(wt + \varphi)$$
[5.86]

Donde:

$$B_0 = \frac{B}{h_c + h_r + \frac{1}{R_{ei1}}}$$
[5.87]

$$B = \frac{-b_2}{sen(\varphi)}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{-b_2}{b_1}\right)$$

$$b_{1} = h_{c} + h_{r} + \frac{h_{c} + h_{r}}{\tau \cdot C_{1} R_{ei1} \left(\frac{1}{\tau^{2}} + w^{2} \right)}$$

$$b_{2} = \frac{w(h_{c} + h_{r})}{C_{1} R_{ei1} \left(\frac{1}{\tau^{2}} + w^{2} \right)}$$
[5.88]
[5.89]

Vale la pena anotar que aunque finalmente se llega a una expresión muy corta, el parámetro B_0 que describe el amortiguamiento de la respuesta, está compuesto por una serie de de términos que lo hacen menos elegante y comprensible que el término de amortiguamiento del sistema RC.

5.8.3.1.2 Excitación rampa

El siguiente tipo de excitación a estudiar es el de tipo rampa que está definido por las ecuaciones [5.65], [5.66], [5.67] y que en su forma simplificada se puede escribir como:

$$E(t) = E_0 + \Delta E \frac{t}{\Delta t}$$
[5.90]

Que reemplazando en la ecuación [5.81] se tiene:

$$T_{ei}(t) = \frac{\tau}{\tau_1} T_i + \frac{1}{C_1} \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) \int \left(E_0 + \Delta E \frac{t}{\Delta t}\right) \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right) dt + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right)$$
[5.91]

Cuya solución es:

$$T_{ei}(t) = \frac{\tau}{\tau_1} T_i + \frac{\tau}{C_1} \left[E_0 + \frac{\Delta E \cdot \tau}{\Delta t} \left(\frac{1}{\tau} t - 1 \right) \right] + \left[T_{m,0} - \frac{\tau}{\tau_1} T_i - \frac{\tau}{C_1} \left[E_0 - \frac{\Delta E \cdot \tau}{\Delta t} \right] \right] \exp\left(-\frac{1}{\tau} t \right)$$
[5.92]

Al igual que con la excitación sinusoidal, es necesario encontrar la respuesta de la temperatura superficial T_{m1} , que para un periodo de tiempo de una hora (t=3600s) es:

$$T_{ei,1}(3600) = \frac{E_0 + \Delta E + \frac{1}{R_{ei1}} \left\{ \frac{\tau}{C_1} \Delta E + T_{ei,0} \exp\left(-\frac{3600}{\tau}\right) + \left[\frac{\tau}{\tau_1} T_i + \frac{\tau}{C_1} \left(E_0 - \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600}\right)\right] \left[1 - \exp\left(-\frac{3600}{\tau}\right)\right] \right\}}{h_c + h_r + \frac{1}{R_{ei1}}}$$

[5.93]

5.8.3.2 Cálculo de la capacidad térmica C y las resistencias térmicas R_{ei1} y R_{ei2} en el modelo RCR

Ya se ha dicho que con el modelo RCR se tienen que ajustar dos variables: la capacidad térmica "C" y la relación existente entre las dos resistencias que conforman el muro. Sin embargo, como al ajustar sólo una de las resistencias que conforman la resistencia total del muro, automáticamente se tiene el valor de la otra, por simplicidad en esta sección, se dirá que las dos variables a determinar son la capacidad térmica "C" y la resistencia R_{ei1} que es la que hace referencia a la resistencia ubicada entre la capacitancia y la superficie excitada con temperatura variable y radiación solar. La ecuación [5.94], señala la condición que deben cumplir R_{ei1} y. R_{ei2} , la cual establece que la suma de las dos resistencias debe ser igual a la resistencia total del muro.

$$R_{ei1} + R_{ei2} = R_{ei}$$
 [5.94]

La consecuencia de que el modelo necesite la determinación de dos variables, es que existen dos características del comportamiento del muro real que pueden ser ajustadas. Por ejemplo, ante una señal de temperaturas en forma sinusoidal, con este modelo es posible hacer coincidir tanto el desfase como el amortiguamiento de la respuesta del muro real, cosa que resultaba imposible con el modelo RC.

El número de supuestos posibles para el cálculo de las variables de ajuste en este modelo es diferente al del modelo RC. Por ejemplo, una hipótesis de cálculo para el modelo RCR puede ser la de ajustar simultáneamente el desfase y amortiguamiento; unificando en una sola hipótesis lo que en el modelo RC eran dos. Por otro lado es posible hacer combinaciones de características a ajustar, por ejemplo: igual amortiguamiento e igual calor almacenado con excitación sinusoidal, igual desfase e igual calor almacenado con excitación real, debido a que el desfase y la amortiguación no están bien definidos para dichas condiciones. Sin embargo es posible hacer las combinaciones de igual desfase o amortiguamiento con señal sinusoidal e igual calor almacenado con señal real. Existen más posibilidades de hipótesis de cálculo, pero las que se emplearán en esta tesis son:

• Supuesto 1: Calcular C y R_{ei1} tal que el desfase y el amortiguamiento de las temperaturas superficiales sea igual que el del muro real, ante una

excitación en temperatura de forma sinusoidal de amplitud unitaria con periodo de 24 horas.

- Supuesto 2: Calcular C y R_{ei1} , tal que el amortiguamiento y el calor almacenado y restituido sea igual que el del muro real ante una excitación en temperatura de forma sinusoidal de amplitud unitaria con periodo de 24 horas.
- Supuesto 3: Calcular C y R_{ei1} , tal que el desfase y el calor almacenado y restituido sea igual que el del muro real ante una excitación en temperatura de forma sinusoidal de amplitud unitaria con periodo de 24 horas.
- Supuesto 4: Calcular C y R_{ei1} , tal que el amortiguamiento sea igual que el del muro real ante una excitación en temperatura de forma sinusoidal de amplitud unitaria con periodo de 24 horas. Y que el calor almacenado coincida con el del muro real ante una excitación real.
- Supuesto 4: Calcular C y R_{ei1} , tal que el desfase sea igual que el del muro real ante una excitación en temperatura de forma sinusoidal de amplitud unitaria con periodo de 24 horas. Y que el calor almacenado coincida con el del muro real ante una excitación real.

Normalmente el valor obtenido para la capacidad C y las resistencias R_{ei1} y R_{e2} es diferente con cada uno de los supuestos de cálculo. La selección del tipo de cálculo que más conviene depende de las necesidades de análisis particulares y de las facilidades de cálculo o disponibilidad de información climática existente.

La discusión y comparación de cada uno de los supuestos se hará al final de esta sección. A continuación se muestran de forma esquemática los procedimientos empleados para su cálculo.

5.8.3.2.1 Cálculo de la capacidad térmica y la resistencia térmica R_{ei1} con el supuesto 1

Para el caso en que el amortiguamiento B_0 y el desfase φ son conocidos y se desea encontrar un sistema RCR que responda con el mismo amortiguamiento y desfase, se debe encontrar la capacidad térmica "C" y las resistencias " R_{ei1} y R_{ei2} " tales que cumplan con el siguiente sistema de ecuaciones 5x5:

$$\begin{cases} B_{0} = \frac{h_{c} + h_{r}}{\left(h_{c} + h_{r} + \frac{1}{R_{ei1}}\right)\cos(\varphi)} \left(1 + \frac{1}{\tau \cdot C_{1}R_{ei1}\left(\frac{1}{\tau^{2}} + w^{2}\right)}\right) \\ B_{0} = -\frac{h_{c} + h_{r}}{\left(h_{c} + h_{r} + \frac{1}{R_{ei1}}\right)sen(\varphi)} \left(\frac{w}{C_{1}R_{ei1}\left(\frac{1}{\tau^{2}} + w^{2}\right)}\right) \\ \frac{1}{\tau} = \frac{1}{C} \left(\frac{1}{R_{ei1}} + \frac{1}{R_{ei2} + R_{i}} - \frac{1}{R_{ei1}^{2}\left(h_{c} + h_{r}\right) + R_{ei1}}\right) \\ \frac{1}{C_{1}} = \frac{1}{C[R_{ei1}\left(h_{c} + h_{r}\right) + 1]} \\ R_{ei1} + R_{ei2} = R_{ei} \end{cases}$$

Donde las variables conocidas son: B_{0} , φ , R_{ei} , R_{i} , w, h_{c} , y, h_{r} . Las variables desconocidas son: τ , C_{1} , R_{ei1} , R_{ei2} y C. La solución de este sistema de ecuaciones se hace por medio de métodos numéricos.

5.8.3.2.2 Cálculo de la capacidad térmica y la resistencia térmica R_{ei1} con el supuesto 2

Con este supuesto se desea encontrar la capacidad térmica y la resistencia R_{ei1} del modelo RCR tal que el calor almacenado (y el restituido) y el amortiguamiento en la temperatura superficial sean iguales que el del muro real ante una excitación en temperatura de forma sinusoidal de amplitud de un Kelvin con periodo de 24 horas. Los pasos para este cálculo son:



5.8.3.2.3 Cálculo de la capacidad térmica y la resistencia térmica R_{eil} con el supuesto 3

Este caso es muy parecido al anterior, sólo que se sustituye el amortiguamiento por el desfase, de tal manera que el procedimiento para la obtención de los parámetros de ajuste C y R_{eil} es:



5.8.3.2.4 Cálculo de la capacidad térmica y la resistencia térmica R_{eil} con el supuesto 4

Este caso combina el amortiguamiento de la excitación sinusoidal, con el calor almacenado con excitación real. El procedimiento para la obtención de los parámetros de ajuste C y R_{eil} es:



5.8.3.2.5 Cálculo de la capacidad térmica y la resistencia térmica R_{eil} con el supuesto 5

El procedimiento para la obtención de los parámetros de ajuste C y R_{eil} en este caso, es similar a los procedimientos anteriores, sólo que la combinación es la de igual desfase ante la excitación sinusoidal, e igual calor almacenado con excitación real.



5.8.3.3 Comparación de la capacidad térmica "C", la resistencia " R_{ei1} " y la constante de tiempo " τ " obtenidos con los supuestos presentados

Al igual que con el modelo RC, se hará una comparación de los parámetros obtenidos con las diferentes opciones de los supuestos de cálculo, mediante un ejemplo. El muro utilizado es el mismo que en esa sección y cuyas propiedades se presentan nuevamente.

cada uno de los cuatro supuestos presentados.										
Espesor [m]	Conductividad	Donsidad	Calor							
	Térmica	[kg/m ³]	Específico							
	[W/m K]	[Kg/III]	[J/kg K]							
0.25	1.32	2000	1000							

Tabla 10 Propiedades térmicas del muro utilizado paracomparar la capacidad térmica equivalente obtenida concada uno de los cuatro supuestos presentados.

También se emplean las mismas excitaciones:

- Señal sinusoidal de temperatura, sin radiación.
- Señal real: radiación y temperaturas a las que estaría sometido un muro Trombe ubicado en Madrid con orientación sur para el mes de enero.

		Muro "Real"	Supuesto 1 ⁽¹⁾	Supuesto $2^{(2)}$	$3^{(3)}$	Supuesto 4 ⁽⁴⁾	Supuesto 5 ⁽⁵⁾
Capacidad Térmica	kJ/m ² K	-	474.1	335.4	528.1	634.0	452.4
Espesor Activo Equivalente ⁽⁶⁾	cm	-	23.7	16.8	26.4	31.9	22.6
R _{ei1}	m ² K/W	-	0.07	0.06	0.06	0.07	0.07
R _{ei2}	m ² K/W	-	0.12	0.13	0.13	0.12	0.12
$R_{ei1}/(R_{ei1}+R_{ei2})$	-	-	0.35	0.30	0.33	0.38	0.36
Espesor Equivalente $R_{ei1}^{(7)}$	cm	-	8.8	7.4	8.2	9.6	9.1
Constante de Tiempo	h	-	21.1	14.4	23.2	29.0	20.3
Calor Almacenado 24h (Excitación Sinusoidal)	Wh/m ²	38.3	37.3	38.3	38.3	36.7	36.9
Calor Almacenado mes (Excitación Real) ⁽⁸⁾	kWh/m ²	36.7	37.2	38.0	38.1	36.8	36.8
Amortiguamiento (Excitación Sinusoidal)	-	0.34	0.34	0.34	0.32	0.34	0.35
Desfase (Excitación Sinusoidal)	h	1.03	1.03	1.58	1.03	0.72	1.03

 Tabla 11 Comparación entre los parámetros característicos obtenidos con cada uno de los supuestos presentados para el cálculo de la capacidad térmica equivalente

- ⁽¹⁾ Igual amortiguamiento y desfase que muro real ante excitación en temperaturas de forma sinusoidal.
- ⁽²⁾ Igual calor almacenado y amortiguamiento que muro real ante excitación en temperaturas de forma sinusoidal.
- ⁽³⁾ Igual amortiguamiento y desfase que muro real ante excitación en temperaturas de forma sinusoidal.
- (4) Igual calor almacenado ante excitación real de temperaturas y radiación e igual amortiguamiento ante excitación en temperaturas de forma sinusoidal.
- ⁽⁵⁾ Igual calor almacenado ante excitación real de temperaturas y radiación e igual desfase ante excitación en temperaturas de forma sinusoidal.
- ⁽⁶⁾ Es una longitud tal que el producto de dicha longitud por la densidad y por el calor específico de los materiales del muro, sean iguales a la capacidad térmica calculada en cada supuesto.
- ⁽⁷⁾ Se refiere a la profundidad a la que se necesita penetrar hasta tener la resistencia R_{ei1} .
- (8) Simulación hecha para un muro bajo las excitaciones producidas en un muro Trombe con las condiciones climáticas medias de Madrid para el mes de enero y con orientación sur.

En la Tabla 11 se puede ver que existe una diferencia importante entre los valores de las capacidades térmicas obtenidas con los diferentes supuestos. La mayor diferencia se presenta entre el supuesto 2 y el 4: -supuesto 2: igual amortiguamiento e igual calor almacenado con excitación sinusoidal. Supuesto 4: igual amortiguamiento con excitación sinusoidal e igual calor almacenado con excitación real-. Esto pone de manifiesto que la forma de la excitación afecta fuertemente al resultado de los parámetros característicos obtenidos con el modelo RCR, dado que la única diferencia entre el supuesto 2 y el 4 es la excitación, y aún así, se presenta una diferencia importante entre los valores de la inercia térmica equivalente calculadas con cada uno de los supuestos. Sin embargo, el valor de la resistencia equivalente R_{ei1} , muestra una gran estabilidad en este ejemplo.

La explicación de los anteriores resultados es la siguiente: la inercia térmica en el modelo RCR se encuentra "aislada" de las excitaciones por la presencia de las dos resistencias R_{ei1} y R_{ei2} , encontrándose en consecuencia que su efecto es atenuado. Esta afirmación es coherente con los valores de inercia térmica en el modelo RC que son mucho menores debido a la falta de atenuación ante la ausencia de la resistencia R_{ei1} . Es decir, para producir el mismo efecto (se entiende que en una variable en particular) en el modelo RCR, el valor de la capacidad térmica C debe ser mayor que en el modelo RC debido a la existencia R_{ei1} del primero. Por otro lado, y pese a que el valor de la capacidad térmica C y la resistencia R_{ei1} se encuentran vinculados entre sí en el modelo RCR, se aprecia que por lo menos en este ejemplo, el valor de la resistencia R_{ei1} tiene un carácter más crítico que la capacidad térmica y por ello que su valor es más estable.

Debido a que la constante de tiempo es función de la capacidad térmica y de las resistencias térmicas del muro y el entorno, se tiene que su grado de variabilidad se encuentra en un punto intermedio ante cada uno de los supuestos de cálculo.

Por otro lado, al apreciar los valores de calor almacenado, amortiguamiento y desfase, se observa que con los cinco supuestos de cálculo, se obtienen valores bastante aceptables de concordancia con el muro real. Esta observación reafirma nuevamente que el valor de capacidad térmica calculada, al menos en este ejemplo, no es de un carácter crítico, ya que los resultados en todos los casos muestran bajas discrepancias con el muro real.



Figura 29 Temperaturas en régimen periódico establecido de la cara exterior (o potencialmente excitada con radiación solar), calculadas para el muro real, y para cada uno de los cinco sistemas obtenidos con los diferentes supuestos.

El comportamiento de la temperatura superficial del muro por la cara potencialmente excitable con radiación solar, se muestra en la En la Figura 29. Se aprecia que al contrario de lo ocurrido con el sistema RC, para todos los supuestos de cálculo, se obtiene una excelente aproximación a la temperatura del muro real. Esto es coherente con lo observado anteriormente en la Tabla 11, en relación con los valores de calor almacenado, desfase y amortiguación.

Este buen nivel de concordancia de la temperatura superficial en la cara excitada con radiación solar, motiva que se compare el comportamiento del muro real con el del modelo RCR bajo los cinco supuestos considerados. Este resultado es mostrado en la Figura 30, donde se aprecia que existe un nivel de concordancia bastante elevado independientemente del supuesto considerado.



Figura 30 Temperatura superficial en la cara excitada con radiación solar, para el muro real y calculado con los cinco supuestos del modelo RCR.

Los resultados obtenidos con el modelo RCR sugieren la posible utilización de este modelo en la simulación de la temperatura superficial del muro. Sin embargo, se debe tener en cuenta que sólo sirve para aproximar la temperatura superficial en una de las caras del muro, que tal como ha sido desarrollado aquí es la cara excitada con radiación solar. Sin embargo es posible realizar un desarrollo para la cara interna del muro tal como el realizado por Fernández²⁵, en el que se encuentra un bajo nivel de error incluso en el cálculo del balance energético del muro puede ser utilizado para calcular la demanda de calefacción y refrigeración, y para el dimensionado de los equipos de acondicionamiento.

La ventaja que tiene la utilización de este modelo simplificado es que es muy rápido y sólo se requiere conocer la temperatura del nodo de la capacidad térmica de la hora anterior.

Por este motivo, el modelo RCR puede ser considerado como una opción para integrar los elementos de doble envolvente en los programas de cálculo energético de edificios. Ya que al necesitar sólo el conocimiento de una temperatura de la hora anterior, y que sus ecuaciones son algebraicas, es posible plantear un método en el que el elemento de doble envolvente puede ser calculado de forma desacoplada del edificio, manteniendo el nivel de error en un nivel bastante bueno. Pero este tema se tratará posteriormente.

5.8.4 Comparación del modelo RC con el modelo RCR

Hasta el momento se ha presentado el desarrollo y algunos resultados de cada uno de los modelos propuestos para la caracterización de la inercia térmica. También se han mencionado algunas ventajas de un modelo sobre otro, pero no se ha hecho una comparación sistemática entre ellos.

Existen dos grandes grupos de características a estudiar para realizar la comparación entre los dos modelos. El primero está relacionado con la simplicidad el mismo, y el segundo, con la calidad de los resultados.

5.8.4.1 Sencillez de los modelos

El modelo RC presenta una caracterización más simple que la del modelo RCR, ya que la única variable que describe la inercia térmica es la capacidad "C", mientras que el modelo RCR requiere de dos variables: la resistencia " R_{ei1} " y la capacidad "C".

Con el modelo RC, cuanto mayor sea el valor de la capacidad "C" mayor será la inercia del muro que describe. Por ello resulta ser una forma útil de describir la inercia térmica, dado que con un solo número se tiene una valoración de la misma.

Con el modelo RCR, el valor de la capacidad "C" indica lo mismo que en el caso del modelo RC, pero es necesario conocer adicionalmente el valor de la resistencia " R_{ei1} ", que de alguna manera describe cuán aislada de las excitaciones se encuentra la inercia térmica. Se puede decir entonces, que cuanto mayor sea la resistencia " R_{ei1} " menor será la inercia térmica del muro que describe.

Al comparar dos muros con el modelo RC, resulta claro que el que posea el mayor valor de la capacidad "C" tendrá mayor inercia térmica. Pero cuando se hace este mismo ejercicio con un modelo RCR, puede ocurrir que se encuentre una combinación de valores en los cuales no resulta fácil discernir cual tiene "mayor" inercia térmica. Por ejemplo, que un muro tenga un menor valor, tanto de la variable " R_{ei1} " y de la capacidad "C" que el otro muro, no significa necesariamente que tenga "más" inercia o "menos" inercia, dado que por un lado el menor valor de " R_{ei1} " incrementa los efectos de la inercia, pero por otro el menor valor de "C" los reduce.

Vale la pena recordar en este punto, que al inicio del capítulo se dieron varias definiciones de lo que es la inercia térmica. Además se presentaron varias formas de caracterizarla. Esto pone en evidencia que la inercia térmica de un muro no es una propiedad unidimensional. Esto quiere decir que no existe un número que pueda describirla completamente. En realidad, tal como se ha visto anteriormente, la inercia térmica está conformada por una gran cantidad de aspectos: amortiguamiento, desfase y calor almacenado, que son los que se han tratado hasta ahora por ser los que nos resultan de utilidad en este estudio, pero se podrían citar algunos más, como la respuesta a una excitación escalón, el desfase en la cara opuesta, etc.

Se entiende por tanto que el modelo RC permite un punto de vista unidimensional de la inercia térmica, lo cual es útil si el análisis que se hace sólo requiere la evaluación de una de las variables de la inercia térmica, como podría ser el desfase, o el calor almacenado. Pero es necesario tener presente que los resultados son diferentes desde cada punto vista y por tanto son sólo útiles si se utilizan desde esa perspectiva particular para la que fueron obtenidos.

De forma análoga, el modelo RCR ofrece un punto de vista bidimensional de la inercia térmica de un muro. Por tanto, lo anteriormente dicho de que, al comparar dos muros es posible encontrar combinaciones de valores que hacen difícil discernir cuál de ellos tiene "mayor" inercia puede ser entendido como un error, dado que en realidad combinaciones distintas, están describiendo comportamientos distintos que no son directamente comparables. No obstante si de alguna forma se hace una transformación que unidimensionalice el modelo RCR sí se podrían hacer una comparación en términos de mayor o menor inercia térmica.

En algunas disciplinas como la astrofísica y la meteorología es común que la inercia térmica sea definida con la efusividad térmica, que es la raíz cuadrada del producto de la conductividad, el calor específico y la densidad⁷,²⁶,²⁷. Esto es una especie transformación que unidimensionaliza la inercia térmica. Si se aplicara esta transformada al modelo RCR se podría definir una inercia térmica como:

$$\Gamma = \sqrt{C/R_{ei1}}$$
[5.95]

Que tendría las siguientes unidades : $Jm^{-2}K^{-1}s^{-\frac{1}{2}}$.

En las publicaciones relacionas con la edificación, Marincic²⁸ utiliza el concepto de la efusividad, pero asegura que la inercia térmica efectiva es afectada también por la frecuencia de la excitación. No obstante, es más frecuente la utilización de la constante de tiempo como una medida de la inercia térmica, y ya que tanto el sistema RC, como el RCR, tienen una constante de tiempo asociada, su cálculo puede ser considerado como

una transformación, que en el caso del modelo RC, simplemente ejecuta un cambio de unidades, y en el modelo RCR además unidimensionaliza la inercia térmica.

Como la constante de tiempo es un concepto ya utilizado en la edificación, probablemente pueda ser empleada con mayor aceptación como medida de la inercia térmica que la expresada en la ecuación [5.95]. La desventaja de usar la constante de tiempo en el caso del modelo RCR es que tiene una expresión más complicada (ver ecuación [5.78]), y que además no describe el tiempo de reacción en la superficie del muro, sino en el nodo donde está la capacitancia que no tiene correspondencia con la de ningún punto en el interior del muro real. Pero por otro lado ofrece una información en unidades de tiempo, las cuales tienen un sentido físico concreto.

Conviene aclarar que la constante de tiempo obtenida con unos supuestos no puede ser comparada con la obtenida bajo otros, tal como se evidencia en la Tabla 9 y la Tabla 10. Ni tampoco los obtenidos con un modelo distinto, ya que constituyen una vista unidimensional desde un punto de vista particular del fenómeno de la inercia térmica, tal como ya se ha dicho antes.

A modo de resumen se puede decir que los dos modelos propuestos (RC y RCR), ofrecen puntos de vista particulares del fenómeno de la inercia térmica, siendo el modelo RC más sencillo que el modelo RCR, no sólo porque da una información unidimensional más fácil de interpretar, sino porque en general las ecuaciones son más sencillas. El modelo RCR, sin embargo es susceptible de ser unidimensionalizado, bien sea con la ecuación [5.95] o con la constante de tiempo, con la desventaja de requerir un esfuerzo de cálculo adicional.

5.8.4.2 Exactitud y estabilidad de los modelos

La exactitud está definida como la cercanía con la cual la lectura de un instrumento se aproxima al valor "verdadero" de la variable medida²⁹. Si se asimila que los modelos RC y RCR propuestos son los instrumentos teóricos disponibles para medir la inercia térmica de un muro, en este apartado se va a realizar una comparación de las dos herramientas desde el punto de vista de la exactitud.

Se entiende que el empleo de la palabra exactitud en este contexto no es riguroso, como tampoco lo es que los modelos sean instrumentos de medida. Se emplea esta terminología en forma de analogía para expresar el grado de similitud entre la respuesta del muro real y la del modelo utilizado.

La medición de la exactitud se hará por medio de la desviación media, definida en la ecuación [5.96]. Y que tiene una expresión análoga a la de la desviación estándar, con la diferencia de que se ha cambiado el valor de la media por el del valor real. Su valor puede interpretarse como una medida de la diferencia promedio existente entre los valores de una variable determinada obtenida con cada uno de los supuestos de cálculo y el valor real de dicha variable.

$$Z = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - X)^2}{n - 1}}$$
[5.96]

Donde:

- Z Desviación Media
- x_i Valor obtenido con el modelo i
- n número de datos disponibles (número de supuestos de cálculo)
- X Valor verdadero

Tomando los resultados del ejemplo de la sección 5.8.2.3 para el modelo RC (ver Tabla 9) y para el modelo RCR (ver Tabla 11) se ha calculado la desviación media de los parámetros de los que existe la información del muro real, esto es, calor almacenado tanto con excitación sinusoidal, como con excitación real, amortiguamiento y desfase. Sus resultados se muestran en la Tabla 12.

Tabla 12 Desviación media de las variables conocidas del muro real, calculadas para los modelos RC y RCR a partir de los datos de la Tabla 9 y la Tabla 11.

		Valor "Real" Calculado con los Cinco Supuestos X	Desviación Media "RC" Z _{RC}	Desviación Media "RCR" Z _{RCR}	Desviación Media Normalizada "RC" $Z/X \times 100$	Desviación Media Normalizada "RCR" $Z/_X \times 100$
Calor Almacenado 24h (Excitación Sinusoidal)	Wh/m ²	38.3	19.6	1.2	51%	3%
Calor Almacenado mes (Excitación Real) ⁽⁸⁾	kWh/m ²	36.8	14.2	1.0	39%	3%
Amortiguamiento (Excitación Sinusoidal)	-	0.34	0.3	0.01	85%	3%
Desfase (Excitación Sinusoidal)	h	1.03	2.8	0.31	275%	31%

De la anterior tabla se aprecia claramente que en todos los casos las desviaciones medias obtenidas con el modelo RCR son mucho menores que las del modelo RC, con lo que se concluye que el modelo RCR muestra unos resultados mucho más parecidos a los del muro real que el modelo RC y por tanto es más exacto.

Por otro lado, la estabilidad de un modelo en esta sección hace referencia al nivel de variabilidad de los parámetros característicos obtenidos con cada uno de los diferentes supuestos de cálculo (podría asimilarse a la definición de precisión). Para medir la estabilidad se utilizará la desviación estándar de los resultados obtenidos con cada modelo, dado que ella indica la variación media o esperable de los datos de una muestra con respecto a su media.

Nuevamente se toman los resultados del ejemplo de la sección 5.8.2.3 para calcular la desviación estándar de los principales parámetros característicos de cada modelo. Estos resultados se muestran en tablas separadas para los modelos RC y RCR ya que la mayoría de los datos de los dos modelos no son directamente comparables; sólo se utilizará posteriormente como dato comparativo, la desviación estándar normalizada. En la Tabla 13 están los resultados para el modelo RC y en la Tabla 14, los del modelo RCR.

		Valor Medio Calculado con los Cuatro Supuestos \overline{X}	Desviación Estándar S	Desviación Estándar Normalizada $S/\overline{X} \times 100$
Capacidad Térmica	kJ/m ² K	146	90	62%
Constante de Tiempo	h	5	3	62%
Calor Almacenado 24h (Excitación Sinusoidal)	Wh/m ²	5.0	3.1	62%
Calor Almacenado mes (Excitación Real) ⁽⁸⁾	kWh/m ²	30.5	17.4	57%
Amortiguamiento (Excitación Sinusoidal)	-	33.3	13.6	41%
Desfase (Excitación Sinusoidal)	h	0.53	0.19	37%

Tabla 13 Desviación estándar de la capacidad térmica y la constante de tiempo calculadas con los cuatro supuestos del modelo RC

		Valor Medio Calculado con los Cinco Supuestos \overline{X}	Desviación Estándar S	Desviación Estándar Normalizada $S_{\overline{X}} \times 100$
Capacidad Térmica	kJ/m ² K	486	111	23%
Resistencia 1	m ² K/W	9	1	10%
Constante de Tiempo	h	22	5	24%
Calor Almacenado 24h (Excitación Sinusoidal)	Wh/m ²	37.5	0.8	2%
Calor Almacenado mes (Excitación Real) ⁽⁸⁾	kWh/m ²	37.4	0.6	2%
Amortiguamiento (Excitación Sinusoidal)	-	0.34	0.01	3%
Desfase (Excitación Sinusoidal)	h	1.08	0.31	29%

Tabla 14 Desviación estándar de la capacidad térmica, resistencia R_{ei1} y la constante de tiempo calculadas con los cinco supuestos del modelo RCR

De las anteriores tablas se aprecia que las desviaciones estándar normalizadas que se obtienen con el modelo RC son mucho mayores que con el modelo RCR. Esto indica claramente que el segundo modelo es mucho más estable ante los diferentes supuestos analizados. Esto no es, estrictamente, ninguna ventaja ni desventaja, pero sí permite que en el caso del modelo de mayor estabilidad, sea posible establecer un rango más estrecho de variación para los diferentes efectos de la inercia térmica, lo cual podría ser útil en un tipo de análisis encaminado al diseño.

En resumen, se tiene que el modelo RCR es más exacto y estable que el modelo RC.

5.8.5 Selección del tipo de modelo y supuesto para caracterizar la inercia térmica

En este capítulo se ha intentado explicar qué es la inercia térmica y cuáles son algunas de sus características que resultan de interés para el desarrollo de esta tesis. También se han presentado dos modelos que sean útiles en la caracterización de este fenómeno, de cuya comparación se ha establecido que: el modelo RC es más sencillo que el modelo RCR, pero por otro lado, éste último es más estable y tiene un comportamiento más cercano al del muro real. Esta conclusión no sorprende dado que se está comparando un modelo de un grado de libertad (unidimensional), con uno de dos grados de libertad (bidimensional). Sin embargo, la selección del tipo de modelo y el supuesto a emplear para caracterizar la inercia térmica, no resulta ser un asunto obvio.

En esta tesis, el interés de la caracterización de la inercia térmica nace de la necesidad de describir y predecir en términos <u>sencillos</u>, el efecto de esta propiedad sobre la cámara de aire por dos razones fundamentales:

- La inercia térmica influye en la temperatura superficial del elemento interior y en consecuencia en la del aire de la cámara, afectando de esta manera a todas las demás variables relacionadas con el flujo de aire como son: velocidad (caudal) en el caso de convección libre, tiempo de funcionamiento en el caso de la existencia de algún tipo de control y flujo de calor aportado o extraído por el aire.
- La segunda razón está relacionada con la necesidad de predecir la temperatura superficial del elemento interior de forma sencilla, con el objetivo de que pueda ser empleado en programas de cálculo de demanda, como el programa LIDER, de forma desacoplada del cálculo del edificio. Esto requiere de la definición de parámetros simplificados que permitan la determinación de este tipo de elementos de manera sencilla.

Una vez expuestas las necesidades de caracterización, resulta claro que aunque la sencillez es deseable, la exactitud es necesaria dado que se utilizará el modelo para calcular las temperaturas superficiales. Como el grado de error cometido con el modelo RC es muy alto, se hace necesario seleccionar el modelo RCR para caracterizar la inercia térmica del muro.

Ahora se debe seleccionar el tipo de supuesto de cálculo del modelo RCR que se utilizará en la caracterización. Para ello se puede verificar a partir de la Tabla 11, Tabla 12, y Tabla 14 que las diferencias existentes entre los cinco supuestos utilizados es relativamente baja. Además viendo la Figura 29 y la Figura 30, se aprecia que el cálculo de la temperatura superficial del muro es bastante aproximado al del muro real, independientemente del supuesto utilizado; observando en todo caso que bajo excitación sinusoidal, el supuesto de igual amortiguamiento e igual desfase hace coincidir exactamente las temperaturas superficiales del muro real con el del modelo RCR.

Por tanto, se podría seleccionar cualquier supuesto desde el punto de vista de la exactitud, probablemente con una leve ventaja para el supuesto de igual desfase e igual amortiguamiento. Sin embargo desde el punto de vista de facilidad de cálculo, el supuesto de igual amortiguamiento e igual desfase resulta ventajoso, ya que sólo se debe resolver un sistema de ecuaciones que aunque es no lineal, ha resultado ser de fácil convergencia en las pruebas hechas por el autor.

Por tanto, el supuesto seleccionado para caracterizar la inercia térmica con el modelo RCR es el de igual desfase e igual amortiguamiento, debido a que resulta más sencillo calcular los parámetros característicos "C" y " R_{ei1} ", teniendo además, probablemente una ventaja en la exactitud a la hora de calcular la temperatura superficial del muro.

5.8.6 Estimación de los parámetros característicos "C" y "R_{ei1}" del modelo RCR.

Aunque se ha mostrado el procedimiento de cálculo de los parámetros del modelo RCR, en dicho proceso se requiere de la simulación del muro real por medio de diferencias finitas o cualquier otro método que ofrezca un buen nivel de precisión en el cálculo de la transferencia de calor en estado transitorio. También es necesaria la resolución de un sistema de ecuaciones no lineal. Estas dos circunstancias hacen que esta determinación sea lenta y puede requerir conocimientos especializados de la persona que se dispone a determinar los parámetros característicos "C" y " R_{ei1} ".

Para facilitar la determinación de los parámetros característicos, que pueden ser útiles en las etapas preliminares de diseño, se presenta aquí una forma sencilla para su estimación. No se pretende que la estimación sea exacta, sino sólo que sea una guía que en la mayoría de los casos ofrezca un acercamiento aceptable al valor real de dichos parámetros.

La estimación anunciada es la siguiente:

- R_{ei1} Su valor puede estimarse como el valor de la resistencia de los primeros 4cm. de espesor del muro.
- С Se puede estimar como un valor del producto de la densidad por el calor específico promedios, de los primeros 15cm. de espesor del muro, o hasta la presencia del aislamiento si este se encuentra antes de esos primeros 15cm. En el caso de que la primera capa sea de aislamiento, se continúan tomando los 15cm. de profundidad, pero el cálculo de la densidad y el calor específico se hace sólo con los materiales posteriores al aislamiento hasta la profundidad de los 15cm. contados desde la superficie del muro.

$$R_{ei1} \approx \sum \frac{x_i}{k_i}$$
[5.97]
Donde: r_i espesor de la capa i

Donde: x_{i} espesor de la capa i

ki

 x_{i}

conductividad de la capa i

La suma se detiene hasta llegar a cuatro centímetros de profundidad.

$$C \approx \sum x_i \rho_i c_i \tag{5.98}$$

Donde:

espesor de la capa i

densidad de la capa i, si no es de aislamiento $\rho_{\rm i}$

calor específico de la capa i, si no es de aislamiento c_i

La suma se detiene hasta llegar a 15cm. de profundidad o hasta el aislamiento si este se encuentra antes de esos quince centímetros. Si la primera capa es de aislamiento se siguen contando los 15cm. de profundidad.

Esta forma de estimación de los parámetros característicos fue obtenida a partir de la simulación de varios casos de muros que podrían encontrarse en la construcción y que cubren un amplio rango de posibilidades. La Tabla 15 muestra los materiales con sus correspondientes propiedades térmicas utilizados en la definición de los distintos tipos de muros; de forma análoga, los aislamientos utilizados se muestran en la Tabla 16.

Tabla 15 Materiales³⁰ utilizados para la simulación de diferentes configuraciones de muros en la determinación del método de estimación de los parámetros C y R_{ei1}

		K	Ro	Ср
	Material	W/mK	Kg/m ³	J/kgK
1	Hormigón celular curado en autoclave d 1000	0.29	1000	1000
2	Hormigón con arcilla expandida como árido principal d 1500	0.61	1500	1000
3	Hormigón con arcilla expandida como árido principal d 1700	0.76	1700	1000
4	Hormigón convencional d 2200	1.57	2200	1000
5	Hormigón en masa 2300 < d < 2600	2.00	2450	1000
6	Hormigón armado d > 2500	2.50	2600	1000
7	Tabique de LH sencillo Gran Formato [40 mm < E < 60 mm]	0.228	670	1000
8	Tabicón de LH doble [60 mm < E < 90 mm]	0.432	930	1000
9	1 pie LP métrico o catalán 40 mm< G < 60 mm	0.667	1220	1000
10	1 pie LM métrico o catalán 40 mm< G < 50 mm	1.03	2140	1000
11	BH convencional espesor 300 mm	1.16	585	1000

Tabla 16 Aislamientos³⁰ utilizados para la simulación de diferentes configuraciones de muros en la determinación del método de estimación de los parámetros C y R_{ei1}

		Κ	Ro	Ср
	Aislamiento	W/mK	Kg/m ³	J/kgK
1	PUR Proyección con Hidrofluorcarbono HFC [0.028 W/[mK]]	0.028	45	1000
2	EPS Poliestireno Expandido [0.046 W/[mK]]	0.046	30	1000
3	Panel de perlita expandida [EPB] [>80%]	0.062	190	1000
4	Arcilla Expandida [árido suelto]	0.148	537.5	1000

Con los anteriores materiales se ensayaron los siguientes tipos de muros:

- Muros de una capa (homogéneos) con espesores de 10, 20 y 30cm. para cada material
- Muros de dos capas (una de ellas de aislamiento), considerando el caso de aislamiento interior y aislamiento exterior. Para la capa de aislamiento se consideraron espesores de 1, 2, y 3cm y para la otra capa 10, 20 y 30cm.
- Muros simétricos de tres capas, siendo la capa intermedia de aislamiento. Los espesores de aislamiento considerados fueron 1, 2 y 3cm y para cada una de las otras dos capas se tomaron 5, 10 y 15cm de espesor.

En total se simularon 1221 muros resultantes de las combinaciones de cada configuración considerada, tipo de material y tipo de aislamiento con los respectivos espesores seleccionados. La excitación considerada es la de la opción seleccionada en el apartado 5.8.5 y que corresponde a una temperatura exterior sinusoidal de amplitud 1°C y periodo de 24 horas; y a una temperatura interior constante de 0°C. Con los resultados de estas simulaciones se obtuvieron los valores de los parámetros característicos "*C*" y " R_{ei1} " para cada muro y con estos últimos se estableció la regla básica de estimación de los mencionados parámetros característicos.

La Figura 31 muestra una comparación entre el valor exacto calculado para el parámetro característico de inercia térmica "C" y el valor obtenido mediante la estimación

propuesta en la expresión [5.98]. De forma análoga la Figura 32 muestra la comparación para el parámetro característico de resistencia térmica hasta la inercia " R_{ei1} ".



Figura 31 Comparación entre el valor exacto del parámetro característico de inercia térmica C y el valor estimado.



Figura 32 Comparación entre el valor exacto de R_{ei1} y el valor estimado

Se observa que con este método de estimación, aunque existen casos en los cuales el valor estimado puede diferir en forma importante del valor exacto (especialmente el de inercia térmica "C"), en la mayoría da una aproximación adecuada del valor que pueden tener estos parámetros característicos.

El valor de este método de estimación está en su simplicidad, ya que además de tener una expresión extremadamente sencilla, sólo relaciona las propiedades físicas del muro real con el parámetro característico en consideración, es decir, para la estimación de " R_{ei1} ", sólo se toma en cuenta la de conductividad térmica de las capas del muro. Y con el término de inercia térmica "C" ocurre algo similar. Esto permite dar una idea clara de las propiedades y características del muro más relevantes involucradas en los valores de los parámetros característicos.

Se puede mejorar un poco la exactitud en la estimación de los parámetros característicos, dado que en realidad no dependen exclusivamente de las propiedades mencionadas en el párrafo anterior, es decir, por ejemplo el valor de " R_{ei1} " está influenciado también por el producto de la densidad y el calor específico de los materiales del muro, así como el de "C" lo está por la conductividad térmica. Sin embargo, en las pruebas realizadas, se ha encontrado que el nivel de complejidad que es necesario introducir, no justifica la ganancia en exactitud, perdiéndose además la relación directa mostrada en las expresiones [5.97] y [5.98], dificultando en consecuencia el trabajo de diseño en etapas preliminares que probablemente sea la principal aplicación y utilidad de este método de estimación de los parámetros característicos del muro.

5.8.7 Selección de variables para la caracterización de la inercia térmica

Ya se ha seleccionado el modelo RCR bajo el supuesto de igual desfase e igual amortiguamiento, como el modelo a utilizar para la caracterización de la inercia térmica. También se ha presentado un método de estimación de los parámetros característicos "C" y " R_{ei1} " de ese modelo. Pero no se han seleccionado las variables a utilizar para caracterizar la inercia térmica.

En el apartado 5.8.4.1, se puso en evidencia que el fenómeno de la inercia térmica es de carácter multidimensional, es decir, que requiere de la especificación de diversas variables para su completa definición. Como resulta difícil analizar un fenómeno especificado por muchas variables, se apela a los modelos simplificados que reducen el número de variables que definen el comportamiento del fenómeno. Desde este punto de vista el modelo RCR, al ser bidimensional¹, reduce el número de variables a solamente dos.

¹ Aunque el modelo RCR en rigor es tridimensional (C, Rei1, Rei2), al representar un muro en particular del que se conoce su resistencia total, y esta es la suma de las dos resistencias Rei1 y Rei2,, resulta que con la definición de una sola de las resistencias, ya se conoce el valor de la otra, es decir una resistencia no es independiente de la otra cuando el modelo está representando a un muro conocido; por tanto se reduce el número de variable necesarias para su definición a sólo dos. Entonces, el modelo RCR es de carácter bidimensional.

Aunque con la especificación de estas dos variables se define bastante bien la inercia térmica. Tener dos variables que la definan puede seguir siendo en algunas circunstancias difícil de analizar. Por ello vale la pena encontrar una transformada que reduzca una dimensión más, para que la caracterización pueda ser hecha sólo con una variable.

En todo caso es bueno anotar además que no siempre existe una correspondencia biunívoca entre las distintas variables que se utilizan para evaluar la inercia térmica, ni siquiera si su determinación fuera hecha con absoluta exactitud. Por ejemplo, se sabe que en un muro real, tanto el nivel de amortiguamiento ante una señal sinusoidal, como el tiempo de respuesta ante una excitación escalón unitario, están directamente relacionados con la inercia térmica. Sin embargo, y aunque los cálculos de cada uno sean exactos, no existe para cada valor de amortiguamiento, uno y sólo uno, de tiempo de respuesta; tampoco en sentido contrario. Esto se entiende fácilmente porque en el resultado de cada uno de ellos intervienen otras propiedades del muro en diferente medida.

En el amortiguamiento tiene gran influencia el valor de la transmitancia térmica total del muro, de hecho, incluso un muro sin inercia tendría amortiguamiento. Para distinguir la parte del amortiguamiento debida a la inercia térmica de la debida a la resistencia del muro, se define el amortiguamiento normalizado como la relación entre el amortiguamiento en estado estable (sin inercia) y el amortiguamiento del muro con inercia.

$$\hat{B} = \frac{Bo}{B_{estable}}$$
[5.99]

Con la anterior definición de amortiguamiento normalizado, se genera la Figura 33, donde se ve claramente que para la población de muros definida en el apartado 5.8.6, no existe una correspondencia biunívoca entre el tiempo de respuesta y el amortiguamiento normalizado, presentándose inclusive, casos con igual amortiguamiento y distinto tiempo de respuesta.

Sin embargo y tal como es de esperar, sí existe una tendencia general entre el tiempo de respuesta y el amortiguamiento. En general, cuanto mayor es el tiempo de respuesta, el valor del amortiguamiento normalizado será menor. Pero no se puede definir una ley exacta entre estos dos parámetros sin la especificación de otros.



Figura 33 Tiempo de Respuesta contra Amortiguamiento Normalizado. El tiempo de respuesta se ha calculado como el tiempo que tarda la temperatura superficial del muro en alcanzar el 63.2% de la temperatura de equilibrio ante una excitación escalón en temperatura del aire de 1°C. Los cálculos se han hecho con el método de las diferencias finitas para la población de muros presentada en la sección 5.8.6

Esto pone de relieve, aunque ya se había dicho antes, que no existe un único parámetro que pueda definir la inercia térmica. Así que cualquier parámetro que se elija para su caracterización, siempre será una visión parcial del fenómeno y no se debe pretender que sea una medida inequívoca de lo que es la inercia térmica.

Ya se había dicho en el apartado 5.8.4.1 que una transformación que unidimensionaliza la caracterización del modelo RCR es la constante de tiempo. Sin embargo se hacía caer en cuenta que en este modelo, dicha constante de tiempo se refiere al tiempo de reacción del nodo en el que se encuentra la capacitancia, el cual, no representa la evolución de la temperatura de ningún punto en el muro real. Como la caracterización de la inercia térmica que interesa en esta tesis está referida a la respuesta de la temperatura superficial del muro en la superficie de la cara excitada con radiación y temperatura, es necesario descartar la constante de tiempo definida en la ecuación [5.78] como parámetro característico de la inercia, a menos que se hiciera una modificación para que representara la respuesta de la temperatura en la superficie del muro.

Una aproximación que se puede hacer es la de calcular una constante de tiempo asociada a la evolución de la temperatura superficial con el modelo RCR. Para ello se somete el modelo a una excitación escalón unitario de temperatura y se calcula el tiempo que tarda en alcanzar aproximadamente $0.63 \times T_{equilibrio}$ °C (en realidad (1-exp(-1)) $\times T_{equilibrio}$ °C). Donde $T_{equilibrio}$, es la temperatura superficial que se alcanzaría en estado estable. Ese tiempo se define entonces como la constante de tiempo, que está representado por la ecuación [5.100] y cuyo desarrollo puede ser visto en el ANEXO 4.

$$\tau = -\frac{C \cdot R_{ei1} \left(R_{ei2} + R_i \right)}{R_T} \ln \left[\frac{R_{ei1}}{\left(e - 1 \right) \left(R_{ei2} + R_i \right)} \left(\left(h_c + h_r \right) R_T + 1 \right) \right]$$
[5.100]

Donde:

$$R_T = R_{ei} + R_i$$

La desventaja de esta definición es principalmente su complejidad, pero además requiere de la especificación de la salvedad en caso que el término bajo la influencia del logaritmo natural sea mayor que la unidad, dado que genera un valor negativo para la constante de tiempo. Esto ocurre para valores altos de R_{ei1} . Se podría pensar que esto es un error en la formulación de la ecuación, pero no es así, la explicación es que cuando un sistema RCR es excitado con un escalón unitario, el nodo que representa la superficie del muro adquiere instantáneamente un valor (de temperatura en este caso) diferente de cero que depende principalmente de la resistencia R_{ei1} . Dicho valor instantáneo puede incluso ser mayor de 63.2% de la temperatura de equilibrio, lo cual quiere decir que desde la perspectiva del modelo RCR, en un tiempo igual a cero más un infinitesimal de tiempo, ya se ha rebasado la temperatura establecida. Esto se puede interpretar como que la constante de tiempo es muy pequeña y que se podría despreciar para efectos prácticos.

En la Figura 34, se aprecia la correspondencia que existe entre la constante de tiempo del modelo RCR y la calculada con el método de las diferencias finitas.



Figura 34 Comparación del tiempo de respuesta obtenido con el método de las diferencias finitas, y el calculado con la expresión [5.100]
En busca de una expresión más sencilla, se recuerda que es común en varias áreas de la ciencia como la astrofísica o la meteorología, que la inercia térmica sea definida a partir de la efusividad, que es la raíz cuadrada del producto de la conductividad, el calor específico y la densidad⁷,²⁶,²⁷. Y que aplicándolo al caso del modelo RCR podría ser expresado como:

$$\Gamma = \sqrt{C/R_{ei1}}$$
[5.101]

Que tiene las siguientes unidades : $Jm^{-2}K^{-1}s^{-\frac{1}{2}}$.

Esta definición es poco usada en aspectos relacionados con la edificación, y tiene unas unidades que no ofrecen una asociación intuitiva a algún aspecto físico. Pero por otro lado, además de tener una expresión muy sencilla, tiene la ventaja de corresponder adecuadamente al comportamiento de la inercia cuando es afectada por alguna de las dos variables involucradas. Es decir, se espera que un muro tenga mayor inercia térmica cuanto mayor sea el valor de "C"; y como la resistencia R_{ei1} , puede ser entendida como "el nivel de aislamiento de la inercia térmica con relación a la excitación", cuanto mayor sea su valor, menos inerte es el muro. Resulta que el parámetro Γ cumple estas dos condiciones, cosa que por otra parte no ocurría con la constante de tiempo definida en la en la ecuación [5.78]. Por tanto, a pesar de sus desventajas, la caracterización de la inercia térmica con la expresión [5.101], resulta prometedora.

No obstante, el parámetro Γ no tiene en cuenta ni la resistencia total del muro ni los coeficientes de película y radiantes que lo rodean, y que tienen influencia en el comportamiento de la inercia térmica. Por esto se propone modificar el parámetro Γ de tal manera que se transforme en la expresión [5.102], que además de tener en cuenta los aspectos mencionados, está en unidades de tiempo y por ello puede ser entendida como una especie de constante de tiempo modificada.

$$\tau_{s} \equiv \frac{CR_{ei}}{500 \times R_{ei1} \left(h_{c} + h_{r} + \frac{1}{R_{ei2} + R_{i}} \right)}$$
[5.102]

La definición de esta constante de tiempo ha sido hecha tratando de conciliar dos criterios fundamentales: simplicidad de cálculo y un significado que tenga sentido con el comportamiento del muro real, y más específicamente con el de la temperatura superficial en la cara excitada con radiación solar. Para ello se sometió a una excitación de temperatura en forma de escalón unitario a la población de muros definida en el apartado 5.8.6, y valiéndose del método de las diferencias finitas, se determinó el tiempo que tardaba la superficie excitada del muro en alcanzar una temperatura de 0.632°C.

Se utilizó la información de los tiempos de respuesta de los muros reales para evaluar una gran cantidad de expresiones simplificadas. Dicha evaluación reveló que no existe una expresión sencilla a partir de los parámetros equivalentes, que presente un buen grado de correlación con los tiempos de respuesta del muro real ante una excitación escalón. Esto no debe sorprender dado que como se ha dicho repetidamente, la inercia térmica tiene un carácter multidimensional, y que no siempre existe una relación biunívoca entre dos variables que miden la inercia térmica. Sin embargo sí es de esperar una tendencia general entre una variable y otra. La expresión [5.102] tiene esta tendencia general, aunque puede presentar grandes desviaciones con los tiempos de respuesta del muro real cuando la resistencia total de este es muy baja, o cuando la resistencia R_{ei1} es pequeña. Puede ser utilizada como una aproximación para estimar el comportamiento de la tendencia de la inercia térmica ante la variación de uno o más de sus parámetros.



Figura 35 Comparación del tiempo de respuesta obtenido con el método de las diferencias finitas, y el calculado con la expresión simplificada [5.102].

Resulta evidente que no es posible utilizar una sola variable que mida inequívocamente la inercia térmica, y las expresiones simplificadas para caracterizarla deben ser utilizadas con el conocimiento de sus limitaciones y nivel de "exactitud". Por tanto en esta tesis <u>se preferirá emplear la combinación de "C" y " R_{ei1} " para caracterizar la inercia térmica. Debido a que para un nivel descriptivo es más conveniente el uso de una sola variable, se utilizará el amortiguamiento normalizado, ya que es una variable que puede ser obtenida directamente de la simulación del muro en cuestión. Sólo, cuando por algún motivo no se disponga del valor de amortiguamiento, se utilizará la constante de tiempo definida con la expresión [5.102].</u>

5.9 Modificadores para tener en cuenta el efecto de la inercia térmica del elemento interior en el modelo simplificado.

La inercia térmica afecta a los flujos de calor de un elemento especial con cámara de aire ventilada, este efecto no es tenido en cuenta por método de la norma ISO 13790. Aquí se presentan unos factores modificadores que corrigen las pérdidas y las ganancias por efecto de la inercia térmica de la hoja interior del elemento. Esto se hace modificando las áreas solares y las transmitancias térmicas de ventilación y conducción.

Para la obtención de estos parámetros se simularon varios muros ventilados, de los que las propiedades del elemento interior se relacionan en la Tabla 24.

Tabla 17 Descripción general de los muros Trombe sin inercia térmica simulados para la verificación de los parámetros $\omega y \delta$.

Caso	Densidad ρ [kg/m³]	Calor Específico C [J/kgK]	Espesor x [m]	Conductivi dad Térmica k [m/s]
1	1000	0	0.3	0.75
2	1000	500	0.3	0.75
3	1000	1000	0.3	0.75
4	1000	2000	0.3	0.75
5	1000	3000	0.3	0.75
6	1000	4000	0.3	0.75
7	1000	9000	0.3	0.75
8	1000	18000	0.3	0.75
9	1000	30000	0.3	0.75
10	1000	100000	0.3	0.75
11	1000	infinito	0.3	0.75

Las condiciones climáticas seleccionadas fueron las correspondientes a las mismas diez localidades españolas que se utilizaron en la evaluación de los factores modificadores ω y δ ; que cubren todas las zonas climáticas de invierno existentes en España (ver Tabla 6).

La inercia térmica afecta de forma distinta al calor aportado por ventilación y conducción, y como cada uno de ellos está conformado por un componente pérdidas y otro de ganancias, se tiene que son necesarios cuatro factores correctores en total para tener en cuenta adecuadamente el efecto de la inercia térmica, estos son:

- 1. Modificador de las pérdidas por conducción ζ_{PC}
- 2. Modificador de las pérdidas por ventilación ζ_{PV}
- 3. Modificador de las ganancias por conducción ζ_{GC}
- 4. Modificador de las ganancias por ventilación ζ_{GV}

Cada uno de estos factores modifica el valor de la componente correspondiente calculada en estado estable, por ejemplo: las pérdidas de calor por conducción serán el resultado de dicho aporte calculado para estado estable, corregido por el factor modificador correspondiente:

$$Q_{Perd,Cond} = \zeta_{PC} \cdot Q_{Perd,Cond,e_estable}$$

Haciendo uso de esta definición, es posible, a partir de los resultados obtenidos por simulación, obtener los valores de dichos factores modificadores. Las siguientes expresiones muestran las ecuaciones utilizadas para la determinación de dichos factores. Debido a que es necesario conocer de forma independiente el valor de cada componente, fue necesario hacer simulaciones separadas para cada excitación, manteniendo la forma de operación previamente determinada en una simulación con todas las excitaciones actuando simultáneamente. De la simulación bajo la excitación de temperaturas (sin radiación solar) se determinaron los valores de las componentes de pérdidas por conducción y ventilación, y de la simulación con excitación de radiación (con diferencia de temperaturas interior-exterior nula) se determinaron las componentes de ganancias.

Modificador de las pérdidas por conducción:

$$\zeta_{PC} = \frac{Q_{Perd,Cond}}{Q_{Perd,Cond,e_estable}}$$

Modificador de las pérdidas por ventilación:

$$\zeta_{PV} = \frac{Q_{Perd,Vent}}{Q_{Perd,Vent,e_estable}}$$

Modificador de las ganancias por conducción:

$$\zeta_{GC} = rac{Q_{Gan,Cond}}{Q_{Gan,Cond,e_estable}}$$

Modificador de las ganancias por ventilación:

$$\zeta_{GV} = \frac{Q_{Gan,Vent}}{Q_{Gan,Vent,e_estable}}$$

Para encontrar expresiones de correlación para estos factores modificadores, se partió de la evidencia de que el modelo RCR representa adecuadamente el fenómeno de la inercia térmica, y se aprovecha el hecho de que los valores de los parámetros característicos necesarios para dicho modelo pueden ser estimados de forma aproximada con mucha facilidad tal como se demostró en la sección 5.8.6.. Por tanto, las correlaciones de los factores modificadores por efecto de la inercia térmica se hacen depender de los parámetros característicos del modelo RCR. Adicionalmente se encontró que el valor de dichos parámetros también depende del clima, y este hecho se ha representado por la relación ganancias/pérdidas en la cámara de aire " γ_{CA} ", ya empleado anteriormente en la determinación de los factores ω y δ , en la sección 5.7.

Entonces de manera general:

$$\zeta_{XY} = F(R_{ei}, R_{ei1}, C, \gamma_{CA})$$

Que involucra las principales variables a tener en cuenta para el efecto de la inercia térmica.

En las siguientes gráficas se pueden apreciar los valores de los factores modificadores calculados a partir de las simulaciones, y que se representan en forma de puntos, y superpuesto, en forma de línea continua, el valor calculado por la correspondiente correlación propuesta por el autor. En el eje de las abscisas se ha colocado como variable representativa de la inercia térmica, el amortiguamiento normalizado definido en la sección 5.8.7 y en el de las ordenadas, el valor del correspondiente factor modificador. En la lectura de dichas gráficas no sobra recordar que un amortiguamiento igual a la unidad, significa inercia nula, y un amortiguamiento igual a cero es inercia infinita.



1. Modificador de las pérdidas por conducción ζ_{PC}

Figura 36 Modificador de las pérdidas por conducción debido al efecto de la inercia térmica. Los puntos representan los valores obtenidos por simulación y las líneas continuas los calculados con la ecuación [5.103].

$$\zeta_{PC} = \frac{R_{ei1}}{R_{ei}} \left[0.8 \frac{C^2}{\gamma_{CA} - 0.8} + \frac{R_{ei}}{R_{ei1}} \right]$$
 [5.103]

*La capacidad térmica "C" debe estar expresada en MJ/m²K



2. Modificador de las pérdidas por ventilación ζ_{PV}

Figura 37 Modificador de las pérdidas por ventilación debido al efecto de la inercia térmica. Los puntos representan los valores obtenidos por simulación y las líneas continuas los calculados con la ecuación [5.104].

$$\zeta_{PV} = \frac{R_{ei1}}{R_{ei}} \left[45(\gamma_{CA} - 0.8)C^{1.4} + \frac{R_{ei}}{R_{ei1}} \right]$$
[5.104]

*La capacidad térmica "C" debe estar expresada en MJ/m²K



3. Modificador de las ganancias por conducción ζ_{GC}

Figura 38 Modificador de las ganancias por conducción debido al efecto de la inercia térmica. Los puntos representan los valores obtenidos por simulación y las líneas continuas los calculados con la ecuación [5.105].

$$\zeta_{GC} = \frac{R_{eil}}{R_{ei}} \left[-2.0 \left(\frac{C}{\gamma_{CA}} \right)^2 + \frac{R_{ei}}{R_{ei1}} \right]$$
[5.105]

*La capacidad térmica "C" debe estar expresada en MJ/m²K

4. Modificador de las ganancias por ventilación ζ_{GV}



Figura 39 Modificador de las ganancias por ventilación debido al efecto de la inercia térmica. Los puntos representan los valores obtenidos por simulación y las líneas continuas los calculados con la ecuación [5.106].

$$\zeta_{GV} = \frac{2R_{ei1}}{R_{ei}} \left[-4.0 \frac{C^{1.2} \cdot (2 - \gamma_{CA})^{0.5}}{\gamma_{CA}} + \frac{R_{ei}}{2R_{ei1}} \right]$$
[5.106]

*La capacidad térmica "C" debe estar expresada en MJ/m²K

En esta sección no se explicarán los motivos por los cuales las curvas de estos modificadores siguen las tendencias vistas en las anteriores gráficas, dado que esto se explica detalladamente en el capítulo relacionado con el análisis de sensibilidad. Aquí simplemente se muestran las comparaciones entre los datos obtenidos por simulación y los de las correlaciones.

En general se aprecia que el grado de ajuste no es muy alto, pero para lograrlo se necesitaría la utilización de ecuaciones mucho más complejas, que el autor ha preferido descartar, principalmente por las siguientes razones:

- El ámbito de aplicación de un método simplificado es el de estimar los aportes de calor de una manera sencilla. En este sentido, proponer expresiones muy complejas va en contra de la sencillez.
- En la utilización de las correlaciones, se supone que los parámetros característicos de la inercia térmica son estimados con las reglas presentadas en la sección 5.8.6. u otras similares, que no ofrecen un alto grado de precisión. Este supuesto se hace en virtud de que un cálculo preciso de dichos parámetros requiere una simulación, en cuyo caso, muy probablemente no sea necesario el empleo de un método simplificado para cálculo del elemento especial. Por tanto, si los parámetros de entrada en la correlación pueden tener cierto nivel de error, no tiene sentido ofrecer una correlación muy precisa, y menos si para ello se requieren ecuaciones extensas.
- En las gráficas se aprecia que, en general, cuanta más alta sea la inercia térmica, peor es el ajuste obtenido, pero este se mantiene dentro de unos niveles aceptables hasta valores de amortiguamiento mayores de 0.3, que tal como se puede comprobar en la Figura 33, corresponde aproximadamente al valor mínimo esperable para las construcciones de muros usuales.

Referencias.

⁷ Marco Delbo', Aldo dell'Oro, Alan W. Harris, Stefano Mottola and Michael Mueller, Thermal inertia of near-Earth asteroids and implications for the magnitude of the Yarkovsky effect, Icarus, Volume 190, Issue 1, September 2007, Pages 236-249.

⁸ ASHRAE FUNDAMENTALS HANDBOOK, 2001.

⁹ Incropera Frank P. and DeWitt David P., Fundamentos de Transferencia de Calor, 4^a edición, Prentice Hall Hispanoamericana, S.A. 1996.

¹⁰ http://www.telecable.es/personales/albatros1/calor/transferencia_de_calor_04_conduccion02.htm

¹¹ Kontoleon K.J. and Bikas D.K., The effect of south wall's outdoor absorption coefficient on time lag, decrement factor and temperature variations, Energy and Buildings, 39, September 2007, Pages 1011-1018.

¹² H. Asan, Numerical computation of time lags and decrement factors for different building materials, Building and Environment 41 (2006) 615–620.

¹³ K. Ulgen, Experimental and theoretical investigation of effects of wall's thermophysical properties on time lag and decrement factor, Energy and Buildings 34 (2002) 273–278.

¹⁴ José L. Fernández, Miguel A. Porta-Gándara and Norberto Chargoy, Rapid on-site evaluation of thermal comfort through heat capacity in buildings, Energy and Buildings, Volume 37, Issue 12, December 2005, Pages 1205-1211.

¹⁵ National Standard of the People's Republic of China, Thermal Design Code for Civil Building, GB50173-93, China Plan Press, 1993

¹⁶ Standard SFS-EN ISO 13790, Thermal Performance of Buildings, Calculation of Energy Use for Space Heating, 2004, 63 pp

¹⁷ S.Y. Byuna, S.T. Rob, J.Y. Shinc, Y.S. Sonc and D.-Y. Leed, Transient thermal behavior of porous media under oscillating flow condition, International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 49, Issues 25-26, December 2006, Pages 5081-5085

¹⁸ Frederick W. Mowrer, An analysis of effective thermal properties of thermally thick materials, Fire Safety Journal, Volume 40, Issue 5, July 2005, Pages 395-410. ¹⁹ G.P. Mitalas and D.G. Stephenson, Calculation of heat flows through walls and roofs. ASHRAE Trans.

74 (1968), pp. 182–188.

²⁰ G. Hong, A.D. Irving, T. Dewson and B. Day, Comparison of time series response factor estimators, Energy and Buildings 20 (1994), pp. 179-186

²¹ J. He, D. Wang, L. Chen and L. Han, Applied research of reaction coefficient method for unsteady heat transfer in the wall, Building and Environment 39 (2004), pp. 277–280 ²² A. Al Turki and G.M. Zaki, Cooling load response for building walls comprising heat storing and

thermal insulating layers, Energy Conversion Management 32 (1991), pp. 235-247.

²³ P. Massouros, G. Athanssouli and G. Massouros, A model of the thermal transient state of a wall of a room during the heating by a heating system, International Journal of Energy Research 24 (2000), pp. 779-789.

²⁴ B. Lacarrière, A. Trombe and F. Monchoux, Experimental unsteady characterization of heat transfer in a multi-layer wall including air layers—Application to vertically perforated bricks, Energy and Buildings, Volume 38, Issue 3, March 2006, Pages 232-237.

²⁵ Fernández Herrera Estanislao, Aplicación de Métodos Nodales de Primer y Segundo Orden al Comportamiento Térmico de Edificios, Proyecto fin de carrera, Universidad de Sevilla, 1988.

²⁶ T. Murray and A. Verhoef, Moving towards a more mechanistic approach in the determination of soil heat flux from remote measurements: I. A universal approach to calculate thermal inertia, Agricultural and Forest Meteorology, In Press, Corrected Proof, Available online 28 August 2007

²⁷ Nathaniel E. Putzig and Michael T. Mellon, Apparent thermal inertia and the surface heterogeneity of Mars, Icarus, In Press, Corrected Proof, Available online 27 June 2007

²⁸ Marincic Irene, Respuestas térmicas dinámicas en edificios: Control térmico a través de la climatizaciój natural, tesis Doctoral, Universitat Politécnica de Catalunya, Escola Tècnica Superior d'Arquitectura de Barcelona, Bacelona 1999.

¹ ISO 13790. Thermal performance of buildings, Calculation of energy use for space heating., 2007

² Ministerio de Vivienda. Documento Básico HE, Ahorro de Energía, 2006

³www.csbsju.edu/environmentalstudies/curriculum/greenbuildingplan/Green%20Building%20Plan%20p1 2 htm

⁴ http://www.sdg-nottinghamshire.org.uk/index/appendixiiii.htm

⁵ http://tes.asu.edu/webdata/glossary.html

⁶ http://www.ametsoc.org/amsedu/WES/glossary.html

²⁹http://www.unalmed.edu.co/fisica/paginas/recursos_web/lecciones_fisica_universitaria/leccion_teoria_d
 e_la_medida/concepto/index21.htm
 ³⁰ Catálogo de oficial de materiales del código técnico de la edificación en España.

6 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

La transmitancia térmica (U) de un muro convencional es el parámetro que mayor relevancia tiene en el desempeño energético de dicho elemento y cuanto más bajo sea su valor, "mejor" será su comportamiento. Para el caso de los elementos especiales, la existencia de múltiples variables que afectan a su comportamiento energético, hace que no exista un único parámetro que predomine sobre los demás. Y en general no es tan sencillo definir "qué es mejor", dado que la variación del valor de un parámetro puede tener efectos contrapuestos en diferentes ítems de pérdidas y/o ganancias, de tal manera que lo que es "bueno" bajo unas condiciones, puede ser "negativo" en otras.

La bibliografía dedicada a sensibilizar las variables que afectan al desempeño de los elementos especiales es escasa, y en general se centra en la optimización de una o dos variables para un caso particular o unas condiciones preestablecidas, como son los casos estudiados por da Silva et al¹ (que estudia la mejor configuración geométrica del canal de aire para maximizar el calor tomado por este), Sebald et al²,³ (que estudia básicamente el efecto de las estrategias de control), Jibao et al⁴, (que compara dos configuraciones para definir la de mejor desempeño), Bar-Cohen⁵ (que estudia el espesor optimo del canal), . Sólo G. Gan⁶, cubre un rango más amplio de variables (que analiza los efectos del espesor del canal, la altura, el tipo de vidrio, y el aislamiento), pero centrándose en la influencia que tiene sobre el flujo de ventilación.

En esta sección se hace un análisis de los principales parámetros involucrados en el desempeño energético de los elementos especiales. Se estudiarán aquellos que revistan mayor grado de interés, bien sea por la falta de claridad en el efecto que tienen, o por el nivel de influencia que ejercen. La absortividad solar del elemento absorbedor es un ejemplo de una variable que aunque tiene un nivel de relevancia no despreciable en el desempeño de los elementos especiales, su efecto es claro y la tendencia perfectamente predecible, cuanto más alto sea su valor, mayores serán las ganancias solares y las pérdidas no se verán afectadas. Por ello es una variable que no se estudiará aquí. Algunas otras, como por ejemplo el factor de ganancias solares o el coeficiente convectivo en la cámara son función de alguna otra variable como es la resistencia del elemento exterior en el caso del factor de ganancias solares, y la velocidad del aire en el caso del coeficiente convectivo. En estos casos, dichas variables se no se estudiarán por separado, sino que la variación de una implicará la variación de la otra.

El factor de ganancias solares "g" disminuye con el incremento de la resistencia del elemento exterior y su valor ha sido estimado con la correlación mostrada en la ecuación [6.1]. Como existe una gran cantidad de tipos de vidrios, dicha correlación no pretende ser absoluta o unívoca, es decir, existen vidrios que no cumplen con dicha correlación. Esta ha sido obtenida tratando de reflejar la tendencia general de los vidrios con el factor de ganancias solares más alto posible para cada uno de los valores de resistencia. Esto no implica que sea imposible la existencia de vidrios u otro tipo de materiales con factores de ganancias solares superiores a las estimadas en la correlación propuesta, simplemente que están por encima del comportamiento habitual para este tipo de elementos. Por último, es importante aclarar que aunque con esta correlación se puede obtener un factor de ganancias solares que varía de forma continua con la

variación de la transmitancia térmica, dicha variación es sólo teórica dado que las transmitancias térmicas de los vidrios varían de forma discontinua.

$$g_{\max-Vidrio} = \left(0.12\ln(U_{vidrio}) + 0.65\right)^{0.8} - \frac{0.22}{U_{vidrio}}$$
[6.1]

La variación del coeficiente de película convectivo como función de la velocidad del aire en la cámara, es calculada con las correlaciones mostradas en la sección 3.1

La influencia de las variaciones de cada una de las variables a estudiar se dará como el efecto producido en las transmitancias térmicas (Valores U) y áreas solares específicas (As), dividida en sus componentes de conducción y ventilación. La ventaja de este tipo de análisis es que permite hacerlo con independencia del clima. Por tanto, el efecto que se muestra para el caso del muro Trombe, es sólo válido para los instantes de tiempo en los cuales la ventilación funciona.

Para la realización de este análisis se tomará el elemento base que se describe a continuación:

Hoja exterior (viario simple)			
Ree =	0.005	m2K/W	
g =	0.85		

Hoja exterior (vidrio simple)

Hoja Interior

		Espesor	Resistencia
Material	W/mK	m	m2K/W
Hormigón convencional d 2200	1.57	0.15	0.095
PUR Proyección con Hidrofluorcarbono HFC [0.028 W/[mK]]	0.028	0.03	1.071

Rei =	1.17	m2K/W
α =	0.9	

Cámara de aire		
hc =	1.74	W/m2K
hr =	4.3	W/m2K
e=	0.05	m
v =	0.2	m/s

Resistencias de entorno

Re =	0.04	m2K/W
Ri =	0.17	m2K/W

Área y Flujo de Aire

A =	2.5	m2
H =	2.5	m
V =	0.01	m3/s

Todos estos parámetros se mantendrán constantes en cada uno de los análisis con excepción de la variable en estudio la cual variará en el rango que se muestre en cada caso.

6.1 Muro solar

En un muro solar, debido a que no existe un flujo de calor en la corriente de aire que pueda ser aportado al espacio interior, todas las variables relacionadas con el flujo de aire no tienen sentido para este caso. En consecuencia, los parámetros más influyentes en su desempeño son los relacionados con las características del elemento exterior (hoja exterior) y del elemento interior (hoja interior), que se encuentran caracterizados por las siguientes variables:

- Resistencia del elemento exterior R_{ee}, que además se encuentra vinculado al factor de ganancias solares g.
- Resistencia del elemento interior R_{ei}.

6.1.1 Efecto sobre la transmitancia térmica (valor U)

En la Figura 40, se muestra el efecto que tienen por separado, la variación de la resistencia del elemento interior y la del elemento exterior, sobre la transmitancia térmica total de conducción en un muro solar.

Se puede ver que el aumento de las resistencias reduce el valor de la transmitancia térmica del muro solar, siendo más pronunciado el efecto de la variación de la resistencia del elemento interior.





6.1.2 Efecto sobre el área solar específica As

Se recuerda que el área solar se ha definido como el área que tendría un cuerpo negro para absorber una cantidad de radiación solar tal que sea igual a las ganancias solares producidas por el elemento en estudio. Al referirse en este caso al área solar específica (Área Solar del Elemento \div Área Real del Elemento), además de ser un número adimensional, su valor resulta ser equivalente al factor de ganancias solares « g » de las ventanas.

En la Figura 41, se muestra el efecto que tienen por separado, la variación de la resistencia del elemento interior y la del elemento exterior, sobre el área solar.

Se encuentra que el incremento de la resistencia del elemento exterior Ree, hace crecer el área solar. Esto es debido a que una mayor cantidad de la energía solar que se convierte en calor toma dirección hacia el interior, como consecuencia de la mayor resistencia ofrecida por el elemento exterior para que esta energía se escape al exterior.

El incremento de la resistencia del elemento interior Rei, hace decrecer el área solar, debido a que hace el efecto contrapuesto que el del elemento exterior, es decir, que el incremento de su valor dificulta la entrada de calor hacia el interior, reduciendo en consecuencia las ganancias de calor.



Figura 41 Efecto de las resistencias térmicas de la hoja exterior y de la hoja interior, sobre el área solar de conducción, para un muro solar.

6.1.3 Influencia del clima

La transmitancia térmica es la variable relacionada con las pérdidas; y el área solar la relacionada con las ganancias, pero sólo cuando se analizan en conjunción con el clima se puede conocer el nivel de importancia de cada variable. Por ejemplo, se ha visto que el incremento de la resistencia del elemento interior reduce el valor de la transmitancia térmica de los muros solares (disminuye las pérdidas), pero también reduce el valor del área solar (disminuye las ganancias), con lo que no es posible saber que es más conveniente, si reducir la resistencia para aumentar las ganancias, o aumentarla para disminuir pérdidas. Solo hasta que se introduce este elemento en un clima es posible obtener una respuesta.

6.1.3.1 Influencia de la resistencia de la hoja exterior Ree

El aumento de la resistencia exterior genera una reducción aproximadamente lineal en las pérdidas y un aumento inicial en las ganancias hasta alcanzar un máximo tal como se muestra en la Figura 42. La existencia de este máximo es debida a la presencia de dos "fuerzas" contrarias; por un lado el aumento de resistencia hace que una fracción mayor del calor de radiación se dirija al interior, pero a su vez, debido a la reducción del factor de ganancias solares, entra una menor cantidad de radiación con lo que se genera menos calor. Como se ve, el máximo de ganancias en este caso se presenta aproximadamente para una resistencia de 0.4, es decir, con vidrio doble bajo emisivo.



Figura 42 Pérdidas y ganancias un muro solar con elemento exterior transparente y de resistencia interior Rei=1.0 m2K/W, para el clima de Burgos en enero.

También resulta interesante advertir que este muro solar con vidrio simple (Ree=0.005 m2K/W) es un elemento "perdedor", y con vidrio doble bajo emisivo (Ree=0.265 m2K/W) es un elemento "ganador" aunque por muy poco (es prácticamente neutro) y resistencias superiores vuelven al elemento ganador.

Para encontrar las variables y el punto en el que un muro pasa de "perdedor" a "ganador" se hace el siguiente balance de energía sobre la superficie absorbedora:

$$0 = I \cdot \alpha' + \frac{1}{R_{e'}} (T_e - T_{m1}) + \frac{1}{R_{ei} + R_i} (T_i - T_{m1})$$

Y si en esta ecuación se utilizan los valores de temperatura medios (por ejemplo para un mes) y la radiación es la radiación acumulada mensual, se tiene que los flujos de calor que se obtendrían serían los acumulados para el periodo considerado. Reordenando los términos y reemplazando la diferencia entre la temperatura exterior y la interior por los grados día, se llega a que el flujo de calor por conducción que se dirige hacia el interior es:

$$\frac{1}{R_{ei}+R_i}(T_{m1}-T_i) = \frac{I \cdot \alpha' R_e' - GD}{R_e'}$$

La ecuación anterior sirve para calcular el flujo de calor que se dirige al interior en estado estacionario y en ausencia de flujo de aire en la cámara. Si el flujo de calor es positivo significa que entra calor (elemento "ganador"); si es negativo, sale calor (elemento "perdedor"). Por tanto, para que sea positivo el flujo de calor:

$$I * \alpha' R_e' > GD$$

Resulta interesante observar que el sentido del flujo de calor (mas no su intensidad) es independiente del valor de la resistencia interior. Esto es importante porque es posible (por lo menos en teoría) escoger las propiedades del elemento exterior de tal manera que cumplan con la anterior desigualdad, y así garantizar que el flujo neto de calor será de ganancias en el periodo considerado.

$$\alpha' R_e' > \frac{GD}{I}$$

También de la anterior ecuación es posible hacer una representación gráfica de los valores de la resistencia Re' para que el flujo neto de calor sea nulo, en función de la radiación absorbida y de los grados día promedio diarios de la localidad en cuestión.



Figura 43. Valores que debería tener la resistencia desde la superficie absorbedora hasta el exterior, para que el flujo de calor neto al interior sea nulo.

Por ejemplo, para el caso de Burgos, donde para el mes de enero se tienen aproximadamente 567 grados día y la radiación global incidente sobre una superficie vertical orientada al sur es de 54.5 kWh/m2, se tiene que:

$$GD_{promedio,diario} = 567 \div 31 = 18.3^{\circ} C$$

 $I_{promedio,diario} = 54.5 \times 1000 \div 31 \div 24 = 73.3 W/m^2$

Así que para tener ganancias el elemento exterior debe cumplir que:

$$\alpha' R_e' > 0.25 \frac{m^2 K}{W}$$

Suponiendo que los coeficientes de intercambio medios ponderados en la cámara son: $h_c = 2.13 W/m^2 K$ y $h_r = 4.41 W/m^2 K$ Se tiene que:

$$R_{camara} = \frac{1}{h_r + \frac{h_c}{2}} = 0.183 \ m^2 K/W$$

Así que:

$$R_e' = 0.04 + R_{ee} + 0.183$$

Por otro lado si la absortividad solar del muro es 0.85, se tiene que:

$$\alpha' = \tau \cdot \alpha = \tau \times 0.85$$

Entonces para cumplir la desigualdad planteada se tiene:

$$\tau \times 0.85 \big(0.04 + R_{ee} + 0.183 \big) > 0.25 \ m^2 K \big/ W$$

Las propiedades de un vidrio simple son aproximadamente $\tau=0.85$ y $R_{ee} = 0.005 \ m^2 K/W$. Con lo que el término izquierdo de la desigualdad tendría un valor de:

$$\tau \times 0.85 (0.04 + R_{ee} + 0.183) = 0.165 \ m^2 K / W$$

Que no cumple con la desigualdad y al ser menor que 0.25 m2K/W se tiene un muro perdedor. Si se toma un vidrio doble bajo emisivo con las siguientes propiedades: $\tau = 0.65$ y $R_{ee} = 0.265 m^2 K/W$

$$\tau \times 0.85 (0.04 + R_{ee} + 0.183) = 0.270 \ m^2 K/W > 0.25 \ m^2 K/W$$

Se encuentra que cumple la desigualdad. Lo cual significa que el comportamiento del muro para el mes de enero sería de ganancias brutas.

Se pueden seleccionar muy fácilmente las propiedades mínimas que debe cumplir la hoja exterior si se desea que el elemento genere ganancias brutas de calor en el periodo considerado, y también sirve de base para establecer las características que debe tener la hoja interior para mejorar el rendimiento energético, es decir, si no es posible que el elemento genere ganancias netas de calor, se debe diseñar un muro interior aislado; si por el contrario, resulta que el elemento genera ganancias brutas de calor, es mejor tener un muro interior muy conductivo, de tal manera que se maximicen las ganancias de calor.

El que un elemento genere ganancias o pérdidas, depende únicamente de la radiación solar, la temperatura exterior y las resistencias de la cámara de aire y del elemento exterior. Este hecho permite seleccionar la resistencia más adecuada para el elemento interior en función de lo que se desee, por ejemplo desde el punto de vista de la inercia térmica.

6.1.3.2 Influencia de la resistencia de la hoja interior Rei

La Figura 44 muestra los flujos de calor acumulados en el mes de enero para un muro solar ubicado en Madrid. Se aprecia que a medida que se aumenta la resistencia del elemento interior, el valor absoluto de las ganancias y las pérdidas disminuyen progresivamente y en órdenes de magnitud similares, lo cual es una particularidad de este caso, pero que muestra la existencia de una condición de equilibrio entre pérdidas y ganancias, bajo la cual el valor de la resistencia interior es irrelevante desde el punto de vista de balance neto para el periodo de un mes.



Figura 44 Balance de las pérdidas y las ganancias en un muro solar con elemento exterior transparente y de resistencia Ree=0.005 m2K/W (vidrio simple), para el clima de Madrid en Enero.

Con el fin de evaluar el comportamiento bajo otras condiciones se ha hecho el mismo análisis con una resistencia del elemento exterior modificada tal como se muestra en la Figura 45.

Se aprecia en este caso que al aumentar la resistencia del elemento interior, el valor absoluto de las ganancias se reduce más rápidamente que el de las pérdidas. El aporte bruto total del elemento es siempre de ganancias, pero estas se van reduciendo a medida que se aumenta la resistencia del elemento interior. Es decir, que aumentar el aislamiento resulta desfavorable dado que se reducen las ganancias.



Figura 45 Balance de las pérdidas y las ganancias en un muro solar con elemento exterior transparente y de resistencia Ree=0.1425 m2K/W (vidrio doble), frente a la variación de la resistencia del elemento interior.

Este mismo comportamiento se hubiera obtenido si en vez de cambiar la resistencia del elemento exterior, se hubiera hecho el cambio a un clima con mayor radiación solar y temperaturas exteriores mayores como por ejemplo Sevilla.

Si el mismo muro de la Figura 44 se pone en un clima más frío (Burgos por ejemplo) se encuentra el comportamiento mostrado en la Figura 46, en el que se aprecia que el flujo neto de calor es negativo (pérdidas) y se acercan a cero a medida que se aumenta la resistencia del muro interior.



Figura 46 Balance de las pérdidas y las ganancias en un muro solar con elemento exterior transparente y de resistencia Ree=0.005 m2K/W (vidrio simple), para el clima de Burgos en Enero.

De las tres gráficas anteriores se deduce que existen tres escenarios obvios pero con implicaciones diferentes:

- 1. Ganancias > Pérdidas \rightarrow Elemento Ganador
- 2. Ganancias = Pérdidas \rightarrow
- Elemento Ganador Elemento Neutro
- $as = Perdidas \rightarrow Elemen$ $as < Pérdidas \rightarrow Elemen$
- 3. Ganancias < Pérdidas
- Elemento Perdedor

Y en cada uno de los tres escenarios anteriores el sentido bruto del flujo de calor no cambia, es decir, si el elemento es perdedor, no es posible convertirlo en ganador sólo modificando la resistencia del elemento interior. El valor de esta resistencia sí modifica el nivel de las ganancias y las pérdidas. Así que si el elemento es perdedor, cuanto mayor sea la resistencia del elemento interior, menores serán las pérdidas totales del elemento; pero si el elemento es ganador, el aumento de la resistencia del elemento interior de la resistencia del elemento resistencia del elemento de la resistencia del elemento interior. Para el caso de un elemento neutro, la resistencia del elemento interior no tiene influencia en el flujo de calor acumulado.

Se debe aclarar que estos resultados se refieren al flujo acumulado en un periodo de tiempo mayor al ciclo de 24 horas, ya que es claro que por ejemplo en el caso del elemento neutro, en el que las ganancias acumuladas son iguales a las pérdidas acumuladas, existen periodos de tiempo en los cuales las ganancias son superiores a las pérdidas y otros con la situación inversa. Por tanto, para reducir la diferencia entre los

picos de ganancias y pérdidas se puede aumentar la resistencia del elemento interior, o aumentar la inercia térmica del muro.

6.2 Muro Trombe

Tal como se dijo en la introducción de este capítulo, se analizará el efecto de diversas variables sobre el desempeño del muro Trombe. El clima es una variable más y para ciertos análisis es necesario eliminar su influencia. Como el clima tiene un carácter oscilatorio, genera una sucesión de arranques y paradas en la circulación del aire en un muro Trombe; el tiempo total de funcionamiento de la circulación del aire, depende fuertemente de las características del clima, es decir, un clima con alta radiación solar generará un tiempo total acumulado de funcionamiento de la circulación mayor, que uno con baja radiación solar, bajo el supuesto de que ambos climas tienen la misma temperatura exterior. Por tanto, al eliminar la influencia del clima, se estarían eliminando estas sucesiones de arranque y paradas, lo cual obliga a que sea necesario escoger un régimen de funcionamiento con el aire en circulación, o uno con el aire parado. Como la opción con aire quieto, es la correspondiente al muro solar, resulta obvio escoger la opción de aire en circulación para estudiar el muro Trombe sin la influencia del clima.

Las variables a estudiar para el muro Trombe son las siguientes:

- Resistencia del elemento exterior R_{ee}, que además se encuentra vinculado al factor de ganancias solares g.
- Resistencia del elemento interior R_{ei}.
- Velocidad del aire en la cámara, que además afecta al coeficiente de película convectivo h_c.
- Altura total del elemento H.

6.2.1 Efecto sobre la transmitancia térmica (valor U)

En la Figura 47 se muestra el efecto que tiene la variación de la resistencia del elemento exterior sobre las transmitancias térmicas de conducción y ventilación en un muro Trombe. Se puede ver que el aumento de la resistencia exterior reduce el valor de las transmitancias térmicas de ventilación y conducción.



Figura 47 Efecto de la resistencia térmica de la hoja exterior, sobre las transmitancias térmicas de conducción y ventilación.

La variación de la resistencia del elemento interior tiene el efecto mostrado en la Figura 48. En este caso se generan dos efectos contrapuestos, por un lado crece la transmitancia de ventilación (Uvent), pero a su vez, decrece la de conducción (Ucond). Esto quiere decir que a medida que se incrementa la resistencia del elemento interior, las pérdidas producidas por la circulación del aire en la cámara aumentan mientras que las pérdidas por conducción disminuyen. Como el decremento de la transmitancia por conducción es superior al incremento de la de ventilación, la suma de las dos transmitancias (con la que se calcularían las pérdidas totales) resulta decreciente.



Figura 48 Efecto de la resistencia térmica de la hoja interior, sobre las transmitancias térmicas de conducción y ventilación.

La velocidad del aire en la cámara, no sólo afecta a la cantidad de calor que es trasportado por el aire, sino además al coeficiente de película convectivo. Así, cuanto mayor sea la velocidad del aire, mayor será el coeficiente convectivo. La Figura 49 muestra cómo el incremento de la velocidad del aire en la cámara aumenta de forma importante la transmitancia térmica por ventilación. Esto se debe a que a mayor flujo se

expone una mayor cantidad de aire a la relativamente baja resistencia térmica que ofrece el elemento exterior con las "bajas" temperaturas exteriores.



Figura 49 Efecto de velocidad del aire, sobre las transmitancias térmicas de conducción y ventilación.

Por otro lado, se observa que la transmitancia térmica de conducción disminuye. La explicación está relacionada con la reducción de la diferencia de temperatura entre el espacio interior y el aire en la cámara. Sin embargo, esta disminución de la transmitancia por conducción es mucho menor que el incremento de la de ventilación. Con lo que el efecto neto de la velocidad es la de incrementar la transmitancia térmica total del muro Trombe.

El efecto de la altura del muro Trombe se muestra en la Figura 50. Se observa que la transmitancia térmica por ventilación disminuye con la altura. La explicación a este comportamiento tiene que ver con el hecho de que la temperatura del aire en la cámara evoluciona de forma asintótica con la altura, mientras que el área crece linealmente. Por tanto el cociente entre las pérdidas por ventilación y la altura (que es la definición de la transmitancia térmica por ventilación) decrece. El incremento de la transmitancia térmica por conducción se da por el incremento en la diferencia de temperatura entre el interior del edificio y el aire en la cámara. La suma de estas dos transmitancias es decreciente debido a que el efecto dominante es la reducción de las pérdidas por ventilación.



Figura 50 Efecto de la altura del muro Trombe, sobre las transmitancias térmicas de conducción y ventilación.

6.2.2 Efecto sobre el área solar específica As

La primera variable a estudiar es la resistencia del elemento exterior, cuya influencia puede ser vista en la Figura 51. Se observa que en este caso todas las curvas tienen un máximo. Este máximo se produce porque a medida que aumenta la resistencia del elemento exterior disminuye su factor de ganancias solares. Es decir, existen dos fuerzas contrarias: por un lado, el aumento de la resistencia exterior hace crecer el valor del área solar, consecuencia del incremento en la resistencia ofrecida a la pérdida del calor generado por la radiación; pero por otro lado, una menor cantidad de calor es generado porque el factor de ganancias solares disminuye. De tal manera que el resultado de estas dos tendencias es el mostrado en la Figura 51.



Figura 51 Efecto de la resistencia térmica de la hoja exterior, sobre las áreas solares específicas de conducción y ventilación.

Es importante aclarar que como la variación del factor de ganancias solares ha sido obtenido con una correlación en función de la resistencia del elemento exterior, las curvas de la Figura 51 en realidad son sólo teóricas, dado que en realidad no existe una secuencia de vidrios con la que sea posible ir variando de forma continua la resistencia térmica, ni que además, el factor de ganancias solares siga estrictamente la ley establecida en la correlación. No obstante, sí resulta útil observar que en general existe un punto óptimo y que un vidrio con una resistencia elevada y probablemente de precio elevado también, podría generar menos ganancias solares que un vidrio con menor resistencia y posiblemente de menor precio.

Pasando a la influencia que ejerce la resistencia del elemento interior, es posible demostrar que el aumento de esta resistencia produce un incremento en las temperaturas superficiales del propio elemento interior en la cara que recibe la radiación solar; consecuentemente se produce un incremento en la temperatura y calor ganados por el aire en circulación por el canal. Por ello, tal como se aprecia en la Figura 52, el área solar de ventilación crece con el aumento de la resistencia del elemento interior. Sin embargo, a este aumento del área solar por ventilación se contrapone la reducción del área solar por conducción, dado que el incremento de esta resistencia dificulta la entrada de calor por conducción. El efecto neto obtenido de la suma de las dos áreas solares muestra una reducción en el área solar total del elemento a medida que la resistencia del elemento interior crece.



Figura 52 Efecto de la resistencia térmica de la hoja interior, sobre las áreas solares específicas de conducción y ventilación.

El efecto de la velocidad del aire en la cámara se muestra en la Figura 53. Como el incremento de la velocidad implica un incremento del flujo de masa y del coeficiente de película convectivo, se tiene una combinación de circunstancias favorables para que el aire tome y trasporte mayor cantidad de calor, lo cual queda evidenciado en el crecimiento del área solar por ventilación. Pero por otro lado, este aumento de calor tomado por el aire ocasiona que la temperatura superficial del elemento interior sea cada vez menor lo cual produce una disminución de las ganancias solares que entran por conducción, tal como queda evidenciado con la reducción del área solar por conducción ante el crecimiento de la velocidad del aire. El efecto neto es que el área solar total aumenta ante el incremento de la velocidad del aire en la cámara.



Figura 53 Efecto de la velocidad el aire, sobre las áreas solares específicas de conducción y ventilación.

Cuando se incrementa la altura del elemento se tiene la situación mostrada en la Figura 54, donde se puede apreciar que el área solar específica por ventilación baja de manera pronunciada mientras que la de conducción lo hace moderadamente. La reducción del área solar por ventilación se puede entender como consecuencia de la variación asintótica de la temperatura del aire; es decir, a medida que el aire asciende por la cámara va aumentando su temperatura, pero lo hace de tal forma que tiende a estabilizarse en cierto valor, de hecho si la cámara fuera infinitamente alta, se encontraría un punto a partir del cual su temperatura prácticamente no seguiría aumentando (se estabiliza en el valor establecido por la asíntota). En esta situación el calor trasportado por el aire no crece más y como el área sí continúa aumentando indefinidamente y de forma lineal con la altura, se tiene que las ganancias de ventilación por unidad de área de elemento bajan tal como se muestra en la figura. El crecimiento del área solar por conducción está relacionado con el aumento de la temperatura superficial media del elemento. Este comportamiento es asintótico también y su crecimiento, tal como se ha dicho antes, es mucho menos importante que la disminución del área solar por ventilación de tal manera que el efecto neto es el de un descenso en el área solar total de elemento a medida que se incrementa su altura.



Figura 54 Efecto de la altura del elemento, sobre las áreas solares específicas de conducción y ventilación.

6.2.3 Influencia del clima

Al igual que en el caso del muro solar, existen en el muro Trombe tendencias contradictorias entre la transmitancia térmica y el área solar, que hacen imposible definir la conveniencia de modificar el valor de algunas variables si no es analizando el funcionamiento del elemento bajo unas condiciones climáticas concretas.

Además en el caso del muro Trombe se tiene la circunstancia de que los intervalos de operación de la ventilación están gobernados en gran medida por el clima. Por tanto en esta sección sí se tiene en cuenta este hecho.

6.2.3.1 Influencia de la resistencia de la hoja exterior Ree

En un muro Trombe la influencia de la resistencia del elemento exterior genera unas curvas como las mostradas en la Figura 55. En general el comportamiento es similar al mostrado para el muro solar, sólo que las curvas de "ganancias" y del "Total Bruto" aparecen desplazadas hacia arriba (mayores ganancias), y el máximo aparece para un valor de resistencia exterior menor. Las pérdidas aumentan también, pero su incremento es menor que el de las ganancias, siendo esta la razón por la cual el total se desplaza hacia arriba.



Figura 55 Pérdidas y ganancias un muro Trombe con elemento exterior transparente, para el clima de Madrid en enero.

En la Figura 56 se presenta el desglose de las pérdidas y las ganancias por sus componentes (ventilación y conducción). Se aprecia cómo las dos componentes de pérdidas disminuyen linealmente con el aumento de la resistencia del elemento exterior, mientras que las ganancias presentan unas curvas que crecen inicialmente con el incremento de la resistencia, pero se encuentran con un máximo y después descienden.

La existencia del máximo en las ganancias está motivada por las mismas razones explicadas para el caso del muro solar, esto es, el aumento de resistencia conlleva una reducción del factor de ganancias solares, lo que provoca que una mayor fracción de las ganancias se dirija hacia el interior, pero simultáneamente una menor cantidad de radiación solar atraviesa el cristal, con lo que la cantidad de calor generado disminuye. Así que se tiene un punto en el que el incremento de la fracción de calor que se dirige al interior no puede compensar la disminución de calor generado por la radiación, con lo que las ganancias comienzan a disminuir con el aumento de la resistencia (y disminución del factor de ganancias solares) del elemento exterior.



Figura 56 Pérdidas y ganancias desglosadas por componentes en un muro Trombe con elemento exterior transparente, para el clima de Burgos enero.

El efecto neto bajo tres climas distintos se muestra en la Figura 57. En ella se ve que el punto de máximo aporte de calor neto no es constante con el clima, siendo visible que este punto óptimo se consigue con elementos más aislados a medida que el clima es más frío y con menos radiación solar. Es decir, en Burgos que es un clima más frío y con menos radiación solar que Sevilla, el elemento exterior óptimo, sólo desde el punto de vista energético, podría ser un vidrio doble o triple con películas de baja emisividad y cámara de argón, mientras en Sevilla, con vidrio doble claro ya se estaría cerca del óptimo.



Figura 57 Efecto bruto de la resistencia del elemento exterior en un muro Trombe bajo tres climas diferentes.

6.2.3.2 Influencia de la resistencia de la hoja interior Rei

La variación de la resistencia del elemento interior genera unas curvas en las pérdidas y ganancias como las mostradas en la Figura 58. Este elemento mostrado es igual al muro solar cuyas curvas se mostraron en la Figura 44.



Figura 58 Balance de las pérdidas y las ganancias en un muro Trombe con elemento exterior transparente y de resistencia Ree=0.005 m2K/W (vidrio simple), para el clima de Madrid en enero.

Se aprecia que el flujo de calor total acumulado es positivo (ganancias), lo cual quiere decir que la circulación de aire convierte el elemento inicialmente neutro (Muro solar) en uno ganador, pero la resistencia del elemento interior sigue mostrando una influencia prácticamente nula en el desempeño del elemento.

Un aumento en la resistencia del elemento exterior, tal como el que se hizo con el muro solar de la Figura 45 (cambio de vidrio simple por un vidrio doble) provoca un incremento de las ganancias y una disminución de las pérdidas tal como se muestra en la Figura 59, pero la resistencia del elemento interior continúa mostrando una baja influencia en el flujo total de calor.



Figura 59 Balance de las pérdidas y las ganancias en un muro Trombe con elemento exterior transparente y de resistencia Ree=0.1425 m2K/W (vidrio doble), para el clima de Madrid en enero.

Ahora, si el muro Trombe con vidrio simple se somete a una condición climática más fría, como Burgos, se obtiene el resultado mostrado en la Figura 60. Se aprecia que el aumento de la resistencia del elemento interior hace que el elemento cambie de ser un elemento "perdedor" a uno "ganador".



Figura 60 Balance de las pérdidas y las ganancias en un muro Trombe con elemento exterior transparente y de resistencia Ree=0.005 m2K/W (vidrio simple), para el clima de Burgos en enero.

Este cambio de signo en el flujo total de calor se debe a que el aumento de la resistencia del elemento interior no sólo afecta al flujo de calor por conducción a través del muro, sino también al calor que es tomado por el aire que circula en la cámara tal como se ve en la figura Figura 61. Como es lógico, tanto las pérdidas como las ganancias por conducción a través del muro disminuyen con el aumento de la resistencia de dicho elemento, pero adicionalmente las ganancias obtenidas por efecto del aire que se

calienta en la cámara y después entra al recinto, aumentan como consecuencia de las mayores temperaturas superficiales en el muro con resistencia térmica superior, y a su vez, las pérdidas que se generan por el aire en circulación, a pesar de aumentar, presentan un crecimiento menor que el aumento de las ganancias, siendo la razón por la cual el balance total de calor hace que a medida que se aumenta la resistencia del elemento interior sea posible pasar de un elemento perdedor a uno ganador.



Figura 61 Pérdidas y ganancias desglosadas por componentes en un muro Trombe con elemento exterior transparente y de resistencia Ree=0.005 m2K/W (vidrio simple), para el clima de Burgos en enero.

En la Figura 62 se muestra el efecto neto de la variación de la resistencia del elemento interior para tres climas. Se observa cómo para un clima poco frío como Sevilla, el incremento de la resistencia del elemento interior hace descender las del aporte neto que es positivo, es decir, es preferible un elemento interior muy conductivo. Sin embargo, si se tiene un clima más frío como el de Burgos, la tendencia muestra que es más conveniente un elemento interior muy aislado. En un caso intermedio como Madrid, se encuentra que el valor de la resistencia interior tiene poca influencia en el aporte neto de calor, con lo cual se podría seleccionar casi cualquier tipo de elemento interior atendiendo a diversas razones, ya que desde el punto de vista energético es casi indiferente.



Figura 62 Efecto bruto de la resistencia del elemento interior en un muro Trombe bajo tres climas diferentes.

6.2.3.3 Influencia del coeficiente de película convectivo y la velocidad el aire en la cámara

Primero se presenta la influencia del coeficiente de película que, tal como se ha dicho, es dependiente principalmente de la velocidad del aire en la cámara, pero con el fin de aislar los efectos se supondrá que el coeficiente de película varía pero no el flujo de aire, que será analizado posteriormente.

La Figura 63 muestra cómo varían tanto las ganancias como las pérdidas por ventilación y conducción. Se aprecia que con coeficiente de película igual a cero (caso teórico), las ganancias y las pérdidas por ventilación son nulas. A medida que el coeficiente de película aumenta, las ganancias y las pérdidas por ventilación crecen. En este caso, el aumento de las ganancias es superior al de las pérdidas, pero esto no es siempre así, por ejemplo para un clima más frío, o con menos radiación, o con un elemento exterior muy conductivo, podría ocurrir que el incremento en las pérdidas fuera mayor que el de las ganancias.



Figura 63 Pérdidas y ganancias desglosadas por componentes. Comportamiento general bajo la influencia del coeficiente de película convectivo.

Por otro lado se tiene que las ganancias por conducción disminuyen con el aumento del coeficiente de película, debido a que la superficie sobre la que incide el sol alcanza una temperatura menor causada por la mejor transferencia de calor entre dicha superficie y el aire de la cámara. Sin embargo, la tendencia general es que la suma de las ganancias por conducción y por ventilación aumente con el coeficiente de película, aunque tiende a estabilizarse en algún punto.

Las pérdidas por conducción tienden a aumentar aunque su variación es pequeña porque en general el coeficiente de película de la cámara tiene relativamente una baja influencia en la resistencia total del elemento desde el interior hasta el exterior.

En la Figura 64 se aprecia el balance total de las pérdidas y las ganancias, observándose que el flujo bruto de calor inicialmente aumenta con el incremento en el coeficiente de película, como consecuencia del aumento de las ganancias, pero debido a que estas ganancias tienden a estabilizarse antes que las pérdidas (que siguen aumentando), se presenta un máximo en el flujo bruto de calor.



Figura 64 Balance total de pérdidas y ganancias dependiendo del coeficiente de película.

El punto en el que se presenta el valor máximo depende de la transmitancia térmica del elemento exterior y las características del clima. Cuanto más frío sea el clima, baja la radiación solar y alta la transmitancia del elemento exterior; el máximo se desplazará hacia la izquierda, es decir a valores más bajos del coeficiente de película. Por el contrario, para climas menos fríos, con elevada radiación solar y transmitancias bajas del elemento exterior, el máximo del flujo de calor bruto se desplazará a la derecha (valores altos del coeficiente de película). Ver Figura 65.



Figura 65 Flujo bruto de calor en función del coeficiente de película en la cámara para tres climas distintos. Se aprecia cómo el máximo en la curva, señalado con un circulo, se desplaza a la izquierda a medida que se encuentra un clima más frío.

La influencia del caudal de aire que circula por la cámara suponiendo que el coeficiente de película sea constante, se analiza a continuación.

En la Figura 66 se muestra un comportamiento típico de las pérdidas y las ganancias frente a la variación del flujo de aire existente en la cámara. Se aprecia que las ganancias por ventilación crecen rápidamente con el incremento en el flujo de aire, pero que se estabiliza después de cierto valor de caudal del flujo de aire.



Figura 66 Pérdidas y ganancias desglosadas por componentes. Comportamiento general bajo la influencia del flujo volumétrico de aire.

Esta estabilización se debe a que para niveles altos de flujo de aire, la temperatura de la superficie absorbedora se estabiliza cerca del valor establecido para el funcionamiento del muro Trombe (normalmente cerca de 20°C), y por tanto la cantidad de calor que pasa por conducción también se estabiliza. Por el principio de conservación de la energía se tiene que la cantidad de calor que puede ser captada por el aire tiene que estabilizarse también, pues de otro modo, si creciera infinitamente se violaría la primera ley de la termodinámica.

Sin embargo, la suma de las ganancias por conducción y ventilación tiende a crecer con el flujo de aire asintóticamente hasta el valor máximo teórico establecido por la cantidad de radiación solar incidente sobre el muro Trombe, lo cual indica que el incremento en el caudal de aire incrementa la "eficiencia" de captación de la energía solar. Pero se tiene que después de cierto valor en el flujo de aire, el crecimiento de las ganancias se torna marginal y por tanto puede suceder que no se justifique el aumento de este flujo de aire.

Por otro lado, las pérdidas por ventilación, al igual que las ganancias, también crecen con el aumento en el flujo de aire, pero lo hacen en una magnitud inferior, y sólo serían superiores en magnitud para un clima extremadamente frío y con escasa radiación solar, así que en general se puede afirmar que el incremento de estas pérdidas es menor que el de las ganancias.

Las pérdidas por conducción se reducen levemente como consecuencia de la reducción de la diferencia de temperatura entre la cara exterior y la interior del elemento interior.

La Figura 67 muestra el comportamiento típico de los flujos totales de pérdidas y ganancias en un muro Trombe. Se puede ver que se obtiene una tendencia asintótica en
la que el incremento de las ganancias es superior al de las pérdidas, lográndose un beneficio mayor cuanto mayor sea el flujo de aire, aunque con rendimientos marginales después de cierto valor en el flujo de aire.



Figura 67 Balance total de pérdidas y ganancias en función el flujo de aire que circula en la cámara de aire.

El análisis individual de la influencia del coeficiente de película y el flujo de aire es útil para el entendimiento del fenómeno pero es de escasa aplicabilidad práctica, ya que por ejemplo mantener invariable el coeficiente de película ante variaciones en el flujo de aire puede ser complicado y requeriría de cambios en el espesor de la cámara de aire. Y operaciones similares se tendrían que realizar para mantener constante el flujo de aire variando los coeficientes de película. Con esto no se quiere dar a entender que el análisis hecho sea improductivo, sólo poner de manifiesto que en realidad, estas dos variables (flujo de aire y coeficiente de película) normalmente varían simultáneamente. Por ello el siguiente análisis muestra el comportamiento típico de las pérdidas y las ganancias cuando el incremento de flujo se obtiene mediante un aumento en la velocidad del aire y por tanto el coeficiente de película en la cámara cambia.

En la Figura 68 se muestra el comportamiento de las ganancias y las pérdidas cuando la velocidad del aire cambia y el coeficiente de película es función de la velocidad.



Figura 68 Balance total de pérdidas y ganancias en función el flujo de aire que circula en la cámara de aire.

Las curvas de la Figura 67 difieren de la Figura 68 en que en esta última el aumento de las ganancias y las pérdidas es mayor. Es decir, el coeficiente de película variable hace que los cambios producidos en las pérdidas y las ganancias se vean acentuados cuando se incrementa la velocidad en la cámara.

Como resumen se puede decir que el incremento del flujo de aire reduce las ganancias por conducción pero aumenta las ganancias por ventilación, siendo este último aumento de mayor magnitud que la reducción de las ganancias por conducción, con lo que el total de las ganancias se ve incrementado con el aumento en el flujo de aire en la cámara.

Por el lado de las pérdidas, se tiene que las de ventilación aumentan con el incremento en el flujo de aire, mientras que las de conducción se mantienen aproximadamente constantes.

El balance bruto de pérdidas y ganancias depende del clima (temperatura exterior y radiación incidente sobre el elemento) y de la resistencia térmica del elemento exterior (en la Figura 69 se muestra el aporte bruto para tres climas). Se aprecia que para un clima como el de Sevilla el efecto neto del incremento de la velocidad del aire es el de aumento del aporte positivo, es decir, el elemento aporta más energía al espacio cuanto mayor sea la velocidad del aire. En el caso de Madrid, se observa que a cierta velocidad se alcanza un máximo en el aporte bruto del muro Trombe, mientras que en caso de un clima más frío y con menos radiación, como Burgos, se encuentra que lo deseable es operar con una velocidad del aire ocasionan que el aporte bruto del elemento del aporte bruto del elemento aporte bruto del elemento del aporte bruto del elemento aporte bruto del se encuentra el mínimo de pérdidas, (incrementos en la velocidad del aire ocasionan que el aporte bruto del elemento disminuya, o lo que es lo mismo, que las pérdidas aumenten).



Figura 69 Efecto bruto de la velocidad del aire en un muro Trombe bajo tres climas diferentes.

6.2.3.4 Influencia de la altura

El comportamiento previsto en las ecuaciones señala que la temperatura del aire a lo alto del canal varía en forma de exponencial y con asíntota igual a la temperatura media de las dos superficies que lo conforman. Esto quiere decir que la temperatura del aire tiende a alcanzar un valor constante con la altura del canal. La primera consecuencia de la estabilización de la temperatura del aire es que su aporte de calor por metro cuadrado de elemento tiende a bajar dado que el área aumenta linealmente con la altura mientras que la temperatura del aire se estabiliza (numerador aproximadamente constante, denominador creciente). El resultado se puede ver en la curva de las ganancias por ventilación de la Figura 70.



Figura 70. Pérdidas y ganancias desglosadas por componentes. Comportamiento general ante cambios en la altura del elemento.

La reducción de las ganancias específicas por ventilación es compensada parcialmente por el aumento de las ganancias específicas por conducción. Dicho aumento de las ganancias por conducción se da como consecuencia del incremento de la temperatura media superficial del elemento interior en la cara soleada. No obstante, esta temperatura se estabiliza y por tanto su aporte tiende a convertirse en asintótico.

La suma de las ganancias específicas por ventilación y por conducción disminuye con el aumento de la altura de la cámara.

Por otro lado, se encuentra que las pérdidas específicas por ventilación disminuyen como consecuencia del mismo efecto que las ganancias se reducen, es decir, debido a la estabilización de la temperatura del aire en el canal. Esto es, que la temperatura del aire tiende a mantenerse constante pero la altura de la cámara hace que el área siga aumentando en forma lineal.

Las pérdidas por conducción aumentan levemente también por la misma causa por la que las ganancias aumentan, es decir, por el aumento de la temperatura superficial del elemento, pero en general su incremento es bajo.

El balance total de pérdidas y ganancias se muestra en la Figura 71. Se aprecia que las pérdidas específicas disminuyen, pero las ganancias lo hacen en forma más acentuada, por lo que el aporte bruto del elemento disminuye con el incremento de la altura de la cámara.



Figura 71 Balance total de pérdidas y ganancias en función de la altura del elemento

Se observa que la reducción del aporte bruto se mantiene para todos los climas tal como se puede ver en la Figura 72, donde tanto para climas poco fríos y muy fríos se encuentra que el incremento de la altura del elemento disminuye el aporte de energía al interior del edificio.



Figura 72 Efecto bruto de la altura de un muro Trombe bajo tres climas diferentes.

6.3 Muro Parietodinámico

Un muro parietodinámico normalmente debe operar el 100% del tiempo debido a que las necesidades de ventilación de un espacio, en principio, nunca cesan. Por ello, en este tipo de elemento no se tiene la situación planteada para el muro Trombe, en la que el análisis de sensibilidad de las transmitancias térmicas y el área solar sólo se ha hecho bajo condiciones de ventilación en operación. Por ello en el análisis bajo la influencia del clima fue necesario incluir el desglose de pérdidas y ganancias. Para el muro parietodinámico este desglose bajo los efectos climáticos no será necesario.

Las variables a estudiar son:

- Resistencia del elemento exterior R_{ee}, que además se encuentra vinculado al factor de ganancias solares g.
- Resistencia del elemento interior R_{ei}.
- Velocidad del aire en la cámara, que además afecta al coeficiente de película convectivo h_c .
- Altura total del elemento H.

Como las ecuaciones que describen el área solar de un muro parietodinámico son las mismas que las de un muro Trombe, el análisis de sensibilidad es el mismo que para ese elemento y por tanto no se repetirá esa información en esta sección.

6.3.1 Efecto sobre la transmitancia térmica (valor U)

El incremento en la resistencia del elemento exterior Ree hace descender las transmitancias térmicas de ventilación y de conducción, aunque su nivel de influencia es pequeño, tal como se puede ver en la Figura 73.



Figura 73 Efecto de la resistencia térmica de la hoja exterior, sobre las transmitancias térmicas de conducción y ventilación.

El efecto de la resistencia térmica del elemento interior Rei, es más pronunciada, pero tiene efectos contrapuestos, ya que por un lado crece la transmitancia de ventilación, y por el otro decrece la de conducción. La suma de las dos transmitancias muestra que el resultado neto es de reducción de la transmitancia total a medida que aumenta la resistencia del elemento exterior.



Figura 74 Efecto de la resistencia térmica de la hoja interior, sobre las transmitancias térmicas de conducción y ventilación.

El aumento de la velocidad del aire en la cámara incrementa el flujo de ventilación del espacio al que pertenece el muro parietodinámico, por ello, y aunque aquí se muestra el

efecto del incremento en la velocidad del aire, es en la sección 6.3.3 donde se tratará este tema con más detalle. La Figura 75 muestra cómo el aumento de la velocidad del aire aumenta de forma muy importante la transmitancia térmica por ventilación, y de manera leve la de conducción.



Figura 75 Efecto de la velocidad el aire sobre las transmitancias térmicas de conducción y ventilación.

El efecto que la altura del muro parietodinámico tiene sobre las transmitancias térmicas se muestra en la Figura 76. Se aprecia que la transmitancia térmica por conducción permanece prácticamente constante (en realidad desciende un poco), y la de ventilación desciende en forma muy pronunciada.



Figura 76 Efecto de la altura del muro parietodinámico sobre las transmitancias térmicas de conducción y ventilación.

Para entender esta variación pronunciada de las pérdidas por ventilación, es necesario recordar dos cosas:

• Que la temperatura del aire en la cámara varía de forma asintótica, y con la forma que dicta la ecuación [3.50]. La cual involucra un término exponencial,

que en este caso quiere decir que la temperatura aumenta más rápidamente en los primeros metros y posteriormente se estabiliza.

• Que un muro parietodinámico puede ser entendido como un intercambiador de calor que recupera una parte del calor que se perdería por conducción al exterior, y que por tanto su eficiencia aumenta con el área de transferencia, la cual es directamente proporcional a la altura del muro parietodinámico.

Por tanto, se tiene la combinación de un aumento rápido de la temperatura del aire cuando la altura es pequeña, con un incremento de la eficiencia del intercambiador de calor. Lo cual genera que la curva de transmitancia térmica por ventilación tenga el comportamiento mostrado en la Figura 76.

6.3.2 Influencia del clima

Tal como se ha dicho para el muro solar y el Trombe, en un muro parietodinámico también es necesario estudiar el elemento bajo el efecto del clima a fin de definir en qué dirección sería conveniente modificar el valor de una variable. Sólo que en este caso no será necesario hacer el desglose mostrando el aporte de cada uno de los componentes debido a que presenta exactamente el mismo comportamiento que la transmitancia térmica y área solar de la sección anterior.

Por otro lado, y como el muro parietodinámico actúa como un precalentador del aire que ingresa al espacio interior, la contabilización de las pérdidas por ventilación no puede hacerse de la misma forma en la que se realizó para el muro Trombe, por ello se hará un análisis diferente cuando se trate el tema de la influencia de la velocidad del aire. Y cuando se calculen las pérdidas por ventilación en los demás apartados, se supondrá que el caudal aportado por el muro parietodinámico satisface la mitad de los requerimientos de ventilación del espacio en el que se encuentra, de tal manera que las pérdidas por ventilación se calcularán como la resta de las pérdidas que se tendrían si no hubiera muro parietodinámico y las que se tienen con este elemento.

6.3.2.1 Influencia de la resistencia de la hoja exterior Ree

En la Figura 77 se puede ver que, tal como ocurría con el muro solar y el Trombe, existe un máximo de ganancias y también en el aporte neto de calor. Las razones para la presencia de este máximo son las mismas que en esos casos, es decir, el aumento de resistencia conlleva una reducción del factor de ganancias solares, esto provoca que una mayor fracción de las ganancias se dirijan hacia el interior, pero simultáneamente una menor cantidad de radiación solar atraviesa el cristal, con lo que la cantidad de calor generado disminuye. Así que se tiene un punto en el que el incremento de la fracción de calor que se dirige al interior no puede compensar la disminución de calor generado por la radiación, con lo que las ganancias comienzan a disminuir con el aumento de la resistencia (y disminución del factor de ganancias solares) del elemento exterior.



Figura 77 Pérdidas y ganancias en un muro Parietodinámico con elemento exterior transparente, para el clima de Madrid en enero.

El comportamiento del aporte bruto de calor del muro parietodinámico, ante la variación de la resistencia del elemento exterior y bajo tres climas diferentes se puede ver en la Figura 78. Tal como en el muro Trombe, el punto de máximo aporte de calor no es constante con el clima, encontrándose que este punto óptimo se consigue con elementos más aislados a medida que el clima es más frío y con menos radiación solar. Conviene señalar que para el clima de Madrid el incremento de la resistencia del elemento exterior hace que el muro pueda incrementar su rendimiento para pasar desde el caso de ser un elemento "perdedor" (aporte bruto negativo) a un elemento "ganador" (aporte bruto positivo).



Figura 78 Efecto bruto de la resistencia del elemento exterior en un muro parietodinámico bajo tres climas diferentes.

6.3.2.2 Influencia de la resistencia de la hoja interior Rei

La Figura 79 muestra el efecto de la variación de la resistencia interior. Se aprecia que las ganancias en este caso disminuyen prácticamente la misma cantidad que las pérdidas, generando que el efecto neto sea prácticamente nulo. Este tipo de tendencia también se apreciaba en el caso del muro Trombe y muro solar para el mismo clima (Madrid). Lo cual no debe llevar a pensar que cualquier muro Trombe o parietodinámico ubicado en Madrid es insensible a la variación de la resistencia del elemento interior. Esto es un caso particular y cuyo resultado está condicionado principalmente por la resistencia del elemento exterior. El interés de mostrar este caso particular es el de evidenciar que es posible tener un elemento con un aporte bruto de energía prácticamente inalterable ante la variación de la resistencia del elemento interior, y que esta tendencia para el mismo elemento y clima permanece para los tres tipos de elementos especiales considerados.



Figura 79 Pérdidas y ganancias desglosadas por componentes en un muro Parietodinámico con elemento exterior transparente y de resistencia Ree=0.005 m2K/W (vidrio simple), para el clima de Madrid en enero.

Sometido a tres climas distintos (ver Figura 80), se encuentra que en el caso de los climas fríos como Burgos, el incremento de la resistencia del elemento interior es deseable porque reduce el aporte negativo total, es decir, reduce las pérdidas, mientras que para climas poco fríos, el incremento de la resistencia disminuye el aporte de calor positivo, con lo cual lo deseable sería tener el elemento con la resistencia más baja posible.



Figura 80 Efecto bruto de la resistencia del elemento interior en un muro parietodinámico bajo tres climas diferentes.

6.3.3 Consideraciones sobre las pérdidas por ventilación en un muro parietodinámico

Un muro parietodinámico recoge aire del exterior y lo impulsa al interior del edificio. Esto hace que en el análisis de este tipo de muro sea necesario estudiar también la ventilación del espacio al que se le está impulsando el aire a través del muro.

Los requerimientos de renovación del aire en un espacio con aire fresco proveniente del exterior, normalmente son cubiertos mediante una combinación de ventilación mecánica e infiltraciones en el caso de los edificios del sector terciario; y mediante infiltraciones en el caso de los edificios del sector residencial en España.

Un muro parietodinámico precalienta el aire proveniente del exterior, por tanto, debería sustituir una parte o la totalidad de ese aire exterior requerido. Un espacio al que le entra aire por ventilación mecánica y a través de un muro parietodinámico, se encuentra en la situación de que el aire impulsado directamente desde el exterior entrará a una temperatura inferior que el impulsado a través del muro parietodinámico. Bajo esta perspectiva resulta evidente que la situación óptima de funcionamiento para un espacio dotado con un muro parietodinámico, es aquella en la que todo el aire exterior requerido es suministrado a través del muro parietodinámico.

En la Figura 81 se muestran las pérdidas por ventilación que se tendrían si se varía la fracción de aire suministrado a través del muro parietodinámico, suponiendo que los flujos de ventilación estén controlados de tal manera que se garantice un flujo total exactamente igual al requerido. Las pérdidas por ventilación con aire suministrado directamente desde el exterior disminuyen debido a que cada vez entra menos flujo. Por otro lado, las pérdidas por ventilación a través del muro parietodinámico crecen a medida que se aumenta el flujo suministrado por él. Sin embargo el incremento de pérdidas por ventilación del muro parietodinámico es menor que la reducción de las pérdidas totales por ventilación van disminuyendo. Tal como se había dicho, el punto de menos pérdidas se encuentra cuando todo el aire requerido es suministrado a través del muro parietodinámico.



Figura 81 Pérdidas por ventilación en un muro parietodinámico, suponiendo que el espacio al que se suministra el aire no tiene infiltraciones.

Si el caudal de aire suministrado a través del muro parietodinámico excede los requerimientos de ventilación, aún en el caso de que no existan otras pérdidas por ventilación, se encuentra que las pérdidas totales se incrementan de forma pronunciada tal como se muestra en la Figura 81.

Si se supone un caso similar al anterior pero con una fracción de infiltraciones no modificable y que suplen el 50% de los requerimientos de ventilación, se genera una gráfica como la mostrada en la Figura 82. Para este caso, el punto óptimo de aire suministrado por el muro parietodinámico corresponde al 50% de los requerimientos de ventilación. También se aprecia que ese punto óptimo presenta más perdidas que el óptimo en el caso del espacio sin infiltraciones.



Figura 82 Pérdidas por ventilación en un muro parietodinámico, suponiendo que las infiltraciones cubren un 50% de los requerimientos de ventilación.

Es fácil comprender que la fracción óptima de flujo de aire que debe ser suministrada a través del muro parietodinámico es complementaria a la fracción de aire suministrado por las infiltraciones, tal como muestra la Figura 82. Se aprecia que en el caso en el que el 100% del aire suministrado se haga a través de infiltraciones, la fracción óptima de aire a suministrar por el muro parietodinámico es nula.



Figura 83 fracción óptima de aire que debe ser suministrada por un muro parietodinámico en función de porcentaje de aire suministrado por infiltraciones.

El muro parietodinámico funciona con máximo rendimiento si las infiltraciones son nulas y el flujo de aire que entra a través de él es controlado exactamente para que cumpla con los requerimientos de ventilación con aire exterior. Esto requiere un nivel de estanqueidad del edificio o del recinto muy elevado, además de un sistema de control preciso para el flujo de aire. Como ya se ha mencionado antes, en los edificios del sector residencial, los requerimientos de ventilación con aire exterior se suplen en su totalidad con infiltraciones, lo cual quiere decir que el empleo de muros parietodinámicos para este sector está vetado (a menos que se diseñe un edificio residencial muy estanco y que pueda operar con un elemento como este), dado que su operación optima se tiene con flujo nulo, lo que lo convierte en un muro solar. Por otro lado, en los edificios del sector terciario, las infiltraciones son flujos de aire no controlados plenamente, por lo tanto la incorporación de un muro parietodinámico trae muchas incertidumbres en lo relacionado con el flujo óptimo de aire que debería entrar por él. Esto llevaría a optar por flujos de aire muy conservadores que tienen como punto negativo una pérdida en el rendimiento de este elemento. La operación en esta condición de bajo rendimiento es posible que haga injustificable la incorporación de un muro parietodinámico al edificio.

En resumen se puede decir que para que un muro parietodinámico funcione adecuadamente, es necesario tener una calidad constructiva tal que las infiltraciones no deseadas sean casi nulas y que el flujo a través del muro parietodinámico sea controlado con mucha exactitud. Esto requiere un nivel tecnológico que no se encuentra actualmente en la construcción de los edificios habituales en España.

6.3.3.1 Influencia de la altura

Las pérdidas por ventilación en un muro parietodinámico son muy sensibles a la altura, sobre todo para alturas inferiores a 3 metros, tal como se pudo ver en la Figura 76. El resultado que esto produce en las pérdidas se aprecia en la Figura 84, donde se ve un fuerte descenso de las pérdidas en los primeros metros. Por otro lado, las ganancias disminuyen con la altura, pero lo hacen de forma más suave, de tal forma que el resultado es que el aporte de calor bruto del elemento, presenta un máximo, para cierto valor de altura.



Figura 84 Balance total de pérdidas y ganancias en función de la altura del muro Perito dinámico

El fuerte descenso en las pérdidas es consecuencia del comportamiento de la transmitancia térmica por ventilación tal como se mostró en la Figura 76, donde además se explicó la razón de este comportamiento, que está relacionado con la forma en la que la temperatura del aire evoluciona dentro de la cámara y con el hecho de que el muro parietodinámico funciona como un recuperador de calor.

En la Figura 85 se muestra el efecto bruto de la altura para los tres climas seleccionados. En ella se puede ver que la altura a la cual ocurre el máximo aporte de calor varía con el clima, necesitándose más altura cuanto más frío sea el clima. Esto quiere decir que para climas muy fríos es conveniente tener muros parietodinámicos de gran altura y para climas de frío moderado, como al de Sevilla, la altura óptima es relativamente baja. Pero en todo caso, resulta evidente que es más conveniente un muro parietodinámico relativamente alto, que uno bajo, dado que con alturas inferiores al punto óptimo, el descenso en el calor aportado es muy importante, mientras que para alturas superiores a ese óptimo, el descenso es mucho más suave.



Figura 85 Efecto bruto de la altura de un muro parietodinámico bajo tres climas diferentes.

6.4 Influencia de la inercia térmica del elemento interior

Uno de los argumentos más citados en la literatura acerca de las ventajas de los elementos especiales está relacionado con la inercia térmica. Esto se debe a que es esta la característica que permite retrasar y extender el tiempo en el que las ganancias solares actúan. Posibilitando no solamente que hagan efecto en aquellas horas en que son más necesarias, sino que además incrementan su nivel de aprovechamiento (aumento del factor de utilización). Por tanto, un análisis de este aspecto es fundamental en la descripción del funcionamiento de los elementos especiales.

Es necesario recordar que en él la sección 5.8, se trató la caracterización de la inercia térmica, habiéndose encontrado que es una propiedad multidimensional que estrictamente, no puede ser cuantificada con el uso de una sola variable. Sin embargo, para los muros y materiales habituales en la construcción existen algunas tendencias claras entre algunas variables seleccionadas. Una de ellas es el amortiguamiento normalizado \hat{B} , que es la relación entre el amortiguamiento del muro con inercia y el mismo muro sin inercia.

Entre las variables de caracterización para la inercia térmica estudiadas en el capítulo 0, se ha encontrado que el amortiguamiento normalizado \hat{B} es probablemente la variable de mayor utilidad para describir el efecto de la inercia térmica en la forma como se distribuyen las pérdidas y ganancias en un muro Trombe.

6.4.1 Influencia de la inercia térmica en las ganancias por ventilación

La temperatura superficial del elemento interior se encuentra fuertemente afectada por su propia inercia térmica. Y debido a que el calor que toma el aire en circulación por la cámara depende de esta temperatura, tanto las pérdidas como las ganancias por ventilación, se encuentran afectadas por la inercia térmica. Múltiples simulaciones revelaron que dependiendo de la relación ganancias/pérdidas, en el aire de la cámara ventilada el comportamiento del elemento especial es diferente. Estas relaciones ganancias/pérdidas, se pueden agrupar en tres casos:

- Caso 1 \rightarrow Pérdidas < Ganancias
- Caso 2 \rightarrow Pérdidas \approx Ganancias
- Caso 3 → Pérdidas > Ganancias

Para ilustrar la influencia de la inercia térmica bajo cada uno de los anteriores casos, se presenta a continuación un ejemplo que muestra claramente el efecto que la inercia térmica tiene en un muro Trombe. La descripción de dicho muro Trombe es la siguiente:

	Material	Espesor [m]	K [W/mK]	Densidad [Kg/m ³]	Cp [J/kg K]	Absortividad
Elemento Interior	Hormigón convencional (sólo como una aproximación a la conductividad del material)	0.3	1.5	variable	variable	0.9

	Тіро	Descripción	U [W/m²K]	g
Elemento Exterior	Transparente	Vidrio Simple	5.7	0.85

	Тіро	Espesor [m]	hc [W/m²K]	hr [W/m²K]
Cámara de Aire	ventilación controlada con ventilador: Si $T_{camara} < 22^{\circ}C \rightarrow v = 0 \text{ m/s}$ Si $T_{camara} \ge 22^{\circ}C \rightarrow v = 0.2 \text{ m/s}$	0.05	2.25	4.4

Para la simulación explicativa se tomaron tres climas sintéticos de tal manera que se obtuvieran los tres casos requeridos:

- Clima 1 \rightarrow Tmedia exterior = 5°C, Radiación diaria incidente = 3.5 kWh/m2
- Clima 2 → Tmedia exterior = 10°C, Radiación diaria incidente = 3.5 kWh/m2
- Clima 3 \rightarrow Tmedia exterior = 15°C, Radiación diaria incidente = 3.5 kWh/m2

Para cada clima se simularon ocho casos de inercia térmica, haciendo cambiar el producto de la densidad por su calor específico desde cero hasta infinito, de tal manera que se obtiene toda la gama de inercias posibles; desde inercia nula, hasta inercia infinita. Con inercia nula (\hat{B} =Bo/Bestable=1) el muro opera en estado estable. Con inercia infinita (\hat{B} =Bo/Bestable=0) la temperatura superficial del muro es constante durante todo el periodo de cálculo, de hecho el cálculo para inercia infinita se lleva a cabo como si fuera un sistema en estado estable, manteniendo la temperatura superficial constante en el valor medio que se obtiene para el caso sin inercia.

Aunque es evidente que el caso de inercia infinita es sólo teórico, es útil para describir el comportamiento de la inercia térmica en todo el rango. Sin embargo es bueno que se tenga en cuenta que, de acuerdo con la sección 5.8.7, donde se simularon una gran

cantidad de tipos posibles de muros en la construcción española, el valor del amortiguamiento se encuentra normalmente en el siguiente rango: $0.3 < \hat{B} < 1.0$.

Para entender claramente los resultados, primero se verá el efecto que la inercia origina en las temperaturas y posteriormente en las pérdidas y ganancias.

La inercia térmica afecta en primera medida a las temperaturas superficiales del muro. En la Figura 86 se aprecia que a medida que la inercia térmica aumenta, la amplitud de la variación de la temperatura superficial disminuye, y de hecho, para inercia infinita se tendría que la temperatura superficial sería constante durante todo el tiempo.



Figura 86 Efecto general de la inercia térmica sobre la temperatura superficial de la cara soleada del elemento interior en un muro Trombe.

Como la temperatura del aire depende de la temperatura de las superficies que la limitan, se tiene que, tal como muestra la Figura 87, la temperatura de salida del aire muestra exactamente el mismo comportamiento que la de la superficie del elemento interior, solo que con otra escala de temperaturas.



Figura 87 Efecto de la inercia térmica en la temperatura del aire a la salida de la cámara.

6.4.1.1 Caso 1 : Pérdidas < Ganancias

Ahora, para analizar caso por caso, se presenta el comportamiento de las temperaturas cuando las pérdidas de calor son menores a las ganancias solares. En la Figura 88, se puede ver el comportamiento de la temperatura de salida del aire cuando el elemento interior carece de inercia térmica. Como se ha supuesto un control que corta la circulación de aire si la temperatura de salida es menor que 22°C, se tiene que existe sólo un periodo de tiempo en el que la ventilación opera tal como se señala en la Figura 88. Cuando se aumenta un poco la inercia térmica, se encuentra un comportamiento como el mostrado en la figura Figura 89. En ella se aprecia que el tiempo de operación de la ventilación aumenta y se desplaza a horas más altas del día. Pero por otro lado, las temperaturas de salida del aire disminuyen con relación al caso sin inercia térmica. Si se aumenta aún más la inercia térmica, se puede llegar al caso mostrado en la Figura 90, en la que la ventilación opera todo el tiempo. Sólo que en este caso, las temperaturas de salida han disminuido aún más.



Figura 88 Comportamiento de la temperatura de salida del aire y el tiempo de operación, si el elemento interior carece de inercia térmica para el caso 1.



Figura 89 Comportamiento de la temperatura de salida del aire y el tiempo de operación, si el elemento interior es de inercia térmica media para el caso 1.



Figura 90 Comportamiento de la temperatura de salida del aire y el tiempo de operación, si el elemento interior es de inercia térmica alta para el caso 1.

El resumen de lo que ocurre se puede ver en la Figura 91. Se aprecia que el aumento de la inercia térmica en el caso de que las pérdidas sean menores que las ganancias

ocasiona un aumento del tiempo de operación de la ventilación, hasta un punto en el que puede llegar a operar el 100% del tiempo. Sin embargo, la temperatura de salida del aire disminuye con este aumento de la inercia térmica.



Figura 91 Efecto de la inercia térmica en el tiempo de operación y la temperatura de salida del aire, pero el caso 1.

Las ganancias por ventilación son el resultado del producto del incremento de temperatura obtenido por el aire, con el tiempo de operación, obteniéndose el resultado mostrado en la Figura 92.



Figura 92 Efecto de la inercia térmica en las ganancias por ventilación para el caso 1. En esta gráfica al ser de carácter explicativo se ha preferido no poner unidades en lo ejes de abscisas debido a que cada una de las tres curvas tiene unidades diferentes, lo cual hubiera requerido tres ejes de unidades que no ayudaría a aclarar lo que la gráfica quiere mostrar.

Se observa que las ganancias por ventilación tienen un mínimo relativo que en este caso particular ocurren para un amortiguamiento específico de 0.6, causado por la presencia de dos fuerzas contrarias a medida que la inercia aumenta. Estas fuerzas son el tiempo de operación y la temperatura de salida del aire. Mientras una crece, la otra decrece, y lo hacen de tal forma que se genera el mínimo mencionado.

También se tiene la presencia de un máximo justo en el punto en el que el tiempo de operación alcanza el 100% (operación continua de la ventilación). Este máximo se debe a que la temperatura de salida del aire continúa bajando con el aumento de la inercia, y el tiempo de operación obviamente no puede seguir aumentando.

6.4.1.2 Caso 2: Pérdidas ≈ Ganancias

Al igual que se hizo en el caso anterior, en este se presentan las figuras de comportamiento de las temperaturas y el tiempo de operación cuando se da la condición de que las pérdidas y las ganancias son aproximadamente iguales.



Figura 93 Comportamiento de la temperatura de salida del aire y el tiempo de operación, si el elemento interior carece de inercia térmica para el caso 2.



Figura 94 Comportamiento de la temperatura de salida del aire y el tiempo de operación, si el elemento interior es de inercia térmica media para el caso 2.



Figura 95 Comportamiento de la temperatura de salida del aire y el tiempo de operación, si el elemento interior es de inercia térmica alta para el caso 2.

La evolución del tiempo de operación y la temperatura media de salida del aire en la cámara para este caso se muestra en la Figura 96.



Figura 96 Efecto de la inercia térmica en el tiempo de operación y la temperatura de salida del aire, pero el caso 2.

Y entonces el comportamiento de las ganancias por ventilación es el mostrado en la Figura 97. En este caso se presenta un mínimo relativo por las mismas razones que en el caso 1. Pero el máximo relativo en este caso se debe a que el tiempo de operación, tal como se ve en la Figura 96, después de haber aumentado, empieza a disminuir, lo que sumado a que la temperatura de salida decrece a medida que aumenta la inercia térmica, hace bajar las ganancias por ventilación.



Figura 97 Efecto de la inercia térmica en las ganancias por ventilación para el caso 2. En esta gráfica al ser de carácter explicativo se ha preferido no poner unidades en lo ejes de abscisas debido a que cada una de las tres curvas tiene unidades diferentes, lo cual hubiera requerido tres ejes de unidades que no ayudaría a aclarar lo que la gráfica quiere mostrar.

6.4.1.3 Caso 3: Pérdidas > Ganancias

Continuando con la forma de análisis efectuada para los dos casos anteriores, en este, al igual que en los otros, se presentan las gráficas de las temperaturas y los tiempos de operación sin inercia, con inercia media y con inercia alta.



Figura 98 Comportamiento de la temperatura de salida del aire y el tiempo de operación, si el elemento interior carece de inercia térmica para el caso 3.



Figura 99 Comportamiento de la temperatura de salida del aire y el tiempo de operación, si el elemento interior es de inercia térmica media para el caso 3.



Figura 100 Comportamiento de la temperatura de salida del aire y el tiempo de operación, si el elemento interior es de inercia térmica alta para el caso 3.

La evolución del tiempo de operación y la temperatura media de salida se resume en la Figura 101. Las ganancias por ventilación en la Figura 102. Se observa que cuando las pérdidas son mayores que las ganancias, tanto el tiempo de operación, como la temperatura de salida del aire disminuyen con el aumento de la inercia, hasta el punto en el que el tiempo de operación puede llegar a ser nulo. Por tanto las ganancias por ventilación decrecen continuamente con el aumento de la inercia térmica, pudiendo llegar a ser nulas.



Figura 101 Efecto de la inercia térmica en el tiempo de operación y la temperatura de salida del aire, pero el caso 3.



Figura 102 Efecto de la inercia térmica en las ganancias por ventilación para el caso 3. En esta gráfica al ser de carácter explicativo se ha preferido no poner unidades en lo ejes de abscisas debido a que cada una de las tres curvas tiene unidades diferentes, lo cual hubiera requerido tres ejes de unidades que no ayudaría a aclarar lo que la gráfica quiere mostrar.

6.4.1.4 Efecto consolidado de la inercia térmica sobre las ganancias en términos del área solar

La inercia térmica del elemento interior ejerce un efecto diferente en las ganancias por ventilación dependiendo de la relación ganancias/pérdidas. Para analizar de manera

consolidada su efecto, se presentan las ganancias en términos de área solar. La Figura 103 muestra el comportamiento del área solar con la inercia térmica para cada uno de los casos. Se aprecia que el área solar sigue el comportamiento de las ganancias por ventilación explicado en el apartado anterior, resultando evidente el alto grado de influencia que tiene la relación ganancias/pérdidas (que es consecuencia del clima y de las propiedades del muro Trombe), sobre la forma en que la inercia térmica actúa. Sólo para niveles de amortiguamiento moderado (baja inercia) el comportamiento en los tres casos sigue una tendencia descendente con el incremento de la relación ganancias pérdidas, el área solar por ventilación puede aumentar (casos 1 y 2) o continuar disminuyendo (caso 3). La explicación de este comportamiento se encuentra en el apartado anterior.



Figura 103 Influencia de la inercia térmica en el área solar por ventilación (ganancias por ventilación) en un muro Trombe operando bajo tres combinaciones de pérdidas y ganancias.

El área solar de conducción, ante la variación en la inercia térmica, muestra el comportamiento mostrado en la Figura 104. Se aprecia que la inercia térmica afecta en menor medida a las ganancias brutas acumuladas por conducción que en el caso de ventilación, aunque el valor absoluto de estas ganancias usualmente es más importante que el de ventilación, tal como ocurre en este ejemplo. La variación del área solar por conducción es de alguna manera complementaria al de las ganancias por ventilación, es decir, que cuando el área solar por ventilación decrece, el área solar por conducción aumenta, aunque en menor medida. Lo mismo ocurre en el otro sentido, es decir que si el área solar por ventilación aumenta, la de conducción disminuye.

La explicación a este comportamiento está relacionada con la conservación de la energía, es decir, el calor generado por la radiación solar que incide sobre el muro Trombe tiene tres caminos posibles: al exterior, a corriente de aire de ventilación, o al interior a través del muro. Pues bien, cuanto menos calor toma el aire, más calor disponible hay para que entre a través del muro y para que se vaya al exterior (pérdidas), y en consecuencia se tiene el comportamiento de la Figura 104.



Figura 104 Influencia de la inercia térmica en el área solar por conducción (<u>ganancias</u> por conducción) en un muro Trombe operando bajo tres combinaciones de pérdidas y ganancias.

La suma de las áreas solares de ventilación y conducción determina el comportamiento bruto de las ganancias y resulta en un comportamiento como el mostrado en la Figura 105. Se aprecia entonces que en general, para el rango normal de amortiguamientos que se pueden encontrar en la realidad $(0.3 < \hat{B} < 1.0)$, el aumento de la inercia térmica disminuye levemente el área solar bruta de un muro Trombe, siendo más acusado este comportamiento para el caso en el que las pérdidas sean mayores que las ganancias.



Figura 105 Influencia de la inercia térmica en el área solar bruta (ganancias) en un muro Trombe operando bajo tres combinaciones de pérdidas y ganancias.

6.4.1.5 Efecto consolidado de la inercia térmica sobre las pérdidas en términos de transmitancia térmica

Al igual que en el caso del área solar, la relación ganancias/pérdidas ejerce una fuerte influencia sobre el comportamiento de las pérdidas por ventilación, tal como se evidencia en el efecto que tiene sobre la transmitancia térmica por ventilación mostrado en la Figura 106. Se aprecia que para los casos 1 y 2, el aumento de la inercia incrementa el valor de la transmitancia térmica por ventilación (incremento de las pérdidas), presentándose en ambos casos un máximo, para descender posteriormente a medida que la inercia sigue creciendo hasta llegar a una valor de infinito ($\hat{B}=0$). Para el caso 3, el aumento de la inercia reduce el valor de la transmitancia térmica por ventilación, pudiendo llegar a anularse por completo su valor.



Figura 106 Influencia de la inercia térmica en la transmitancia térmica por ventilación (<u>pérdidas</u> por ventilación) en un muro Trombe operando bajo tres combinaciones de pérdidas y ganancias.

La explicación para que el comportamiento de la transmitancia térmica por ventilación sea el mostrado en la Figura 106, es similar al dado para el comportamiento de las ganancias por ventilación. Esto es, que se encuentra relacionado con los tiempos de operación y la temperatura superficial del elemento interior y la del aire en circulación por la cámara. Las pérdidas por ventilación están dadas por la transferencia de calor ocasionada por la diferencia de temperatura entre la cámara de aire y el exterior, cuando hay circulación de aire.

Para el caso 1, el aumento de la inercia térmica aumenta el tiempo de operación de la ventilación tal como se mostró en la Figura 92, y aunque simultáneamente se reduce la diferencia de temperatura entre la cámara de aire y el exterior, para este ejemplo (y en general es esta la situación) resulta ser más importante el incremento en el tiempo de operación que la reducción de la diferencia de temperaturas. Ocasionando que las pérdidas aumenten con el incremento de la inercia térmica y en consecuencia la transmitancia térmica por ventilación también aumente. El máximo en la transmitancia térmica mostrado para este caso, ocurre cuando el porcentaje de operación de la

ventilación es 100%. Y el descenso está marcado por el decremento en la diferencia de temperatura entre la cámara y el exterior.

El caso 2 puede ser descrito de forma parecida al caso 1, con la salvedad de que el tiempo de operación no crece de forma continua como en el caso 1, tal como lo evidencia la Figura 97. Por este motivo, el máximo en la transmitancia térmica por ventilación para el caso 2 está marcado principalmente por el comportamiento del tiempo de operación de la ventilación que también presenta un máximo.

En el caso 3, como tanto el tiempo de operación y la diferencia de temperaturas entre la cámara y el exterior disminuyen continuamente (ver Figura 102), resulta claro que las pérdidas por ventilación tienen que disminuir y consecuentemente la transmitancia térmica por ventilación también.

Las pérdidas por conducción en un muro Trombe se refieren a la parte de calor que desde el espacio interior es cedida al exterior a través del muro o elemento interior. En la Figura 107 se observa que estas pérdidas muestran un comportamiento aproximadamente complementario al de las pérdidas por ventilación tal como ocurría con el caso de las ganancias. El motivo de esta complementariedad se debe a que parte del calor que lleva el aire en circulación es cedido o al muro (camino al interior), o al exterior, y aunque esa parte de calor cedido por el aire no es constante con la inercia térmica, sí se tiene que en general, cuanto mayor sea el tiempo de operación de la ventilación, mayor cantidad de calor será cedida al muro reduciendo en consecuencia las pérdidas a través de este elemento.

El nivel de variación de las pérdidas acumuladas por conducción ante la variación de la inercia térmica es menor que el de las pérdidas por ventilación, según se evidencia en la Figura 107



Figura 107 Influencia de la inercia térmica en la transmitancia térmica por conducción (<u>pérdidas</u> por conducción) en un muro Trombe operando bajo tres combinaciones de pérdidas y ganancias.

La suma de las transmitancias térmicas de ventilación y conducción resulta en un comportamiento como el mostrado en la Figura 108. De acuerdo con ella resulta evidente que dependiendo de la relación ganancias/pérdidas, el incremento de la inercia térmica puede hacer que las pérdidas totales aumenten, se mantengan aproximadamente iguales o disminuyan. Para el caso 1 el aumento de la inercia térmica aumenta la transmitancia térmica total; para el caso 2, se mantiene aproximadamente constante; y para el caso 3 disminuye.



Figura 108 Influencia de la inercia térmica en la transmitancia térmica bruta (<u>pérdidas</u>) en un muro Trombe operando bajo tres combinaciones de pérdidas y ganancias.

6.4.1.6 Efecto bruto de la inercia térmica discriminando los aportes de ventilación y conducción.

El aporte bruto de la ventilación y la conducción (suma de pérdidas y ganancias) no puede hacerse en términos del área solar o transmitancia térmica, sino en términos de energía. La Figura 109 muestra el aporte bruto de la ventilación para el ejemplo tratado en esta sección en función de la inercia térmica. Se aprecia que para los tres casos el aporte de la ventilación disminuye con el aumento de la inercia térmica. Aunque se presenta un máximo relativo para valores de inercia muy elevados en los casos 1 y 2.

En la Figura 110, se muestra que el aumento de la inercia térmica lleva a un incremento moderado del aporte de energía por conducción, y el incremento del aporte es aproximadamente independiente de la relación ganancias pérdidas.



Figura 109 Influencia de la inercia térmica en el <u>aporte bruto</u> por ventilación en un muro Trombe operando bajo tres combinaciones de pérdidas y ganancias. Para un periodo de tiempo de 24 horas.



Figura 110 Influencia de la inercia térmica en el <u>aporte bruto</u> por conducción en un muro Trombe operando bajo tres combinaciones de pérdidas y ganancias. Para un periodo de tiempo de 24 horas.

La suma del aporte por ventilación y conducción, da el aporte total bruto en un muro Trombe. Se ve que para el caso estudiado el aporte total bruto disminuye de forma moderada con el aumento de la inercia térmica. Esto indica que la disminución del aporte por ventilación ante el aumento de la inercia térmica, es de mayor magnitud que el incremento del aporte por conducción.

Este resultado es consecuencia de la combinación de los efectos provocados por las áreas solares, de ventilación y conducción; por las transmitancias térmicas de ventilación y conducción; y por el clima. Por ello no es fácil explicar el motivo de este comportamiento, es necesario entender el efecto de cada uno de ellos para hacer la

superposición. Por eso se ha explicado por separado el comportamiento de cada uno de estos componentes, que tal como se ha dicho afectan de manera diferente en cada caso, aunque al final el resultado de los tres casos se comporte de manera similar.



Figura 111 Influencia de la inercia térmica en el <u>aporte total bruto</u> en un muro Trombe operando bajo tres combinaciones de pérdidas y ganancias. Para un periodo de tiempo de 24 horas.

Referencias

¹ da Silva A.K. and Gosselin L. Optimal geometry of L and C-shaped channels for máximum heat transfer rate in natural convection, International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 48, Issues 3-4, January-February 2005, Pg 609-620

 ² Sebald A.V. and Vered G. Design and control tradeoffs for rockbins in passively solar heated houses with trombe walls, direct gain and high solar fractions, Solar Energy, Volume 39, Issue 4, 1987, Pg. 267-289
³ Sebald A.V. and Clinton I. R. and Langenbacher F. Performance effects of Trombe wall control

³ Sebald A.V. and Clinton J. R. and Langenbacher F. Performance effects of Trombe wall control strategies, Solar Energy, Volume 23, Issue 6, 1979, Pg. 479-487

⁴ Jibao Shen, Stéphane Lassue, Laurent Zalewski and Dezhong Huang.. Numerical study on thermal behavior of classical or composite Trombe solar walls, Energy and Buildings, Volume 39, Issue 8, August 2007, Pg. 962-974.

⁵ A. Bar-Cohen, W.M. Rohsenow, Thermally optimum spacing of vertical, natural convection cooled, parallel plates, J. Heat Transfer 116 (1984) 116–123.

⁶ G. Gan, A parametric study of Trombe walls for passive cooling of buildings, Energy Bldg. 27 (1998) 37–43

7 POTENCIAL DE AHORRO DE CALEFACCIÓN CON LOS ELEMENTOS ESPECIALES.

La decisión para la implementación de un elemento especial en un edificio debería estar basada en dos premisas fundamentales: los requerimientos del edificio, y el potencial de ahorro obtenible con un elemento especial. Tal como se ha visto en los capítulos anteriores, existe una gran cantidad de variables involucradas en el desempeño energético de estos elementos, por ello, encontrar el elemento adecuado puede requerir un trabajo extenso de prueba y error hasta encontrar el que satisface las necesidades planteadas. El objetivo en este capítulo es establecer de forma aproximada el potencial de los elementos especiales en comparación con los convencionales (muros y ventanas), además de ofrecer una ayuda al diseñador para reducir en gran medida las iteraciones de prueba y error; y para ello, se presentan unas herramientas sencillas que dan una aproximación rápida de lo que es alcanzable con cada tipo de elemento. Por supuesto no se trata de un instrumento de precisión, sino de un primer paso para descartar rápidamente aquello que no ofrece el potencial necesario.

Sólo se tratarán dos elementos especiales: el muro solar y el muro Trombe. No se estudiará el potencial del muro parietodinámico porque para su adecuado funcionamiento se requieren unas calidades constructivas y de control en el edificio actualmente inexistentes en España, y por tanto se llegaría a una situación de potencial de ahorro no realista. La fachada ventilada tampoco se estudiará, dado que su principal aplicación está relacionada con el periodo de refrigeración y el desarrollo en este capítulo versa sobre el ahorro de calefacción.

Los potenciales de ahorro se presentarán dentro del rango correspondiente a los climas españoles, pero no por ello pierden su carácter general, dado que se presentarán en función de la severidad climática de invierno¹ definida en el Código técnico de la edificación¹, que puede ser calculada para cualquier clima, así que los resultados obtenidos, son válidos para los climas comprendidos entre las severidades climáticas de invierno que se citarán. En caso de estar fuera de rango, con el procedimiento mostrado se podrían generar las curvas necesarias para el análisis correspondiente.

La forma de evaluación del potencial de los elementos especiales, es por medio de la comparación con los elementos convencionales (muros y ventanas), y por ello se hace una breve introducción acerca de algunas características de estos elementos, de tal manera que sea posible posteriormente hacer evidentes ciertas ventajas de los elementos especiales.

7.1 Elementos convencionales

En esta tesis se utiliza el término "elementos convencionales" para agrupar bajo una sola clase a los muros convencionales y a las ventanas. Y se entiende a su vez que el

¹ Según el Código Técnico de la Edificación en España, "la severidad climática de una localidad es el cociente entre la demanda energética de un edificio cualquiera en dicha localidad y la correspondiente al mismo edificio en una localidad de referencia. En la presente reglamentación se ha tomado Madrid como localidad de referencia, siendo, por tanto, su severidad climática la unidad. Se define una severidad climática para verano y una para invierno."

término "muro convencional" se aplica a aquellos muros cuya principal estrategia para reducir la transferencia de calor entre el interior y el exterior es el empleo de una o varias capas de aislamiento térmico.

7.1.1 Muro convencional

Un muro convencional aísla el interior del edificio de los agentes climáticos. Desde el punto de vista térmico su objetivo es hacer que la temperatura exterior y la radiación solar tengan un efecto reducido sobre las condiciones interiores, sean estas favorables o desfavorables para el confort de los ocupantes. El valor de la transmitancia térmica es la variable que con mayor relevancia influye en este efecto aislante, aunque la inercia térmica puede jugar un papel importante también dependiendo de varios factores, como son el tipo de clima, operación del edificio y el valor mismo de la inercia.

La temperatura exterior, vista como una onda, sufre una reducción de amplitud tal como se muestra en la Figura 112. Donde para régimen de invierno además se ubica siempre por debajo de la temperatura interior, y para el verano, oscila la oscilación ocurre alrededor de la temperatura interior. Adicionalmente a esta amortiguación de la amplitud, la señal de temperatura sufre un retraso, es decir, que el momento en que la temperatura de la superficie exterior alcanza el valor máximo, no coincide con el máximo en el interior, sino que éste se presenta unas horas después. El tiempo de retraso de la señal térmica es función de la relación entre la inercia térmica y la conductividad térmica del muro.



Figura 112 Comportamiento de las temperaturas en un muro masivo. A) Régimen de invierno, la temperatura exterior es inferior a la interior. B) Régimen de verano, la temperatura exterior oscila alrededor de la temperatura interior.


Figura 113 Efecto de la Radiación Solar en un Muro

Por otro lado, la radiación solar al incidir sobre la cara exterior del muro, se encuentra con que una parte de ella es reflejada y la otra parte se convierte en energía térmica que a su vez se divide en dos; una que se queda en el exterior y otra que ingresa a través del muro. Como el muro suele ofrecer una resistencia mayor al flujo de calor que la convección y radiación de onda larga al ambiente exterior, la parte que ingresa a través del muro es mucho menor que la que se va al exterior.

Al sumar los efectos de temperatura y radiación, se tiene que un muro en régimen de invierno presenta un comportamiento en el que normalmente las pérdidas debidas a la diferencia de temperaturas entre el interior y el exterior son muy superiores a las ganancias por radiación solar. En verano, el efecto de combinado de las temperaturas y la radiación tiende a que se tengan ganancias en una fracción del día (con retraso debido a la inercia térmica) y el resto del día tiende a generar pérdidas, así que en total, el resultado tiende a ser neutro.

En resumen se puede decir que un muro convencional es un elemento que en invierno está dominado por las pérdidas de calor como consecuencia de la diferencia de temperaturas entre el interior y el exterior, siendo prácticamente despreciables las ganancias solares. En verano su comportamiento tiende a ser neutro.

El principal indicador de desempeño térmico es la transmitancia térmica y en segundo lugar la inercia térmica. En general, cuanto más bajo sea el valor de transmitancia y mayor el de la inercia, el desempeño térmico será mejor.

7.1.2 Ventana convencional

La principal función de las ventanas es el establecimiento de una conexión visual entre el interior del edificio y el ambiente exterior. También tienen una importante función como elementos que permiten la entrada de luz solar, para generar un ambiente visual confortable en el interior. Pero adicionalmente a estas características de tipo estético y de generación de ambientes agradables para los ocupantes del edificio, debe aislar el interior de algunos agentes externos adversos como el frío, el calor, la lluvia, el viento, el ruido, etc. Sin embargo dado lo prioritario de su función como elemento de conexión visual entre el interior y el exterior, su desempeño en los aspectos relacionados con el aislamiento interior-exterior, no siempre es el óptimo, o no por lo menos dentro de un nivel de costes aceptable.

Al contrario de los muros, en los que a priori se sabe que el efecto de la radiación solar en régimen de invierno suele ser pequeño en comparación con el efecto de la diferencia de temperaturas entre el interior y el exterior, las ventanas, desde el punto de vista térmico, son elementos que presentan dos características opuestas entre sí. Esto es, producen ganancias de calor por efecto de la energía solar que dejan pasar hacia los espacios, pero también pierden calor por transmisión debido a la diferencia de temperatura entre el interior y el exterior. El balance neto depende de las propiedades de la ventana, el clima, y la orientación de la misma. En el hemisferio norte, una ventana con orientación sur tendrá ganancias solares mucho mayores que una ventana norte; las ventanas con orientaciones Este-Oeste se ubican en un punto intermedio.

En régimen de verano, las ventanas son elementos a través de los cuales se suele tener un balance neto que es de ganancias de calor. Esto debido a que a las ganancias por radiación se suman las ganancias por transmisión cuando la temperatura exterior supera a la interior. Normalmente las dos ganancias (por radiación y por transmisión) se encuentran aproximadamente sincronizadas en el tiempo, por lo que su efecto sobre la carga punta de refrigeración suele ser importante.

En general, las ventanas tienen una inercia térmica tan baja que se suele despreciar, esto trae como consecuencia que las excitaciones exteriores de temperatura y radiación, aunque atenuadas, sean transmitidas instantáneamente al interior, tal como se muestra en la Figura 114.



Figura 114 A) Comportamiento de la temperatura. B) Comportamiento de las ganancias solares en un vidrio.

Debido a que las ganancias solares ocasionadas por las ventanas son importantes, se ha definido el "factor solar" de una ventana como la relación entre la energía solar incidente sobre ella y la energía solar total que pasa al interior. La radiación que incide sobre un vidrio se descompone en tres partes: una que se refleja, otra que se absorbe, y una última que se trasmite al interior. De la parte absorbida, una fracción va hacia el

exterior y otra al interior. La suma de la parte de radiación transmitida más la fracción de la parte absorbida que va al interior es lo que constituye el factor solar.

Al ser las ventanas unos elementos que transmiten sin retraso las ganancias solares, muchas de esas de ganancias (que en invierno son deseables) pueden llegar a ser no utilizadas por el edificio para combatir la demanda de calefacción, ya que no suele haber sincronización entre la curva de carga por radiación solar y la de solicitud de calefacción. Ocurriendo que en algún momento las ganancias excedan las necesidades de calefacción y en otros momentos lo contrario, con lo cual se tiene que se desperdicia alguna fracción de las ganancias, tal como se muestra en la Figura 115.



Figura 115 Curvas de Ganancias y Solicitud de Calefacción. Se aprecia en la curva espejo de la solicitud de calefacción, cómo alguna fracción de las ganancias se desperdicia al exceder los requerimientos.

Adicionalmente, a través de los marcos de las ventanas se suelen tener infiltraciones no controladas de aire exterior que incrementan las necesidades de calefacción.

Como resumen se puede decir que en régimen de calefacción, las ventanas son elementos que tienen unas pérdidas importantes como efecto de la diferencia de temperaturas entre el interior y el exterior, con valores superiores a los de los muros debido a que estos últimos tienen unas transmitancias térmicas inferiores (mayor aislamiento). Pero que por otro lado, y dependiendo de una serie de factores intrínsecos de la ventana (transmitancia y factor solar), y externos a ella (clima y orientación), pueden presentar unas ganancias solares que neutralicen las pérdidas. Sin embargo, existen condiciones, como por ejemplo una ventana con orientación Norte, bajo las cuales las ganancias no podrán compensar las pérdidas. Por otro lado se tiene que en general las ganancias obtenidas por las ventanas no son aprovechables en su totalidad debido a que no están sincronizadas con las necesidades de calefacción.

En régimen de verano, su aporte neto debido a la diferencia de temperaturas, se suele sumar al de las ganancias solares, así que en general son elementos que generan un aporte neto de carga de calor al interior del edificio que es necesario combatir con el equipo de refrigeración. La manera de reducir este efecto indeseable es mediante el empleo de sistemas de protección solar, que pueden ser lamas, toldos, voladizos, o cualquier elemento que genere sombra sobre la ventana. Por último hay que decir que los dos parámetros más importantes para caracterizar una ventana son la transmitancia térmica y el factor solar. Estos dos parámetros tienen igual nivel de importancia, no ocurriendo lo que en los muros, donde el valor de transmitancia supera ampliamente en nivel de relevancia a los demás parámetros. Adicionalmente, en el desempeño de una ventana, además de sus propiedades y el clima, influye de manera importante la orientación en la que se encuentre colocada, cosa que en el caso de los muros es poco significativo, si exceptuamos la cubierta en régimen de verano.

7.2 Comportamiento de las ganancias muro solar y muro Trombe

Con el fin de poder comparar adecuadamente los elementos especiales con los convencionales, es necesario mostrar cómo es el comportamiento de las ganancias de los elementos especiales.

Para ello se ha tomado el mismo caso mostrado en la Figura 115, que muestra la curva de ganancias y carga debida a la radiación solar incidente en una ventana, y se han añadido las curvas de ganancias generadas por un muro solar y un muro Trombe. (ver Figura 116).



Figura 116 Comparación entre las curvas de ganancias del muro solar, muro Trombe y una ventana en relación con la curva de solicitud de calefacción.

Se observa que, para este caso, las curvas de ganancias del muro solar y muro Trombe permanecen siempre por debajo de la del "espejo solicitud de calefacción", lo cual quiere decir, que al contrario de lo que ocurre con la ventana, la totalidad de las ganancias serán utilizadas. En la Tabla 18, se muestran las ganancias obtenidas con cada uno de los elementos considerados. Se aprecia que las ganancias de la ventana son considerablemente mayores que las del muro solar y el muro Trombe; sin embargo, las ganancias útiles resultan ser inferiores que las muro Trombe. Este resultado coincide con lo encontrado por Monsen W. et al².

	Ventana	Muro Solar	Muro Trombe
Ganancias Brutas [Wh/m ²]	369	254	291
Ganancias Útiles [Wh/m²]	288	254	291
Factor de Utilización	0.78	1.00	1.00

Tabla 18 Utilización de las ganancias de una ventana, un muro solar y un muro Trombe

A modo de aclaración, es necesario decir que no se han puesto las curvas de carga que tendría el edificio con un muro solar o Trombe, debido a que esta simulación se hizo de manera desacoplada, por tanto, la curva mostrada, es la de solicitud de calefacción obtenida de la simulación del caso con la ventana, y se superpuso con las de ganancias del muro solar y Trombe obtenidas mediante una simulación aparte. Esto, sin embargo, no invalida el hecho de que la totalidad de las ganancias sean útiles, ya que la correspondiente curva de carga, será más "plana" que la de ganancias, con lo cual, la afirmación hecha sigue siendo válida.

También vale la pena comentar que el reemplazo de una ventana por un muro solar o un muro Trombe tiene una ventaja añadida, y es que al tener una transmitancia térmica inferior (que la ventana), las pérdidas también disminuyen.

Adicionalmente, como el muro Trombe y el muro solar aportan las ganancias de forma diferida, la punta de demanda de calefacción se reduce³, lo que permite la utilización de equipos más pequeños que probablemente funcionarán a un nivel de carga cercano al de su potencia nominal durante una mayor fracción del tiempo de operación. Esto puede producir un incremento en el rendimiento global de estos equipos, y por tanto reducir aún más el consumo de energía.

7.3 Población de elementos simulados

Para la estimación del potencial de cada tipo de elemento, se estableció una población de muros Trombe y muros solares, que cubre un amplio rango de posibilidades y que además están compuestos por materiales y elementos constructivos comunes en la industria edificatoria española. La descripción de esta población de elementos es la siguiente:

• Elemento interior compuesto de una o dos capas, y es el resultado de hacer las combinaciones de los materiales y espesores mostrados en la Tabla 19, con el aislamiento de la Tabla 25, que puede estar ubicado en la parte exterior (cara soleada del muro), o en la interior. Como resultado se obtienen 40 combinaciones posibles para el elemento interior.

		K	Ro	Ср	Espesores
	Material	W/mK	Kg/m ³	J/kgK	cm
1	Hormigón celular curado en autoclave d 1000	0.29	1000	1000	10, 20
2	Hormigón armado d > 2500	2.50	2600	1000	10, 20
3	LP métrico o catalán 40 mm< G < 60 mm	0.667	1220	1000	12, 24
4	LM métrico o catalán 40 mm< G < 50 mm	1.03	2140	1000	12, 24

Tabla 19 Materiales utilizados para la configuración de una de las capas del elemento interior de los muros Trombe y muros solares

Tabla 20 Aislamiento utilizado para configurar la segunda capa del elemento interior de los muros Trombe y muros solares.

		K	Ro	Ср	Espesores
	Aislamiento	W/mK	Kg/m ³	J/kgK	cm
2	EPS Poliestireno Expandido [0.046 W/[mK]]	0.046	30	1000	0, 2, 4

- Se consideraron dos alturas útiles posibles para el elemento especial, 2 y 3 metros.
- Para el elemento exterior se consideraron dos tipos de vidrios:

Tabla 21	l Vidrios	utilizados	para la	simulación	de diferentes	configuraciones	de muros	Trombe y
muros so	olares.							

	Τίρο	U W/m²K	Ree m²K/W	g	Factor de Sombras fs
1	Vidrio Simple	5.7	0.005	0.85	0.85
2	Vidrio Doble 6-12-6	3.0	0.163	0.72	0.85

• Y tres velocidades para el flujo de aire 0.1, 0.25, y 0.5 m/s

En total se tienen $40 \times 2 \times 2 \times 3 = 480$ casos de muro Trombe para ser estudiados, y como para el muro solar la velocidad del aire es nula, sólo se tienen 160 casos.

La población de muros convencionales probados es la resultante de las mismas combinaciones que para los elementos convencionales constituyen el elemento interior, es decir, se probaron 40 configuraciones de muros convencionales

Finalmente, para las ventanas se probaron 9 configuraciones que aunque algunas de ellas no corresponden con precisión a una configuración especifica, sí siguen una secuencia lógica de propiedades y que resultan de utilidad para evaluar su potencial.

	Tipo	U W/m²K	g	Factor de Sombras fs
1	Vidrio Simple 1	5.7	0.85	0.85
2	Vidrio Simple 2	4.9	0.83	0.85
3	Vidrio Simple 3	4.5	0.81	0.85
4	Vidrio Simple 4	4.1	0.80	0.85
5	Vidrio Doble1	3.7	0.78	0.85
6	Vidrio Doble2	3.3	0.76	0.85
7	Vidrio Doble3	2.9	0.74	0.85
8	Vidrio Doble Bajo Emisivo 1	2.7	0.72	0.85
9	Vidrio Doble Bajo Emisivo 2	2.4	0.65	0.85

Tabla 22 Propiedades de las ventanas utilizadas para la determinación de su potencial energético.

Se efectuó el cálculo de aporte bruto de calor para cada uno de estos elementos bajo la acción del clima de diez localidades españolas que cubren las cinco zonas climáticas de invierno, tal como se puede ver en la Tabla 26.

mar o sonar						
Localidad	Zona Climática de Invierno	Grados Día Enero	Radiación Total Incidente Sur Enero	Severidad Climática de Invierno	U límite muros CTE	U límite huecos* CTE
		°C	kWh/m ²		W/m ² K	W/m ² K
Burgos	Е	572	54.5	1.495	0.57	3.0
Soria	Е	567	72.0	1.419	0.57	3.0
Madrid	D	465	80.2	0.997	0.66	3.0
Pamplona	D	513	59.4	1.179	0.66	3.0
Barcelona	С	386	95.9	0.645	0.73	3.5
Cáceres	C	416	93.4	0.778	0.73	3.5
Sevilla	В	328	117.7	0.416	0.82	5.2
Valencia	В	338	109.8	0.468	0.82	5.2
Almería	А	273	124.1	0.237	0.94	5.7
Málaga	A	281	116.0	0.291	0.94	5.7

Tabla 23 Lista de localidades utilizadas para la estimación del potencial del muro Trombe y del muro solar-

* Se ha tomado el U límite para orientación sur y un porcentaje vidriado en la fachada de entre 50 y 60%, que es el porcentaje máximo relacionado en las tablas del código técnico. Se ha elegido este porcentaje vidriado, ya que posteriormente se utilizará para comparar las ventanas con un elemento especial, lo cual supone amplios porcentajes vidriados.

Para la realización de las simulaciones se descartaron aquellas combinaciones o elementos que no cumplieran con las transmitancias térmicas límite establecidas por el Código técnico de la edificación para la localidad correspondiente, y cuyos valores se muestran en la anterior tabla. Para los elementos especiales se estableció como criterio de cumplimiento de dichas transmitancias, el valor de conductividad del conjunto cuando no hay circulación de aire por el canal.

Finalmente, tanto para ventanas como para elementos convencionales, se ha supuesto que se encuentran orientados al sur, debido a que es en la orientación que más sentido tiene la ubicación de los electos especiales, y para efectos comparativos, las ventanas debían tener la misma orientación.

7.4 Potencial de los muros solares y muros Trombe

La herramienta utilizada para establecer el potencial de estos elementos es la del método simplificado desarrollado en el capítulo 5. Esto debido a que es una herramienta que permite un gran número de cálculos de forma mucho más rápida que el método detallado, y como no se buscan resultados de precisión, resulta ser claramente el más conveniente para este caso.

El resumen acumulado de las simulaciones se puede ver en la Figura 117, donde para cada elemento se ha sobrepuesto de manera aproximada el rango de aporte bruto de energía para el mes de enero. Se entiende por aporte "bruto", el calculado como la suma de las pérdidas y las ganancias directamente, antes de afectar estas últimas por un factor de utilización, de tal manera que el resultado mostrado también podría entenderse como el aporte neto si el factor de utilización fuera igual a la unidad.



Figura 117 Rangos de los aportes brutos de energía para el mes de enero, de los diferentes elementos, en función de la severidad climática de invierno. Los valores negativos indican pérdidas de calor y los valores positivos ganancias.

En la Figura 118 se han superpuesto los rangos de los aportes de los elementos considerados con el fin de hacer más fácil la comparación entre ellos.



Figura 118 Superposición de los rangos de aportes brutos de energía de los diferentes elementos, en función de la severidad climática de invierno.

Se aprecia que en general, para severidades climáticas inferiores a 0.8, es la ventana el elemento con el mayor aporte bruto de energía, seguido por el muro Trombe, que en la parte de su rango, con mayor aporte de energía, se superpone al de la ventana. Para severidades climáticas superiores a 0.8, es el muro Trombe el elemento con mayor aporte bruto si se toma la parte superior de su rango. Sólo para climas con severidades climáticas superiores a 1.4, el muro solar supera el aporte bruto de las ventanas aunque sigue siendo inferior al del muro Trombe.

Sin embargo, tal como se vio en la sección 7.2, no se pueden comparar directamente las ganancias obtenidas por una ventana con las de un muro solar o Trombe, debido a que las ganancias de una ventana están afectadas, en general, por un factor de utilización menor. Debido a que el factor de utilización depende principalmente de la inercia del edificio, no es posible hacer una comparación directa sin vincular al edificio en la simulación. Sin embargo, a forma de comparación aproximada, a continuación se presenta el caso en el que el factor de utilización correspondiente a las ganancias solares por radiación a través de las ventanas es de 0.7.



Figura 119 Superposición de los rangos de aportes de energía de los diferentes elementos, en función de la severidad climática de invierno. Se ha supuesto un factor de utilización de 0.75, para las ganancias a través de las ventanas.

Se aprecia que con este supuesto de FU=0.7 para las ganancias a través de las ventanas, el muro Trombe resulta ser el elemento con mayor aporte de energía, y el muro solar puede superar a las ventanas para severidades climáticas superiores a la unidad. También se puede observar que la ventaja del muro Trombe con relación al muro solar, va disminuyendo a medida que la severidad climática crece.

Para hacer evidente el potencial de los elementos especiales en relación con los convencionales, en la Figura 120 se muestra la diferencia entre los rangos de aporte de energía de los elementos especiales, con los convencionales.



Figura 120 Diferencia entre los rangos de aporte de energía de los elementos especiales en comparación con los convencionales.

Estas gráficas se obtienen al hacer la diferencia entre los límites superiores de cada elemento especial, con el límite superior del elemento con el que es comparado; procediendo de igual forma para los límites inferiores. Es decir, por ejemplo para obtener la mejora de un muro Trombe en relación con uno convencional, se hace la resta entre los aportes marcados por los límites superiores de cada elemento y después entre los límites inferiores. El rango resultante es el que se dibuja en la correspondiente gráfica. Los valores positivos indican que el elemento especial es más favorable que el elemento convencional correspondiente.

Se puede ver que en relación con un muro convencional, tanto el muro solar como el muro Trombe, son siempre mejores que un muro convencional, pero disminuyen su ventaja a medida que aumenta la severidad climática. En comparación con las ventanas, de las que se ha supuesto un FU=0.7, el muro Trombe muestra un mejor desempeño en todo el rango de severidades climáticas, pero el muro solar sólo supera a las ventanas para severidades climáticas superiores a 0.8. Para los dos elementos especiales se observa una tendencia ascendente en su aporte de calor en la comparación hecha con las ventanas, siendo esto contrario a lo observado en la comparación hecha con los muros convencionales. Esto es debido a que, aunque todos los elementos disminuyen su aporte de calor con el incremento de la severidad climática, son las ventanas los elementos más sensibles a esta variable, mientras que los muros son los menos sensibles. De hecho para severidades climáticas superiores a la unidad un muro puede ser más ventajoso que una ventana sur.

Teniendo en cuenta el anterior comportamiento, resulta interesante comparar los elementos especiales con relación al elemento convencional más favorable para cada severidad climática, es decir, para severidades climáticas bajas, donde resulta claramente más ventajosa la ventana, la comparación de los elementos especiales se hace con la ventana, y para severidades climáticas altas, donde es mejor un muro convencional, la comparación se hace con este último. El resultado es el observado en la Figura 121, donde se han puesto los rangos obtenidos bajo dos supuestos de factores de utilización para las ganancias de radiación debidas a las ventanas, uno optimista (FU=1.0) y otro pesimista (FU=0.7).



Figura 121 Diferencia entre los rangos de aporte de energía de los elementos especiales en comparación con el elemento convencional más favorable para cada severidad climática. En la gráfica de la izquierda, se ha supuesto un factor de utilización de las ganancias de las ventanas de 1.0, y en la de la derecha de 0.7.

Se observa que bajo el supuesto optimista de las ganancias de las ventanas, los elementos especiales sólo son más favorables que los convencionales en severidades climáticas altas, esto es: un muro Trombe resulta más favorable sólo para severidades climáticas superiores a la unidad, y un muro solar para severidades mayores a 1.1 aproximadamente.

Si el factor de utilización de las ganancias de las ventanas es 0.7, el muro Trombe se muestra claramente más favorable en todo el rango de severidades climáticas, siendo mayor su ventaja para severidades climáticas ubicadas entre 1.0 y 1.3. El muro solar resulta más favorable sólo para severidades climáticas superiores a 0.8.

De las anteriores gráficas se aprecia que el muro Trombe es más ventajoso que el muro solar, pero la diferencia entre los dos disminuye a medida que aumenta la severidad climática.

Como observación general, se encuentra que la conveniencia de un elemento especial con relación con uno convencional, depende en gran medida del factor de utilización que pueda ser obtenido de las ganancias solares a través de las ventanas. Como este factor es fuertemente dependiente del edificio y sus condiciones operacionales, es necesario hacer un análisis particular para cada caso, especialmente en climas cuyas severidades climáticas se encuentran por debajo de la unidad, ya que es en ellas donde es probable que las ventanas resulten tan ventajosas como los elementos especiales. Sin embargo, para climas con severidades climáticas superiores a la unidad, no es difícil que un elemento especial supere las prestaciones de uno convencional.

7.5 Prediseño de los elementos especiales

De los resultados observados en la sección anterior, se encuentra que existe un amplio rango de posibilidades en el diseño de los elementos especiales, y en consecuencia, se obtiene también un amplio rango en las posibles cantidades de calor aportado. En esta sección se presenta de forma gráfica una aproximación de las características que los elementos especiales deben poseer para ofrecer un aporte de energía dado.

También es importante tener en cuenta que la razón de ser de los elementos especiales, es la de ofrecer características energéticas dificilmente obtenibles con elementos convencionales, por ello es necesario tener como referencia un elemento convencional, ya que es el que establece el criterio de conveniencia para la utilización del elemento especial.

En esta sección se supone que el grado de aporte deseado es conocido y que por ello es posible buscar en una primera aproximación las características que debe poseer dicho elemento especial para cumplir con la exigencia planteada.

7.5.1 Elemento convencional de referencia

Antes de empezar con el diseño de un elemento especial, se debe primero determinar el nivel de aporte de energía deseado y después establecer un elemento convencional de referencia. Esto último con el fin de establecer si se puede obtener el aporte deseado a un precio inferior con un elemento convencional, o si el elemento especial ofrece una mejora suficientemente alta como para justificar su empleo. El elemento de referencia

debe ser un elemento convencional que efectivamente pueda ser colocado en el mismo sitio y con aproximadamente las mismas dimensiones que el elemento especial.

Para climas con severidades climáticas por debajo de aproximadamente 1.2, el elemento convencional de referencia debe ser en principio la ventana (se sobreentiende que se refiere a una ventana con orientación sur), dado que comparada con el muro convencional, la ventana presenta un mejor desempeño energético. Sin embargo existen numerosas situaciones para las cuales no es posible o deseable el empleo de una ventana, por lo que en este caso, el elemento de referencia sería el muro convencional.

Para climas con severidades superiores a 1.2, el elemento convencional de referencia debe ser el muro convencional. También sería posible la comparación con una combinación de muro convencional y ventana.

El establecimiento del elemento convencional de referencia es de suma importancia ya que puede hacer viable o no el empleo de un elemento especial; por ejemplo, si para una localidad de severidad climática 0.5, se toma como referencia una ventana, es posible descartar casi inmediatamente el empleo de un muro solar, en cambio si la referencia es un muro convencional, el muro solar es una opción viable.

7.5.2 Prediseño del muro solar

El muro solar tiene su ámbito de aplicación básicamente cuando la comparación es hecha con un muro convencional, ya que supera favorablemente el aporte de calor de dicho elemento, en todo el rango de severidades climáticas ensayadas. Si se compara con una ventana, sólo ofrece mejor rendimiento si la severidad climática es alta.

En la Figura 122 se muestra el rango de aporte de energía de los muros solares subdividido en cuatro regiones, cada una de las cuales corresponde a una agrupación aproximada para características comunes de los muros solares que ofrecen el nivel de aporte indicado en cada región.

Las características comunes por regiones son:

- Región 1:
 - Elemento exterior constituido por vidrio doble.
 - Elemento interior con aislamiento en la cara soleada (aislamiento exterior).
 - Resistencia del elemento interior baja, esto es, con unos valores tales que la transmitancia térmica del muro solar es cercana al límite establecido por el código técnico. De hecho se encuentra que lo más favorable es que el valor de esta resistencia sea lo más bajo posible, de tal forma que lo indicado es que sea apenas lo suficiente para cumplir con el Código técnico de la edificación.
- Región 2:
 - Elemento exterior constituido por vidrio doble.
 - Elemento interior con aislamiento en la cara soleada (aislamiento exterior).
 - Resistencia del elemento interior alta. En este caso ocurre lo contrario que en la región 1. Aquí lo deseable es tener un elemento interior bien

aislado de tal forma que supere ampliamente el valor establecido en el Código técnico.

- Región 3:
 - Elemento exterior constituido por vidrio simple.
 - Posición del aislamiento: indiferente.
 - Al igual que en la región 1, es deseable una resistencia del elemento interior baja. Los muros solares que se ubican en el límite inferior de aporte son los de alta resistencia térmica del elemento interior
- Región 4:
 - Elemento exterior constituido por vidrio simple.
 - Posición del aislamiento: indiferente.
 - Los elementos de menor aporte de energía, que se ubican en el límite inferior, son los de baja resistencia del elemento interior. Por tanto en este caso es deseable un elemento con alta resistencia térmica que se ubicará en límite superior de esta región.



Figura 122 Subdivisión por características comunes, del rango de aporte de los muros solares en función de la severidad climática

Debido a que puede resultar llamativo el hecho de que en función de la severidad climática sea deseable un elemento interior muy aislado o por el contrario uno muy conductor, se recuerda que tal como se vio en la sección 6.1.3.2, existe un punto de inflexión para el valor de la resistencia del elemento interior en función del clima, según el cual, si las ganancias son predominantes, conviene tener un elemento interior muy conductor. Pero si por el contrario, las pérdidas son las predominantes, conviene tener un elemento interior muy aislado. Esta situación se ve reflejada en la población de elementos ensayados. De tal forma que, descartando de esa población los de vidrio simple, se tiene que:

- Para severidades climáticas superiores a 1.3 (zona climática E), la resistencia del elemento interior debe ser alta, es decir, dicho elemento debe estar bien aislado, siendo deseable superar el valor mínimo exigido por el código técnico.
- Para severidades climáticas inferiores a 1.3 (zonas climáticas A, B, C y D), la resistencia del elemento interior debería ser baja, por tanto lo recomendable es que tenga el menor valor que le sea permitido por el código técnico.

La Figura 123 muestra las resistencias del elemento interior de los muros solares de las regiones 1 y 2 (los de mayor aporte de energía), en función de la severidad climática y se dibuja también el valor mínimo posible de esa resistencia para cumplir el código técnico en función de la severidad climática.



Figura 123 Resistencias de los elementos interiores para los muros solares con mayor rendimiento energético, en función de la severidad climática de invierno. La línea continua señala la resistencia mínima que debe tener el elemento interior para cumplir con la exigencia del código técnico, basado en que el muro solar está constituido por un vidrio doble como exterior y que la resistencia de la cámara es de 0.18 m2K/W.

Se aprecia que para las dos localidades más frías (Soria y Burgos), el valor de la resistencia del elemento interior de los muros solares de mayor rendimiento supera visiblemente el del mínimo necesario para cumplir el Código técnico. Para las demás localidades, la tendencia es que el mejor rendimiento se consigue con elementos interiores de resistencia tal, que cumple justamente con la exigencia del Código técnico.

7.5.3 Prediseño del muro Trombe

El ámbito de aplicación del muro Trombe es más amplio que el del muro solar ya que para severidades climáticas inferiores a la unidad, puede ofrecer un aporte de energía superior al de las ventanas si el factor de utilización de estas es bajo. Y para severidades climáticas superiores supera su aporte de calor casi sin importar el factor de utilización de las ganancias de las ventanas.

De forma análoga a lo hecho para el muro solar, en la Figura 123 se muestra el rango de aporte de energía de los muros Trombe subdividido en seis regiones, con muros Trombe de características comunes.



Figura 124 Subdivisión por características comunes, del rango de aporte de los muros Trombe en función de la severidad climática

Las características comunes por regiones son:

- Región 1:
 - Elemento exterior constituido por vidrio doble.
 - Elemento interior con aislamiento en la cara soleada (aislamiento exterior).
 - Resistencia del elemento interior baja, esto es, tiene unos valores tales que la transmitancia térmica del muro solar es cercana al límite establecido por el código técnico. Al igual que en el muro solar lo más favorable es que el valor de esta resistencia sea lo más bajo posible, de tal forma que lo indicado es que sea apenas lo suficiente para cumplir con el Código técnico de la edificación.
 - Velocidades altas para la circulación del aire.
- Región 2:
 - Elemento exterior constituido por vidrio doble.
 - Elemento interior con aislamiento en la cara soleada (aislamiento exterior).
 - Resistencia del elemento interior indiferente debido a que el flujo de calor por conducción acumulado tiende a ser neutro.
 - Velocidades altas para la circulación del aire.

- Región 3:
 - Elemento exterior constituido por vidrio doble.
 - Elemento interior con aislamiento en la cara soleada (aislamiento exterior).
 - Resistencia del elemento interior alta.
 - Velocidades bajas para la circulación del aire, su valor óptimo se encuentra en un rango de valores de entre 0.1 y 0.3 m/s aproximadamente.
- Región 4:
 - Elemento exterior constituido por vidrio simple.
 - Posición del aislamiento: indiferente.
 - Resistencia del elemento interior: es deseable que sea baja, ya que los elementos con resistencia alta se ubican en la parte inferior de esta región.
 - Es deseable que las velocidades de circulación del aire sean altas, especialmente para los elementos con alta resistencia del elemento interior. Los elementos con velocidades bajas son también los que se ubican en la zona inferior de esta región.
- Región 5:
 - Elemento exterior constituido por vidrio simple.
 - Posición del aislamiento: indiferente.
 - Resistencia del elemento interior indiferente debido a que ocurre lo mismo que en la región 2: flujo de calor por conducción acumulado tiende a ser neutro.
 - o Velocidades altas para la circulación del aire.
- Región 6:
 - Elemento exterior constituido por vidrio simple.
 - Posición del aislamiento: indiferente.
 - Resistencia del elemento interior alta.
 - Velocidades altas para la circulación del aire, al igual que en la región 3, los valores óptimos se encuentran en un rango de valores de entre 0.1 y 0.3 m/s aproximadamente.

Características comunes a todas las severidades climáticas:

- Elemento exterior constituido por vidrio doble.
- Elemento interior con aislamiento en la cara soleada (aislamiento exterior).

Los valores de las resistencias del elemento interior de los muros Trombe de las regiones 1, 2, y 3, en función de la severidad climática, se pueden ver en la Figura 125. También se dibuja el valor mínimo posible de esa resistencia para cumplir el Código técnico en función de la severidad climática.



Figura 125 Resistencias de los elementos interiores para los muros Trombe con mayor rendimiento energético, en función de la severidad climática de invierno. La línea continua señala la resistencia mínima que debe tener el elemento interior para cumplir con la exigencia del código técnico, basado en que el muro Trombe está constituido por un vidrio doble como elemento exterior y que la resistencia de la cámara es de 0.18 m2K/W.

Se aprecia que se repite, aunque de forma mucho menos marcada, el mismo patrón de comportamiento observado en los muros solares. Es decir, que para severidades climáticas bajas, los valores de la resistencia del elemento interior convienen que sean bajas. Pero para severidades climáticas altas, es mejor un valor de resistencia tal que la transmitancia térmica total sea sensiblemente menor que el límite establecido por el código técnico. La novedad con relación al muro solar es que para severidades climáticas intermedias (aproximadamente entre 0.5 y 1.0) el valor de la resistencia térmica del elemento interior es de poca relevancia. Esto se debe a que el flujo acumulado de conducción de calor a través de este elemento tiene a ser nulo.

La otra variable que presenta un comportamiento diferenciado en función de la severidad climática es la velocidad del aire. En la Figura 126, se muestran las velocidades de los muros Trombe seleccionados por tener el mayor aporte de energía en cada severidad climática. En ella se aprecia la tendencia de que para severidades climáticas altas, resulte más conveniente una velocidad baja, y para severidades bajas, una velocidad alta.



Figura 126 Velocidades del aire de circulación de los elementos interiores para los muros Trombe con mayor rendimiento energético, en función de la severidad climática de invierno.

7.5.4 Características comunes de los elementos con mayor aporte energético

A partir de la información de la anterior sección resulta fácil observar que existen dos características comunes de los elementos con mayor aporte de energía. Ellas son:

- 1. Elemento exterior constituido por un vidrio doble
- 2. Aislamiento del elemento interior en la cara soleada

Es fácil entender el motivo por el cual es mejor un vidrio doble que uno simple. Y es que el aumento de la resistencia del elemento exterior es considerable al cambiar de uno a otro, evitando que una gran parte de calor que se escapaba al exterior con el vidrio simple, quede "atrapada" con el vidrio doble. Y aunque las ganancias solares disminuyen un poco, esta reducción es de menor importancia en comparación con lo ganado por efecto de las menores pérdidas. Esto se ve con mayor claridad en la Figura 42 y la Figura 57 donde se aprecia que a medida que aumenta la resistencia del elemento exterior (como al pasar de vidrio simple a doble), el aporte energético total aumenta también. Y aunque se aprecia la existencia de un máximo, este no se llega a dar para los valores de resistencia correspondientes a un vidrio doble.

El motivo por el cual es aconsejable que el aislamiento se ubique en la cara soleada no es sencillo de explicar, pero está relacionado principalmente con la proporción de horas con radiación y sin ella. En invierno, las horas con radiación son menores que las horas sin ella, lo cual ocasiona que estos elementos se encuentren una mayor cantidad de tiempo "expuestos" a las bajas temperaturas exteriores que las horas en las que recibe radiación. La inercia térmica tiende a suavizar las variaciones en la temperatura superficial del elemento interior, lo cual quiere decir que un elemento con elevada inercia mantendrá durante las horas sin radiación una temperatura mayor que genera

mayores pérdidas que uno con baja inercia térmica. Y aunque también es cierto que durante las horas con radiación, las pérdidas del elemento con alta inercia térmica serán menores, al ser este tiempo proporcionalmente menor al de las horas sin radiación, lo que se ha observado es que se generan más pérdidas con inercia alta. El aislamiento exterior equivale a tener un elemento de baja inercia térmica, ya que esta queda "encerrada" en el interior.

Adicional a las dos anteriores características, se ha observado que también existe una "ley" relacionada con el valor de la resistencia del elemento interior en los elementos de mayor aporte de calor. Y esta es que para severidades climáticas bajas es conveniente un elemento interior muy conductor. Esto es debido a que las ganancias por conducción son mayores que las pérdidas, por tanto, lo conveniente es promover la conducción de calor. Pero si la severidad climática es alta, se tiene la situación inversa, en la que las pérdidas son dominantes y entonces lo conveniente es tener un elemento muy aislado para evitar esas pérdidas. Existe además un zona de transición, que en el muro Trombe es mucho más amplia que en el muro solar, debido a que en el primero, la circulación de aire por el canal "suaviza" los efectos de la temperatura exterior.

Con la velocidad del aire en el canal del muro Trombe se encuentra un comportamiento similar al comentado para la resistencia del elemento interior, esto es, que para severidades climáticas bajas, es conveniente una velocidad elevada ya que al ser predominantes las ganancias, es conveniente calentar una gran cantidad de aire, mientras que para severidades climáticas altas sólo conviene calentar el aire en una proporción que se ubica en un rango específico de caudales. Esto es, si se calienta poco aire, se promueven las pérdidas al exterior ya que este aire se calentaría apreciablemente. Pero si se envía un caudal elevado, también se pueden incrementar las pérdidas por exponer una gran cantidad de aire a la "pequeña" resistencia térmica dada por elemento exterior.

Referencias

 ¹ Código técnico de la edificación, Documento Básico HE, 2003
 ² W. A. Monsen, S. A. Klein and W. A. Beckman, The un-utilizability design method for collector-storage walls, Solar Energy, Vol. 29, Pg. 421-429, 1982.
 ³ A. V. Sebald and D. Muñoz, On eliminating peak load auxiliary energy consumption in passive solar

residences during Winter, Solar Energy Vol. 39, pp. 307-319, 1987

8 INTEGRACIÓN DE LOS MUROS VENTILADOS EN PROGRAMAS DE CÁLCULO ENERGÉTICO DE EDIFICIOS

Hasta ahora se han tratado los elementos especiales de manera aislada, sin embargo, como hacen parte de un edificio, es necesario que su cálculo pueda ser integrado en programas informáticos de cálculo de demanda y/o consumo de calefacción y refrigeración en edificios. En esta tesis se plantea un método de integración que requiere un bajo nivel de modificación en dichos programas.

El interés de hacer esta integración con un bajo nivel de modificación en el programa de cálculo del edificio, se debe principalmente a que son innumerables los tipos posibles de elementos especiales que pueden llegar a ser diseñados y construidos¹, lo cual trae como consecuencia que resulte imposible para cualquier programa de simulación térmica de edificios, incorporar modelos específicos de cálculo para todos esos posibles elementos especiales que puedan ser concebidos.

Por otro lado, las directivas europeas relacionadas con la eficiencia energética en la edificación alientan el uso de innovaciones tecnológicas que redunden en una reducción en el consumo de energía. Por ello, las normativas no deben constituirse en obstáculos para dicha innovación², pero tampoco pueden incluir procedimientos de cálculo para cada una de ellas³.

En el caso de España, existen dos opciones para la verificación de que un edificio cumple con la normativa: la primera es una "simplificada o prescriptiva", y la segunda es una "general o prestacional". La opción prescriptiva establece unos valores mínimos o máximos, según corresponda para los valores de ciertas variables en el edificio. El cumplimiento se obtiene si los valores de esas variables del edificio propuesto están dentro del margen establecido. Sin embargo existen condiciones bajo las cuales no es posible la utilización del método simplificado, como por ejemplo si el edificio incorpora elementos especiales como los tratados en esta tesis. En este caso, es necesario utilizar la opción general, que está basada en las prestaciones del edificio, es decir, el cumplimiento del código técnico se establece si la demanda de calefacción y refrigeración (además del cumplimiento de unos requisitos mínimos), son menores que la de un edificio de referencia que cumple la opción simplificada. Para el cálculo de estas demandas se utiliza un programa oficial de cálculo, llamado "LIDER".

Obviamente para calcular las demandas de calefacción y refrigeración, es necesario tener métodos de cálculo térmico de todos los elementos que componen el edificio. Hasta ahora, LIDER calcula fundamentalmente dos tipos de elementos: opacos y semitransparentes. Los primeros constituyen muros, suelos, cubiertas, forjados, etc. y los segundos son ventanas, lucernarios y puertas. Elementos especiales, como por ejemplo aquellos conformados por una doble piel (fachadas ventiladas, muros Trombe, parietodinámicos, etc.) no están actualmente incluidos en el programa LIDER. Cualquier otro software de cálculo de edificios, también incluye el cálculo de estos dos tipos de elementos (opacos y semitransparentes), probablemente con diferentes métodos y supuestos, pero al ser los elementos básicos que conforman un edificio tienen que estar incorporados.

La propuesta que se hace aquí es la de calcular los elementos especiales mediante un elemento convencional equivalente. Es decir, asimilar el funcionamiento de cualquier elemento especial, al de uno convencional. Esto es posible mediante la alteración de la forma en la que las excitaciones actúan sobre el elemento, y eventualmente añadiendo una característica más al elemento convencional. Esto es lo que se ha llamado el "principio de equivalencia" y que ya incorporan diferentes normativas europeas, con diversos puntos de vista⁴, pero que tienen en común permitir la incorporación de elementos especiales innovadores y que en principio no se encuentran incluidos en los procedimientos de cálculo de cada normativa.

La alteración de la forma en la que las excitaciones actúan, se consigue modificando y en algunos casos permitiendo que sean variables aquellas propiedades relacionadas con la interacción del elemento con las excitaciones. Algunas de esas propiedades pueden depender del tiempo (hora, día-noche, mes o estación del año), de la excitaciones exteriores (radiación, temperatura, otras), de las excitaciones interiores (temperatura, flujos de aire, cambio de requerimientos interiores, etc.), de las condiciones propias del elemento, o de la interacción con otros elementos.

Para conseguir el objetivo descrito por el principio de equivalencia, es necesario dotar al elemento convencional, de la capacidad de suministrar un flujo de calor adicional. Este calor adicional puede tener una componente convectiva y otra radiante, o sólo una de las dos. Tal como su nombre lo indica, el calor adicional, se refiere a un aporte diferente al ofrecido por el elemento debido a la temperatura de la superficie interior del mismo, en el caso de un elemento opaco y de la energía solar que se dirige al interior, en el caso de un elemento semitransparente. Los elementos tratados aqui sólo tienen la componente convectiva del flujo de calor adicional, pero el planteamiento no excluye la existencia de elementos que puedan aportar un componente radiante o una combinación de las dos. La parte convectiva se supone que la aporta a través de un flujo de aire con unas condiciones higrométricas que deben poder calcularse de acuerdo a las características del elemento y sus excitaciones.

8.1 Formulación del principio de equivalencia

Un edificio interactúa con el exterior a través de su envuelta, la forma en que esta reacciona ante las excitaciones depende de sus características particulares. Desde el punto de vista energético, dichas excitaciones se pueden dividir en dos tipos: Excitaciones de Temperatura¹ y Excitaciones de Radiación Solar. Los elementos convencionales reaccionan ante estas excitaciones de forma diferente dependiendo de si son opacos o semitransparentes.

Los elementos opacos no permiten el ingreso de la radiación solar al edificio, pero sí son afectados por ésta, convirtiendo una parte de ella en energía térmica sobre su superficie exterior. El factor que indica la cantidad de radiación solar que se convierte en calor es la absortividad.

¹ Debido a que las excitaciones producidas por la radiación de onda larga, pueden simularse por una temperatura media radiante equivalente y su respectivo coeficiente de transferencia de calor "hr", se ha considerado aquí, el intercambio radiante como una excitación de temperatura.

Los elementos semitransparentes tienen tres respuestas frente a la excitación por radiación solar: trasmiten, absorben y reflejan; cada una ellas tiene un factor asociado y la suma de estos tres factores es igual a la unidad.

Con relación a la temperatura, los elementos opacos responden de acuerdo con su transmitancia e inercia térmicas. Los semitransparentes responden igual, sólo que a efectos prácticos la inercia térmica se desprecia debido a que suele ser muy pequeña.

Los elementos especiales también están sometidos a los dos tipos de excitaciones: radiación y temperatura, sólo que sus respuestas no son iguales que las de los elementos convencionales. Se postula entonces que conociendo la forma de respuesta de los elementos especiales, es posible encontrar un elemento convencional equivalente que genere una respuesta similar a la del elemento especial, más el flujo de calor adicional que dicho elemento especial pueda aportar (ver Figura 127).



Figura 127 Esquema del modelo de equivalencia.

En el caso de un muro Trombe, el flujo de calor adicional es el aportado por aire que se calienta en la cámara, pero en otro elemento hipotético, podría corresponder a un flujo de calor radiante diferente al aportado por la parte opaca y semitrasparentes equivalentes. Un ejemplo podría ser el calor radiante suministrado por un lecho de rocas que ha sido calentado con una parte del aire de salida del muro Trombe.

8.2 Planteamiento general de la transferencia de calor superficial de un cerramiento opaco.

Antes de encontrar cómo se deben modificar las excitaciones para cumplir con el modelo de equivalencia planteado, es necesario conocer cómo es la interacción de un cerramiento opaco con las excitaciones exteriores y así cumplir el requerimiento de que el cerramiento opaco convencional describa el funcionamiento de un elemento especial. La Figura 128 muestra el esquema de un elemento opaco y sus excitaciones.



Figura 128 Esquema de la transferencia de calor en la superficie de un cerramiento opaco

El balance de energía sobre la superficie exterior (superficie excitada con radiación solar) es el siguiente:

$$0 = \frac{1}{R_e} (T_e - T_{ei,1}) + I\alpha + Q_{ei1,cond}$$
[8.1]

Donde las excitaciones son la temperatura convectivo-radiante exterior " T_e " y la radiación solar "T". Estas excitaciones se encuentran afectadas por la resistencia convectivo-radiante " R_e " en el caso de la temperatura, y por la absortividad " α " en el caso de la radiación solar.

Por otro lado, tal como se vio en el capítulo 5, las variables que caracterizan a un elemento especial y convencional son la *transmitancia térmica* "U", y el *área solar* "As". Para un muro convencional están definidas como:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_{ce} + h_{re}} + \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{k_i} + \frac{1}{h_{ci} + h_{ri}}} = \frac{1}{R_e + R_{ei} + R_i}}$$

$$A_s = \alpha \cdot U \cdot R_e$$

Por tanto el modelo equivalente, en los términos expuestos aquí, debe poder generar una ecuación análoga a la ecuación [8.1], y para ello se puede tomar la transmitancia térmica "U" y el área solar "A_S" del elemento especial para calcular unos parámetros equivalentes "R_e" y " α ", de tal manera que el elemento convencional definido con estos dos parámetros equivalentes pueda asimilarse al elemento especial que reemplaza.

8.3 Similitud entre el balance del flujo de calor en un elemento especial y un muro convencional.

En el caso de los elementos con cámara de aire ventilada y elemento exterior de inercia despreciable, (Muro Trombe, muro solar, parietodinámico, fachada ventilada), el balance de calor sobre la cara exterior del elemento interior es:

$$0 = \frac{1}{R_{CA} + R_{ee} + R_{e}} \left(T_{e} - T_{ei,1}\right) + I \left[\frac{g - \tau}{\frac{R_{CA} + R_{ee} + R_{e}}{R_{e} + R_{ee} + R_{i}}} + \tau \cdot \alpha_{ei,1}\right] - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{R_{V} + R_{e}}{R_{CA} + R_{V} + R_{e}}\right) \dot{Q}_{vent} + Q_{ei1,cond}$$
[8.2]

Se aprecia la existencia de una gran similitud entre la ecuación [8.1] y la [8.2], es decir, existe un término que multiplica a la diferencia de temperaturas ($T_e - T_{ei,1}$) y otro a la radiación solar. También está presente el término relacionado con la conducción de calor en la superficie del elemento interior $Q_{ei1,cond}$. Sólo tiene un término nuevo relacionado con el flujo de ventilación:

$$-\frac{1}{2}\left(1+\frac{R_{ee}+R_{e}}{R_{CA}+R_{ee}+R_{e}}\right)\dot{Q}_{vent}$$

Este término aparece en la ecuación [8.2] porque el flujo de ventilación, afecta a la temperatura superficial del elemento interior. Se puede interpretar como la fracción del calor de ventilación que es tomada de la superficie del elemento interior. Además, este término constituye la demostración que la conducción de calor a través de este elemento interior se ve afectada por la circulación de aire.

La similitud entre las ecuaciones de balance de flujos de calor entre un elemento convencional y uno con cámara ventilada, es la que permite establecer formalmente la posibilidad de encontrar un elemento convencional equivalente a uno con cámara ventilada.

En la siguiente sección se plantean tres aproximaciones de equivalencia para un muro ventilado. Las dos primeras no son producto del desarrollo de las ecuaciones [8.1] y [8.2], pero sí se fundamentan en la similitud establecida por dichas ecuaciones, es decir, que es posible encontrar un elemento convencional equivalente que se comporte aproximadamente como el elemento ventilado.

8.4 Modelo equivalente para elementos de doble piel con elemento interior opaco y elemento exterior transparente u opaco de inercia térmica despreciable.

En este conjunto de elementos se incluyen fachadas ventiladas (si la hoja exterior es de baja inercia térmica), muros solares, muros Trombe y muros parietodinámicos. El objetivo es, de acuerdo con la sección anterior, encontrar métodos para calcular la transmitancia térmica equivalente y el área solar del elemento especial. Existen varias aproximaciones posibles, de las cuales aquí se presentan tres.

Antes de continuar, es necesario recordar que se ha dicho que una modificación necesaria que se debe hacer a los elementos convencionales, es la capacidad de suministro de una cantidad de calor adicional. Por tanto, resulta conveniente dividir la transmitancia térmica "U" y el área solar "A_s" en sus componentes de calor adicional y de conducción¹.

 $U = U_{cond} + U_{adicional}$ $A_S = A_{S,cond} + A_{S,adicional}$

A su vez, el calor adicional está compuesto por una parte convectiva (aportada por un flujo de aire de ventilación) y otra radiante:

$$U_{adicional} = U_{vent} + U_{rad}$$
$$A_{S,adicional} = A_{S,vent} + A_{S,rad}$$

Y como los elementos tratados en esta tesis carecen de componente radiante en el calor suplementario, de ahora en adelante, se le llamará componente por ventilación².

A continuación se hace la presentación de tres aproximaciones para el cálculo de los parámetros equivalentes, cada uno de ellos con un nivel de complejidad y precisión diferentes.

Al final del capítulo se presenta un resumen que condensa las expresiones y aspectos más importantes de cada una de las aproximaciones, de tal manera que puede ser usado sin necesidad de hacer lectura del desarrollo de cada uno de ellos, lo cual es especialmente recomendado para la aproximación 3, dado que se ensayan varias alternativas para el cálculo de los parámetros equivalentes para finalmente sólo seleccionar una, que es la que aparece en el resumen mencionado.

¹ La componente de conducción es la obtenida como consecuencia del flujo de calor a través de la hoja interior (opaca en los elementos estudiados aquí). Siendo la diferencia de temperatura entre sus dos caras, la fuerza impulsora para que se produzca este flujo, y por ello ha sido denominado componente de conducción.

² La preferencia para denominarlo componente por "ventilación" y no componente "convectiva", radica en que a juicio del autor ofrece mayor claridad en la notación, dado que no se presta a confusión con la convección que existe entre la superficie del elemento especial y su entorno.

8.4.1 Aproximación 1: Parámetros promedio constantes

La aproximación más sencilla es la de buscar la equivalencia por medio de parámetros promedio. Para ello es posible hacer el cálculo del área solar y la transmitancia térmica con el procedimiento mostrado en el capítulo 5, o si se dispone de otro método o programa de cálculo para el elemento que se desea incorporar, se pueden calcular a partir de los resultados obtenidos de pérdidas y ganancias dado que:

$$Q_{Perd} = A \cdot U \cdot GD \cdot 24 = Q_{Perd,Cond} + Q_{Perd,Vent} = A \cdot (U_{cond} + U_{vent}) \cdot GD \cdot 24$$

$$Q_{Gan} = I \cdot A_{S} = Q_{Gan,Cond} + Q_{Gan,Vent} = I \left(A_{S,cond} + A_{S,vent} \right)$$

De donde se deduce que:

$$U_{cond} = \frac{Q_{Perd,Cond}}{A \cdot GD \cdot 24}$$
$$U_{vent} = \frac{Q_{Perd,Vent}}{A \cdot GD \cdot 24}$$
$$A_{S,cond} = \frac{Q_{Gan,Cond}}{I}$$
$$A_{S,vent} = \frac{Q_{Gan,Vent}}{I}$$

El método de cálculo que se emplee debe poder dar por separado las pérdidas y las ganancias, o si no, mediante un cálculo en dos pasos, es posible obtener estos parámetros. El primero es la obtención del aporte bruto de calor del elemento, el segundo paso consiste en la evaluación del aporte de calor sin el efecto por ejemplo de la radiación solar, pero manteniendo iguales todas las variables de operación obtenidas en el primer paso, esto es, manteniendo los mismos coeficientes de película y radiantes, flujos de aire con sus respectivas velocidades y periodos de operación, y cualquier otra variable de funcionamiento. Con este segundo paso se obtienen las pérdidas, que serán el resultado de los flujos de calor desde el interior al exterior (se presupone que está operando en el periodo de calefacción). Las ganancias serán el resultado de la sustracción entre el aporte bruto del primer paso y las pérdidas obtenidas con el segundo paso. Para el segundo paso también se puede mantener la radiación solar y eliminar la diferencia de temperaturas entre el interior y el exterior, en cuyo caso, el resultado es el de las ganancias y por tanto las pérdidas se pueden obtener por la sustracción entre el aporte bruto del primer paso y las ganancias de ese segundo paso.

No sobra recordar que para poder hacer estos dos pasos se requiere que el sistema sea lineal o linealizable, dado que es necesario que el efecto combinado de la radiación solar y las diferencias de temperatura entre el interior y el exterior, sea igual a la suma del efecto de cada una de estas excitaciones actuando de manera aislada, (principio de superposición). En múltiples simulaciones realizadas por el autor, se ha encontrado que estos elementos tienen un comportamiento cercano a la linealidad desde el punto de vista de sus excitaciones. Con lo cual es válido separar las excitaciones para conocer el efecto de las mismas.

Los valores obtenidos para estos parámetros serían los que se emplearían en el método de cálculo del edificio o en el programa de simulación.

Esta aproximación por medio de parámetros promedio es útil especialmente si el método de cálculo del edificio es mensual o estacional, pero si el método es horario, se pueden cometer errores importantes en un instante particular de cálculo, y estos errores pueden ser significativos, si las temperaturas resultantes en el interior del edificio son diferentes a las supuestas en el cálculo de estos parámetros promedio, lo cual es una circunstancia que se puede dar fácilmente dado que estos elementos pueden alterar dicha temperatura interior del edificio. Además, con esta aproximación no es posible hacer una diferencia entre distintas circunstancias de operación, como puede ser en un muro Trombe, la operación con ventilación y sin ventilación.

8.4.2 Aproximación 2: Parámetros variables según régimen de funcionamiento

Una mejora de la anterior aproximación, es la de definir un criterio mediante el cual se pueda establecer el cambio de régimen de operación, como por ejemplo en el caso del muro Trombe para identificar bajo qué circunstancias opera con ventilación y en cuáles otras, sin ella.

Los parámetros para cada uno de los regímenes de operación pueden ser calculados de forma analítica tal como se establece en el capítulo 5, o por simulación, en cuyo caso, se debe hacer el mismo procedimiento mencionado para la primera aproximación, pero distinguiendo los aportes en cada uno de los modos de operación.

El establecimiento de los criterios para cambio de régimen debe hacerse por simulación, o mediante la elaboración de un método que pudiera determinar dicho cambio. Aquí se presenta un ejemplo que sería aplicable a los muros Trombe.

El criterio para cambio de régimen de operación en un muro Trombe está dado por la diferencia de temperaturas entre el aire a la salida de la cámara y la temperatura interior. Cuando la temperatura a la salida de la cámara supera la temperatura interior con una determinada holgura " \mathcal{E} " (que aquí se supondrá de dos grados centígrados), se permite el flujo de aire, si no es así, se cierra la cámara.

En estado estable es posible establecer una combinación lineal de excitaciones para las cuales se cumple la condición en la que se permite el flujo de aire. En la Figura 129 se muestra el ejemplo de muro Trombe, donde la combinación de las excitaciones se muestra en el eje de las abscisas. Las constantes "a" y "b" en el caso del sistema operando en estado estable pueden ser determinadas de forma analítica. Y según ese criterio, se permite la operación de la ventilación si la expresión del eje de las abscisas es mayor que la holgura ε establecida:

si: $a(T_i - T_e) + b \cdot I > \varepsilon \implies$ Se permite ventilación

Las constantes "a" y "b" deben seleccionarse de tal manera que en estado estable se verifique la siguiente igualdad:

$$T_{out} - T_{in} = a \left(T_i - T_e \right) + b \cdot I$$

Y como el flujo de calor bruto de la ventilación es:

$$\dot{Q}_{vent} = \dot{m}Cp\left(T_{out} - T_{in}\right) = \dot{Q}_{Gan,Vent} - \dot{Q}_{Perd,Vent}$$

Y además:

$$\dot{Q}_{Perd,Vent} = U_{vent} A \left(T_i - T_e \right)$$

$$\dot{Q}_{Gan,Vent} = A_{S,vent} \cdot I$$

De donde se deduce que:

$$U_{vent} = a \cdot \frac{\dot{m}Cp}{A}$$

$$A_{S vent} = b \cdot \dot{m}Cp$$



Figura 129 Combinación lineal de las excitaciones de temperatura y radiación, contra la diferencia de temperaturas entre la entrada y salida del aire en la cámara. Para una diferencia de

temperaturas entre la salida y la entrada menor a 2°C, no hay flujo de aire y por ese motivo, se dibuja la temperatura media del aire en le cámara.

En estado transitorio el criterio es el mismo que en estado estable. Si los resultados de una simulación se colocan en la misma gráfica que para el caso de estado estable, se obtiene una nube de puntos como la mostrada en la Figura 129. Se observa que la inercia térmica, como tendencia general, reduce la diferencia de temperaturas entre la salida y la entrada del aire en la cámara, tal como lo evidencia la menor pendiente de la línea de correlación dibujada. Por tanto una corrección que se puede hacer para considerar el efecto de la inercia térmica, es multiplicar los factores "a" y "b" por un tercer factor "c" que tendría un valor entre cero y uno y que sería un factor corrector con respecto al sistema en estado estable. El nivel de error cometido de esta forma puede ser importante para un instante de tiempo determinado, pero debería ser pequeño en el cómputo acumulado para un periodo de tiempo mensual o estacional.

8.4.3 Aproximación 3: Modelos que tienen en cuenta la inercia térmica mediante la consideración de instantes de tiempo anteriores al de cálculo.

En el capítulo 5 se mostró que un modelo simplificado de parámetros concentrados, consistente en dos resistencias y una capacidad térmica (modelo RCR), es útil para obtener una buena aproximación de la temperatura superficial de la hoja interior en un elemento especial con cámara ventilada.

Partiendo de este modelo RCR, se presenta una aproximación de equivalencia que tiene en cuenta el efecto de la inercia térmica.

Trabajando con las ecuaciones de dicho modelo, en el ANEXO 5 se demuestra que las temperaturas de las superficies que conforman la cámara ventilada pueden ser calculadas con ecuaciones que tiene la siguiente forma:

$$T_{ee,2}(t) = a_1 T_e(t) + a_2 T_i(t) + a_3 I(t) + a_4 T_{ei,1}(t)$$

$$Y$$

$$T_{ei,1}(t) = b_1 T_e(t) + b_2 T_i(t) + b_3 T_{in}(t) + b_4 I(t) + b_5 T_e(t-1)$$

$$(8.3)$$

$$+ b_6 T_i(t-1) + b_7 T_{in}(t-1) + b_8 I(t-1) + b_9 T_{ei,1}(t-1)$$

$$[8.4]$$

Donde las constantes a_i y b_j pueden ser calculadas con expresiones que se muestran el mencionado ANEXO 5.

Por otro lado, como el aire que entra a la cámara proviene del interior o del exterior (excepto en los casos en los cuales proviene de otro elemento), la temperatura del aire de entrada es:

$$T_{in}(t) = T_i(t)$$
 o $T_{in}(t) = T_e(t)$

Que involucra el supuesto de que la temperatura del aire exterior o interior es muy próxima a la temperatura convectivo radiante. Esto es porque en las ecuaciones [8.3] y [8.4], tanto la temperatura exterior como la interior son temperaturas convectivo-radiantes.

Con lo que el número de constantes se reduce, quedando en consecuencia:

$$T_{ei,1}(t) = b_1 T_e(t) + b_2 T_i(t) + b_3 I(t) + b_4 T_e(t-1) + b_5 T_i(t-1) + b_6 I(t-1) + b_7 T_{ei,1}(t-1)$$
[8.5]

Que tiene la forma de una función de transferencia, en la cual se ha supuesto un comportamiento exponencial decreciente de la temperatura superficial del elemento interior, a partir de la hora anterior a la excitación.

Uno de los principales efectos de la inercia térmica del elemento interior es la modificación de la temperatura superficial de dicho elemento en relación con la temperatura que tendría en estado estable. Esta modificación genera cambios en el calor por ventilación, y las pérdidas y ganancias por conducción. A continuación se tratará cada una de estas componentes por separado.

8.4.3.1 Estimación del calor aportado por ventilación

El calor aportado por el aire de ventilación es:

$$\dot{Q}_{vent}(t) = \dot{m} Cp \left(\frac{T_{ee,2}(t) + T_{ei,1}(t)}{2} - T_i(t) \right) \eta$$

Sustituyendo en las ecuaciones [8.3] y [8.5], y definiendo nuevas constantes, se llega a que el calor aportado por ventilación puede ser expresado de la siguiente forma:

$$\dot{Q}_{vent}(t) = c_1 T_e(t) + c_2 T_i(t) + c_3 I(t) + c_4 T_{ei,1}(t)$$

Mediante diversas sustituciones y cambios de constantes (ver ANEXO 5) es posible sustituir la temperatura superficial del muro en la ecuación anterior, por las excitaciones de la hora de cálculo y de la hora anterior a la que es sometido el muro:

$$\dot{Q}_{vent}(t) = d_1 T_e(t) + d_2 T_i(t) + d_3 I(t) + d_4 T_e(t-1) + d_5 T_i(t-1) + d_6 I(t-1) + d_7 \dot{Q}_{vent}(t-1)$$
[8.6]

Obviamente, para la obtención de las constantes d_i , es necesario conocer los parámetros característicos del elemento interior bajo el modelo RCR, esto es, la resistencia R_{ei1} y la capacidad térmica C. Sin embargo, como la ecuación [8.6], tiene una forma genérica, es posible desarrollar otros métodos para la determinación de dichas constantes. Tres de ellos son:

- Con el modelo RCR, si los valores de la resistencia *R*_{ei1} y de la capacidad térmica *C* para el muro interior fueran conocidos, mediante un procedimiento de sustituciones y reducción de variables, se puede llegar al cálculo de dichas constantes *d*_i, tal como se encuentra en el ANEXO 5, para el caso de un muro Trombe.
- Por medio de una regresión lineal con mínimos cuadrados si se ha hecho una simulación del elemento en un programa detallado. Esto exige que como

mínimo se tengan siete datos de calor por ventilación para siete combinaciones diferentes de excitaciones. Sin embargo, si se emplea este método, es deseable disponer de un número mucho mayor de datos, como los que podrían ser obtenidos a partir de la simulación para un mes completo con un paso de tiempo de una hora.

• Con un programa de simulación del elemento especial, se puede simular el efecto de una excitación triángulo unitario de cada una de las excitaciones por separado, de tal manera que con los factores de respuesta de cada una de las excitaciones, es posible determinar las constantes d_{i} (ver ANEXO 5).

Los valores de las constantes d_i obtenidas con los tres métodos, en general no coincidirán entre sí, debido a que los supuestos inherentes en cada cálculo son diferentes. Para el modelo RCR los parámetros son obtenidos de tal forma que se ajusta el desfase y el amortiguamiento del modelo con el del muro real ante una señal sinusoidal de temperatura. Con la obtención de los factores de respuesta calculados a partir de una excitación triángulo, se ajusta la respuesta del elemento especial ante variaciones de las excitaciones en forma de rampa. Y con regresión por mínimos cuadrados, se minimiza el error ante la señal tomada para el cálculo del elemento.

Por otro lado, esta forma de cálculo del calor aportado por el aire, tiene la forma de una expansión de los factores de respuesta, donde se supone que el comportamiento exponencial empieza desde la hora anterior al momento de cálculo. Por tanto, ante una excitación constante, que genera una condición de estado estable, se tiene que:

$$(1-d_7)Q_{vent}(t) = (d_1+d_4)T_e(t) + (d_2+d_5)T_i(t) + (d_3+d_6)I(t)$$

$$\dot{Q}_{vent}(t) = \frac{\left(d_1 + d_4\right)}{\left(1 - d_7\right)} T_e(t) + \frac{\left(d_2 + d_5\right)}{\left(1 - d_7\right)} T_i(t) + \frac{\left(d_3 + d_6\right)}{\left(1 - d_7\right)} I(t)$$

Y como además, según lo obtenido en el capítulo 5, en estado estable el calor por ventilación está dado por:

$$\dot{Q}_{vent} = \dot{Q}_{Gan,Vent} - \dot{Q}_{Perd,Vent}$$
$$\dot{Q}_{vent} = A_{S,vent}I - U_{vent}\left(T_i - T_e\right)$$

De donde se deduce que se deberían cumplir las tres siguientes ecuaciones:

$$U_{vent} = \frac{(d_1 + d_4)}{(1 - d_7)} = -\frac{(d_2 + d_5)}{(1 - d_7)}$$
[8.7]

Y

$$A_{S,vent} = \frac{(d_3 + d_6)}{(1 - d_7)}$$
[8.8]

Sin embargo, tal como se mostrará, estas ecuaciones en general no se cumplen debido a que con la aproximación de la expresión [8.6], se supone que a partir de la segunda hora, el efecto de la inercia hace que los factores de respuesta ante las distintas excitaciones tengan un comportamiento exponencial. Este supuesto, en general no es cierto, razón por la cual no se verifican las ecuaciones [8.7] y [8.8]. No obstante se puede hacer la corrección de las constantes d_i , de tal manera que se verifique el comportamiento en estado estable.

Los valores del área solar de ventilación y la transmitancia térmica equivalente de ventilación en estado estable, pueden ser calculados analíticamente, mediante las siguientes expresiones, que son en realidad iguales a las ecuaciones [5.16] y [5.21], sólo que sin los factores que corrigen el efecto del funcionamiento parcial del elemento:

$$U_{vent} = \frac{U_0}{U_i} \rho C_p \dot{V} \eta$$
[8.9]

Y

$$A_{S,vent} = g\alpha F_S F_F R_{Vent} \rho C_P \dot{V} \eta$$
[8.10]

De tal manera que los parámetros característicos en estado estable son conocidos, por lo que la corrección de las constantes d_i es posible.

Para ilustrar lo anterior, a continuación se muestran los resultados para un ejemplo de muro Trombe con alta inercia térmica y cuyas características son las siguientes:

Altura: 3m

Hoja interior:

Material	Espesor	K	Densidad	Cp	Absortividad
	լույ	[vv/IIIK]	[Kg/III]	[J/KYK]	Solai
Hormigón	0.2	1.6	2500	1000	0.9

Hoja Exterior:

Descripción	U [W/m²K]	g	Transmitancia Solar	Absortancia Solar
Vidrio doble 6-12-6	3.0	0.72	0.66	0.21

Cámara de aire:

Descripción	espesor [m]	h _{conv medio} [W/m ² K]	h _{rad medio} [W/m ² K]	Velocidad de circulación del aire [m/s]
Cámara de Aire Controlada (Se permite flujo de aire si la Temperatura de salida es por lo menos 2°C mayor que la temperatura interior)	0.05	2.5	4.2	0.3

Se ha simulado este muro Trombe bajo el clima de Madrid para el mes de enero con el método detallado expuesto en el capítulo 3, y que se llamará método de referencia. Y sus resultados se compararon con los obtenidos para el método equivalente propuesto bajo las tres formas de obtención de las constantes d_i .

Para la obtención de las constantes, mediante el modelo RCR, se simuló el elemento interior, habiéndose obtenido que presenta un amortiguamiento $B_0=0.32$ y un desfase $\varphi=-0.60$ rad (-2.31 horas). De donde se obtiene que los parámetros característicos equivalentes son:

Resistencia superficie-capacidad \rightarrow $R_{ei1} = 0.031 \text{ m}^2\text{K/W}$ Capacidad térmica \rightarrow $C = 274812 \text{ J/m}^2\text{K}.$

Que junto a la información del elemento permite la determinación de las constantes d_i .

Por el método de regresión lineal, simplemente se toman los resultados de la simulación del método de referencia y se hace un ajuste de tal manera que las constantes d_i , minimizan la suma de los errores, entendiéndose como error la diferencia existente entre el valor del calor aportado por el aire calculado con el método de referencia y el calculado con la ecuación [8.6].

Por último, para determinar las constantes con el método de los factores de respuesta se utiliza el método de referencia. El procedimiento consiste en aplicar una excitación triángulo de cada una de las excitaciones por separado para calcular los factores de respuesta de la hora en la que se realiza la excitación y la de la hora siguiente.

Los resultados de las constantes obtenidas son los siguientes:

	RCR	Correlación	Fact_resp			
d1	2.44	0.25	2.36			
d2	-8.32	-4.97	-9.13			
d3	0.18	0.15	0.15			
d4	-2.07	-0.62	-1.84			
d5	7.96	4.76	8.37			
d6	-0.11	-0.05	-0.05			
d7	0.90	0.79	0.88			

Tabla 24 Valores de las constantes d _i obtenidas con los tres métodos propuestos para el ejemp	olo
presentado en esta sección	

La Figura 130 muestra una comparación entre el flujo de calor aportado por el aire calculado con el método detallado y por medio de la ecuación [8.6]. Se aprecia que el error obtenido es diferente con cada uno de los métodos, siendo el de los factores de respuesta el más alto, y el del método RCR el más bajo, tal como se puede comprobar con los valores de ajuste mostrados en la Tabla 25.


Figura 130 Comparación del flujo de calor aportado por el aire calculado mediante una simulación detallada y con la ecuación [8.6], calculando las constantes *d*_i mediante distintos métodos.

Tabla 25 Coeficiente de correlación "r²" obtenido con cada una de las alternativas de cálculo comparándolo con el método de referencia. La "Pendiente" se obtiene a partir de la recta de correlación trazada para la relación entre el calor de ventilación de referencia y el de cada uno de los métodos equivalentes (Qvent_aproximación=Pendiente x Qvent_referencia). Si "Pendiente>1", significa que en promedio el calor de ventilación calculado por el método equivalente es mayor que el del método de referencia, si "Pendiente<1", que en promedio es menor.

	RCR	Correlación	Fact_resp
r ²	0.989	0.967	0.914
Pendiente	0.987	0.998	1.036

Se aprecia que la "pendiente" de ajuste obtenida por el método de correlación es la más próxima a la unidad, que es el valor ideal, porque indica que en promedio el ajuste ni sobreestima ni subestima el valor de calor suministrado. Este resultado no es casualidad, ya que por el método de obtención de las constantes, de alguna manera lo que se busca es este resultado, es decir, en general, por medio de la correlación, es como se obtendrá la pendiente más próxima a la unidad.

Por otro lado, los parámetros característicos en estado estable para este ejemplo, calculados con las ecuaciones [8.9] y [8.10] son:

$$U_{vent} = 3.7235 \ \left[\frac{W}{K}\right]$$

Y

 $A_{S,vent} = 0.6573 \ [\text{m}^2]$

Que idealmente deberían verificarse con los valores de las constantes obtenidas con los diferentes métodos, es decir, que se deberían cumplir las ecuaciones [8.7] y [8.8].

Tabla 26 Valores de las variables características en estado estable para el ejemplo presentado, y su comparación con los valores obtenidos con cada una de las aproximaciones de equivalencia estudiadas.

			Valor	Valor
Valor on Estado Establo		Valor	Obtenido con	Obtenido con
		Obtenido con	el Método de	el Método de
		el Modelo RCR	Correlación	Fact_resp
$U_{vent} = 3.7235 \ \left[\frac{W}{K} \right]$	$\frac{\left(d_1+d_4\right)}{\left(1-d_7\right)}=$	3.6817	-1.7887	4.1762
$U_{vent} = 3.7235 \ \left[\frac{W}{K} \right]$	$\frac{\left(d_2+d_5\right)}{\left(1-d_7\right)}=$	-3.5542	-1.0110	-6.0490
$A_{S,vent} = 0.6573 [{\rm m}^2]$	$\frac{\left(d_3+d_6\right)}{\left(1-d_7\right)}=$	0.6159	0.4590	0.8335

En la Tabla 26 se aprecia que con ninguno de los métodos se cumple la situación en estado estable. Esto ocurre por diferentes motivos en cada uno de los modelos, aunque vale la pena anotar que con el modelo RCR se obtiene una buena aproximación al cumplimiento del estado estable.

Con el modelo RCR no se cumple exactamente la condición en estado estable obtenida con el método de las diferencias finitas por dos motivos: uno, porque el cálculo de la capacidad térmica equivalente C y la resistencia Rei1, se hace mediante métodos numéricos que no arrojan un valor exacto de dichos parámetros, ocasionando que este pequeño error se propague posteriormente en el cálculo de las constantes d_i . El segundo motivo, está en que para la deducción de las constantes d_i se ha supuesto que existe una pequeña generación de calor en el elemento exterior, supuesto que no puede ser tenido en cuenta en la deducción de las ecuaciones [8.9] y [8.10]. Lo anterior no quiere decir que el sistema RCR en sí mismo no cumpla el estado estable (sí lo cumple), lo que ocurre es que no coincide con el calculado con diferencias finitas por las razones anteriormente enumeradas.

Con el método de correlación, se obtiene el resulto más alejado del cumplimiento del estado estable si se compara con los otros dos. Como este método no involucra en el cálculo de las constantes d_i ningún principio físico en relación con el funcionamiento del elemento, el resultado del cálculo no se encuentra obligado a cumplir ninguna premisa en este sentido. Por ello no debe sorprender que el resultado para el ejemplo presentado sea muy distante del cumplimiento de la situación en estado estable.

Mediante los factores de respuesta se encuentra un resultado también alejado del cumplimiento de la condición en estado estable, pero por lo menos el sentido de los signos es correcto (tal como con el modelo RCR). En este caso, el no cumplimiento se debe a que en este método se deberían tomar infinitos (o un número suficientemente alto) de instantes de tiempo anteriores para que se cumpliera la condición solicitada. Como la serie se ha truncado sólo a una hora anterior, se presenta un error elevado, tal como se evidencia, no sólo por el no cumplimiento del estado estable, sino por los demás indicadores presentados.

Es deseable que los modelos cumplan con la condición en estado estable ya que así se garantizan resultados coherentes bajo diferentes condiciones de operación. Esto es espacialmente importante para el caso del método de correlación por mínimos cuadrados, ya que las constantes d_i son obtenidas para una combinación particular de excitaciones (en principio válidas sólo para esas excitaciones que en general corresponderán con un clima en particular), por lo que los resultados, bajo otras condiciones podrían presentar errores elevados. Con los otros dos métodos, las constantes son independientes de las excitaciones y en teoría podrían ser empleadas para cualquier condición climática ya que son dependientes únicamente de las características inherentes del elemento.

Se pueden calcular tres factores modificadores, de tal manera que las igualdades en estado estable se cumplan:

$$x_{1} = U_{vent} \frac{1 - d_{7}}{d_{1} + d_{4}}$$
$$x_{2} = U_{vent} \frac{1 - d_{7}}{d_{2} + d_{5}}$$
$$x_{3} = I \frac{1 - d_{7}}{d_{3} + d_{6}}$$

Con lo que las nuevas constantes d_{i} , que cumplen con el estado estable serían:

Tabla 27 Valores de las constantes d _i corregidas para que cumplan la condición en estado estable
para el ejemplo presentado en esta sección

	RCR	Correlación	Fact_resp
d1	2.47	-0.51	2.10
d2	-8.72	-18.29	-5.62
d3	0.19	0.22	0.12
d4	-2.09	1.29	-1.64
d5	8.34	17.51	5.15
d6	-0.12	-0.08	-0.04
d7	0.90	0.79	0.88

Y el resultado con estas nuevas constantes, al compararlo con los valores obtenidos mediante una simulación detallada se muestra en la Figura 131. Se aprecia que la dispersión de los valores disminuye en comparación con el caso sin modificar, pero como desventaja se encuentra que hay una leve tendencia a sobreestimar el calor

aportado por el aire cuando es calculado con la correlación con las constantes d_i modificadas.



Figura 131 Comparación del flujo de calor aportado por el aire calculado mediante una simulación detallada y con la ecuación [8.6], con parámetros d_i corregidos para que cumplan con el estado estable.

 Tabla 28 Coeficiente de correlación "r²" obtenido con cada una de las alternativas de cálculo corregidas para el cumplimiento del estado estable.

	RCR	Correlación	Fact_resp
r ²	0.989	0.981	0.908
Pendiente	1.024	1.236	1.028

De las tres alternativas para el cálculo de las constantes d_i , la que muestra mayor grado de ajuste con el modelo de referencia es el modelo RCR. Sin embargo presenta dos desventajas: la primera es que es el método que exige mayor cálculo previo en la determinación de las constantes, y la segunda desventaja, es que en la deducción de las expresiones para el cálculo de las constantes, se utilizaron ecuaciones particulares, en su mayoría desarrolladas por el autor, por lo que impediría que métodos alternativos desarrollados por terceras personas pudieran ser utilizados; o en esos casos, sería necesario desarrollar las expresiones correspondientes para esos métodos.

8 INTEGRACIÓN DE LOS MUROS VENTILADOS EN PROGRAMAS DE CÁLCULO ENERGÉTICO DE EDIFICIOS

Las otras dos alternativas de cálculo de las constantes d_i , permiten la utilización de cualquier método de simulación detallada ya que sólo utilizan los resultados arrojados por la simulación. Además son métodos que requieren menor cálculo previo. Por otra parte, si se desea una mejora en la exactitud de estas dos alternativas, es posible incrementar el número de horas anteriores a la de cálculo, dentro de las variables independientes que se toman en consideración. Esto es, que se puede extender la ecuación [8.6] de la siguiente manera:

$$\dot{Q}_{vent}(t) = \sum_{i=0}^{i=n} \left[a_{Q,i} T_e(t-i) + b_{Q,i} T_i(t-i) + c_{Q,i} I(t-i) \right] + d_Q \dot{Q}_{vent}(t-1)$$
[8.11]

Donde las constantes $a_{Q,i}$, $b_{Q,i}$, $c_{Q,i}$, y d_Q , son unas nuevas constantes que tendrían que ser calculadas por alguno de los métodos mencionados antes (con excepción del modelo RCR, ya que este modelo únicamente permite la consideración de sólo una hora anterior).

En este caso, el cumplimiento del estado estable se obtendría si se verifican las siguientes ecuaciones:

$$U_{vent} = \frac{\sum_{i=0}^{i=n} a_{Q,i}}{(1 - d_Q)} = -\frac{\sum_{i=0}^{i=n} b_{Q,i}}{(1 - d_Q)}$$
$$A_{S,vent} = \frac{\sum_{i=0}^{i=n} c_{Q,i}}{(1 - d_Q)}$$

Y como en general estas ecuaciones no se cumplen por las mismas razones expuestas para el caso en el que sólo se considera un periodo de tiempo anterior, se puede hacer una corrección mediante los factores definidos en las siguientes ecuaciones:

$$x_{1} = U_{vent} \frac{1-d}{\sum a_{i}}$$

$$x_{2} = U_{vent} \frac{1-d}{\sum b_{i}}$$

$$x_{3} = A_{S,vent} \frac{1-d}{\sum c_{i}}$$

Para el ejemplo tratado en esta sección se hizo la extensión con la ecuación [8.11] hasta cinco horas anteriores a la hora de cálculo actual. Las constantes se obtuvieron mediante los métodos de correlación y de los factores de respuesta. Posteriormente, dichas constantes fueron corregidas con el fin de que se cumpla el estado estable. Los valores de estas constantes pueden ser vistos en la Tabla 30.



8 INTEGRACIÓN DE LOS MUROS VENTILADOS EN PROGRAMAS DE CÁLCULO ENERGÉTICO DE EDIFICIOS

Figura 132 Comparación del flujo de calor aportado por el aire calculado mediante una simulación detallada y con la ecuación [8.11] para n=5 (cinco horas anteriores a la hora de cálculo), con los parámetros calculados por correlación y mediante los factores de respuesta. Para los dos casos los parámetros han sido corregidos para que cumplan con el estado estable.

En la Figura 132 se muestran los resultados obtenidos con los dos métodos, cuando se aumenta el número de horas tenidas en cuenta para el cálculo del calor aportado por ventilación. En ella se aprecia cómo en general el nivel de ajuste mejora a medida que se tienen en cuenta un mayor número de horas anteriores. Sin embargo un examen cuidadoso permite observar que con el método de correlación, el ajuste obtenido para el caso "(t-2)", es similar al del caso "(t-3)"; y que el caso de mejor ajuste es el de "(t-4)", mejor incluso que el del caso "(t-5)". Este hecho se corrobora en el resumen mostrado en la Tabla 29, donde aprecia que el coeficiente de correlación más alto, así como la pendiente más cercana a la unidad se logran para el caso (t-4) con el método de correlación.

Coeficiente de Correlación r² Pendiente Obtención Obtención Obtención Obtención por Correlación por Correlación por Fact_Resp por Fact_Resp (t-1) 0.981 0.908 1.24 1.03 (t-2) 0.994 0.973 1.13 1.02

0.991

0.997

0.998

1.14

1.06

1.11

1.03

1.04

1.05

(t-3)

(t-4)

(t-5)

0.992

0.997

0.994

Fabla 29 Coeficiente de correlación y pendiente de la recta de ajuste, obtenidos con los dos métodos
le determinación de las constantes para la ecuación [8.11] y diferentes números de horas anteriores
consideradas.

Con el método de los factores de respuesta, el coeficiente de correlación mejora consecutivamente a medida que se aumenta el número de horas que se tienen en cuenta, es decir, se produce un comportamiento predecible y esperable de mejora con el incremento del número de horas que entran en consideración.

Por otra lado, en la Tabla 30, que enseña los valores de las constantes obtenidas por los dos métodos de cálculo considerados para los casos mostrados en la Figura 132, se aprecia que con el método de los factores de respuesta, los valores de las constantes siguen tendencias claras y esperables, mientras que con el método de correlación no. Por ejemplo, es de esperar que el valor absoluto de las constantes sea menor a medida que aumenta su subíndice ($x_i > x_{i+1}$), dado que la influencia de las excitaciones de las horas anteriores es menor cuanto más alejada es esa hora. Pues bien, el método de los factores de respuesta se comporta exactamente de esa manera, mientras que el de correlación muestra un comportamiento errático en este sentido, como se evidencia por ejemplo en el caso "(t-5)" en el que la constante b_0 es menor que b_4 , cuando el comportamiento esperado es el inverso.

Además, cuando se incrementa el número de horas anteriores consideradas, también es de esperar una tendencia clara en la variación de los valores de las constantes, es decir, por ejemplo si la constante a0 para el caso (t-1) es menor que para el caso (t-2), es de esperar que dicha constante para el caso (t-3) sea mayor que las dos anteriores, y que además la diferencia del valor de la constante entre dos casos consecutivos sea menor a medida que se aumenta el número de horas en consideración. Esto en razón a que se supone que debe existir una especie de convergencia de los valores de las constantes ya que debe haber un momento a partir del cual el incremento en el número de horas consideradas no produce un cambio perceptible en los resultados debido a la baja influencia de las horas más lejanas, esto requiere que las constantes de las primeras

horas tiendan a algún valor. Pues bien, se aprecia que este comportamiento ocurre correctamente cuando las constantes son calculadas con el método de los factores de respuesta, pero no así con el método de obtención por medio de correlación.

Tabla 30 Constantes calculadas para estimar el calor de ventilación aportado por el muro Trombe del ejemplo con la ecuación [8.11]. Los valores mostrados han sido corregidos para cumplir la situación en estado estable. Los métodos utilizados son el de Correlación (CR) y el de Factores de Respuesta (FR). Cada columna "t-i" indica el número de horas anteriores a la de cálculo consideradas.

	(t-	·1)	(t-	2)	(t-	·3)	(t-	4)	(t-	·5)
	CR	FR								
<i>a</i> ₀	-0.510	2.066	2.756	2.236	1.200	2.294	2.322	2.327	2.070	2.345
<i>a</i> ₁	1.287	-1.609	-0.779	-1.788	3.193	-1.854	-0.865	-1.888	-0.728	-1.905
<i>a</i> ₂			-1.440	-0.069	-4.784	-0.072	-0.826	-0.074	-0.643	-0.075
a ₃					0.986	-0.020	0.239	-0.021	0.268	-0.021
<i>a</i> ₄							-0.505	-0.008	-1.020	-0.009
a 5									0.428	-0.003
b_0	-18.292	-5.516	-22.559	-6.145	-25.498	-7.240	-13.697	-8.120	3.534	-8.747
<i>b</i> ₁	17.515	5.059	24.256	5.765	30.196	6.852	7.677	7.712	-8.437	8.315
<i>b</i> ₂			-2.234	0.001	-9.356	-0.001	12.276	-0.002	-9.018	-0.002
b3					4.063	0.040	-6.937	0.044	7.329	0.048
b4							0.316	0.030	21.918	0.032
b 5									-15.701	0.022
С0	0.216	0.120	0.178	0.139	0.185	0.147	0.157	0.151	0.158	0.154
С1	-0.079	-0.039	-0.050	-0.049	-0.048	-0.052	-0.053	-0.054	-0.052	-0.056
С2			-0.033	-0.024	-0.038	-0.026	-0.028	-0.027	-0.027	-0.027
С3					0.006	-0.007	-0.009	-0.008	-0.009	-0.008
<i>C</i> ₄							-0.004	-0.003	-0.004	-0.003
C 5									0.000	-0.001
d	0.791	0.877	0.856	0.898	0.840	0.907	0.902	0.910	0.899	0.911

Como resumen de esta sección, se puede decir que con el modelo RCR se obtienen unos valores de las constantes, tales que el nivel de ajuste es suficientemente bueno como para poder ser utilizado en la simulación por equivalencia. Es además el mejor método cuando se considera sólo una hora anterior. Como desventajas se pueden citar la complejidad y cantidad de cálculos necesarios en la determinación de las constantes; además es un método rígido que no permite la expansión para considerar un mayor número de horas anteriores, al tiempo que involucra inherentemente el método desarrollado por el autor, lo que impide en principio que elementos distintos a los presentados en esta tesis sean llevados a esta equivalencia a menos que se desarrollen las ecuaciones pertinentes para esos elementos en concreto.

El método de obtención de las constantes por correlación puede mostrar un mejor ajuste que el de los factores de respuesta cuando el número de horas consideradas es bajo, por ejemplo dos o tres horas anteriores. Para un número mayor de horas, este método no muestra un incremento en el grado de ajuste, además puede volverse pesado el cálculo de las constantes. Por ello, este método debería ser considerado sólo si se desean hacer cálculos teniendo en consideración sólo dos o tres horas anteriores. La gran desventaja de este método es que no se ciñe a ningún principio físico y por tanto los valores de las constantes pueden mostrar comportamientos erráticos, que no siguen las tendencias esperables para los valores de dichas constantes. Adicionalmente, con el método de correlación, el valor de las constantes debería ser empleado para un elemento especial en particular operando bajo un clima específico, y por tanto, los valores de estas constantes no podrían ser empleados bajo unas condiciones climáticas diferentes a las que fueron empleadas en su cálculo.

El método de los factores de respuesta es el que peor grado de ajuste muestra cuando el número de horas anteriores consideradas es bajo. Sin embargo su nivel de ajuste mejora a medida que se incrementa el número de horas anteriores, de hecho, con un número suficientemente elevado de horas es el método con mejor nivel de ajuste; probablemente con cuatro horas anteriores sea más que suficiente aún en muros con elevada inercia, como es el caso del ejemplo tratado en esta sección. Tiene la ventaja de que los valores de las constantes muestran tendencias claras y esperables debido a su forma de obtención, con lo cual se puede tener cierta garantía en la coherencia de sus resultados. Además, a efectos prácticos, la obtención de las constantes para una hora anterior o para un numero "n" (siempre y cuando "n" no sea un número demasiado elevado como por ejemplo 50 ó 100, que además no son necesarios en absoluto) requiere casi el mismo esfuerzo, por ello tomar por ejemplo cinco horas anteriores no implica un esfuerzo mayor y sí se obtiene una mejora considerable en el ajuste. La desventaja es que se requieren tres simulaciones independientes para determinar los valores de las constantes; esto es, una simulación por cada excitación.

El autor se decanta por el método de los factores de respuesta para la obtención de las constantes de equivalencia. La razón para esta selección radica simplemente en que ofrece en conjunto mayores ventajas que los demás método evaluados. El número de horas anteriores que debe ser tomado en cuenta puede variar de un caso a otro, pero a la vista de los resultados se espera que no sea un número elevado y que difícilmente supere las diez horas.

8.4.3.2 Estimación de parámetros equivalentes para el calor aportado por conducción a través del elemento interior

Hasta ahora, para esta aproximación sólo se ha tratado el flujo de calor por ventilación, pero el flujo de conducción también se ve afectado. Para actuar sobre la conducción de calor, es necesario establecer el elemento convencional equivalente, que en este caso es un muro, y modificar los factores que afectan la interacción de dicho muro equivalente con el exterior.

Se propone que el muro equivalente sea un muro exactamente igual que el elemento interior, pero modificando los valores de las contantes que lo relacionan con las excitaciones, o incluso modificando las excitaciones mismas, de tal manera que el muro definido genere casi la misma conducción de calor que el elemento especial. Desde el punto de vista del programa de simulación del edificio, dicho elemento especial, sería calculado de la misma forma que un muro convencional más.

A continuación se presentan cuatro opciones para el cálculo de los parámetros equivalentes. Aunque a la vista de los resultados, algunas de estas opciones presentan claras desventajas y por lo tanto podrían haber sido omitidas, el autor ha preferido mostrarlas debido a que algunas de ellas pueden parecer una opción obvia en el cálculo de los parámetros equivalentes, con lo cual resulta ilustrativo mostrar las desventajas que presentan.

8.4.3.2.1 Opción 1: Resistencia exterior y absortividad, tomadas del modelo en estado estacionario.

Para un muro Trombe en estado estacionario las pérdidas por conducción se caracterizan con la transmitancia térmica por conducción, que tiene dos componentes, una sin ventilación y un incremento cuando hay ventilación:

$$U_{cond} = U_{cond,0} + \Delta U_{cond,vent}$$
[8.12]

Donde:

$$U_{cond,0} = \frac{1}{R_{e,0}^{'} + R_{ei} + R_{i}}$$

Y
 $R_{e,0}^{'} = R_{C} + R_{ee} + R_{e} = \frac{1}{h_{r} + \frac{1}{2}h_{c}} + R_{ee} + R_{e}$

El incremento en la transmitancia térmica cuando hay flujo de aire es:

$$\Delta U_{cond,vent} = -\frac{U_{cond,0}}{U_i + U_e} \rho C_P \dot{V} \eta$$

Se tiene entonces que:

$$U_{cond,0} + \Delta U_{cond,vent} = \frac{1}{R_{e,vent}^{'} + R_{ei} + R_{i}}$$

De donde se llega a:

$$R_{e,vent}' = \frac{1}{U_{cond,0} \left(1 - \frac{1}{A(U_i + U_e)} \rho C_P \dot{V} \eta \right)} - R_{ei} - R_i$$

Donde:

$$U_{i} = \frac{1}{\frac{R_{C}}{2} + R_{ei} + R_{i}}$$

$$Y_{e} = \frac{1}{\frac{1}{R_{e} + R_{ee} + \frac{R_{C}}{2}}}$$

De tal manera que:

$$R_{e}^{'} = \begin{cases} R_{e,0}^{'} = R_{C} + R_{ee} + R_{e} & si \quad \dot{V} = 0 \\ \\ R_{e,vent}^{'} = \frac{1}{U_{cond,0} \left(1 - \frac{1}{A(U_{i} + U_{e})}\rho C_{p}\dot{V}\eta\right)} - R_{ei} - R_{i} & si \quad \dot{V} \neq 0 \end{cases}$$

De forma análoga, las ganancias por conducción en estado estacionario se caracterizan con el área solar, que también tiene los componentes "sin ventilación" y el "incremento con ventilación".

$$A_{S,cond} = A_{S,cond,0} + \Delta A_{S,cond,vent}$$

Donde:

$$A_{S,cond,0} = g\alpha F_S F_F A \cdot U_0 R_{Absor \to Exte}$$
$$\Delta A_{S,cond,vent} = g\alpha F_S F_F \left[-R_{Vent} \left(\frac{U_0}{U_e} \right) \rho C_P \dot{V} \eta \right]$$

Y para un muro convencional, el área solar está definida como:

$$A_{S,cond} = A \cdot \alpha \cdot R_e \cdot U$$

Por tanto la absortividad se puede calcular a partir del área solar. Entonces para un elemento especial, la absortividad equivalente se puede calcular como:

$$\alpha' = \frac{A_S}{A \cdot R'_e \cdot U_{cond}}$$

Que para el caso del muro Trombe sería:

8 INTEGRACIÓN DE LOS MUROS VENTILADOS EN PROGRAMAS DE CÁLCULO ENERGÉTICO DE EDIFICIOS

$$\alpha' = \begin{cases} \alpha'_{0} = g\alpha F_{S}F_{F} & si \quad \dot{V} = 0 \\ \\ \alpha'_{vent} = g\alpha F_{S}F_{F} & \frac{A \cdot (R_{C} + R_{ee} + R_{e}) - (R_{ei} + R_{i})\left(\frac{U_{cond,0}}{U_{e}^{2}}\right)\rho C_{P}\dot{V}\eta}{A \cdot \left[\frac{1}{U_{cond,0}} - (R_{ei} + R_{i})\left(1 - \frac{1}{A(U_{i} + U_{e})}\rho C_{P}\dot{V}\eta\right)\right]} & si \quad \dot{V} \neq 0 \end{cases}$$

Utilizando estas ecuaciones para el ejemplo seleccionado en esta sección se tiene el siguiente resultado:



Figura 133 Comparación de los flujos de calor por conducción calculados con el método de referencia y el método de equivalencia propuesto con la opción 1.

	Calor Bruto Aportado
Método	Enero
	[kWh]
Referencia	13.88
Equivalente (opción 1)	8.53

Se aprecia claramente que con esta opción se subestiman los picos en los flujos de calor por conducción al interior. La explicación a este comportamiento se encuentra relacionada con el hecho de que en esta opción, tanto la resistencia exterior como la absortividad equivalente están calculadas bajo el supuesto de estado estable. Cuando se hizo el análisis de sensibilidad, se encontró que en estado estable, las ganancias por conducción son mínimas y las de ventilación máximas. Esto es lo que se ve reflejado con este supuesto, es decir, que las ganancias por conducción se subestiman. La ventaja de esta opción es que el modelo se encuentra del lado de la seguridad, dado que en realidad las ganancias por conducción serán mayores que las calculadas con este método. Pero tiene la desventaja de que a medida que aumente la inercia térmica, la diferencia con las ganancias reales aumenta cada vez más.

8.4.3.2.2 Opción 2: Resistencia exterior constante y absortividad variable

Otra opción es definir una absortividad equivalente como:

$$\alpha'(t) = \frac{g - \tau}{\left(\frac{R_{CA} + R_{ee} + R_{e}}{R_{i} + R_{ee} + R_{e}}\right)} + \tau \cdot \alpha_{m} - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{R_{ee} + R_{e}}{R_{e}^{'}}\right) \frac{\dot{Q}_{vent}}{I}$$

Y una resistencia exterior equivalente como:

$$\frac{1}{R_{e}^{'}} = \frac{1}{R_{CA} + R_{ee} + R_{e}}$$

Pero la expresión para la absortividad equivalente tiene dos desventajas: que depende del flujo de calor por ventilación; y que la expresión es indeterminada cuando la radiación incidente es igual a cero, por lo que habría que hacer algún tipo de salvedad cuando se presentara esa circunstancia. Por ejemplo, si se decide que cuando la radiación es nula, la absortividad equivalente sea nula también, se obtienen los resultados mostrados en la Figura 134 para el ejemplo tratado.



Figura 134 Comparación de los flujos de calor por conducción calculados con el método de referencia y el método de equivalencia propuesto con la opción 2.

	Calor Bruto Aportado
Método	Enero
	[kWh]
Referencia	13.88
Equivalente (opción 2)	14.59

Se aprecia que con esta opción el calor por conducción calculado con el modelo equivalente discrepa apreciablemente del modelo de referencia, principalmente después

de las puntas de flujo de calor. Esto es debido a que cuando hay flujo de aire en ausencia de radiación solar, con esta opción es imposible tener en cuenta el calor extraído por el aire desde la superficie del muro. Esto es lo que trae como consecuencia la sobreestimación del calor aportado por conducción.

8.4.3.2.3 Opción 3: Radiación solar modificada y resistencia exterior y absortividad constantes

Con el fin de evitar el problema surgido con la anterior opción, se plantea la posibilidad de modificar directamente la radiación solar incidente, de tal forma que tanto la absortividad equivalente, como la resistencia convectivo-radiante exterior equivalente tengan valores constantes. Con esta alternativa

$$\alpha'(t) = \frac{g - \tau}{\left(\frac{R_{CA} + R_{ee} + R_e}{R_i + R_{ee} + R_e}\right)} + \tau \cdot \alpha_{ei,1}$$
$$\frac{1}{R_e^{'}} = \frac{1}{R_{CA} + R_{ee} + R_e}$$

Y la radiación solar estaría dada por la siguiente ecuación:

$$I'(t) = I(t) - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{R_{ee} + R_e}{R'} \right) \frac{\dot{Q}_{vent}}{\alpha'}$$

Que puede ser reducida a

$$I'(t) = \sum_{i=0}^{i=n} \left[a_{I,i} T_e(t-i) + b_{I,i} Ti(t-i) + c_{I,i} I(t-i) \right] + d_I I'(t-1)$$
[8.13]

Donde las constantes pueden calcularse por correlación o por medio del uso de los factores de respuesta tal como en la sección anterior. Para los resultados mostrados aquí, se utilizó el método de los factores de respuesta y se han considerado cinco horas anteriores, que tal como se vio en la sección anterior, ofrecen un grado de ajuste muy alto. Se busca este alto nivel de ajuste con el fin de evaluar las posibilidades límite a las que se puede llegar con esta opción.

La radiación solar calculada de esta forma depende de sí misma, pero tiene la desventaja de que es una modificación de la excitación y que puede llegar a tener valores negativos. La presencia de valores negativos se puede presentar cuando hay flujo de ventilación y la radiación solar es baja o nula, de tal manera que el calor extraído por el aire en circulación desde la superficie del elemento interior, es superior al calor generado por la radiación. Para justificar la existencia de radiaciones solares negativas con esta alternativa, es necesario tener en cuenta que se está haciendo una equivalencia del efecto del flujo de aire en la cámara, mediante una alteración de la radiación solar.

Por tanto, cuando esta extracción de calor es superior a la generación de calor por radiación, la única manera que tiene la equivalencia establecida de simular esa extracción de calor, es mediante una radiación solar negativa.



Figura 135 Comparación de los flujos de calor por conducción calculados con el método de referencia y el método de equivalencia propuesto con la opción 3.

	Calor Bruto Aportado
Método	Enero
	[kWh]
Referencia	13.88
Equivalente (opción 3) (t-5)	13.58

El grado de ajuste obtenido con esta opción es muy alto porque con la modificación de la radiación solar, y permitiendo la existencia de radiaciones solares negativas, se reproduce exactamente el balance de calor sobre la superficie del elemento interior. El ajuste no es perfecto dado que se ha aproximado el cálculo de la radiación solar mediante la ecuación [8.13].

8.4.3.2.4 Opción 4: Resistencia exterior equivalente variable y absortividad constante

La otra opción de agrupación del término independiente de la ecuación [8.2], es con la resistencia exterior equivalente. Para ello, es necesario definir la resistencia de la siguiente manera:

$$\frac{1}{R_{e}^{'}(t)} = \frac{1}{R_{CA} + R_{ee} + R_{e}} - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{R_{ee} + R_{e}}{R_{CA} + R_{ee} + R_{e}} \right) \frac{\dot{Q}_{vent}}{T_{e} - T_{ei,1}}$$

Y la absortividad como:

$$\alpha'(t) = \frac{g - \tau}{\left(\frac{R_{CA} + R_{ee} + R_{e}}{R_{i} + R_{ee} + R_{e}}\right)} + \tau \cdot \alpha_{ei,1}$$

La ecuación [8.2], toma la siguiente forma:

$$0 = \frac{1}{R'_{e}} (T_{e} - T_{ei,1}) + I\alpha' + Q_{ei1,cond}$$
[8.14]

Que tiene exactamente la misma forma que el balance sobre la superficie del muro convencional. Sólo que la resistencia exterior será variable dado que:

$$\dot{Q}_{vent}(t) = \sum_{i=0}^{i=n} \left[a_{Q,i} T_e(t-i) + b_{Q,i} Ti(t-i) + c_{Q,i} I(t-i) \right] + d_Q \dot{Q}_{vent}(t-1)$$
Y
$$T_{ei,1}(t) = \sum_{i=0}^{i=n} \left[a_{T,i} T_e(t-i) + b_{T,i} Ti(t-i) + c_{T,i} I(t-i) \right] + d_R T_{ei,1}(t-1)$$

Que tiene la desventaja de depender del calor de ventilación y la temperatura superficial del elemento interior. Ya que en su forma más reducida podría ser expresada como:

$$\frac{1}{R_{e}^{'}(t)} = a_{R} + \frac{\sum_{i=0}^{i=n} \left[a_{Q,i} T_{e}(t-i) + b_{Q,i} T_{i}(t-i) + c_{Q,i} I(t-i) \right] + d_{Q} \dot{Q}_{vent}(t-1)}{\sum_{i=0}^{i=n} \left[a_{T,i} T_{e}(t-i) + b_{T,i} T_{i}(t-i) + c_{T,i} I(t-i) \right] + d_{R} T_{ei,1}(t-1)}$$

Que no elimina la dependencia del calor de ventilación ni de la temperatura superficial. Para el ejemplo presentado aquí, y cuyo resultado se puede apreciar en la Figura 136 muestra un grado de ajuste elevado si se compara con el modelo de referencia.



Figura 136 Comparación de los flujos de calor por conducción calculados con el método de referencia y el método de equivalencia propuesto con la opción 4.

	Calor Bruto Aportado
Método	Enero
	[kWh]
Referencia	13.88
Equivalente (opción 4) (t-5)	13.57

En este caso el alto grado de ajuste se debe las mismas razones que en el caso de la modificación de la radiación solar, es decir, se reproduce exactamente el balance de calor sobre la superficie del elemento interior y de igual forma, se puede afirmar que el ajuste no es perfecto debido a que en este caso, tanto el flujo de calor por ventilación como la temperatura superficial exterior han sido calculadas de forma aproximada, (aunque con precisión elevada).

Como interesa eliminar la dependencia del calor por ventilación y la temperatura superficial del muro, de tal manera que el cálculo pueda ser hecho de manera completamente desacoplada, es posible dividir la resistencia exterior en dos componentes, uno cuando no hay circulación de aire y un incremento cuando esta circulación aparece:

$$\frac{1}{R_{e}^{'}(t)} = \frac{1}{R_{e,0}^{'}(t)} - \frac{1}{R_{e,vent}^{'}(t)}$$

Donde:

$$\frac{1}{R_{e,0}^{'}(t)} = \frac{1}{R_{CA} + R_{ee} + R_{e}}$$
Y
$$\frac{1}{R_{e,vent}^{'}(t)} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{R_{V} + R_{e}}{R_{CA} + R_{V} + R_{e}} \right) \frac{\dot{Q}_{vent}}{T_{e} - T_{m1}}$$

Que sigue siendo dependiente de variables externas. Pero si se simplifica la componente de ventilación, mediante el cálculo de su valor promedio:

$$\frac{1}{\overline{R}'_{e,vent}} = \frac{1}{m} \sum_{0}^{m} \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{R_{ee} + R_{e}}{R_{CA} + R_{ee} + R_{e}} \right) \frac{\dot{Q}_{vent,j}}{T_{e,j} - T_{m1,j}} \right]$$

Donde "m" es el número de horas consideradas en el cálculo.

De tal manera que la resistencia exterior queda definida como:

$$\frac{1}{R_{e}^{'}(t)} = \begin{cases} \frac{1}{R_{CA} + R_{ee} + R_{e}} & si \quad \dot{V} = 0\\ \frac{1}{R_{CA} + R_{ee} + R_{e}} + \frac{1}{\overline{R}_{e,vent}} & si \quad \dot{V} \neq 0 \end{cases}$$



Obteniéndose los siguientes resultados:

Figura 137 Comparación de los flujos de calor por conducción calculados con el método de referencia y el método de equivalencia propuesto con la opción 4, con Re_promedio.

Que también muestra un muy alto nivel de ajuste con el modelo de referencia y que por su simplicidad el autor considera el más conveniente.

Método	Calor Bruto Aportado Enero
	[kWh]
Referencia	13.88
Equivalente (opción 4) (promedio)	13.53

El elevado nivel de ajuste obtenido con esta opción está relacionado con la compensación que produce la utilización de un valor medio para la resistencia, es decir, que aquellos momentos en los que el valor de la resistencia exterior equivalente tiene valores elevados, son compensados con otros momentos en los que dicha resistencia tiene valores bajos. Por tanto el uso de un valor medio genera casi el mismo resultado que el uso de una resistencia exterior variable en función de las excitaciones.

Se sospechó que este buen resultado fuera consecuencia del efecto amortiguador que produce la inercia térmica, así que se efectuó la simulación con el método de referencia de este mismo muro Trombe, pero sin inercia térmica. Los resultados de los flujos de calor que ingresan por conducción, al compararlos con los del método equivalente mostraron el mismo buen nivel de ajuste, tal como se puede ver en la Figura 138, lo que demuestra que la inercia térmica no es la causante de que el uso de un valor promedio funcione casi tan bien como el uso de valores variables para la resistencia equivalente exterior.



Figura 138 Comparación de los flujos de calor por conducción, calculados con el método de referencia y el método de equivalencia propuesto con la opción 4, (Re_promedio), para el caso en estado estable.

A la vista de estos resultados resulta evidente, desde el punto de vista del autor, que la mejor opción para el cálculo de los parámetros equivalentes, es la opción 4 en su último apartado, esto es, que la resistencia exterior sólo tomará dos valores posibles dependiendo del régimen de funcionamiento de la ventilación.

8.5 Resumen de las tres aproximaciones consideradas

En este capítulo se han presentado tres posibles aproximaciones para el establecimiento de la equivalencia de un elemento de doble envolvente, sin embargo, dada la extensión del mismo y la cantidad de posibilidades exploradas, el autor cree conveniente hacer una recopilación abreviada para dar claridad sobre cada una de estas aproximaciones, y a su vez expresarlas en los mismos parámetros de equivalencia, esto es, en términos de la resistencia convectivo-radiante exterior equivalente y de la absortividad equivalente, así como expresar explícitamente el flujo de calor por ventilación (flujo de calor adicional).

Aproximación 1: Parámetros promedio constantes (sin control)

Esta aproximación es útil para cálculos mensuales o estacionales, dado que no discrimina periodos de parada o funcionamiento, sólo ajusta el valor de cada componente con el balance acumulado para el periodo de cálculo establecido.

El cálculo de cada uno de los parámetros equivalentes se puede hacer tal como muestran las siguientes tres ecuaciones:

$$\begin{split} R_{e}^{'} &= \frac{1}{U_{cond}} - R_{ei} - R_{i} \\ \alpha^{'} &= \frac{A_{S,cond}}{R_{e}^{'} \cdot U_{cond}} \\ \dot{Q}_{vent} &= A_{S,vent} \cdot I - U_{vent} \left(T_{i} - T_{e}\right) \end{split}$$

Donde los valores promedio de U_{cond} , U_{vent} , $A_{S,cond}$ y $A_{S,vent}$ pueden ser obtenidos bien sea por simulación con un programa detallado o con un método simplificado como el de la norma ISO 13790.

Aproximación 2: Parámetros variables según régimen de funcionamiento

Esta aproximación establece un criterio bajo el cual opera, o no, la ventilación. Esto permite que sea posible el establecimiento de parámetros equivalentes diferentes en cada uno de los regímenes de funcionamiento. Esta aproximación es apropiada para cálculos con paso de tiempo horario y cuando los elementos involucrados tengan baja inercia térmica.

si:
$$a(T_i - T_e) + b \cdot I > \varepsilon \implies$$
 Se permite ventilación
 $R'_e = \frac{1}{U_{cond,1}} - R_{ei} - R_i$
 $\alpha' = \frac{A_{S,cond,1}}{R'_e \cdot U_{cond,1}}$
 $\dot{Q}_{vent} = A_{S,vent} \cdot I - U_{vent} (T_i - T_e)$

si: $a(T_i - T_e) + b \cdot I < \varepsilon \implies$ NO se permite ventilación

$$R'_{e} = \frac{1}{U_{cond,2}} - R_{ei} - R$$
$$\alpha' = \frac{A_{s,cond,2}}{R'_{e} \cdot U_{cond,2}}$$
$$\dot{Q}_{vent} = 0$$

Los valores de $U_{cond,1}$, $U_{cond,2}$, U_{vent} , $A_{S,cond,1}$, $A_{S,cond,2}$ y $A_{S,vent}$ pueden ser obtenidos por simulación con un método detallado, o también un procedimiento analítico simplificado como el mostrado en el capítulo 5, que está basado en la noema ISO13790.

Aproximación 3: Modelos que tienen en cuenta la inercia térmica mediante la consideración de instantes de tiempo anteriores al de cálculo.

Con la tercera aproximación, ya no sólo es posible diferenciar los periodos de funcionamiento de la ventilación, sino que además lo hace teniendo en cuenta la inercia térmica de la hoja interior del elemento de fachada. Esta aproximación está basada en las funciones de transferencia y es útil en cálculos horarios.

Los parámetros equivalentes pueden ser calculados con las siguientes expresiones:

$$\frac{1}{R_{e}^{'}(t)} = \begin{cases} \frac{1}{R_{CA} + R_{ee} + R_{e}} & si \quad \dot{Q}_{vent} \leq \varepsilon \\ \frac{1}{R_{CA} + R_{ee} + R_{e}} + \frac{1}{\overline{R}_{e,vent}} & si \quad \dot{Q}_{vent} \geq \varepsilon \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \alpha'(t) &= \frac{g - \tau}{\left(\frac{R_{CA} + R_{ee} + R_{e}}{R_{i} + R_{ee} + R_{e}}\right)} + \tau \cdot \alpha_{ei,1} \\ \dot{Q}_{vent}(t) &= \sum_{i=0}^{i=n} \left[a_{Q,i}T_{e}(t-i) + b_{Q,i}T_{i}(t-i) + c_{Q,i}I(t-i)\right] + d_{Q}\dot{Q}_{vent}(t-1) \end{aligned}$$

La ventaja de esta aproximación es que se ajusta bastante bien al funcionamiento previsto con el modelo detallado o de referencia.

La desventaja principal es que las constantes $a_{Q,i}$, $b_{Q,i}$, $c_{Q,i}$ y d_Q no son fáciles de calcular y sus valores poco intuitivos. El valor de $\overline{R}_{e,vent}$ es un promedio acumulado de la resistencia de ventilación instantánea para un periodo de cálculo que incluya suficientes horas. (El autor considera que con 15 días ya se puede obtener un valor estable para esta variable, pero lo ideal es que fuera obtenido usando el periodo de calefacción completo). Y por último, todos estos parámetros deben ser obtenidos mediante la utilización de un modelo detallado de simulación para el elemento equivalente.

Referencias

¹ Air Ventilation and Information Centre, Air information review, Vol 23, No 1, 2001

² ENPER Project, Assessment of innovative technologies, 2004. http://www.enper.org

³ RESHYVENT Project, P. Wouters, N. Heijmans, X. Loncour, Outline for a general framework for the assessment of innovative ventilation systems, 2004. http://www.reshyvent.com/

⁴ ENPER Project, Legal Context and Practical Implementation of an Energy Performance Legislation, 2004. http://www.enper.org

9 CONCLUSIONES

Del estudio de los elementos especiales realizado en esta tesis se pueden obtener una serie de conclusiones de las que las más relevantes se presentan en esta sección. Se han agrupado aproximadamente en la misma forma en la que se presentaron los diferentes capítulos:

9.1 Modelo para simulación y validación

Se propone un modelo para la simulación de elementos de doble fachada con cámara de aire, constituido por un elemento exterior que puede ser opaco o semitransparente de inercia térmica despreciable, una cámara de aire que permite la circulación del mismo, bien sea por convección libre o forzada, y un elemento interior opaco con inercia térmica no despreciable.

El modelo planteado al ser de complejidad media, permite la extracción de parámetros físicos característicos y es apto para el cálculo hora a hora para periodos de tiempo mensuales o estacionales

En el desarrollo de este modelo se encontró que existe una amplia bibliografía relacionada con el cálculo de correlaciones para determinar el coeficiente de película en la cámara de aire. Pero los resultados obtenidos difieren significativamente entre unas correlaciones y otras. Por ello se han llevado a cabo trabajos independientes (a esta tesis) conducentes a determinar las correlaciones apropiadas.

Se realizó una validación que muestra que el modelo se ajusta adecuadamente a los experimentos y simulaciones de otros autores, sigue correctamente las tendencias generales y aunque con algunos de los casos puede haber diferencias no despreciables entre los valores absolutos del modelo y los experimentales o de simulaciones, se encuentra que en términos generales las tendencias siguen el mismo comportamiento. Las discrepancias en los valores absolutos pueden deberse principalmente a la falta de información de algunos parámetros no reportados por el autor correspondiente. Aún así se presenta un elevado grado de ajuste con los experimentos realizados en el laboratorio de los Álamos y que es reportado por Ellis.

Dado que la validación hecha fue satisfactoria, se deduce que el modelo resulta apto para realizar un estudio a partir del cual se pueden obtener conclusiones confiables.

9.2 Caracterización y modelo simplificado

Se encontró que es posible caracterizar un elemento especial en estado estable mediante dos parámetros fundamentales: el *Área Solar*, para describir el potencial de generar ganancias de calor por efecto de la radiación solar, y la *Transmitancia Térmica*, para las pérdidas (en régimen de invierno) debidas a la diferencia de temperaturas entre el interior y el exterior. Cada uno de estos dos parámetros puede ser dividido en componentes de ventilación y conducción. Esta división es útil para evidenciar el efecto que cada componente tiene en el aporte total de calor.

En el desarrollo de estas ecuaciones se encontraron pequeños errores en las ecuaciones presentadas en la norma ISO 13790, y que aquí se corrigen.

Se presenta una alternativa a las correlaciones presentadas en la norma ISO 13790 que corrigen el área solar y la transmitancia térmica del muro Trombe por efecto de la intermitencia en la ventilación, debido a que para los climas españoles no se obtenía un buen ajuste. Aún así, las correlaciones propuestas parecen ajustarse bien al funcionamiento en climas más fríos, pero esto último debería ser corroborado en futuros estudios.

Para la caracterización de la inercia térmica de la hoja interior, se estudiaron una gama amplia de posibilidades, habiéndose encontrado que aunque no se puede representar inequívocamente la inercia térmica con sólo una o dos variables, sí es posible aproximarse mediante un modelo de parámetros concentrados, basado en una analogía electrotérmica, consistente en asimilar el muro de la hoja interior con un sistema resistencia-capacitancia-resistencia, llamado modelo RCR. Este modelo probó ser suficientemente fiel al comportamiento del muro calculado con un modelo más fino (de diferencias finitas) y por tanto, los valores que definen las resistencias y la capacitancia de este modelo se tomaron como variables características de la inercia térmica.

Como no es fácil la determinación de los parámetros característicos de la inercia térmica, se desarrolló un procedimiento aproximado para estimar los valores de la resistencia y la capacidad térmica del modelo RCR.

Para representar los efectos de la inercia térmica en un plano de coordenadas, es deseable tener en el eje de las abscisas una sola variable que la caracterice. Para esta situación se optó por "medir" la inercia térmica mediante el amortiguamiento que ésta causa en relación al amortiguamiento en estado estable. Este amortiguamiento se obtiene excitando el muro con una temperatura sinusoidal de periodo de 24 horas. Esta variable de caracterización cumple adecuadamente la función para la cual fue definida.

Se definieron cuatro factores modificadores para tener en cuenta el efecto de la inercia térmica en el modelo simplificado. Dos modificadores para la transmitancia térmica (pérdidas) y dos para el área solar (ganancias). Cada pareja de modificadores está constituida por un factor que afecta a la ventilación y otro a la conducción. La definición de estos factores extiende el campo de aplicación del modelo simplificado, y se plantean como trabajos futuros la detallada comprobación y posible corrección de estos modificadores, que aunque han sido obtenidos a partir de una amplia población de muros Trombe, es necesario su verificación mediante la inclusión de una mayor cantidad de climas y posibilidades de elementos. También pueden ser determinadas las correlaciones adecuadas para otros elementos, como el muro solar, la fachada ventilada y el muro parietodinámico.

9.3 Análisis de sensibilidad

En general para los elementos de doble piel, cuando la hoja exterior está constituida por un cristal, se tiene que cuanto más aislante sea este cristal (mayor resistencia), mayores serán las ganancias brutas generadas por el elemento. Esta tendencia no es asintótica sino que presenta una máximo, es decir, a partir de cierto valor de resistencia para dicho elemento, las ganancias yo no aumentan sino que disminuyen. Esto es debido a que existen dos tendencias contrapuestas, por una lado el incremento de resistencia impide que una mayor cantidad del calor generado por la radiación solar se escape al exterior, obligándolo a dirigirse a la parte interna, generando así ganancias de calor. Pero por otro lado, la tendencia es que los cristales con mayor resistencia térmica tengan menor transmitancia solar, lo que reduce la cantidad de calor generado por la radiación solar. Estas dos tendencias generan la aparición de un punto máximo. Según las simulaciones hechas para los climas españoles, este punto máximo se presenta para cristales bajo emisivos de resistencias muy altas y probablemente precios elevados, que no serán considerados usualmente como opciones a ser utilizadas en estos elementos. Por ello, se puede afirmar que para todos los climas españoles, la utilización de un cristal doble es mucho más ventajosa desde el punto de vista energético que uno simple.

Los elementos especiales que al final de un periodo de tiempo determinado (mensual o estacional) generan más ganancias que pérdidas son llamados elementos "ganadores", y los que generan más pérdidas que ganancias son llamados "perdedores". Se encontró que, en el caso de los muros solares, el carácter de elemento ganador o perdedor no depende del valor de la resistencia de la hoja interior, sino que depende principalmente de las propiedades del elemento exterior (transmitancia solar y resistencia térmica)¹ y del clima. Con la anterior observación, se diseñó un método sencillo para la selección de propiedades mínimas del elemento exterior, de tal manera que se pueda seleccionar una hoja exterior que genera un muro solar ganador.

La resistencia de la hoja interior actúa principalmente como un moderador de la intensidad del flujo de conducción. Por ello el valor óptimo para esta resistencia depende de si el flujo acumulado de conducción es de ganancias o pérdidas, ya que si se tiene un flujo acumulado negativo (pérdidas), lo conveniente es que la resistencia de esta hoja sea alta, pero si el flujo acumulado es de ganancias, conviene una resistencia baja que no impida el flujo de calor al interior. Esto quiere decir que el valor óptimo para este elemento está condicionado por el clima y por las propiedades de la hoja exterior, que son las variables que determinan si el flujo de conducción será de ganancias o de pérdidas.

El flujo de aire en la cámara de un muro Trombe tiene un valor óptimo que es dependiente del clima y de las propiedades del elemento exterior. Esto es debido a que se presentan tendencias contrapuestas cuando se incrementa este flujo; por una lado aumentan las ganancias debido a que un mayor caudal de aire toma una mayor cantidad del calor generado por la radiación, pero por otro lado, expone una mayor cantidad de aire interior a la relativamente baja resistencia térmica de la hoja exterior, aumentando las pérdidas. En general se observa que el valor de la velocidad óptima es menor cuanto más frío sea el clima, y menor la resistencia de la hoja exterior. En general, para los climas más fríos de España, los valores de velocidad óptima son próximos a los valores alcanzables con convección natural ($v \approx 0.2$ m/s), y para los climas más cálidos del orden de 1 m/s, que son velocidades difícilmente alcanzables con convección natural. No obstante, la diferencia entre el aporte bruto de calor con la velocidad óptima y por ejemplo la mitad de esa velocidad, no suele ser importante, por ello, en general no es necesario llegar al valor óptimo de la velocidad. Por otro lado, y debido a que estos flujos de aire se generan con unas diferencias de presión muy bajas, el flujo de aire obtenido por convección natural es muy sensible a perturbaciones que pudieran causarse del movimiento del aire en el recinto, por ello no está mal considerar la utilización de ventilación mecánica, que garantice la operación adecuada del muro Trombe.

¹ En realidad depende de la resistencia térmica existente desde la superficie absorbedora hasta el exterior, de las propiedades de transmitancia solar de la hoja exterior y la absortividad de la interior, y del clima. La resistencia desde al absorbedor al exterior está conformada por la suma de la resistencia de la cámara, la resistencia de la hoja exterior, y la resistencia convectivo-radiante entre la hoja exterior y el ambiente. Como en general se tiene poco control sobre la resistencia de la cámara y la convectivo-radiante al ambiente exterior, es la resistencia de la hoja exterior sobre la que se tiene el mayor control y por ello se afirma que depende principalmente de las propiedades de esta hoja.

Un muro parietodinámico actúa principalmente como un precalentador para el aire que ingresa al edificio; en general la temperatura con la que ingresa es inferior a la del aire en el interior. Por ello el beneficio de este elemento debe medirse en relación a la energía que habría que suministrar si el aire entrara sin precalentar. El problema con el muro parietodinámico es que, para que su funcionamiento sea efectivo, debe suministrar exactamente la cantidad de aire requerido por el espacio, en caso de sobrepasar esta cantidad, el resultado sería el de aumento de las pérdidas. Esto obliga a que las infiltraciones se mantengan debidamente controladas para evitar entradas indeseadas de aire. Debido a que la permeabilidad de los edificios en España no permite un estricto control de las infiltraciones, tal como lo requiere un muro parietodinámico, se considera que este elemento no resulta adecuado para la realidad constructiva actual y por ello no ha sido el elemento que se ha estudiado con mayor profundidad. No obstante, en el futuro, con el incremento de las exigencias en la reglamentación y con las mejoras constructivas en los edificios de nueva planta, la inclusión de este elemento puede ser reconsiderada, para lo cual será necesario extender los estudios presentados en esta tesis.

La altura del elemento especial tiene comportamientos distintos dependiendo del tipo de elemento del que se trate. Para un muro solar, resulta indiferente según los modelos desarrollados en esta tesis. Para un muro Trombe, el incremento en altura hace que el aporte específico (aporte de calor por metro cuadrado de elemento) disminuya, esto es debido a que cuanto más alto es el elemento, mayor es la temperatura media del aire en la cámara, lo cual, aunque incrementa las ganancias por ventilación, también lo hacen, y en mayor medida, las pérdidas. El incremento en las pérdidas es consecuencia de la mayor diferencia de temperaturas entre el aire en la cámara y el exterior. En un muro parietodinámico la presencia de las dos tendencias descritas para el Trombe, hacen que se presente una máximo, es decir, que hay una altura óptima para la cual se obtiene el mayor rendimiento energético. El punto de ocurrencia de ese óptimo depende en gran medida del clima, así para los climas más fríos, el óptimo se presenta a alturas mayores que para los climas menos fríos. También se detectó que el descenso en el aporte energético específico después del punto óptimo es pequeño, por lo que en general se puede afirmar que para un muro parietodinámico es conveniente tener alturas elevadas.

La inercia térmica afecta principalmente a las pérdidas y ganancias por ventilación, debido a que se suavizan las temperaturas superficiales que son las que le trasmiten calor al aire. Aunque también afecta al calor por conducción, el efecto sobre esta componente es un poco menor. La tendencia general es que el incremento en la inercia térmica disminuye el aporte de calor por ventilación, de hecho, para los casos en los cuales la relación ganancias/pérdidas es menor que la unidad, se puede llegar al caso en el que con un aumento importante en la inercia térmica, el aporte de calor por ventilación se anule. Por el contrario, el aporte de calor por conducción se ve incrementado con el aumento de la inercia térmica. En el aporte total de calor, el efecto de la inercia térmica no es muy marcado. Se encuentra una tendencia a la disminución del aporte de calor, pero no en la misma medida en la que afecta a las componentes de conducción y ventilación. Es decir, que aunque la inercia térmica es de importancia moderada en el aporte total de calor, es de importancia elevada en la forma como se reparte este aporte de calor, disminuyendo el aporte por ventilación y aumentando el de conducción.

9.4 Potencial del muro solar y el muro Trombe

Para determinar el potencial de un elemento especial es necesario compararlo con una convencional (muro o ventana). De esta comparación se ha visto que es necesario estudiar el factor de utilización de las ganancias solares. Este factor de utilización depende en gran medida del edificio y aunque en términos generales se puede asegurar que la utilización de las ganancias de los elementos especiales es mayor que las de una ventana, no es posible justificar la utilización de un muro solar o Trombe, si no se estudia de forma acoplada al edificio específico. Esto es particularmente cierto en localidades con severidades climáticas inferiores a la unidad, donde las ventanas podrían, bajo un escenario optimista, superar el aporte energético del muro Trombe, que es el elemento especial de mayor aporte energético.

El potencial de un muro solar en localidades con severidades climáticas inferiores a la unidad es menor o del mismo orden que el de una ventana convencional aún bajo un escenario pesimista para el factor de utilización de las ganancias solares de esta última, por ello, la utilización de este elemento en tales climas es difícil de justificar desde el punto de vista del aporte de calor consolidado en un periodo de tiempo mensual o estacional. La ventaja de un muro solar en relación con una ventana convencional está en la presencia de menores pérdidas en los periodos con poca o nula radiación solar, además de la mejor distribución de las ganancias durante el día, ya que estas no se concentran en las horas mayor incidencia solar. Si estas ventajas en un caso particular resultan ser lo suficientemente importantes como para compensar el hecho de que el aporte total de calor acumulado va a ser menor que el de una ventana, es cuando se podría emplear este elemento en las severidades climáticas citadas. Pueden existir otros motivos que justifiquen el empleo de un muro solar, pero ya no serían criterios estrictamente energéticos.

Para severidades climáticas superiores a la unidad y a medida que ésta aumenta, el muro solar resulta ser cada vez más competitivo frente a una ventana convencional. De hecho, para severidades superiores a 1.4 no resulta difícil tener muros solares que superen los aportes acumulados de una ventana.

Con respecto a un muro convencional, el muro solar muestra un mejor desempeño energético, aunque la diferencia entre estos dos elementos disminuye con el aumento de la severidad climática.

Teniendo en cuenta que, con el incremento de la severidad climática, la ventaja de un muro solar aumenta con relación a una ventana pero disminuye con relación a un muro convencional; resulta que, en la comparación combinada con el elemento convencional más favorable en cada severidad climática, el rango en el cual el muro solar se muestra con mayor ventaja, es el comprendido aproximadamente por las severidades climáticas entre 1.2 y 1.4.

Como patrón general se tiene que el aporte energético de un muro solar es inferior al de un muro Trombe para todo el rango de severidades climáticas estudiado. Sin embargo con el aumento de la severidad climática, la diferencia entre uno y otro se hace cada vez menor.

El potencial de un muro Trombe desde el punto de vista de aporte energético total es del mismo orden que el de una ventana convencional para severidades climáticas inferiores a la unidad, pero para severidades climáticas superiores, el muro Trombe se muestra más ventajoso. Sólo si las ganancias solares de las ventanas tienen un factor de utilización bajo, es posible encontrar muros Trombe con mayor aporte energético en todo el rango de severidades climáticas.

El rango de severidades climáticas para la aplicación de los muros Trombe es fuertemente dependiente del factor de utilización que pueda ser obtenido de las ganancias de las ventanas, por ejemplo, para un factor de utilización igual a la unidad, el rango de aplicación del muro Trombe empieza en severidades climáticas iguales a la unidad y superiores. Pero si el factor de utilización de las ganancias de las ventanas es 0.7, el rango de aplicación de los muros Trombe se extiende a todo el rango de severidades climáticas. Aún así, y casi con independencia del factor de utilización de las ventanas, para severidades climáticas comprendidas entre 1.0 y 1.4, el muro Trombe es donde se encuentra con mayor potencial en relación con los elementos convencionales.

Un aspecto adicional que merece ser anotado es que un muro Trombe tiene la ventaja de que su operación puede ser flexible si es operado con un cierto control, de tal manera que puede funcionar como muro solar o como muro Trombe, de acuerdo a la conveniencia en cada instante. Además, al poder controlar la ventilación, es posible decidir, dentro de cierto margen, el instante en el que más conviene tener las ganancias de ventilación. Esta flexibilidad no se tiene con los elementos convencionales, y en determinados casos puede ser que esta característica sea lo suficientemente deseable como para justificar el empleo de este elemento, aún sabiendo que probablemente con una ventana se tenga el mismo o incluso mayor nivel de aporte energético acumulado.

Tanto para el muro Trombe como para el muro solar, la utilización de vidrio doble en la hoja exterior representa una ventaja importante frente al vidrio simple para todas las severidades climáticas. De hecho, desde el punto de vista de aporte energético acumulado, casi que la única manera de justificar el empleo de un muro Trombe frente a un elemento convencional es con la utilización de vidrio doble para la hoja exterior de este elemento. De otro modo, será posible encontrar una ventana con similar aporte energético en severidades climáticas inferiores a la unidad, o en localidades con severidades climáticas superiores a la unidad. En estos casos, la diferencia con un muro convencional será pequeña y probablemente no justifique el empleo del muro Trombe.

No existe un diseño único para los elementos especiales que sea adecuado en todo el rango de severidades climáticas. No ocurre como en el caso de los muros convencionales que cuanto más baja sea su transmitancia térmica, mejor desempeño energético tendrá. Para los elementos especiales, algunas características que son deseables para ciertos climas, no lo son para otros, por ello el diseño de estos elementos debe ser diferenciado de acuerdo a la localidad en la que va a ser instalado. En esta tesis se han esbozado cuáles y en qué zonas climáticas son deseables esas características de los elementos especiales. Dicho esbozo permite una aproximación inicial al diseño, que posteriormente debería ser verificado y corregido con un cálculo detallado.

9.5 Principio de equivalencia

Para la integración de estos elementos especiales en los programas de simulación térmica de edificios, se ha presentado un esquema de carácter general que intenta ser útil no sólo para los elementos presentados aquí, sino para cualquier elemento especial concebible. Dicho esquema se basa en un principio de equivalencia, mediante el cual es posible descomponer el efecto de cualquier elemento especial en tres partes fundamentales:

- Un muro convencional con una absortividad solar y una resistencia convectivoradiante exterior modificadas, de tal manera que simulen la parte opaca del elemento especial (por parte opaca se entiende aquella parte del elemento especial que impide que la radiación solar entre al edificio). Por ello, todos los elementos tratados en esta tesis están constituidos íntegramente por una parte opaca, y aunque posean un cristal, en el modelo equivalente no tienen parte semitransparente.
- Una ventana convencional con un factor de ganancias solares y una resistencia convectivo-radiante exterior modificadas, de tal manera que simulen la parte semitransparente del elemento especial (ninguno de los elementos tratados en esta tesis tiene parte semitransparente en el modelo de equivalencia).
- Un flujo suplementario de calor que a su vez tiene dos partes, una convectiva y otra radiante. La parte convectiva es la dada por el flujo de aire suministrado, y la radiante sería dada por una superficie a cierta temperatura. Esta parte radiante suplementaria que es diferente de la parte radiante dada por el muro convencional equivalente mencionado anteriormente, sería por ejemplo, el calor suministrado por un radiador cuya agua ha sido calentada en un captador solar exterior.

Tanto el flujo de calor suplementario, como las propiedades modificadas de los elementos convencionales equivalentes pueden ser variables en el tiempo de acuerdo con unas ecuaciones conocidas, que deben ser función de las excitaciones exteriores e interiores y sujetas a unas leyes de control.

Como norma general, la equivalencia de un elemento especial sólo tendrá algunas partes de las planteadas arriba, es decir, es posible que el equivalente pueda ser obtenido sólo con una ventana convencional modificada, o sólo con un flujo convectivo suplementario (como sería el caso por ejemplo de un sistema de tubos enterrados que suministran aire precalentado o pre-enfriado). El equivalente de un muro Trombe está conformado por un muro convencional y un flujo convectivo suplementario.

La ventaja de un planteamiento de equivalencia en estos términos, es que es posible incluir cualquier elemento especial en el cálculo de un edificio sin hacer más modificaciones al programa de cálculo energético del edificio. La obtención de las ecuaciones y leyes de control debe ser hecha fuera del programa de simulación, lo cual otorga libertad a los diseñadores para calcular los elementos con los métodos que consideren más adecuado, sin estar sujetos a que sean incorporados en los programas de simulación.

A partir del planteamiento de equivalencia, se desarrolló el ejemplo para el muro Trombe, donde se demuestra que se pueden presentar diferentes opciones con diferentes grados de precisión y complejidad.

Para el ejemplo de equivalencia del muro Trombe, se muestra que es posible obtener un elevado grado de precisión si el cálculo del flujo de calor convectivo suplementario es hecho con factores de respuesta, y su precisión aumenta a medida que se incrementa el número de horas anteriores consideradas en el cálculo. También es posible mantener un buen ajuste, aunque con menor grado de precisión, si los parámetros de ajuste son calculados por medio de mínimos cuadrados a partir de las respuestas obtenidas por simulación. Si se quisiera utilizar la información de sólo una hora anterior a la de cálculo actual, la obtención de los parámetros por medio de la utilización del modelo RCR es la que muestra el mayor grado de ajuste. Aún así, y considerando la

complejidad en el cálculo de los parámetros con diferentes aproximaciones y el nivel de precisión obtenido con cada uno de ellos, el autor recomienda la obtención de estos parámetros por medio de la utilización de los factores de respuesta.

Los parámetros modificados del muro convencional equivalente para el muro Trombe, muestran que se obtiene un elevado grado de ajuste si se toma una absortividad equivalente constante, y a la resistencia exterior equivalente se asignan dos valores, uno cuando hay circulación de aire y otro cuando la circulación es nula. La resistencia exterior equivalente con circulación de aire está compuesta por dos términos, uno que es la misma resistencia sin circulación de aire, más un término adicional que, aunque en principio es variable, demostró que tomando su valor medio, se obtienen resultados suficientemente buenos.

9.6 Líneas futuras de investigación

En la tesis se estudió con detalle el muro Trombe y el muro solar, aun así no queda cerrado el trabajo relacionado con estos elementos ya que a raíz de las investigaciones llevadas a cabo, se han encontrado ciertos aspectos sobre los que es necesario profundizar un poco más. Uno de estos puntos es el relativo a los coeficientes convectivos de transferencia de calor en la cámara de aire. Se encontró que existe una gran cantidad de correlaciones para el cálculo de este coeficiente con resultados muy diferentes uno de otro, esto ha motivado el desarrollo de una investigación actualmente en marcha, dirigida específicamente a encontrar una correlación específica para dicho coeficiente en los muros solares y Trombe. Otros puntos sobre los que se ha descubierto que es necesario continuar investigando son:

- Obtención de los coeficientes de pérdidas en la entrada y la salida del muro Trombe, de tal manera que tengan en cuenta la geometría particular que pueden tener estos elementos. Esto también debería ser válido para las fachadas ventiladas y los muros parietodinámicos.
- Aunque el modelo fue validado con trabajos experimentales y numéricos de otros autores, el modelo debería ser calibrado con datos obtenidos experimentalmente y que puedan representar adecuadamente los parámetros incluidos en el modelo. Actualmente se están iniciando unas investigaciones de carácter experimental en el país Vasco, que permitirá realizar esta tarea.
- Se deben obtener correlaciones para los factores correctores por efecto de la inercia térmica, para los demás elementos, esto es: muro solar, muro parietodinámico, y fachada ventilada, así como someter a una verificación las correlaciones obtenidas para el muro Trombe.

En la tesis se plantean tres modelos de equivalencia para la integración de los elementos especiales en los programas de cálculo de edificios. El paso siguiente es llevar a cabo esta integración en alguno de los programas existentes. Una vez hecha esta tarea, se abren las siguientes líneas de investigación:

• Verificación y validación del método de equivalencia propuesto.

- Potencial de cada elemento especial, ya no solamente por clima, tal como se ha desarrollado en la tesis, sino que también por tipo de edificio.
- Ampliación de las reglas básicas de diseño dadas en la tesis, de tal manera que se incluyan aspectos relacionados con el tipo de edifício.

Para que estos elementos empiecen a ser utilizados en la edificación, es necesario adelantar las acciones necesarias que lleven a la construcción de prototipos y de diseños optimizados no sólo en el aspecto energético, sino de viabilidad constructiva y económica. Para ello se pueden delinear a groso modo las siguientes actividades:

- Determinación de barreras tecnológicas.
- Establecimiento de diseños básicos siguiendo las directrices encontradas en las barreras tecnológicas y las guías de diseño básicas.
- Evaluación de viabilidad técnico-económica para la implementación de los elementos propuestos en los diseños básicos y rediseño básico de los elementos propuestos hasta encontrar un óptimo.
- Construcción de uno de estos elementos en un edificio y monitorización del mismo para evaluar su rendimiento y establecer el grado de concordancia con el rendimiento esperado.

Actualmente, se encuentran en ejecución las dos primeras actividades relacionadas en el anterior listado.

El trabajo de investigación se centró en los elementos transparente-opacos, pero muchos de los desarrollos realizados son útiles para profundizar en el estudio de los elementos opaco-opaco, con cámara ventilada, y para iniciar el de los elementos transparente-transparente, también con cámara de aire. Algunos de dichos desarrollos que resultan útiles en para el estudio futuro de los mencionados elementos son:

- Para el caso de los elementos opaco-opaco, se puede utilizar el modelo desarrollado en la tesis para realizar un estudio relacionado con el potencial, y las reglas básicas de diseño de este tipo de elementos.
- La forma en la que se elaboró el modelo propuesto en la tesis, puede servir de guía en el desarrollo del modelo para los elementos transparente-transparente, dado que guardan muchas similitudes entre sí.

ANEXO 1 MODELO COMBINADO PARA DETERMINAR LA TEMPERATURA DEL AIRE EN EL CANAL

ANEXO 1 MODELO COMBINADO PARA DETERMINAR LA TEMPERATURA DEL AIRE EN EL CANAL

Para estimar el comportamiento de las temperaturas de un fluido que circula en un conducto, los modelos de flujo interno normalmente se sitúan en uno de los dos siguientes supuestos:

- 1. Temperaturas superficiales uniformes (las temperaturas de las superficies que rodean al fluido en circulación no cambian en la dirección del flujo).
- 2. Flujo de calor uniforme (el calor ganado o perdido por el fluido en cada sección permanece constante en todo el trayecto en el que el fluido se encuentra dentro del canal).

Existen condiciones para las cuales alguno de los dos anteriores supuestos se ajusta bastante bien a la realidad física del caso en cuestión. La mayoría de los modelos simplificados y de complejidad intermedia relacionados con muros ventilados se decantan por el primer supuesto (temperaturas superficiales uniformes), aunque es bien sabido que en realidad la temperatura de las superficies aumenta en la dirección del flujo de aire.

El modelo que se propone a continuación es una combinación lineal de los dos modelos. Para ello el primer supuesto es justamente que se puede hacer una combinación lineal entre ellos.

Antes de continuar se tratarán algunas consideraciones básicas del comportamiento del flujo para cada uno de los dos modelos.

Temperaturas superficiales uniformes

Para este caso la temperatura del aire evoluciona a lo largo de la cámara de la siguiente manera:

$$T_{a|Tcte}(x) = \frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2} - \left(\frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2} - T_{in}\right) \exp\left(-\frac{2h_c}{\dot{m}Cp} \cdot x\right)$$
[8.15]

Donde el flujo de calor es máximo en la entrada debido a que allí es donde la diferencia de temperaturas es máxima. A medida que el aire se desplaza a lo largo de la cámara, su temperatura tiende a igualarse con las de las superficies que lo rodean disminuyéndose de esta manera el flujo de calor.

Flujo de calor uniforme

Bajo esta condición, la temperatura del aire en la cámara evoluciona linealmente en la dirección del flujo:

$$T_{a|qcte}(x) = T_{in} + \frac{2q''}{\dot{m}Cp} \cdot x$$
[8.16]

Para lograr esta condición, es necesario que las temperaturas superficiales aumenten en la dirección del flujo, y si suponemos además que los coeficientes de película son constantes, entonces las temperaturas superficiales aumentarán también de forma lineal.

Modelo combinado

El modelo combinado pretende acercarse más a la realidad de lo ocurre en un muro ventilado. La radiación solar incide más o menos de manera uniforme sobre las superficies del elemento, por lo que el supuesto de flujo de calor uniforme parece plausible. Pero por otro lado, existen dos fuerzas que tienden a uniformizar las temperaturas superficiales: una es la conductividad térmica de los materiales, que permite la existencia de un componente de flujo de calor en dirección vertical; y la otra es la de conducción con los espacios adyacentes, que usualmente se consideran a temperaturas uniformes. En realidad lo que sucede es que las dos situaciones están presentes, con distinto peso relativo.

El modelo propuesto supone entonces que se puede hacer una combinación lineal de las dos situaciones, mediante un factor de peso tal como se muestra en la siguiente ecuación:

$$T_{a}(x) = P \cdot T_{a|qcte}(x) + (1 - P)T_{a|Tcte}(x)$$
[8.17]

Donde el factor de peso tendrá valores entre $0 \le P \le 1$, siendo P = 0 para el caso en el que las temperaturas superficiales no cambian en la dirección del flujo. Y P = 1 en la situación para la que el flujo de calor es constante.

El problema ahora es encontrar cómo varía el factor de peso P. Para ello se van a analizar a continuación las variables de las cuales previsiblemente depende dicho factor.

Variables que influyen en el factor de peso P

Para determinar cuáles son las variables que mayor influencia tienen en el factor de peso, es necesario hacer el ejercicio de suponer cuáles son las condiciones bajo las que se tendría o bien una condición de flujo de calor uniforme, o una temperatura superficial uniforme y cuáles son los valores requeridos de las variables para cada una de dichas condiciones. Se ha estimado que las variables en juego son: la conductividad térmica de los materiales que conforman las superficies que rodean al aire ($\overline{k_s}$), la relación entre el espesor y la altura de la cámara de aire (e/H), y finalmente la capacidad de transporte de energía por parte del flujo de aire por unidad de altura del elemento $\left(\frac{\dot{m}Cp}{H}\right)$.

Influencia de la conductividad de los materiales superficiales (\bar{k}_s)

Si se supone que la conductividad de los materiales superficiales es cero, se estará en el caso de un canal completamente aislado y con una transferencia de calor nula en cualquier dirección, con lo que al incidir la radiación solar, todo el calor que no sea reflejado se cederá al aire, estableciéndose el caso en que el flujo de calor es uniforme.

Por el contrario, si esta conductividad es infinita, se estaría en el caso en el que los gradientes de temperatura no podrían existir, por tanto las superficies se encontrarían en una situación de temperaturas uniformes.

Si $\overline{k_s} = 0 \implies$ Flujo de calor uniformeSi $\overline{k_s} = \infty \implies$ Temperaturas superficiales uniformes

Influencia de la relación (e/H)

En el caso en que la altura de la cámara sea infinita, o el espesor muy pequeño (e/H=0), la temperatura del aire en la cámara sería prácticamente constante, así que las temperaturas superficiales serían prácticamente uniformes. Por el contrario, si H es muy pequeño o e muy grande (e/H= ∞), es muy posible que existieran fuertes gradientes de temperatura, y como la radiación solar sí incide uniformemente, se tendría una situación en la que el flujo de calor tendería a ser uniforme.

 $e/H = 0 \implies$ Temperaturas superficiales uniformes Si

Si $e/H = \infty \implies$ Flujo de calor uniforme

Capacidad de transporte de energía del flujo de aire por unidad de altura del canal $\left(\frac{\dot{m}Cp}{H}\right)$

Una gran capacidad de transporte de energía por parte del aire $\begin{pmatrix} \dot{m}Cp/H = \infty \end{pmatrix}$ ocasiona que sea éste el que tome prácticamente todo el calor generado por efecto de la incidencia solar, es similar al caso en que la conductividad de los materiales superficiales es cercana a cero. En este caso la tendencia se acerca al caso de flujo de calor uniforme. Una gran capacidad de transporte de energía se tiene si el flujo de masa (velocidad) es muy alto, o si la altura del canal es muy pequeña. Si la capacidad de transporte de energía es baja $\left(\frac{\dot{m}Cp}{H} = 0\right)$, el aire no tomará más energía proveniente de las superficies tornándose en una situación donde las temperaturas del aire y de las superficies son constantes.

Si $\frac{\dot{m}Cp}{H} = 0 \implies$ Flujo de calor uniforme Si $\frac{\dot{m}Cp}{H} = \infty \implies$ Temperaturas superficiales uniformes

Definición del número adimensional de temperatura uniforme N_T

Ya se ha visto el sentido en el que cada una de las variables afecta al tipo de flujo de calor que se tendrá en el canal. Si estas variables se combinan de la siguiente manera:

$$\frac{1}{\overline{k_s}} \times \frac{e}{H} \times \frac{\dot{m}Cp}{H} = \frac{e \cdot \dot{m}Cp}{\overline{k_s}H^2}$$
[8.18]
$$N_T = \frac{e \cdot \dot{m}Cp}{\bar{k}_s H^2} = Gz \frac{e}{H} = \operatorname{Re} \operatorname{Pr}\left(\frac{e}{H}\right)^2$$
[8.19]

Donde Gz es el número de Graetz que es utilizado para fenómenos de convección forzada.

Se aprecia que se tiene un número adimensional al que se le da el nombre de "número adimensional de temperatura uniforme N_T ". Este número puede tomar valores entre $0 \le N_T \le \infty$ y se tiene que:

Si $N_T = 0 \implies$ Flujo de calor uniforme Si $N_T = \infty \implies$ Temperaturas superficiales uniformes

Función que define el factor de peso P

Con lo que se ha dicho anteriormente se puede establecer que el factor de peso P es función del número adimensional N_T .

 $P = f(N_T)$

Pero no se sabe su forma. Sólo se sabe que:

y Si
$$N_T = 0 \implies P=1$$

N $_T = \infty \implies P=0$

Con lo que resulta tentador definir:

$$P = \exp\left(-\frac{a}{N_T}\right)$$
[8.20]

Ya que cumple las condiciones en los extremos (aunque es cierto que presenta una discontinuidad para $N_T=0$, pero que cumple la tendencia). El valor de la constante "*a*" debería ser determinado experimentalmente o mediante simulación con un programa de CFD.

La evolución de la temperatura del aire en el canal queda entonces como:

$$T_a(x) = \exp\left(-\frac{a}{N_T}\right) \cdot T_{a|qcte}(x) + \left[1 - \exp\left(-\frac{a}{N_T}\right)\right] T_{a|Tcte}(x)$$
[8.21]

ANEXO 2 DATOS DEL EXPERIMENTO DE LOS ÁLAMOS PARA LA VALIDACIÓN DEL MODELO

Fecha/Hora	Tce [⁰C]	Tre [ºC]	l [W/m²]	Ti [⁰C]	Tei1 [ºC]	Tei2 [ºC]
14-2-82 0:00	-0.5	-8.8	0	18.6	31.7	27.8
14-2-82 1:00	-0.6	-8.9	0	18.4	30.4	27.4
14-2-82 2:00	-0.7	-9.0	0	18.4	29.3	27.0
14-2-82 3:00	-1.7	-9.9	0	18.6	28.3	26.6
14-2-82 4:00	-1.3	-9.6	0	18.6	27.4	26.2
14-2-82 5:00	-2.2	-10.4	0	18.6	26.5	25.7
14-2-82 6:00	-1.7	-9.9	0	18.6	25.7	25.3
14-2-82 7:00	-0.6	-8.7	55	18.8	26.3	24.9
14-2-82 8:00	0.9	-7.0	254	18.6	31.5	24.5
14-2-82 9:00	2.4	-5.4	494	18.7	38.6	24.2
14-2-82 10:00	4.7	-3.0	485	18.7	42.2	23.8
14-2-82 11:00	5.6	-2.1	299	18.7	38.7	23.7
14-2-82 12:00	5.7	-2.0	294	18.4	40.1	23.7
14-2-82 13:00	6.2	-1.5	379	18.6	41.6	23.8
14-2-82 14:00	7.6	-0.1	391	19.1	42.9	24.1
14-2-82 15:00	6.9	-0.9	198	19.1	39.5	24.3
14-2-82 16:00	5.8	-2.1	55	18.8	35.7	24.5
14-2-82 17:00	4.4	-3.4	0	18.6	32.9	24.7
14-2-82 18:00	3.3	-4.6	0	18.5	30.9	24.8
14-2-82 19:00	1.4	-6.6	0	18.7	29.3	24.8
14-2-82 20:00	0.5	-7.6	0	18.3	28.1	24.7
14-2-82 21:00	0.3	-7.9	0	18.4	27.1	24.6
14-2-82 22:00	0.4	-7.7	0	18.5	26.3	24.3
14-2-82 23:00	-0.6	-8.8	0	18.7	25.4	24.2
15-2-82 0:00	1.4	-6.9	0	18.7	24.7	23.9
15-2-82 1:00	2.1	-5.9	0	18.3	23.9	23.6
15-2-82 2:00	1.1	-6.7	0	18.3	23.3	23.2
15-2-82 3:00	-0.3	-8.0	0	18.3	22.6	23.0
15-2-82 4:00	-1.6	-9.3	0	18.7	22.0	22.8
15-2-82 5:00	-2.7	-10.5	0	18.4	21.4	22.4
15-2-82 6:00	-3.2	-11.0	0	18.6	20.8	22.3
15-2-82 7:00	-2.8	-10.7	159	18.7	23.8	22.1
15-2-82 8:00	-0.6	-8.1	421	18.3	30.6	21.7
15-2-82 9:00	1.7	-5.7	597	18.7	38.4	21.6
15-2-82 10:00	3.8	-3.1	746	18.5	46.2	21.4
15-2-82 11:00	5.0	-2.0	844	18.4	52.7	21.6
15-2-82 12:00	5.9	-1.1	863	18.7	57.6	21.8
15-2-82 13:00	6.4	-0.6	808	18.5	60.5	22.4
15-2-82 14:00	6.7	-0.3	690	18.7	61.1	23.1
15-2-82 15:00	7.2	0.2	523	18.6	59.2	23.9
15-2-82 16:00	/.1	0.0	304	18.7	54.6	24.8
15-2-82 17:00	4.4	-2.8	64	18.6	46.3	25.6
15-2-82 18:00	1.6	-5.9	0	18.4	41.4	26.2
15-2-82 19:00	-0.3	-8.0	0	18.4	38.2	26.8
15-2-82 20:00	-0.8	-8.7	0	18.4	35.8	27.1
15-2-82 21:00	-1.2	-9.0	0	18.8	33.8	27.2
15-2-82 22:00	-1.7	-9.5	0	18.4	32.3	27.1

Each officers	Tce	Tre	 [\\//m ²]	Ti	Tei1	Tei2
Fecha/Hora						
15-2-82 23:00	-1.7	-9.7	0	18.8	30.8	26.9
16-2-82 0:00	-1.4	-9.4	0	18.3	29.6	26.6
16-2-82 1:00	-1.8	-9.7	0	18.8	28.6	26.3
16-2-82 2:00	-2.3	-10.2	0	18.8	27.6	26.0
16-2-82 3:00	-2.8	-10.6	0	18.6	26.7	25.6
16-2-82 4:00	-3.2	-11.0	0	18.6	25.8	25.2
16-2-82 5:00	-3.4	-11.2	0	18.3	25.0	24.8
16-2-82 6:00	-3.2	-11.1	0	18.8	24.3	24.4
16-2-82 7:00	-1.2	-9.1	129	18.3	27.0	24.1
16-2-82 8:00	0.9	-6.6	361	18.7	33.4	23.8
16-2-82 9:00	3.9	-3.4	559	18.6	40.7	23.4
16-2-82 10:00	5.9	-1.1	701	18.5	48.1	23.2
16-2-82 11:00	7.4	0.5	788	18.6	54.6	23.1
16-2-82 12:00	8.7	1.8	821	18.9	59.5	23.4
16-2-82 13:00	9.1	1.9	594	19.2	56.7	23.9
16-2-82 14:00	9.3	2.2	363	19.6	52.9	24.6
16-2-82 15:00	9.3	2.2	253	20.0	50.3	25.5
16-2-82 16:00	8.7	1.5	61	20.3	43.8	26.3
16-2-82 17:00	7.0	-0.3	0	20.3	39.8	26.9
16-2-82 18:00	5.4	-2.0	0	20.2	37.2	27.3
16-2-82 19:00	3.7	-3.7	0	20.1	35.1	27.6
16-2-82 20:00	2.7	-4.8	0	19.7	33.4	27.5
16-2-82 21:00	2.0	-5.5	0	19.4	32.0	27.3
16-2-82 22:00	1.4	-6.2	0	19.1	30.7	27.0
16-2-82 23:00	0.9	-6.7	0	18.7	29.6	26.6
17-2-82 0:00	0.6	-7.0	0	18.3	28.7	26.2
17-2-82 1:00	0.2	-7.4	0	18.6	27.8	25.8
17-2-82 2:00	-0.3	-7.9	0	18.8	26.8	25.4
17-2-82 3:00	-0.6	-8.2	0	18.5	26.0	25.1
17-2-82 4:00	-0.3	-7.8	0	18.6	25.3	24.7
17-2-82 5:00	-0.2	-7.7	0	18.4	24.6	24.4
17-2-82 6:00	-1.1	-8.6	0	18.6	23.9	23.9
17-2-82 7:00	-0.1	-7.6	164	18.4	26.6	23.7
17-2-82 8:00	1.6	-5.7	359	18.3	32.9	23.2
17-2-82 9:00	3.3	-3.7	553	18.6	40.3	23.1
17-2-82 10:00	4.1	-2.9	707	18.3	47.6	22.8
17-2-82 11:00	5.2	-1.8	806	18.6	54.3	22.8
17-2-82 12:00	6.6	-0.4	754	18.3	57.1	23.1
17-2-82 13:00	7.7	0.6	768	18.6	61.1	23.4
17-2-82 14:00	8.2	1.0	517	18.8	56.4	24.1
17-2-82 15:00	7.7	0.2	292	19.2	52.3	24.9
17-2-82 16:00	6.3	-1.2	97	19.4	46.1	25.8
17-2-82 17:00	4.9	-2.7	19	19.3	41.4	26.5
17-2-82 18:00	3.4	-4.2	0	19.1	38.1	26.9
17-2-82 19:00	2.2	-5.5	0	18.9	35.7	27.2
17-2-82 20:00	1.8	-6.0	0	18.8	33.9	27.2
17-2-82 21:00	1.2	-6.6	0	18.5	32.3	27.1
17-2-82 22:00	0.8	-7.1	0	18.8	31.0	26.8
17-2-82 23:00	0.4	-7.5	0	18.6	29.8	26.6
18-2-82 0:00	-0.1	-8.1	0	18.7	28.7	26.2
18-2-82 1:00	-0.9	-8.9	0	18.6	27.6	25.9

ANEXO 2 DATOS DEL EXPERIMENTO DE LOS ÁLAMOS PARA LA VALIDACIÓN DEL MODELO

ANEXO 2 DATOS DEL EXPERIMENTO DE LOS ÁLAMOS PARA LA VALIDACIÓN DEL MODELO

Fecha/Hora	Tce [ºC]	Tre [⁰C]	l [W/m²]	Ti [⁰C]	Tei1 [ºC]	Tei2 [ºC]
18-2-82 2:00	-0.6	-8.6	0	18.4	26.7	25.5
18-2-82 3:00	-0.4	-8.5	0	18.4	25.8	25.1
18-2-82 4:00	-0.4	-8.5	0	18.6	25.1	24.8
18-2-82 5:00	-0.6	-8.6	0	18.4	24.6	24.4
18-2-82 6:00	0.4	-7.6	0	18.4	24.1	24.1
18-2-82 7:00	1.0	-6.9	0	18.5	23.8	23.7
18-2-82 8:00	0.6	-7.3	23	18.6	23.7	23.3
18-2-82 9:00	-0.2	-7.9	0	18.4	23.5	23.1
18-2-82 10:00	0.1	-7.8	60	18.8	24.7	22.8
18-2-82 11:00	1.0	-6.7	74	18.4	25.0	22.4
18-2-82 12:00	0.8	-6.8	88	18.3	25.5	22.3
18-2-82 13:00	2.0	-5.5	273	18.5	29.7	22.1
18-2-82 14:00	4.3	-2.8	434	18.3	35.9	21.9
18-2-82 15:00	5.1	-1.7	257	18.3	35.1	21.8
18-2-82 16:00	4.7	-2.1	87	18.3	31.1	21.9
18-2-82 17:00	3.9	-3.0	0	18.5	28.2	22.1
18-2-82 18:00	2.2	-4.9	0	18.6	26.2	22.3
18-2-82 19:00	2.9	-4.3	0	18.7	24.9	22.4
18-2-82 20:00	3.5	-3.8	0	18.4	24.0	22.4
18-2-82 21:00	2.4	-4.9	0	18.5	23.1	22.4
18-2-82 22:00	2.8	-4.5	0	18.3	22.6	22.3
18-2-82 23:00	2.8	-4.5	0	18.4	22.0	22.2
19-2-82 0:00	2.3	-5.1	0	18.3	21.4	21.9
19-2-82 1:00	1.4	-6.1	0	18.8	20.9	21.8
19-2-82 2:00	0.1	-7.4	0	18.6	20.2	21.6
19-2-82 3:00	-0.3	-7.9	0	18.2	19.7	21.4
19-2-82 4:00	-0.1	-7.6	0	18.4	19.2	21.2
19-2-82 5:00	-0.4	-7.9	0	18.8	18.8	21.1
19-2-82 6:00	-1.4	-9.0	0	18.4	18.5	20.8
19-2-82 7:00	-1.0	-8.5	112	18.7	21.3	20.7
19-2-82 8:00	1.4	-5.8	333	18.6	27.7	20.4
19-2-82 9:00	3.9	-3.0	532	18.4	35.3	20.3
19-2-82 10:00	4.9	-2.0	681	18.4	42.7	20.2
19-2-82 11:00	5.5	-1.4	781	18.3	49.3	20.3
19-2-82 12:00	6.3	-0.6	809	18.8	54.3	20.7
19-2-82 13:00	7.7	0.7	749	18.7	57.4	21.3
19-2-82 14:00	8.5	1.6	638	18.4	58.1	22.0
19-2-82 15:00	9.0	2.1	481	18.5	56.3	22.8
19-2-82 16:00	9.2	2.2	280	18.7	51.8	23.7
19-2-82 17:00	8.1	0.9	64	18.9	44.3	24.7
19-2-82 18:00	5.2	-2.1	0	18.6	39.7	25.4
19-2-82 19:00	3.9	-3.6	0	18.6	37.1	25.8
19-2-82 20:00	2.6	-5.1	0	18.6	34.3	26.2
19-2-82 21:00	26	-5.2	0	18.6	32.5	26.3
19-2-82 22:00	2.5	-5.2	0	18.6	31.1	26.3
19-2-82 23:00	1.6	-6.1	0	18.6	29.8	26.1
20-2-82 0.00	2 1	-5.7	0	18.7	28.7	25.9
20-2-82 1.00	2.2	-5.6	0	18.5	27.7	25.6
20-2-82 2:00	0.8	-7.0	0	18.7	26.9	25.3
20-2-82 3.00	-0 7	-8.5	0	18.4	25.9	24.9
20-2-82 4:00	-1.8	-9.7	0	18.6	25.1	24.5

Fecha/Hora	Tce	Tre	 [\\//m ²]	Ti	Tei1	Tei2
20 2 82 5.00		7.6	0		24.3	24.3
20-2-02 5.00	0.3	-7.0	0	18.7	24.3	24.3
20-2-02 0.00	0.4	-7.0	122	18.7	25.0	23.9
20-2-02 7.00	-0.0	-0.4	361	19.7	20.4	23.0
20-2-02 0.00	3.0	-0.4	539	10.7	30.8	23.0
20-2-82 9.00	3.9	-3.3	536	10.3	39.0	23.0
20-2-02 10.00	11.0	0.3	776	10.0	47.1 52.4	22.0
20-2-02 11.00	12.4	4.3	910	10.7	59.2	22.0
20-2-02 12:00	12.4	5.5	769	19.1	00.Z	23.1
20-2-82 13.00	13.1	5.9	700	19.0	61.0	23.7
20-2-02 14.00	14.1	6.9	505	20.3	01.9 50.9	24.3
20-2-82 15.00	14.3	0.9	303	21.0	59.0 55.1	20.4
20-2-82 10:00	13.8	0.1	303	21.4	55.1	20.4
20-2-82 17:00	12.4	4.8	/8	21.8	47.0	27.5
20-2-82 18:00	9.2	1.6	0	21.4	42.9	28.3
20-2-82 19:00	7.8	0.0	0	21.3	39.8	28.8
20-2-82 20:00	7.3	-0.6	0	21.2	37.5	29.1
20-2-82 21:00	6.5	-1.4	0	21.0	35.7	29.1
20-2-82 22:00	6.6	-1.3	0	20.9	34.1	29.0
20-2-82 23:00	5.1	-2.7	0	20.4	32.8	28.7
21-2-82 0:00	4.6	-3.3	0	20.1	31.6	28.3
21-2-82 1:00	4.2	-3.7	0	19.7	30.6	27.9
21-2-82 2:00	3.6	-4.5	0	19.1	29.6	27.3
21-2-82 3:00	2.9	-5.1	0	18.6	28.7	26.7
21-2-82 4:00	1.9	-6.1	0	18.8	27.7	26.2
21-2-82 5:00	1.1	-6.9	0	18.7	26.9	25.8
21-2-82 6:00	2.3	-5.8	0	18.3	26.2	25.3
21-2-82 7:00	3.4	-4.6	141	18.8	29.0	25.0
21-2-82 8:00	4.1	-3.6	369	18.3	35.1	24.6
21-2-82 9:00	5.9	-1.5	557	18.4	42.3	24.2
21-2-82 10:00	8.4	1.3	700	18.8	49.5	23.9
21-2-82 11:00	10.3	3.4	788	19.3	55.9	24.0
21-2-82 12:00	12.7	5.5	822	20.1	60.6	24.4
21-2-82 13:00	14.5	7.2	774	20.8	63.4	24.9
21-2-82 14:00	14.1	6.9	660	20.5	61.9	24.5
21-2-82 15:00	14.3	6.9	505	21.0	59.8	25.4
21-2-82 16:00	13.8	6.1	303	21.4	55.1	26.4
21-2-82 17:00	12.4	4.8	78	21.8	47.6	27.5
21-2-82 18:00	9.2	1.6	0	21.4	42.9	28.3
21-2-82 19:00	7.8	0.0	0	21.3	39.8	28.8
21-2-82 20:00	7.3	-0.6	0	21.2	37.5	29.1
21-2-82 21:00	6.5	-1.4	0	21.0	35.7	29.1
21-2-82 22:00	6.6	-1.3	0	20.9	34.1	29.0
21-2-82 23:00	5.1	-2.7	0	20.4	32.8	28.7
22-2-82 0:00	4.6	-3.3	0	20.1	31.6	28.3
22-2-82 1:00	4.2	-3.7	0	19.7	30.6	27.9
22-2-82 2:00	3.6	-4.5	0	19.1	29.6	27.3
22-2-82 3:00	2.9	-5.1	0	18.6	28.7	26.7
22-2-82 4:00	1.9	-6.1	0	18.8	27.7	26.2
22-2-82 5:00	1.1	-6.9	0	18.7	26.9	25.8
22-2-82 6:00	2.3	-5.8	0	18.3	26.2	25.3

ANEXO 2 DATOS DEL EXPERIMENTO DE LOS ÁLAMOS PARA LA VALIDACIÓN DEL MODELO

ANEXO 3 DESARROLLOS MATEMÁTICOS DEL MODELO SIMPLIFICADO

Temperatura del Aire en la Cámara

El esquema eléctrico equivalente es:



El circuito triángulo que representa los diferentes coeficientes de transmisión de calor de la cámara, puede ser transformado en un circuito estrella que es más conveniente para el desarrollo de las ecuaciones:



Donde:



Y definiendo las transmitancias térmicas desde la mitad de la cámara hasta el exterior U_e y hasta el interior U_i :

$$U_{e} = \frac{1}{R_{e} + R_{ee} + \frac{R_{c}}{2}}$$
 [A3.3]

$$U_{i} = \frac{1}{R_{i} + R_{ei} + \frac{R_{c}}{2}}$$
[A3.4]

Donde se cumple además que la transmitancia térmica total del elemento es:

$$\frac{1}{U_0} = \frac{1}{U_i} + \frac{1}{U_e}$$
[A3.5]

Excitación de Temperaturas (sin Radiación)

En este anexo se determinarán las temperaturas T_a y T_n , que se refieren al aire en la cámara.



$$0 = U_i \left(T_i - \overline{T}_n \right) + U_e \left(T_e - \overline{T}_n \right) + \frac{1}{R_{VR}} \left(\overline{T}_a - \overline{T}_n \right)$$
[A3.6]

 \overline{T}_n es una temperatura media convectivo-radiante en el canal.

Por otro lado, el balance de energía en el canal establece que:

$$0 = \rho C_P \dot{V} \left(T_{a,s} - T_{a,0} \right) + \frac{A}{R_{VR}} \left(\overline{T}_a - \overline{T}_n \right)$$
[A3.7]

 \overline{T}_a es la temperatura media del aire en el canal y está definida por:

$$\overline{T}_{a} = \frac{1}{L} \int_{0}^{L} T_{a}(x) dx$$

$$T_{a}(x = 0) = T_{a,0}$$
Temperatura de entrada del aire en el canal
$$T_{a}(x = L) = T_{a,s}$$
Temperatura del aire a la salida del canal

Despajando \overline{T}_n de la ecuación [A3.6]:

$$\overline{T}_{n} = \frac{U_{i}T_{i} + U_{e}T_{e} + \frac{1}{R_{VR}}\overline{T}_{a}}{U_{i} + U_{e} + \frac{1}{R_{VR}}} = \frac{U_{i}T_{i} + U_{e}T_{e} + \frac{1}{R_{VR}}\overline{T}_{a}}{\frac{(U_{i} + U_{e})}{R_{VR}}\left(R_{VR} + \frac{1}{(U_{i} + U_{e})}\right)}$$

Por conveniencia se define:

$$\frac{1}{Z} = R_{VR} + \frac{1}{U_i + U_e}$$
[A3.8]
Y

$$T_{\infty} = \frac{U_i T_i + U_e T_e}{U_i + U_e}$$
[A3.9]

Donde T_{∞} es la temperatura que alcanzaría el aire en ausencia de radiación y si el canal fuera de longitud infinita. Ver sección "demostraciones" al final de este anexo.

Entonces la temperatura \overline{T}_n es:

$$\overline{T}_{n} = R_{VR} Z T_{\infty} + \frac{Z}{U_{i} + U_{e}} \overline{T}_{a}$$
[A3.10]
Que para un punto (x) es:

$$T_{n}(x) = R_{VR} Z T_{\infty} + \frac{Z}{U_{i} + U_{e}} T_{a}(x)$$
[A3.11]

Y de la ecuación [A3.7]:

$$\overline{T}_{n} = \overline{T}_{a} + \frac{R_{VR}}{A} \rho C_{P} \dot{V} \left(T_{a,s} - T_{a,0} \right)$$

Que para un punto (x) es:

$$T_n(x) = T_a(x) + \frac{R_{VR}}{w\Delta x} \rho C_P \dot{V} \left(T_a(x + \Delta x) - T_a(x) \right)$$
[A3.12]

Para un Δx suficientemente pequeño se tiene que:

$$T_{a}(x + \Delta x) \approx T_{a}(x) + \frac{dT_{a}(x)}{dx} \Delta x$$

Con lo que:
$$T_{n}(x) = T_{a}(x) + \frac{R_{VR}}{w\Delta x} \rho C_{P} \dot{V} \left(T_{a}(x) + \frac{dT_{a}(x)}{dx} \Delta x - T_{a}(x) \right)$$

$$T_{n}(x) = T_{a}(x) + \frac{R_{VR}}{w} \rho C_{P} \dot{V} \frac{dT_{a}(x)}{dx}$$

[A3.13]

Combinando la ecuación [A3.11] con [A3.13], se tiene: $Z = \frac{1}{2} \sum_{x \in X} \frac{R_{VR}}{R_{VR}} \sum_{x \in X} \frac{dT_a(x)}{dT_a(x)}$

$$R_{VR}ZT_{\infty} + \frac{Z}{U_i + U_e}T_a(x) = T_a(x) + \frac{R_{VR}}{w}\rho C_p \dot{V} \frac{dI_a(x)}{dx}$$

Reordenando términos:

$$R_{VR}ZT_{\infty} + T_a(x)\left(\frac{Z}{U_i + U_e} - 1\right) = \frac{R_{VR}}{w}\rho C_P \dot{V}\frac{dT_a(x)}{dx}$$

$$Zw\left[T_{\infty} + T_{a}(x)\frac{1}{R_{VR}}\left(\frac{1}{U_{i}+U_{e}} - \frac{1}{Z}\right)\right] = \rho C_{P}\dot{V}\frac{dT_{a}(x)}{dx}$$

$$Zw\left[T_{\infty} + T_{a}(x)\frac{1}{R_{VR}}\left(\frac{1}{U_{i}+U_{e}} - R_{VR} - \frac{1}{U_{i}+U_{e}}\right)\right] = \rho C_{P}\dot{V}\frac{dT_{a}(x)}{dx}$$

$$Zw[T_{\infty} - T_{a}(x)] = \rho C_{P}\dot{V}\frac{dT_{a}(x)}{dx}$$

$$\frac{Zw}{\rho C_{P}\dot{V}}dx = \frac{1}{T_{\infty} - T_{a}(x)}dT_{a}(x)$$
Integrando:
$$\int \frac{Zw}{\rho C_{P}\dot{V}}dx = \int \frac{1}{T_{\infty} - T_{a}(x)}dT_{a}(x)$$

$$\frac{Zw}{\rho C_{P}\dot{V}}x = -\ln(T_{\infty} - T_{a}(x)) + C$$

Despejando $T_a(x)$

$$T_a(x) = T_{\infty} - C_0 \exp\left(\frac{-Zw}{\rho C_p \dot{V}}x\right)$$

Como para $T_a(x=0)=T_{a,0}$, entonces la constante de integración es:

$$C_0 = T_{\infty} - T_{a,0}$$

Finalmente:

$$T_a(x) = T_{\infty} - \left(T_{\infty} - T_{a,0}\right) \exp\left(\frac{-Zw}{\rho C_P \dot{V}} x\right)$$
[A3.14]

La anterior ecuación representa la forma en que evoluciona la temperatura del aire en la cámara.

Definiendo:

$$\eta = 1 - \exp\left(\frac{-ZA}{\rho C_P \dot{V}}\right)$$

Se tiene que:

$$T_a(x = L) = T_{a,L} = T_{a,0} + (T_{\infty} - T_{a,0})\eta$$
[A3.15]

Ahora para encontrar la evolución de la temperatura T_n , se reemplaza la ecuación [A3.14] en la [A3.12]:

$$T_n(x) = R_{VR}ZT_{\infty} + \frac{Z}{U_i + U_e} \left[T_{\infty} - \left(T_{\infty} - T_{a,0}\right) \exp\left(\frac{-Zw}{\rho C_P \dot{V}} x\right) \right]$$

Recordando de [A3.8] que

$$\frac{1}{Z} = R_{VR} + \frac{1}{U_i + U_e}$$

Se tiene:

$$T_n(x) = Z \left[\frac{1}{Z} T_{\infty} - \frac{\left(T_{\infty} - T_{a,0}\right)}{U_i + U_e} \exp\left(\frac{-Zw}{\rho C_P \dot{V}} x\right) \right]$$
$$T_n(x) = T_{\infty} - \frac{Z}{U_i + U_e} \left(T_{\infty} - T_{a,0}\right) \exp\left(\frac{-Zw}{\rho C_P \dot{V}} x\right)$$

Dado que la integral de T_n a lo largo de la cámara es un término que se requiere en las ecuaciones, a continuación se desarrolla:

$$\int_{0}^{L} T_{n}(x)dx = T_{\infty}x + \frac{Z}{U_{i} + U_{e}} \left(T_{\infty} - T_{a,0}\right) \frac{\rho C_{P} \dot{V}}{Zw} \exp\left(\frac{-Zw}{\rho C_{P} \dot{V}}x\right)\Big|_{0}^{L}$$

$$\int_{0}^{L} T_{n}(x)dx = T_{\infty}L - \frac{\rho C_{P} \dot{V}}{w} \frac{\left(T_{\infty} - T_{a,0}\right)}{\left(U_{i} + U_{e}\right)} \left[1 - \exp\left(\frac{-ZA}{\rho C_{P} \dot{V}}\right)\right]$$
Que finalmente es:
$$L = \frac{\sigma}{\omega} \dot{\sigma} \left(T_{\infty} - T_{\infty}\right)$$
[A3.16]

 $\int_{0}^{L} T_n(x) dx = T_{\infty}L - \frac{\rho C_p \dot{V}}{w} \frac{\left(T_{\infty} - T_{a,0}\right)}{\left(U_i + U_e\right)} \eta$

$$\overline{T}_{n} = \frac{w}{A} \int_{0}^{L} T_{n}(x) dx = T_{\infty} - \frac{\rho C_{P} \dot{V}}{A} \frac{\left(T_{\infty} - T_{a,0}\right)}{\left(U_{i} + U_{e}\right)} \eta$$
[A3.17]

La temperatura media del aire en la cámara es:

$$\overline{T}_{a} = \frac{1}{L} \int_{0}^{L} T_{a}(x) dx$$

$$T_{a}(x) = T_{\infty} - \left(T_{\infty} - T_{a,0}\right) \exp\left(\frac{-Zw}{\rho C_{P}\dot{V}}x\right)$$

$$\int_{0}^{L} T_{a}(x) dx = T_{\infty}x + \left(T_{\infty} - T_{a,0}\right) \frac{\rho C_{P}\dot{V}}{Zw} \exp\left(\frac{-Zw}{\rho C_{P}\dot{V}}x\right) \Big|_{0}^{L}$$

$$\int_{0}^{L} T_{a}(x) dx = T_{\infty}L - \left(T_{\infty} - T_{a,0}\right) \frac{\rho C_{P}\dot{V}}{Zw} \left[1 - \exp\left(\frac{-Zw}{\rho C_{P}\dot{V}}L\right)\right]$$

$$\int_{0}^{L} T_{a}(x) dx = T_{\infty}L - \left(T_{\infty} - T_{a,0}\right) \frac{\rho C_{P}\dot{V}}{Zw} \eta$$

Finalmente

$$\overline{T}_{a} = T_{\infty} - \left(T_{\infty} - T_{a,0}\right) \frac{\rho C_{P} \dot{V}}{ZA} \eta$$
[A3.18]

Excitación de Radiación en Elemento Interior (sin Temperaturas)

En este anexo se determinarán las temperaturas T_a y T_n , que se refieren al aire en la cámara cuando la excitación es por radiación en el elemento interior.



Los flujos de calor sobre el nodo T_n son:

$$0 = \frac{1}{R_{c/2}} \left(T_{ei,1} - \overline{T}_n \right) + U_e \left(0 - \overline{T}_n \right) + \frac{1}{R_{VR}} \left(\overline{T}_a - \overline{T}_n \right)$$
[A3.19]

Debido a que la temperatura $T_{m,1}$ es desconocida, se hace el balance de flujos de calor sobre este nodo para despejar dicha temperatura:

$$I\alpha AF_{S}F_{F}F_{W}g = \frac{A}{R_{C}/2}\left(T_{ei,1} - \overline{T}_{n}\right) + \frac{A}{\left(R_{ei} + R_{i}\right)}T_{ei,1}$$

Despejando T_{m,1} se tiene:

$$T_{ei,1} = U_i \left(R_{ei} + R_i \right) \overline{T}_n + \frac{U_i R_c \left(R_{ei} + R_i \right)}{2} I \alpha F_S F_F F_W g$$
[A3.20]

Reemplazando la ecuación [A3.20] en la [A3.19] se tiene:

$$0 = \frac{1}{R_{C/2}} \left(U_i \left(R_{ei} + R_i \right) \overline{T}_n + \frac{U_i R_C \left(R_{ei} + R_i \right)}{2} I \alpha F_S F_F F_W g - \overline{T}_n \right) - U_e \overline{T}_n + \frac{1}{R_{VR}} \left(\overline{T}_a - \overline{T}_n \right) \right)$$

Se reducen términos:

$$0 = \left(\frac{U_{i}(R_{ei} + R_{i}) - 1}{R_{c}/2}\right)\overline{T}_{n} + U_{i}(R_{ei} + R_{i})I\alpha F_{S}F_{F}F_{W}g - U_{e}\overline{T}_{n} + \frac{1}{R_{VR}}(\overline{T}_{a} - \overline{T}_{n})$$

$$0 = \left(\frac{\frac{R_{ei} + R_{i}}{R_{ei} + R_{i} + \frac{R_{c}/2}{2}} - 1}{\frac{R_{c}/2}{R_{c}/2}}\right)\overline{T}_{n} + U_{i}(R_{ei} + R_{i})I\alpha F_{S}F_{F}F_{W}g - U_{e}\overline{T}_{n} + \frac{1}{R_{VR}}(\overline{T}_{a} - \overline{T}_{n})$$

$$0 = \left(\frac{\frac{R_{ei} + R_{i}}{R_{ei} + R_{i} + \frac{R_{c}}{2}} - \frac{R_{ei} + R_{i} + \frac{R_{c}}{2}}{R_{ei} + R_{i} + \frac{R_{c}}{2}}}{\frac{R_{c}}{2}}\right)\overline{T_{n}} + U_{i}\left(R_{ei} + R_{i}\right)I\alpha F_{S}F_{F}F_{W}g - U_{e}\overline{T_{n}} + \frac{1}{R_{VR}}\left(\overline{T_{a}} - \overline{T_{n}}\right)$$

$$0 = \left(\frac{-\frac{R_{c}}{2}}{\frac{R_{ei} + R_{i} + \frac{R_{c}}{2}}{R_{c}}}{\frac{R_{c}}{2}}\right)\overline{T_{n}} + U_{i}\left(R_{ei} + R_{i}\right)I\alpha F_{S}F_{F}F_{W}g - U_{e}\overline{T_{n}} + \frac{1}{R_{VR}}\left(\overline{T_{a}} - \overline{T_{n}}\right)$$

$$0 = \left(-\frac{1}{R_{ei} + R_{i} + \frac{R_{c}}{2}}\right)\overline{T_{n}} + U_{i}\left(R_{ei} + R_{i}\right)I\alpha F_{S}F_{F}F_{W}g - U_{e}\overline{T_{n}} + \frac{1}{R_{VR}}\left(\overline{T_{a}} - \overline{T_{n}}\right)$$

Obtenido finalmente:

$$0 = -U_i \overline{T}_n + U_i \left(R_{ei} + R_i \right) I \alpha F_S F_F F_W g - U_e \overline{T}_n + \frac{1}{R_{VR}} \left(\overline{T}_a - \overline{T}_n \right)$$

Despejando \overline{T}_n :

$$\overline{T}_{n} = \frac{U_{i}(R_{ei} + R_{i})I\alpha F_{S}F_{F}F_{W}g + \frac{1}{R_{VR}}\overline{T}_{a}}{U_{i} + U_{e} + \frac{1}{R_{VR}}} = \frac{U_{i}(R_{ei} + R_{i})I\alpha F_{S}F_{F}F_{W}g + \frac{1}{R_{VR}}\overline{T}_{a}}{\frac{(U_{i} + U_{e})}{R_{VR}}\left(R_{VR} + \frac{1}{(U_{i} + U_{e})}\right)}$$

Recordando que:

$$\frac{1}{Z} = R_{VR} + \frac{1}{U_i + U_e}$$

Y definiendo:
$$T_{\infty} = \frac{U_i \left(R_{ei} + R_i\right) I \alpha F_S F_F F_W g}{U_i + U_e} = \frac{U_0}{U_e} \left(R_{ei} + R_i\right) I \alpha F_S F_F F_W g$$
[A3.21]
Se llega a:

Se llega a:

$$\overline{T}_n = R_{VR} Z T_\infty + \frac{Z}{U_i + U_e} \overline{T}_a$$

Que es igual a la ecuación [A3.10] cuya solución es conocida:

$$T_n(x) = T_{\infty} - \frac{Z}{U_i + U_e} \left(T_{\infty} - T_{a,0} \right) \exp\left(\frac{-Zw}{\rho C_P \dot{V}} x\right)$$

Y su integral:

$$\int_{0}^{L} T_n(x) dx = T_{\infty}L - \frac{\rho C_p \dot{V}}{w} \frac{\left(T_{\infty} - T_{a,0}\right)}{\left(U_i + U_e\right)} \eta$$

Con la única diferencia que $T_{a,0} = 0$ y T_{∞} definido por la ecuación [A3.21], con lo que:

$$\overline{T}_{n} = \frac{w}{A} \int_{0}^{L} T_{n}(x) dx = T_{\infty} - \frac{\rho C_{P} \dot{V}}{A} \frac{T_{\infty}}{\left(U_{i} + U_{e}\right)} \eta$$
[A3.22]

Excitación de Radiación en Elemento Exterior (sin Temperaturas)

Cuando la excitación es por radiación en el elemento exterior:



Los flujos de calor sobre el nodo T_n son:

$$0 = \frac{1}{\frac{R_{c}}{2} + R_{ee}} \left(T_{ee,1} - \overline{T}_n \right) + U_i \left(0 - \overline{T}_n \right) + \frac{1}{R_{VR}} \left(\overline{T}_a - \overline{T}_n \right)$$
[A3.23]

Debido a que la temperatura $T_{v,1}$ es desconocida, se hace el balance de flujos de calor sobre este nodo para despejar dicha temperatura:

$$I\alpha AF_{S} = \frac{A}{\frac{R_{C}}{2} + R_{ee}} \left(T_{ee,1} - \overline{T}_{n}\right) + \frac{A}{R_{e}}T_{ee,1}$$

Despejando $T_{v,1}$ se tiene:

$$I\alpha F_{S} = \left(\frac{\frac{R_{C}}{2} + R_{ee} + R_{e}}{\left(\frac{R_{C}}{2} + R_{ee}\right)R_{e}}\right)T_{ee,1} - \frac{1}{\frac{R_{C}}{2} + R_{ee}}\overline{T_{n}}$$

$$T_{ee,1} = R_{e}U_{e}\overline{T_{n}} + R_{e}U_{e}\left(\frac{R_{C}}{2} + R_{ee}\right)I\alpha F_{S}$$
[A3.24]

Reemplazando [A3.24] en [A3.23]:

$$0 = \frac{1}{\frac{R_c}{2} + R_{ee}} \left(\frac{R_e U_e \overline{T}_n + R_e U_e}{R_e U_e T_n} + \frac{R_e U_e}{2} + \frac{R_{ee}}{2} \right) I \alpha F_s - \overline{T}_n + U_i \left(0 - \overline{T}_n \right) + \frac{1}{R_{VR}} \left(\overline{T}_a - \overline{T}_n \right)$$

Y reduciendo términos:

$$0 = \frac{R_e U_e - 1}{R_c / 2} \overline{T_n} + R_e U_e I \alpha F_s - U_i \overline{T_n} + \frac{1}{R_{VR}} \left(\overline{T_a} - \overline{T_n} \right)$$
[A3.25]

Observando que el primer término de la ecuación se puede reducir a:

$$\frac{\frac{R_{e}U_{e}-1}{R_{c}/2+R_{ee}}}{\frac{R_{c}/2+R_{ee}+R_{e}}{R_{c}/2+R_{ee}}} = \frac{\frac{-U_{e}\left(\frac{R_{c}}{2}+R_{ee}\right)}{R_{c}/2+R_{ee}}}{\frac{R_{c}/2+R_{ee}}{R_{ee}}} = -U_{e}$$

La ecuación [A3.25] queda:

$$0 = \left(U_e + U_i + \frac{1}{R_{VR}}\right)\overline{T}_n + R_e U_e I \alpha F_S + \frac{1}{R_{VR}}\overline{T}_a$$

Despejando \overline{T}_n :

$$\overline{T}_{n} = \frac{R_{e}U_{e}I\alpha F_{S} + \frac{1}{R_{VR}}\overline{T}_{a}}{\left(U_{e} + U_{i} + \frac{1}{R_{VR}}\right)} = \frac{R_{e}U_{e}I\alpha F_{S} + \frac{1}{R_{VR}}\overline{T}_{a}}{\frac{U_{e} + U_{i}}{R_{VR}}\left(R_{VR} + \frac{1}{U_{i} + U_{e}}\right)}$$

Recordando que:

$$\frac{1}{Z} = R_{VR} + \frac{1}{U_i + U_e}$$

Y definiendo:

$$T_{\infty} = R_e \frac{U_e}{U_e + U_i} I \alpha F_S = R_e \frac{U_0}{U_i} I \alpha F_S$$
[A3.26]
Se llega a:

Se llega a:

$$\overline{T}_n = R_{VR} Z T_{\infty} + \frac{Z}{U_i + U_e} \overline{T}_a$$

Que es igual a la ecuación [A3.10] cuya solución es conocida:

$$T_n(x) = T_{\infty} - \frac{Z}{U_i + U_e} \left(T_{\infty} - T_{a,0} \right) \exp\left(\frac{-Zw}{\rho C_P \dot{V}} x\right)$$

Y su integral:

$$\int_{0}^{L} T_{n}(x) dx = T_{\infty}L - \frac{\rho C_{P} \dot{V}}{w} \frac{\left(T_{\infty} - T_{a,0}\right)}{\left(U_{i} + U_{e}\right)} \eta$$

Con la única diferencia que $T_{a,0} = 0$ y T_{∞} definido por la ecuación [A3.26], con lo que:

$$\overline{T}_n = \frac{w}{A} \int_0^L T_n(x) dx = T_\infty - \frac{\rho C_P \dot{V}}{A} \frac{T_\infty}{\left(U_i + U_e\right)} \eta$$
[A3.27]

Muro Trombe

Principio de Superposición: Contribución Bruta = Pérdidas - Ganancias



Pérdidas

Las pérdidas en este elemento se refieren al calor que se escapa a través del elemento exterior. Debido a que no hay intercambio de aire con el exterior, las pérdidas se establecen únicamente por transferencia de calor. Tal como se ha puesto de manifiesto, las pérdidas se calculan excitando el elemento sólo con temperaturas y sin radiación.

$$Q_{Perd} = Q_{P,CD}$$

$$Q_{P,CD} = U_e A(\overline{T}_n - T_e)$$

 \overline{T}_n es la temperatura media de T_n en la cámara, y está definida por:

$$\overline{T}_{n} = \frac{1}{A} w \int_{0}^{L} T_{n}(x) \, dx$$

Tomando su valor de la ecuación [A3.16] se tiene:

$$\overline{T}_{n} = \frac{wL}{A} T_{\infty} - \frac{w}{Aw} \rho C_{p} \dot{V} \frac{\left(T_{\infty} - T_{a,0}\right)}{\left(U_{i} + U_{e}\right)} \eta$$
$$\overline{T}_{n} = T_{\infty} - \frac{\rho C_{p} \dot{V}}{A} \frac{\left(T_{\infty} - T_{a,0}\right)}{\left(U_{i} + U_{e}\right)} \eta$$

Para el muro Trombe, como el aire que se toma es el del espacio interior, la temperatura de entrada del aire a la cámara es la del interior del espacio:

$$T_{a,0} = T_i$$

Entonces las pérdidas de calor son:

$$Q_{P,CD} = U_e A \left(T_{\infty} - \frac{\rho C_P \dot{V}}{A} \frac{\left(T_{\infty} - T_i\right)}{\left(U_i + U_e\right)} \eta - T_e \right)$$

$$Q_{P,CD} = U_e A (T_{\infty} - T_e) - \rho C_P \dot{V} \frac{U_e (T_{\infty} - T_i)}{(U_i + U_e)} \eta$$

Para el caso sin excitación de radiación se tiene que la temperatura T_{∞} está dada por la ecuación [A3.9]:

$$T_{\infty} = \frac{U_i T_i + U_e T_e}{U_i + U_e}$$

Entonces:

$$Q_{P,CD} = U_e A \left(\frac{U_i T_i + U_e T_e}{U_i + U_e} - T_e \right) - \rho C_P \dot{V} \frac{U_e \left(\frac{U_i T_i + U_e T_e}{U_i + U_e} - T_i \right)}{\left(U_i + U_e \right)} \eta$$

Como:

 $\frac{U_0}{U_i} = \frac{U_e}{U_i + U_e}$

Su tiene que:

$$Q_{P,CD} = \frac{U_0}{U_i} A \left(U_i T_i + U_e T_e - T_e \left(U_i + U_e \right) \right) - \rho C_P \dot{V} \frac{U_0}{U_i} \left(\frac{U_i T_i + U_e T_e - T_i \left(U_i + U_e \right)}{U_i + U_e} \right) \kappa$$

$$Q_{P,CD} = \frac{U_0}{U_i} A (U_i T_i - U_i T_e) - \rho C_P \dot{V} \frac{U_0^2}{U_i^2 U_e} (U_e T_e - U_e T_i) \eta$$
$$Q_{P,CD} = U_0 A (T_i - T_e) + \rho C_P \dot{V} \frac{U_0^2}{U_i^2} (T_i - T_e) \eta$$

Finalmente se llega a:

$$Q_{P,CD} = \left[U_0 A + \rho C_P \dot{V} \frac{U_0^2}{U_i^2} \eta \right] (T_i - T_e)$$
[A3.28]

[A3.29]

Definiendo:

$$H_0 = U_0 A$$

$$\Delta H = \rho C_P \dot{V} \frac{U_0^2}{U_i^2} \kappa$$

$$H = H_0 + \Delta H$$
Se tiene que:
$$Q_{P,CD} = [H_0 + \Delta H] (T_i - T_e) = H (T_i - T_e)$$

Pérdidas, Visión Desglosada

$$Q_{Perd} = Q_{P,CD} = Q_{P,vent} + Q_{P,Con,ei}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_{P,CD} &= U_{i} \mathcal{A} \Big(T_{i} - \overline{T}_{n} \Big) + \frac{\mathcal{A}}{R_{rR}} \Big(\overline{T}_{a} - \overline{T}_{n} \Big) \\ \overline{T}_{a} &= T_{w} - (T_{w} - T_{a,0}) \frac{\rho C_{p} \dot{V}}{Z \mathcal{A}} \eta \\ \mathcal{Q}_{P,Con,ei} &= U_{i} \mathcal{A} \Big(T_{i} - T_{w} - \frac{\rho C_{p} \dot{V}}{\mathcal{A}} \frac{(T_{w} - T_{a,0})}{(U_{i} + U_{w})} \eta \Big) \\ T_{i} &= T_{a,0} \\ \mathcal{Q}_{P,Con,ei} &= U_{i} \mathcal{A} \Big(T_{i} - T_{w} \Big) - \rho C_{p} \dot{V} \frac{U_{i}}{(U_{i} + U_{w})} \eta \Big(T_{w} - T_{i} \Big) \\ \mathcal{Q}_{P,Con,ei} &= \begin{bmatrix} \mathcal{A} - \frac{1}{(U_{i} + U_{w})} \rho C_{p} \dot{V} \eta \end{bmatrix} U_{i} \Big(T_{i} - T_{w} \Big) \\ \mathcal{Q}_{P,Con,ei} &= \begin{bmatrix} \mathcal{A} - \frac{1}{(U_{i} + U_{w})} \rho C_{p} \dot{V} \eta \end{bmatrix} U_{i} \Big(\frac{U_{e} T_{i} + U_{i} T_{i} - U_{i} T_{i} - U_{e} T_{e}}{U_{i} + U_{e}} \Big) \\ \mathcal{Q}_{P,Con,ei} &= \begin{bmatrix} \mathcal{A} - \frac{1}{(U_{i} + U_{w})} \rho C_{p} \dot{V} \eta \end{bmatrix} U_{i} \Big(\frac{U_{e} T_{i} + U_{i} T_{i} - U_{i} T_{i} - U_{e} T_{e}}{U_{i} + U_{e}} \Big) \\ \mathcal{Q}_{P,Con,ei} &= \begin{bmatrix} \mathcal{A} - \frac{1}{(U_{i} + U_{w})} \rho C_{p} \dot{V} \eta \end{bmatrix} U_{i} \Big(\frac{U_{e} T_{i} - U_{e} T_{e}}{U_{i} + U_{e}} \Big) \\ \mathcal{Q}_{P,Con,ei} &= \begin{bmatrix} \mathcal{A} - \frac{1}{(U_{i} + U_{w})} \rho C_{p} \dot{V} \eta \end{bmatrix} U_{i} \Big(\frac{U_{e} T_{i} - U_{e} T_{e}}{U_{i} + U_{e}} \Big) \\ \mathcal{Q}_{P,Con,ei} &= \begin{bmatrix} \mathcal{A} - \frac{1}{(U_{i} + U_{w})} \rho C_{p} \dot{V} \eta \end{bmatrix} U_{0} \Big(T_{i} - T_{e} \Big) \\ \mathcal{Q}_{P,Con,ei} &= \begin{bmatrix} \mathcal{A} - \frac{1}{(U_{i} + U_{w})} \rho C_{p} \dot{V} \eta \end{bmatrix} U_{0} \Big(T_{i} - T_{e} \Big) \\ \mathcal{Q}_{P,Con,ei} &= \begin{bmatrix} \mathcal{A} - \frac{1}{(U_{i} + U_{w})} \rho C_{p} \dot{V} \eta \end{bmatrix} U_{0} \Big(T_{i} - T_{e} \Big) \\ \mathcal{Q}_{P,Con,ei} &= \begin{bmatrix} \mathcal{A} - \frac{1}{(U_{i} + U_{w})} \rho C_{p} \dot{V} \eta \end{bmatrix} U_{0} \Big(T_{i} - T_{e} \Big) \\ \mathcal{Q}_{P,Con,ei} &= \begin{bmatrix} \mathcal{A} - \frac{1}{(U_{i} + U_{w})} \rho C_{p} \dot{V} \eta \end{bmatrix} U_{0} \Big(T_{i} - T_{e} \Big) \\ \mathcal{Q}_{P,Con,ei} &= \begin{bmatrix} \mathcal{A} - \frac{1}{(U_{i} + U_{w})} \rho C_{p} \dot{V} \eta \end{bmatrix} U_{0} \Big(T_{i} - T_{w} \Big) \\ \mathcal{Q}_{P,Con,ei} &= \begin{bmatrix} \mathcal{A} - \frac{1}{(U_{i} + U_{w})} \rho C_{p} \dot{V} \eta \end{bmatrix} U_{0} \Big(T_{i} - T_{w} \Big) \\ \mathcal{Q}_{P,Con,ei} &= \begin{bmatrix} \mathcal{A} - \frac{1}{(U_{i} + U_{w})} \rho C_{p} \dot{V} \eta \end{bmatrix} U_{0} \Big(T_{w} - T_{w} \Big) \\ \mathcal{Q}_{P,Con,ei} &= \begin{bmatrix} \mathcal{A} - \frac{1}{(U_{i} + U_{w})} \rho C_{p} \dot{V} \eta \end{bmatrix} U_{0} \Big(T_{w} - T_{w} \Big) \\ \mathcal{Q}_{P,Con,ei} &= \begin{bmatrix} \mathcal{A} - \frac{1}{(U_{i} + U_{w})} \rho C_{p} \dot{V} \eta \end{bmatrix} U_{w} \Big(T_{w} - T_{w} \Big) \\ \mathcal{Q}_{P,Con,ei} &= \begin{bmatrix} \mathcal{A} - \frac{$$

Ahora el calor por Ventilación es:

$$Q_{P,vent} = \frac{A}{R_{VR}} \left(\overline{T}_a - \overline{T}_n\right)$$

$$Q_{P,vent} = \frac{A}{R_{VR}} \left(-\left(T_{\infty} - T_{a,0}\right) \frac{\rho C_P \dot{V}}{ZA} \eta + \frac{\rho C_P \dot{V}}{A} \frac{\left(T_{\infty} - T_{a,0}\right)}{\left(U_i + U_e\right)} \eta\right)$$

$$Q_{P,vent} = \frac{1}{R_{VR}} \rho C_P \dot{V} \eta \left(-\frac{1}{Z} + \frac{1}{\left(U_i + U_e\right)}\right) \left(T_{\infty} - T_{a,0}\right)$$

Sabiendo que

$$\frac{1}{Z} = R_{VR} + \frac{1}{U_i + U_e}$$

Se reduce a:

$$Q_{P,vent} = \frac{1}{R_{VR}} \rho C_P \dot{V} \eta \left(-R_{VR}\right) \left(T_{\infty} - T_{a,0}\right)$$
$$Q_{P,vent} = -\rho C_P \dot{V} \eta \left(T_{\infty} - T_{a,0}\right)$$

Como la temperatura de entrada es la del espacio interior:

$$Q_{P,vent} = \rho C_P \dot{V} \eta \left(T_i - T_\infty \right)$$

Se reemplaza la expresión de T_{∞} sin radiación:

$$Q_{P,vent} = \rho C_P \dot{V} \eta \left(T_i - \frac{U_i T_i + U_e T_e}{U_i + U_e} \right)$$

$$Q_{P,vent} = \rho C_P \dot{V} \eta \left(\frac{U_e T_i - U_e T_e}{U_i + U_e} \right)$$

$$Q_{P,vent} = \rho C_P \dot{V} \eta \frac{U_0}{U_i} (T_i - T_e)$$
[A3.31]

Se comprueba ahora que

$$Q_{P,CD} = Q_{P,Con,ei} + Q_{P,vent}$$

$$Q_{P,Con,ei} + Q_{P,vent} = \left[U_0 A - \frac{U_0}{(U_i + U_e)} \rho C_P \dot{V} \eta + \rho C_P \dot{V} \eta \frac{U_0}{U_i} \right] (T_i - T_e)$$

$$Q_{P,Con,ei} + Q_{P,vent} = \left[U_0 A + U_0 \rho C_P \dot{V} \eta \left(\frac{1}{U_i} - \frac{U_0}{U_i U_e} \right) \right] (T_i - T_e)$$

$$Q_{P,Con,ei} + Q_{P,vent} = \left[U_0 A + U_0 \rho C_P \dot{V} \eta \left(\frac{U_e - U_0}{U_i U_e} \right) \right] (T_i - T_e)$$
Sabiendo que
$$U_e = \frac{U_0 U_i}{U_i - U_0}$$
Se obtiene

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_{P,Con,ei} + \mathcal{Q}_{P,vent} &= \left[U_0 A + U_0 \rho C_P \dot{V} \eta \left(\frac{U_0 U_i}{U_i - U_0} - U_0 \right) \frac{U_0 U_i^2}{U_i - U_0} \right) \right] (T_i - T_e) \\ \mathcal{Q}_{P,Con,ei} + \mathcal{Q}_{P,vent} &= \left[U_0 A + U_0 \rho C_P \dot{V} \eta \left(\frac{U_0}{U_i^2} \right) \right] (T_i - T_e) \\ \mathcal{Q}_{P,Con,ei} + \mathcal{Q}_{P,vent} &= \left[U_0 A + \frac{U_0^2}{U_i^2} \rho C_P \dot{V} \eta \right] (T_i - T_e) \end{aligned}$$

Que es la misma expresión que la mostrada en la ecuación [A3.28].

En resumen:

Las pérdidas por transmisión a través del muro son las representadas por la ecuación [A3.30]

$$Q_{P,Con,ei} = \left[U_0 A - \frac{U_0}{\left(U_i + U_e\right)} \rho C_P \dot{V} \eta \right] \left(T_i - T_e\right)$$

Y las pérdidas del aire que pasa por el canal son las de la ecuación [A3.31]:

$$Q_{P,vent} = \rho C_P \dot{V} \eta \frac{U_0}{U_i} (T_i - T_e)$$

Las pérdidas pueden ser vistas como: $Q_{P,CD} = [H_{Cond} + H_{Vent}](T_i - T_e)$

Donde:

$$\begin{aligned} H_{Cond} &= H_0 + \Delta H_{Cond,Vent} \\ H_0 &= U_0 A \\ \\ \Delta H_{Cond,Vent} &= -\frac{U_0}{U_i + U_e} \rho C_P \dot{V} \eta \\ Y \\ \\ H_{Vent} &= \rho C_P \dot{V} \eta \frac{U_0}{U_i} \end{aligned}$$

Ganancias con Absorbedor Interno

Las ganancias se obtienen de sumar el calor que entra por conducción a través del muro, con el calor que aporta el aire que se calienta en la cámara:

$$Q_{Gan} = Q_{G,CD} + Q_{G,V}$$

Como el cálculo de las ganancias se hace por medio del principio de superposición, esto es, en este caso ignorando el efecto de la diferencia de temperaturas entre el interior y el exterior (ya considerado en el apartado de pérdidas) se elige por conveniencia que:

$$T_i = T_e = 0$$

Y como la temperatura de entrada del aire a la cámara es la del espacio interior se tiene que:

$$Q_{Gan} = \frac{A}{\left(R_{ei} + R_{i}\right)} \left[T_{m,1} - 0\right] + \rho C_{p} \dot{V} \left[T_{a,L} - 0\right]$$

El principio de conservación de la energía en la superficie absorbedora establece que:

$$I\alpha AF_SF_FF_Wg = Q_{m \to n} + Q_{G,CD}$$

donde $Q_{m \to n}$ es el calor de la superficie del muro al nodo T_n .

Entonces:

$$I\alpha AF_{S}F_{F}F_{W}g = \frac{A}{R_{C}/2}\left(T_{m,1} - \overline{T}_{n}\right) + \frac{A}{\left(R_{ei} + R_{i}\right)}T_{m,1}$$

Reordenando:

$$I\alpha F_{S}F_{F}F_{W}g = \left(\frac{\frac{R_{ei} + R_{i} + \frac{R_{C}}{2}}{R_{C}/2(R_{ei} + R_{i})}\right)T_{m,1} - \frac{1}{\frac{R_{C}}{2}}\overline{T_{n}}$$

Despejando $T_{m,1}$:

$$T_{m,1} = U_i \left(R_{ei} + R_i \right) \overline{T}_n + \frac{U_i R_C \left(R_{ei} + R_i \right)}{2} I \alpha F_S F_F F_W g$$

La temperatura \overline{T}_n es la temperatura media de intercambio de calor de las superficies de la cámara y está dada por la ecuación [A3.22].

$$\overline{T}_n = \frac{w}{A} \int_0^L T_n(x) dx = T_\infty - \frac{\rho C_P \dot{V}}{A} \frac{T_\infty}{\left(U_i + U_e\right)} \eta$$

Y la temperatura de salida del aire dada por la ecuación [A3.15]

$$T_a(x = L) = T_{a,L} = T_{a,0} + (T_{\infty} - T_{a,0})\eta$$
$$T_{a,L} = 0 + (T_{\infty} - 0)\kappa = T_{\infty}\eta$$

Se tiene que:

$$Q_{Gan} = \frac{A}{\left(R_{ei} + R_{i}\right)} \left[U_{i} \left(R_{ei} + R_{i}\right) \left(T_{\infty} - \frac{\rho C_{p} \dot{V}}{A} \frac{T_{\infty}}{\left(U_{i} + U_{e}\right)} \eta \right) + \frac{U_{i} R_{C} \left(R_{ei} + R_{i}\right)}{2} I \alpha F_{S} F_{F} F_{W} g \right] + \rho C_{p} \dot{V} \left[T_{\infty} \eta\right]$$

Reduciendo términos:

$$Q_{Gan} = U_i A \left(T_{\infty} - \frac{\rho C_p \dot{V}}{A} \frac{T_{\infty}}{\left(U_i + U_e\right)} \kappa \right) + \frac{U_i A R_c}{2} I \alpha F_s F_F F_W g + \rho C_p \dot{V} [T_{\infty} \kappa]$$

$$Q_{Gan} = U_i A T_{\infty} - \rho C_p \dot{V} \frac{U_i T_{\infty}}{\left(U_i + U_e\right)} \eta + \frac{U_i A R_c}{2} I \alpha F_s F_F F_W g + \rho C_p \dot{V} [T_{\infty} \eta]$$

Tomando la definición correspondiente de la temperatura en el infinito para el caso de excitación por radiación en el elemento interior, dado por la ecuación [A3.22]

$$T_{\infty} = \frac{U_0}{U_e} (R_{ei} + R_i) I \alpha F_S F_F F_W g$$

Y reemplazando:

$$Q_{Gan} = I\alpha F_{S}F_{F}F_{W}g\left[U_{i}A\frac{U_{0}}{U_{e}}(R_{ei}+R_{i}) + \frac{U_{i}AR_{C}}{2} - \frac{U_{i}}{(U_{i}+U_{e})}\frac{U_{0}}{U_{e}}(R_{ei}+R_{i})\rho C_{P}\dot{V}\eta + \frac{U_{0}}{U_{e}}(R_{ei}+R_{i})\rho C_{P}\dot{V}\eta\right]$$

y continuando la reducción de términos:

$$Q_{Gan} = I\alpha F_S F_F F_W g \left[U_0 A \left(\frac{U_i}{U_e} (R_{ei} + R_i) + \frac{U_i R_C}{U_0 2} \right) - \left(\frac{U_0}{U_e} \right)^2 (R_{ei} + R_i) \rho C_P \dot{V} \eta + \frac{U_0}{U_e} (R_{ei} + R_i) \rho C_P \dot{V} \eta \right]$$

teniendo en cuenta que:

$$\frac{U_i}{U_0} = \frac{U_i + U_e}{U_e}$$

Se continúa la reducción de términos

$$\begin{aligned} Q_{Gan} &= I\alpha F_{S}F_{F}F_{W}g \Bigg[U_{0}A\Bigg(\frac{U_{i}(R_{ei}+R_{i})+(U_{i}+U_{e})^{R_{C}}}{U_{e}}\Bigg) - \left(\frac{U_{0}}{U_{e}}\right)^{2}(R_{ei}+R_{i})\rho C_{p}\dot{V}\eta + \frac{U_{0}}{U_{e}}(R_{ei}+R_{i})\rho C_{p}\dot{V}\eta +$$

$$Q_{Gan} = I\alpha F_{S}F_{F}F_{W}g\left[U_{0}A(R_{e}+R_{ee}+R_{C}) - \left(\frac{U_{0}}{U_{e}}\right)^{2}(R_{ei}+R_{i})\rho C_{P}\dot{V}\eta + \frac{U_{0}}{U_{e}}(R_{ei}+R_{i})\rho C_{P}\dot{V}\eta\right]$$

Definiendo:

$$A_{Trans} = A_{Trans_0} + \Delta A_{Trans} = AU_0 \left(R_e + R_{ee} + R_c \right) - \left(R_{ei} + R_i \right) \left(\frac{U_0}{U_e} \right)^2 \rho C_P \dot{V} \eta$$

$$A_{vent} = \left(R_{ei} + R_i\right) \frac{U_0}{U_e} \rho C_p \dot{V} \eta$$

Se tiene

$$Q_{Gan} = I\alpha F_S F_F F_W g \left[A_{Trans} + A_{Vent} \right]$$

Ganancias con Absorbedor Externo

Las ganancias se obtienen de sumar el calor que entra por conducción a través del muro, con el calor que aporta el aire que se calienta en la cámara:

$$Q_{Gan} = Q_{G,CD} + Q_{G,V}$$

Como el cálculo de las ganancias se hace por medio del principio de superposición, esto es, en este caso ignorando el efecto de la diferencia de temperaturas entre el interior y el exterior (ya considerado en el apartado de pérdidas) se elige por conveniencia que:

$$T_{i} = T_{e} = 0$$

Se tiene que:

$$Q_{G,CD} = U_i A \left[\overline{T}_n - 0 \right]$$

y como la temperatura de entrada del aire a la cámara es la del espacio interior:

$$Q_{G,V} = \rho C_p \dot{V} \left[T_{a,L} - 0 \right]$$

El principio de conservación de la energía en la superficie absorbedora establece que:

$$I\alpha AF_S = Q_{Gan} + Q_P$$

donde Q_p es el calor que se pierde al exterior.

De la ecuación [A3.27] se tiene que:

$$\overline{T}_n = T_{\infty} - \frac{\rho C_P \dot{V}}{A} \frac{T_{\infty}}{\left(U_i + U_e\right)} \eta$$

Y la temperatura del aire en una cámara de altura infinita para la condición en que la excitación de radiación es en el elemento exterior, está dada por la ecuación [A3.26]

$$T_{\infty} = R_e \frac{U_0}{U_i} I \alpha F_S$$

Se tiene que:

$$\overline{T}_n = R_e \frac{U_0}{U_i} I \alpha F_S \left[1 - \frac{\rho C_P \dot{V}}{A} \frac{1}{\left(U_i + U_e\right)} \eta \right]$$

$$\overline{T}_n = R_e \frac{U_0}{U_i} I \alpha F_S \left[1 - \frac{\rho C_P \dot{V}}{A} \frac{U_0}{U_i U_e} \eta \right]$$

Por otro lado se tiene que la temperatura del aire a la salida de la cámara es, según la ecuación [A3.15]:

$$T_{a}(x = L) = T_{a,L} = T_{a,0} + (T_{\infty} - T_{a,0})\eta$$
$$T_{a,L} = T_{\infty}\kappa$$
$$T_{a,L} = R_{e}\frac{U_{0}}{U_{i}}I\alpha F_{S}\eta$$

Entonces las ganancias de calor son:

$$Q_{Gan} = U_i A R_e \frac{U_0}{U_i} I \alpha F_S \left[1 - \frac{\rho C_P \dot{V}}{A} \frac{U_0}{U_i U_e} \eta \right] + \rho C_P \dot{V} R_e \frac{U_0}{U_i} I \alpha F_S \eta$$
$$Q_{Gan} = I \alpha F_S \left[R_e U_0 A - R_e \frac{U_0^2}{U_i U_e} \rho C_P \dot{V} \eta + R_e \frac{U_0}{U_i} \rho C_P \dot{V} \eta \right]$$

Definiendo:

$$A_{Trans} = A_{Trans_0} + \Delta A_{Trans} = R_e U_0 A - R_e \frac{U_0^2}{U_i U_e} \rho C_P \dot{V} \eta$$

$$A_{vent} = R_e \frac{U_0}{U_i} \rho C_p \dot{V} \eta$$

Se tiene

$$Q_{Gan} = I\alpha F_{S} \left[A_{Trans} + A_{Vent} \right]$$

Muro Parietodinámico

Principio de Superposición: Contribución Bruta = Pérdidas - Ganancias



Pérdidas

Las pérdidas en este elemento se refieren al calor que se escapa por conducción, más las perdidas inducidas por el aire que entra por el canal desde el exterior. Tal como se ha puesto de manifiesto, las pérdidas se calculan excitando el elemento sólo con temperaturas y sin radiación.

$$Q_{Perd} = Q_{P,CD} + Q_{P,V}$$

Las pérdidas por conducción son:

$$Q_{P,CD} = U_e A(\overline{T}_n - T_e)$$
[A3.32]

Como la temperatura \overline{T}_n está dada por la ecuación [A3.17]:

$$\overline{T}_{n} = T_{\infty} - \frac{\rho C_{P} \dot{V} \left(T_{\infty} - T_{a,0}\right)}{A \left(U_{i} + U_{e}\right)} \eta$$

Y la temperatura T_{∞} por la ecuación [A3.9], además de tener en cuenta que la temperatura del aire que entra en la cámara es igual a la temperatura exterior (por ser aire exterior el que entra):

$$\begin{split} T_{a,0} &= T_e \\ T_\infty &= \frac{U_i T_i + U_e T_e}{U_i + U_e} \end{split}$$

Se tiene entonces que:

$$\overline{T}_{n} = \frac{U_{i}T_{i} + U_{e}T_{e}}{U_{i} + U_{e}} - \frac{\rho C_{p}\dot{V}}{A} \frac{\left(\frac{U_{i}T_{i} + U_{e}T_{e}}{U_{i} + U_{e}} - T_{e}\right)}{\left(U_{i} + U_{e}\right)}\eta$$

Reduciendo términos:

$$\overline{T}_n = \frac{1}{U_i + U_e} \left[U_i T_i + U_e T_e - \frac{\rho C_P \dot{V}}{A} \left(\frac{U_i T_i - U_i T_e}{U_i + U_e} \right) \eta \right]$$
[A3.33]

Reemplazando [A3.33] en la ecuación [A3.32]:

$$Q_{P,CD} = U_e A \left\{ \frac{1}{U_i + U_e} \left[U_i T_i + U_e T_e - \frac{\rho C_P \dot{V}}{A} \left(\frac{U_i T_i - U_i T_e}{U_i + U_e} \right) \eta \right] - T_e \right\}$$

Reduciendo términos:

$$\begin{aligned} Q_{P,CD} &= A \frac{U_0}{U_i} \bigg[U_i T_i + U_e T_e - \frac{U_0}{U_i U_e} \frac{\rho C_P \dot{V}}{A} (U_i T_i - U_i T_e) \eta \bigg] - A U_e T_e \\ Q_{P,CD} &= A U_0 T_i + A \frac{U_0 U_e}{U_i} T_e - \frac{U_0^2}{U_i U_e} (T_i - T_e) \rho C_P \dot{V} \eta - A U_e T_e \\ Q_{P,CD} &= A U_0 T_i + A \bigg(\frac{U_0 U_e - U_i U_e}{U_i} \bigg) T_e - \frac{U_0^2}{U_i U_e} (T_i - T_e) \rho C_P \dot{V} \eta \\ Q_{P,CD} &= A U_0 T_i + A \bigg(\frac{\frac{U_i U_e}{U_i + U_e} U_e - U_i U_e}{U_i} \bigg) T_e - \frac{U_0^2}{U_i U_e} (T_i - T_e) \rho C_P \dot{V} \eta \\ Q_{P,CD} &= A U_0 T_i + A \bigg(\frac{\frac{U_i U_e}{U_i + U_e} U_e - U_i U_e}{U_i} \bigg) T_e - \frac{U_0^2}{U_i U_e} (T_i - T_e) \rho C_P \dot{V} \eta \\ Q_{P,CD} &= A U_0 T_i + A \bigg(\frac{\frac{U_i U_e}{U_i + U_e} U_e - U_i U_e}{U_i (U_i + U_e)} \bigg) T_e - \frac{U_0^2}{U_i U_e} (T_i - T_e) \rho C_P \dot{V} \eta \\ Q_{P,CD} &= A U_0 T_i + A \bigg(\frac{-U_i U_e}{U_i + U_e} \bigg) T_e - \frac{U_0^2}{U_i U_e} (T_i - T_e) \rho C_P \dot{V} \eta \\ Q_{P,CD} &= A U_0 T_i - A U_0 T_e - \frac{U_0^2}{U_i U_e} (T_i - T_e) \rho C_P \dot{V} \eta \\ Q_{P,CD} &= A U_0 T_i - A U_0 T_e - \frac{U_0^2}{U_i U_e} (T_i - T_e) \rho C_P \dot{V} \eta \end{aligned}$$

Con lo que finalmente:

$$Q_{P,CD} = \left[AU_0 - \frac{U_0^2}{U_i U_e} \rho C_P \dot{V} \eta \right] (T_i - T_e)$$
[A3.34]

El término $\frac{U_0^2}{U_i U_e} \rho C_p \dot{V} \eta$ tiene sentido negativo, lo cual significa que reduce las pérdidas por conducción, y este término puede ser entendido como una recuperación de calor, ya que si no existiera flujo de aire las pérdidas serían simplemente $AU_0(T_i - T_e)$, pero al existir flujo de aire, éste atrapa una porción de calor que es devuelta al espacio. Finalmente, se puede anotar que al contrario de lo que sucede en un muro Trombe, el flujo de aire reduce las pérdidas por conducción, lo cual tiene sentido bien sea si se ve desde el punto de vista de recuperador de calor o si se analiza el comportamiento de las temperaturas ya que este flujo baja la temperatura de la cámara y por ende el gradiente de temperatura entre la cámara y el exterior.

Las pérdidas por ventilación son:

Las pérdidas por ventilación son las que se generan por el aire de entrada:

$$Q_{P,V} = \rho C_p \dot{V} (T_i - T_e)$$

Las pérdidas totales son:

$$Q_{Perd} = Q_{P,CD} + Q_{P,V} = \left[AU_0 - \frac{U_0^2}{U_i U_e}\rho C_p \dot{V}\eta + \rho C_p \dot{V}\right](T_i - T_e)$$
$$Q_{Perd} = \left[AU_0 + \left(1 - \frac{U_0^2}{U_i U_e}\eta\right)\rho C_p \dot{V}\right](T_i - T_e)$$

Definiendo:

$$\begin{aligned} H_0 &= U_0 A \\ \hline \Delta H &= \rho C_p \dot{V} \left(1 - \frac{U_0^2}{U_i U_e} \eta \right) \\ H &= H_0 + \Delta H \\ \text{Se tiene que:} \\ Q_{P,CD} &= \left[H_0 + \Delta H \right] (T_i - T_e) = H \left(T_i - T_e \right) \end{aligned}$$

$$[A3.35]$$

Pérdidas, Visión Desglosada

Otra forma de desarrollar las pérdidas es tomar el calor que se pierde por conducción desde el interior a la cámara de aire, y restarle el calor que es recuperado desde la cámara de aire al interior.

El calor perdido por conducción desde el interior es:

$$Q_{P,Cond} = U_{i}A(T_{i} - \overline{T_{n}})$$

$$\overline{T_{n}} = \frac{U_{0}}{U_{i}U_{e}} \left[U_{i}T_{i} + U_{e}T_{e} - \frac{\rho C_{P}\dot{V}}{A} \left(\frac{U_{i}T_{i} - U_{i}T_{e}}{U_{i} + U_{e}} \right) \eta \right]$$

$$\overline{T_{n}} = U_{0} \left[\frac{1}{U_{e}}T_{i} + \frac{1}{U_{i}}T_{e} - \frac{U_{0}}{U_{i}U_{e}^{2}} \frac{\rho C_{P}\dot{V}}{A} (T_{i} - T_{e}) \eta \right]$$

$$Q_{P,Cond} = U_{i}A \left\{ T_{i} - U_{0} \left[\frac{1}{U_{e}}T_{i} + \frac{1}{U_{i}}T_{e} - \frac{U_{0}}{U_{i}U_{e}^{2}} \frac{\rho C_{P}\dot{V}}{A} (T_{i} - T_{e}) \eta \right] \right\}$$

$$Q_{P,Cond} = AU_{i}T_{i} - A \frac{U_{0}U_{i}}{U_{e}}T_{i} - AU_{0}T_{e} + \frac{U_{0}^{2}}{U_{e}^{2}} \rho C_{P}\dot{V} (T_{i} - T_{e}) \eta$$

$$Q_{P,Cond} = A \left[U_{i} \left(1 - \frac{U_{0}}{U_{e}} \right) T_{i} - U_{0}T_{e} \right] + \frac{U_{0}^{2}}{U_{e}^{2}} \rho C_{P}\dot{V} (T_{i} - T_{e}) \eta$$

$$Q_{P,Cond} = A \left[U_{i} \left(\frac{U_{e} + U_{i} - U_{i}}{U_{e} + U_{i}} \right) T_{i} - U_{0} T_{e} \right] + \frac{U_{0}^{2}}{U_{e}^{2}} \rho C_{P} \dot{V} \left(T_{i} - T_{e} \right) \eta$$

$$Q_{P,Cond} = A \left[U_{i} \left(\frac{U_{0}}{U_{i}} \right) T_{i} - U_{0} T_{e} \right] + \frac{U_{0}^{2}}{U_{e}^{2}} \rho C_{P} \dot{V} \left(T_{i} - T_{e} \right) \eta$$

$$Q_{P,Cond} = A \left(U_{0} T_{i} - U_{0} T_{e} \right) + \frac{U_{0}^{2}}{U_{e}^{2}} \rho C_{P} \dot{V} \left(T_{i} - T_{e} \right) \kappa$$

$$Q_{P,Cond} = \left[A U_{0} + \frac{U_{0}^{2}}{U_{e}^{2}} \rho C_{P} \dot{V} \eta \right] \left(T_{i} - T_{e} \right)$$
[A3.36]

El calor recuperado por aire es:

$$Q_{Recuper} = \frac{A}{R_{VR}} \left(\overline{T}_n - \overline{T}_n\right)$$

$$\overline{T}_n = T_{\infty} - \frac{\rho C_p \dot{V}}{A} \frac{(T_{\infty} - T_{a,0})}{(U_i + U_e)} \eta$$

$$Q_{Recuper} = \frac{A}{R_{VR}} \frac{\rho C_p \dot{V}}{A} (T_{\infty} - T_{a,0}) \eta \left(\frac{1}{Z} - \frac{1}{U_i + U_e}\right)$$

$$\frac{1}{Z} = R_{VR} + \frac{1}{U_i + U_e}$$

$$Q_{Recuper} = \rho C_p \dot{V} (T_{\infty} - T_{a,0}) \eta$$

$$T_{a,0} = T_e$$

$$T_{\infty} = \frac{U_i T_i + U_e T_e}{U_i + U_e}$$

$$Q_{Recuper} = \rho C_p \dot{V} \left(\frac{U_i T_i + U_e T_e}{U_i + U_e} - T_e\right) \eta$$

$$Q_{Recuper} = \rho C_p \dot{V} \left(\frac{U_i T_i - U_i T_e}{U_i + U_e}\right) \eta$$

$$Q_{Recuper} = \frac{U_0}{U_e} \rho C_p \dot{V} \eta (T_i - T_e)$$

$$[A3.37]$$

El calor de pérdidas por transmisión estaba definido como:

 $Q_{P,CD} = U_e A(\overline{T}_n - T_e)$ Que debe ser igual a: $Q_{P,CD} = Q_{P,Cond} - Q_{Recuper}$

A continuación se demuestra esto:

$$\begin{aligned} Q_{P,Cond} - Q_{Recuper} &= \left[AU_{0} + \frac{U_{0}^{2}}{U_{e}^{2}} \rho C_{P} \dot{V} \eta - \frac{U_{0}}{U_{e}} \rho C_{P} \dot{V} \eta \right] (T_{i} - T_{e}) \\ Q_{P,Cond} - Q_{Recuper} &= \left[AU_{0} + \frac{U_{0}}{U_{e}} \left(\frac{U_{0}}{U_{e}} - 1 \right) \rho C_{P} \dot{V} \eta \right] (T_{i} - T_{e}) \\ Q_{P,Cond} - Q_{Recuper} &= \left[AU_{0} + \frac{U_{0}}{U_{e}^{2}} (U_{0} - U_{e}) \rho C_{P} \dot{V} \eta \right] (T_{i} - T_{e}) \\ Q_{P,Cond} - Q_{Recuper} &= \left[AU_{0} + \frac{U_{0}}{U_{e}^{2}} \left(\frac{U_{i}U_{e}}{U_{i} + U_{e}} - U_{e} \right) \rho C_{P} \dot{V} \eta \right] (T_{i} - T_{e}) \\ Q_{P,Cond} - Q_{Recuper} &= \left[AU_{0} + \frac{U_{0}}{U_{e}^{2}} \left(\frac{U_{i}U_{e} - U_{i}U_{e} - U_{e}^{2}}{U_{i} + U_{e}} \right) \rho C_{P} \dot{V} \eta \right] (T_{i} - T_{e}) \\ Q_{P,Cond} - Q_{Recuper} &= \left[AU_{0} + \frac{U_{0}}{U_{e}^{2}} \left(\frac{-U_{e}^{2}}{U_{i} + U_{e}} \right) \rho C_{P} \dot{V} \eta \right] (T_{i} - T_{e}) \\ Q_{P,Cond} - Q_{Recuper} &= \left[AU_{0} + \frac{U_{0}}{U_{e}^{2}} \left(\frac{-U_{e}^{2}}{U_{i} + U_{e}} \right) \rho C_{P} \dot{V} \eta \right] (T_{i} - T_{e}) \\ Q_{P,Cond} - Q_{Recuper} &= \left[AU_{0} - \frac{U_{0}^{2}}{U_{e}^{2}} \rho C_{P} \dot{V} \eta \right] (T_{i} - T_{e}) \end{aligned}$$

Que es igual a la ecuación [A3.34] con lo que se comprueba que $Q_{P,CD} = Q_{P,Cond} - Q_{Recuper}$.

Análisis Pérdidas por Ventilación en un Muro Parietodinámico.

Un muro parietodinámico recoge aire del exterior y lo impulsa al interior del edificio. Esto hace que en el análisis de este tipo de muro sea necesario estudiar también la ventilación del espacio al que se le está impulsando el aire a través del muro parietodinámico. Una vez establecidos los requerimientos de ventilación con aire exterior de un espacio, y dado que dichos requerimientos son cubiertos con aire proveniente de dos fuentes: una fracción de aire impulsado directamente desde el exterior, y otra fracción con aire impulsado a través del muro parietodinámico, y en el supuesto que la suma de las dos fracciones cubren justamente el requisito de ventilación, se tiene la situación en la que el aire impulsado a través del muro parietodinámico, ya que en este elemento el aire sufre un precalentamiento.

Bajo esta perspectiva resulta evidente que la situación óptima de funcionamiento para un espacio dotado con un muro parietodinámico, es aquella en la que todo el aire exterior requerido es suministrado a través del muro parietodinámico. Esto funciona bastante bien desde un punto de vista teórico, sin embargo, su aplicación real empieza a ser discutible, si se tienen en cuenta las necesidades de estanqueidad requeridas en el espacio para evitar que el aire exterior no deseado penetre,. Más si se tiene en cuenta que, en general, la temperatura del aire que entra al espacio es inferior a la temperatura de consigna, es decir, que aunque el aire que entra está precalentado, esto es, por encima de la temperatura exterior, no suele estar por encima de la temperatura interior y por tanto es necesario suministrar un calor adicional para subir su temperatura hasta el punto de consigna, que por supuesto es una cantidad de calor inferior a la que se necesitaría si el aire entrara directamente desde el exterior. Pero esto pone en evidencia que si se impulsa a través del muro parietodinámico más aire del requerido, ese exceso de aire agrega una carga de calor al sistema que puede hacer que las ventajas teóricas de este elemento desaparezcan.

En resumen se puede decir que para que un muro parietodinámico funcione adecuadamente, es necesario tener una calidad constructiva tal que las infiltraciones no deseadas sean casi nulas y que el flujo a través del muro parietodinámico sea controlado con mucha exactitud. Esto requiere un nivel tecnológico que no se encuentra actualmente en la construcción de los edificios habituales en España.

Ganancias

Las ganancias en un muro Parietodinámico se calculan con las mismas expresiones que el muro Trombe.

Demostraciones

La máxima temperatura que puede alcanzar el aire en el canal es la temperatura promedio de las superficies que lo contienen, esto obviamente ocurriría en $L=\infty$. Con lo que la temperatura del aire sería el promedio entre la temperatura de las superficies que limitan con ella: La demostración es la siguiente:

a) Demostración que:

$$T_a(x=\infty) = T_{\infty} = \frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2}$$

Se supone que la temperatura del aire se puede considerar constante transversalmente, es decir que el aire tiene la misma temperatura cerca del elemento exterior que del elemento interior para una altura dada.

Se toma el diferencial de masa formado por:

$$dm = w^* e^* dx^* \rho$$

donde L : ancho del muro. (se toma L = 1, por simplificar) por lo que los resultados serán

por unidad de ancho

Donde w es el ancho del muro. Se toma w=1, para simplificar el desarrollo. Así que los resultados serán dados por unidad de ancho.

Aplicando la primera ley de la Termodinámica y las ecuaciones de transferencia de calor, se tiene entonces que:

$$dm \cdot Cp \cdot \frac{dT_a(x)}{dt} = \left[h\left(T_{ee,2} - T_a(x)\right) + h\left(T_{ei,1} - T_a(x)\right)\right]dx$$

Se tiene que:

$$v = \frac{dx}{dt} \Longrightarrow dt = \frac{dx}{v}$$
$$v \cdot dm = v \cdot \rho \cdot e \cdot dx = \dot{m} \cdot dx$$

Entonces:

$$\dot{m} \cdot Cp \cdot dx \cdot \frac{dT_a(x)}{dx} = 2h \left[\left(\frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2} \right) - T_a(x) \right] dx$$

Arreglando los términos:

$$\frac{dT_a(x)}{\frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2} - T_a(x)} = \frac{2h}{\dot{m} \cdot Cp} dx$$

Integrando:

$$-\ln\left(\frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2} - T_a(x)\right) + C = \frac{2h}{\dot{m} \cdot Cp}x$$
$$\frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2} - T_a(x) = C_0 \exp\left(-\frac{2h}{\dot{m} \cdot Cp}x\right)$$

Las condiciones de frontera establecen que la temperatura de entrada $T_{a,0}$ se tiene en x=0:

Con lo que la constante de integración es:

$$C_0 = \frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2} - T_{a,0}$$

Así que la temperatura del aire en el canal es:

$$T_{a}(x) = \frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2} - \left(\frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2} - T_{a,0}\right) \exp\left(-\frac{2h_{c}}{\dot{m}Cp} \cdot x\right)$$

Para $x=\infty$ se tiene que:

$$T_a(x=\infty) = T_{\infty} = \frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2}$$

b) Demostración que:
$$T_a(x = \infty) = T_{\infty} = T_n$$

El balance sobre el nodo T_n es:

$$0 = \frac{1}{R_{VR}} (T_a - T_n) + \frac{1}{R_c/2} (T_{ee,2} - T_n) + \frac{1}{R_c/2} (T_{ei,1} - T_n)$$

Reemplazando T_a para x= ∞ :

$$0 = \frac{1}{R_{VR}} \left(\frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2} - T_n(x = \infty) \right) + \frac{1}{R_C/2} \left(T_{ee,2} + T_{ei,1} \right) - \frac{2}{R_C/2} T_n(x = \infty)$$

Reordenando términos:

$$0 = \left(\frac{1}{2R_{VR}} + \frac{2}{R_C}\right) \left(T_{ee,2} - T_n\right) - \left(\frac{1}{R_{VR}} + \frac{4}{R_C}\right) T_n(x = \infty)$$

$$0 = \left(\frac{R_C + 4R_{VR}}{2R_{VR}R_C}\right) \left(T_{ee,2} - T_n\right) - \left(\frac{R_C + 4R_{VR}}{R_{VR}R_C}\right) T_n(x = \infty)$$

$$0 = \left(\frac{R_C + 4R_{VR}}{R_{VR}R_C}\right) \left(\frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2} - T_n(x = \infty)\right)$$

Se obtiene finalmente que:

$$T_n(x = \infty) = \frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2} = T_a(x = \infty)$$

c) Demostración que con excitación en temperaturas y ausencia de radiación: $T_{\infty} = \frac{U_e T_e + U_i T_i}{U_e + U_i}$

El balance sobre la superficie interior del elemento exterior es:

$$0 = \frac{1}{R_e + R_{ee}} \left(T_e - T_{ee,2} \right) + \frac{1}{R_c / 2} \left(T_n - T_{ee,2} \right)$$

Sobre la superficie exterior del elemento interior es:

$$0 = \frac{1}{R_i + R_{ei}} \left(T_i - T_{ei,1} \right) + \frac{1}{R_c / 2} \left(T_n - T_{ei,1} \right)$$

Se despeja la temperatura $T_{ee,2}$:

$$T_{ee,2}\left(\frac{1}{R_e + R_{ee}} + \frac{1}{R_c/2}\right) = \frac{1}{R_e + R_{ee}}T_e + \frac{1}{R_c/2}T_n$$

$$T_{ee,2}\left(\frac{\frac{R_c}{2} + R_e + R_{ee}}{R_c/2}(R_e + R_{ee})\right) = \frac{1}{R_e + R_{ee}}T_e + \frac{1}{R_c/2}T_n$$

$$T_{ee,2} = \frac{U_e R_c}{2}T_e + U_e (R_e + R_{ee})T_{\infty}$$

$$T_{ee,2} = \frac{U_e R_c}{2}T_e + \left(1 - \frac{U_e R_c}{2}\right)T_{\infty}$$

Se despeja la temperatura $T_{ei,1}$:

$$T_{ei,1} = \frac{U_i R_C}{2} T_i + \left(1 - \frac{U_i R_C}{2}\right) T_{\alpha}$$

Se tiene entonces que:

$$T_{\infty} = \frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2} = \frac{\frac{U_{e}R_{C}}{2}T_{e} + \left(1 - \frac{U_{e}R_{C}}{2}\right)T_{\infty} + \frac{U_{i}R_{C}}{2}T_{i} + \left(1 - \frac{U_{i}R_{C}}{2}\right)T_{\infty}}{2}$$

$$T_{\infty} = \frac{U_{e}R_{C}}{4}T_{e} + \frac{U_{i}R_{C}}{4}T_{i} + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{U_{e}R_{C}}{2} + 1 - \frac{U_{i}R_{C}}{2}\right)T_{\infty}$$

$$T_{\infty} - \left(1 - \frac{U_{e}R_{C}}{4} - \frac{U_{i}R_{C}}{4}\right)T_{\infty} = \frac{U_{e}R_{C}}{4}T_{e} + \frac{U_{i}R_{C}}{4}T_{i}$$

$$\left(\frac{U_{e} + U_{i}}{4}\right)R_{C}T_{\infty} = \frac{U_{e}R_{C}}{4}T_{e} + \frac{U_{i}R_{C}}{4}T_{i}$$

$$T_{\infty} = \frac{U_{e}T_{e} + U_{i}T}{U_{e} + U_{i}}$$

d) Demostración que con excitación de radiación en el elemento interior y sin el efecto de las temperaturas exterior e interior:

$$T_{\infty} = \frac{U_i}{U_i + U_e} \left(R_{ei} + R_i \right) I \alpha F_S F_F F_W g = \frac{U_0}{U_e} \left(R_{ei} + R_i \right) I \alpha F_S F_F F_W g$$

Para un canal de altura infinita se ha demostrado que:

$$T_{\infty} = T_n(x = \infty) = T_a(x = \infty) = \frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2}$$

Haciendo el balance sobre el nodo $T_{ee,2}$ y despejando se tiene:

$$T_{ee,2} = \left(1 - \frac{U_e R_C}{2}\right) T_{\infty}$$

Y de la ecuación [A3.20]

$$T_{ei,1} = U_i \left(R_{ei} + R_i \right) T_{\infty} + \frac{U_i R_C \left(R_{ei} + R_i \right)}{2} I \alpha F_S F_F F_W g$$

Se tiene que:

$$T_{\infty} = \frac{T_{ee,2} + T_{ei,1}}{2} = \frac{U_i \left(R_{ei} + R_i \right) T_{\infty} + \frac{U_i R_C \left(R_{ei} + R_i \right)}{2} I \alpha F_S F_F F_W g + \left(1 - \frac{U_e R_C}{2} \right) T_{\infty}}{2}$$

Simplificando términos:

$$2T_{\infty} = \left[U_{i} \left(R_{ei} + R_{i} \right) + 1 - \frac{U_{e}R_{C}}{2} \right] T_{\infty} + \frac{U_{i}R_{C} \left(R_{ei} + R_{i} \right)}{2} I \alpha F_{S}F_{F}F_{W}g \\ \left[-U_{i} \left(R_{ei} + R_{i} \right) + 1 + \frac{U_{e}R_{C}}{2} \right] T_{\infty} = \frac{U_{i}R_{C} \left(R_{ei} + R_{i} \right)}{2} I \alpha F_{S}F_{F}F_{W}g \\ \left[\frac{-R_{ei} - R_{i} + R_{ei} + R_{i} + \frac{R_{C}}{2}}{R_{ei} + R_{i} + \frac{R_{C}}{2}} + \frac{U_{e}R_{C}}{2} \right] T_{\infty} = \frac{U_{i}R_{C} \left(R_{ei} + R_{i} \right)}{2} I \alpha F_{S}F_{F}F_{W}g \\ \left[\frac{U_{i}R_{C}}{2} + \frac{U_{e}R_{C}}{2} \right] T_{\infty} = \frac{U_{i}R_{C} \left(R_{ei} + R_{i} \right)}{2} I \alpha F_{S}F_{F}F_{W}g \\ \left(U_{i} + U_{e} \right) T_{\infty} = U_{i} \left(R_{ei} + R_{i} \right) I \alpha F_{S}F_{F}F_{W}g \\ \text{Se tiene finalmente que:} \\ \overline{T_{\infty}} = \frac{U_{i}}{U_{i} + U_{e}} \left(R_{ei} + R_{i} \right) I \alpha F_{S}F_{F}F_{W}g = \frac{U_{0}}{U_{e}} \left(R_{ei} + R_{i} \right) I \alpha F_{S}F_{F}F_{W}g \\ \end{array}$$

ANEXO 4 DESARROLLOS MATEMÁTICOS PARA LOS MODELOS DE CAPACIDAD, RC Y RCR

Desarrollo Matemático Modelo RC

El balance de energía sobre la superficie del muro con el modelo RC es:

$$C\frac{dT_{ei,1}}{dt} = h_c \left(\overline{T}_a - T_{ei,1}\right) + h_r \left(T_{ee,2} - T_{ei,1}\right) + \frac{1}{R_{ei} + R_i} \left(T_i - T_{ei,1}\right) + Q_{ei,1}$$
[A4.1]

Por conveniencia se hacen las siguientes simplificaciones:

$$\begin{split} h_{cr} &= h_c + h_r \\ T_{cr} &= \frac{h_c \overline{T_a} + h_r T_{ee,2}}{h_c + h_r} \\ U_i &= \frac{1}{R_{ei} + R_i} \end{split}$$

Con lo que la ecuación [A4.1] queda:

$$C\frac{dT_{ei,1}}{dt} = h_{cr} \left(T_{cr} - T_{ei,1}\right) + U_i \left(T_i - T_{ei,1}\right) + Q_{ei,1}$$

Reordenando términos:

$$C \frac{dT_{ei,1}}{dt} = h_{cr}T_{cr} + U_{i}T_{i} - (h_{cr} + U_{i})T_{ei,1} + Q_{ei,1}$$
$$C \frac{dT_{ei,1}}{dt} = h_{cr}T_{cr} + U_{i}T_{i} - (h_{cr} + U_{i})T_{ei,1} + Q_{ei,1}$$
$$\frac{dT_{ei,1}}{dt} + \frac{(h_{cr} + U_{i})}{C}T_{ei,1} = \frac{h_{cr}}{C}T_{cr} + \frac{U_{i}}{C}T_{i} + \frac{Q_{ei,1}}{C}$$

Y multiplicando por el factor integrante: $\mu = \exp\left(\frac{h_{cr} + U_i}{C}t\right)$ y definiendo como constante de tiempo:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{h_{cr} + U_i}{C}$$

Se tiene:

$$\exp\left(\frac{1}{\tau}t\right)\frac{dT_{ei,1}}{dt} + \frac{1}{\tau}\exp\left(\frac{1}{\tau}t\right)T_{ei,1} = \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right)\left(\frac{h_{cr}}{C}T_{cr} + \frac{U_i}{C}T_i + \frac{Q_{ei,1}}{C}\right)$$

Notando que:

$$\frac{d}{dt}\left(\exp\left(\frac{1}{\tau}t\right)T_{ei,1}(t)\right) = \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right)\frac{dT_{ei,1}}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}\exp\left(\frac{1}{\tau}t\right)T_{ei,1}(t)$$

Se tiene que integrando la ecuación:

$$\exp\left(\frac{1}{\tau}t\right)T_{ei,1}(t) = \int \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right)\left(\frac{h_{cr}}{C}T_{cr} + \frac{U_i}{C}T_i + \frac{Q_{ei,1}}{C}\right)dt + K$$

Despejando:

$$T_{ei,1}(t) = \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) \int \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right) \left(\frac{h_{cr}}{C}T_{cr} + \frac{U_i}{C}T_i + \frac{Q_{ei,1}}{C}\right) dt + K \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right)$$

Y considerando la temperatura interior T_i constante se llega a:

$$T_{ei,1}(t) = \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) \left[\frac{U_i}{C} \frac{C}{h_{cr} + U_i} T_i \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right) + \frac{1}{C} \int \left(h_{cr} T_{cr} + Q_{ei,1}\right) \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right) dt\right] + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) dt$$

Reordenado términos finalmente se obtiene que la solución es:

$$T_{m1}(t) = \frac{U_i}{h_{cr} + U_i} T_i + \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) \left[\frac{1}{C} \int \left(h_{cr} T_{cr} + Q_m\right) \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right) dt\right] + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) \left[A4.2\right]$$

El método de solución empleado se ha seleccionado porque la respuesta de la temperatura superficial del muro T_{m1} , queda en función de una ecuación con una integral sobre las señales de excitación T_{cr} y Q_m que no han sido explicitadas aún (y el método no exige su conocimiento a priori) y por tanto permite obtener la respuesta del muro si se conoce la excitación.

De acuerdo con lo expresado al inicio de esta sección, existen varios supuestos que pueden ser utilizados para el cálculo de la inercia térmica equivalente. Cada uno de esos supuestos se encuentra relacionado directa o indirectamente con la forma de la excitación. En este trabajo se exploran dos tipos de excitación posibles:

- Señal de temperaturas de forma sinusoidal, sin generación superficial.
- Señal de temperaturas y generación superficial en forma de rampa.

Estos dos tipos de señales obedecen de alguna forma a simplificaciones de las excitaciones reales a las que es sometido un muro. La forma sinusoidal podría ser

entendida como una reducción del comportamiento de la temperatura exterior, de hecho el primer armónico en una descomposición por medio de la transformada de Fourier, resulta en una señal sinusoidal de periodo igual a 24 horas, que será el empleado en este trabajo.

La señal en forma de rampa es útil para simulaciones bajo condiciones climáticas reales, dado que normalmente se tienen datos horarios de radiación y temperatura. Es usual asumir que, entre una hora y la siguiente, tanto la radiación como la temperatura han variado en forma lineal. Por tanto, la excitación sobre el muro puede ser asumida como una excitación en forma de rampa de longitud igual a una hora, donde la condición inicial es el resultado de la hora anterior.

A continuación se desarrolla el sistema RC bajo el efecto de estas dos excitaciones.

Excitación Sinusoidal

Una de las formas más sencillas y útiles de excitación es cuando la temperatura exterior fluctúa en forma sinusoidal. Este tipo de excitación será empleado posteriormente para el cálculo de la capacidad térmica equivalente.

A continuación se hace el desarrollo de la respuesta del modelo RC, sometido a una excitación en temperatura de forma sinusoidal de amplitud igual a un Kelvin, esto es:

$$\overline{T}_{a}(t) = T_{ee,2}(t) = sen(wt) \Longrightarrow T_{cr} = sen(wt)$$

$$Q_{ei,1}(t) = 0$$
[A4.3]
[A4.4]

Entonces reemplazando T_{cr} y $Q_{ei,1}$ de las ecuaciones [A4.3] y [A4.4] en la ecuación [A4.2], se tiene:

$$T_{ei,1}(t) = \frac{U_i}{h_{cr} + U_i} T_i + \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) \left[\frac{h_{cr}}{C} \int sen(wt) \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right) dt\right] + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right)$$

La solución de la integral es:

$$\int sen(wt) \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right) dt = \frac{\exp\left(\frac{1}{\tau}t\right)}{\frac{1}{\tau^2} + w^2} \left[\frac{1}{\tau} \cdot sen(wt) - w \cdot \cos(wt)\right]$$

Entonces la solución es:

$$T_{ei,1}(t) = \frac{U_i}{h_{cr} + U_i} T_i + \frac{h_{cr}}{C} \frac{1}{\frac{1}{\tau^2} + w^2} \left[\frac{1}{\tau} \cdot sen(wt) - w \cdot \cos(wt) \right] + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right)$$

Y la constante de integración K_0 puede ser calculada si la condición inicial es conocida:
$$T_{m}(t=0) = T_{ei,1,0} = \frac{U_{i}}{h_{cr} + U_{i}} T_{i} - \frac{h_{cr}}{C} \frac{w}{\frac{1}{\tau^{2}} + w^{2}} + K_{0}$$
$$K_{0} = T_{ei,1,0} - \frac{U_{i}}{h_{cr} + U_{i}} T_{i} + \frac{h_{cr}}{C} \frac{w}{\frac{1}{\tau^{2}} + w^{2}}$$

Con lo que la solución completa es:

$$T_{ei,1}(t) = \frac{U_i}{h_{cr} + U_i} T_i + \frac{h_{cr}}{C} \frac{1}{\frac{1}{\tau^2} + w^2} \left[\frac{1}{\tau} \cdot sen(wt) - w \cdot \cos(wt) \right] + \left(T_{m,0} - \frac{U_i}{h_{cr} + U_i} T_i + \frac{h_{cr}}{C} \frac{w}{\frac{1}{\tau^2} + w^2} \right) \exp\left(-\frac{1}{\tau} t\right)$$

Por otro lado, como se sabe que

$$\frac{1}{\tau} \cdot sen(wt) - w\cos(wt) = Asen(wt + \varphi)$$

Donde:

$$\varphi = \arctan\left(-w \cdot \tau\right)$$
$$A = \frac{-w}{sen(\varphi)}$$

Se tiene que la solución se puede escribir como:

$$T_{ei,1}(t) = \frac{U_i}{h_{cr} + U_i} T_i + \frac{h_{cr}}{C\left(\frac{1}{\tau^2} + w^2\right)} Asen(wt + \varphi) + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right)$$

En esta sección se está interesado en la respuesta del sistema independientemente de las condiciones iniciales del mismo. Esto es debido a que se desea es caracterizar el muro, y las condiciones iniciales del mismo establecen una respuesta singular que depende de las condiciones iniciales. La respuesta de carácter general se obtiene cuando dicho efecto (el de las condiciones iniciales) ha desaparecido. Esto ocurre cuando el tiempo tiende a infinito. Esto es:

Cuando
$$t \to \infty$$
; $\exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) = 0$

Entonces:

$$\lim_{t \to \infty} T_{ei,1}(t) = \frac{U_i}{h_{cr} + U_i} T_i + \frac{h_{cr}}{C\left(\frac{1}{\tau^2} + w^2\right)} Asen(wt + \varphi)$$

Esta última respuesta es conocida como régimen periódico establecido.

Adicionalmente, si por conveniencia se define la temperatura interior igual a cero, se tiene:

$$T_{ei,1}(t) = \frac{h_{cr}}{\underbrace{C\left(\frac{1}{\tau^2} + w^2\right)}_{\text{Amortiguamineto}} A \operatorname{sen}(wt + \underbrace{\varphi}_{\text{Desfase}})$$
[A4.5]

Se observa de la ecuación [A4.5] que, ante una señal de excitación de temperatura sinusoidal, el muro responde con una temperatura igualmente sinusoidal, pero amortiguada y desfasada con relación a la excitación, tal como se encuentra indicado sobre la misma ecuación.

Excitación Rampa

Ya se había dicho que para la simulación bajo la excitación de condiciones reales, es conveniente suponer que entre un dato y otro, dichas excitaciones varían linealmente, de tal forma que puede ser entendida como una excitación tipo rampa. Esto es representado por las ecuaciones [A4.6], [A4.7] y [A4.8]; que pueden ser vistas como segmentos lineales de una hora de duración de las temperaturas convectivas y radiantes (que en el escenario de un muro Trombe serían la temperatura del aire en el canal y la temperatura del elemento exterior), y de la radiación solar incidente.

$$\overline{T}_{a}(t) = \overline{T}_{a}(0) + \frac{\overline{T}_{a}(1) - \overline{T}_{a}(0)}{3600}t$$
[A4.6]

$$T_{ee,2}(t) = \overline{T}_{ee,2}(0) + \frac{\overline{T}_{v2}(1) - \overline{T}_{v2}(0)}{3600}t$$
[A4.7]

$$Q_{ei,1}(t) = Q_{ei,1}(0) + \frac{Q_{ei,1}(1) - Q_{ei,1}(0)}{3600}t$$
[A4.8]

La excitación puede ser definida entonces como:

$$E(t) = h_c \left(\overline{T}_a(0) + \frac{\overline{T}_a(1) - \overline{T}_a(0)}{3600}t\right) + h_r \left(\overline{T}_{ee,2}(0) + \frac{\overline{T}_{ee,2}(1) - \overline{T}_{ee,2}(0)}{3600}t\right) + Q_m(0) + \frac{Q_{ei,1}(1) - Q_{ei,1}(0)}{3600}t$$

Reordenando términos:

$$E(t) = h_c \overline{T}_a(0) + h_r \overline{T}_{ee,2}(0) + Q_{ei,1}(0) + \left[h_c \left(\overline{T}_a(1) - \overline{T}_a(0)\right) + h_r \left(\overline{T}_{ee,2}(1) - \overline{T}_{ee,2}(0)\right) + Q_{ei,1}(1) - Q_{ei,1}(0)\right] \frac{t}{3600}$$

Definiendo:

$$E_{0} = h_{c}\overline{T}_{a}(0) + h_{r}\overline{T}_{ee,2}(0) + Q_{ei,1}(0)$$

$$\Delta E = h_{c}\left(\overline{T}_{a}(1) - \overline{T}_{a}(0)\right) + h_{r}\left(\overline{T}_{ee,2}(1) - \overline{T}_{ee,2}(0)\right) + Q_{ei,1}(1) - Q_{ei,1}(0)$$

La excitación se puede escribir como:

$$E(t) = E_0 + \Delta E \frac{t}{3600}$$
 [A4.9]

Es decir, que el término $h_{cr}T_{cr} + Q_m$ en la integral de la ecuación [A4.2] puede ser reemplazado por la parte derecha de la ecuación [A4.9]. Esto es:

$$h_{cr}T_{cr} + Q_{ei,1} = E(t) = E_0 + \Delta E \frac{t}{3600}$$

Con lo que es posible escribir la ecuación [A4.2] de la siguiente manera:

$$T_{ei,1}(t) = \frac{U_i}{h_{cr} + U_i} T_i + \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) \left[\frac{1}{C} \int \left(E_0 + \Delta E \frac{t}{3600}\right) \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right) dt\right] + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right)$$

Integrando

$$T_{ei,1}(t) = \frac{U_i}{h_{cr} + U_i} T_i + \frac{1}{C} \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) \tau \cdot \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right) \left[E_0 + \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600} \left(\frac{1}{\tau}t - 1\right)\right] + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right)$$
$$T_{ei,1}(t) = \frac{U_i}{h_{cr} + U_i} T_i + \frac{1}{C} \tau \cdot \left[E_0 + \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600} \left(\frac{1}{\tau}t - 1\right)\right] + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right)$$

Para encontrar el valor de la constante de integración K_0 es necesario conocer la temperatura inicial:

$$T_{ei,1}(t=0) = T_{ei,1,0} = \frac{U_i}{h_{cr} + U_i} T_i + \frac{1}{C} \tau \cdot \left[E_0 + \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600} \left(\frac{1}{\tau} 0 - 1 \right) \right] + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau} 0 \right)$$
$$T_{ei,1,0} = \frac{U_i}{h_{cr} + U_i} T_i + \frac{1}{C} \tau \cdot \left[E_0 - \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600} \right] + K_0$$

Despejando la constante de integración se tiene:

$$K_0 = T_{ei,1,0} - \frac{U_i}{h_{cr} + U_i} T_i - \frac{1}{C} \tau \cdot \left[E_0 - \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600} \right]$$

Con lo que la temperatura queda:

$$T_{ei,1}(t) = \frac{U_i}{h_{cr} + U_i} T_i + \frac{1}{C} \tau \cdot \left[E_0 + \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600} \left(\frac{1}{\tau} t - 1 \right) \right] + \left[T_{ei,1,0} - \frac{U_i}{h_{cr} + U_i} T_i - \frac{1}{C} \tau \cdot \left[E_0 - \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600} \right] \right] \exp\left(-\frac{1}{\tau} t \right)$$

Reordenado se llega finalmente a:

$$T_{ei,1}(t) = \left[\frac{U_i}{h_{cr} + U_i}T_i + \frac{1}{C}\tau\left(E_0 - \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600}\right)\right] \left(1 - \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right)\right) + \frac{1}{C}\frac{\Delta E \cdot \tau}{3600}t + T_{ei,1,0}\exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right)$$

[A4.10]

Como la anterior ecuación ha sido desarrollada para aplicarla a segmentos de excitaciones lineales de duración igual a una hora, teniendo como condición inicial $T_{m,0}$ la temperatura final de la hora anterior, el tiempo "t" es igual a 3600 segundos, con lo que la ecuación [A4.10] se puede escribir como:

$$T_{ei,1}(3600) = \left[\frac{U_i}{h_{cr} + U_i}T_i + \frac{1}{C}\tau\left(E_0 - \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600}\right)\right] \left(1 - \exp\left(-\frac{3600}{\tau}\right)\right) + \frac{\Delta E \cdot \tau}{C} + T_{ei,1,0}\exp\left(-\frac{3600}{\tau}\right)$$

Calor almacenado y restituido en el modelo RC

En el caso del muro representado por el modelo simplificado RC, operando en régimen periódico establecido como consecuencia de una excitación en temperatura de forma sinusoidal de amplitud igual a 1°C, se tiene:

Excitación:

$$T_{cr} = sen(wt)$$

Respuesta en régimen periódico establecido sobre la cara donde está la capacitancia, de la ecuación [A4.5]:

$$T_{ei,1} = \frac{h_{cr}}{C\left(\frac{1}{\tau^2} + w^2\right)} Asen(wt + \varphi)$$

Respuesta en la otra cara del muro:

$$T_{ei,2} = \frac{\frac{1}{R_m} T_{ei,1} + h_i T_i}{\frac{1}{R_m} + h_i} = \frac{\frac{h_{cr}}{R_m C\left(\frac{1}{\tau^2} + w^2\right)} Asen(wt + \varphi) + h_i T_i}{\frac{1}{R_m} + h_i}$$

Reemplazando estos valores en la ecuación [5.48] se tiene que el calor almacenado es:

$$Q_{alm} = \int_{0}^{24} \left[h_{cr} \left(sen(wt) - T_{ei,1} \right) + h_i \left(T_i - \frac{\frac{1}{R_m} T_{ei,1} + h_i T_i}{\frac{1}{R_m} + h_i} \right) \right]^+ dt$$

Que simplificando:

$$Q_{alm} = \int_{0}^{24} \left[h_{cr} sen(wt) - \left[h_{cr} + \frac{h_{i}}{1 + R_{m}h_{i}} \right] T_{ei,1} + \left[1 - \frac{R_{m}h_{i}}{1 + R_{m}h_{i}} \right] h_{i}T_{i} \right]^{+} dt$$

$$Q_{alm} = \int_{0}^{24} \left\{ h_{cr} sen(wt) - \left[h_{cr} + \frac{h_{i}}{1 + R_{m}h_{i}} \right] \frac{h_{cr}}{C(1/\tau^{2} + w^{2})} Asen(wt + \varphi) + \left[1 - \frac{R_{m}h_{i}}{1 + R_{m}h_{i}} \right] h_{i}T_{i} \right\}^{+} dt$$

Integrando:

$$Q_{alm} = \left\{ -\frac{h_{cr}}{w} \cos(wt) + \left[h_{cr} + \frac{h_i}{1 + R_m h_i} \right] \frac{A \cdot h_{cr}}{w \cdot C\left(1/\tau^2 + w^2\right)} \cos(wt + \varphi) + \left[1 - \frac{R_m h_i}{1 + R_m h_i} \right] h_i T_i \cdot t \right\} \Big|_{\lim_{i \to \infty} \inf(+)}^{\lim_{i \to \infty} \sup(+)}$$

Donde los límites "lim_sup(+), lim_inf(+)" establecen el intervalo (o los intervalos) donde la expresión dentro de la integral es positiva. Pueden ser calculados encontrando las raíces de la siguiente ecuación:

$$f(t) = h_{cr}sen(wt) - \left[h_{cr} + \frac{h_i}{1 + R_m h_i}\right] \frac{h_{cr}}{C\left(1/\tau^2 + w^2\right)} Asen(wt + \varphi) + \left[1 - \frac{R_m h_i}{1 + R_m h_i}\right] h_i T_i$$

Lo más conveniente para encontrar dichas raíces es el empleo de algún método numérico dado que no es sencillo hacerlo de forma analítica.

Desarrollo Matemático Modelo RCR

El balance de energía sobre la superficie excitada por la radiación y sobre el nodo de la capacitancia es:

$$0 = h_c \left(\overline{T}_a - T_{ei,1}\right) + h_r \left(T_{ee,2} - T_{ei,1}\right) + \frac{1}{R_{ei1}} \left(T_{ei} - T_{ei,1}\right) + Q_{ei,1}$$
[A4.11]

$$C\frac{dT_{ei}}{dt} = \frac{1}{R_{ei1}} \left(T_{ei,1} - T_{ei} \right) + \frac{1}{R_{ei2} + R_i} \left(T_i - T_{ei} \right)$$
[A4.12]

De la ecuación [A4.11] se puede despejar la temperatura superficial del muro T_{m1} :

$$0 = h_c \overline{T}_a + h_r T_{ee,2} + \frac{1}{R_{ei1}} T_{ei} - \left(h_c + h_r + \frac{1}{R_{ei1}}\right) T_{ei,1} + Q_{ei,1}$$
[A4.13]

$$T_{ei,1}(t) = \frac{h_c \overline{T}_a(t) + h_r T_{ee,2}(t) + \frac{1}{R_{ei1}} T_{ei}(t) + Q_{ei,1}(t)}{h_c + h_r + \frac{1}{R_{ei1}}}$$
[A4.14]

Y de la ecuación [A4.12] se pueden reordenar los términos de la siguiente manera:

$$C\frac{dT_{ei}}{dt} + \left(\frac{1}{R_{ei1}} + \frac{1}{R_{ei2} + R_i}\right)T_{ei} - \frac{1}{R_{ei1}}T_{ei,1} - \frac{1}{R_{ei2} + R_i}T_i = 0$$
[A4.15]

$$\frac{dT_{ei}}{dt} + \frac{1}{C} \left(\frac{1}{R_{ei1}} + \frac{1}{R_{ei2} + R_i} \right) T_{ei} - \frac{1}{CR_{ei1}} T_{ei,1} - \frac{1}{C(R_{ei2} + R_i)} T_i = 0$$
[A4.16]

Reemplazando [A4.14] en [A4.16], se tiene:

$$\frac{dT_{ei}}{dt}(t) + \frac{1}{C} \left(\frac{1}{R_{ei1}} + \frac{1}{R_{ei2} + R_i}\right) T_{ei}(t) - \frac{1}{CR_{ei1}} \left[\frac{h_c \overline{T}_a(t) + h_r T_{ee,2}(t) + \frac{1}{R_{ei1}} T_{ei}(t) + Q_{ei,1}(t)}{h_c + h_r + \frac{1}{R_{ei1}}}\right] - \frac{1}{C(R_{ei2} + R_i)} T_i = 0$$
[A4.17]

Reordenando los términos:

$$\frac{dT_{ei}}{dt}(t) + \frac{1}{C} \left(\frac{1}{R_{ei1}} + \frac{1}{R_{ei2} + R_i} \right) T_{ei}(t) - \frac{h_c \overline{T}_a(t) + h_r T_{ee2}(t) + \frac{1}{R_{ei1}} T_{ei}(t) + Q_{ei,1}(t)}{C \left[R_{ei1} \left(h_c + h_r \right) + 1 \right]} - \frac{1}{C \left(R_{ei2} + R_i \right)} T_i = 0$$
[A4.18]

$$\frac{dT_{ei}}{dt}(t) + \frac{1}{C} \left(\frac{1}{R_{ei1}} + \frac{1}{R_{ei2} + R_i} \right) T_{ei}(t) - \frac{\frac{1}{R_{ei1}}}{C \left[R_{ei1} \left(h_c + h_r \right) + 1 \right]} T_{ei}(t)$$

$$\vdots \qquad - \frac{h_c \overline{T_a}(t) + h_r T_{ee2}(t) + Q_{ei,1}(t)}{C \left[R_{ei1} \left(h_c + h_r \right) + 1 \right]} - \frac{1}{C \left(R_{ei2} + R_i \right)} T_i = 0$$
[A4.19]

$$\frac{dT_{ei}}{dt}(t) + \frac{1}{C} \left(\frac{1}{R_{ei1}} + \frac{1}{R_{ei2} + R_i} - \frac{1}{\left[\frac{R_{ei1}^2}{R_{ei1}^2} \left(h_c + h_r \right) + R_{ei1} \right]} \right) T_{ei}(t) - \frac{h_c \overline{T}_a(t) + h_r T_{ee2}(t) + Q_{ei,1}(t)}{C \left[R_{ei1} \left(h_c + h_r \right) + 1 \right]} - \frac{1}{C \left(R_{ei2} + R_i \right)} T_i = 0$$
[A4.20]

Definiendo:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{C} \left(\frac{1}{R_{ei1}} + \frac{1}{R_{ei2} + R_i} - \frac{1}{R_{ei1}^2 \left(h_c + h_r \right) + R_{ei1}} \right)$$
[A4.21]

La ecuación [A4.21] es la constante de tiempo para el sistema RCR, que es apreciablemente más complicada que la del sistema RC.

Adicionalmente se definen los siguientes términos por conveniencia como:

$$\frac{1}{C_{1}} = \frac{1}{C[R_{ei1}(h_{c} + h_{r}) + 1]}$$
[A4.22]
$$\frac{1}{\tau_{1}} = \frac{1}{C(R_{ei2} + R_{i})}$$
[A4.23]

que dimensionalmente corresponden a capacidad térmica y constante de tiempo respectivamente, pero su significado físico no es de importancia, simplemente ayudan a la brevedad de las expresiones.

Y finalmente las excitaciones se pueden escribir como:

$$E(t) = h_c \overline{T_a}(t) + h_r T_{ee,2}(t) + Q_{ei,1}(t)$$
[A4.24]

con lo que la ecuación [A4.20] se reduce a la forma más compacta:

$$\frac{dT_{ei}}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}T_{ei}(t) - \frac{1}{C_1}E(t) - \frac{1}{\tau_1}T_i = 0$$
[A4.25]

que se puede escribir de la siguiente manera:

$$\frac{dT_{ei}}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}T_{ei}(t) = \frac{1}{C_1}E(t) + \frac{1}{\tau_1}T_i$$
[A4.26]

Multiplicando por el factor integrante: $\mu = \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right)$ Se tiene:

$$\exp\left(\frac{1}{\tau}t\right)\frac{dT_{ei}}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}\exp\left(\frac{1}{\tau}t\right)T_{ei}(t) = \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right)\left(\frac{1}{C_1}E(t) + \frac{1}{\tau_1}T_i\right)$$
[A4.27]

Notando que:

$$\frac{d}{dt}\left(\exp\left(\frac{1}{\tau}t\right)T_{ei}(t)\right) = \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right)\frac{dT_{ei}}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}\exp\left(\frac{1}{\tau}t\right)T_{ei}(t)$$

Con lo que al integrar la ecuación [A4.27] se llega a:

$$\exp\left(\frac{1}{\tau}t\right)T_{ei}(t) = \int \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right)\left(\frac{1}{C_1}E(t) + \frac{1}{\tau_1}T_i\right)dt + K$$
[A4.28]

Despejando la temperatura del muro T_m :

$$T_{ei}(t) = \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) \int \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right) \left(\frac{1}{C_1}E(t) + \frac{1}{\tau_1}T_i\right) dt + K \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right)$$
[A4.29]

Considerando la temperatura interior T_i constante se tiene:

$$T_{ei}(t) = \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) \left[\frac{1}{C_1} \int E(t) \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right) dt + \frac{\tau}{\tau_1} T_i \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right)\right] + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) [A4.30]$$

Finalmente se llega a que la solución es:

$$T_{ei}(t) = \frac{\tau}{\tau_1} T_i + \frac{1}{C_1} \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) \int E(t) \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right) dt + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) dt + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) dt$$
[A4.31]

Es conveniente aclarar en este punto que la temperatura T_{ei} , no tiene una correspondencia física real con ninguna temperatura en el muro real, como sí ocurría con el modelo RC en el que la solución de la ecuación se correspondía con la temperatura superficial del muro. En este modelo, no ocurre lo mismo por lo que posteriormente habrá que despejar la temperatura $T_{ei,1}$ que sí se corresponde con la temperatura superficial del muro.

En forma análoga al caso del modelo RC, se ha llegado a una solución en la que la temperatura T_{ei} , queda en función de una ecuación con una integral sobre las señales de excitación que no han sido explicitadas aún.

Las señales de excitación que resultan de interés coinciden con las del caso RC, por las mismas razones que eran de interés en ese modelo. Esto es:

- Señal de temperaturas de forma sinusoidal, sin generación superficial.
- Señal de temperaturas y generación superficial en forma de rampa.

Que recordando lo dicho en la sección anterior, se tiene que la señal sinusoidal es una representación simplificada del comportamiento de la temperatura exterior. Y la señal en forma de rampa resulta útil para simular la excitación bajo condiciones reales, por el supuesto de que, entre una hora y la siguiente, las excitaciones de radiación y temperatura varían linealmente.

A continuación se desarrolla el sistema RCR bajo el efecto de estas dos excitaciones.

Excitación Sinusoidal

Si se supone que sólo se tiene una excitación en temperaturas, de la siguiente forma:

$$\overline{T}_{a}(t) = T_{ee,2}(t) = sen(wt)$$
 [A4.32]
 $Q_{ei,1}(t) = 0$ [A4.33]

Entonces la excitación es:

$$E(t) = h_c sen(wt) + h_r sen(wt) + 0$$

$$E(t) = (h_c + h_r) sen(wt)$$
[A4.34]

Reemplazando la ecuación [A4.34] en la [A4.31] se tiene:

$$T_{ei}(t) = \frac{\tau}{\tau_1} T_i + \frac{1}{C_1} \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) (h_c + h_r) \int sen(wt) \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right) dt + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) [A4.35]$$

Resolviendo la integral:

Resolviendo la integral:

$$T_{ei}(t) = \frac{\tau}{\tau_1} T_i + \frac{1}{C_1} \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) \left(h_c + h_r\right) \left[\frac{\exp\left(\frac{1}{\tau}t\right)}{\frac{1}{\tau^2} + w^2} \left(\frac{1}{\tau} \operatorname{sen}(wt) - w\cos(wt)\right)\right] + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right)$$

Y reordenando términos:

$$T_{ei}(t) = \frac{\tau}{\tau_1} T_i + \frac{1}{C_1} \frac{h_c + h_r}{\frac{1}{\tau^2} + w^2} \left(\frac{1}{\tau} sen(wt) - w\cos(wt) \right) + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right)$$
[A4.36]

Como sólo se está interesado en la respuesta del sistema en régimen periódico establecido, que es el que se presenta cuando el tiempo desde el inicio de la excitación tiende a infinito, y viendo que:

Cuando
$$t \to \infty$$
; $\exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) = 0$

Entonces:

$$\lim_{t \to \infty} T_{ei}(t) = \frac{\tau}{\tau_1} T_i + \frac{1}{C_1} \frac{h_c + h_r}{\frac{1}{\tau^2} + w^2} \left(\frac{1}{\tau} sen(wt) - w\cos(wt) \right)$$
[A4.37]

Que es la respuesta del sistema en régimen periódico establecido.

Finalmente tomando la temperatura interior igual a cero, se tiene que la temperatura T_m es:

$$T_{ei}(t) = \frac{h_c + h_r}{C_1 \left(\frac{1}{\tau^2} + w^2\right)} \left(\frac{1}{\tau} sen(wt) - w\cos(wt)\right)$$
[A4.38]

Pero, como esta temperatura no tiene correspondencia física con ninguna temperatura del muro real, es necesario hallar la solución para la temperatura superficial T_{m1} . De la ecuación [A4.14] se tiene que:

$$T_{ei,1}(t) = \frac{h_c \overline{T}_a(t) + h_r T_{ee,2}(t) + \frac{1}{R_{ei1}} T_{ei}(t) + Q_{ei,1}(t)}{h_c + h_r + \frac{1}{R_{ei1}}}$$

Y además se tenía que de las ecuaciones [A4.32] y [A4.33]

$$\overline{T}_{a}(t) = T_{ee,2}(t) = sen(wt)$$

$$Q_{ei}(t) = 0$$

Entonces reemplazando las ecuaciones [A4.32], [A4.33] y [A4.38] en la [A4.14] se tiene:

$$T_{ei,1}(t) = \frac{h_c sen(wt) + h_r sen(wt) + \frac{h_c + h_r}{C_1 R_{ei1} \left(\frac{1}{\tau^2} + w^2\right)} \left(\frac{1}{\tau} sen(wt) - w\cos(wt)\right)}{h_c + h_r + \frac{1}{R_{ei1}}}$$

[A4.39]

Reordenando términos:

$$T_{ei,1}(t) = \frac{\left(h_c + h_r\right)sen(wt) + \frac{h_c + h_r}{\tau \cdot C_1 R_{ei1}\left(\frac{1}{2} + w^2\right)}sen(wt) - \frac{w(h_c + h_r)}{C_1 R_{ei1}\left(\frac{1}{2} + w^2\right)}\cos(wt)}{h_c + h_r + \frac{1}{R_{ei1}}}$$

$$T_{ei1}(t) = \frac{\left(h_c + h_r + \frac{h_c + h_r}{\tau \cdot C_1 R_{ei1}\left(\frac{1}{2} + w^2\right)}\right)sen(wt) - \frac{w(h_c + h_r)}{C_1 R_{ei1}\left(\frac{1}{2} + w^2\right)}\cos(wt)}{h_c + h_r + \frac{1}{R_{ei1}}}$$
[A4.40]

Y definiendo:

$$b_{1} = h_{c} + h_{r} + \frac{h_{c} + h_{r}}{\tau \cdot C_{1} R_{ei1} \left(\frac{1}{\tau^{2}} + w^{2} \right)}$$

$$(A4.41]$$

$$w(h_{c} + h_{r})$$

$$(A4.42)$$

$$b_2 = \frac{w(n_c + n_r)}{C_1 R_{ei1} \left(\frac{1}{\tau^2} + w^2\right)}$$
[A4.42]

Se llega a que:

$$T_{ei,1}(t) = \frac{b_1 sen(wt) - b_2 \cos(wt)}{h_c + h_r + \frac{1}{R_{ei1}}}$$
[A4.43]

Y recordando que:

 $b_1 \cdot sen(wt) - b_2 \cos(wt) = Bsen(wt + \varphi)$

Donde:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{-b_2}{b_1}\right)$$
$$B = \frac{-b_2}{sen(\varphi)}$$

Se puede expresar la respuesta de la temperatura superficial del muro como:

$$T_{ei,1}(t) = \frac{B}{h_c + h_r + \frac{1}{R_{ei1}}} sen(wt + \varphi)$$
[A4.44]

Y haciendo una definición más:

$$B_0 = \frac{B}{h_c + h_r + \frac{1}{R_{ei1}}}$$
 [A4.45]

Se llega finalmente a la forma simplificada

$$\overline{T_{ei,1}(t) = B_0 sen(wt + \varphi)}$$
[A4.46]

Vale la pena anotar que aunque finalmente se llega a una expresión muy corta, el parámetro B_0 que describe el amortiguamiento de la respuesta, está compuesto por una serie de de términos que lo hacen menos elegante y comprensible que el término de amortiguamiento del sistema RC.

Excitación Rampa

El siguiente tipo de excitación a estudiar es el de tipo rampa, que está definido por las ecuaciones [A4.6], [A4.7] y [A4.8], que se escriben nuevamente en esta sección:

$$\begin{split} \overline{T}_{a}(t) &= \overline{T}_{a}(0) + \frac{\overline{T}_{a}(1) - \overline{T}_{a}(0)}{3600} t \\ T_{ee,2}(t) &= \overline{T}_{ee,2}(0) + \frac{\overline{T}_{ee,2}(1) - \overline{T}_{ee,2}(0)}{3600} t \\ Q_{ei,1}(t) &= Q_{ei,1}(0) + \frac{Q_{ei,1}(1) - Q_{ei,1}(0)}{3600} t \ Q_{m}(t) = 0 \\ \text{Entonces la excitación es explícitamente:} \end{split}$$

$$E(t) = h_c \left(\overline{T_a}(0) + \frac{\overline{T_a}(1) - \overline{T_a}(0)}{3600} t \right) + h_r \left(\overline{T_{ee,2}}(0) + \frac{\overline{T_{ee,2}}(1) - \overline{T_{ee,2}}(0)}{3600} t \right) + Q_{ei,1}(0) + \frac{Q_{ei,1}(1) - Q_{ei,1}(0)}{3600} t$$

Reordenando:

$$E(t) = h_c \overline{T}_a(0) + h_r \overline{T}_{ee,2}(0) + Q_{ei,1}(0) + \left[h_c \left(\overline{T}_a(1) - \overline{T}_a(0)\right) + h_r \left(\overline{T}_{ee,2}(1) - \overline{T}_{ee,2}(0)\right) + Q_{ei,1}(1) - Q_{ei,1}(0)\right] \frac{t}{3600}$$

Definiendo:

$$E_{0} = h_{c}\overline{T}_{a}(0) + h_{r}\overline{T}_{ee,2}(0) + Q_{ei,1}(0)$$

$$\Delta E = h_{c}\left(\overline{T}_{a}(1) - \overline{T}_{a}(0)\right) + h_{r}\left(\overline{T}_{ee,2}(1) - \overline{T}_{ee,2}(0)\right) + Q_{ei,1}(1) - Q_{ei,1}(0)$$
La excitación se puede escribir como:

$$E(t) = E_0 + \Delta E \frac{t}{3600}$$
 [A4.47]

Que reemplazando en la ecuación [A4.31] se tiene:

$$T_{ei}(t) = \frac{\tau}{\tau_1} T_i + \frac{1}{C_1} \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) \int \left(E_0 + \Delta E \frac{t}{3600}\right) \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right) dt + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) [A4.48]$$

Integrando ahora:

$$T_{ei}(t) = \frac{\tau}{\tau_1} T_i + \frac{1}{C_1} \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) \tau \cdot \exp\left(\frac{1}{\tau}t\right) \left[E_0 + \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600} \left(\frac{1}{\tau}t - 1\right)\right] + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau}t\right) \left[A4.49\right]$$

Y reordenando términos:

$$T_{ei}(t) = \frac{\tau}{\tau_1} T_i + \frac{\tau}{C_1} \left[E_0 + \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600} \left(\frac{1}{\tau} t - 1 \right) \right] + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau} t\right)$$
[A4.50]

Para encontrar el valor de K_0 es necesario conocer la temperatura inicial:

$$T_{ei}(0) = T_{ei,0} = \frac{\tau}{\tau_1} T_i + \frac{\tau}{C_1} \left[E_0 + \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600} \left(\frac{1}{\tau} 0 - 1 \right) \right] + K_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau} 0 \right)$$
[A4.51]

Reordenando términos:

$$T_{ei,0} = \frac{\tau}{\tau_1} T_i + \frac{\tau}{C_1} \left[E_0 - \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600} \right] + K_0$$
 [A4.52]

Despejando la constante:

$$K_{0} = T_{ei,0} - \frac{\tau}{\tau_{1}}T - \frac{\tau}{C_{1}} \left[E_{0} - \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600} \right]$$
[A4.53]

Con lo que la temperatura queda:

$$T_{ei}(t) = \frac{\tau}{\tau_1} T_i + \frac{\tau}{C_1} \left[E_0 + \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600} \left(\frac{1}{\tau} t - 1 \right) \right] + \left[T_{m,0} - \frac{\tau}{\tau_1} T_i - \frac{\tau}{C_1} \left[E_0 - \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600} \right] \right] \exp\left(-\frac{1}{\tau} t \right)$$
[A4.54]

Al igual que con la excitación sinusoidal, es necesario encontrar la respuesta de la temperatura superficial T_{m1} . Primero se sustituye la ecuación [A4.47] en la [A4.14]

$$T_{ei1}(t) = \frac{E(t) + \frac{1}{R_{ei1}} T_{ei}(t)}{h_c + h_r + \frac{1}{R_{ei1}}}$$
[A4.55]

Y ahora la [A4.54] en la [A4.55]

$$T_{ei1}(t) = \frac{E_0 + \Delta E \frac{t}{3600} + \frac{1}{R_{ei1}} \left\{ \frac{\tau}{\tau_1} T_i + \frac{\tau}{C_1} \left[E_0 + \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600} \left(\frac{1}{\tau} t - 1 \right) \right] + \left[T_{m,0} - \frac{\tau}{\tau_1} T_i - \frac{\tau}{C_1} \left[E_0 - \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600} \right] \right] \exp\left(-\frac{1}{\tau} \frac{1}{R_{ei1}} + \frac{1}{R_{ei1}} \right] + \frac{1}{R_{ei1}} \left[\frac{1}{R_{ei1}} + \frac{1}{R_{ei1}} \frac{1}{R_{ei1}} \frac{1}{R_{ei1}} + \frac{1}{R_{ei1}} \frac{1}{R_{ei1}} + \frac{1}{R_{ei1}} \frac{1}{R_{ei1}} \frac{1}{R_{ei1}} + \frac{1}{R_{ei1}} \frac{1}{R_{$$

[A4.56]

Como el desarrollo ha sido hecho para intervalos de tiempo de una hora, se puede tomar la respuesta en t=3600 s. Y reordenando términos se llega a:

$$T_{ei1}(3600) = \frac{E_0 + \Delta E + \frac{1}{R_{ei1}} \left\{ \frac{\tau}{C_1} \Delta E + T_{m,0} \exp\left(-\frac{3600}{\tau}\right) + \left[\frac{\tau}{\tau_1} T_i + \frac{\tau}{C_1} \left(E_0 - \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600}\right)\right] \left[1 - \exp\left(-\frac{3600}{\tau}\right)\right] \right\}}{h_c + h_r + \frac{1}{R_{ei1}}}$$

[A4.57]

Desarrollo Matemático para la Determinación de la Constante de Tiempo Referida a la Temperatura Superficial del Modelo RCR.

Se define la constante de tiempo referida a la temperatura superficial, con el modelo RCR, como el tiempo que tarda la superficie en alcanzar (1-exp(-1)) $\times T_{equilibrio}$ °C, cuando el sistema se encuentra inicialmente en 0°C y es excitado con una temperatura convectivo-radiante en forma de escalón de 1°C.

La temperatura de equilibrio está definida por:

$$T_{ei1}(t = \infty) = \frac{h_c + h_r}{h_c + h_r + \frac{1}{R_T}}$$
[A4.58]

Donde:

 $R_T = R_{ei} + R_i$

Y la temperatura superficial del muro en un tiempo t, cuando ha sido excitado por una temperatura y radiación en forma de escalón, está dada por la ecuación:

$$T_{ei1} = \frac{h_c \overline{T}_a + h_r T_{v2} + \frac{1}{R_{ei1} R_T} \left[R_{ei1} T_i + \left(R_{ei1} T_i + R_T T_0 \right) \exp\left(-at\right) \right] + I \tau_v \alpha_i}{h_c + h_r + \frac{1}{R_{ei1} R_T} \left[R_{ei1} + \left(R_{ei2} + R_i \right) \exp\left(-at\right) \right]}$$
[A4.59]

Donde la constante *a* es:

$$a = \frac{1}{C} \left(\frac{1}{R_{ei1}} + \frac{1}{R_{ei2} + R_i} \right)$$
 [A4.60]

Se busca despejar de la ecuación [A4.59] el tiempo de respuesta del muro:

$$(h_{c} + h_{r})T_{ei1} + \frac{1}{R_{T}}T_{ei1} + \frac{R_{ei2} + R_{i}}{R_{ei1}R_{T}}T_{ei1}\exp(-at) = h_{c}\overline{T}_{a} + h_{r}T_{ee,2} + \frac{1}{R_{T}}T_{i} + \frac{R_{ei1}T_{i} + R_{T}T_{0}}{R_{ei1}R_{T}}\exp(-at) + I\tau_{v}\alpha_{i}$$
[A4.61]

Agrupando términos...

$$\frac{1}{R_{ei1}R_T} \Big[\big(R_{ei2} + R_i\big) T_{ei,1} - R_{ei1}T_i - R_T T_0 \Big] \exp(-at) = h_c \overline{T}_a + h_r T_{ee,2} + \frac{1}{R_T} T_i - \big(h_c + h_r\big) T_{ei,1} + I\tau_v \alpha_i \Big]$$

[A4.62]

Despejando:

$$\exp(-at) = \frac{h_c \overline{T}_a + h_r T_{ee,2} + \frac{1}{R_r} T_i - (h_c + h_r) T_{ei,1} + I \tau_v \alpha_i}{\frac{1}{R_{ei1} R_r} \left[(R_{ei2} + R_i) T_{ei,1} - R_{ei1} T_i - R_r T_0 \right]}$$
[A4.63]

Como la excitación que se busca es sin radiación y con temperaturas convectivas y radiantes iguales a 1°C, se tiene que:

$$\overline{T_a} = 1$$

 $T_{ee,2} = 1$
 $T_i = 0$
 $I = 0$
 $T_0 = 0$

Entonces reemplazando estos valores en la ecuación [A4.63].

$$\exp(-at) = \frac{h_c + h_r - (h_c + h_r)T_{ei,1}}{\frac{1}{R_{ei1}R_T} \left[(R_{ei2} + R_i)T_{ei,1} \right]}$$
[A4.64]

Reagrupando términos se tiene:

$$\exp(-at) = \frac{(h_c + h_r)R_{ei1}R_T}{R_{ei2} + R_i} \left[\frac{1}{T_{ei,1}} - 1\right]$$
[A4.65]

Y como se está buscando el tiempo que tarda la superficie del muro en alcanzar (1-exp(-1)) $\times T_{equilibrio}$ °C, se tiene que:

$$T_{ei,1} = \frac{h_c + h_r}{h_c + h_r + \frac{1}{R_r}} (1 - \exp(-1))$$
[A4.66]

Reemplazando la temperatura superficial de la ecuación [A4.66], en la ecuación [A4.65] se tiene:

$$\exp(-at) = \frac{(h_c + h_r)R_{ei1}R_T}{R_{ei2} + R_i} \left[\frac{1}{\frac{h_c + h_r}{h_c + h_r + \frac{1}{R_T}} (1 - \exp(-1))} - 1 \right]$$
[A4.67]

Reorganizando

$$\exp(-at) = \frac{R_{ei1}R_T \left(h_c + h_r + \frac{1}{R_T}\right)}{R_{ei2} + R_i} \left[\frac{1}{1 - \exp(-1)} - 1\right]$$
[A4.68]

$$\exp(-at) = \frac{R_{ei1}\left((h_c + h_r)R_T + 1\right)}{R_{ei2} + R_i} \left[\frac{1}{\exp(1) - 1}\right]$$
[A4.69]

Aplicando logaritmo natural en los dos extremos de la ecuación:

$$-at = \ln\left[\frac{R_{ei1}\left(\left(h_{c}+h_{r}\right)R_{T}+1\right)}{R_{ei2}+R_{i}}\left(\frac{1}{\exp(1)-1}\right)\right]$$
[A4.70]

Reemplazando a de la ecuación [A4.60], en la ecuación [A4.70]:

$$-\frac{1}{C}\left(\frac{1}{R_{ei1}} + \frac{1}{R_{ei2} + R_i}\right)t = \ln\left[\frac{R_{ei1}\left(\left(h_c + h_r\right)R_T + 1\right)}{R_{ei2} + R_i}\left(\frac{1}{\exp(1) - 1}\right)\right]$$
[A4.71]
Despeiando t:

Despejando t:

$$t = -\frac{CR_{ei1}(R_{ei2} + R_i)}{R_T} \ln\left[\frac{R_{ei1}((h_c + h_r)R_T + 1)}{R_{ei2} + R_i}\left(\frac{1}{\exp(1) - 1}\right)\right]$$
[A4.72]

Reorganizando términos y como este tiempo es el que se quiere definir como constante de tiempo se cambia su nomenclatura de t a τ , quedando finalmente la expresión buscada:

$$\tau = -\frac{C \cdot R_{ei1} \left(R_{ei2} + R_{i}\right)}{R_{T}} \ln \left[\frac{R_{ei1}}{\left(e - 1\right) \left(R_{ei2} + R_{i}\right)} \left(\left(h_{c} + h_{r}\right) R_{T} + 1\right)\right]$$
[A4.73]

Cálculo del Amortiguamiento y el Desfase de una Señal Sinusoidal

Cuando se excita un muro con una señal sinusoidal, la respuesta obtenida es sinusoidal también. Para algunos de los cálculos presentados en esta tesis es necesario conocer el amortiguamiento y el desfase de dicha señal de respuesta. Aunque estos parámetros pueden estimarse con relativa facilidad, leyendo directamente las tablas de resultados, es muy posible que se cometa un error dado que normalmente estos se encuentran tabulados en datos horarios y existe una gran probabilidad de que el punto máximo no se encuentre registrado en esos datos de respuesta. Por ello se presenta aquí una forma sencilla de calcular este amortiguamiento " B_0 " y el desfase " ϕ " de la señal de respuesta.

El procedimiento es el siguiente:

- Se lee el valor de la señal en el inicio del periodo establecido (parámetro d_2)
- Se lee el valor de la señal en $\pi/2$ del periodo de la señal, (para el caso de un periodo de 24 horas $\pi/2$ corresponde a la hora 6) que se designa aquí como parámetro d_1



Figura 139 Lectura de los parámetros d₁ y d₂ en una señal sinusoidal.

Luego, con esos parámetros se hace el sencillo cálculo mostrado en las dos siguientes ecuaciones:

$$\phi = \arctan\left(\frac{-d_2}{d_1}\right)$$
$$B_0 = \frac{-d_2}{sen(\phi)}$$

Que corresponden a los valores buscados.

ANEXO 5 DETERMINACIÓN DE LAS CONSTANTES "d_i", PARA INTEGRACIÓN EN PROGRAMAS DE SIMULACIÓN DE EDIFICIOS

Desarrollo Para Obtener Las Constantes, Con El Modelo RCR

$$\begin{split} T_{el,1}(0) &= \frac{E_0 + \Delta E + \frac{1}{R_{ell}} \left\{ \frac{\tau}{C_1} \Delta E + T_m(t-1) \exp\left(-\frac{1}{\tau}\right) + \left[\frac{\tau}{\tau_1} T_l + \frac{\tau}{C_1} \left(E_0 - \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600}\right)\right] \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{\tau}\right)\right] \right\}}{h_c + h_r + \frac{1}{R_{ell}}} \\ T_{el,1}(t) &= \frac{h_c \overline{T}_a(t) + h_r T_{v2}(t) + \frac{1}{R_{ell}} T_{el}(t) + Q_m(t)}{h_c + h_r + \frac{1}{R_{ell}}} = \frac{\frac{1}{R_{ell}} T_{el}(t) + E(t)}{h_c + h_r + \frac{1}{R_{ell}}} \\ T_{el}(t-1) &= R_{ell} \left(h_c + h_r + \frac{1}{R_{ell}}\right) T_{el,1}(t-1) - R_{ell} E_0 \\ T_{el}(t) &= \frac{\tau}{\tau_1} T_l + \frac{\tau}{C_1} \left[E_0 + \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600} \left(\frac{1}{\tau} t - 1\right)\right] + \left[T_{el,0} - \frac{\tau}{\tau_1} T_l - \frac{\tau}{C_1} \left[E_0 - \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600}\right]\right] \exp\left(-\frac{1}{\tau} t\right) \\ T_{el}(t) &= \frac{\tau}{\tau_1} T_l + \frac{\tau}{C_1} \left[E_0 + \Delta E - \frac{\tau}{3600} \Delta E\right] + \left[T_{el,0} - \frac{\tau}{\tau_1} T_l - \frac{\tau}{C_1} \left[E_0 - \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600}\right]\right] \exp\left(-\frac{3600}{\tau}\right) \\ k_{RCR} &= \exp\left(-\frac{3600}{\tau}\right) \\ E(t) &= E_0 + \Delta E = h_c \overline{T}_a(t) + h_r T_{ec,2}(t) + Q_{el,1}(t) \\ T_{el}(t) &= \frac{\tau}{\tau_1} T_l + \frac{\tau}{C_1} \left[E(t) - \frac{\tau}{3600} \Delta E\right] + \left[T_{el,0} - \frac{\tau}{\tau_1} T_l - \frac{\tau}{C_1} \left[E_0 - \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600}\right]\right] k_{RCR} \\ T_{el}(t) &= \frac{1}{R_{ell}} \left\{ \frac{\tau}{\tau_1} T_l + \frac{\tau}{C_1} \left[E(t) - \frac{\tau}{3600} \Delta E\right] + \left[R_{ell}(h_c + h_r + \frac{1}{R_{ell}}) T_{ell}(t-1) - R_{ell}E_0 - \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600} \right] \right] k_{RCR} \\ T_{ell}(t) &= \frac{1}{R_{ell}} \left\{ \frac{\tau}{\tau_1} T_l + \frac{\tau}{C_1} \left[E(t) - \frac{\tau}{3600} \Delta E\right] + \left[R_{ell}(h_c + h_r + \frac{1}{R_{ell}}) T_{ell}(t-1) - R_{ell}E_0 - \frac{\tau}{\tau_1} T_l - \frac{\tau}{C_1} \left[E_0 - \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600}\right] \right] k_{RCR} \\ T_{ell}(t) &= \frac{1}{R_{ell}} \left\{ \frac{\tau}{\tau_1} T_l + \frac{\tau}{C_1} \left[E(t) - \frac{\tau}{3600} \Delta E\right] + \left[R_{ell}(h_c + h_r + \frac{1}{R_{ell}}) T_{ell}(t-1) - R_{el}E_0 - \frac{\tau}{\tau_1} T_l - \frac{\tau}{C_1} \left[E_0 - \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600}\right] \right] k_{RCR} \\ t_{ell}(t) &= \frac{1}{R_{ell}} \left\{ \frac{\tau}{\tau_1} T_l + \frac{\tau}{C_1} \left[E(t) - \frac{\tau}{3600} \Delta E\right] + \left[R_{ell}(h_c + h_r + \frac{1}{R_{ell}}) T_{ell}(t-1) - R_{el}E_0 - \frac{\tau}{\tau_1} T_l - \frac{\tau}{C_1} \left[E_0 - \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600}\right] \right] k_{RCR} \\ t_{ell}(t) &= \frac{1}{R_{ell}} \left\{ \frac{\tau}{\tau_1} T_l + \frac{\tau}{C_1} \left[E(t) - \frac{\tau}{3600} \Delta E\right] + \left[R_{ell}(h_c + h_r + \frac{1}{R_{ell}}) T_{ell}(t-1) - R_{el}E_0 - \frac{\tau}{\tau_1} T_l - \frac{\tau}{C_1} \left[E_0 -$$

$$h_{cr,ei} = h_c + h_r + \frac{1}{R_{ei1}}$$

$$T_{ei,1}(t) = \frac{1}{R_{ei1}h_{cr,ei}} \left\{ \frac{\tau}{\tau_1} T_i + \frac{\tau}{C_1} \left[E(t) - \frac{\tau}{3600} \Delta E \right] + \left[R_{ei1}h_{cr,ei} T_{ei,1}(t-1) - R_{ei1}E_0 - \frac{\tau}{\tau_1} T_i - \frac{\tau}{C_1} \left[E_0 - \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600} \right] \right] k_{RCR} \right\} + \frac{1}{h_{cr,ei}} E(t)$$

$$\begin{split} T_{a_{1}}(t) &= \frac{\tau}{\tau_{1}R_{a_{0}h}h_{r,a}}T_{i} + \frac{\tau}{C_{i}R_{a_{0}h}h_{r,a}}\left[E(t) - \frac{\tau}{3600}\Delta E\right] + T_{a_{1}1}(t-1)k_{RCR} \\ &\quad - \frac{1}{h_{cr,ai}}F_{0}k_{RCR} - \frac{\tau}{\tau_{1}R_{a_{0}h}h_{cr,ai}}T_{k_{RCR}} - \frac{\tau}{C_{1}R_{a_{0}h}h_{cr,ai}}\left[E_{0} - \frac{\Delta E \cdot \tau}{3600}\right]k_{RCR} + \frac{1}{h_{cr,ai}}E(t) \\ T_{a_{1}1}(t) &= \frac{\tau}{\tau_{1}R_{a_{1}h}h_{cr,ai}}\left(1 - k_{RCR}\right)T_{i} - \left(1 + \frac{\tau}{C_{1}R_{ai}}\right)\frac{k_{RCR}}{h_{cr,ai}}R_{0} - \frac{\sigma^{2}}{3600C_{1}R_{a1}h_{cr,ai}}\left(1 - k_{RCR}\right)\Delta E \\ &\quad + \left(1 + \frac{\tau}{C_{i}R_{ai}}\right)\frac{1}{h_{cr,ai}}E(t) + T_{a_{1}1}(t-1)k_{RCR} \\ T_{a_{1}1}(t) &= \frac{\tau}{\tau_{1}R_{ai}h_{cr,ai}}\left(1 - k_{RCR}\right)T_{i} - \left(1 + \frac{\tau}{C_{1}R_{ai}}\right)\frac{k_{RCR}}{h_{cr,ai}}E_{0} \\ &\quad - \frac{\tau^{2}}{3600C_{1}R_{ai}h_{cr,ai}}\left(1 - k_{RCR}\right)T_{i} - \left(1 + \frac{\tau}{C_{1}R_{ai}}\right)\frac{k_{RCR}}{h_{cr,ai}}E_{0} \\ &\quad - \frac{\tau^{2}}{3600C_{1}R_{ai}h_{cr,ai}}\left(1 - k_{RCR}\right)(E(t) - E_{0}) + \left(1 + \frac{\tau}{C_{1}R_{ai}}\right)\frac{1}{h_{cr,ai}}E(t) + T_{ai,1}(t-1)k_{RCR} \\ a_{1} &= \frac{\tau}{\tau_{1}R_{ai}h_{cr,ai}}\left(1 - k_{RCR}\right)(E(t) - E_{0}) + \left(1 + \frac{\tau}{C_{1}R_{ai}}\right)\frac{1}{h_{cr,ai}}E(t) + T_{ai,1}(t-1)k_{RCR} \\ a_{3} &= \frac{\tau^{2}}{3600C_{1}R_{ai}h_{cr,ai}} \\ a_{3} &= \frac{\tau^{2}}{3600C_{1}R_{ai}h_{cr,ai}} \\ a_{3} &= \frac{\tau^{2}}{3600C_{1}R_{ai}h_{cr,ai}} \\ T_{ai,1}(t) &= a_{1}T_{i} - a_{2}k_{RCR}E_{0} - a_{3}\left(1 - k_{RCR}\right)E(t) + a_{3}\left(1 - k_{RCR}\right)E_{0} + a_{2}E(t) + T_{ai,1}(t-1)k_{RCR} \\ T_{ai,1}(t) &= a_{1}T_{i} + \left(a_{3}\left(1 - k_{RCR}\right) - a_{3}k_{RCR}\right)E_{0} + \left(a_{2} - a_{3}\left(1 - k_{RCR}\right)\right)E(t) + T_{ai,1}(t-1)k_{RCR} \\ T_{ai,1}(t) &= a_{1}T_{i} + \left(a_{3}\left(1 - k_{RCR}\right) - a_{2}k_{RCR}\right)E_{0} + \left(a_{2} - a_{3}\left(1 - k_{RCR}\right)\right)E(t) + T_{ai,1}(t-1)k_{RCR} \\ a_{4} &= a_{3}\left(1 - k_{RCR}\right)T_{ai,1}(t-1)k_{RCR} \\ a_{5} &= a_{2} - a_{3}\left(1 - k_{RCR}\right)T_{ai,1}(t-1)k_{RCR} \\ k_{5} &= a_{2} - a_{3}\left(1 - k_{RCR}\right)T_{ai,1}(t-1)k_{RCR} \\ k_{5} &= a_{5} - \left(\overline{T}_{i}(t-1)\right) + h_{t}\overline{T}_{a2}\left(t-1\right) + Q_{a,1}(t-1)\right) \\ A_{5} &= h_{c}\overline{T}_{i}\left(t-1\right) + h_{t}\overline{T}_{a2}\left(t-1\right) + Q_{a,1}(t-1)\right) \\ A_{6} &= h_{c}\overline{T}_{i}\left(t-1\right) + h_{t}\overline{T}_{a2}\left(t-1\right) + Q_{a,1}(t-1)\right) \\ A_{6} &= h_{c}\overline{T}_{i}\left(t$$

(1

$$\begin{split} c_{1} &= a_{1} + a_{3}h_{c}\left(1 - \kappa\left(1 + \frac{b_{3}}{2}\right)\right) + a_{3}h_{c}b_{3} \\ c_{2} &= a_{3}h_{c}\frac{b_{3}}{2}\kappa + a_{3}h_{c}b_{2} \\ c_{3} &= a_{3}h_{c}\frac{b_{3}}{2} + a_{3}h_{c}b_{3} + a_{5} \\ c_{4} &= a_{3}h_{c}\frac{b_{3}}{2} + a_{3}h_{c}b_{3} + a_{5} \\ c_{5} &= a_{4}h_{c}\left(1 - \kappa\left(1 + \frac{b_{3}}{2}\right)\right) + a_{4}h_{c}b_{3} \\ c_{5} &= a_{4}h_{c}\left(\frac{b_{4}}{2} + \frac{1}{2}\right) + a_{4}h_{c}b_{3} \\ c_{5} &= a_{4}h_{c}\left(\frac{b_{4}}{2} + \frac{1}{2}\right) + a_{4}h_{c}b_{4} + k_{RCR} \\ c_{7} &= a_{4}h_{c}\left(\frac{b_{4}}{2} + \frac{1}{2}\right) + a_{4}h_{c}b_{4} + k_{RCR} \\ c_{8} &= a_{4}h_{c}\frac{b_{5}}{2}\kappa + a_{4}h_{c}b_{5} + a_{4} \\ T_{a,1}(t) &= c_{1}T_{i} + c_{2}T_{c} + c_{3}T_{a,1} + c_{4}Q_{a,1} + c_{5}T_{i}(t-1) + c_{6}T_{c}(t-1) + c_{7}T_{a,1}(t-1) + c_{8}Q_{a,1}(t-1) \\ T_{a,1}(t) &= \frac{c_{1}}{(1-c_{3})}T_{i} + \frac{c_{2}}{(1-c_{3})}T_{c} + \frac{c_{4}}{(1-c_{3})}Q_{a,1} + \frac{c_{5}}{(1-c_{3})}T_{i}(t-1) \\ &+ \frac{c_{6}}{(1-c_{5})}T_{c}(t-1) + \frac{c_{7}}{(1-c_{3})}T_{c,1}(t-1) + \frac{c_{8}}{(1-c_{3})}Q_{a,1}(t-1) \\ T_{max} &= \frac{T_{w,2} + T_{w,1}}{2} \\ T_{max}(t-1) &= \frac{D_{2}T_{c}(t-1) + b_{3}T_{i}(t-1) + b_{3}T_{c,1}(t-1) + b_{5}Q_{a,1}(t-1) \\ T_{max}(t-1) &= \frac{b_{2}T_{c}(t-1) + b_{3}T_{i}(t-1) + (1+b_{4})T_{w,1}(t-1) + b_{5}Q_{w,1}(t-1)) \\ T_{max} &= \frac{1}{2}(b_{3} + c_{1}c_{9})T_{i} + \frac{1}{2}(b_{2} + c_{2}c_{9})T_{c} + \frac{1}{2}(b_{5} + c_{4}c_{9})Q_{w,1} + \frac{1}{2}(c_{5}c_{9} - \frac{b_{5}c_{7}c_{9}}{1+b_{4}})T_{i}(t-1) \\ + \frac{1}{2}\left(c_{6}c_{9} - \frac{b_{2}c_{7}c_{9}}{1+b_{4}}\right)T_{c}(t-1) + \frac{1}{2}\left(c_{8}c_{9} - \frac{b_{5}c_{7}c_{9}}{1+b_{4}}\right)Q_{w,1}(t-1) + \frac{c_{7}c_{9}}{1+b_{4}}T_{max}(t-1) \\ Q_{wir} &= \dot{m}Cp(T_{max} - T_{m})\eta = \dot{m}Cp(T_{max} - T_{i})\eta \\ T_{max}(t-1) &= T_{i}(t-1) + \frac{Q_{wir}(t-1)}{\dot{m}C\eta\eta} \\ \end{array}$$

$$\begin{aligned} Q_{air} &= \frac{1}{2} \dot{m} C p \eta \left(b_3 + c_1 c_9 - 2 \right) T_i + \frac{1}{2} \dot{m} C p \eta \left(b_2 + c_2 c_9 \right) T_e + \frac{1}{2} \dot{m} C p \eta \left(b_5 + c_4 c_9 \right) Q_m \\ &+ \frac{1}{2} \dot{m} C p \eta \left(c_5 c_9 - \frac{b_3 c_7 c_9}{1 + b_4} + \frac{2 c_7 c_9}{1 + b_4} \right) T_i (t - 1) \\ &+ \frac{1}{2} \dot{m} C p \eta \left(c_6 c_9 - \frac{b_2 c_7 c_9}{1 + b_4} \right) T_e (t - 1) \\ &+ \frac{1}{2} \dot{m} C p \eta \left(c_8 c_9 - \frac{b_5 c_7 c_9}{1 + b_4} \right) Q_m (t - 1) + \frac{c_7 c_9}{(1 + b_4)} Q_{air} (t - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{1} &= \frac{1}{2} \dot{m} C p \eta \left(b_{2} + c_{2} c_{9} \right) \\ d_{2} &= \frac{1}{2} \dot{m} C p \eta \left(b_{3} + c_{1} c_{9} - 2 \right) \\ d_{3} &= \frac{1}{2} \dot{m} C p \eta \left(b_{5} + c_{4} c_{9} \right) \\ d_{4} &= \frac{1}{2} \dot{m} C p \eta \left(c_{6} c_{9} - \frac{b_{2} c_{7} c_{9}}{1 + b_{4}} \right) \\ d_{5} &= \frac{1}{2} \dot{m} C p \eta \left(c_{5} c_{9} - \frac{b_{3} c_{7} c_{9}}{1 + b_{4}} + \frac{2 c_{7} c_{9}}{1 + b_{4}} \right) \\ d_{6} &= \frac{1}{2} \dot{m} C p \eta \left(c_{8} c_{9} - \frac{b_{5} c_{7} c_{9}}{1 + b_{4}} \right) \cdot g \cdot \alpha \\ d_{7} &= \frac{c_{7} c_{9}}{\left(1 + b_{4}\right)} \end{aligned}$$

Desarrollo Para Obtener Las Constantes, Por Medio de los Factores de Respuesta Ante una Excitación Triángulo

La tercera vía para obtener las constantes es a partir de una excitación triángulo. Si se supone que el elemento especial se comporta de manera lineal, es posible obtener las constantes mediante la superposición de la respuesta ante cada una de las excitaciones por separado.

$$\dot{Q}_{vent}(t) = \dot{Q}_{vent,Text}(t) + \dot{Q}_{vent,Tint}(t) + \dot{Q}_{vent,I}(t)$$

Donde los sub-índices indican el tipo de excitación.

$$\dot{Q}_{vent,Text}(t) = a_{0,Text}T_e(t) + \sum_{i=1}^n \left(a_{i,Text} + a_{i-1,Text}e^{-\frac{1}{\tau}}\right)T_e(t-i) + e^{-\frac{1}{\tau}}\dot{Q}_{vent,Text}(t-n)$$
$$\dot{Q}_{vent,Tint}(t) = a_{0,Tint}Ti(t) + \sum_{i=1}^n \left(a_{i,Tint} + a_{i-1,Tint}e^{-\frac{1}{\tau}}\right)Ti(t-i) + e^{-\frac{1}{\tau}}\dot{Q}_{vent,Tint}(t-n)$$

$$\dot{Q}_{vent,I}(t) = a_{0,I}I(t) + \sum_{i=1}^{n} \left(a_{i,I} + a_{i-1,I} e^{-\frac{1}{\tau}}\right) I(t-i) + e^{-\frac{1}{\tau}} \dot{Q}_{vent,I}(t-n)$$

Se demuestra fácilmente que al sumar estos tres componentes y considerando sólo una hora anterior se convierte en la ecuación [8.6], donde la constante $d_7 = e^{-\frac{1}{\tau}}$, que depende de una constante de tiempo, puede ser ajustada para que cumpla la condición en estado estable ante cada una de las excitaciones por separado. Por ejemplo, ante la excitación de temperatura exterior, se debe cumplir que:

$$\mathbf{e}_{Text}^{-\frac{1}{r}} = 1 - \frac{a_{n,Text}}{U_{vent} - \sum_{i=1}^{n} a_{i-1,Text}}$$

Y de forma análoga, para la temperatura interior y la radiación solar se debería cumplir:

$$\mathbf{e}_{T \text{ int}}^{\frac{1}{\tau}} = 1 - \frac{a_{n,T \text{ int}}}{U_{vent} - \sum_{i=1}^{n} a_{i-1,T \text{ int}}}$$
$$\mathbf{e}_{I}^{-\frac{1}{\tau}} = 1 - \frac{a_{n,I}}{A_{S,vent} - \sum_{i=1}^{n} a_{i-1,I}}$$

Donde idealmente las tres anteriores expresiones deberían ser exactamente iguales, lo cual es cierto únicamente si n= ∞ , o si el muro tiene inercia nula. De tal manera que una aproximación posible al valor de la constante d_7 es el promedio de los valores calculados mediante las tres anteriores expresiones:

$$d_{7} = \mathbf{e}^{-\frac{1}{\tau}} = \frac{1}{3} \left[\mathbf{e}_{Text}^{-\frac{1}{\tau}} + \mathbf{e}_{Tint}^{-\frac{1}{\tau}} + \mathbf{e}_{I}^{-\frac{1}{\tau}} \right]$$