

Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería de las Tecnologías
Industriales

Metodologías de resolución para el problema
simple de equilibrado de líneas de montaje

Autor: D. Ignacio Pascual García

Tutor: D. Luis Onieva Giménez

Departamento de Organización Industrial y Gestión de Empresas II

Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2015



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales

Metodologías de resolución para el problema simple de equilibrado de líneas de montaje

Autor:

Ignacio Pascual García

Tutor:

Luis Onieva Giménez
Catedrático

Departamento de Organización Industrial y Gestión de Empresas II
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2015

Trabajo Fin de Grado Metodologías de resolución para el problema simple de
equilibrado de líneas de montaje

Autor: Ignacio Pascual García

Tutor: Luis Gerardo Onieva Giménez

El tribunal nombrado para juzgar el Trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes
miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2015

El Secretario del Tribunal

Índice

1. Objetivos.....	12
2. Introducción.....	13
2.1. Conceptos y definiciones.....	13
2.2. Clasificación de las líneas de montaje.....	15
2.2.1. De acuerdo al producto.....	16
2.2.1.1. Líneas monomodelo.....	16
2.2.1.2. Líneas mixtas.....	17
2.2.1.3. Líneas multimodelo (Multi-Model Lines).....	17
2.2.2. De acuerdo a la variabilidad de los tiempos de operación.....	18
2.2.2.1. Tiempos de operación estocásticos.....	18
2.2.2.2. Tiempos de operación deterministas.....	18
2.2.2.3. Tiempos de operación dinámicos y dependientes.....	18
2.2.3. De acuerdo al tipo de operador.....	19
2.2.3.1. Líneas manuales.....	19
2.2.3.2. Líneas robotizadas.....	19
2.2.3.3. Líneas semiautomatizadas.....	19
2.2.4. De acuerdo al tipo de estación y al <i>layout</i>	19
2.2.4.1. Estaciones en serie.....	19
2.2.4.2. Estaciones en paralelo.....	20
2.2.4.3. Estaciones cerradas o abiertas.....	21
2.2.4.4. Líneas en forma de U.....	21
2.2.5. De acuerdo al ritmo de flujo de la línea.....	22
2.2.5.1. Líneas síncronas.....	22
2.2.5.2. Líneas asíncronas.....	22
2.2.6. De acuerdo a la forma de entrada de las piezas a la línea.....	23
2.2.6.1. Líneas de entrada fija.....	23
2.2.6.2. Líneas de entrada variable.....	23
2.3. Problema de equilibrado de líneas de producción.....	23
2.4. Clasificación de los problemas de equilibrado de línea.....	24
2.4.1. Problema simple de equilibrado de línea (SALBP).....	25
2.4.1.1. SALBP-1.....	26
2.4.1.2. SALBP-2.....	26

2.4.1.3.	SALBP-E.....	26
2.4.1.4.	SALBP-F.....	27
2.4.2.	Problema general de equilibrado de línea (GALBP).....	27
2.4.2.1.	Problema de equilibrado de línea tipo U (UALBP).....	27
2.4.2.2.	Problema de equilibrado de línea con modelos mixtos (MALBP).....	28
2.4.2.3.	Problema de equilibrado de líneas robotizadas (RALBP).....	29
2.4.2.4.	Problema de equilibrado de línea Multi-Objetivo (MOALBP).....	30
3.	Metodología de resolución.....	30
3.1.	Algoritmos exactos.....	31
3.1.1.	Programación lineal binaria.....	31
3.1.2.	Programación lineal binaria modificado.....	37
3.1.3.	Modelo de Programación Dinámica.....	38
3.2.	Algoritmos heurísticos.....	41
3.2.1.	Reglas de backtracking (retroceso).....	42
3.2.1.1.	EUREKA.....	42
3.2.1.2.	MALB.....	42
3.2.2.	Aproximación partiendo de algoritmos exactos.....	43
3.2.2.1.	FABLE.....	43
3.2.3.	Algoritmos de una sola pasada.....	43
3.2.3.1.	Método de Helgeson & Birnie.....	43
3.2.3.2.	Método de las columnas.....	53
3.2.4.	Heurísticas de composición.....	58
3.2.4.1.	COMSOAL (Computer Method for Sequencing Operations for Assembly Lines). 58	
4.	Conclusiones.....	72
5.	Bibliografía.....	73

Lista de figuras

Figura 1. Grafo de precedencias.	15
Figura 2. Clasificación de las líneas de montaje.	16
Figura 3. Clasificación según el tipo de producto (Becker y cols., 2006).	18
Figura 4. Estaciones en serie.	20
Figura 5. Estación en paralelo.	20
Figura 6. Líneas en paralelo.	21
Figura 7. Línea en forma de U.	22
Figura 8. Clasificación de los problemas de equilibrado de líneas.	25
Figura 9. Línea en forma de U (Becker y cols., 2006).	28
Figura 10. Clasificación de los métodos de resolución de los SALBP.	31
Figura 11. Grafo de precedencia.	33
Figura 12. Grafo de precedencias.	40
Figura 13. Clasificación de los algoritmos heurísticos.	42
Figura 14. Grafo de precedencias.	46
Figura 15. Grafo de precedencias.	56
Figura 16. Grafo de precedencias por columnas.	56

Lista de tablas

Tabla 1. Datos del problema.	33
Tabla 2. Solución del problema.	37
Tabla 3. Datos del problema.	39
Tabla 4. Solución para la línea.	41
Tabla 5. Datos del problema.	45
Tabla 6. Pesos acumulados.	46
Tabla 7. Pesos acumulados ordenados.	47
Tabla 8. Estación 1.	47
Tabla 9. Candidatos.	48
Tabla 10. Estación 1.	48
Tabla 11. Candidatos.	48
Tabla 12. Estación 1.	49
Tabla 13. Estación 2.	49
Tabla 14. Candidatos.	49
Tabla 15. Estación 2.	50
Tabla 16. Candidatos.	50
Tabla 17. Estación 2.	51
Tabla 18. Candidatos.	51
Tabla 19. Estación 2.	51
Tabla 20. Candidatos.	52
Tabla 21. Estación 2.	52
Tabla 22. Solución para la línea.	52
Tabla 23. Datos del problema.	55
Tabla 24. Lista de columnas.	57
Tabla 25. Solución para la línea.	57
Tabla 26. Datos del problema.	59
Tabla 27. Lista A.	60
Tabla 28. Lista B.	61
Tabla 29. Lista C.	61
Tabla 30. Estación 1.	61
Tabla 31. Lista A.	61
Tabla 32. Lista B.	62
Tabla 33. Lista C.	62

Tabla 34. Estación 1.....	63
Tabla 35. Lista A.	63
Tabla 36. Lista B.....	63
Tabla 37. Lista C.....	64
Tabla 38. Estación 1.....	64
Tabla 39. Lista A.	64
Tabla 40. Lista B.....	65
Tabla 41. Lista C.....	65
Tabla 42. Estación 1.....	65
Tabla 43. Lista A.	65
Tabla 44. Lista B.....	66
Tabla 45. Lista C.....	66
Tabla 46. Estación 2.....	66
Tabla 47. Lista A.	67
Tabla 48. Lista B.....	67
Tabla 49. Lista C.....	67
Tabla 50. Estación 2.....	68
Tabla 51. Lista A.	68
Tabla 52. Lista B.....	68
Tabla 53. Lista C.....	69
Tabla 54. Estación 3.....	69
Tabla 55. Lista A.	69
Tabla 56. Lista B.....	69
Tabla 57. Lista C.....	70
Tabla 58. Estación 3.....	70
Tabla 59. Solución para la línea.....	70

1. Objetivos.

El equilibrado de líneas de montaje consiste en asignar una serie de tareas a las distintas estaciones de trabajo que se encuentran formando la línea de montaje o producción, para dar lugar a un producto. Esto tiene una gran aplicación en la actualidad ya que el objetivo de cualquier empresa de producción es maximizar su eficiencia, o bien minimizando su tiempo de inactividad o minimizando el número de estaciones de la línea.

En el presente trabajo se tiene como objetivo:

- Definir qué son las líneas de producción o montaje, teniendo en cuenta una serie de conceptos en los que se basan, como son tarea, estación de trabajo, tiempo de operación, tiempo de ciclo, tasa de producción, carga de trabajo, número de estaciones de trabajo y tiempo ocioso.
- Numerar las restricciones que impondrán una serie de condiciones sobre la asignación de las tareas a los puestos de trabajo.
- Clasificar los distintos tipos de líneas de producción o montaje según el tipo de producto, según la variabilidad de los tiempos de operación, según el tipo de operador, según el tipo de estación y distribución en planta, según el ritmo de flujo de la línea o según la forma de entrada de las piezas a la línea.
- Explicar en qué consiste el problema de equilibrado de líneas de producción o montaje, buscando una solución óptima que resuelva el problema de forma eficaz.
- Clasificar los problemas de equilibrado de líneas de producción o montaje, diferenciando entre problemas simples (SALBP) o generales (GALBP).
- Organizar los distintos métodos analíticos para la resolución de los problemas de equilibrado de líneas de producción o montaje, dividiéndose en algoritmos exactos o heurísticos.
- Resolver problemas simples de equilibrado de líneas de producción o montaje (SALBP), utilizando distintas metodologías analíticas, las cuales se basan en algoritmos exactos.

2. Introducción.

Las líneas de montaje o líneas de producción son una pieza fundamental para los sistemas productivos actuales. Éstas consisten en un conjunto de estaciones de trabajo, las cuales llevan asignadas unas tareas que conllevan un tiempo de operación determinado (Capacho et al., 2004). Son medios que se utilizan para producir diversos productos en masa y a gran escala (López et al., 2009). El tiempo de operación de cada tarea viene determinado en función de las tecnologías de producción actuales y de los recursos disponibles (Chica et al., 2009). Las unidades de producto circulan entre puestos de trabajo de forma síncrona o asíncrona, para recibir en cada uno de ellos una cierta cantidad de trabajo. Todos estos trabajos darán lugar al producto final.

En el siglo XVI fueron introducidos los primeros sistemas de manufactura americanos por parte de Eli Whitney, basándose en los conceptos de división de trabajo en tareas. Sin embargo, el origen del concepto de línea de montaje se puede situar en el siglo XIII en el arsenal de Venecia, en el que los materiales que abastecían a los barcos no se llevaban hasta ellos, sino que se hacía pasar las galeras por un canal y así agilizaban las tareas de abastecimiento (Servin, 2003).

Erel y Sarin afirman que “el desarrollo del primer ejemplo de una línea de montaje se atribuye a Henry Ford” (Erel et al., 1998). Esto se debe a que Henry Ford en 1913, implantó en su fábrica de la primera línea de montaje móvil para la fabricación de su vehículo Ford T. Henry Ford revolucionó la producción industrial ya que introdujo la idea de producción en masa.

2.1. Conceptos y definiciones.

Los métodos de equilibrado de líneas que vamos a ver más adelante se basan en una serie de conceptos que se definen a continuación:

- Tarea i : Es el elemento de trabajo más fino respecto a la asignación a puestos de trabajo. Esta unidad de trabajo no puede dividirse entre dos o más operarios sin crear una interferencia innecesaria entre los mismos. Ésta tiene asignado un tiempo de trabajo o de operación.

- Estación o puesto de trabajo: Es un área, perteneciente a la línea de montaje, en la que se ejecutan una serie de tareas. Su naturaleza puede ser variada, desde cualquier tipo de maquinaria hasta mecanismos especializados. Los operarios de la estación pueden ser humanos o robotizados.
- Tiempo de operación o de proceso t_i : Es el tiempo que tarda en realizarse la tarea i .
- Tiempo de ciclo (*Cycle Time*): Es el tiempo de permanencia de una pieza en una estación de trabajo. También el tiempo entre la salida de la cadena de dos unidades terminadas sucesivas.

$$C = \frac{\text{Tiempo de producción diario}}{\text{Demanda diaria (und.)}}$$

- Tasa de producción: Es el número de unidades producidas por unidad de tiempo. Se calcula como la inversa del tiempo de ciclo.
- Carga de trabajo: Es el conjunto de elementos de trabajo (tareas) asignados a un puesto de trabajo.
- Número de estaciones de trabajo (NME): Es el número teórico mínimo de estaciones necesarias.

$$NME = \frac{\text{Suma tiempos de proceso de las tareas}}{\text{Tiempo de ciclo (C)}}$$

- Tiempo ocioso o tiempo muerto: Es el tiempo en el que una estación no está fabricando por cada ciclo. Se calcula como la diferencia entre el tiempo de operación de las tareas de la estación y el tiempo de ciclo.

Normalmente existirán una serie de restricciones o ligaduras que impondrán una serie de condiciones sobre la asignación de las tareas a los puestos de trabajo. Estas ligaduras pueden ser de varios tipos:

- Relaciones de precedencia (*precedence constraints*): Son las más simples y las más habituales de encontrar, vienen impuestas normalmente por consideraciones tecnológicas. Son de la forma de “la tarea x no puede realizarse antes de la tarea y ”, de esta forma, una tarea no se puede llevar a

cabo hasta que no se hayan procesado todas las que le preceden de forma inmediata (Talabares, 2013). Se representa gráficamente en la figura 1.

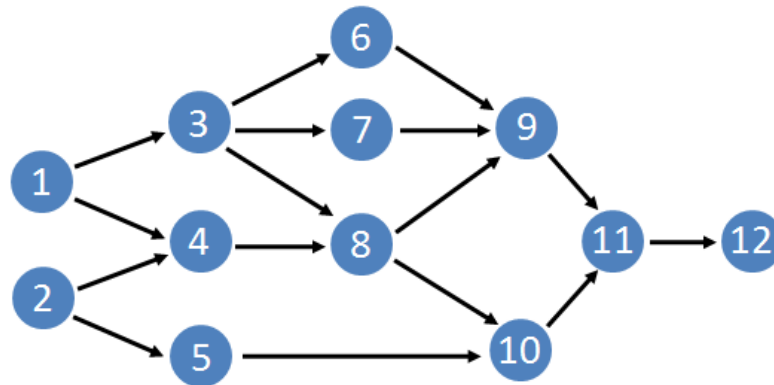


Figura 1. Grafo de precedencias.

- Restricciones de zona (*zoning constraints*): Se pueden encontrar tres tipos diferentes:
 - Zonificación positiva: Obliga a que varias tareas se realicen en la misma estación.
 - Zonificación negativa: Es lo contrario a la anterior, obliga a que dos tareas no se puedan realizar en la misma estación.
 - Zonificación límite: Exige que ciertas tareas se asignen a estaciones anteriores o posteriores a una dada.

2.2. Clasificación de las líneas de montaje.

Las líneas de montaje, ensamblaje o producción se pueden clasificar según diferentes criterios, como pueden ser, según el tipo de producto, según la variabilidad de los tiempos de operación, según el tipo de operador, según el tipo de estación y distribución en planta (*layout*), según el ritmo de flujo de la línea y según la forma de entrada de las piezas a la línea. Todos estos se muestran en la figura 2.

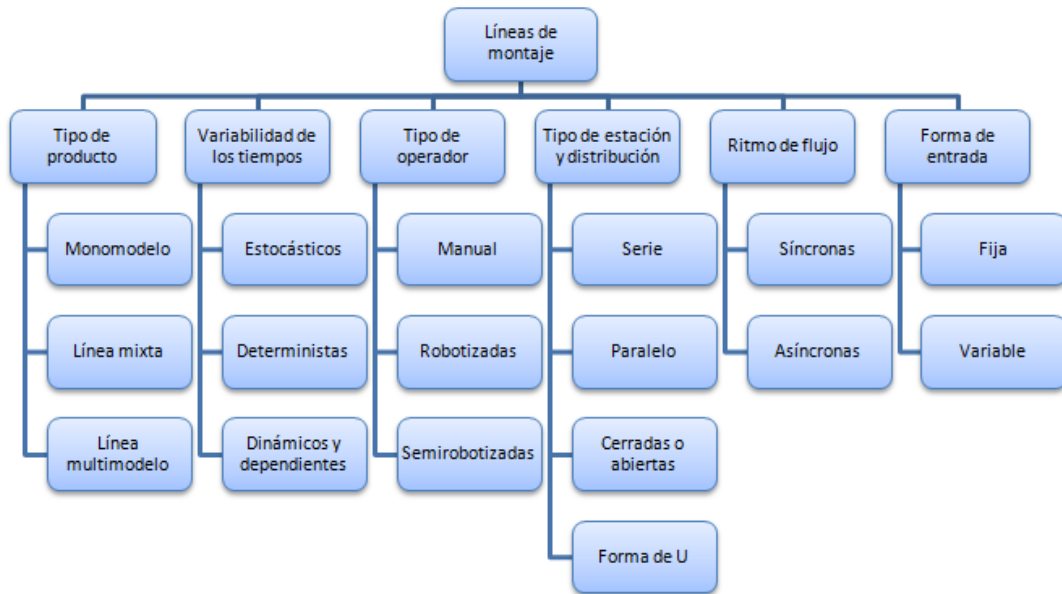


Figura 2. Clasificación de las líneas de montaje.

Seguidamente se describirán las características de cada una de estas clasificaciones.

2.2.1. De acuerdo al producto.

Las líneas de montaje se pueden clasificar de acuerdo a la variedad de productos que se fabrican.

2.2.1.1. Líneas monomodelo.

Es la configuración más simple de todas, *Single-Model Lines*, en la que se produce o monta un único tipo, modelo o variante de producto en grandes cantidades. Las estaciones ejecutan repetidamente las mismas tareas.

Debido a que la línea monta un único tipo de producto, los operarios desarrollan un alto grado de especialización (Rekiek, 2006).

Para la producción de dos o más productos se utiliza cualquiera de los dos modelos descritos a continuación.

2.2.1.2. Líneas mixtas.

En este tipo de líneas, *Mixed-Model Lines*, se producen o montan diferentes versiones o modelos de un producto básico, en el que los distintos modelos difieren poco entre ellos, únicamente en ciertas características, aunque las operaciones pueden tener duraciones diferentes o estar o no presentes en el proceso.

La producción no implica la inclusión de tiempos de preparación o *setup* entre diferentes variantes del producto ya que todas requieren operaciones básicas.

Debido a las diferentes variantes de producto que se montan, los operarios tienen que ser multifuncionales, es decir, deben estar capacitados para hacer diferentes operaciones en la estación en función del modelo del producto (Rekiek, 2006).

2.2.1.3. Líneas multimodelo (Multi-Model Lines).

En este caso, *Multi-Model Lines*, al igual que el tipo de línea anterior, se montan diferentes modelos o versiones del producto. Por el contrario, los modelos difieren en muchos aspectos entre unos y otros, por lo que se requiere habitualmente una adaptación de la línea. Debido a esto, los productos se montan o fabrican por lotes, por lo que para cambiar de un lote a otro hay que incluir unos tiempos de preparación o de *setup*.

En un principio, Ghosh & Gagnon (1989) solo distinguían entre dos tipos de líneas según el tipo de producto, el *single model* y el *multi/mixed model*, y era en este segundo grupo en el que agrupaba las líneas mixtas y las multimodelo. Es años más tarde cuando Becker & Scholl (2006) diferencian entre los tres grupos de la clasificación que se ha detallado anteriormente y como se muestra en la figura 3.

2.2.3. De acuerdo al tipo de operador.

2.2.3.1. Líneas manuales.

En este tipo de líneas los operadores son humanos y los procesos pueden estar o no automatizados.

2.2.3.2. Líneas robotizadas.

En este otro tipo, los operadores son robots y los procesos están completamente automatizados. Cuando se trata con líneas robotizadas además de planificar las operaciones de las tareas en las estaciones se debe planificar las actividades en los robots.

2.2.3.3. Líneas semirobotizadas.

En este tipo de líneas intervienen tanto los operarios como los robots.

2.2.4. De acuerdo al tipo de estación y al *layout*.

Scholl (1999) clasifica de manera diferenciada las líneas de montaje entre su tipo de distribución en planta (*layout*) y su tipo de estación. Sin embargo, Miralles propone que los tipos de estaciones de los que se disponen repercuten directamente en la distribución física de la línea y viceversa, por lo que deben agruparse estos dos factores clasificatorios en uno sólo (Miralles et al., 2003). De esta forma se obtiene la siguiente clasificación:

2.2.4.1. Estaciones en serie.

Es la distribución más básica de todas. Se tienen estaciones simples colocadas unas tras otras, en serie, como se muestra en la figura 4, y las tareas pasan consecutivamente de una estación a la contigua a través de una cinta transportadora o de otro método de transporte similar.

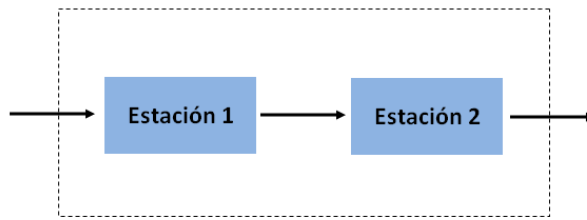


Figura 4. Estaciones en serie.

2.2.4.2. Estaciones en paralelo.

En algunas ocasiones en una sola línea podemos encontrar estaciones duplicadas como se puede ver en la figura 5. Esto supone que disponemos de dos o más estaciones idénticas que realizarán en paralelo la misma tarea. La duplicación de estaciones se usa cuando se quiere reducir el tiempo de una tarea porque sea mayor que el tiempo de ciclo, ya que el tiempo de la tarea se reduce de forma proporcional al número de estaciones.

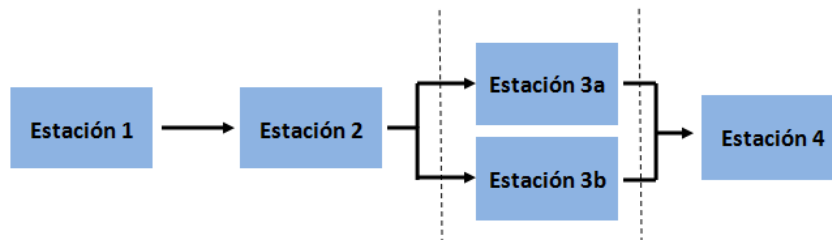


Figura 5. Estación en paralelo.

Por otro lado también podemos encontrar varias líneas colocadas en paralelo, como se muestra en la figura 6, que puede ser muy útil para el caso de modelos múltiples. Este tipo de estaciones se utiliza cuando se quiere aumentar la flexibilidad del sistema y así se reacciona mejor a cambios en la demanda o a averías en la línea de producción.

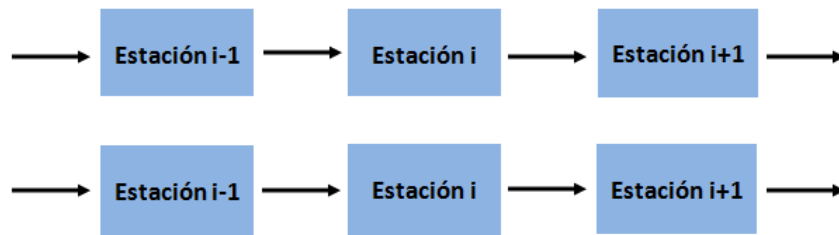


Figura 6. Líneas en paralelo.

También podemos encontrar líneas de dos lados que consisten en dos líneas seriales paralelas cuyas estaciones se encuentran a pares opuestas. Se utilizan mucho en la industria automovilística y permite que se pueda trabajar simultáneamente sobre una misma pieza por ambos lados.

2.2.4.3. Estaciones cerradas o abiertas.

Se denominan estaciones cerradas a aquellas en las que existe restricciones físicas que impide que un operario pueda pasar de una a otra.

En el caso en el que se permita un cierto solapamiento entre estaciones se denominan estaciones abiertas.

2.2.4.4. Líneas en forma de U.

Este tipo de disposición de las estaciones hace posible una mayor flexibilidad del sistema de producción, al poder asignarse a la misma estación dos operaciones separadas entre sí en cuanto a precedencias se refiere, de la forma que se muestra en la figura 7. Esto se debe a que dos estaciones pueden trabajar en dos segmentos de la línea que estén en sitios opuestos.

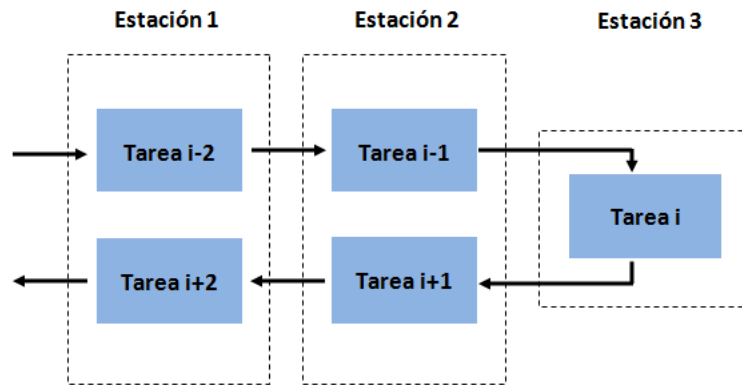


Figura 7. Línea en forma de U.

2.2.5. De acuerdo al ritmo de flujo de la línea.

2.2.5.1. Líneas síncronas.

En este tipo de líneas, *Paced Lines*, las estaciones suelen estar conectadas por medios mecánicos para el transporte de material. De esta forma las piezas pasan de una estación a otra a una velocidad constante, por lo que todas las estaciones tendrán el mismo tiempo para realizar sus operaciones (tiempo de ciclo). Se puede decir que las estaciones funcionan a un ritmo o cadencia constante.

2.2.5.2. Líneas asíncronas.

En este caso, *Unpaced Lines*, las velocidades de las operaciones asignadas a cada estación son diferentes por lo que se necesitan unos mecanismos de compensación por la ausencia de ese ritmo constante. Para ello se colocan buffers entre las estaciones para almacenar piezas procesadas en las estaciones predecesoras, lo que supone un nuevo problema de decisión de donde colocarlos y que tamaño deben tener. La ausencia de ritmo a parte de producir la espera de piezas en algunas estaciones provoca que también haya estaciones ociosas hasta que le lleguen nuevas piezas.

2.2.6. De acuerdo a la forma de entrada de las piezas a la línea.

2.2.6.1. Líneas de entrada fija.

Las piezas llegan a la línea en instantes de tiempo prefijados. Si la línea es síncrona entonces la entrada de piezas será en función del tiempo de ciclo.

2.2.6.2. Líneas de entrada variable.

La tasa de entrada no es fija, es variable en el tiempo.

2.3. Problema de equilibrado de líneas de producción.

En la literatura, los problemas de líneas más comunes son los que se encargan del equilibrado (ALBP: *Assembly Line Balance Problem*) y los que se encargan de su diseño (ALDP: *Assembly Line Design Problem*). Aun así se pueden encontrar otros tipos de problemas menos estudiados, como pueden ser los DLBP, en los que se pretende equilibrar líneas de desmontaje y que está siendo cada vez mayor objeto de estudio debido a su gran aplicación actual (Sentinella et al., 2005). Nosotros nos vamos a centrar en el ALBP.

El problema de equilibrado de líneas de producción consiste en asignar las tareas necesarias, para la constitución de un producto, al conjunto de estaciones de trabajo que forman la línea de producción o montaje. Para llevar a cabo esta asignación hay que considerar ciertas restricciones como son las relaciones de precedencia, incompatibilidad o afinidad entre tareas (Plans, 1999). Además, se tiene que cumplir que el tiempo total de las tareas asignadas a una misma estación sea menor que el tiempo de ciclo.

A un equilibrado le puede corresponder más de una secuencia admisible, pues el orden de ejecución de las operaciones en una misma estación no le afecta (siempre que se satisfagan las restricciones).

El objetivo de esta distribución es maximizar la eficiencia en la producción, minimizar el tiempo de inactividad o minimizar el número de estaciones en la línea de producción (Jaramillo y cols., 2010).

Según Baybars, se considera que una línea tiene un balance óptimo cuando las tareas están agrupadas de tal forma que los tiempos de todas las estaciones sean exactamente iguales. Por el contrario, se considera que la tasa de producción de la línea viene determinada por la estación más lenta, también conocida como estación cuello de botella (Baybars, 1986).

2.4. Clasificación de los problemas de equilibrado de línea.

Se pueden encontrar diversas clasificaciones en los estudios realizados sobre el problema del equilibrado de líneas, pero son dos las más aceptadas:

- La primera es la diferenciación que realiza Baybars (1986) entre dos tipos de problemas: el problema de equilibrado más simple, SALBP (*Simple Assembly Line Balancing Problem*), y el problema general, GALBP (*General Assembly Line Balancing Problem*).
- La segunda clasificación es la que realizan Ghosh y Gagnon (1989). Estos autores se centran en dos parámetros, el tipo de producto y la variabilidad de los tiempos de operación. Con estos parámetros por delante diferencian entre: simple determinista, simple estocástico, multi/mixto determinista y multi/mixto estocástico.

Con estas dos clasificaciones son muchos los autores que han clasificado el problema del equilibrado de línea como se muestra en la figura 8 y vamos a detallar más adelante (Becker & Scholl (2006), Scholl (1999) y Restrepo (2008)).

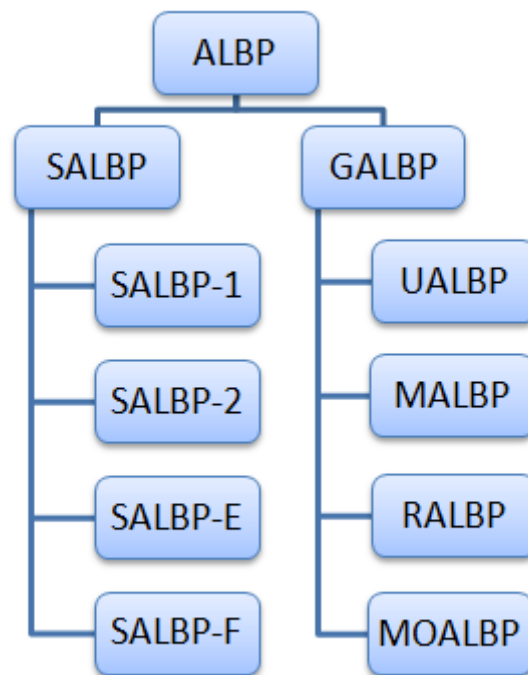


Figura 8. Clasificación de los problemas de equilibrado de líneas.

2.4.1. Problema simple de equilibrado de línea (SALBP).

Boysen (2006) y Scholl & Becker (2006) definieron en sus trabajos las características de los SALBP (*Simple Assembly Line Balancing Problem*) de la siguiente manera:

- Producción en masa de productos monomodelo.
- No existen formas alternativa de procesar las tareas, se hace de una forma determinada.
- La línea es síncrona conforme al tiempo de ciclo que se calcula en función de la cantidad que se quiere producir.
- La línea es de tipo serial sin elementos en paralelo ni líneas alimentadoras.
- La asignación de las tareas está limitada por relaciones de precedencia.
- El tiempo de operación de todas las tareas es conocido, es determinístico.
- No se asignan restricciones a las tareas, solo las restricciones de precedencia.

- Una tarea no puede ser dividida en una o más estaciones.
- Todas las estaciones están igualmente equipadas con respecto a máquinas y trabajadores.

A parte de estos rasgos comunes para todos los SABL, se puede distinguir en cuatro grupos distintos en función de determinadas características:

2.4.1.1. SALBP-1.

En este tipo de problema lo que se quiere es minimizar el número de estaciones a las que asignar un conjunto de tareas, para un tiempo de ciclo o tasa de producción dada. Es muy común cuando se va a instalar una nueva línea y la demanda es conocida.

2.4.1.2. SALBP-2.

En este caso lo que se busca es minimizar el tiempo de ciclo o, lo que es lo mismo, maximizar la tasa de producción, para un número de estaciones dadas. Este tipo de problema se da cuando ya se tiene una serie de estaciones instaladas y no se quieren modificar.

2.4.1.3. SALBP-E.

Este problema lo que busca es maximizar la eficiencia de la línea que se calcula como:

$$\% \text{Eficiencia} = \frac{\text{Suma de los tiempo de las tareas } (t_j)}{\text{Numero de estaciones de trabajo } (N) * \text{Tiempo de ciclo } (c)}$$

Por lo tanto, lo que se quiere es minimizar el producto del número de estaciones y el tiempo de ciclo.

2.4.1.4. SALBP-F.

Consiste en determinar si existe una combinación factible entre el número de estaciones y el tiempo de ciclo, es decir, se quiere conocer si la línea puede operar con m estaciones y un tiempo de ciclo dados.

2.4.2. Problema general de equilibrado de línea (GALBP).

Los GALBP (*General Assembly Line Balancing Problem*) abarcan todos los problemas de equilibrado de línea que no están incluidos en los SALBPs. Estos problemas se asemejan más a la realidad debido a que recogen muchas más condiciones. Los más comunes son, por ejemplo, productos de modelo mixto, estaciones en paralelo, tiempos de operación estocásticos o rutas de procesamiento alternativas.

Dentro de la gran variedad de problemas, en la literatura se destacan los cuatro tipos de problemas siguientes:

2.4.2.1. Problema de equilibrado de línea tipo U (UALBP).

Los UABLPs (*U-line Assembly Line Balancing Problem*) solo difieren de los SALBPs en que la distribución en planta de las líneas es de tipo U en vez de ser en serie, aunque el resto de características suelen ser las mismas. El hecho de que la disposición de las estaciones sea en forma de U hace que aumente considerablemente la flexibilidad de la línea dado que se relajan las relaciones de precedencia, debido a que en los UABLPs se pueden asignar tareas sin que se hayan asignado sus predecesoras, como se muestra en la figura 9. Las estaciones se pueden disponer de tal manera que se puedan trabajar en dos piezas en diferentes posiciones de la línea durante el mismo ciclo, lo que conlleva un mayor número de posibilidades para equilibrar la línea y permite que se pueda hacer de manera más eficiente que cuando se tiene una línea en serie (Ajenblit et al., 2003).

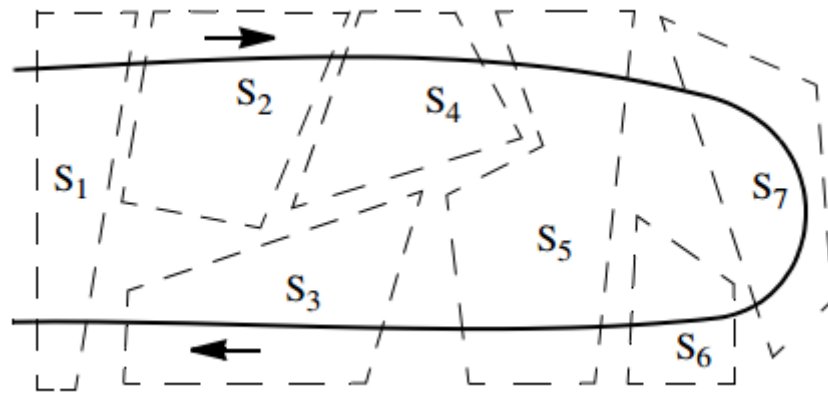


Figura 9. Línea en forma de U (Becker y cols., 2006).

Se pueden definir tres tipos de UALBPs:

- UALBP-1: Se quiere minimizar el número de estaciones para un tiempo de ciclo dado.
- UALBP-2: Se pretende minimizar el tiempo de ciclo para un número de estaciones dado.
- UALBP-E: Maximiza la eficiencia E de la línea por lo que pretende minimizar el producto entre el tiempo de ciclo y el número de estaciones.

2.4.2.2. Problema de equilibrado de línea con modelos mixtos (MALBP).

Los MALBPs (*Mixed-Model Assembly Line Balancing Problem*) se caracterizan por la producción o montaje de diferentes modelos de un producto básico, pero no implica la inclusión de tiempos de *setup* entre modelos, ya que las variaciones son del tipo color, material o tamaño, entre otras. Lo que sí que implica son diferentes tiempos de operación entre las tareas o relaciones de precedencia. Como consecuencia a esto, es muy complicado encontrar un equilibrado en el que las estaciones totalmente cargadas tengan los mismos requerimientos de equipo y tiempos de estación. Por lo tanto se necesitan estaciones muy flexibles y operarios altamente cualificados (Becker et al., 2006).

Los MALBPs se pueden diferenciar entre:

- MALBP-1: Minimiza el número de estaciones con la asignación adicional de restricciones y estaciones en paralelo. Como objetivo secundario, los periodos de medición de los desbalances vertical y horizontal son minimizados (Vilarinho et al., 2002).
- MALBP-2: El objetivo es minimizar la suma de los tiempos de ciclo (Karabati y cols., 2003). Como objetivo adicional intenta incrementar la uniformidad de las tareas en las estaciones (Pastor et al., 2002)
- MALBP-E: Maximiza la eficiencia E. Estos problemas son de mayor dificultad que los SALBPs porque los tiempos de operación de los diferentes modelos son diferentes.

2.4.2.3. Problema de equilibrado de líneas robotizadas (RALBP).

El incremento de requerimiento de flexibilidad en la producción viene motivado por los rápidos cambios en la tecnología y a la gran variedad de productos que demandan los consumidores. La flexibilidad y la automatización de las líneas se puede conseguir con el uso de robots.

Otra de las razones que nos llevan al uso de robots en las líneas de ensamblaje es la especialización de las operaciones.

Los RALBPs (*Robotic Assembly Line Balancing Problem*) persiguen dos objetivos. El primero es equilibrar óptimamente la línea para un número de estaciones dado o para un tiempo de ciclo dado. El segundo es elegir el mejor tipo de robot para cada estación ya que cada robot puede tener distintas capacidades o tiempos de operación para las diferentes tareas (Escobar et al., 2012). Los robots necesitan ser reprogramados cuando un nuevo producto entra en la línea. Por lo tanto en este tipo de problema se considera tanto la asignación de las tareas como la de los robots (Levitin et al., 2006).

La línea de ensamblaje robotizada mejora a las manuales en que las actividades no varían su tiempo tan considerablemente por lo que el balance óptimo depende de la calidad del equilibrado y de los robots asignados.

2.4.2.4. Problema de equilibrado de línea Multi-Objetivo (MOALBP).

Los MOALBPs (*Multi-Objective Assembly Line Balancing Problem*) tienen en cuenta varios objetivos simultáneamente, como pueden ser minimizar el número de estaciones, estudiar el tamaño de los *buffers* o maximizar la eficiencia de la línea (Restrepo et al., 2008). Rekiek expone que la mayoría de los problemas de equilibrado de línea presentan objetivos múltiples (Rekiek et al., 2002).

3. Metodología de resolución.

Para resolver los problemas de equilibrado de líneas de producción se utilizan distintos métodos, clasificándolos en métodos analíticos y métodos intuitivos. Los métodos analíticos son de mayor importancia ya que cuentan con explicaciones teóricas más consolidadas. En cambio los métodos intuitivos son menos utilizados debido a que carecen de bases matemáticas y por ello no son objeto de este trabajo. Esta clasificación se muestra en la figura 10.

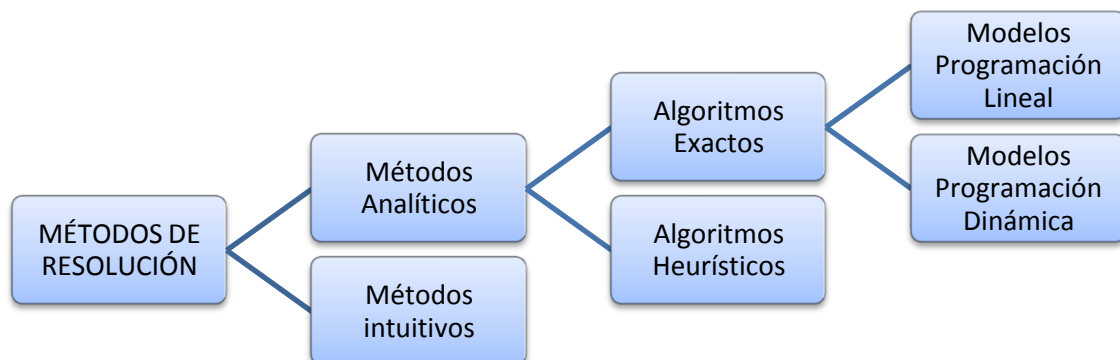


Figura 10. Clasificación de los métodos de resolución de los SALBP.

Los métodos analíticos se dividen en exactos o heurísticos. Los métodos analíticos exactos son de tipo determinista, por lo que son muy estrictos y poco prácticos a la hora de afrontar problemas reales de grandes dimensiones. Dado la reducida dimensión de los problemas abordables mediante métodos analíticos exactos, es preciso recurrir en la mayoría de los casos industriales a procedimientos heurísticos. Estos procedimientos son de carácter estocástico, es decir, cuando la duración de las tareas son de tipo probabilístico, caso que se ajusta más a la realidad.

3.1. Algoritmos exactos.

3.1.1. Programación lineal binaria.

El primer modelo a destacar es el de White (1961). Su importancia se debe a que fue una de las primeras modelizaciones de problemas tipo SALBP-1, y ha sido usado como referencia por muchos autores más tarde. En este trabajo no se asignan tareas en las últimas estaciones, si antes no se han llenado las anteriores disponibles.

Wee y Magazine (1982) demostraron que el SALBP-1 era un problema de tipo NP-hard.

El modelo de White es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{Nmax} w_k * x_{ik} \\
 & \sum_{k=1}^{Nmax} x_{ik} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \\
 & \sum_{i=1}^n t_i * x_{ik} \leq c \quad \forall k = 1, \dots, Nmax \\
 & x_{il} \leq \sum_{k=1}^l x_{hk} \quad \forall i = 1, \dots, n \quad \forall l = 1, \dots, Nmax \quad h \in P_i \\
 & x_{ik} \in \{0,1\}
 \end{aligned}$$

Donde,

N_{max} es el número máximo de estaciones de trabajo consideradas en el modelo.

n es el número de tareas o trabajos a asignar.

k es el subíndice que indica el número de la estación de trabajo.

i es el subíndice que indica el número de la estación de trabajo.

c es el tiempo de ciclo de la línea.

P_i es el conjunto de predecesores inmediatos de la tarea i .

t_i es el tiempo de operación de la tarea i .

w_k es el coeficiente de penalización de la estación adicional al NME. Debe garantizarse que la estación $k+1$ solo se utilice si con las estaciones de 1 a k no han sido suficiente para asignar todas las tareas, por lo que $M * w_k \leq w_{k+1}$, donde M es un número suficientemente grande.

El significado de la función y de las restricciones es el siguiente:

La función objetivo minimiza el sobrecoste debido a que el número de puestos de trabajo a considerar no coincide con el mínimo teórico.

La primera restricción obliga a que toda tarea sea asignada a una estación y solo una única vez.

La segunda restricción obliga que la suma de la duración de las tareas sea inferior o igual al tiempo de ciclo.

La tercera restricción obliga a que se cumplan las relaciones de precedencia y que no se haga una tarea sin que se hayan hecho previamente sus predecesoras.

La última restricción implica que la variable x_{ik} es binaria, solo toma como valores 0 o 1.

Ejemplo:

Para resolver este ejemplo se van a utilizar los datos que se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Datos del problema.

Tarea	t_i	Predecesores
1	12	-
2	5	1
3	7	1
4	5	2,3
5	4	4
6	6	4
7	8	5,6

En esta tabla se pueden encontrar los tiempos de operación de las distintas tareas o el orden de precedencia entre las mismas. También se da como dato que el tiempo de ciclo es de 17. Con estos datos se representa el grafo de precedencias de la figura 11.

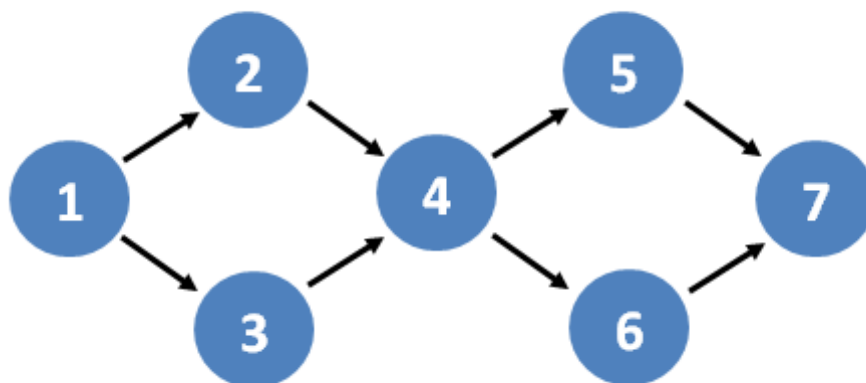


Figura 11. Grafo de precedencia.

Las variables con las que se cuentan en el modelo de programación propuesto por White (=) son del tipo binarias y de la forma, x_{ik} = Tarea i asignada a la

estación k donde $i=1,2,3,4,5,6,7$ y $k=1,2,3,4,5$. En este caso se escoge como $NMAX=5$ ya que el número mínimo de estaciones es de 3.

Se empieza planteando la función objetivo en donde se le añade un peso o penalización de la forma $M * w_k \leq w_{k+1}$, donde M es un número lo suficientemente grande. En este caso se escogerá $M=10$. Por lo que los pesos serán 1, 10, 100, 10000, 100000000 a cada estación respectivamente. De esta manera se consigue que la estación 1 tenga preferencia a las demás y la 2 a la 3, 4 y 5, y así sucesivamente.

$$\begin{aligned}
 FO = & 1x_{11} + 10x_{12} + 100x_{13} + 10000x_{14} + 100000000x_{15} + 1x_{21} + 10x_{22} \\
 & + 100x_{23} + 10000x_{24} + 100000000x_{25} + 1x_{31} + 10x_{32} \\
 & + 100x_{33} + 10000x_{34} + 100000000x_{35} + 1x_{41} + 10x_{42} \\
 & + 100x_{43} + 10000x_{44} + 100000000x_{45} + 1x_{51} + 10x_{52} \\
 & + 100x_{53} + 10000x_{54} + 100000000x_{55} + 1x_{61} + 10x_{62} \\
 & + 100x_{63} + 10000x_{64} + 100000000x_{65} + 1x_{71} + 10x_{72} \\
 & + 30x_{73} + 10000x_{74} + 100000000x_{75}
 \end{aligned}$$

Ahora se plantearán las restricciones empezando por las de asignación unitaria:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 1$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 1$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} = 1$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} = 1$$

$$x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} = 1$$

$$x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65} = 1$$

$$x_{71} + x_{72} + x_{73} + x_{74} + x_{75} = 1$$

A continuación las restricciones del tiempo de ciclo:

$$12x_{11} + 5x_{21} + 7x_{31} + 5x_{41} + 4x_{51} + 6x_{61} + 8x_{71} \leq 17$$

$$12x_{12} + 5x_{22} + 7x_{32} + 5x_{42} + 4x_{52} + 6x_{62} + 8x_{72} \leq 17$$

$$12x_{13} + 5x_{23} + 7x_{33} + 5x_{43} + 4x_{53} + 6x_{63} + 8x_{73} \leq 17$$

$$12x_{14} + 5x_{24} + 7x_{34} + 5x_{44} + 4x_{54} + 6x_{64} + 8x_{74} \leq 17$$

$$12x_{15} + 5x_{25} + 7x_{35} + 5x_{45} + 4x_{55} + 6x_{65} + 8x_{75} \leq 17$$

Y por último las restricciones de precedencia, empezando por la tarea 2 que tiene como único predecesor la tarea 1:

$$x_{21} \leq x_{11}$$

$$x_{22} \leq x_{11} + x_{12}$$

$$x_{23} \leq x_{11} + x_{12} + x_{13}$$

$$x_{24} \leq x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14}$$

$$x_{25} \leq x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15}$$

La tarea 3 tiene como predecesora inmediata a la tarea 1:

$$x_{31} \leq x_{11}$$

$$x_{32} \leq x_{11} + x_{12}$$

$$x_{33} \leq x_{11} + x_{12} + x_{13}$$

$$x_{34} \leq x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14}$$

$$x_{35} \leq x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15}$$

La tarea 4 tiene como predecesoras inmediatas a 2 y 3.

$$2x_{41} \leq x_{21} + x_{31}$$

$$2x_{42} \leq x_{21} + x_{22} + x_{31} + x_{32}$$

$$2x_{43} \leq x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{31} + x_{32} + x_{33}$$

$$2x_{44} \leq x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34}$$

$$2x_{45} \leq x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35}$$

La tarea 5 tiene de predecesora directa a la tarea 4.

$$x_{51} \leq x_{41}$$

$$x_{52} \leq x_{41} + x_{42}$$

$$x_{53} \leq x_{41} + x_{42} + x_{43}$$

$$x_{54} \leq x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44}$$

$$x_{55} \leq x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45}$$

El trabajo 6 tiene de predecesor directo al trabajo 4.

$$x_{61} \leq x_{41}$$

$$x_{62} \leq x_{41} + x_{42}$$

$$x_{63} \leq x_{41} + x_{42} + x_{43}$$

$$x_{64} \leq x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44}$$

$$x_{65} \leq x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45}$$

El trabajo 7 tiene como predecesor inmediato a las tareas 5 y 6.

$$2x_{71} \leq x_{51} + x_{61}$$

$$2x_{72} \leq x_{51} + x_{52} + x_{61} + x_{62}$$

$$2x_{73} \leq x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{61} + x_{62} + x_{63}$$

$$2x_{74} \leq x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64}$$

$$2x_{75} \leq x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} + x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65}$$

Como se puede apreciar es un problema muy extenso con 47 restricciones, por lo que para resolverlo se utiliza la herramienta Solver de Excel, obteniendo el siguiente resultado:

Tabla 2. Solución del problema.

Estación	Tarea i	t_i	Tiempo Ocioso
1	1	12	0
	2	5	
2	3	7	1
	4	5	
	5	4	
3	6	6	3
	7	8	

3.1.2. Programación lineal binaria modificado.

Este modelo es una modificación que proponen Thangavelu y & Shetty (1971) sobre el modelo de White (1961). Los autores proponen un cambio de los coeficientes de penalización de la función objetivo debido a que ésta puede crecer tanto de valor que puede ocasionar inestabilidad numérica, sobretodo en los casos con un gran número de tareas . Los coeficientes que se proponen son los siguientes:

$$\begin{cases} w_{ik} = t_i * (1 + \sum_{h \in F} t_h)^{(k-NME-1)} & i \in F; NME + 1 \leq k \leq N \\ w_{ik} = 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

donde F es el conjunto de tareas las cuales no tienen sucesoras.

También hacen una modificación en la restricción que obliga que se cumplan las relaciones de precedencia, de forma que sea mas compacta:

$$\sum_{k=1}^{NMAX} (NMAX - k + 1) * (x_{ik} - x_{hk}) \leq 0 \quad 1 \leq i \leq n ; h \in P_i$$

Y de esta manera la función objetivo nos queda del siguiente modo:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{NMAX} w_{ik} * x_{ik}$$

Si se realizan estos cambios al modelo de White y se aplica este modelo a el problema del apartado anterior la solución es la misma, ya que el problema es muy simple y estas modificaciones solo tendrían efecto para equilibrados de gran envergadura.

3.1.3. Modelo de Programación Dinámica.

Held, Karp y Sheresian (1963) propusieron un método de resolución por programación dinámica para los problemas del tipo SALBP-1.

Para poder definir el modelo vamos a describir una serie de conceptos:

- J_i es el trabajo (*Job*) o tarea i con un tiempo de operación t_i , donde $i=1,..,N$ y N son las operaciones a realizar.
- Subconjunto admisible: es un subconjunto de tareas de $\{J_1 \dots J_N\}$ que puede realizarse sin que se ejecute ninguna otra operación.
- Subsecuencia admisible: es una subsecuencia de las N operaciones realizadas en cierto orden que satisfaga las restricciones sin hacer ninguna otra.

Se define el tiempo $t\{V\}$ de un subconjunto admisible $V = \{J_1 \dots J_j\}$ al menor tiempo obtenido para todas las subsecuencias que pertenecen a V . El tiempo de una subsecuencia $(J_1 \dots J_j)$ es el tiempo de la subsecuencia en la que no se considera el último elemento $(J_1 \dots J_{j-1})$ más el incremento de tiempo que introduce la última operación J_j . Este incremento dependerá del tiempo de la subsecuencia $(J_1 \dots J_{j-1})$ y del tiempo de ciclo dado:

$$t(J_1 \dots J_j) = \begin{cases} t(J_1 \dots J_{j-1}) + t_j & ; \text{ si } J_j \text{ entra en la estación NC} \\ NC * c + t_j & ; \text{ si } J_j \text{ no entra en la estación NC} \end{cases}$$

La recurrencia que obtiene el mejor tiempo posible en un subconjunto de j operaciones a partir de los tiempos menores de los subconjuntos de $j-1$ operaciones es:

$$t\{J_j\} = \min_{J_j \in V} (t\{V - J_j\} + \Delta J_j)$$

tal que el subconjunto $\{V - J_j\}$ sea admisible.

Para iniciar la recurrencia, V se hace un conjunto vacío (que se considera admisible) tal que $t\{\emptyset\} = 0$. Cuando $V = \{J_1 \dots J_j\}$ coincide con el conjunto de todas las operaciones de la cadena, se obtiene el equilibrado de la cadena y el problema queda resuelto.

Ejemplo:

Partiendo de los datos que se disponen en la tabla 3, se va a proceder a resolver el equilibrado de línea mediante el procedimiento visto anteriormente.

Tabla 3. Datos del problema.

Tarea	t_i	Predecesores
1	12	-
2	5	1
3	7	1
4	5	2,3
5	4	4
6	6	4
7	8	5,6

También se da como información el tiempo de ciclo, que en este caso es de 17. En la tabla se dispone de los tiempos de operación y de los órdenes de precedencias. Con estos últimos se dibuja el siguiente grafo de precedencias representado en la figura 12.

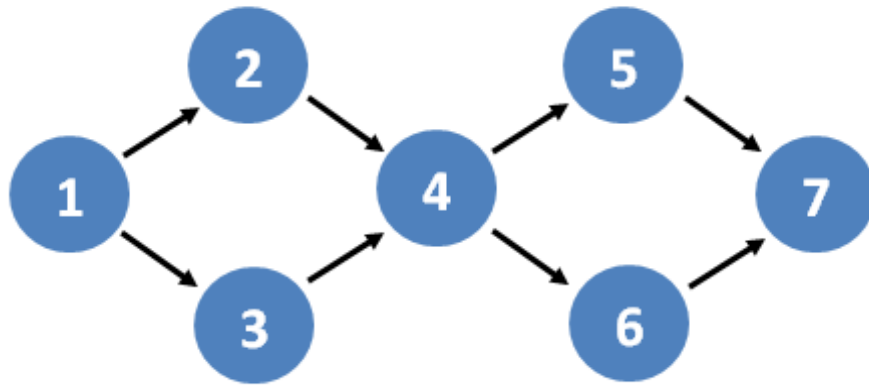


Figura 12. Grafo de precedencias.

$$V\{\emptyset\} \quad t\{V_0\} = 0$$

$$V_1\{1\} \quad t\{V_1\} = \min (t\{V_0\} + \Delta J_1 = 0 + 12) = 12$$

$$\rightarrow |1|$$

$$V_{21}\{1,2\} \quad t\{V_{21}\} = \min (t\{V_1\} + \Delta J_2 = 12 + 5) = 17$$

$$\rightarrow |1,2|$$

$$V_{22}\{1,3\} \quad t\{V_{22}\} = \min (t\{V_1\} + \Delta J_3 = 12 + (5 + 7)) = 24$$

$$\rightarrow |1,3|$$

$$V_3\{1,2,3\} \quad t\{V_3\} = \min \left(\begin{array}{l} t\{V_{21}\} + \Delta J_3 = 17 + 7 = 24 \\ t\{V_{22}\} + \Delta J_2 = 24 + 5 = 29 \end{array} \right) = 24$$

$$\rightarrow |1,2|3|$$

$$V_4\{1,2,3,4\} \quad t\{V_4\} = \min (t\{V_3\} + \Delta J_4 = 24 + 5) = 29$$

$$\rightarrow |1,2|3,4|$$

$$V_{51}\{1,2,3,4,5\} \quad t\{V_{51}\} = \min (t\{V_4\} + \Delta J_5 = 29 + 4) = 33$$

$$\rightarrow |1,2|3,4,5|$$

$$V_{52}\{1,2,3,4,6\} \quad t\{V_{52}\} = \min (t\{V_4\} + \Delta J_6 = 29 + (5 + 6)) = 40$$

$$\rightarrow |1,2|3,4|6|$$

$$V_6\{1,2,3,4,5,6\} \quad t\{V_6\} = \min \left(\begin{array}{l} t\{V_{51}\} + \Delta J_6 = 33 + (1+6) = 40 \\ t\{V_{52}\} + \Delta J_5 = 40 + 4 = 44 \end{array} \right) = 40$$

$$\rightarrow |1,2|3,4,5|6|$$

$$V_7\{1,2,3,4,5,6,7\} \quad t\{V_7\} = \min (t\{V_6\} + \Delta J_7 = 40 + 8) = 48$$

$$\rightarrow |1,2|3,4,5|6,7|$$

Por lo tanto, la asignación a la que se llega tras aplicar el procedimiento es la representada en la tabla 4:

Tabla 4. Solución para la línea.

Estación	Tarea i	t_i	Tiempo Ocioso
1	1	12	0
	2	5	
2	3	7	1
	4	5	
	5	4	
3	6	6	3
	7	8	

3.2. Algoritmos heurísticos.

En este apartado se va a estudiar los procedimientos heurísticos para la resolución de los SALBPs. Para ello, se va a utilizar la clasificación que hicieron Talbot, Patterson y Gehrlein en su obra *"A comparative evaluation of heuristic line balancing techniques"*. Dicha clasificación diferencia entre algoritmos heurísticos de backtracking, aproximación a partir de exactos, de una sola pasada y de composición, como se puede ver en la figura 13.

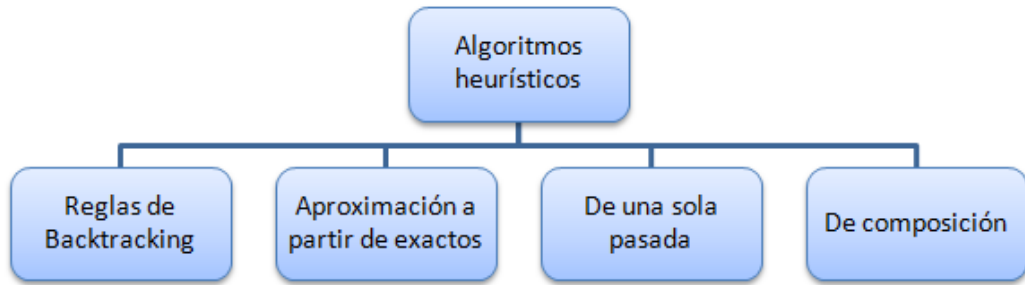


Figura 13. Clasificación de los algoritmos heurísticos.

Se comentarán algunos algoritmos de backtracking y de aproximación a partir de exactos, pero se estudiarán con mayor profundidad las heurísticas de una sola pasada y las de composición.

3.2.1. Reglas de backtracking (retroceso).

3.2.1.1. EUREKA.

Este método propuesto por Hoffman (1991), es un método de búsqueda orientado a la estación. Este algoritmo utiliza una heurística efectiva conjunto con un algoritmo *branch & bound* que explora ambas direcciones. Si el procedimiento hacia delante para determinar una solución factible en un plazo previamente especificado falla, se inicia la búsqueda hacia atrás en el mismo intervalo de tiempo. En el caso de que ambos procedimientos sobrepasen el límite de tiempo, se aplica la heurística propuesta por Hoffman en ambas direcciones sin límite de tiempo.

3.2.1.2. MALB.

Dar-El (1973) utiliza un algoritmo de *backtracking* llamado MALB el cual asegura encontrar soluciones factible en un tiempo computacional bajo para problemas de gran volumen. El MALB incorpora 4 tipos de heurísticas que controlan la cantidad de retroceso permitido.

Dar-El resolvió en el algoritmo de MALB problemas de hasta 140 tareas utilizando distintos diagramas de precedencias. Éste dio mejor resultado que el algoritmo de COMSOAL de Arcus y que los algoritmos heurísticos de una sola pasada.

3.2.2. Aproximación partiendo de algoritmos exactos.

3.2.2.1. FABLE.

Johnson (1988) presentó su heurística de FABLE, que utiliza un algoritmo *branch & bound* para recorrer las posibles soluciones. FABLE incluye una serie de reglas para reducir el tamaño del árbol de enumeración llamadas reglas de dominancia y cuatro tipo de cotas que impiden generar vértices que puedan contener soluciones no mejores que las que se puedan obtener con los vértices ya existentes.

Este método se basa en una búsqueda orientada a la tarea. Los problemas son construidos mediante la adición de una tarea asignable a la estación k . Si no existe tal tarea, la carga de la estación actual es máxima y se abre la siguiente estación $k+1$.

El algoritmo de FABLE permite obtener en tiempos inferiores a 20 segundos soluciones factibles para líneas de 1000 trabajos.

3.2.3. Algoritmos de una sola pasada.

Son heurísticas que se usan en tomas de decisiones rápidas y simples. Dentro de este tipo de algoritmos destacan los siguientes métodos:

3.2.3.1. Método de Helgeson & Birnie.

Este procedimiento que fue propuesto por Helgeson & Birnie (1961), también llamado el método de los pesos posicionales, pretende establecer una prioridad para la asignación a partir de unos pesos o índices de prioridad. El peso definido por Helgeson & Birnie para una tarea i es la suma

de su tiempo de operación más el tiempo de operación de todas sus sucesoras, se hablará de tiempo acumulado.

Para realizar el equilibrado tenemos que conocer el tiempo de operación de todas las tareas y las relaciones de precedencia entre las mismas. El algoritmo consta de los siguientes pasos:

- Paso 1. Inicialización: Empezamos por la estación 1 y le asignamos como tiempo disponible el tiempo de ciclo ($C=TD$).
- Paso 2. Búsqueda de candidatos: Se establece una lista de candidatos, para la estación h en la que estemos, que cumplan las siguientes condiciones:
 - ✓ Condición 1: No haber sido asignada anteriormente.
 - ✓ Condición 2: Tener duración no superior al TD.
 - ✓ Condición 3: Que todos los trabajos precedentes hayan sido asignados con anterioridad.
- Paso 3. Test de cierre: Si no hay ninguna tarea que cumpla las condiciones del paso anterior ir al Paso 6.
- Paso 4. Asignación de tareas: Si hay una sola tarea candidata asignarla directamente, en caso contrario, asignar a la estación h la tarea i con mayor peso w_i , donde $w_i = t_i + \sum_{k \in D(i)} t_k$, es decir, el tiempo de la operación i más el tiempo de todas las operaciones que le siguen $D(i)$.
- Paso 5. Actualización: Reducir el TD en t_i unidades. Si TD se queda con un valor nulo pasar al Paso 6, en caso contrario, ir al Paso 2.
- Paso 6. Bucle: Si todas la tareas están asignadas es el final del algoritmo de asignación, en caso contrario pasar a la estación $h+1$ y darle de tiempo disponible el tiempo de ciclo e ir al Paso 2.

Ejemplo:

Para este ejemplo se va a realizar el ensamblaje de un pequeño aparato eléctrico. Para poder equilibrar la línea de ensamblaje se dispone de los datos que se muestran en la tabla 5.

Tabla 5. Datos del problema.

Tarea i	Descripción	Precedencia	t_i
1	Colocar marco en soporte de trabajo y de sujeción	-	2
2	Montar el enchufe, ojal para el cable de alimentación	-	4
3	Montar los soportes para enmarcar	1	7
4	Cable de alimentación a motor	1,2	1
5	Cable de alimentación a enchufe	2	3
6	Ensamble mecanismo de placa soporte	3	1.1
7	Montar la cuchilla al soporte	3	3.2
8	Ensamble del motor al soporte	3,4	6
9	Alinee la cuchilla y ensamble el motor	6,7,8	2.7
10	Montar el interruptor de soporte del motor	5,8	3.8
11	Fije la cubierta, inspeccionar y prueba	9,10	5
12	Colocar sobre pallet para empaquetar	11	1.2

Con los datos de demanda que maneja la empresa y el tiempo de los turnos de trabajo se calcula el tiempo de ciclo ($C=100s$).

A partir de los datos facilitados se construye un grafo con las relaciones de precedencia entre los diferentes trabajos como se muestra en la figura 14.

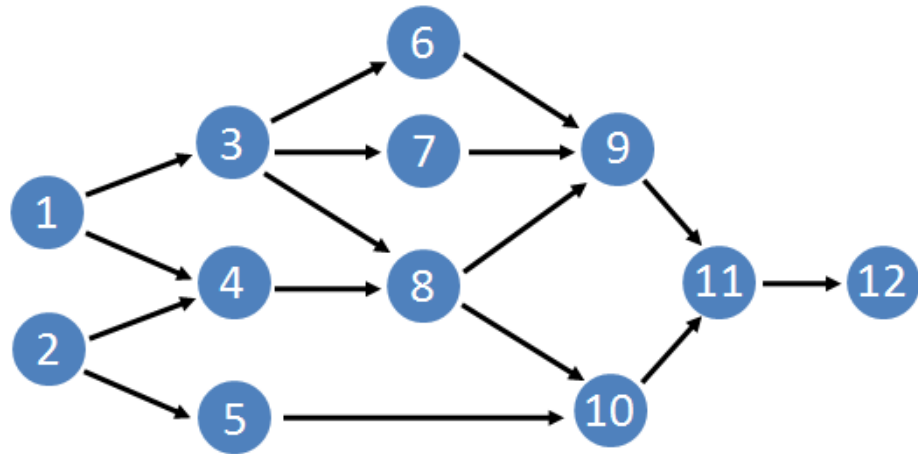


Figura 14. Grafo de precedencias.

También se crea la tabla 6 en la que se muestra el peso o tiempo acumulado de las diferentes tarea y para ello se incluye también las tareas acumuladas tras cada tarea. El tiempo acumulado se calcula como la suma del tiempo de todas las sucesoras y el de la propia tarea.

Tabla 6. Pesos acumulados.

Tarea i	Precedencia	t_i	Tareas acumuladas	Tiempo acumulado
1	-	20	1-3-4-6-7-8-9-10-11-12	330
2	-	40	2-4-5-8-9-10-11-12	267
3	1	70	3-6-7-8-9-10-11-12	300
4	1,2	10	4-8-9-10-11-12	197
5	2	30	5-10-11-12	130
6	3	11	6-9-11-12	100
7	3	32	7-9-11-12	121
8	3,4	60	8-9-10-11-12	187
9	6,7,8	27	9-11-12	89
10	5,8	38	10-11-12	100
11	9,10	50	11-12	62
12	11	12	12	12

Se ordenan todas las tareas en función del peso o tiempo total acumulado:

Tabla 7. Pesos acumulados ordenados.

Tarea <i>i</i>	Precedencia	t_i (s)	Tareas acumuladas	Tiempo acumulado
1	-	20	1-3-4-6-7-8-9-10-11-12	330
3	1	70	3-6-7-8-9-10-11-12	300
2	-	40	2-4-5-8-9-10-11-12	267
4	1,2	10	4-8-9-10-11-12	197
8	3,4	60	8-9-10-11-12	187
5	2	30	5-10-11-12	130
7	3	32	7-9-11-12	121
6	3	11	6-9-11-12	100
10	5,8	38	10-11-12	100
9	6,7,8	27	9-11-12	89
11	9,10	50	11-12	62
12	11	12	12	12

Paso 1: Se comienza por la estación 1 y le asignamos un tiempo disponible igual al tiempo de ciclo $TD=C=100s$.

Tabla 8. Estación 1.

Estación 1		TD=100
Tarea <i>i</i>	t_i	w_i

Paso 2: Candidatos que cumplan las condiciones:

- Condición 1: No haber sido asignada anteriormente.
- Condición 2: Tener duración no superior al TD.
- Condición 3: Que todas los trabajos precedentes hayan sido asignados con anterioridad.

Solo cumplen las condiciones las tareas 1 y 2.

Tabla 9. Candidatos.

Tarea i	Precedencia	t_i	Tareas acumuladas	Tiempo acumulado
1	-	20	1-3-4-6-7-8-9-10-11-12	330
2	-	40	2-4-5-8-9-10-11-12	267

Paso 3: Como si que hay tareas para asignar se pasa directamente al paso 4.

Paso 4: Se asigna la tarea de mayor peso a la estación 1. En este caso se asigna la tarea 1.

Paso 5: Se actualiza el valor de TD reduciéndole el t_i de la tarea asignada, lo que queda:

Tabla 10. Estación 1.

Estación 1		TD=80
Tarea i	t_i	w_i
1	20	330

Como el tiempo disponible es no nulo se pasa al paso 2.

Paso 2: Búsqueda de nuevos candidatos que cumplan las condiciones mostradas anteriormente. Se obtiene la siguiente lista:

Tabla 11. Candidatos.

Tarea i	Precedencia	t_i	Tareas acumuladas	Tiempo acumulado
3	1	70	3-6-7-8-9-10-11-12	300
2	-	40	2-4-5-8-9-10-11-12	267

Paso 4: Asignación. Se asigna la tarea de mayor peso que en este caso es la tarea 3

Paso 5: Actualización del tiempo disponible:

Tabla 12. Estación 1.

Estación 1		TD=10
Tarea i	t_i	w_i
1	20	330
3	70	300

Como el valor del tiempo disponible no es nulo se pasa al Paso 2.

Paso 2: Búsqueda de candidatos. Como no hay ningún candidato se pasa al Paso 3.

Paso 3: Test de cierre. Al no haber ninguna tarea que cumpla las condiciones se pasa al Paso 6.

Paso 6: Bucle. Como no están todas las tareas asignadas, se abre una nueva estación con tiempo disponible igual al tiempo de ciclo y se pasa al Paso 2.

Tabla 13. Estación 2.

Estación 2		TD=100
Tarea i	t_i	w_i

Paso 2: Búsqueda de candidatos que cumplan las condiciones.

Tabla 14. Candidatos.

Tarea i	Precedencia	t_i	Tareas acumuladas	Tiempo acumulado
2	-	40	2-4-5-8-9-10-11-12	267
7	3	32	7-9-11-12	121

Tarea i	Precedencia	t_i	Tareas acumuladas	Tiempo acumulado
6	3	11	6-9-11-12	100

Paso 4: Asignación. Se asigna la tarea 2 a la estación 2.

Paso 5: Actualización. Se actualiza el TD:

Tabla 15. Estación 2.

Estación 2		TD=60
Tarea i	t_i	w_i
2	40	267

Como el tiempo disponible no es nulo se pasa al Paso 2.

Paso 2: Búsqueda de candidatos.

Tabla 16. Candidatos.

Tarea i	Precedencia	t_i	Tareas acumuladas	Tiempo acumulado
4	1,2	10	4-8-9-10-11-12	197
5	2	30	5-10-11-12	130
7	3	32	7-9-11-12	121
6	3	11	6-9-11-12	100

Paso 4: Asignación de tareas. En este caso se asigna la tarea número 4.

Paso 5: Actualización.

Tabla 17. Estación 2.

Estación 2		TD=50
Tarea i	t_i	w_i
2	40	267
4	10	197

Paso 2: Búsqueda de candidatos. La tarea 8 cumple la condición de la precedencia pero supera el tiempo disponible que es ahora 5s.

Tabla 18. Candidatos.

Tarea i	Precedencia	t_i	Tareas acumuladas	Tiempo acumulado
5	2	30	5-10-11-12	130
7	3	32	7-9-11-12	121
6	3	11	6-9-11-12	100

Paso 4: Asignación de candidatos. En este caso se asigna la tarea 5.

Paso 5: Actualización.

Tabla 19. Estación 2.

Estación 2		TD=20
Tarea i	t_i	w_i
2	40	267
4	10	197
5	30	130

Paso 2: Búsqueda de candidatos.

Tabla 20. Candidatos.

Tarea i	Precedencia	t_i	Tareas acumuladas	Tiempo acumulado
6	3	11	6-9-11-12	100

Paso 4: Asignación de candidatos. En este caso se asigna la tarea 6.

Paso 5: Actualización.

Tabla 21. Estación 2.

Estación 2		TD=9
Tarea i	t_i	w_i
2	40	267
4	10	197
5	30	130
6	11	100

Paso 2: Búsqueda de candidatos. No hay ningún candidato que cumpla las condiciones por lo que se pasa al Paso 3.

Paso 3: Como no hay ninguna tarea para asignar se pasa al Paso 6.

Paso 6: Como sigue habiendo tareas sin asignar se abre una nueva estación, la estación 3.

Continuamos con el algoritmo y asignamos todas las tareas a las estaciones. La solución que obtendremos será la siguiente:

Tabla 22. Solución para la línea.

Estación 1		TD=10
Tarea i	t_i	w_i
1	20	330
3	70	300

Estación 2		TD=9
2	40	267
4	10	197
5	30	130
6	11	100
Estación 3		TD=8
8	60	187
7	32	121
Estación 4		TD=35
10	38	100
9	27	89
Estación 5		TD=38
11	50	62
12	12	12

3.2.3.2. Método de las columnas.

Este método propuesto por Kilbridge and Wester considera restricciones de precedencia entre las actividades, buscando minimizar el número de estaciones para un tiempo de ciclo dado (Pizón et al., 2013). Por lo tanto se usa para resolver problemas del tipo SALBP-1.

Este método produce buenas soluciones para equilibrados en que el ciclo considerado es bastante mayor que las duraciones de las operaciones.

Teniendo en cuenta lo anterior el método se efectúa sobre la siguiente estructura lógica:

- Paso 1: Se construye un diagrama de precedencia de los trabajos a realizar y se reordenan los nodos de tal forma que nodos con idéntica precedencia estén en la misma columna.

- Paso 2: Liste a los elementos en el orden de la columna a la cual corresponden, siendo la columna 1 la formada por los nodos que no tienen predecesores, la que encabece la lista. Si un elemento puede ubicarse en más de una columna, se listan todas las columnas para el elemento, indicando de este modo la transferibilidad del mismo. En la tabla en la que se listen los elementos se debe incluir también el tiempo de operación y la suma de los valores de tiempo para cada columna.
- Paso 3: Para asignar los trabajos a las estaciones se debe comenzar por la columna 1. Se continúa la asignación en el orden de las columnas hasta que el tiempo de ciclo sea alcanzado o bien que el candidato correspondiente provoque que dicho tiempo se exceda.

Se permiten permutaciones de operaciones dentro de la misma columna y desplazamientos hacia la derecha de las operaciones. Las reglas heurísticas propuestas son:

- ✓ Permutaciones de operaciones en la misma columna para disminuir el tiempo inactivo en la estación considerada.
- ✓ Asignar cuanto antes sea posible las operaciones de mayor duración.
- ✓ Cuando se hagan desplazamientos laterales, que sean los mínimos.

El proceso de asignación finaliza cuando se asignen todos los nodos.

Este método resulta muy útil cuando se quiere realizar un equilibrado de forma rápida. Aunque es importante resaltar que este método, al tener un alto componente gráfico, depende mucho de la persona que realice el equilibrado.

Ejemplo

Se va utilizar de ejemplo de aplicación del método el problema de montaje de un aparato eléctrico.

Tabla 23. Datos del problema.

Tarea <i>i</i>	Descripción	Preced.	t_i (s)
1	Colocar marco en soporte de trabajo y de sujeción	-	20
2	Montar el enchufe, ojal para el cable de alimentación	-	40
3	Montar los soportes para enmarcar	1	70
4	Cable de alimentación a motor	1,2	10
5	Cable de alimentación a enchufe	2	30
6	Ensamble mecanismo de placa soporte	3	11
7	Montar la cuchilla al soporte	3	32
8	Ensamble del motor al soporte	3,4	60
9	Alinee la cuchilla y ensamble el motor	6,7,8	27
10	Montar el interruptor de soporte del motor	5,8	38
11	Fije la cubierta, inspeccionar y prueba	9,10	50
12	Colocar sobre pallet para empaquetar	11	12

Con los datos de demanda que maneja la empresa y el tiempo de los turnos de trabajo se calcula el tiempo de ciclo ($C=100s$).

Paso 1: Se construye el grafo de precedencias como se ve en la figura en la figura 15.

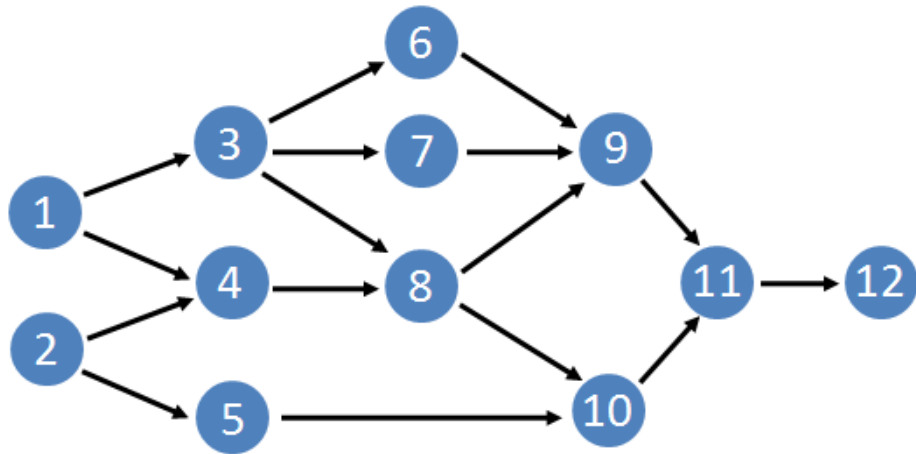


Figura 15. Grafo de precedencias.

Se reordena el grafo organizándolo en columnas y queda como se puede ver en la figura 16.

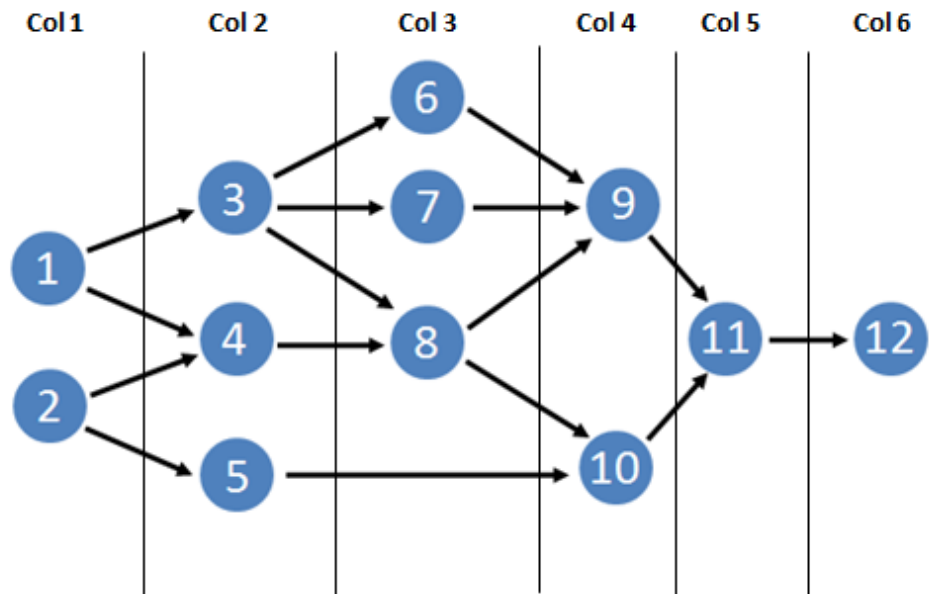


Figura 16. Grafo de precedencias por columnas.

Paso 2: Se lista los elementos en orden de la columna a la que pertenecen, si pueden estar en varias columnas también se apunta y la suma de los tiempos de cada columna.

Tabla 24. Lista de columnas.

Tarea	Columna	$t_i(s)$	Suma de $t_i(s)$ columna
1	1	20	60
2	1	40	
3	2	70	110
4	2	10	
5	2,3	30	
6	3	11	103
7	3	32	
8	3	60	
9	4	27	65
10	4	38	
11	5	50	62
12	5	12	

Paso 3: Asignación de los trabajos a las estaciones. Se empieza por los elementos de la primera columna. Se continua llenando en el orden de las columnas sin que ninguna estación supere el tiempo de ciclo.

La solución a la que se llega es la siguiente:

Tabla 25. Solución para la línea.

Estación	Tarea	$t_i(s)$	Tiempo Ocioso
1	1	20	0
	2	40	
	4	10	
	5	30	
2	3	70	19
	6	11	
3	7	32	8
	8	60	

Estación	Tarea	$t_i(s)$	Tiempo Ocioso
4	9	27	35
	10	38	
5	11	50	38
	12	11	

3.2.4. Heurísticas de composición.

Se basan en la composición de reglas de decisión. Destaca la formulada por Arcus:

3.2.4.1. COMSOAL (Computer Method for Sequencing Operations for Assembly Lines).

EL COMSOAL es una heurística definida por Arcus (1966) y creada para dar solución al problema de equilibrado de líneas de montaje o producción. Pero este tipo de heurística también se puede aplicar para el caso de optimización combinatoria, ya que se crean una serie de listas, pero solo aparecerán aquellas opciones que sean factibles y de allí se escogerá aleatoriamente la tarea a asignar.

El algoritmo consta de los siguientes 6 pasos:

- Paso 1: Identificar para cada tarea, las tareas que le preceden.
- Paso 2: Crear una lista A con las tareas que no hayan sido asignadas, que incluya sus predecesoras no asignadas y el número de tareas no asignadas que le preceden.
- Paso 3: Se crea una lista B con las tareas que no tienen ningún predecesor de la lista A. Si no hay tareas sin ser asignadas a las estaciones entonces se acaba el algoritmo.

- Paso 4: Crear una lista C compuesta de las tareas de la lista B cuyos tiempos de operación no supere el tiempo disponible de la estación. Si la lista C está vacía, abrir otra estación y repetir el Paso 4.
- Paso 5: Seleccione de forma aleatoria una tarea de la lista C y se asigna a la estación en la que estemos.
- Paso 6: Actualizar el tiempo disponible en la estación y vuelva al Paso 2.

Las ventajas es que permite examinar un número considerable de secuencias en poco tiempo debido a que es una técnica fácilmente programable.

Ejemplo:

Vamos a utilizar como ejemplo de aplicación el mismo problema de equilibrado de una línea de montaje de un aparato eléctrico utilizada anteriormente.

Tabla 26. Datos del problema.

Tarea i	Descripción	Preced.	t_i (s)
1	Colocar marco en soporte de trabajo y de sujeción	-	20
2	Montar el enchufe, ojal para el cable de alimentación	-	40
3	Montar los soportes para enmarcar	1	70
4	Cable de alimentación a motor	1,2	10
5	Cable de alimentación a enchufe	2	30
6	Ensamble mecanismo de placa soporte	3	11
7	Montar la cuchilla al soporte	3	32
8	Ensamble del motor al soporte	3,4	60
9	Alinee la cuchilla y ensamble el motor	6,7,8	27
10	Montar el interruptor de soporte del motor	5,8	38

Tarea <i>i</i>	Descripción	Preced.	t_i (s)
11	Fije la cubierta, inspeccionar y prueba	9,10	50
12	Colocar sobre pallet para empaquetar	11	12

Con los datos de demanda que maneja la empresa y el tiempo de los turnos de trabajo se calcula el tiempo de ciclo ($C=100s$).

Se aplica el algoritmo de la siguiente forma:

Se empieza la primera iteración.

Paso 1: Identificar las tareas que preceden a cada tarea. Este paso ya viene incluido en los datos que suministra la empresa que quiere que equilibremos la línea.

Paso 2: Crear lista A (tareas no asignadas y número de predecesores).

Tabla 27. Lista A.

Tarea <i>i</i>	t_i (s)	Precedencia	Numero de predecesores
1	20	-	0
2	40	-	0
3	70	1	1
4	10	1,2	2
5	30	2	1
6	11	3	1
7	32	3	1
8	60	3,4	2
9	27	6,7,8	3
10	38	5,8	2
11	50	9,10	2
12	12	11	1

Paso 3: Lista B (tareas pertenecientes a la lista A que no tengan predecesoras. Si no hay, finalizo el algoritmo).

Tabla 28. Lista B.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
1	20	-	0
2	40	-	0

Paso 4: Lista C (tareas de la lista B cuyo tiempo de proceso no supera el disponible, si no hay ninguna pasar a una nueva estación y volver a este paso con el nuevo tiempo disponible).

En este apartado el tiempo disponible es igual al tiempo de ciclo ya que no hemos asignado ninguna operación todavía, $TD=C=100$.

Tabla 29. Lista C.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
1	20	-	0
2	40	-	0

Paso 5: Asignación aleatoriamente. Se asigna en este caso la tarea 1.

Paso 6: Actualización del tiempo disponible.

Tabla 30. Estación 1.

Estación 1		TD=80
Tarea i	Precedencia	$t_i(s)$
1	-	20

Segunda iteración.

Paso 2: Lista A.

Tabla 31. Lista A.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
2	40	-	0
3	70	-	0

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
4	10	2	1
5	30	2	1
6	11	3	1
7	32	3	1
8	60	3,4	2
9	27	6,7,8	3
10	38	5,8	2
11	50	9,10	2
12	12	11	1

Paso 3: Lista B.

Tabla 32. Lista B.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
2	40	-	0
3	70	-	0

Paso 4: Lista C sabiendo que TD es 80.

Tabla 33. Lista C.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
2	40	-	0
3	70	-	0

Paso 5: Asignación de tareas aleatoriamente. Se asigna la tarea número 2.

Paso 6: Se actualiza el tiempo disponible.

Tabla 34. Estación 1.

Estación 1		TD=40
Tarea i	Precedencia	$t_i(s)$
1	-	20
2	-	40

Tercera iteración:

Paso 2: Lista A.

Tabla 35. Lista A.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
3	70	-	0
4	10	-	0
5	30	-	0
6	11	3	1
7	32	3	1
8	60	3,4	2
9	27	6,7,8	3
10	38	5,8	2
11	50	9,10	2
12	12	11	1

Paso 3: Lista B.

Tabla 36. Lista B.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
3	70	-	0
4	10	-	0
5	30	-	0

Paso 4: Lista C sabiendo que TD es 40.

Tabla 37. Lista C.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
4	10	-	0
5	30	-	0

Paso 5: Asignación. Se asigna la tarea 5.

Paso 6: Actualización del TD.

Tabla 38. Estación 1.

Estación 1		TD=10
Tarea i	Precedencia	$t_i(s)$
1	-	20
2	-	40
5	-	30

Cuarta iteración.

Paso 2: Lista A.

Tabla 39. Lista A.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
3	70	-	0
4	10	-	0
6	11	3	1
7	32	3	1
8	60	3,4	2
9	27	6,7,8	3
10	38	8	1
11	50	9,10	2
12	12	11	1

Paso 3: Lista B.

Tabla 40. Lista B.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
3	70	-	0
4	10	-	0

Paso 4: Lista C sabiendo que TD=10.

Tabla 41. Lista C.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
4	10	-	0

Paso 5: Asignación de la tarea 4.

Paso 6: Actualización del tiempo disponible.

Tabla 42. Estación 1.

Estación 1		TD=0
Tarea i	Precedencia	$t_i(s)$
1	-	20
2	-	40
5	2	30
4	1,2	10

Quinta iteración.

Paso 2: Lista A.

Tabla 43. Lista A.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
3	70	-	0
6	11	3	1

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
7	32	3	1
8	60	3	1
9	27	6,7,8	3
10	38	8	1
11	50	9,10	2
12	12	11	1

Paso 3: Lista B.

Tabla 44. Lista B.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
3	70	-	0

Paso 4: Lista C.

Como no hay ninguna tarea de la lista B que tenga tiempo de operación menor que el tiempo disponible (TD=0) pues se abre la estación 2 y volvemos a hacer la lista C.

Tabla 45. Lista C.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
3	70	-	0

Paso 5: Asignación. Se asigna la tarea 3.

Paso 6: Actualización del TD.

Tabla 46. Estación 2.

Estación 2		TD=30
Tarea i	Precedencia	$t_i(s)$
3	1	70

Sexta iteración.

Paso 2: Lista A.

Tabla 47. Lista A.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
6	11	-	0
7	32	-	0
8	60	-	0
9	27	6,7,8	3
10	38	8	1
11	50	9,10	2
12	12	11	1

Paso 3: Lista B.

Tabla 48. Lista B.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
6	11	-	0
7	32	-	0
8	60	-	0

Paso 4: Lista C para TD=30.

Tabla 49. Lista C.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
6	11	-	0

Paso 5: Asignación de la tarea 6 a la estación 2.

Paso 6: Actualización de TD.

Tabla 50. Estación 2.

Estación 2		TD=19
Tarea i	Precedencia	$t_i(s)$
3	1	70
6	3	11

Séptima iteración.

Paso 2: Lista A.

Tabla 51. Lista A.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
7	32	-	0
8	60	-	0
9	27	7,8	2
10	38	8	1
11	50	9,10	2
12	12	11	1

Paso 3: Lista B.

Tabla 52. Lista B.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
7	32	-	0
8	60	-	0

Paso 4: Lista C para TD=19.

Como no hay ningún candidato en la lista C se abre una nueva estación con TD igual al tiempo de ciclo.

Tabla 53. Lista C.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
7	32	-	0
8	60	-	0

Paso 5: Asignación de la tarea 8 a la estación 3.

Paso 6: Actualización del TD de la estación 3.

Tabla 54. Estación 3.

Estación 3		TD=40
Tarea i	Precedencia	$t_i(s)$
8	3,4	60

Octava iteración.

Paso 2: Lista A.

Tabla 55. Lista A.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
7	32	-	0
9	27	7	1
10	38	-	0
11	50	9,10	2
12	12	11	1

Paso 3: Lista B.

Tabla 56. Lista B.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
7	32	-	0
10	38	-	0

Paso 4: Lista C

Tabla 57. Lista C.

Tarea i	$t_i(s)$	Precedencia	Numero de predecesores
7	32	-	0
10	38	-	0

Paso 5: Asignación de la tarea 10.

Paso 6: Actualización del TD de la estación 3.

Tabla 58. Estación 3.

Estación 3		TD=2
Tarea i	Precedencia	$t_i(s)$
8	3,4	60
10	5,8	38

Si se siguiera iterando 4 veces más, se llegaría a la solución final, que es la siguiente:

Tabla 59. Solución para la línea.

Estación 1		TD=0
Tarea i	Precedencia	$t_i(s)$
1	-	20
2	-	40
5	2	30
4	1,2	10
Estación 2		TD=19
3	1	70
6	3	11
Estación 3		TD=2
8	3,4	60
10	5,8	38

Estación 4		TD=18
7	3	32
9	6,7,8	50
Estación 5		TD=38
11	9,10	50
12	11	12

4. Conclusiones.

Con lo desarrollado en el presente Trabajo Fin de Grado se ha pretendido describir y clasificar el problema del equilibrado de líneas. Asimismo, con la aplicación de distintas metodologías a problemas simple de equilibrado de línea (SALBP), se ha pretendido dotar a este documento de cierto carácter didáctico de manera que pudiera ser utilizado como guía por cualquier persona que se enfrente por primera vez a este problema.

Si bien los ejemplos desarrollados en el presente documento son problemas simples debido a que las hipótesis de partida son menos restrictivas que los problemas que se presentan en la realidad, por ejemplo en lo referente a los tiempos de operación, entendemos que son válidos para encontrar soluciones que permitan optimizar la línea sin necesidad de recurrir a modelos muy complejos que necesiten inversiones de dinero en software de optimización o mucho tiempo para resolverlos.

En los métodos exactos, los procedimientos de resolución son más extensos y por ello hemos utilizado como ejemplo de resolución casos más simples que en las heurísticas, que al no asegurar encontrar el óptimo, sobre todo para problemas de mayor envergadura, si que aportan soluciones considerablemente buenas y en un tiempo más reducido.

Con este trabajo, también se puede evidenciar que las soluciones a los problemas, mediante el uso de heurísticas, pueden variar en función de las distintas apreciaciones y decisiones que tome la persona que realice el equilibrado.

Se podría decir que estos métodos pueden ser de gran utilidad para empresas pequeñas o que estén implementando mejoras y que no cuenten con gran disponibilidad de recursos y presupuesto.

5. Bibliografía.

1. Ajenblit D, Wainwright RL. Applying genetic algorithms to the U-shaped assembly line balancing problem. Working paper, The University of Tulsa. 2003.
2. Arcus AL. COMSOAL: Computer Method of Sequencing Operations of Assembly Lines. International Journal of production Research. Vol. 4, 259-278. 1966.
3. Baybars I. A survey of exact algorithms for the simple assembly line balancing problem. Management Science. Vol.32, 909-932. 1986.
4. Baybars I. An efficient heuristic method for the simple assembly line balancing problem. International Journal of Production Research. Vol.24, 149-166. 1986.
5. Becker C, Scholl A. A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing. European Journal of Operational Research. Vol. 168, 694-715. 2006.
6. Boysen N, Fliedner M, Scholl A. A classification of assembly line balancing problems. European Journal of Operational Research. 674-693. 2006.
7. Capacho Betancourt L, Pastor Moreno R. Generación de secuencias de montaje y equilibrado de líneas. Institut d'Organització i Control de Sistemes Industrials. Abril 2004.
8. Chica M, Cordón O, Damas S, Bautista J, Pereira J. Heurísticas constructivas multiobjetivo para el problema de equilibrado de líneas de montaje considerando tiempo y espacio. VI Congreso Español sobre Metaheurísticas, Algoritmos Evolutivos y Bioinspirados. 2009.
9. Dar-El. MALB-A heuristic technique for balancing large single-model assembly lines. AIIE Transactions. 343-356. 1973.
10. Erel E, Sarin SC. A survey of the assembly line balancing procedures. Production Planning and Control 9:5, 414-434. 1998.
11. Escobar DF, Garcés JA, Restrepo JH. Aplicación de la programación entera binaria para resolver el problema de balanceo de línea de ensamble: un caso de estudio. Scientia et Technica Año XVII, No 50. 2012.
12. Ghosh S, Gagnon RJ. A comprehensive literature review and analysis of design, balancing and scheduling of assembly systems. International Journal of Production Research. Vol.27, 637-670. 1989.

13. Held M, Karp RM, Shareshian R. Assembly line balancing-dynamic programming with precedents constraints. *Operations Research*. Vol.11, 442-459. 1963.
14. Helgeson WB, Birnie DP. Assembly line balancing using Ranked Positional Weight Techniques. *Journal of Industrial Engineering*. Vol 12, 394-398. 1961.
15. Hoffman TR. EUREKA: a hibryd system for assembly line balancing. *Management Science*. Vol. 38. 1992.
16. Jaramillo Garzón A, Restrepo Correa JH. Aplicación de la programación dinámica para resolver el problema simple de balanceo de línea de ensamble. *Scientia et Technica*. Diciembre 2010.
17. Johnson RV. Optimally balancing large assembly lines with Fable. *Management Science*. Vol. 34, 240-253. 1988.
18. Karabati S, Sayin S. Assembly line balancing in a mixed model sequencing environment with synchoronous transfers. *European Journal of Production Research*. Vol. 149, 417-429. 2003.
19. Levitin G, Rubinovitz J, Shnits B. A genetic algorithm for robotic assembly line balancing. *European Journal of Operational Research*. 811-825. 2006.
20. López Aguilar JJ, Riesco Ávila JM, Gallegos Muñoz A, Rodríguez Cruz RA. Acercamiento al balanceo de líneas de producción y rotación de personal con discapacidad y máxima productividad. *Memorias del XV Congreso Internacional Anual de la Somim*. Septiembre 2009.
21. Miralles C, Capó J, García JP, Andrés C. Equilibrado de líneas de montaje considerando variables los tiempos de operación y las habilidades de los operarios. *Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa*. Abril, 2003.
22. Pastor R, Andres C, Duran A, Perez M. Tabu search algorithms for an industrial multi-product and multi-objective assembly line balancing problem, with reduction of the task dispersion. *Journal of Operational Research Society*. Vol. 53, 1317-1323. 2002.
23. Plans J. Classificació, modelització i resolució dels problemas de disseny i assignació de tasques en línies de producció. *Tesis Doctoral*. UPC. 1999.
24. Rekiek B, Delchambre A. *Assembly Line Design*. Springer Series in advanced manufacturer, London. 2006.

25. Rekiek B, Dolgui A, Delchambre A, Bratchu A. State of art of optimization methods for assembly line design. *Annual Reviews in Control*. Vol. 26, 163-174. 2002.
26. Restrepo JH, Medina PD, Cruz EA. Assembly balancing line problem SALBP-1 and SALBP-2: a case of study. *Scientia et Technica Año XIV, No 40*. 2008.
27. Scholl A, Becker C. State-of-art exact and heuristic solution procedures for simple assembly line balancing. *European Journal of Operational Research*. 666-693. 2006.
28. Scholl A. *Balancing and sequencing of Assembly Lines*. Physica-Verlag. 1999.
29. Sentinella C, Solsona J. Exposición y resolución del caso Multi-Min-Max en el problema de equilibrado de líneas de montaje. *UPCommons*. 2005.
30. Servin Ochoa D. Equilibrado de líneas de ensamblaje en la industria del vestido: un enfoque mediante algoritmos genéticos híbridos. Instituto Politécnico Nacional. Marzo 2013.
31. Tabares Tobón M. Solución del problema de balanceo de línea con estaciones de trabajo en paralelo, un caso de estudio en el sector de las confecciones. Junio 2013.
32. Talbot FB, Patterson JH, Gehrlein WV. A comparative evaluation of heuristic line balancing techniques. *Management Science*. Vol. 32, 430-454. 1986.
33. Thangavelu SR, Shetty CM. Assembly line balancing by zero-one integer programming. *AIIE Transactions*. Vol.3, 61-68. 1971.
34. Vilarinho PM, Sumaria AS. A two-stage heuristic method for balancing mixed-model assembly lines with parallel workstations. *International Journal of Production Research*. Vol. 40, 1405-1420. 2002.
35. Wee TS, Magazine MJ. Assembly line balancing as generalized in packing. *Operations Research Letters*. Vol.1, 56-58. 1982.
36. White WW. Comments on a paper by Bowman. *Operations Research*. Vol.9, 274-276. 1961.