

Trabajo fin de grado

Grado de Ingeniería en Tecnologías Industriales

Estimación de afluencia a eventos multitudinarios.
Regresión múltiple y red neuronal.

Autor: Rafael Zamora Riesco

Tutor: Luis Onieva Giménez

**Dep. Organización Industrial y Gestión de
Empresas II
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2015



Trabajo Fin de Grado
Grado de Ingeniería en Tecnologías Industriales

Estimación de afluencia a eventos multitudinarios. Regresión múltiple y red neuronal.

Autor:
Rafael Zamora Riesco

Tutor:
Luis Onieva Giménez
Catedrático

Dep. de Organización Industrial y Gestión de Empresas II
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla
Sevilla, 2015

Resumen

En el presente trabajo fin de grado se busca establecer una comparativa entre los distintos métodos utilizados para el pronóstico de la afluencia de personas a eventos multitudinarios.

En primer lugar se introduce el problema de previsión de la afluencia así como la necesidad de su estimación en el contexto de los eventos multitudinarios. Una vez discutidas brevemente algunas generalidades del pronóstico de la afluencia, se procede a analizar de manera genérica los distintos colectivos de visitantes que conformarán la afluencia.

A continuación se revisan los factores explicativos relacionados con la afluencia concluyéndose en una clasificación de las potenciales variables indicadoras que podrán ser explotadas para la previsión de la afluencia. Seguidamente se describen los criterios utilizados para la evaluación de modelos de predicción.

En el siguiente capítulo se revisan y describen los métodos más comúnmente utilizados y posteriormente se presentan los algoritmos y procedimientos de resolución asociados a su aplicación.

Finalmente se implementa un modelo de regresión múltiple y una red neuronal y se evalúan para un caso concreto.

Abstract

The present final degree project aims to compare different methods used for attendance forecasting to large-scale events. Firstly, the attendance forecast is introduced and its need as a management tool is pointed out always in the context of megaevents. Once several generalities on attendance are discussed, the collectives of visitors are analysed in a generic manner.

Subsequently, the diverse aspects explaining attendance get revised and lead to a classification of potential indicators which might be used to forecast attendance. The criteria used to evaluate predicting methods is then exposed.

Thereupon, the most popular methods used are revised and described, and some resolution algorithms and proceedings related to their implementation are presented.

Finally one multiple regression model and a artificial neural network are developed and tested with a set of data corresponding to a real case scenario.

Índice

Resumen	v
Abstract	vii
Índice	viii
Índice de Tablas	x
Índice de Figuras	xii
1 Introducción al problema	1
2 Objetivos y problemática	3
2.1 <i>Objetivos</i>	4
2.2 <i>Problemática</i>	4
2.3 <i>Estado del arte</i>	5
3 Generalidades	6
3.1 <i>Afluencia</i>	6
3.2 <i>Presencia</i>	6
3.3 <i>Salidas</i>	7
4 Colectivos de visitantes y factores explicativos.	9
4.1 <i>Colectivos de visitantes</i>	9
4.2 <i>Factores explicativos</i>	10
5 Evaluación de modelos de predicción	14
5.1 <i>Algoritmo de predicción</i>	14
5.2 <i>Criterios de evaluación</i>	15
6 Métodos de previsión	18
6.1 <i>Clasificación de métodos</i>	18
6.2 <i>Métodos cualitativos</i>	19
6.2.1 <i>Método Delphi.</i>	19
6.2.2 <i>Investigación de mercado.</i>	19
6.2.3 <i>Formulación de escenarios.</i>	20
6.3 <i>Métodos cuantitativos. Regresión</i>	20
6.3.1 <i>Regresión simple.</i>	20
6.3.2 <i>Regresión múltiple.</i>	25
6.3.3 <i>Pruebas de significación estadística.</i>	25
6.4 <i>Métodos cuantitativos. Series temporales</i>	29
6.4.1 <i>Componentes de una serie de tiempo.</i>	29
6.4.2 <i>Análisis de series temporales mediante promedios.</i>	30
6.4.3 <i>Análisis exponencial de series temporales.</i>	32
6.4.4 <i>Modelos AR, MA Y ARMA para series de tiempo.</i>	36
6.5 <i>Métodos cuantitativos. Distribución de probabilidad</i>	41
6.5.1 <i>Método de momentos (MOM).</i>	41
6.5.2 <i>Método de estimación de máxima verosimilitud (MLE).</i>	41
6.5.3 <i>Criterios de validación.</i>	42
6.6 <i>Métodos cuantitativos. Redes neuronales artificiales</i>	45

6.6.1	Perceptrones multicapa.	46
6.6.2	Red neuronal unidireccional multicapa generalizada.	48
6.6.3	Red modular.	48
6.6.4	Red neuronal con función de activación de base radial.	48
6.6.5	Redes neuronales para el análisis de componentes principales.	49
6.6.6	Redes neuronales recurrentes.	50
6.6.7	Mapas autoorganizados.	52
6.6.8	Modelos con redes neuronales: conclusiones.	53
7	Implementación	54
7.1	<i>Regresión múltiple</i>	56
7.2	<i>Redes neuronales</i>	59
8	Conclusiones	63
	Anexo A: Tablas de regresores	64
	Anexo B: Código Regresión Múltiple	68
	Anexo C: Resultados Regresión Múltiple	74
	Anexo D: Código red neuronal	76
	Anexo E: Resultados de la red neuronal	83
	Referencias	85

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 7-1. Observaciones de afluencia.	55
Tabla 7-2. Intervalos de previsión.	59
Tabla 7-3. Desviación absoluta en las previsiones.	59
Tabla 7-4. Desviación en las previsiones.	59
Tabla 7-5. Desviación en intervalos.	62

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 3-1. Perfil de afluencia genérico.	6
Figura 3-2. Perfil genérico de salidas.	7
Figura 3-3. Presencia.	8
Figura 4-1. Clasificación de los visitantes.	10
Figura 4-2. Clasificación de variables indicadoras.	13
Figura 6-1. Clasificación de métodos de previsión.	18
Figura 6-2. Horizontes temporales.	19
Figura 6-3. Regresión lineal.	22
Figura 6-4. Regresión exponencial.	22
Figura 6-5. Regresión polinomial.	23
Figura 6-6. Regresión potencial.	23
Figura 6-7. Regresión logística.	24
Figura 6-8. Componente cíclica.	29
Figura 6-9. Fluctuaciones estacionarias.	30
Figura 6-10. Distribución Chi cuadrado.	42
Figura 6-11. Prueba de Chi cuadrado.	43
Figura 6-12. Esquema de una neurona.	46
Figura 6-13. Perceptrón.	46
Figura 6-14. Red generalizada.	48
Figura 6-15. Red con función de activación de base radial.	49
Figura 6-16. Red para análisis de componentes principales	50
Figura 6-17. Red recurrente de Elman.	50
Figura 6-18. Red neuronal retardada en el tiempo focalizada.	51
Figura 6-19. Red neuronal recurrente general.	52
Figura 6-20. Mapa auto-organizado.	52
Figura 7-1. Observaciones de afluencia en mayo y junio.	54
Figura 7-2. Total de las observaciones.	54
Figura 7-3. Resultados de la regresión múltiple.	58
Figura 7-4. Resultados en intervalos.	58
Figura 7-5. Estructura de la red.	60
Figura 7-6. Función de autocorrelación del error.	60
Figura 7-7. Errores en la previsión.	61
Figura 7-8. Resultados de la red neuronal.	61
Figura 7-9. Resultados en intervalos.	62

1 INTRODUCCIÓN AL PROBLEMA

La mejora en la capacidad de planificación por parte de organismos públicos y privados y el probado potencial de desarrollo que suponen los mega-eventos, ha promovido que en las últimas décadas se apueste por este modelo como fórmula para la atracción de capitales (inversiones) y turismo [1].

Acontecimientos de talla mundial como los juegos olímpicos, los mundiales de fútbol o las exposiciones universales son ejemplos de este tipo de eventos.

El impacto económico durante la celebración de los mismos ha sido objeto de estudio en numerosas ocasiones [2], así como otros factores de interés como el fortalecimiento de las infraestructuras y su uso tras el fin de estos eventos [3], los efectos sobre el turismo y su mantenimiento a medio plazo [4], la regeneración urbanística [5], u otros aspectos de cariz más social como las consecuencias sobre el medio ambiente [6] y las clases empobrecidas en las naciones anfitrionas [7].

Sin embargo, el problema relacionado con el dimensionamiento de recursos necesarios para la organización de estos eventos es un terreno pobremente explorado tanto desde el punto de vista técnico como académico.

A fecha de hoy, escasos son los procedimientos disponibles para predecir y estimar la afluencia a eventos de estas características, lo cual es necesario para una planificación ajustada y eficiente de los mismos. Éste es el principal aspecto que sustenta y justifica la necesidad de recopilar y proponer métodos generales para la estimación de afluencia a eventos de esta escala y magnitud, siendo éste el objeto principal de este trabajo.

2 OBJETIVOS Y PROBLEMÁTICA

El pronóstico y estimación de la afluencia a eventos de distinta índole es una herramienta fundamental para la toma de decisiones operativas y estratégicas en el ámbito de la gestión de eventos multitudinarios. Por otra parte, existe una problemática asociada al pronóstico y estimación de afluencias y es la referente a las particularidades de cada uno de los eventos multitudinarios bajo estudio.

El interés principal de realizar una correcta estimación de la afluencia a eventos de estas características es ser capaz de dimensionar adecuadamente los recursos necesarios para su ejecución.

Los tiempos necesarios para la adquisición y transporte de materias primas y productos, la preparación de personal cualificado y la puesta en marcha de nuevas unidades de producción, fuerza a adelantar las decisiones de su adquisición o formación de forma que estén disponibles en el momento en que se les precise. Para la toma de dichas decisiones, una predicción ajustada es de gran importancia económica y estratégica.

La predicción de variables futuras puede favorecer una mejor toma de decisiones en términos financieros o laborales que permitan obtener la máxima rentabilidad en el corto o medio plazo.

En caso de que las estimaciones de afluencia se elaboren para eventos de índole privada, el interés de un pronóstico ajustado viene dado por la correspondiente disminución en la incertidumbre de los resultados de participación. La consecuencia directa de una menor incertidumbre será una mejor planificación comercial que evitará en mayor medida costes por excesos de aprovisionamiento y mano de obra innecesaria y/o costes de oportunidad por defecto en la previsión.

Desde un punto de vista organizativo, una correcta estimación de afluencia no solo mejorará los resultados comerciales de la empresa a realizar sino que reducirá los riesgos que se puedan presentar al permitir una asignación apropiada de unidades de emergencia y personal asociado.

En definitiva, el pronóstico de la afluencia supone un potente instrumento que fomenta la calidad de los servicios, la responsabilidad en la organización y la eficiencia en el uso de los recursos en el ámbito de la planificación de eventos y congregaciones.

Por otra parte, en la literatura relacionada con la materia, se pueden encontrar un buen número de métodos de pronóstico y estimación aunque en la mayor parte de los casos, la implementación y el estudio específico se ha centrado en el análisis de la demanda.

En las publicaciones especializadas se puede encontrar un buen número de artículos en que se desarrollan nuevos modelos de predicción orientados a la estimación de la demanda. Muchos de estos modelos han profundizado en el uso de nuevas técnicas meta-heurísticas próximas a la inteligencia artificial.

El objetivo de estos modelos de predicción es proporcionar una estimación de la variable a predecir lo más aproximado posible al futuro valor real.

Una de las principales motivaciones de este proyecto es profundizar más particularmente en los factores que influyen en la afluencia.

2.1 Objetivos

El presente proyecto busca determinar los factores que inciden en el pronóstico de la afluencia a eventos multitudinarios de manera genérica así como clasificar y describir los métodos de pronóstico de la afluencia a eventos.

Se trata de identificar ventajas y desventajas de cada método para distintos casos y escenarios.

Por último, se persigue obtener previsiones de afluencia diaria a los recintos de los eventos con la antelación suficiente para planificar adecuadamente los recursos humanos. El correcto pronóstico de la afluencia supondrá una mejora en la calidad de los servicios y un aumento de la eficiencia en el uso de los recursos. El horizonte de tiempo contemplado en las previsiones que realice el modelo debe ser tal que permita la programación de los recursos variables necesarios.

2.2 Problemática

El flujo humano en general es un problema de difícil aproximación ya que confluyen un gran número de factores que además pueden ser más o menos evidentes y más o menos cuantificables y mensurables en función del caso.

Los factores de los que puede depender la afluencia pueden ser de carácter cualitativo y en muchos casos, incontrolables por parte de la organización del evento. Es necesario notar la heterogeneidad del potencial colectivo visitante con diferencias en la procedencia, capacidad económica, motivación, disponibilidad de tiempo etc.

Es por ello por lo que, ante la organización de un mega-evento se suele proceder a la construcción de un modelo específico que se adecúe a las características particulares de dicho acontecimiento.

Bien es cierto que una comprensión profunda de qué factores pueden tener influencia y una construcción integral del modelo de previsión pueden facilitar la obtención de mejores resultados que redunden en un mejor dimensionamiento de los recursos, aunque este modo de proceder impide la transferencia de conocimiento y conclusiones relevantes de un caso a otro y fuerza a incurrir en costes que se podrían evitar promoviendo el uso de procedimientos hasta cierto punto estandarizados.

Por otra parte, resulta evidente que el fenómeno de la asistencia a un acontecimiento, es casi por definición un escenario estocástico. A pesar de que, como indica la literatura, el conocimiento profundo de un problema puede culminar en un modelado determinista satisfactorio del mismo, la afluencia de masas responde a causas tan diversas que requiere de un enfoque aleatorio.

De esto se desprende que una estimación de afluencia, al igual que un pronóstico de demanda tendrá asociado de manera inherente cierto grado de variabilidad o visto de otra manera, tendrá cierto nivel de confianza.

La variabilidad supone variaciones importantes de la afluencia durante el periodo de desarrollo del evento. Además, en función de la naturaleza del evento, puede existir cierto grado de volatilidad, es decir, variaciones de la afluencia de un día a otro.

El nivel de afluencia de un día puede deberse a razones muy distintas a las de los días anteriores o siguientes por lo que se puede decir que el sistema bajo estudio tiene baja memoria a corto plazo. Por el contrario, si existe memoria a largo plazo en cierto modo ya que la afluencia diaria dependerá de alguna manera de la evolución de la misma desde el inicio del evento.

Además, para un cierto evento, pueden no existir precedentes y por regla general, independientemente de si existen precedentes o no, la cantidad de información disponible suele ser limitada, tanto la referente a series temporales como a variables indicadoras.

Es por todo ello por lo que la estrategia más razonable es la de tratar de captar la mayor parte de la variabilidad de la serie sin pretender obtener una estimación ilusoriamente precisa.

2.3 Estado del arte

Hasta antes de 1927, los pronósticos se elaboraban extrapolando la serie de datos en el tiempo. Fue en ese año cuando Yule desarrolló una técnica para estimar el número anual de manchas solares, de carácter autorregresivo. Este modelo de predicción pronosticaba el valor siguiente como una suma ponderada de los valores previos ya observados de la serie temporal.

A partir de este momento, se comenzó a experimentar con la inclusión de un factor externo de ruido para modelar más fielmente el comportamiento de sistemas lineales. Estas investigaciones concluyeron en el desarrollo de la metodología Box-Jenkins en 1970 por parte de los estadísticos George Box y Gwilym Jenkins, también denominada metodología ARIMA.

Existen, sin embargo, múltiples casos relativamente simples para los que esta última metodología resulta poco adecuada. El hecho de que ecuaciones muy simples puedan generar series temporales aparentemente complicadas, hace necesario un marco teórico más general para el análisis y predicción de series temporales. De esta forma fueron surgiendo trabajos en los que se abordaban series no estacionarias y/o no lineales, con nuevos métodos como modelos bilineales, biespectrales, de umbral, etc. Destacan los trabajos de Priestley (Series de tiempo y análisis espectral-1980) y Tong (Series de tiempo no lineales: un enfoque de sistema dinámico-1990).

A partir de los años 80, el incremento en la potencia de los ordenadores permitió el estudio de series temporales mucho más largas y la aplicación de algoritmos más complejos así como la visualización mediante interfaces de parámetros significativos y resultados.

Este avance tuvo lugar en paralelo al desarrollo de las técnicas de aprendizaje automático de inteligencia artificial con las redes neuronales artificiales (RNA) como máxima expresión.

Las redes neuronales se inspiran en la estructura y funcionamiento de las neuronas biológicas aunque existen numerosas variantes que tienen relación con el tipo de tarea que desempeñan. Básicamente presentan la ventaja de poder prácticamente cualquier tipo de función incluso las no lineales y también permiten realizar aproximaciones de funciones por trozos.

3 GENERALIDADES

3.1 Afluencia

Se entiende por afluencia el número de personas que accede al interior del recinto. Dicha afluencia se mide por unidad de tiempo, siendo variable en función del mismo.

Su representación genérica es la de la figura 3-1:

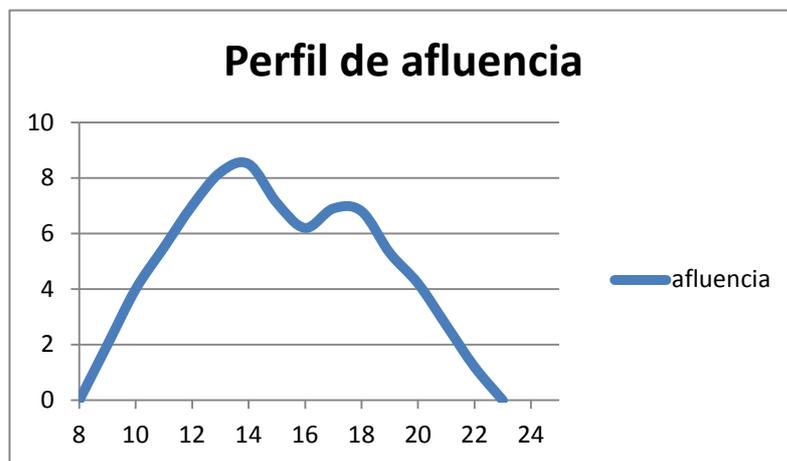


Figura 3-1. Perfil de afluencia genérico.

Esta afluencia es perfectamente medible a posteriori, dado que dicha información es capturada rutinariamente en la mayoría de los eventos por sistemas de control de accesos de distinta naturaleza.

Entre los sistemas de control de acceso más comunes figuran los tornos giratorios aunque, en los últimos años comienzan a dejarse ver una nueva generación de sistemas que expresan el uso de tecnologías de reciente aparición.

Algunos eventos optan por el conteo mediante RFID con arcos como elementos activos y pulseras para los visitantes. También se pueden ver sistemas integrados por cámaras y computadores con software de reconocimiento y conteo del paso.

3.2 Presencia

Se entiende por presencia el número de personas que se encuentran en el interior del recinto del evento en un momento dado. La presencia también es variable en función del tiempo, pero en general no se puede medir de manera directa. Esta variable se podría obtener por diferencia entre la afluencia y los abandonos del recinto. Es la variable fundamental a tener en cuenta para dimensionar los servicios ya que de ella depende directamente la demanda de los diferentes servicios ofertados en el interior del recinto.

En cuanto a los servicios para los cuales hemos de dimensionar los recursos, no hemos de limitarnos a evaluar

únicamente el ámbito de los servicios de carácter comercial, como pueden ser la venta de un producto, sino que hemos de englobar todo el conjunto de servicios que se pueden prestar dentro del contexto del evento concreto bajo estudio y de los cuales los visitantes pueden disfrutar de manera directa o indirecta. Además, el número de personas que se encuentren dentro de las instalaciones del recinto también será el que determine el grado de cobertura por parte de los servicios de seguridad y emergencia.

3.3 Salidas

El tercer concepto, íntimamente ligado a los dos anteriores, es el de las salidas. Se entiende por salidas la medida del abandono del recinto por los presentes en él. Las salidas también son variables del tiempo y medibles, si bien no siempre de forma completa. Esto se debe a que en eventos de gran envergadura como son los mega-eventos, se dan frecuentemente situaciones de aglomeración en las que es necesario abrir momentáneamente las salidas de emergencia previstas. Existen algunos eventos en los que, por la naturaleza de las actividades que en ellos se desarrollan y/o la configuración y arquitectura de los recintos que los albergan, este tipo de aperturas pueden darse diariamente como mecanismo para evacuar grandes multitudes de los recintos o hacerlas trasladarse de un punto a otro en poco tiempo.

Como, se ha señalado anteriormente, están surgiendo nuevos métodos y tecnologías de conteo la cuales, en el caso de salidas, están facilitando el conteo en salidas masivas o por puertas de emergencia. Aun así, el uso de dichas tecnologías aún no se ha generalizado por lo que se considera que pueden existir salidas no contabilizadas.

La figura 3-2 refleja un perfil genérico de las salidas controladas:



Figura 3-2. Perfil genérico de salidas.

Esta curva es una subestimación de las salidas reales puesto que no incluye las salidas no controladas por las puertas de emergencia. Conceptualmente, si la curva de salidas reflejara todas las que se producen, controladas y descontroladas, la presencia dentro del recinto sería precisamente la diferencia entre las curvas de afluencia y de salidas acumuladas; tal como se presenta en la figura 3-3.



Figura 3-3. Presencia.

En la figura 3-3 se refleja una hipotética situación en la que se realizan dos aperturas de las puertas de las puertas de emergencia. La imprecisión en el conocimiento exacto de la presencia aumenta debido a las incertidumbres sobre el número, duración y caudal que abandona el recinto durante dichas aperturas.

Obsérvese que hasta la primera vez que se abre alguna puerta de emergencia, las salidas registradas coinciden con las reales, por lo que las presencias calculadas son exactas hasta dicho momento. Así, si las puertas de emergencia se abriesen una sola vez al día, el conocimiento de la presencia hasta dicho instante sería fiable. Con la ventaja adicional de que, con toda probabilidad, la presencia alcanza sus valores máximos con anterioridad a la apreciable disminución de la misma que supone la salida masiva con apertura de puertas.

En este caso, los niveles máximos de presencia serían perfectamente conocidos. Si este comportamiento fuera la norma, podrían registrarse los valores históricos máximos de cada día y, basándose en esta serie temporal, realizar la previsión de la presencia máxima de los siguientes días. Sin embargo, si la apertura de puertas se realiza a horas más tempranas y con mayor frecuencia, no se puede evaluar de forma tan simple la presencia máxima.

En cualquier caso, es razonable suponer que las aglomeraciones de salida nocturnas serán cualitativa y cuantitativamente más importantes que las diurnas, por lo que es coherente asumir que la presencia máxima se producirá en el periodo anterior a la misma. La información sobre las salidas hasta dicho momento es razonablemente fiable y puede tomarse como base de partida para obtener la estimación de la presencia hasta dicho momento. Estando su máximo contenido en ese intervalo, también su estimación será razonablemente fiable.

4 COLECTIVOS DE VISITANTES Y FACTORES EXPLICATIVOS.

4.1 Colectivos de visitantes

Distinguimos los diferentes colectivos de visitantes empleando como criterio para diferenciarlos el tipo de factores explicativos que actúan sobre la afluencia de los mismos.

Normalmente, en este tipo de eventos, se pone a disposición de los visitantes distintas fórmulas de pases o entradas que tratan de adaptarse a las necesidades de estos potenciales visitantes. Por otra parte, los eventos de esta naturaleza como los juegos olímpicos o las exposiciones universales, tienen una duración del orden de entre algunas semanas e incluso algunos meses.

Es por ello por lo que una primera fórmula de pase que se suele ofrecer es el pase de temporada el cual permite que la afluencia frecuente al recinto o recintos en que se celebra el evento con escasas o en ausencia de restricciones ni limitaciones de calendario u horarias.

Este formato de pase da lugar a un primer colectivo que no es otro que el de los poseedores de dichos pases de temporada, casi todos ellos residentes o ligados al ámbito geográfico local.

Para este colectivo, la decisión de asistir al recinto o recintos puede ser improvisada, sin estar condicionada por la duración esperada de la visita. De la misma forma, la libre disponibilidad de acceso durante todo el periodo en que tiene lugar el evento, hace suponer que este colectivo tendrá un alto índice de accesos en el mismo día (en relación a otros colectivos. Dado el elevado grado de libertad y discrecionalidad de las visitas de los miembros de este grupo, no parece conveniente pretender identificar un número reducido de factores explicativos de su afluencia. En su lugar, un modelo de extrapolación basado en el comportamiento histórico del mismo considera todas las concausas de forma implícita a la hora de prever la afluencia futura.

La información que requiere este tipo de modelo suele ser fácilmente accesible debido a que este colectivo de poseedores de pases de temporada está completamente identificado como tal, ya que los pases de temporada en gran parte de los casos tiene un formato nominativo, pudiéndose registrar todos sus accesos al recinto.

Otro formato ampliamente aceptado de pase es la entrada que puede ser diaria, o de mañana o de tarde exclusivamente. Esto da lugar a otro colectivo complementario que es el de los visitantes que adquieren sus entradas. Dentro de él conviene distinguir distintos subgrupos.

En primer lugar, los residentes en el área o áreas en que el evento tiene lugar. Éste se trata de un grupo bastante heterogéneo para el cual es aventurado seleccionar factores que permitan prever con antelación su afluencia en un día concreto. Además, es de esperar que este colectivo tenga un peso específico apreciable sobre la afluencia debido a la concentración de sus visitas en un número reducido de días tales como fines de semana, días de fiesta y fechas especiales (días de precios reducidos, etc.). De hecho, es posible que este colectivo sea el que convierta algunas fechas en días punta.

Los componentes de este grupo, con gran comodidad de acceso por ser residentes en el área en que tiene lugar el evento, no han previsto una asistencia frecuente (esto se desprende de que no han obtenido el pase de temporada), ya sea por un menor interés en el evento o porque sus recursos económicos no se lo permiten. Es de suponer que serán proclives a una permanencia prolongada en el recinto en los días que acudan, y a emplear días de puertas abiertas o de precio reducido para sus visitas.

En segundo lugar, nos encontramos con el subgrupo de los no residentes en el área en que se desarrolla el evento. Este colectivo se podría catalogar como turistas, tanto nacionales como extranjeros. A su vez, se darán dos circunstancias distintas: pueden pernoctar en el área en que tiene lugar el evento o bien en zonas más alejadas desde las que se desplazan en ambos sentidos en el mismo día, ya sea mediante transportes colectivos o con vehículo particular.

Para los turistas que pernoctan existen indicadores que permiten evaluar con cierta antelación el número de personas que lo componen, debido a que la inmensa mayoría de ellos realizarán reserva de alojamiento. Sin embargo, estos indicadores tienen una relación explicativa parcial ya que una pernocta en el área del evento puede estar asociada a una visita al evento ese mismo día o posiblemente el día siguiente o puede no estar relacionada con la asistencia al evento, no existiendo en la mayoría de los casos medio práctico de discriminar entre dichos comportamientos.

En cuanto a los turistas que no pernoctan, han de desplazarse a la zona del evento y abandonarla en el mismo día. En la medida en que utilicen medios colectivos de transporte, también se puede disponer de indicadores que reflejen estos comportamientos, permitiendo dimensionar el tamaño de este grupo. Dichos indicadores están asociados a las reservas de transportes regulares (ferroviario, aéreo, líneas de autobuses interurbanos) y a los medios fletados por viajes organizados por agencias y operadores turísticos (autobuses y vuelos chárter).

Hay que tener en cuenta que estos indicadores reflejan tanto los desplazamientos realizados por los turistas que no pernoctan como los desplazamientos de los que sí lo hacen.

En el esquema a continuación se clasifican los distintos colectivos de visitantes:

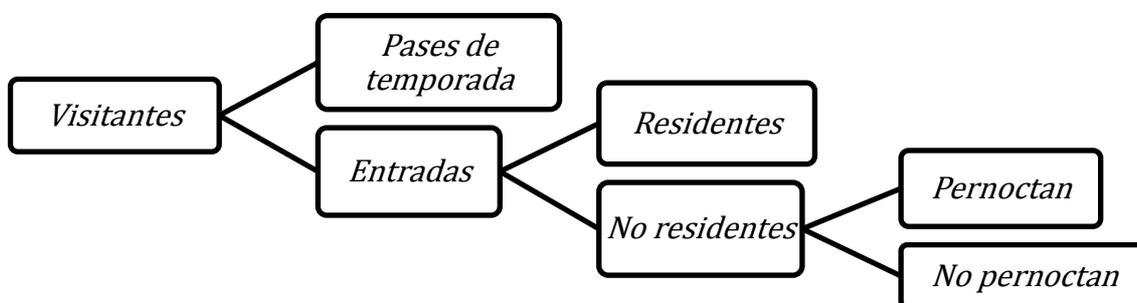


Figura 4-1. Clasificación de los visitantes.

Las consideraciones realizadas sobre los colectivos que accederán al recinto son muy relevantes aunque hay que tener en cuenta que son meramente conceptuales, ya que el control de accesos no tiene posibilidad de distinguir entre los diferentes subgrupos dentro de las visitas realizadas mediante entradas. Ello hace imposible validar los modelos que intentarán prever la afluencia de cada uno de los subgrupos por separado. Así pues habrán de construirse modelos que prevean la afluencia global, teniendo simultáneamente en cuenta todos los elementos considerados.

Por último, conviene tener en cuenta que el análisis de los colectivos que se ha realizado está basado en los tipos de pases que dan entrada al recinto a los visitantes y que por tanto es de carácter genérico, por lo que, a la hora de evaluar el caso de un evento concreto, será conveniente particularizar dicho análisis.

4.2 Factores explicativos

La comprensión y análisis de los colectivos que componen el público objetivo de un mega-evento es crucial para una elección acertada de los métodos de previsión de afluencia y una construcción fidedigna de los modelos.

Adicionalmente, intervendrán otros factores que puedan ayudar a explicar la afluencia al recinto en días concretos. Para ser incluidos en los modelos, los factores han de poseer las siguientes características:

- Que sean medibles con la antelación que se le solicita al modelo de previsión.
- Que estén correlacionados (positiva o negativamente) con la afluencia al recinto. Dicha correlación reflejará su influencia sobre alguno de los colectivos considerados.
- Que los datos sobre estos factores puedan ser obtenidos en tiempo y forma. Este aspecto puede exigir

la colaboración de agentes externos.

En resumen, se requiere identificar todos los factores objetivos que influyan sobre una parte de la población para su acceso al recinto, que sean medibles y que se pueda contar con datos sobre ellos de forma económica, fiable y a tiempo.

Mediante el término indicador nos referimos a los factores medibles que se escojan para ser incluidos en los modelos explicativos con la finalidad de poder prever la afluencia (y sus variaciones) al recinto de los colectivos con los que estén relacionados.

Podemos encontrar útiles indicadores relacionados con la población flotante presente en el área del evento en las fechas en las que tiene lugar el evento. También pueden resultar interesantes los indicadores que miden las variaciones de la misma.

Por otra parte, como hemos señalado anteriormente, otro indicador de referencia es el número de plazas reservadas para las dos noches (la anterior y la propia) asociadas al día en cuestión.

Más relacionado con el flujo de personas, podemos tomar como variable indicadora el incremento neto de llegadas y salidas en tren. Para ello sería deseable conocer el número de plazas reservadas en cada uno de los trenes con origen y destino al área en que se realiza el evento. La hora de llegada (salida) a (de) dicho área es especialmente relevante en este caso estableciéndose el balance de las llegadas menos las salidas para representar el indicador del incremento de población flotante producido desde la mañana del día anterior hasta la mañana del día en cuestión.

Este indicador es incremental, recogiendo las variaciones en la afluencia que puedan manifestarse como relacionadas con estos desplazamientos.

Como variable análoga a la anterior, podemos tomar los vuelos regulares así como los autobuses regulares. Ambos indicadores serán de carácter incremental.

Es importante señalar que para hacer uso de alguno de estos datos como variables indicadoras, no es necesario conocer la totalidad de las informaciones referentes a dicho indicador, es suficiente con disponer de un conjunto representativo de datos para poder usar dicha información en los modelos explicativos. Por ejemplo, no es necesario disponer de los datos de ocupación de todos los hoteles que se encuentren en el área y alrededores del evento. Podría ser suficiente con conocer los ratios de ocupación de una porción de dichos hoteles. Bien es cierto que cuanto más completa y fiable sea la información, mejores resultados proporcionará el modelo.

Además de las líneas regulares de tren, avión y autobús, podríamos tener en cuenta los vuelos y autobuses chárter fletados especialmente para la celebración del evento.

Existen indicadores de otro tipo que pueden ser calificados como indicadores de atracción y que incluyen factores medibles que reflejan una mayor intensidad del interés de la opinión pública por los actos (culturales, lúdicos, deportivos, políticos, etc.) que se celebran durante las fechas en que tiene lugar el evento con motivo o coincidentes con la celebración del evento.

Estas señales indicadoras, aunque casi siempre intuitivas, son en algunos casos difíciles de incluir de forma directa en los modelos. En todo caso, podría considerarse que están ya recogidas de forma indirecta a través de los indicadores de población descritos en el apartado anterior.

Los medios de prensa se acreditarán, por regla general, durante todo el periodo en que tenga lugar el evento, aunque la concentración de su presencia en un momento dado estará correlacionada con la ocurrencia de eventos singularmente atractivos para el público en general. Dichos eventos inducirán, a su vez, una mayor afluencia al recinto.

Para medir con suficiente antelación y fiabilidad dicha concentración de medios de prensa se propone utilizar la reserva de las instalaciones y equipos que el centro de prensa de la organización del mega-evento, pone a disposición de los mismos.

Con el mismo objetivo, podría considerarse la cobertura televisiva de eventos singulares. Una medida simple de este factor es el número de cadenas que tienen contratada la retransmisión de actos para el día de interés.

Por otro lado, cada día más, la relevancia de las redes sociales se hace manifiestamente palpable. Esta nueva

rama del marketing de eventos se ha convertido en imprescindible y no sólo potencia el impacto de los eventos sino que posibilita, mediante el uso de un gran número de herramientas software, medir el interés del público objetivo por el evento antes y durante su celebración. (documento de impacto en redes sociales)

Además, con la finalidad de ser exhaustivos, podría incluirse en los modelos un factor que recoja la incidencia en la afluencia que pueda tener la celebración de las fiestas nacionales y periodos vacacionales de los países participantes. Dicho impacto se supone muy variable según el país considerado, teniendo en cuenta su proximidad, población, nivel de vida, etc. . . De hecho es razonable suponer que solo en contados casos puede este factor influir apreciablemente en la afluencia de los visitantes.

Como indicadores concretos susceptibles de ser incorporados a los modelos puede considerarse una de las formas siguientes:

-Peso (relativo o absoluto) histórico en el turismo hacia el país acogedor del evento procedente de dicho país.

-Renta per cápita del país correspondiente.

Por otra parte, la celebración de eventos importantes en el país anfitrión en fechas coincidentes con el periodo de celebración del evento influirá en la afluencia de visitantes. La influencia puede estar localizada temporalmente o pueden tener un efecto difuso y disperso en función del caso. De cualquier manera, son influencias difíciles de medir.

En otro orden de cosas, la dimensión temporal es quizás la más importante en cuanto a la afluencia de visitantes. Las opiniones de los expertos (*) coinciden sobre que en los periodos vacacionales (meses estivales, navidad) la afluencia será mayor. Igualmente, en los días de fin de semana aumentará la afluencia en relación a la de los días laborables. Además, pueden existir días especiales programados (con precios en la entrada reducidos) en los que la afluencia se disparará. Deben también considerarse celebraciones locales y nacionales que pueden ser aprovechadas por un número apreciable de personas para visitar el evento.

Aquellas circunstancias temporales que tengan un carácter repetitivo (días festivos, meses de verano y días especiales) pueden incorporarse directamente en los modelos. En cambio, las circunstancias que son únicas o singulares (no recurrentes) habrán de incorporarse mediante la analogía con otros indicadores o bien directamente a través de los indicadores de población y de atracción, comentados en las secciones anteriores.

Por último, el tiempo atmosférico puede jugar un papel muy relevante en la afluencia a los eventos. Esto dependerá del tipo de evento y de la arquitectura del recinto.

Como comentario final, resulta conveniente señalar que al igual que en el análisis de los colectivos de público objetivo, el conjunto de variables indicadores relacionadas con la afluencia deberá ser objeto de estudio en cada caso concreto, siendo la exposición anterior una propuesta general de factores los cuales se pueden tener en consideración.

A la hora de evaluar las distintas variables indicadoras, hemos de tener en cuenta su relación con la afluencia (si es de carácter incremental o absoluto), además si la información es más o menos accesible. Otras características que pueden resultar interesantes son el grado de reserva (si procede) y la representatividad, es decir, la medida en que la variable representa la afluencia.

Con todo ello, se puede llegar a una conclusión acerca de la necesidad de la obtención de datos referentes a ciertas variables para la construcción de un modelo más o menos completo de predicción de la afluencia.

En el esquema a continuación se clasifican las distintas variables indicadoras:

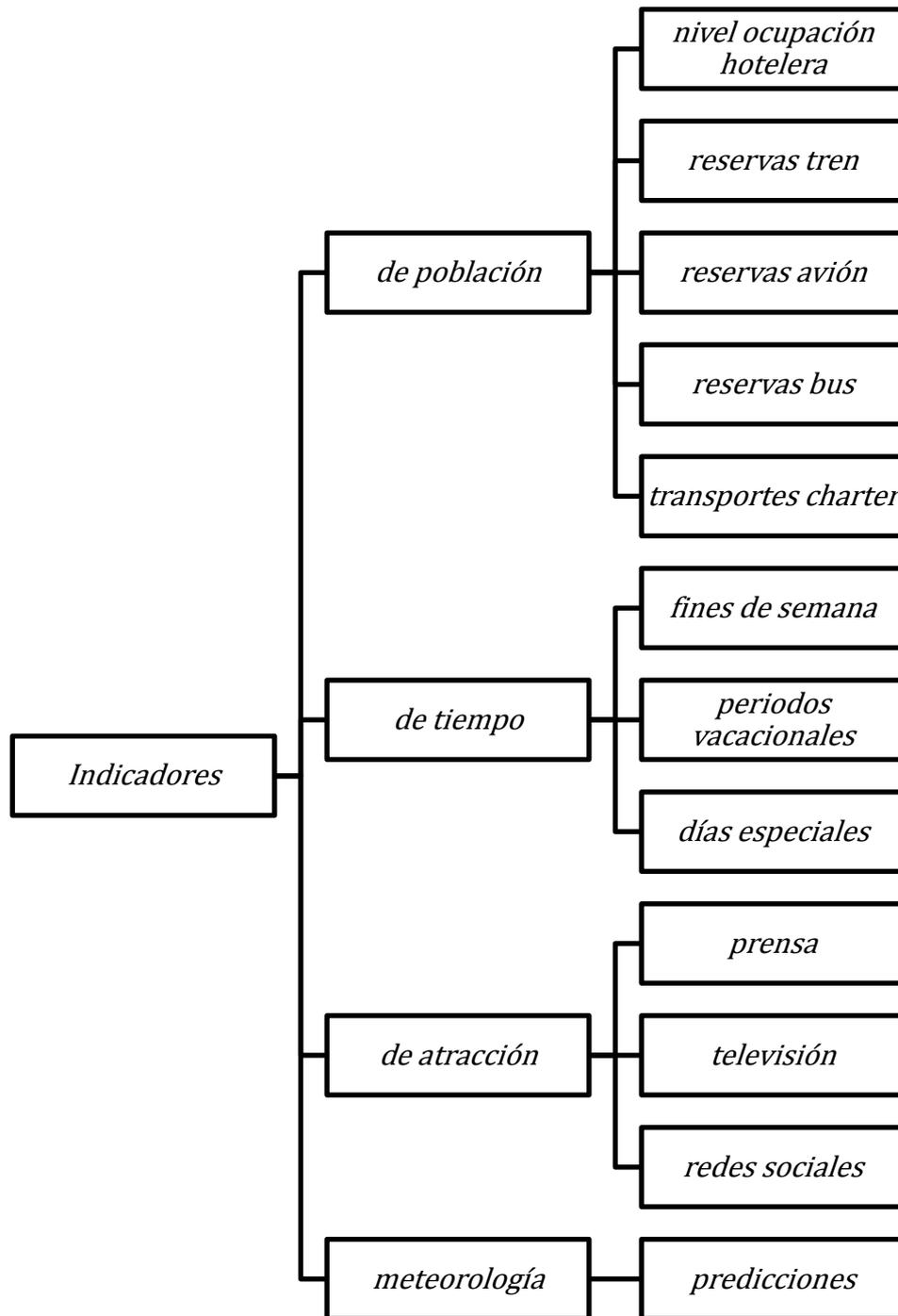


Figura 4-2. Clasificación de variables indicadoras.

5 EVALUACIÓN DE MODELOS DE PREDICCIÓN

En este apartado se comentan los indicadores estadísticos más comunes para la evaluación de modelos de predicción.

5.1 Algoritmo de predicción

A continuación se indican de forma resumida las etapas que se deben seguir para cualquier tarea de predicción en la que los datos sean cuantitativos.

Acotar el problema.

Esta etapa abarca lo referente a la comprensión de cómo se usarán las predicciones, para qué se usarán, y quién las usará. Por lo tanto, en este primer paso se pretende reunir la máxima cantidad de información de los futuros usuarios, los agentes proveedores de datos y los expertos en el tema, para poder ofrecer a los usuarios, de esta manera, las predicciones con las características que mejor se adecúen a sus necesidades y exigencias.

Recogida de datos.

Es en este punto cuando se procede a recoger datos históricos de las variables de interés, incluyendo la variable a estimar, así como de todas las variables explicativas (indicadores) a las que se pueda tener acceso. La información puede ser de carácter cuantitativo, es decir, puede tomar la forma de datos numéricos o puede ser cualitativa como las opiniones de expertos en el tema.

Preprocesado de datos.

A partir del estudio de los valores estadísticos descriptivos como la media, la varianza, o correlaciones de distinto tipo, se puede proceder a la selección de los modelos más adecuados, así como a reconocer datos anormales o atípicos y seleccionar las variables indicadoras con mayor representatividad de la variable a medir, en nuestro caso, la afluencia.

Elección del modelo y ajuste de parámetros

Un modelo de predicción consiste, básicamente en un conjunto de ecuaciones de carácter lineal o no que relacionan los valores presentes y pasados de la variable a predecir y de las variables indicadoras para estimar los valores futuros de dicha variable.

El ajuste del modelo consiste en la proporcionar valores a las características o parámetros del modelo, con el objetivo de minimizar los errores de predicción para el conjunto de datos con los que ha sido construido. Este error tomará menores dimensiones si se ha realizado la elección adecuada del modelo, es decir, cuanto más idóneo sea el modelo para de representar las relaciones reales entre la variable a predecir y las variables indicadoras.

Evaluación

Tras la elección del mismo, el funcionamiento de un modelo debe ser evaluado, obviamente con datos distintos a los utilizados en su ajuste o para algunos modelos, como los basados en las redes neuronales artificiales (RNA), con los datos usados en su aprendizaje, tomando estos nuevos datos el nombre de valores de testeo de las variables indicadoras.

Esta prueba permitirá comparar los resultados para los valores de predicción entre diferentes modelos candidatos y la selección del modelo que proporcione los menores errores de predicción.

Explotación

Cuando se ha procedido a comprobar y evaluar su funcionamiento, el modelo puede ser utilizado para realizar las predicciones.

La etapa de evaluación es la más importante cuando tratamos de seleccionar definitivamente un modelo de predicción entre varios candidatos. Se puede facilitar esta selección de modelos mediante un análisis de ciertos indicadores estadísticos para evaluar la bondad de las predicciones en comparación con los valores reales.

5.2 Criterios de evaluación

En la literatura se pueden encontrar innumerables indicadores de este tipo para la evaluación de modelos de predicción. A continuación se recogen los indicadores estadísticos más relevantes.

En primer lugar tenemos el error de predicción, ecuación (5-1), que no es más que la diferencia entre el valor real y el valor de predicción.

$$e(t) = a(t) - \hat{a}(t) \quad 5-1$$

En la ecuación (5-1), $e(t)$ representa el error de predicción para el instante t , $a(t)$ el valor real de la variable, y $\hat{a}(t)$ el valor pronosticado para esa variable en el instante t . Se utiliza la letra "a" para indicar que la variable a estimar es la afluencia.

Cuando se cuenta con varios valores de predicción para la variable en el instante t , $\hat{a}(t)$, correspondientes a previsiones realizadas en diferentes instantes de tiempo, el error cometido para la predicción realizada hace j unidades de tiempo viene expresado en la ecuación (5-2).

$$e(t + j|t) = a(t + j) - \hat{a}(t + j|t) \quad 5-2$$

En la ecuación (5-2), el término $e(t + j|t)$ corresponde al error cometido por la predicción realizada en t para el instante $t+j$.

El error cometido puede descomponerse en dos componentes: el error sistemático, $e_s(t)$, y el error aleatorio, $e_a(t)$, tal y como indica la ecuación (5-3). El error sistemático en un proceso puede venir dado por medidas erróneas (por ejemplo fallos en reconocimiento de imagen por parte de los sistemas de control de entradas) o por factores humanos. En algunos casos, el error sistemático es considerado una constante, siempre que no se produzcan cambios en los procesos de toma de datos o medidas.

$$e(t) = e_a(t) + e_s(t) \quad 5-3$$

El error sistemático se suele denominar sesgo. El sesgo de un modelo se puede obtener a partir del cálculo del error medio para conjunto de datos correspondientes a un periodo de tiempo. Cuando el modelo de predicción admite varios horizontes de predicción distintos (realizadas en diferentes instantes de tiempo), puede calcularse el sesgo para cada uno de los horizontes mediante la ecuación (5-4).

$$\text{sesgo}(j) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N e(t + j|t) \quad 5-4$$

En la ecuación (5-4) N representa el número total de datos del conjunto de predicciones para el horizonte j .

Por otra parte se define el error medio, ME (mean error), como el valor medio del error cometido en la predicción. Se calcula, para cada horizonte de predicción, mediante la ecuación (5-5)

$$ME(j) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N e(t+j|t) \quad 5-5$$

Los indicadores estadísticos más comúnmente utilizados para la evaluación del funcionamiento de un modelo de predicción son el error absoluto medio, MAE, y la raíz del error cuadrático medio, RMSE. En la expresión del error absoluto medio intervienen las dos componentes (sistemática y aleatoria) que hemos definido para el error. En el caso del sesgo únicamente se considera el error sistemático, ya que se supone que el error aleatorio se distribuye según una normal con valor medio nulo. El indicador MAE se calcula mediante la ecuación (5-6).

$$MAE(j) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |e(t+j|t)| \quad 5-6$$

El indicador RMSE se calcula, mediante la ecuación (5-7), como la raíz del error medio cuadrático que no es más que la raíz del valor medio del cuadrado del error. El indicador RMSE tiene las mismas unidades que los datos de la serie temporal que predecimos: por ejemplo, en la predicción de la afluencia, el indicador RMSE tiene unidades de número de personas (las mismas que presente la serie utilizada en la predicción: centenares, millares...).

$$RMSE(j) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (e(t+j|t))^2} \quad 5-7$$

En muchos casos para medir la mejora en el error cometido en la predicción que presenta un modelo con respecto a otro, tomando uno como referencia, se realiza una comparación entre los valores de alguno de los indicadores de error listados anteriormente, siendo ésta una comparación relativa. De esta forma, se define dicha mejora a partir de la ecuación (5-8).

$$mejora_{ref,e}(j) = \frac{e_{ref}(j) - e(j)}{e_{ref}(j)} \quad 5-8$$

En la ecuación (5-8), $mejora_{ref,e}(j)$ representa el ratio de disminución porcentual del indicador o criterio de error escogido, en el modelo evaluado, con respecto al mismo valor del indicador de error en el modelo establecido como referencia. Los criterios de error escogidos suelen ser el MAE y el RMSE.

En la literatura especializada en métodos de predicción de series temporales pueden encontrarse otros criterios o indicadores de error, como el coeficiente de correlación, la desviación estándar del error, criterio Bayesiano de Schwarz o el criterio de Akaike. Aunque hay que apuntar que estos criterios no se utilizan tan frecuentemente.

Existen ocasiones en las que resulta más útil calcular los errores cometidos en el pronóstico en términos de porcentaje y no en términos absolutos. El porcentaje de error medio absoluto (MAPE) se obtiene calculando el error absoluto en cada período, dividiendo éste entre el valor real observado para el mismo período y después promediando estos errores absolutos de porcentaje. El MAPE proporciona una indicación de cuan grandes son los errores de pronóstico comparados con los n valores reales de la serie. También se puede utilizar para comparar la precisión de la misma u otra técnica sobre dos series completamente diferentes.

$$\text{MAPE}(j) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{|e(t+j|t)|}{a(t)} \quad 5-9$$

6 MÉTODOS DE PREVISIÓN

6.1 Clasificación de métodos

Aunque en este proyecto nos limitaremos a evaluar los modelos más convenientes para la predicción de la afluencia, en la literatura especializada en previsión de la demanda se pueden encontrar múltiples enfoques que se clasifican a continuación:

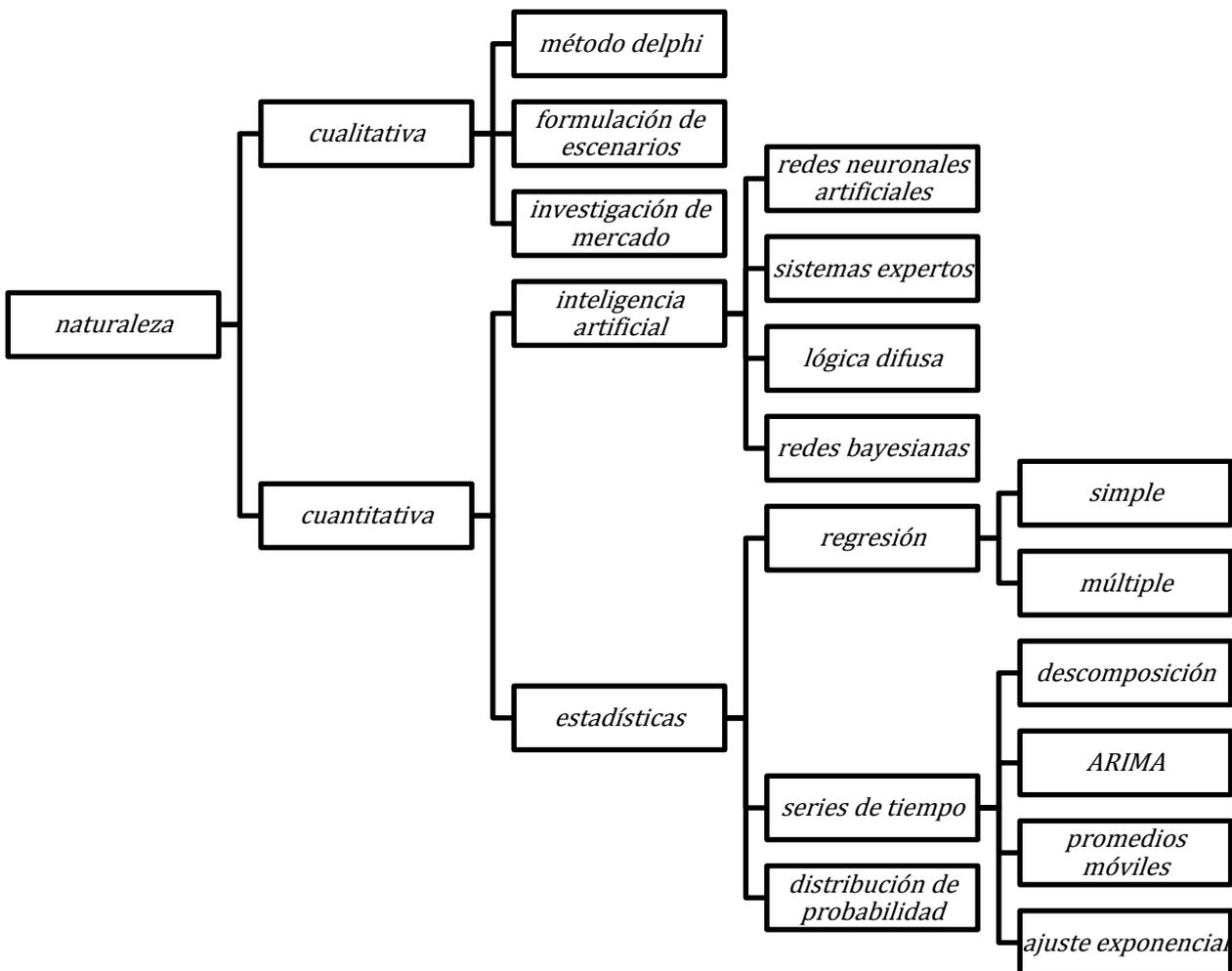


Figura 6-1. Clasificación de métodos de previsión.

En el caso de la estimación de la afluencia, el horizonte de evaluación más relevante es el de medio plazo. Como se ha indicado anteriormente, este pronóstico a medio plazo es el que permite una toma de decisiones estratégicas con plazo suficiente para el aprovisionamiento y el reclutamiento de personal adecuado.

Aun así, pueden darse casos en los que resulte conveniente una previsión más a corto plazo, por ejemplo de un día para el siguiente, que puede permitir, en ciertas situaciones, dar suficiente información como para tomar

decisiones de carácter operativo inmediato.

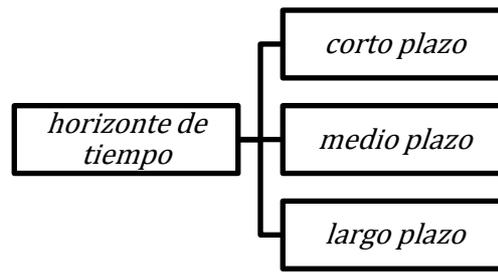


Figura 6-2. Horizontes temporales.

6.2 Métodos cualitativos

En muchas ocasiones, carecemos de datos históricos, o los datos disponibles no parecen relevantes o extrapolables al objeto investigado. En estas circunstancias, no tendrá sentido abordar la previsión mediante métodos matemáticos, pero existen métodos no cuantitativos que, usados individualmente o en conjunción con algún otro, pueden proporcionar estimaciones de cierto nivel de confianza.

Puede recurrirse a técnicas no cuantitativas flexibles, multipropósito incluso, adaptables a una gran variedad de problemas, y por ende hábiles también para establecer estimaciones de afluencia. Estos métodos de carácter cualitativo son los que se describen a continuación.

6.2.1 Método Delphi.

El método Delphi es una técnica de comunicación estructurada, locamente desarrollado como un método de predicción sistemático interactivo, que se basa en un panel de expertos.

Su objetivo es la obtención de un consenso basado en la discusión entre expertos. Se trata de un proceso repetitivo. Su funcionamiento se basa en la elaboración de un cuestionario que ha de ser contestado por los expertos. Una vez recibida la información, se vuelve a realizar otro cuestionario basado en el anterior para ser contestado de nuevo.

Finalmente el responsable del estudio elaborará sus conclusiones a partir de la explotación estadística de los datos obtenidos.

La metodología de previsión Delphi utiliza juicios de expertos en tecnología o fenómenos sociales considerando las respuestas a un cuestionario para examinar las tendencias de las variables que se desean estimar. El resumen de los juicios de los expertos que pueden tomar la forma de evaluaciones cuantitativas y/o comentarios escritos es provisto como retroalimentación a los mismos expertos como partes de una ronda siguiente de cuestionario. A continuación, los expertos reevalúan sus opiniones a la luz de esta información, y un consenso de grupo tiende a emerger.

6.2.2 Investigación de mercado.

En el caso de la Investigación de Mercados, se trata de un método en que se manejan plazos de análisis amplios dado que los resultados se orientan generalmente a aspectos relacionados con la planificación estratégica. Normalmente, es una opción recomendable si estamos tratando de obtener información acerca del potencial mercado del que podría gozar un producto de nueva implantación. Por ejemplo, una vez decidida la localización geográfica de un evento de gran envergadura, se podría optar por sondear los intereses de la gente de la zona con el objetivo de atraer la mayor cantidad de público posible. También, en el caso de la gestión de mega-eventos, puede ser útil para orientar la imagen corporativa, o conocer percepción de los visitantes acerca de los servicios prestados.

Distintos autores proponen diferentes las clasificaciones de los estudios de mercado aunque de manera

general se coincide en la siguiente agrupación:

- Investigación exploratoria: resulta apropiada para las primeras etapas del proceso de toma de decisiones. Esta investigación se diseña con el objeto de obtener una investigación preliminar de la situación, con un gasto mínimo en dinero y tiempo. Se caracteriza por su flexibilidad para que sea sensible a lo inesperado y para descubrir ideas que no se habían reconocido previamente. El objetivo es ampliar el campo de las alternativas identificadas y suele basarse en fuentes secundarias como estadísticas, publicaciones, entrevistas con expertos y entrevistas cualitativas.
- Investigación descriptiva o concluyente: Suministra información que ayuda a los organizadores a evaluar y seleccionar la línea de acción. El diseño de la investigación se caracteriza por procedimientos formales. Esto comprende necesidades definidas de objetivos e información relacionados con la investigación. Algunos de los posibles enfoques de investigación incluyen encuesta, experimentos, observaciones y simulación. Este tipo de investigaciones es el que permite realizar estimaciones de afluencia.
- Investigación causal o de desempeño: Es el elemento esencial para controlar la calidad de los servicios prestados, en concordancia con lo planificado. Una desviación del plan puede producir una mala ejecución del programa y/o cambios no previstos en los factores de influencia. Establece relaciones entre causa y efecto. Habitualmente trata de encontrar relaciones entre la afluencia (efecto) y las causas.

6.2.3 Formulación de escenarios.

Un escenario es un punto de vista consistente de lo que podría ser el futuro, y en el caso de la celebración de un evento multitudinario, la entidad organizadora debe explorar sistemáticamente las posibles consecuencias de la incertidumbre para su elección de estrategias.

Construir escenarios es un proceso que requiere de varias iteraciones en las que se analizan variables que se considerarán constantes que son parte de todos los escenarios, y variables inciertas, que son las que definen los diferentes escenarios. Estas variables inciertas a su vez, pueden ser independientes, cuando poseen una estructura propia autónoma de otros elementos, o dependientes, cuando son determinadas, total o parcialmente, por incertidumbres.

Las incertidumbres independientes conforman las llamadas variables de escenario y sobre estas variables, precisamente, se basa la construcción de los mismos. Los escenarios son situaciones que no han sucedido todavía pero que tienen una cierta probabilidad de ocurrencia. Y como no es imposible que ocurran, la organización, debe estar preparada para ello.

La formulación de escenarios se realiza en tres etapas:

- Etapa 1: Preparación: se analiza la situación actual y se definen los objetivos.
- Etapa 2: Desarrollo: se desarrollan los escenarios a partir de la opinión de los expertos que proyectan en cada uno de ellos la tendencia de ciertas dimensiones clave que influirán sobre el resultado.
- Etapa 3: Presentación: uso del estudio.

6.3 Métodos cuantitativos. Regresión

Los métodos de regresión no son más que una función matemática que intenta modelar y ajustarse a la variable cuyos valores se desea pronosticar basándose en su relación con uno o más variables indicadores de interés.

6.3.1 Regresión simple.

En el método de regresión simple se tiene una variable independiente y una dependiente, de tal forma que se hace uso del conocimiento que se tiene acerca de la variable independiente para pronosticar los valores de la variable dependiente.

Para la regresión habrá que tener en cuenta el método de los mínimos cuadrados ordinarios (MCO).

Este método consiste en proporcionar estimadores de los parámetros que minimicen la suma de los cuadrados de los errores cometidos en el pronóstico. El proceso consiste en construir una función objetivo a partir de la suma de los cuadrados de los errores y mediante optimización (condiciones de primer orden -vector gradiente- y de segundo orden -matriz hessiana-) obtener las fórmulas de cálculo de los estimadores.

Debido a que la función de regresión poblacional no se puede observar directamente, los estimadores de mínimos cuadrados ordinarios se efectúan a partir de la función de regresión de la muestra.

Las propiedades de los estimadores por mínimos cuadrados ordinarios son las siguientes:

- Linealidad: La relación entre el estimador y el verdadero valor del parámetro es lineal.

$$\beta = \hat{\beta} + ke \quad 6-1$$

- Insesgadez: La esperanza del estimador coincide con el verdadero valor del parámetro.

$$E|\hat{\beta}| = \beta \quad 6-2$$

- Optimalidad: La desviación entre el valor real del parámetro estimado y el valor del estimador será la menor posible. Las tres propiedades anteriores se condensan en la expresión ELIO (estimadores lineales insesgados y óptimos). Los estimadores MCO son ELIO.

- Consistencia: La diferencia entre el valor estimado del parámetro y el real se anula para una muestra con un número de individuos tendiente a infinito.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \hat{\beta} = \beta \quad 6-3$$

Regresión lineal.

La recta es la relación geométrica más sencilla para relacionar una variable dependiente con una independiente. El método de regresión lineal consiste en encontrar la ecuación de la recta que mejor se ajuste al conjunto de puntos de datos (x,y). Para ello, calcula la suma de las distancias al cuadrado entre los puntos de la muestra y los puntos definidos por la recta estimada a partir de las variables introducidas en el modelo, siendo la mejor estimación la que minimice dichas distancias. La recta resultante se denomina recta de regresión. La ecuación que describe esta recta es la siguiente:

$$y = b_0 + bx + e \quad 6-4$$

Teniendo en cuenta que:

- b_0 , es la intersección de la recta eje y cuando $x = 0$.
- b , es pendiente de la recta.
- e , es la diferencia entre el valor real y el valor estimado.

El método empleado para determinar los valores de b_0 y b es el método de mínimos cuadrados.

El cálculo de estos coeficientes se realiza de la siguiente forma:

$$y_i = \hat{b}_0 + \hat{b}x_i + e_i \quad 6-5$$

$$y_i = \hat{y}_i + e_i \quad 6-6$$

La suma del cuadrado de los errores puede expresarse como sigue:

$$E = \sum (y_i - \hat{b}_0 - \hat{b}x_i)^2 \quad 6-7$$

Derivándose la expresión con respecto a \hat{b}_0 y \hat{b} e igualando a cero respectivamente, se resuelven las ecuaciones y se encuentran los estimadores de los parámetros de la regresión:

$$b = \frac{n(\sum_{i=1}^n x_i y_i) - (\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{n(\sum_{i=1}^n x_i^2) - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \quad 6-8$$

$$b_0 = \frac{(\sum_{i=1}^n Y_i) - (\sum_{i=1}^n x_i)}{n} \quad 6-9$$

En la siguiente figura se representa una recta de regresión genérica:

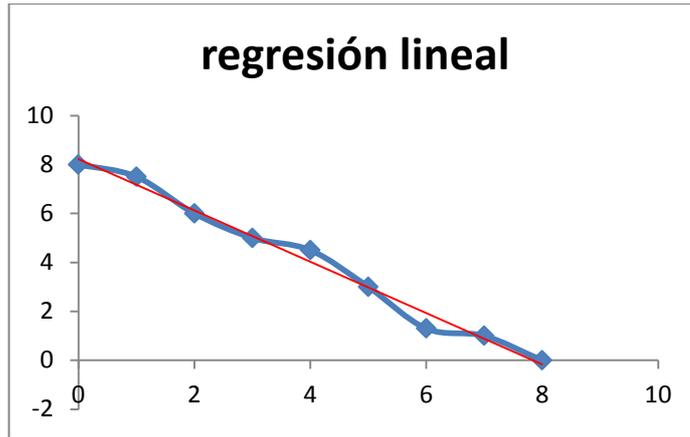


Figura 6-3. Regresión lineal.

Además de a una recta, podemos ajustar un conjunto de datos de una muestra a distintos tipos de funciones. De entre las funciones más comunes usadas para la regresión, podemos destacar la exponencial, polinomial, potencial, logarítmica, logística y gomperz, las cuales se describen a continuación.

Regresión Exponencial.

Este tipo de regresión tiene como ecuación característica la siguiente:

$$y = a * e^{bx} \quad 6-9$$

Esta expresión no es lineal pero es linealizable tomando logaritmos obteniéndose como resultado ln y como una función lineal de x.

$$y' = a' + bx, \text{ ecuación linealizada.} \quad 6-10$$

Teniendo en cuenta que:

$$\ln y = y' \quad \ln a = a \quad 6-11$$

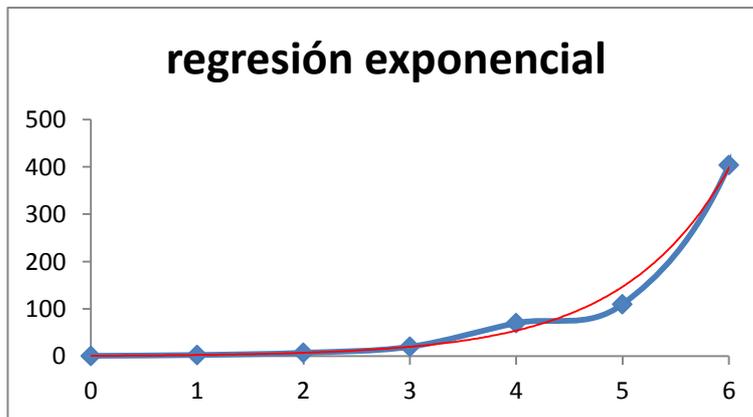


Figura 6-4. Regresión exponencial.

Regresión polinomial.

Este tipo de regresión viene dada por la siguiente expresión:

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_mx^m = \sum_{i=0}^n b_ix_i \quad 6-12$$

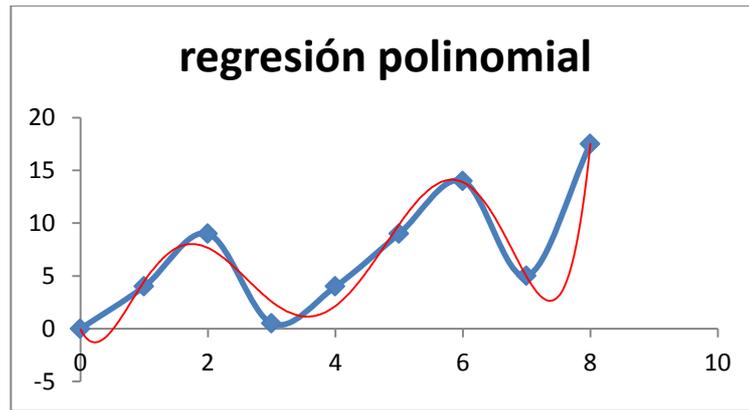


Figura 6-5. Regresión polinomial.

Teniendo una relación de grado m entre la variable independiente x y la dependiente y . Para el ajuste polinomial se procede a determinar los coeficientes $b_0, b_1, b_2, \dots, b_m$.

Para ello se parte de que:

$$E = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad 6-13$$

$$E = \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1x - b_2x^2 - \dots - b_mx^m)^2 \quad 6-14$$

$$\frac{\partial E}{\partial b_i} = 0 \quad 6-15$$

Resultando $m+1$ ecuaciones con $m+1$ incógnitas las cuales pueden ser resueltas por cualquier método para ecuaciones algebraicas lineales para obtener los coeficientes $b_0, b_1, b_2, \dots, b_m$.

Por otra parte el error de regresión viene dado por la expresión:

$$E_{y/x} = \sqrt{\frac{E}{n-(m+1)}} \quad 6-16$$

Regresión Potencial.

La expresión correspondiente es la siguiente:

$$y = a * x^b \quad 6-17$$

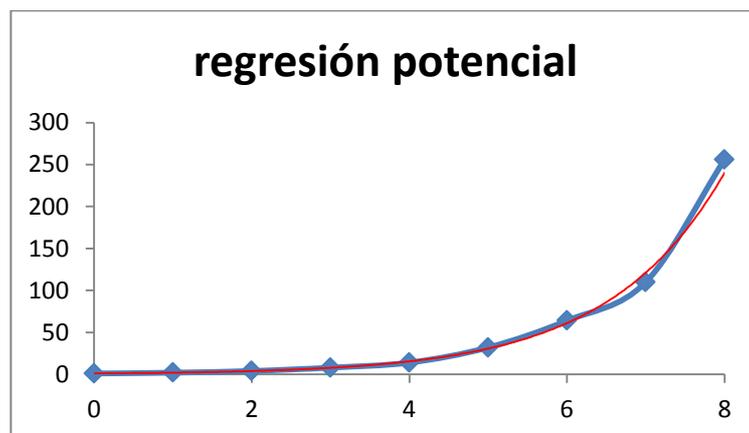


Figura 6-6. Regresión potencial.

Tomando logaritmos y aplicando las propiedades se obtiene:

$$\log y = b * \log x + \log a \quad 6-18$$

que se puede expresar como:

$$A = b * x + \log a \quad 6-19$$

Siendo b la pendiente de la recta, A el pronóstico de afluencia y x la curva de afluencia tipificada.

Regresión Logarítmica.

La relación logarítmica entre la variable dependiente y la independiente viene dada por la siguiente expresión:

$$y = b + a \ln x \quad 6-20$$

Regresión Logística.

El modelo de crecimiento logístico es una función exponencial en la que el crecimiento de la variable dependiente está limitado. El modelo de crecimiento logístico de la variable y con respecto al tiempo obedece la siguiente ecuación:

$$y(t) = \frac{c}{1+ae^{-bt}} \quad 6-21$$

Siendo a, b y c constantes y b y c no negativas.

Se cumple que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = c \quad 6-22$$

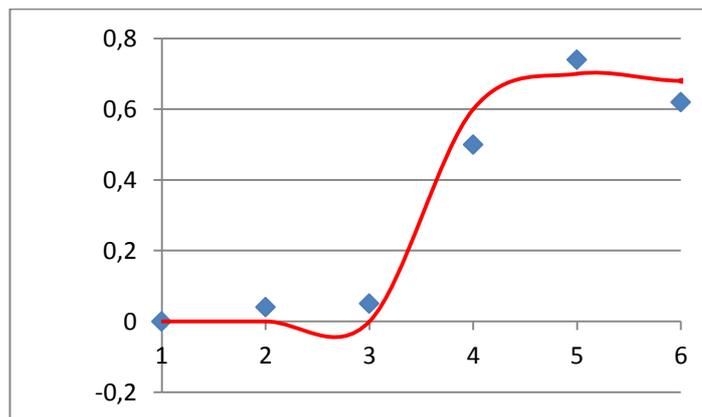


Figura 6-7. Regresión logística.

Regresión Gompertz.

Este tipo de regresión se utiliza para estudiar el comportamiento de crecimiento de poblaciones. De entre las distintas formulaciones que tiene la curva de Gompertz la más sencilla es:

$$y(t) = e^{a-be^{ct}} \quad 6-23$$

Donde a y b son no negativos y $0 < c < 1$

Para $x = 0$ entonces $y = e^{a-b}$ que supone el valor umbral.

Las curvas logística y Gompertz se caracterizan por su forma de S y presentan un punto de inflexión en el que la curva cambia su forma cóncava por la convexa. Estas dos curvas tienen un patrón de crecimiento similar, siendo la principal diferencia entre ellas reside la localización del punto de inflexión: las curvas Gompertz alcanzan este punto en la primera parte del ciclo de crecimiento mientras que la curva logística alcanza ese punto en la mitad del ciclo.

6.3.2 Regresión múltiple.

Como se ha mencionado anteriormente, el pronóstico de la afluencia considera no solo valores observados de afluencia durante un periodo de tiempo, sino también los factores que influyen en la variación de dicha afluencia. El método de regresión múltiple permite, por lo tanto, agregar la consideración de los factores ambientales que tienen influencia sobre la variable a estimar: la afluencia en este caso.

Este método presenta como variable independiente al tiempo, y determina la afluencia futura extrapolando la tendencia presente en la información pasada. El modelo de regresión lineal empleado viene dado por la siguiente expresión:

$$y_t = B_0 + B_1x_{t1} + B_2x_{t2} + \dots + B_nx_{tn} + e_t \quad 6-24$$

Teniendo en cuenta que:

- y_t = afluencia pronosticada en el período t
- x_{ti} = factores que influyen a la afluencia
- e = todos los factores no considerados por las variables independientes
- B_0 y B_i = parámetros desconocidos

Tendremos en cuenta las siguientes hipótesis de partida:

- $E(e_i|x_i) = 0$, el valor esperado de error para cualquier observación es cero.
- $Cov(e_i, e_j) = 0$, los errores son independientes y por lo tanto no están correlacionados.
- $Var(e_i|x_i) = \sigma^2$, la varianza de los errores es constante.
- $Cov(e_i, x_j) = 0$, errores no están correlacionados con la variable indicadora x.
- $e_i \sim N(0, \sigma^2)$, los errores se distribuyen según una normal.

Con el fin de ajustar los valores de los parámetros B_0, B_1, \dots, B_p se partirá de la muestra de datos disponible aplicando el método de los mínimos cuadrados para la estimación. De esta manera se obtiene:

$$\hat{B}_0 = \bar{y} - \hat{B}_i \bar{x} \quad 6-25$$

$$\hat{B}_i = \frac{\widehat{Cov}(x,y)}{\widehat{Var}(x)} \quad 6-26$$

Un intervalo de confianza para el parámetro B_i , viene dado por la siguiente expresión:

$$P[\hat{B}_i - t_{\alpha/2} se(\hat{B}_i) \leq B_i \leq \hat{B}_i + t_{\alpha/2} se(\hat{B}_i)] = 1 - \alpha \quad 6-27$$

Teniendo en cuenta que $1-\alpha$ es el nivel de confianza del intervalo y $se(\hat{B}_i)$ es el error estándar de B_i .

$$se(\hat{B}_i) = \frac{\sigma}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}} \quad 6-28$$

6.3.3 Pruebas de significación estadística.

Son útiles para evaluar el nivel de confianza de la ecuación de regresión. A continuación se describen las pruebas más comunes.

Coefficiente de determinación R^2 .

Mide el ratio de cambio de una variable dependiente con respecto a la variación de las variables independientes, a través de un modelo de regresión lineal múltiple. Cuanto más cercano a uno sea el valor de R^2 , mejor será el ajuste. El coeficiente de determinación se calcula de la siguiente manera:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad 6-29$$

Teniendo en cuenta que:

- y_i = valor real observado
- \bar{y} = media
- \hat{y}_i = valor estimado

Para aceptar un ajuste, se tiene que dar que $R^2 \geq 0.8$, siendo en este caso, un ajuste aceptable. Si varias funciones cumplen esta condición se elige la que tenga un coeficiente de determinación más cercano a 1.

Coefficiente de correlación R de Pearson.

El coeficiente de correlación da una medida de la relación entre dos variables aleatorias. Puede ser interpretado como el ratio de variación entre la variable dependiente, y , y la variación de la variable independiente, x . El valor está entre -1 y +1, tomando el mismo signo que la pendiente. Si los valores se acercan a 1 (positivo o negativo) se podrá decir que la correlación es más fuerte, teniendo una relación directa en el caso positivo o inversamente proporcional si se acerca a -1. Si el valor del coeficiente de correlación es cero no existe una relación lineal entre las variables.

El coeficiente se obtiene a partir de la raíz cuadrada del coeficiente de determinación (R^2):

$$R = \sqrt{R^2} \quad 6-30$$

Prueba F de Fisher.

Es una prueba de la significancia estadística de la regresión. En el modelo de regresión múltiple prueba la significancia conjunta de las variables independientes. Las hipótesis del test F son:

$$H_0: B_i = 0 \quad \forall i \quad 6-31$$

$$H_1: \text{al menos una } B_i \neq 0 \quad 6-32$$

El test F no prueba la significancia de B_0 .

$$F = \frac{CMR}{CME} \quad 6-33$$

$$CMR = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{p} \quad 6-34$$

$$CME = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-p-1} \quad 6-35$$

Teniendo en cuenta que:

- CMR = cuadrado medio debido a la regresión
- CME = cuadrado medio debido al error
- n = número de variables independientes
- p = grados de libertad

Si el F calculado es mayor o igual que el F de las tablas (F_α), entonces se rechaza la hipótesis H_0 . F_α pertenece a la distribución F (tablas) con p grados de libertad en el numerador y $(n-p-1)$ grados de libertad en el denominador.

T de student.

Si la prueba de Fisher indica que la relación de la regresión múltiple es significativa, la prueba t de student se utiliza para determinar la significancia de cada uno de las variables. El valor de t se calcula efectuando el cociente entre el coeficiente estimado y el error estándar correspondiente:

$$H_0: B_i = 0 \quad \forall i \quad 6-36$$

$$H_1: \text{al menos una } B_i \neq 0 \quad 6-37$$

$$t = \frac{B_i}{se_{B_i}} \quad 6-38$$

se_{B_i} = estimación del error estándar de B_i

Se rechaza la hipótesis nula H_0 si $t \geq -t_{\alpha/2}$ o si $t \geq t_{\alpha/2}$ teniendo en cuenta que $t_{\alpha/2}$ pertenece a la distribución t con $(n-p-1)$ grados de libertad.

Es importante notar que para todas las pruebas se puede efectuar un análisis alternativo al específico de cada prueba a partir del intervalo de confianza. De esta forma si el valor de p resulta ser menor a α , se rechaza la hipótesis H_0 .

$$H_0: B_i = 0 \quad \forall i$$

$$H_1: \text{al menos una } B_i \neq 0$$

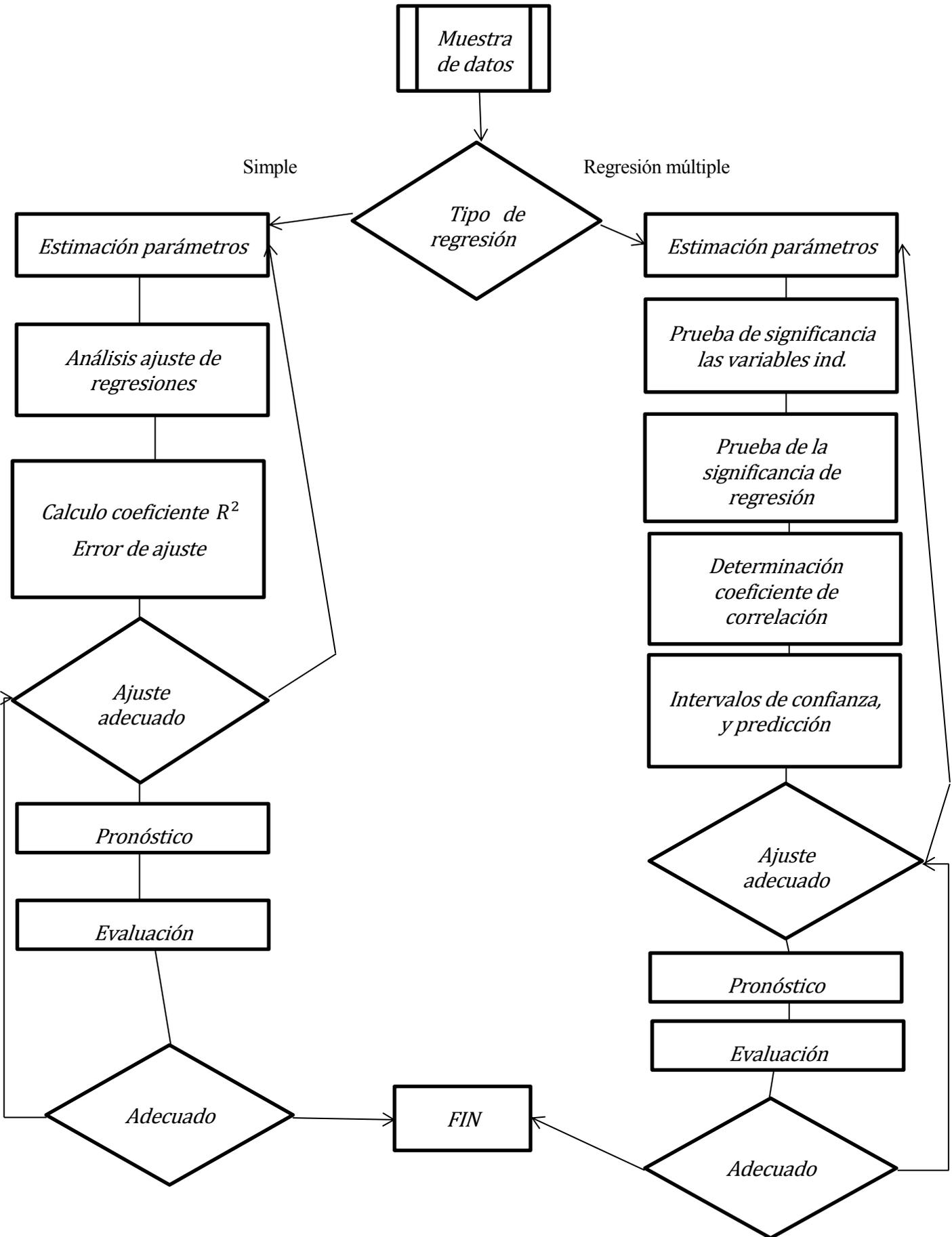
$$t = \frac{B_i}{se_{B_i}}$$

se_{B_i} = estimación del error estándar de B_i

Se rechaza la hipótesis nula H_0 si $t \geq -t_{\alpha/2}$ o si $t \geq t_{\alpha/2}$ teniendo en cuenta que $t_{\alpha/2}$ pertenece a la distribución t con $(n-p-1)$ grados de libertad.

Es importante notar que para todas las pruebas se puede efectuar un análisis alternativo al específico de cada prueba a partir del intervalo de confianza. De esta forma si el valor de p resulta ser menor a α , se rechaza la hipótesis H_0 .

A continuación se representa mediante un diagrama de flujo la manera de proceder para efectuar previsiones mediante los métodos de regresión descritos en apartados anteriores.



6.4 Métodos cuantitativos. Series temporales

Durante el desarrollo de un evento de gran envergadura la afluencia varía de manera continua en el tiempo, pudiéndose considerar una serie de tiempo. Esto permite el uso de diferentes técnicas de series temporales y metodologías para la predicción de la afluencia futura basadas en los datos históricos disponibles de afluencias de eventos similares, del mismo evento en otras ediciones o de la misma edición días antes a la realización de la previsión.

Mediante este método se pretende medir la afluencia a intervalos espaciados uniformemente en el tiempo. Para ello se procede a realizar un análisis de la información histórica buscando determinar un patrón básico en el comportamiento de la afluencia que permita la proyección futura para el pronóstico de la misma.

Para examinar a la serie de tiempo, se representan gráficamente sus valores, lo que permite realizar un análisis completo de la misma. Una vez representados los datos disponibles, es posible detectar algunos valores atípicos o anormales, en el caso de que se den. Además el patrón que rige los datos de la muestra se puede descomponer en un nivel estable, ciertos cambios periódicos y algunos efectos estacionales. En el estudio de las series de tiempo, resulta primordial analizar sus componentes y, en caso de ser necesario, realizar transformaciones para eliminarlas o modificarlas. De esta forma se obtienen series de tiempo estacionarias, siendo posible un análisis más preciso.

6.4.1 Componentes de una serie de tiempo.

Tendencia.

Esta componente que concentra el comportamiento de la serie a largo plazo y para su detección se requiere de un número considerable de observaciones. En el caso de la afluencia la tendencia se puede tomar semanalmente, o de manera mensual en el caso de que los eventos sean de larga duración. Las tendencias suelen tener forma lineal o exponencial.

Fluctuaciones cíclicas o periódicas.

La componente periódica es la fluctuación en forma de onda alrededor de la tendencia. Se trata de curvas de largo período asociadas con cambios importantes en las variables explicativas de la afluencia o patrones cíclicos que tienden a repetirse en los datos cada dos, tres o más períodos. En general no es sencillo identificar y aislar la influencia de estos ciclos.

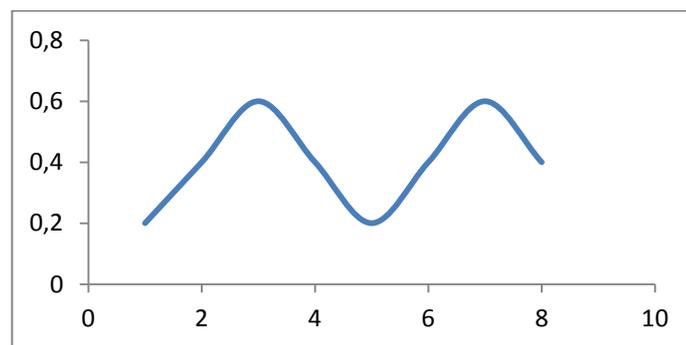


Figura 6-8. Componente cíclica.

Fluctuaciones estacionarias.

Esta componente se caracteriza por movimientos ascendentes y descendentes de la serie que se repiten periódicamente. Estas fluctuaciones cambian de dirección con un ritmo constante, esto es, el tiempo entre dos picos es el periodo estacional que puede ir cambiando su valor a lo largo de la serie. Este periodo se

puede determinar mediante la aplicación de la transformada de Fourier, o bien mediante el cálculo de la autocorrelación.

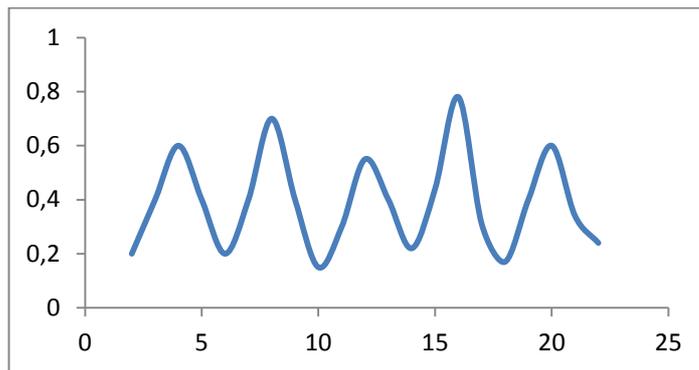


Figura 6-9. Fluctuaciones estacionarias.

Es importante tener en cuenta que una serie se considera estacionaria si la media y la variabilidad se mantienen constantes a lo largo del tiempo.

Fluctuaciones aleatorias.

No responden a ningún patrón claro de comportamiento; son consecuencia de la presencia de factores aleatorios o factores que no han sido tenidos en cuenta que influyen de manera aislada en la serie en momentos puntuales. Les caracteriza que su correlación es cero.

A partir de estas definiciones, una serie temporal $y(t)$, puede admitir distintos tipos de descomposiciones:

- $y(t) = T(t) + P(t) + E(t) + A(t)$ esquema aditivo
- $y(t) = T(t) * P(t) * E(t) * A(t)$ esquema multiplicativo
- $y(t) = T(t) * P(t) * E(t) + A(t)$ esquema mixto

Teniendo en cuenta que:

- $T(t)$ = Tendencia
- $P(t)$ = Periodicidad
- $E(t)$ = Estacionalidad
- $A(t)$ = Aleatoriedad

Es importante notar que no siempre se encuentran todas las componentes en todas las series. Además, estas componentes no son observables de manera directa y en consecuencia existen distintas interpretaciones y variaciones de los métodos de descomposición, que pueden dar lugar a estimaciones distintas.

Método de descomposición.

Este procedimiento parte del supuesto de que una serie histórica de una variable, como puede ser la afluencia, puede ser desagregada en cuatro componentes principales: tendencia, ciclo, estacionalidad y una componente aleatoria. Una vez identificados dichos patrones, pueden extrapolarse de manera aislada hacia el futuro con el objetivo de volver a combinarlos para realizar el pronóstico.

6.4.2 Análisis de series temporales mediante promedios.

Promedio Simple.

Este método hace uso de los datos anteriores de afluencia, ponderando de igual manera todos los datos utilizados. Para pronosticar la afluencia de un periodo se toma la media de los n valores anteriores. Se utiliza para demandas estables. Se obtiene mediante la expresión siguiente:

$$PS = \frac{\sum_{t=1}^n y_t}{n} \quad 6-39$$

Teniendo en cuenta que:

- n= número de períodos tomados para el promedio
- y_t = afluencia en el periodo i

El número de periodos que se toma determina el grado de alisamiento de la media. Si se toma un número reducido de periodos, el promedio tendrá una respuesta más rápida ante cambios en la afluencia.

Medias Móviles.

Este método es una variación del promedio simple, utilizándose en este caso un número fijo de datos. Cuando se realiza una estimación se toman los últimos datos reemplazando los elementos más antiguos de la serie por los elementos nuevos. Como hemos comentado anteriormente, cuanto menor sea el número de periodos, más rápida será la respuesta del promedio a un cambio en la tendencia. El modelo viene dado por la siguiente expresión:

$$\hat{y}_{t+1} = \frac{\sum_{t=1}^n y_{t-n+1}}{n} \quad 6-40$$

Teniendo en cuenta que:

- \hat{y}_{t+1} = valor estimado para el siguiente período
- y_t = valor real observado en el periodo t
- n= número de períodos tomados para el promedio

Como hemos comentado anteriormente, este método resulta conveniente para muestras relativamente estable.

Media móvil doble.

La técnica del promedio móvil doble calcula un conjunto de promedios móviles y después calcula un segundo conjunto como promedio móvil del primero. El primer promedio móvil se calcula mediante la siguiente expresión:

$$\hat{y}_{t+1} = \frac{y_t + y_{t-1} + y_{t-2} + y_{t-n+1}}{n} \quad 6-41$$

$$M_t = \hat{y}_{t+1} \quad 6-42$$

El segundo promedio móvil se calcula de la siguiente manera:

$$M'_t = \frac{M_t + M_{t-1} + M_{t-2} + M_{t-n+1}}{n} \quad 6-43$$

A continuación se procede de la siguiente manera calculando el primer factor de ajuste a_t :

$$a_t = 2M_t - M'_t \quad 6-44$$

A continuación se calcula b_t que es un factor de ajuste adicional relacionado con la pendiente:

$$b_t = \frac{2}{n-1} (M_t - M'_t) \quad 6-45$$

La estimación se realiza de la siguiente manera:

$$\hat{y}_{t+p} = a_t + b_t p \quad 6-46$$

Teniendo en cuenta que:

- y_t = valor real de la serie en el periodo t
- p = número de periodos a pronosticar hacia el futuro
- n = número de periodos tomados para el promedio

Medias móviles ponderadas.

En este método se otorgan pesos diferentes a cada uno de los elementos que se estén considerando. La suma de los pesos ha de ser la unidad. Mediante los pesos se puede dar mayor importancia por ejemplo a los últimos periodos. Este modelo viene dado por la siguiente expresión:

$$MMP = w_1 y_1 + w_2 y_2 + \dots + w_n y_n = \sum_{t=1}^n w_t y_t \quad 6-47$$

$$0 \leq w_t \leq 1 \quad \text{y} \quad \sum_{t=1}^n w_t = 1 \quad 6-48$$

Teniendo en cuenta que:

- y_t = afluencia observada en el período t
- w_t = Peso asignado al período t

Este método se usa cuando la serie tiene algún tipo de tendencia o patrón, siendo común otorgar mayor ponderación a los periodos más recientes, obteniendo de esta manera un promedio más sensible a los cambios.

6.4.3 Análisis exponencial de series temporales.

Ajuste exponencial.

Este método da mayor importancia a los últimos tomándose el último dato real y el último pronosticado. Como es evidente este modelo reacciona rápidamente a cambios en la tendencia de la serie. El alisamiento exponencial viene dado por la siguiente expresión:

$$\hat{y}_{t+1} = \alpha y_t + (1-\alpha)\hat{y}_t \quad 6-49$$

Teniendo en cuenta que:

- \hat{y}_{t+1} = nuevo valor estimado
- α = constante de alisamiento ($0 < \alpha < 1$)
- y_t = valor real de la serie en el período t
- \hat{y}_t = valor estimado anterior

$$\hat{y}_{t+1} = \hat{y}_t + \alpha (y_t - \hat{y}_t) \quad 6-50$$

La estimación para el nuevo periodo no es más que la estimación anterior más el parámetro de alisamiento por la diferencia entre el valor real y la estimación en el periodo anterior. En cuanto a los valores de α cuanto mayor sea éste, más se tendrá en cuenta el error cometido en la estimación anterior. Si α es cercano a ser nulo, el pronóstico para el nuevo periodo será muy similar al anterior.

Método de Holt.

El método de Holt es un método de dos parámetros que se usa para modelar la tendencia lineal. El método requiere la especificación de dos constantes de alisamiento, α y β y de dos ecuaciones de ajuste exponencial: una para el valor de la ordenada y otra para la pendiente. La primera de ellas toma la siguiente expresión:

$$S_t = \alpha y_t + (1-\alpha)(S_{t-1} + P_{t-1}) \quad 6-51$$

Esta ecuación es similar a la ecuación original de alisamiento exponencial simple, con la diferencia de que se incorpora un nuevo término (P_t) para la pendiente.

La estimación de la pendiente se obtiene a partir de la diferencia entre los valores sucesivos de la ordenada en los instantes t y $t-1$ ($S_t - S_{t-1}$).

$$P_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1 - \beta)P_{t-1} \quad 6-52$$

Para el alisamiento de la pendiente se utiliza una segunda constante β . En esta ecuación el alisamiento se realiza para la pendiente en vez de los datos reales y como resultado se obtiene una pendiente estimada excluyendo aleatoriedad.

Para la previsión se utiliza la siguiente expresión:

$$\hat{y}_{t+\tau} = S_t + \tau P_t \quad 6-53$$

Teniendo en cuenta que:

- S_t = nuevo valor de la ordenada
- α = constante de alisamiento de los datos
- y_t = nuevo valor real de la serie, en el periodo t
- β = constante de alisamiento para la pendiente
- P_t = estimación de la pendiente
- τ = periodos entre el instante t y el periodo para el que se desea la previsión
- $\hat{y}_{t+\tau}$ = previsión para el periodo $t + \tau$

En la tercera ecuación, se multiplica la estimación de la pendiente P por el número de periodos entre t y el periodo del cual se desea la previsión y a dicho producto se suma la ordenada actual S_t .

Método de Winters.

Éste es un método de alisamiento exponencial lineal y estacional de tres parámetros y consiste en una extensión del modelo de Holt. El algoritmo es similar al de Holt aunque utiliza una ecuación adicional para determinar la estacionalidad. Las ecuaciones que emplea el método de Winters son:

Para la estimación de la componente permanente:

$$S_t = \alpha \frac{y_t}{F_{t-L}} + (1-\alpha)(S_{t-1} + P_{t-1}) \quad 6-54$$

Para la estimación de la pendiente:

$$P_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1 - \beta)P_{t-1} \quad 6-55$$

Para la estimación del factor estacional:

$$\bar{F}_t = \gamma \frac{y_t}{S_t} + (1 - \gamma)F_{t-L} \quad 6-56$$

Para la normalización de los factores estacionales:

$$F_t = L \frac{\bar{F}_t}{\sum_{t=1}^L \bar{F}_t} \quad t = nL + 1, nL + 2, \dots, (n + 1)L \quad 6-57$$

Para la previsión en el periodo $t + \tau$

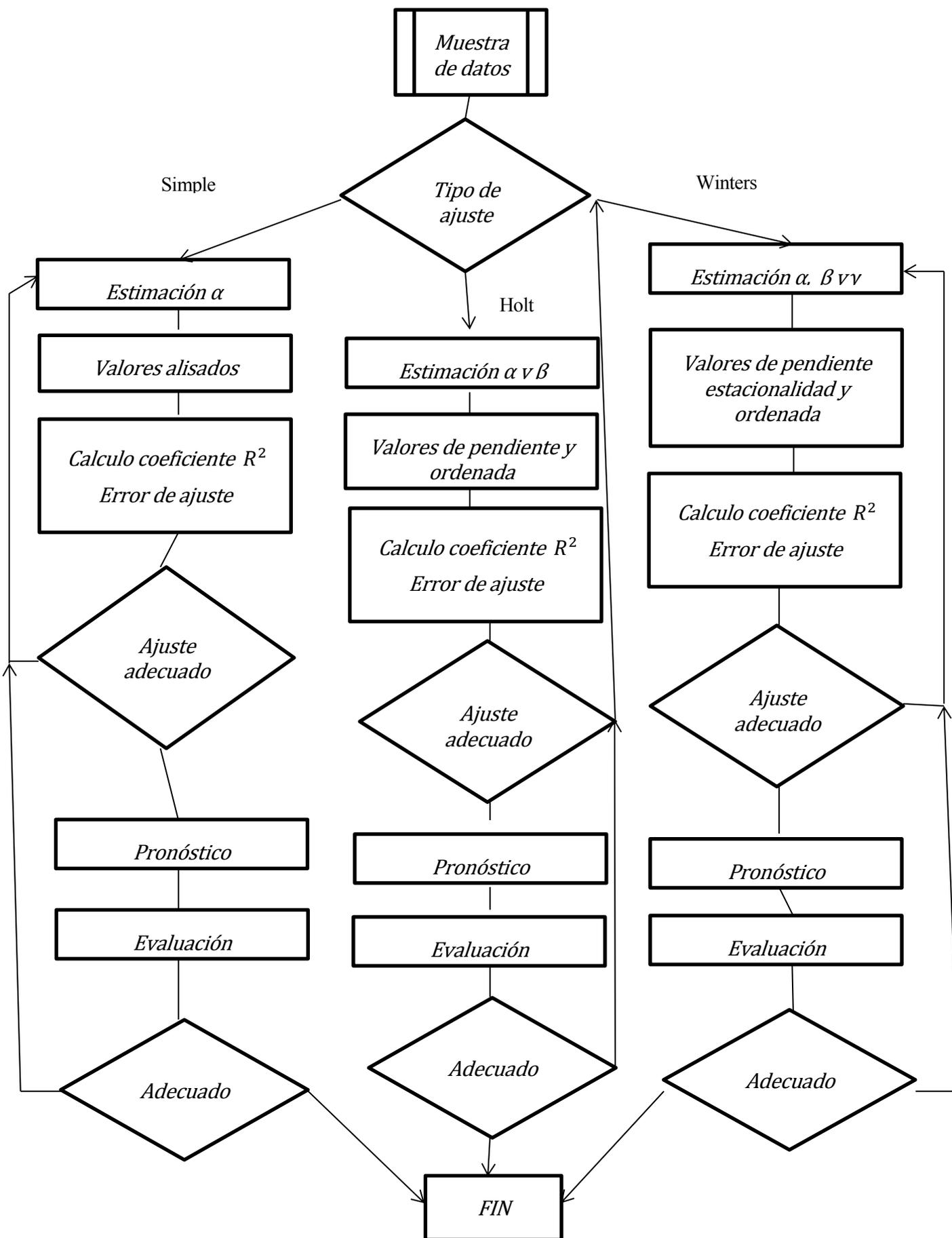
$$\hat{y}_{t+\tau} = (S_t + \tau P_t) F_{t-L+\tau} \quad 6-58$$

Teniendo en cuenta que:

- S_t = nuevo valor de la ordenada
- α = constante de alisamiento de los datos
- y_t = nuevo valor real de la serie, en el periodo t
- β = constante de alisamiento para la pendiente
- P_t = estimación de la pendiente
- γ = constante de alisamiento de la estacionalidad
- F_t = estimación de la estacionalidad normalizada
- \bar{F}_t = factor de estacionalidad
- τ = periodos entre el instante t y el periodo para el que se desea la previsión
- $\hat{y}_{t+\tau}$ = previsión para el periodo $t + \tau$
- L = longitud de la estacionalidad

El proceso de inicialización requiere la estimación inicial de los siguientes parámetros: las tres constantes de alisamiento, la componente permanente (ordenada) y la pendiente iniciales así como los factores estacionales para cada uno de los periodos que componen la estación.

A continuación se representa mediante un diagrama de flujo la manera de proceder para efectuar previsiones mediante los métodos de ajuste simple, Holt y Winters para series temporales.



6.4.4 Modelos AR, MA Y ARMA para series de tiempo.

Modelos auto-regresivos

Se dice de un modelo que es auto-regresivo si el valor de la variable a prever en un instante determinado de tiempo puede ser explicado por los valores en los instantes anteriores más un término de error. Los modelos ARIMA son modelos lineales, y pueden venir dados por la expresión lineal siguiente, en la que los factores Φ representan los coeficientes del modelo, p el orden y e_t el término de error para el instante t .

$$x_t = \Phi_0 + \Phi_1 x_{t-1} + \Phi_2 x_{t-2} + \dots + \Phi_p x_{t-p} + e_t \quad 6-59$$

Más concretamente el modelo representado por la ecuación anterior quedaría definido como un modelo AR(p), es decir un modelo auto-regresivo de orden p . La ecuación anterior puede escribirse de forma abreviada como indica la ecuación siguiente, en la que $\Phi_p(B)$ se conoce como el operador polinomial de retardos.

$$\Phi_p(B) x_t = \Phi_0 + e_t \quad 6-60$$

$$\Phi_p(B) = 1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \dots - \Phi_p B^p \quad 6-61$$

El operador retardo, B , aplicado al valor de una variable x_t , determina el valor de dicha variable un periodo antes, aplicando p veces B a la variable x_t se obtiene el valor de dicha variable p periodos antes, como se muestra a continuación:

$$B x_t = x_{t-1} \quad 6-62$$

$$B^p x_t = x_{t-p} \quad 6-63$$

En el modelo auto-regresivo más simple, el AR(1), existe un límite superior para el primer coeficiente Φ_1 llamado el límite de estacionariedad, de tal forma que se debe cumplir la condición que aparece a continuación para que la serie temporal representada por el modelo AR(1) sea estacionaria.

$$|\Phi_1| < 1 \quad 6-64$$

En cuanto al término de error, e_t , corresponde a lo que se conoce como un “ruido blanco”, esto es, presenta, una media nula, una varianza constante y una covarianza nula entre errores de instantes diferentes. El valor de la previsión de un modelo AR(p) viene dado por la expresión siguiente en la que \hat{x}_t representa el valor de predicción para la variable x en el periodo t .

$$\hat{x}_t = \Phi_0 + \Phi_1 x_{t-1} + \Phi_2 x_{t-2} + \dots + \Phi_p x_{t-p} \quad 6-65$$

Los coeficientes del modelo pueden calcularse por el método de mínimos cuadrados cumpliéndose que el número de observaciones de la serie temporal sea superior al doble del número de coeficientes a determinar.

Modelos de media móvil.

En un modelo de media móvil el valor de la variable para un instante t es función de un término independiente y de una sucesión ponderada de errores correspondientes a los instantes que preceden a t . Estos modelos se denotan por las siglas MA, seguidos del orden entre paréntesis. Así, un modelo con q términos de error, MA(q), puede venir dado por la expresión que se presenta a continuación, en la que e_{t-k} representa el error para la variable x en el instante $t-k$ y μ una constante numérica.

$$x_t = \mu - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_k e_{t-k} - \dots - \theta_q e_{t-q} + e_t \quad 6-66$$

Al igual que en los modelos auto-regresivos, se puede utilizar la expresión que incluye el operador de retardo y de esta forma, el valor del operador polinomial de retardos viene dado por la siguiente ecuación:

$$x_t = \theta_q(B)e_t + \mu \quad 6-67$$

$$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q \quad 6-68$$

Modelos ARMA.

La combinación de los modelos auto-regresivo y de media móvil da lugar al modelo conocido como ARMA (auto-regresivo y de media móvil). Si combinamos las ecuaciones que definen los modelos AR(p) y MA(q), obtendremos la expresión del modelo ARMA(p, q), tal como expresa la siguiente ecuación:

$$x_t = \Phi_0 + \Phi_1 x_{t-1} + \Phi_2 x_{t-2} + \dots + \Phi_p x_{t-p} - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q} + e_t \quad 6-69$$

El término μ que aparecía en el modelo MA(q) queda ahora absorbido por el coeficiente Φ_0 . La ecuación anterior puede expresarse de una forma abreviada, utilizando los operadores retardo. Las expresiones correspondientes a $\Phi_p(B)$ y a $\theta_q(B)$ son las expresadas en las ecuaciones de los modelos AR(p) y MA(q), respectivamente.

$$\Phi_p(B)x_t = \Phi_0 + \theta_q(B)e_t \quad 6-70$$

Modelos ARIMA.

Los modelos ARMA que son un caso general de un modelo AR o MA, presentan una desventaja importante que es la imposibilidad de incorporar en las predicciones un comportamiento periódico si la serie temporal lo incluye. El comportamiento periódico implica que hay patrón que se repite en la serie temporal con un periodo múltiplo del que existe entre observaciones consecutivas de la serie.

Una serie temporal que presente un comportamiento periódico o una serie temporal que presente una tendencia determinística no estacionaria, puede transformarse en una serie apta para ser representada por un modelo ARMA si se le aplica el operador diferencia.

Esta transformación procede a convertir la serie original en otra nueva (z) que es estacionaria con un periodo τ .

$$z_t = x_t - x_{t-\tau} \quad 6-71$$

Es habitual emplear esta técnica de diferenciación para transformar en estacionarias las series temporales que no lo son originalmente, y para ello se procede a aplicar el operador diferencia una o dos veces. Con este operador diferencia aplicado al modelo ARMA, se define el modelo ARIMA que incluye tres términos: el auto-regresivo, el integrado (correspondiente al operador diferencia) y el de media móvil. Un modelo ARIMA(p, d, q) responde a la ecuación siguiente, en la que d representa el número de diferencias aplicadas hasta convertir la serie temporal en estacionaria.

$$\Phi_p(B)(1 - B)^d x_t = \Phi_0 + \theta_q(B)e_t \quad 6-72$$

En un modelo ARIMA, los parámetros de los términos auto-regresivo y de media móvil se estiman por procedimientos de mínimos cuadrados no lineales.

Modelos SARIMA.

A pesar de que el operador diferencia permite eliminar el comportamiento periódico de una serie temporal, esto no es suficiente para poder modelar series temporales que incluyan también tendencias en la estacionalidad.

Es por esto por lo que se incluyen nuevos términos para representar ese comportamiento estacional, siendo el índice de estacionalidad, s , el periodo estacional, que es múltiplo del que existe en observaciones siguientes de la variable en la serie temporal x . Los nuevos términos introducidos representan un comportamiento auto-

regresivo, con los valores retrasados en el tiempo un múltiplo del índice de estacionalidad, una diferenciación con dichos valores y una media móvil referida también a dichos valores.

El modelo resultante se designa como modelo SARIMA (modelo ARIMA con estacionalidad multiplicativa) o $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$.

$$\Phi_p(B)\Phi_p(B^s)(1 - B^s)^D(1 - B)^d x_t = \Phi_0 + \theta_q(B)\theta_Q(B^s)e_t \quad 6-73$$

Teniendo en cuenta que:

- p = orden de un modelo auto-regresivo AR
- d = orden de diferenciación en la parte regular o no estacionaria de la serie
- q = orden de un modelo promedio móvil MA
- P = orden de un modelo auto-regresivo estacional SAR
- D = orden de diferenciación en la parte estacional de la serie
- Q = orden de un modelo promedio móvil estacional SMA

Identificación de modelos ARIMA.

Se trata de identificar los componentes que definen el modelo ARIMA: p , d , q , P , D y Q . El índice de estacionalidad vendrá determinado por la naturaleza de la variable de la serie temporal. Por ejemplo, para el caso de la predicción de la afluencia parece razonable que el índice de estacionalidad, en el caso de que pueda ser considerado, sea el correspondiente a 24 horas. La serie temporal de afluencia puede presentar componentes estacionales para los casos donde aparezcan fenómenos repetitivos como picos de afluencia a cierta hora del día por la existencia de eventos programados de gran atracción de público.

Básicamente, los pasos que hay que seguir para identificar un modelo ARIMA son los que se describen a continuación.

En primer lugar se representará gráficamente la serie temporal. Esto permite evidenciar datos anómalos u observaciones anormales así como un comportamiento no estacionario en la media o en la varianza. Los datos anómalos pueden ser sustituidos por otros valores más ajustados al resto de valores y el comportamiento no estacionario en la varianza puede corregirse por una transformación (por ejemplo logarítmica) y el de la media puede corregirse aplicando diferenciación.

A continuación se examinan las gráficas de la función de auto-correlación y de la función de auto-correlación parcial para confirmar si es necesario aplicar otra diferenciación para obtener la estacionariedad de la serie temporal.

Cuando se ha alcanzado la estacionariedad de la serie, se procede a observar de nuevo las gráficas de las funciones de autocorrelación para determinar si queda algún patrón en la misma como por ejemplo que se presente estacionalidad lo cual se podrá determinar si los valores de las funciones de autocorrelación son significativamente diferentes de cero para múltiplos del índice de estacionalidad.

A partir de las gráficas de las funciones de autocorrelación se puede determinar también los valores de los parámetros p y q del modelo ARIMA.

Para aquellos casos en los que es posible ajustar varios modelos, cumpliendo las condiciones de estacionariedad de la serie y cuando además las gráficas de las funciones de autocorrelación no quedan suficientemente claras como para determinar el orden de los parámetros p y q , puede utilizarse algún criterio de selección adecuado para elegir entre los posibles modelos. Uno de estos criterios es el criterio de información de Akaike, que penaliza aquellos modelos que requieren un mayor número de parámetros.

Siendo n el número de observaciones, m el número de parámetros del modelo, AIC el coeficiente de Akaike y MSE el error cuadrático medio de los residuos, el coeficiente se calcula como indica la expresión siguiente:

$$AIC = n \ln(MSE * n) + 2m \quad 6-74$$

Se selecciona aquel modelo que presenta un menor valor del AIC.

Modelos ARIMA multivariantes.

Este tipo de modelos es apropiado cuando se busca predecir los nuevos valores de varias series temporales cuyos valores están relacionados entre sí. Los modelos multivariantes están descritos por expresiones similares a los univariantes, con la excepción de usar vectores para las series temporales y matrices para los coeficientes.

Este tipo de modelos es de tratamiento complejo para la previsión de la afluencia aunque podría presentar interés si se desea prever los valores de afluencia a un evento de manera conjunta junto con otra u otras variables cuyos valores futuros se deseen conocer y que tengan relación con la afluencia.

Modelos con variables exógenas.

Esta clase de modelos ARIMA incluye como variable explicativa otra serie temporal distinta a la que queremos modelar, adquiriendo el acrónimo ARIMAX o la denominación de modelo de regresión dinámica. En este tipo de modelos, la variable cuyos valores futuros se desean conocer, es función de sus valores pasados y de los valores presentes y pasados de la variable o variables explicativas.

A continuación se desarrolla el caso más general de relación entre la variable a predecir y la variable explicativa. Los modelos ARIMA que se han descrito en los apartados anteriores no son más que casos particulares del modelo general.

Si y es la variable que queremos predecir, y x es la variable explicativa, la relación entre ambas se puede expresar la relación entre ambas por medio de siguiente la ecuación en la que aparece también un término de error, e . El valor de los operadores polinomiales de retardo, $A(B)$, $H(B)$, $I(B)$, $J(B)$ y $K(B)$ aparece reflejado en las ecuaciones siguientes:

$$A(B)y_t = \frac{H(B)}{K(B)}x_t + \frac{I(B)}{J(B)}e_t \quad 6-75$$

$$A(B) = 1 + a_1B + a_2B^2 + \dots + a_{na}B^{na} \quad 6-76$$

$$H(B) = h_1B + h_2B^2 + \dots + h_{nh}B^{nh} \quad 6-77$$

$$I(B) = 1 + i_1B + i_2B^2 + \dots + i_{ni}B^{ni} \quad 6-78$$

$$J(B) = 1 + j_1B + j_2B^2 + \dots + j_{nj}B^{nj} \quad 6-79$$

$$K(B) = 1 + k_1B + k_2B^2 + \dots + k_{nk}B^{nk} \quad 6-80$$

La ecuación anterior representa el caso más general de la relación entre la variable a predecir y la exógena. Esta relación está caracterizada por los parámetros na , nh , ni , nj y nk , además de todos los coeficientes de los operadores polinomiales. Alguno de los parámetros puede ser nulo, por lo que el modelo general se puede particularizar dando lugar a distintos modelos que reciben denominaciones como ARX (auto-regresivo con variable exógena), ARMAX (auto-regresivo con media móvil y variable exógena) y ARIMAX (auto-regresivo integrado con media móvil y variable exógena)

Para identificar un modelo con una estructura de este tipo para una serie de tiempo concreta, se diseñan modelos con diferentes valores para los parámetros, determinándose cuál es el más adecuado por medio de algún criterio, como el AIC.

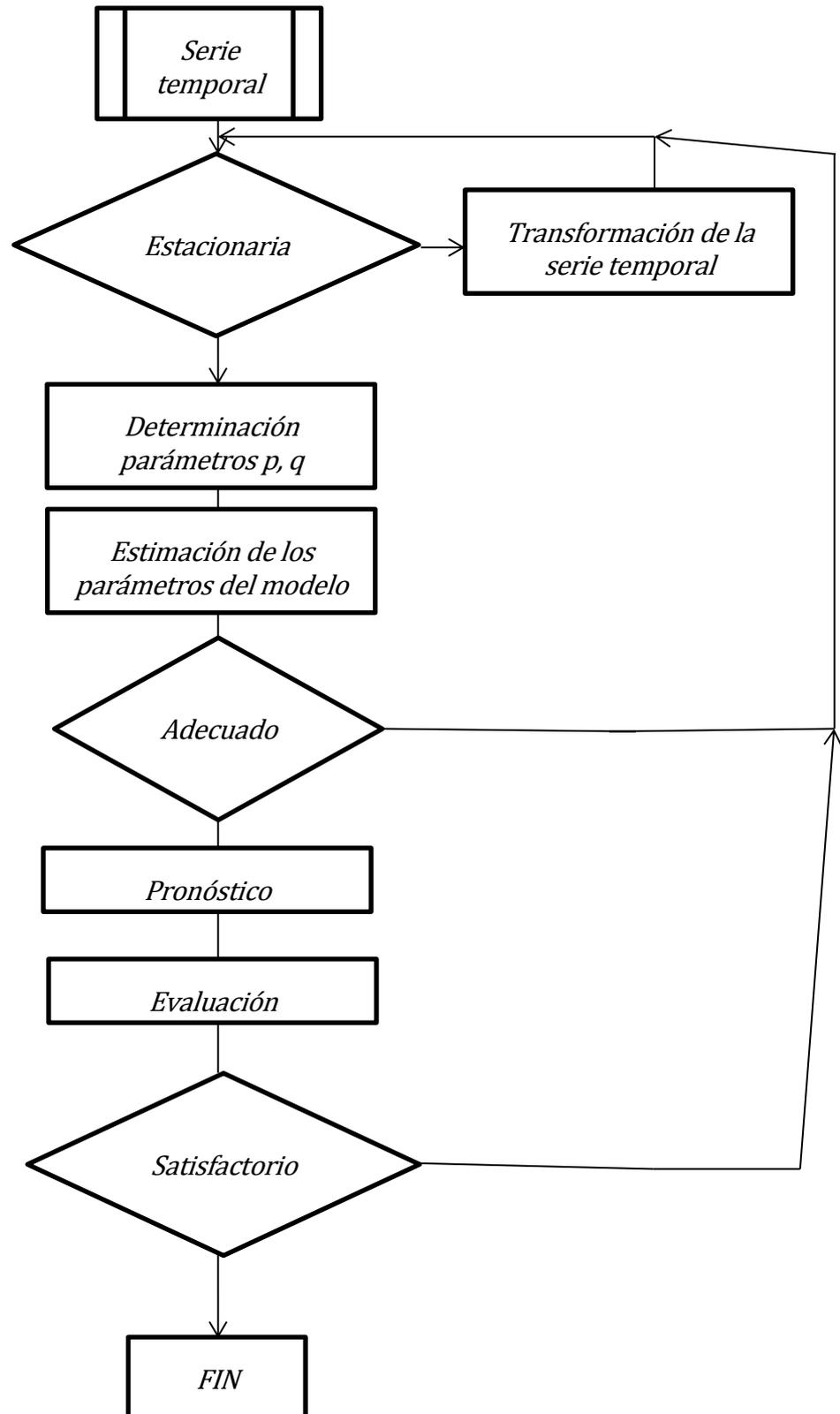
Ventajas e inconvenientes de los modelos ARIMA.

La principal ventaja que presentan los modelos ARIMA con respecto a otras técnicas, es la posibilidad que ofrecen de proporcionar intervalos de confianza de sus predicciones. Por otra parte, existe gran variedad de software específico para implementarlo.

El principal inconveniente es que son modelos lineales, lo que dificulta que puedan modelar suficientemente bien todos los problemas. Además, la adecuada selección de la estructura del modelo y los valores de algunos

de los parámetros exige una gran experiencia. También es conveniente tener en cuenta que son modelos muy sensibles a datos anómalos, lo que obliga a pre-procesar la serie temporal para detectarlos y corregirlos antes de alimentar el modelo de predicción.

A continuación se representa mediante un diagrama de flujo la manera de proceder para efectuar previsiones mediante los métodos descritos en los apartados anteriores.



6.5 Métodos cuantitativos. Distribución de probabilidad

Los modelos de previsión de la afluencia basados en distribuciones de probabilidad se construyen ajustando los datos de cada periodo a una función de distribución de probabilidad continua a partir de la cual se puede calcular la probabilidad de que la variable aleatoria sea menor igual a un valor dado. Como se ha mencionado anteriormente, la afluencia es una variable aleatoria puesto que sus valores no se pueden predecir de manera exacta ya que se ven influenciados por diversos, y por lo tanto, la ocurrencia de ciertos valores solo puede expresarse en términos de probabilidad. Este método parte de la hipótesis de que los datos de la muestra son independientes entre sí, condición que se debe verificar antes de aplicar el procedimiento de ajuste a una distribución.

Hay que tener en cuenta que si la muestra de datos se ajusta a una distribución de probabilidad concreta, se pierde la secuencia cronológica en que ocurren los valores de la variable aleatoria. Una alternativa para conservar la secuencia cronológica de los valores de la variable aleatoria bajo estudio es ajustar los datos de los subperiodo de manera individual.

6.5.1 Método de momentos (MOM).

Este método tiene como objetivo obtener aproximaciones de los parámetros poblacionales desconocidos a partir de la igualdad de momentos de la muestra y momentos poblacionales. Por lo tanto, se igualarán tantos pares de momentos como parámetros poblacionales tengamos que estimar y como resultado se obtendrá un sistema de n ecuaciones con n incógnitas que son los parámetros a estimar.

Este método condiciona su validez, como se ha puntualizado anteriormente, a que los valores muestrales sean independientes. Los momentos poblacionales los conoceremos por el tipo de distribución que sigue la muestra.

Al forzar la igualdad de los momentos correspondientes se cumplirán las principales propiedades de los estimadores, es decir, la característica de ser centrados y eficientes. Esto se dará para los momentos centrales de primer orden (las medias) y los momentos centrales de segundo orden (las varianzas).

Sea $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$ una muestra aleatoria de una población con una función de probabilidad $f(x)$ con $k = 1, 2, 3 \dots$ se tiene que la componente k -ésima de la población o de la distribución $f(x)$ es $E(X^k)$. El k -ésimo momento muestral es $\left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n x_i^k$

Por consiguiente el primer momento de la población es $E(X) = \mu$ y el primer momento muestral es $\frac{\sum x_i}{n} = \bar{x}$.

Los segundos momentos de la población y la muestra son $E(X^2)$ y $\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}$ respectivamente.

6.5.2 Método de estimación de máxima verosimilitud (MLE).

La función de verosimilitud da una medida de cuán probable es que la muestra observada sea una función de los valores de un parámetro concreto. Para valores altos de probabilidad, se obtienen los valores del parámetro con los es más probable que la muestra observada haya sido generada. Estas estimaciones pueden coincidir con las obtenidas por el método de los momentos.

Se denomina función de verosimilitud o función de densidad muestral, a la función generada a partir del producto de las funciones de probabilidad particularizada para los valores muestrales. Si la población tiene por función de probabilidad $f(x, a, b)$ en la que x es la variable del suceso favorable y a, b , los parámetros poblacionales que se quiere estimar y sea la muestra $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$ con frecuencias $f_1, f_2, f_3 \dots f_n$; entonces la función de verosimilitud V viene dada por la siguiente expresión:

$$V = [f(x_1, a, b)]^{f_1} [f(x_2, a, b)]^{f_2} [f(x_3, a, b)]^{f_3} \dots [f(x_n, a, b)]^{f_n} \quad 6-81$$

El método de máxima verosimilitud busca maximizar esta función, con respecto a los parámetros a estimar, por procedimientos matemáticos conocidos. Dada la forma de la función V , se puede hacer uso de la propiedad de que el máximo de una función coincide con el máximo del logaritmo de la misma función. De esta forma, el cálculo del estimador máxima verosimilitud se obtiene al resolver el sistema:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial(\ln V)}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial(\ln V)}{\partial b} = 0 \end{bmatrix} \quad 6-82$$

6.5.3 Criterios de validación.

Test de Chi cuadrado χ^2 .

Esta prueba se utiliza tanto para distribuciones discretas como continuas.

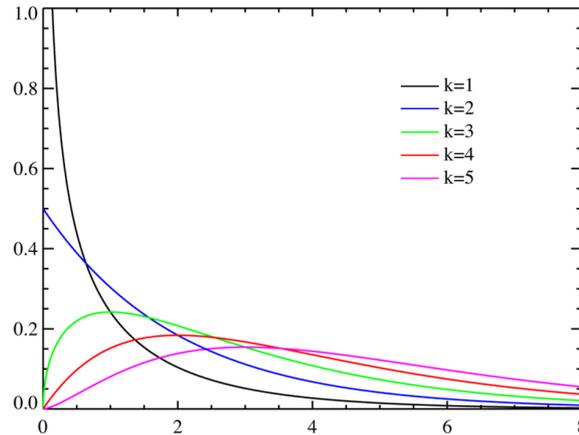


Figura 6-10. Distribución Chi cuadrado.

- H_0 : La variable a pronosticar se modela mediante la distribución de probabilidad $f(x)$.
- H_1 : La variable no se modela mediante la distribución de probabilidad $f(x)$.

Los grados de libertad se calculan así de la siguiente manera:

$$gdl = (r - 1)(c - 1) \quad 6-83$$

Teniendo en cuenta que:

- **r**, número de filas en la tabla de frecuencias observadas
- **c**, número de columnas

La hipótesis nula de la prueba Chi-cuadrado propone una distribución de probabilidad concreta como modelo para la población que ha generado la muestra.

Este contraste se realiza mediante una tabla de frecuencias. Para cada valor o intervalo de valores se indica la frecuencia observada O_i . Se supone que la hipótesis nula es cierta y con ello se calcula para cada valor o intervalo de valores la frecuencia absoluta que cabría esperar o frecuencia esperada $E_i = n * p_i$; expresión en la que **n** es el tamaño de la muestra y p_i la probabilidad del *i*-ésimo valor o intervalo de valores según la hipótesis nula.

La prueba viene dada por la siguiente expresión:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad 6-84$$

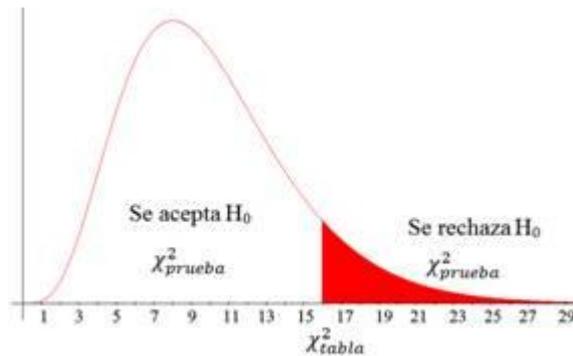


Figura 6-11. Prueba de Chi cuadrado.

Si las frecuencias observadas coinciden o se aproximan a las esperadas, el valor de χ^2 tiende a cero. Por el contrario, si las frecuencias observadas difieren significativamente de las esperadas el valor estadístico de χ^2 será positivo y más grande cuanto mayor sean las diferencias entre las frecuencias y consecuentemente aumentará la probabilidad de rechazar la hipótesis nula. No se puede usar la prueba χ^2 cuando el valor esperado es menor que 5 o el tamaño muestral es menor que 30.

El nivel de confianza es fijado por el desarrollador, y generalmente se establece en un nivel de 95% ($\alpha=0.05$) o del 99% ($\alpha=0.01$). El criterio de rechazo de la hipótesis nula debe establecerse previamente al análisis de datos y no subordinarlo a resultados de la investigación.

Test de Kolmogorov–Smirnov.

Se emplea para distribuciones continuas y tiene la ventaja con respecto a otras pruebas de que trabaja directamente con la función de distribución empírica encontrada a partir de los valores de la muestra y como consecuencia no requiere la agrupación de los valores en intervalos. Formalmente, esta prueba no se debe utilizar si los parámetros de la distribución han sido estimados, aunque en la práctica se utiliza aunque los parámetros no sean conocidos.

- H_0 : La distribución observada se ajusta a la distribución teórica.
- H_1 : La distribución observada no se ajusta a la distribución teórica.

Para efectuar esta prueba se construye una función de distribución acumulativa $S(x)$, a partir de los valores de la muestra. También se formula una hipótesis sobre la función de distribución acumulativa teórica $F(x)$ tomando la que mejor pueda representar el valor de la muestra. A continuación se descomponen en intervalos los valores de la muestra y se calcula el valor de y según esta expresión:

$$y = \max_i [F(x_i) - S(x_i)] \quad 6-85$$

Seguidamente se escoge el valor de α , y se rechaza la hipótesis si $y > y_{n,\alpha}$ teniendo en cuenta que $y_{n,\alpha}$ es el valor crítico.

Se tiene que:

$$y^+ = \max \left[\frac{i}{n} - F(x_i) \right]_{1 \leq i \leq n} \quad 6-86$$

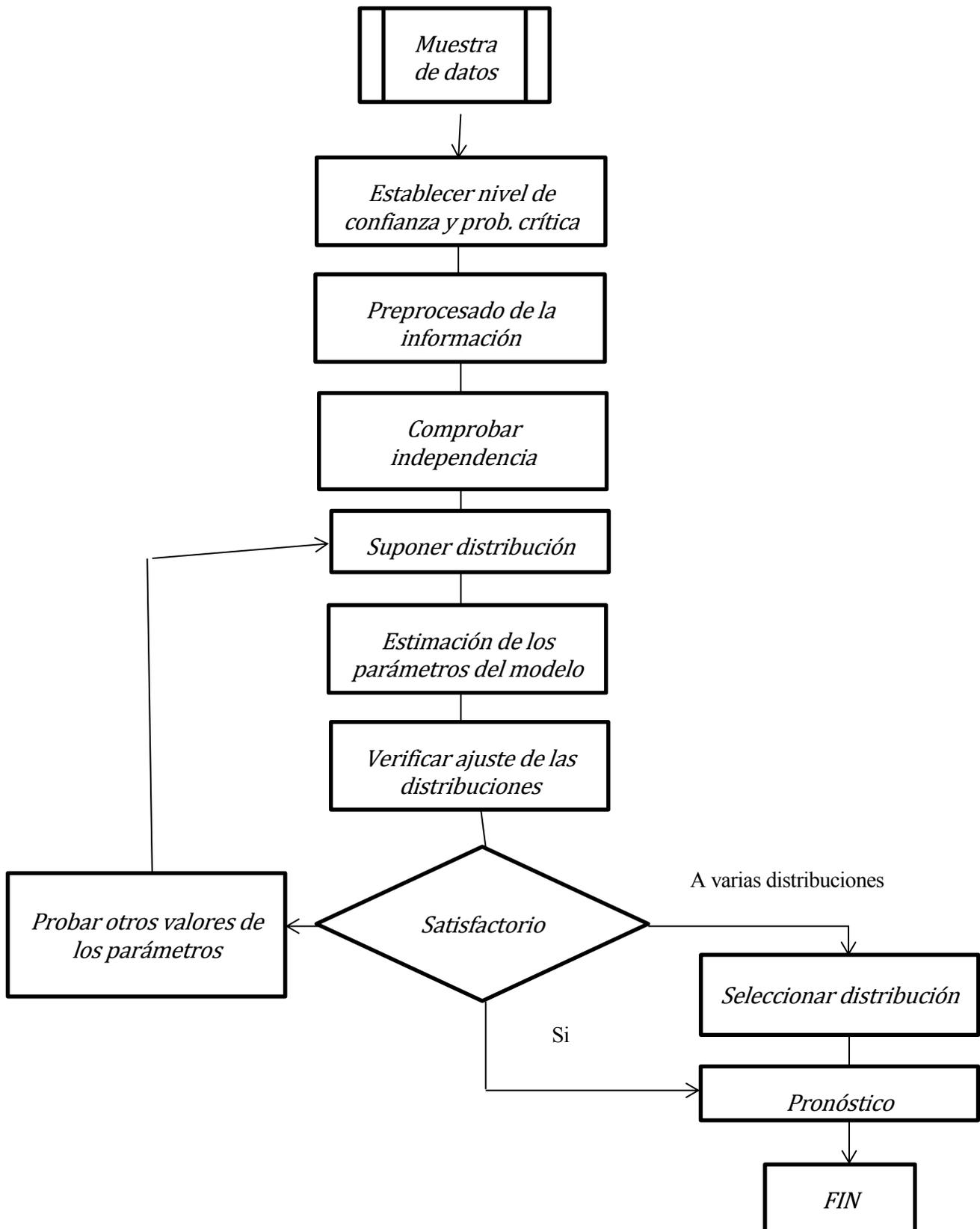
$$y^- = \max \left[F(x_i) - \frac{i-1}{n} \right]_{1 \leq i \leq n} \quad 6-87$$

Definiendo P'

$$P' = P(y > y_{abs}/H_0 \text{ es cierta}) \quad 6-88$$

- Si $P' \geq \alpha$ aceptar H_0
- Si $P' < \alpha$ rechazar H_0

A continuación se representa mediante un diagrama de flujo la manera de proceder para efectuar previsiones mediante el ajuste a una distribución probabilística.



6.6 Métodos cuantitativos. Redes neuronales artificiales

Los modelos ARIMA, descritos en el anterior apartado, presentan la principal limitación el hecho de que sean modelos lineales, lo que provoca que se cometan imprecisiones en la predicción de variables de naturaleza no lineal. Bien es cierto que en la literatura especializada se puede encontrar modelos derivados de la metodología ARIMA, pero de carácter no lineal. Así existen modelos auto-regresivos no-lineales (NAR) y modelos auto-regresivos no-lineales de media móvil (NARMA). Estos modelos están basados en las series de Volterra, y aunque son modelos no lineales, son lineales en los parámetros por lo que éstos se puedan estimar con los mismos métodos que se emplean en los modelos lineales como por ejemplo por mínimos cuadrados.

Pero los modelos NARMA también tienen limitaciones ya que sólo son precisos representando ciertos tipos de no linealidades, por lo que no se pueden aplicar a cualquier tipo de problema de predicción. Las redes neuronales artificiales superan esa limitación ya que proporcionan aproximaciones de cualquier tipo de funciones incluyendo, evidentemente, las no lineales.

Las redes neuronales artificiales son sistemas inspirados en los sistemas neuronales biológicos y constan de un conjunto de elementos simples de procesamiento, denominados neuronas o nodos, conectados entre sí por uniones que tienen asignado un valor numérico modificable llamado peso. Cada neurona puede recibir información de otras neuronas o de una entrada externa, y a su vez generar información en una salida que puede servir de información de entrada a otras neuronas. El procesamiento que cada neurona efectúa con la información que recibe consiste en generar un valor de salida que es una combinación lineal de los valores de sus entradas.

En la ecuación que se presenta a continuación y_i representa el valor de la salida de la neurona i , x_j es el valor de la entrada j ; w_{ij} es el peso de la conexión entre las neuronas i y j ; θ_i es el umbral o sesgo de la neurona; y f_i es lo que se denomina la función de activación. Esta función de activación puede ser lineal, aunque en general es de tipo no lineal.

Esa no linealidad de la función de activación constituye la base para que una red neuronal puede proporcionar buenas aproximaciones de funciones no lineales.

$$y_i = f_i(\sum_j^n w_{ij} x_j - \theta_i) \quad 6-89$$

Las redes neuronales pueden clasificarse en redes unidireccionales y redes recurrentes, en función de cómo estén realizadas las conexiones entre neuronas: en las redes unidireccionales las neuronas están conectadas siguiendo el sentido desde la entrada hacia salida de información; las redes recurrentes tienen conexiones entre neuronas en el sentido contrario también. Formalmente, una red neuronal unidireccional sería aquella en que numerando las neuronas comenzando por las que constituyen la entrada de la red y acabando por las que constituyen las salidas, no hay ninguna neurona que tenga como entrada la salida de otra neurona a la que se le haya asignado un número mayor al suyo. En las redes recurrentes es imposible realizar ese esquema de numeración.

La estructura de una red neuronal viene dada por la disposición de las neuronas y de sus funciones de activación. Las neuronas se agrupan en capas, denominándose capas ocultas todas las capas intermedias entre la capa de entrada y la capa de salida. El conjunto de valores que se inyecta a las neuronas de la capa de entrada, correspondientes a las entradas del sistema, recibe la denominación de valor del vector de entradas.

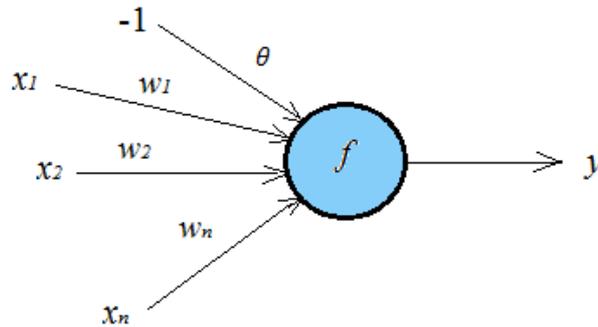


Figura 6-12. Esquema de una neurona.

Lo que caracteriza las redes neuronales es su capacidad de aprendizaje. Este aprendizaje consiste en el ajuste de los pesos de las conexiones entre las neuronas de forma iterativa para conseguir reproducir las relaciones existentes entre pares de valores de vectores de entradas-salidas. También busca encontrar patrones comunes en datos de entrada para poderlos clasificar en base a dichos patrones. Existen distintos tipos de aprendizajes:

En el aprendizaje supervisado se suministran a la red neuronal la información del vector de entradas y del vector de salidas que se corresponda con dichos datos de entrada. Durante el proceso de aprendizaje, la red neuronal ajusta recursivamente el peso de las conexiones con el objetivo de minimizar el error entre los valores del vector de salidas de la red neuronal y los valores del vector de salidas esperado.

En el aprendizaje no supervisado la red neuronal no recibe ningún valor esperado del vector de salidas, basándose el aprendizaje en la búsqueda en los valores del vector de entradas alguna propiedad o correlación que permita clasificarlos de acuerdo a cierto patrón repetitivo.

El aprendizaje reforzado el valor del vector de salidas esperado no es suministrado. Sólo se proporciona la información de si el valor del vector de salidas es igual o no al esperado. Es por lo tanto un caso particular de aprendizaje supervisado.

6.6.1 Perceptrones multicapa.

El perceptrón multicapa o red neuronal MLP es un tipo de red neuronal unidireccional en el que las neuronas se encuentran dispuestas en capas, de forma que una neurona situada en una capa sólo puede tener como entradas las salidas de la capa precedente y su salida sirve de entrada para neuronas de la siguiente capa. Este tipo de redes neuronales puede utilizarse como herramienta de clasificación o de aproximación de funciones.

Una red neuronal MLP puede tener varias capas ocultas, aunque con una sola capa oculta debería ser capaz de aproximar, con un pequeño error, cualquier función continua lineal o no que esté acotada, y con dos capas ocultas, cualquier función continua. La disposición de las neuronas y las conexiones en este tipo de red neuronal se representa en la siguiente figura:

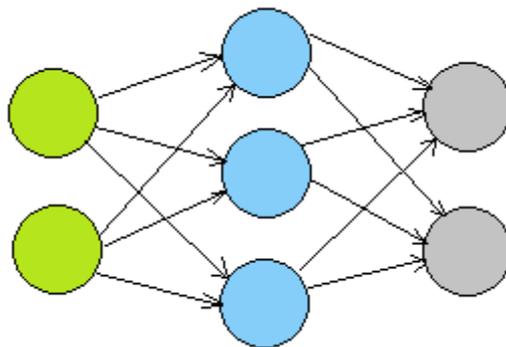


Figura 6-13. Perceptrón.

El diseño de una red neuronal perceptrón pasa por la selección del número de capas ocultas y del número de

neuronas que compone cada capa. Cuanto mayor sea el número de capas y de neuronas, mayor será la capacidad de la red de ajustar cualquier función en principio, aunque aumentará el tiempo necesario de entrenamiento y, se incurren en el riesgo de sobre-entrenar la red. El sobre-entrenamiento implica que la red neuronal se ajusta perfectamente los valores que se le han dado en el vector de entradas, proporcionando el valor deseado del vector de salidas o un valor relativamente muy próximo, pero se ha amoldado en exceso a esos datos perdiendo su capacidad de generalización en la estimación futura de otros vectores de entrada. Cualquier valor del vector de entradas diferente de los utilizados en el entrenamiento puede dar malos resultados en este caso.

Existen diversas técnicas y estrategias de entrenamiento de las redes neuronales con esta arquitectura. El más extendido es el de retropropagación del error, que ha sido adaptado al entrenamiento de más tipos de redes neuronales además del perceptrón.

La técnica de retropropagación de error consiste en actualizar los pesos de las conexiones entre neuronas en proporción a su contribución al error. Existen dos variantes en la aplicación de esta técnica. En primera la versión conocida como “on-line”, la actualización de los pesos de la red neuronal se realiza tras la inyección de cada valor del vector de entradas. En la segunda versión que se denomina “off-line”, la actualización de los pesos de la red neuronal se realiza tras la inyección de todo el conjunto de valores del vector de entradas de los datos de entrenamiento.

Si la actualización de los pesos de la red neuronal se realiza tras la inyección de cada valor del vector de entradas, la variación del peso para el valor del vector de entradas n , $\Delta w_{ij}(n)$, de la conexión entre las neuronas i y j , viene dada por la ecuación siguiente, en la que η se corresponde con el llamado factor de aprendizaje, δ_j es el gradiente del error en la neurona j , $o_i(n)$ es el valor de la salida de la neurona i para el valor del vector de entradas n , α es un coeficiente llamado momento y $\Delta w_{ij}(n - 1)$ representa la variación del peso de la conexión entre las neuronas i y j para el valor del vector de entradas $n-1$.

$$\Delta w_{ij}(n) = \eta \delta_j o_i(n) + \alpha \Delta w_{ij}(n - 1) \quad 6-90$$

El gradiente de error para una neurona de la capa de salida es el producto entre la derivada de la función de error escogida y de la función de activación de la neurona. El gradiente de error para una neurona de una capa oculta es igual a la suma ponderada de los gradientes de error de las neuronas con las que conecta dicha neurona en su salida.

El valor del peso de la conexión entre las neuronas i y j para el siguiente valor de vector de entradas, $(n+1)$, viene dado por la ecuación siguiente.

$$w_{ij}(n + 1) = w_{ij}(n) + \Delta w_{ij}(n) \quad 6-91$$

Los coeficientes η y α , tiene un rol importante en el entrenamiento de la red neuronal. Ambos son constantes. Es conveniente tener en cuenta que un alto valor del factor de aprendizaje, η , provoca que la red se adapte rápidamente a cambios en las entradas, pero puede inducir inestabilidades a partir de cierto valor. Por el contrario, un factor de aprendizaje bajo alarga tiempo necesario para el entrenamiento.

En cuanto al coeficiente α , este describe el incremento o reducción de peso que se añade en la siguiente actualización de pesos. Un bajo valor del momento hace que el entrenamiento se vuelva inestable ya que hará fluctuar los pesos en demasía. El máximo valor para el momento es la unidad, y los valores usuales los comprendidos entre 0.5 y 0.9.

Para evitar el sobre-entrenamiento de la red, existen varias técnicas entre las que figuran la limitación en el número de inyecciones de datos en el proceso de entrenamiento, la adición de ruido blanco sobre los valores de las variables de entrada, o la utilización de la validación cruzada.

Para llevar a cabo esta última técnica se dividen los datos disponibles en dos grupos: entrenamiento y validación cruzada. Los datos del primer grupo se utilizan durante la fase de entrenamiento mientras que se presentan a la red neuronal tras cada inyección de entrenamiento. El proceso de entrenamiento se interrumpe cuando haya transcurrido un número predeterminado de inyecciones sin reducción del error con los datos de validación cruzada.

En la predicción de nuevos valores para series temporales sólo es necesario utilizar como variables de entrada para la red neuronal los valores pasados de la propia variable que forma la serie temporal.

6.6.2 Red neuronal unidireccional multicapa generalizada.

La red neuronal unidireccional multicapa generalizada, está formada por capas de neuronas con conexiones unidireccionales pero a diferencia de la red neuronal MLP permite que haya conexiones entre neuronas de capas no consecutivas. Así, para el caso de una red neuronal unidireccional multicapa generalizada con una sola capa oculta, las neuronas de la capa de entradas también se conectan a las neuronas de la capa de salidas.

La ventaja de este tipo de red sobre la red neuronal MLP es que, para una misma arquitectura de capas y disposición de neuronas, necesita menos tiempo en el entrenamiento ya que los pesos de las conexiones de las neuronas de las primeras capas de la red se pueden ajustar más rápidamente.

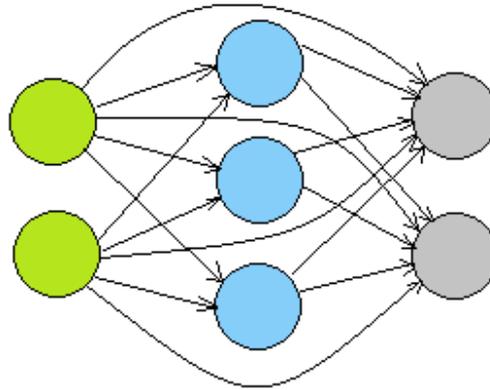


Figura 6-14. Red generalizada.

6.6.3 Red modular.

La red neuronal modular constituye una nueva variante del perceptrón multicapa. Este tipo de red neuronal modular está compuesta de varias sub-redes multicapa en paralelo que comparten la capa de entrada y la capa de salida aunque existe independencia entre las capas ocultas. El valor del vector de salidas de la red neuronal general se obtiene por combinación lineal de los valores de los vectores de salidas de las sub-redes.

En el aprendizaje, cada sub-red neuronal puede ocuparse de ajustar los valores de su vector de salidas para un conjunto de valores del vector de entradas, mejorando el funcionamiento de la red neuronal globalmente. Por otra parte, para un mismo número total de neuronas, el tiempo de entrenamiento de una red neuronal modular es menor que el necesario para una red neuronal MLP, ya que el número de conexiones entre neuronas es menor para la red neuronal modular.

Una variante de red modular, es aquella en la que un conjunto de redes compiten entre sí, y existe una red no lineal encargada de seleccionar la red que debe activarse en cada periodo de tiempo. Esta última red no lineal es la llamada red maestra.

6.6.4 Red neuronal con función de activación de base radial.

La red neuronal con función de base radial, es una red con tres capas de neuronas: la capa de entrada, una capa oculta y la capa de salida. Además, es unidireccional y sólo se permiten conexiones entre neuronas de capas consecutivas en el orden de entrada a salida. La principal diferencia de este tipo de redes con respecto a la red perceptrón estriba en la función de activación.

A diferencia de en una red neuronal MLP, en una red de base radial las neuronas de la capa oculta calculan la distancia euclídea entre el valor del vector de entradas y un valor del vector previamente almacenado en cada neurona, que recibe el nombre de centro, aplicándose sobre esa distancia una función con forma gaussiana.

El almacenamiento del valor del centro se consigue por medio de un aprendizaje no supervisado aplicando el algoritmo "K-means". Éste método de aprendizaje selecciona un conjunto de valores del vector de entradas para actuar de centros. Se selecciona un número de valores igual al número de neuronas, que ha sido previamente establecido.

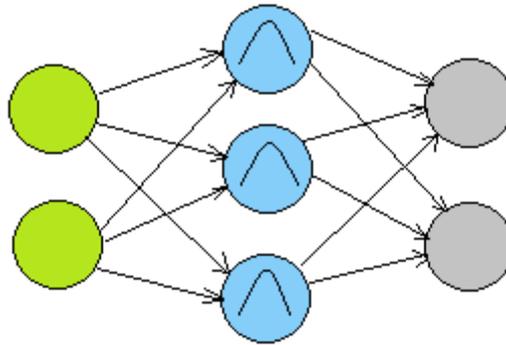


Figura 6-15. Red con función de activación de base radial.

El método de aprendizaje trata de agrupar los valores de entrada de forma que cada valor del vector de entradas pertenecerá a un único grupo, correspondiente al del centro más cercano siendo el centro de cada grupo el centroide de los valores del vector de entradas que pertenecen a dicho centro. La varianza de las funciones gaussianas se calcula como una fracción del valor medio de la distancia a los centros más cercanos.

El entrenamiento de una red neuronal de base radial consta, por lo tanto, de dos fases. En una primera fase se lleva a cabo el aprendizaje no supervisado por medio del algoritmo “K-means” anteriormente descrito. En la segunda fase se realiza un aprendizaje supervisado, por el cual se actualizan los pesos de las neuronas de la capa de salida y los de las capas ocultas, si estas capas han sido previamente utilizadas.

En general, este tipo de redes presenta la ventaja requerir menores tiempos de entrenamiento que una red perceptrón y de aproximar a similares niveles de exactitud con un menor número de neuronas.

6.6.5 Redes neuronales para el análisis de componentes principales.

En muchos procesos de tratamiento de información es necesario identificar las características principales de un conjunto masivo de entradas. Este tratamiento permite reducir la dimensión de los datos. El objetivo es reducir el tamaño del paquete de información de forma que el resultante contenga lo realmente relevante y específico que caracteriza el conjunto de datos completo.

Existen distintas técnicas propuestas para la extracción de características principales entre las cuales destaca por su uso extendido el análisis de componentes principales, una metodología de carácter estadístico.

Para un caso general de n dimensiones, las componentes principales son las proyecciones sobre las direcciones principales o de mayor varianza. Se procede, por lo tanto, a eliminar las direcciones para las cuales la varianza es muy pequeña para la población. De esta manera se posibilita la reducción de dimensión en la representación de los datos. Esta técnica garantiza que al reconstruir los datos originales tras la reducción dimensional, se obtendrá un error medio cuadrático mínimo.

Las redes neuronales construidas para el análisis de componentes principales realizan esa reducción de la dimensión del espacio de entrada mediante la proyección de la información de las neuronas de entrada sobre las neuronas de una capa oculta.

El valor del vector de salidas se calcula por combinación lineal directamente. La reducción del espacio de entrada se puede realizar aplicando la regla de Oja. Esta técnica consiste en un aprendizaje no supervisado en el que se realiza el ajuste de los pesos de las conexiones entre la capa de entradas de la red neuronal y la primera capa oculta.

Las salidas de esta primera capa oculta pueden servir como entradas de una red neuronal MLP, posibilitando una reducción en el número de entradas a la misma mediante el pre-procesado en la red neuronal para el análisis de componentes principales, la cual además garantiza que los valores de estas componentes principales carecen de correlación entre sí.

Tras la primera fase de entrenamiento no supervisado, le sigue un entrenamiento supervisado para ajustar los pesos de la red neuronal MLP que sigue a esa primera capa oculta.

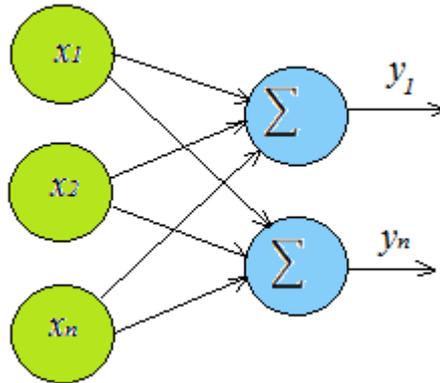


Figura 6-16. Red para análisis de componentes principales

El análisis de componentes principales permite reducir el número de valores distintos necesarios para entrenar adecuadamente la red ya que se reduce la dimensión del vector de entradas.

6.6.6 Redes neuronales recurrentes.

Las redes neuronales recurrentes, se caracterizan por no ser unidireccionales. Existen varios tipos de redes recurrentes uno de los cuales es la red de Elman o redes recurrentes simples.

Este tipo de redes parte de la estructura de una red neuronal MLP pero añadiendo una capa oculta adicional, que alberga las denominadas neuronas de contexto, cuya misión es extraer información temporal de los datos. La capa de neuronas de contexto tiene como entradas sus propias salidas y las salidas de las neuronas de la capa oculta. La capa oculta tiene como entradas las neuronas de la capa de entrada y las neuronas de la capa de contexto. Las salidas de las neuronas de la capa oculta son las entradas de la capa de salida.

El valor de la salida de una neurona de contexto, viene dado por la ecuación siguiente, en la que τ representa la constante de tiempo (limita la capacidad de la memoria) y $x(n)$ representa el valor de entrada de la neurona cuando se inyecta el n -ésimo valor del vector de entradas.

$$y(n) = \sum_{i=0}^{n-1} x(n-i)\tau^i \quad 6-92$$

La constante de tiempo es un valor comprendido entre 0 y 1. Un valor reducido de la constante de tiempo hace que el peso de las últimas entradas se reduzca muy rápidamente con un patrón exponencial. El valor óptimo de la constante de tiempo es $1-(1/D)$, donde D es la profundidad de memoria, que corresponde al número de valores previos del vector de entradas que la red neuronal habrá almacenado.

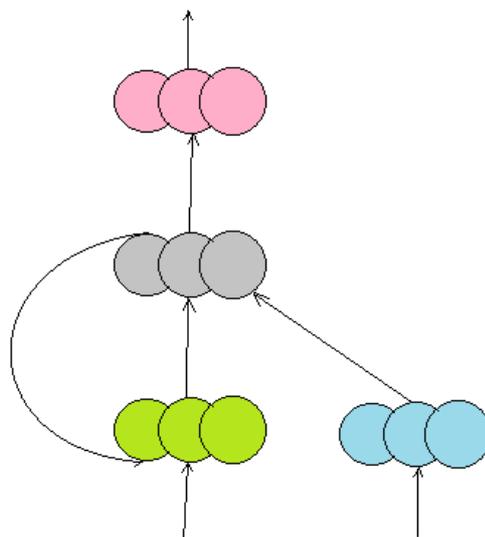


Figura 6-17. Red recurrente de Elman.

La red neuronal de Elman tiene una respuesta dinámica ya que las salidas de la red dependen del valor del vector de entradas en un instante determinado y de los valores previos.

Otra categoría de redes recurrentes está conformada por las redes retardadas en el tiempo en las que se establecen conexiones entre neuronas de una misma capa. Dentro de este tipo de redes existen las focalizadas y las no focalizadas. En las focalizadas las conexiones entre neuronas de la misma capa se dan en la capa de entrada. En las no focalizadas las conexiones entre neuronas de la misma capa se producen tanto en la capa de entradas como en las capas ocultas.

Así, en una red retardada focalizada, cuenta con una estructura que le permite mantener una memoria de la actividad de las neuronas de la red con valores previos del vector de entradas. Este tipo de redes tomo una forma similar al representado en la figura siguiente.

La red neuronal con retardo no focalizada presenta unidades de retardo no sólo en la capa de entrada, sino también en las capas ocultas, es decir, tiene memoria de los valores previos de las entradas y de los valores previos en las neuronas de las capas ocultas.

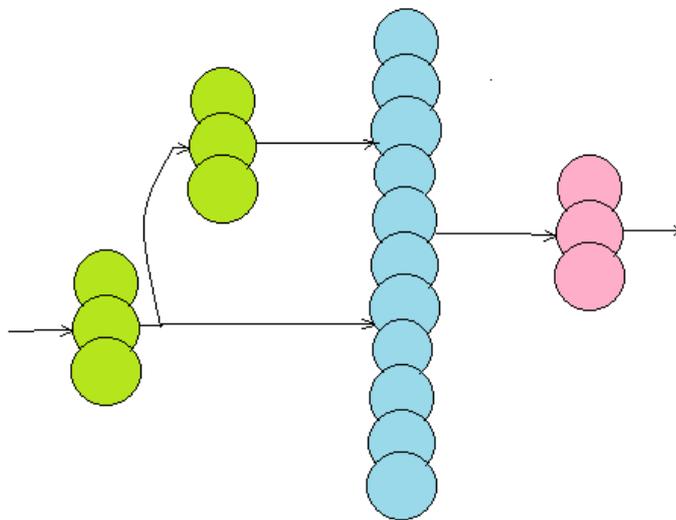


Figura 6-18. Red neuronal retardada en el tiempo focalizada.

Las redes neuronales retardadas en el tiempo tienen como principal aplicación el procesamiento de información que cambia con el tiempo, como puede ser la predicción de series temporales.

El funcionamiento de la unidad de retardo, z^{-1} , hace que el valor presente en su entrada pase a su salida con la inyección a la red neuronal de un nuevo valor del vector de entradas.

Existen otras configuraciones de redes retardadas como son la estructura de memoria Gamma y la variante Laguerre.

El entrenamiento de las redes neuronales retardadas en el tiempo se realiza, fundamentalmente, con la técnica de retro-propagación de error. El entrenamiento requiere más tiempo que en las redes unidireccionales y requiere más recursos de memoria.

La principal ventaja de las redes recurrentes retardadas en el tiempo es su menor tamaño en comparación con una red neuronal perceptrón que use la misma información temporal utilizando entradas.

Una tercera categoría de redes recurrentes se denominan redes recurrentes generales. Se caracterizan porque las neuronas de una o varias capas se realimentan a sí mismas por medio de unos pesos ajustables. Además, se puede distinguir entre redes neuronales totalmente recurrentes y redes parcialmente recurrentes. Las totalmente recurrentes son aquellas en las que todas las neuronas de una capa se realimentan a sí mismas. Una red neuronal es parcialmente recurrente cuando sólo algunas de las neuronas de una capa tienen realimentación.

Este tipo de arquitectura de redes presenta gran profundidad de memoria. En contrapartida, estas redes neuronales recurrentes pueden ser inestables durante el entrenamiento, siendo el entrenamiento más lento que el del resto de configuraciones de redes neuronales.

6.6.7 Mapas autoorganizados.

Los mapas auto-organizados son redes neuronales en cuyo entrenamiento se utiliza aprendizaje no supervisado ocupándose la propia red de procesar los datos de entrada de forma autónoma.

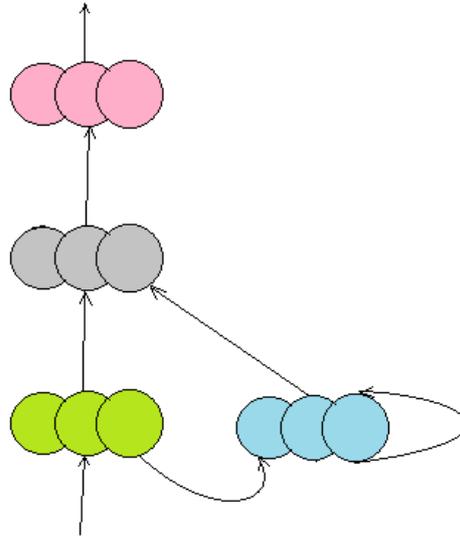


Figura 6-19. Red neuronal recurrente general.

Los mapas auto-organizados reducen las dimensiones del espacio de las entradas para obtener un espacio discreto de una o dos dimensiones que se denomina mapa, manteniendo las propiedades de la entrada. Esta reducción se realiza reconociendo los patrones de las entradas con el objetivo de representar dichas características en el mapa.

Es importante tener en cuenta que todas las neuronas de la capa de entradas se unen a todas las neuronas que conforman la capa de salidas del mapa auto-organizado.

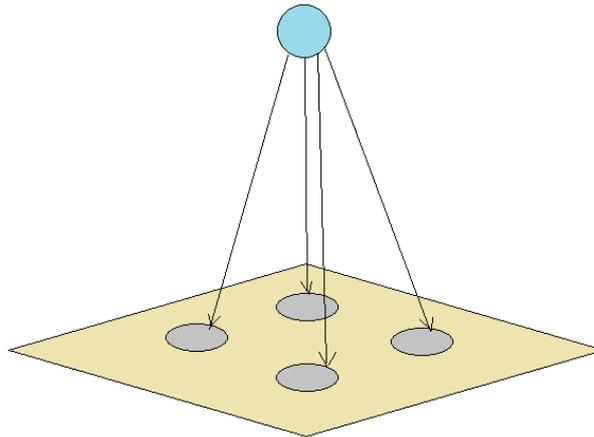


Figura 6-20. Mapa auto-organizado.

Los mapas auto-organizados es un tipo de red neuronal competitiva, ya que en función del valor del vector de entradas se activa una sola neurona de la capa de salidas que es la neurona seleccionada para ese orden de valores de entrada. En este tipo de redes, las neuronas de la capa de salidas que implementa el funcionamiento competitivo suelen ser de tipo binario (activadas-no activadas).

El funcionamiento de un mapa auto-organizado es similar al de una red competitiva, aunque además de activarse la neurona ganadora se modifican también los valores de los pesos de las conexiones de las neuronas vecinas según su proximidad a la neurona ganadora.

El objetivo de una red neuronal con estructura de mapas auto-organizados es clasificar los valores del vector de entradas en grupos de características similares.

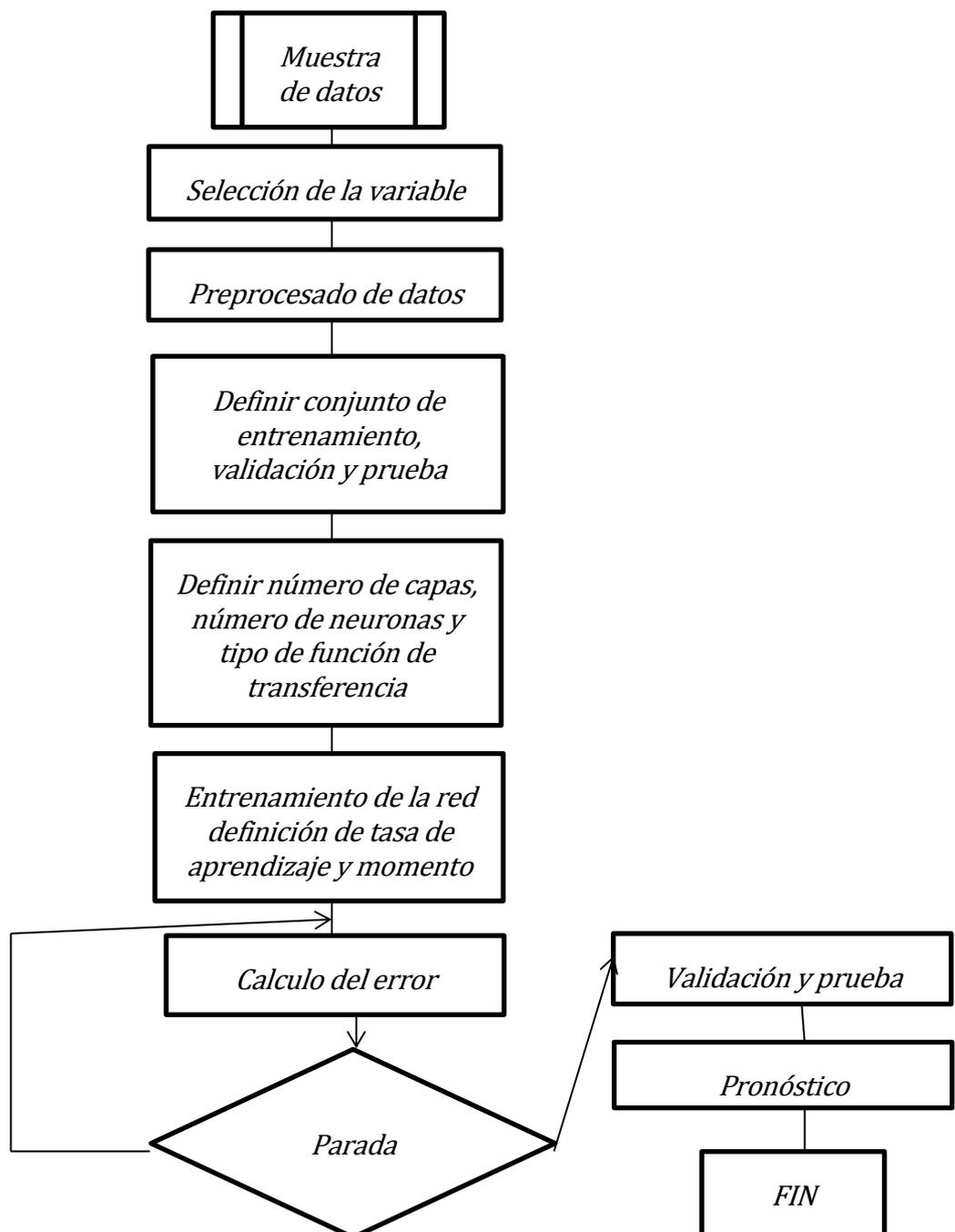
6.6.8 Modelos con redes neuronales: conclusiones.

El tratamiento de datos mediante redes neuronales posibilita realizar estimaciones de cierta precisión sin analizar las características de la muestra de datos, ya que es la propia red la que identifica las características fundamentales de los datos.

Además las redes neuronales permiten la aproximación de no-linealidades.

Son estructuras de propósito general y se adaptan a cualquier tipo de patrones, pudiendo ser reentrenados para previsiones de distintas series. Son por lo tanto muy flexibles y no requieren de expertos para ajustar sus parámetros.

Es necesario resaltar que para el correcto entrenamiento de las redes puede hacer falta una gran cantidad de datos de los cuales puede que no se disponga en función de las características del problema. Además el entrenamiento puede conducir a mínimos locales indeseables.



7 IMPLEMENTACIÓN

A continuación se procederá al análisis de un caso concreto a modo de ejemplo de aplicación de los métodos expuestos en los apartados anteriores. Los datos de los que se hace uso a continuación son los correspondientes a la serie de tiempo de afluencia diaria de personas a los recintos de la Exposición Universal de Sevilla que tuvo lugar en 1992.

En total se dispone de un conjunto de 176 datos de afluencia total al recinto del evento. Los datos de afluencia tienen en cuenta tanto los visitantes que adquirieron pase de temporada como los que ingresaron al recinto mediante entradas. Los datos que se facilitan en las tablas están en miles de personas. En cuanto a las fechas, se dispone de las observaciones de afluencia durante toda la celebración del evento que discurrió entre el 20 de abril de 1992 y el 12 de octubre del mismo año.

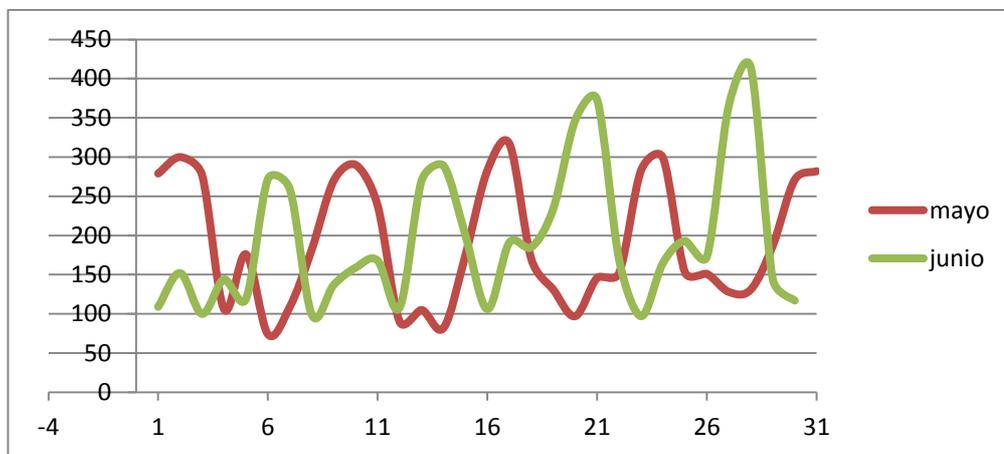


Figura 7-1. Observaciones de afluencia en mayo y junio.

En la gráfica anterior se representan las observaciones relativas a los meses de mayo y junio en las que se pueden apreciar los picos de afluencia que se corresponden con los fines de semana de cada mes.

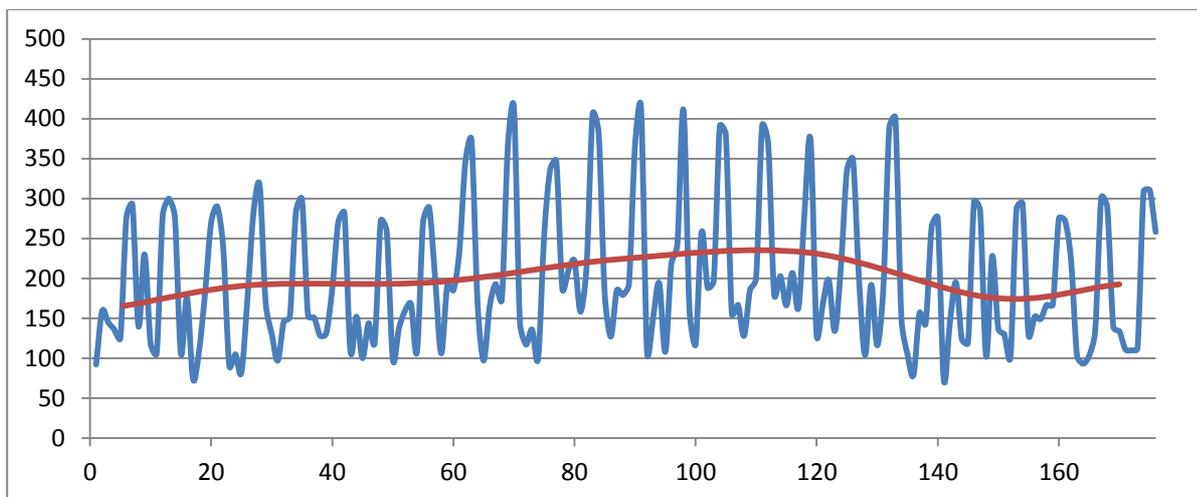


Figura 7-2. Total de las observaciones.

En la gráfica anterior se representa el total de las observaciones en azul y la media en rojo. A continuación se presenta la tabla con el total de las observaciones en miles de visitantes.

Día	Afluencia	Día	Afluencia	Día	Afluencia	Día	Afluencia
20-abr	92	10-may	290	30-may	271	19-jun	234
21-abr	159	11-may	238	31-may	282	20-jun	347
22-abr	145	12-may	90	01-jun	109	21-jun	373
23-abr	136	13-may	105	02-jun	152	22-jun	169
24-abr	125	14-may	82	03-jun	100	23-jun	97
25-abr	276	15-may	175	04-jun	144	24-jun	165
26-abr	292	16-may	283	05-jun	119	25-jun	193
27-abr	140	17-may	317	06-jun	272	26-jun	173
28-abr	230	18-may	170	07-jun	259	27-jun	366
29-abr	118	19-may	131	08-jun	99	28-jun	414
30-abr	106	20-may	97	09-jun	137	29-jun	144
01-may	279	21-may	146	10-jun	159	30-jun	117
02-may	300	22-may	152	11-jun	168	01-jul	136
03-may	277	23-may	283	12-jun	108	02-jul	100
04-may	106	24-may	299	13-jun	270	03-jul	254
05-may	176	25-may	153	14-jun	289	04-jul	337
06-may	74	26-may	151	15-jun	200	05-jul	347
07-may	109	27-may	128	16-jun	106	06-jul	187
08-may	182	28-may	131	17-jun	191	07-jul	210
09-may	270	29-may	187	18-jun	185	08-jul	222

Día	Afluencia								
09-jul	158	29-jul	258	18-ago	167	07-sep	73	27-sep	273
10-jul	214	30-jul	188	19-ago	198	08-sep	144	28-sep	224
11-jul	406	31-jul	197	20-ago	134	09-sep	195	29-sep	103
12-jul	382	01-ago	391	21-ago	214	10-sep	123	30-sep	93
13-jul	181	02-ago	380	22-ago	335	11-sep	119	01-oct	103
14-jul	127	03-ago	155	23-ago	349	12-sep	296	02-oct	134
15-jul	185	04-ago	167	24-ago	199	13-sep	285	03-oct	301
16-jul	179	05-ago	128	25-ago	104	14-sep	102	04-oct	289
17-jul	193	06-ago	186	26-ago	192	15-sep	228	05-oct	139
18-jul	366	07-ago	200	27-ago	116	16-sep	137	06-oct	134
19-jul	414	08-ago	391	28-ago	186	17-sep	130	07-oct	111
20-jul	107	09-ago	369	29-ago	389	18-sep	101	08-oct	110
21-jul	151	10-ago	179	30-ago	401	19-sep	287	09-oct	112
22-jul	194	11-ago	203	31-ago	150	20-sep	294	10-oct	309
23-jul	108	12-ago	166	01-sep	105	21-sep	129	11-oct	311
24-jul	218	13-ago	207	02-sep	79	22-sep	152	12-oct	258
25-jul	243	14-ago	163	03-sep	157	23-sep	149		
26-jul	411	15-ago	282	04-sep	143	24-sep	167		
27-jul	160	16-ago	373	05-sep	265	25-sep	167		
28-jul	117	17-ago	129	06-sep	276	26-sep	275		

Tabla 7-1. Observaciones de afluencia.

Se puede observar que los picos de afluencia en los fines de semana se repiten a lo largo de todo el periodo de celebración del evento y además, se puede apreciar cierta tendencia creciente hacia los meses de verano tanto en término medio como en los máximos.

La media de afluencia diaria al recinto está en torno a los 200.000 visitantes sin embargo, como se puede apreciar en la gráfica de afluencia total, en los fines de semana, la afluencia se incrementa notablemente. En el siguiente diagrama de barras se representan los valores de afluencia por día de la semana.

El punto azul se corresponde con la media en cada día, señalándose también el rango de valores entre el mínimo y el máximo de cada día de la semana a lo largo del periodo en que se desarrolla el evento.

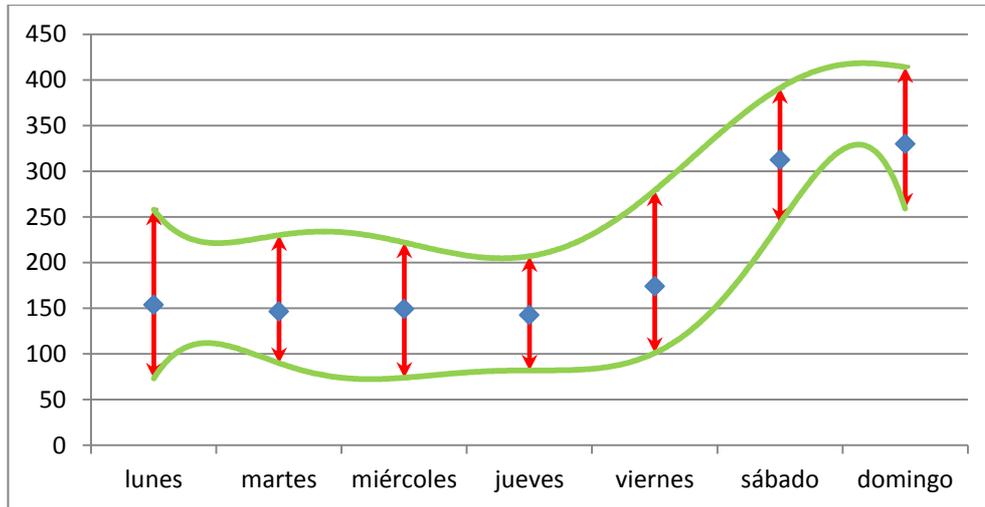


Figura 7-3. Afluencia por días de la semana.

Tras este pequeño análisis preliminar de la serie, se procede a implementar distintas técnicas con el objetivo de establecer una comparativa entre la bondad de las estimaciones proporcionadas por unas y otras. En concreto se abordará la previsión mediante una regresión múltiple y mediante redes neuronales de distintas características.

7.1 Regresión múltiple

Partiendo del modelo de regresión lineal múltiple descrita de manera genérica en el apartado 6.3.2 del presente documento, se ha procedido a una implementación adaptada a la estructura del problema de previsión de afluencia en el caso de la Exposición Universal de 1992.

El código se ha desarrollado en el software VisualBasic® en su versión número 6 y se puede encontrar en el anexo B. Este código está destinado a prever la afluencia correspondiente a las entradas para el recinto del evento bajo estudio, precindiéndose de su uso para la previsión de afluencia relacionada con los pases ya que esta porción de la afluencia no tiene una relación tan directa con las variables indicadoras como las entradas.

Los datos de variables indicadoras que harán las veces de regresores se corresponden con las reservas hoteleras en el casco urbano y en el extrarradio, los billetes de tren de renfe de llegada a la ciudad y de salida de la misma, los billetes de avión (entrada y salida) y los billetes de autobús (entrada y salida) para las fechas correspondientes. Sus valores se pueden encontrar en el anexo A del presente documento con unidades correspondientes a miles de visitantes.

Para realizar una previsión se establece que exista un mínimo de 14 observaciones de las cuales se dispongan datos en el momento de efectuar el pronóstico y se requiere de los valores de los regresores del día cuya previsión se desea realizar. Como periodo razonable para la obtención de los datos correspondientes se establece 3 días el periodo con que se deben conocer dichos datos. Por lo tanto, la previsión se realizará con 3 días de antelación y con un mínimo de 14 observaciones conocida además de los datos de los regresores para el día cuya afluencia se desea prever.

En el código se procede, en primer lugar, a leer los parámetros que se requieren de ficheros de datos para que

la inserción de parámetros sea más cómoda y flexible en el caso de desear alterar sus valores.

De la misma manera se procede con la inyección de los valores de las observaciones y los regresores. Cabe destacar que el número de observaciones (nobs) es del cual se dispone en el momento de realizar la previsión y no el total de las observaciones. El parámetro numreg se corresponde con el número de regresores que se desea utilizar para la previsión. La *t* de student (tstudent) se introduce para el posterior cálculo del intervalo de confianza de la previsión.

El flagdepura es una variable a la que si se le cambia su valor original de 0 a 1 se procede a efectuar una depuración del código en caso de fallo de tal forma que nos indica hasta qué punto de la ejecución se ha llegado, pudiendo detectar más fácilmente errores de compilación o sintaxis.

El parámetro flagfam es un indicador que se pone a uno en el caso de que entre las observaciones de que se disponga exista un día familiar o más. El segundo regresor que se corresponde con la novena variable indicadora es un indicador binario que toma valor 1 si el día es familiar. Únicamente los días 9, 20, 80, 101, 143, 149 y 162 cuentan con dicha condición.

Para el cálculo de los coeficientes de efecto parcial de los regresores sobre la afluencia se procede de la siguiente manera:

$$tras(numreg, nobs) = regres^T(nobs, numreg) \quad 7-1$$

$$aux2(numreg, numreg) = tras(numreg, nobs) * regres(nobs, numreg) \quad 7-2$$

$$inv(numreg, numreg) = aux2^{-1}(numreg, numreg) \quad 7-3$$

$$aux1(numreg, 1) = tras(numreg, nobs) * observ(nobs, 1) \quad 7-4$$

$$beta(numreg, 1) = inv(numreg, numreg) * aux1(numreg, 1) \quad 7-5$$

Teniendo en cuenta que:

- regres(nobs,numreg) es la matriz de los regresores.
- observ(nobs,1) es el vector columna de observaciones.
- beta(numreg,1) es el vector columna de coeficientes para la regresión.

En definitiva los coeficientes de regresión vienen dados por la siguiente expresión:

$$beta = (regres^T * regres)^{-1} * regres^T * observ \quad 7-6$$

Esta manera de obtener los coeficientes beta proviene de la estimación por mínimos cuadrados ordinarios, procedimiento descrito en el apartado 6.3.1.

El coeficiente $beta_i$ mide el efecto parcial del regresor i , manteniendo los otros regresores fijos. El coeficiente $beta_j$ mide el cambio en y cuando el regresor j aumenta en 1 unidad, manteniendo fijos el resto de regresores.

Para realizar las operaciones con matrices descritas anteriormente de construyen dentro del código incluido en el anexo B una serie de subrutinas que se detallan a continuación:

- traspmat(numfil, numcol, A(), B()) calcula la traspuesta de la matriz A con numfil filas y numcol columnas y la vuelca en la matriz B.
- multmat(numfil1, numcol1, numfil2, numcol2, A(), B(), C()) calcula el producto de las matrices A y B y la vuelca en C.
- inversamat(numfilcol, A(), B(), det) calcula la inversa de la matriz A y la vuelca en la matriz B.

Para la estimación de la afluencia de procede construyendo la expresión lineal siguiente:

$$y_t = B_0 + B_1x_{t1} + B_2x_{t2} + \dots + B_nx_{tn} + e_t \quad 7-7$$

Teniendo en cuenta que:

- y_t = afluencia pronosticada en el período t .
- x_{ti} = factores que influyen a la afluencia.
- e = todos los factores no considerados por las variables independientes.

- B_0 y B_i = coeficientes calculados.

Un intervalo de confianza para el parámetro B_i , viene dado por la siguiente expresión:

$$P[\hat{B}_i - t_{\alpha/2}se(\hat{B}_i) \leq B_i \leq \hat{B}_i + t_{\alpha/2}se(\hat{B}_i)] = 1-\alpha \quad 7-8$$

Teniendo en cuenta que $1-\alpha$ es el nivel de confianza del intervalo y $se(\hat{B}_i)$ es el error estándar de B_i .

$$se(\hat{B}_i) = \frac{\sigma}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}} \quad 7-9$$

Para testear el modelo se realizan pruebas para 50 días (que discurren entre el 9 de mayo y el 28 de junio de 1992). Obteniéndose los siguientes resultados (en miles de visitantes):

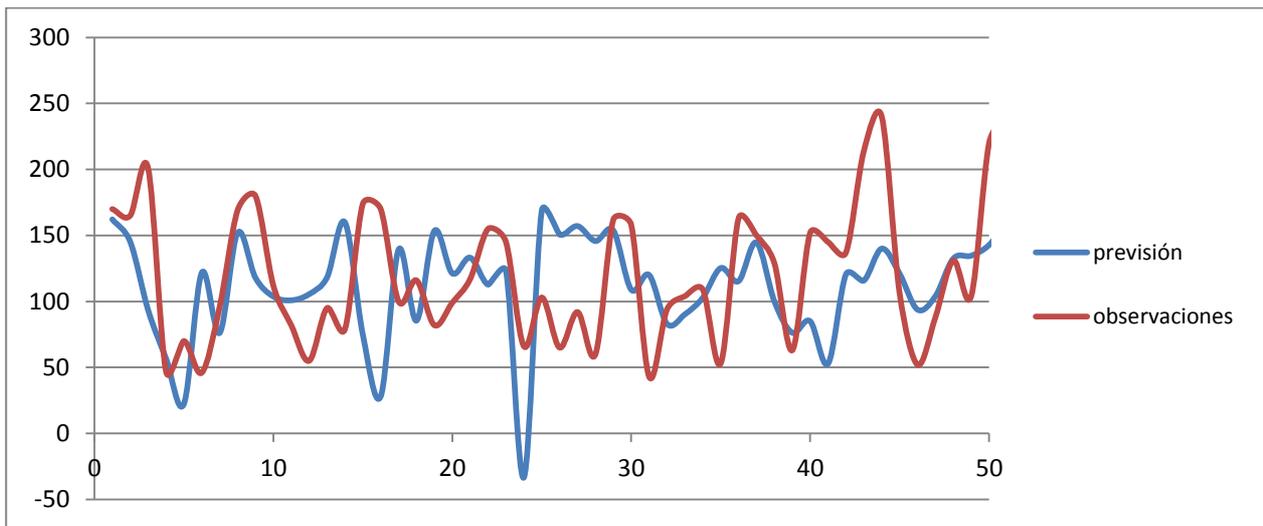


Figura 7-3. Resultados de la regresión múltiple.

El error cometido por el método para estas previsiones fue de 47,147322 (MAD o MAE). Cabe destacar que el error se puede deber tanto al error propio del método como a la falta de precisión de los valores de las variables indicadoras.

Sin embargo, hemos de tener en cuenta que los resultados de la previsión se suelen proporcionar en intervalos. Los intervalos que se utilizaron para este evento en concreto fueron de 40.000 visitantes salvo el primero que va de 0 a 110.000 visitantes.

Para los 30 días que discurren entre el día 10 y el 40 de la previsión anterior se obtuvieron los siguientes resultados:

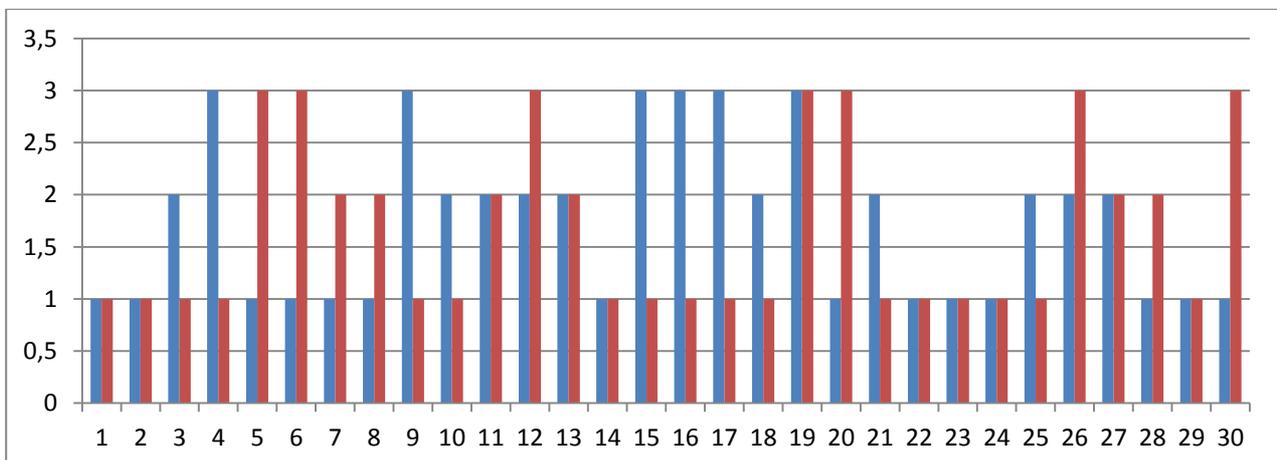


Figura 7-4. Resultados en intervalos.

Teniendo en cuenta que las previsiones están en azul y las observaciones en rojo y que los intervalos se denominaron de la siguiente manera:

1	2	3	4	5
0-110	110-150	150-190	190-230	230-270

Tabla 7-2. Intervalos de previsión.

Podemos observar la cantidad de intervalos en que la previsión erró en la siguiente tabla:

0	1	2	3	4
21	16	12	2	0

Tabla 7-3. Desviación absoluta en las previsiones.

En la siguiente tabla se puede observar cómo se distribuyeron las desviaciones:

-2	-1	0	1	2	3
5	8	21	8	7	2

Tabla 7-4. Desviación en las previsiones.

El conjunto de los resultados de la regresión múltiple se pueden encontrar en el anexo C.

7.2 Redes neuronales

Para la predicción de la afluencia, además del modelo de regresión múltiple descrito anteriormente se desarrollan a continuación una serie de estructuras en forma de red neuronal. Las redes neuronales están descritas de forma teórica en el apartado 6.6 de la presente memoria.

La codificación del modelo se realizará en el entorno Matlab®. Más concretamente se utilizarán estructuras tipo NARX (modelos no-lineales autorregresivos con inputs exógenos). Este tipo de modelos relaciona el valor de una variable en una serie temporal con valores pasados de dicha variable así como valores de las variables exógenas. Adicionalmente, el modelo introduce un término de error.

$$y_t = f(x_{1,t-1} + \dots + x_{1,t-d} + x_{n,t-1} + \dots + x_{n,t-d} + y_{t-1} + \dots + y_{t-d}) + e_t \quad 7-10$$

En caso que nos ocupa la variable y_t es la afluencia cuyo valor de pronóstico dependerá de la evolución previa de la propia afluencia junto con los valores de las variables indicadoras. Las variables indicadores son las mismas que en la regresión múltiple: reservas hoteleras en el casco urbano y en el extrarradio, los billetes de tren de renfe de llegada a la ciudad y de salida de la misma, los billetes de avión (entrada y salida) y los billetes de autobús (entrada y salida).

Este tipo de redes neuronales se encuentran dentro de las redes dinámicas o recurrentes cuya característica principal es que gozan de cierta capacidad de memoria como sistema. Este tipo de redes están descritas en el apartado 6.6.6. Dentro de las redes neuronales recurrentes encontramos las retardadas en el tiempo que tienen como principal aplicación el procesamiento de información que cambia con el tiempo, como puede ser la predicción de series temporales.

El entrenamiento de las redes neuronales retardadas en el tiempo se realiza, fundamentalmente, con la técnica de retro-propagación de error.

En nuestro caso la red tendrá 8 entradas y una variable objetivo. En principio evaluaremos una arquitectura con una capa de entrada, una capa oculta y una capa de salida. Introduciremos cierto retardo y un número inicial de 10 neuronas en la capa oculta. Con una sola capa oculta deberíamos ser capaces de establecer estimaciones con cierto nivel de bondad.

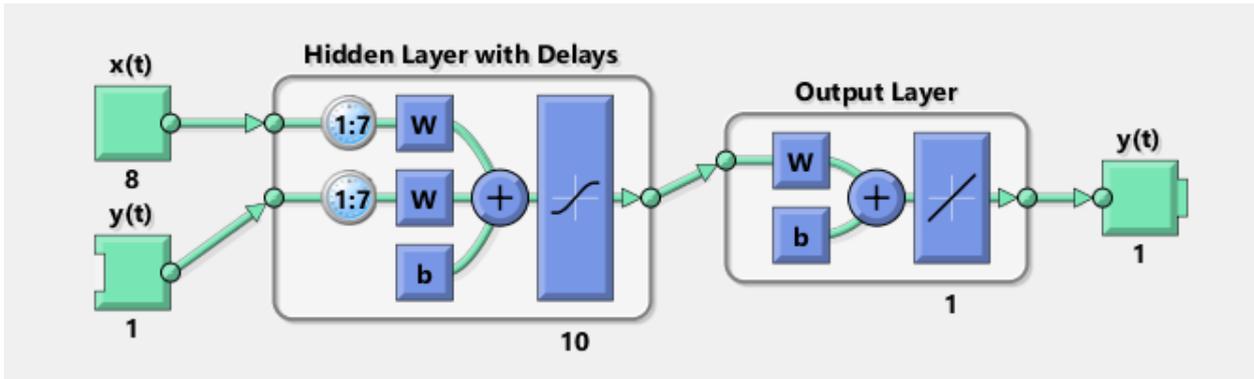


Figura 7-5. Estructura de la red.

Nuestra red tiene una función de transferencia o activación sigmoide en la capa oculta. En la capa de salida tiene una función lineal. Recordemos que la función de activación combina la entrada total a una neurona obtenida a partir de la ponderación de las entradas, con el estado inicial de la neurona para producir un nuevo estado de activación acorde con la nueva información recibida.

Para el entrenamiento se opta por la retropropagación bayesiana que es un tipo de aprendizaje supervisado. El algoritmo emplea un ciclo propagación – adaptación de dos fases. Primero se estimula la capa de entrada con una batería de datos de entrenamiento. La señal de salida se compara con la salida deseada y se calcula una señal de error para cada una de las salidas.

Las señales de error se propagan hacia atrás, partiendo de la capa de salida, hacia todas las neuronas de la capa oculta que contribuyen directamente a la salida. Sin embargo las neuronas de la capa oculta solo reciben una fracción de la señal total del error, basándose aproximadamente en la contribución relativa que haya aportado cada neurona a la salida original. Este proceso se repite, capa por capa, hasta que todas las neuronas de la red hayan recibido una señal de error que describa su contribución relativa al error total.

Después del entrenamiento, cuando se les presente un patrón arbitrario de entrada que contenga ruido o que esté incompleto, las neuronas de la capa oculta de la red responderán con una salida activa si la nueva entrada contiene un patrón que se asemeje a aquella característica que las neuronas individuales hayan aprendido a reconocer durante su entrenamiento. Se puede considerar pues que en este momento se establece un clustering de las entradas para optimizar la respuesta de las previsiones.

Este método de entrenamiento toma algo de tiempo más que otras estrategias como las de Levenberg-Marquardt o el método del gradiente conjugado. El criterio de parada se centra en la regularización de los pesos.

En un primer entrenamiento obtenemos los siguientes resultados:

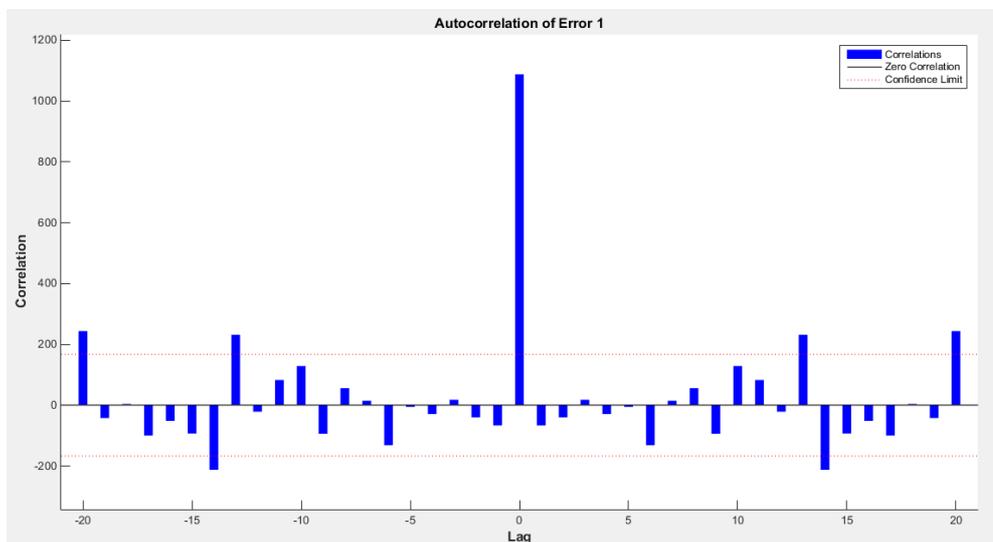


Figura 7-6. Función de autocorrelación del error.

La grafica anterior muestra cómo los errores de predicción están relacionados a lo largo del tiempo. Para un modelo de predicción perfecto, sólo debería haber un valor distinto de cero para la función de autocorrelación del error, que tendría que tener lugar en el 0-lag o 0 retraso. Se puede observar que en el primer entrenamiento la autocorrelación del error es razonable y sólo sobre pasa el intervalo de confianza (del 95%) en una pequeña fracción. Para este primer entrenamiento, el código proporciona una medida del criterio de R^2 de 0.84418 para el entrenamiento, 0.6889 para las medidas de test y 0.78959 para el cómputo total. Resulta conveniente recordar que el criterio para la aceptación de un modelo es que el valor de R^2 sea superior a 0.8.

En un tercer entrenamiento se obtienen mejores resultados. La R^2 es de 0.80082.

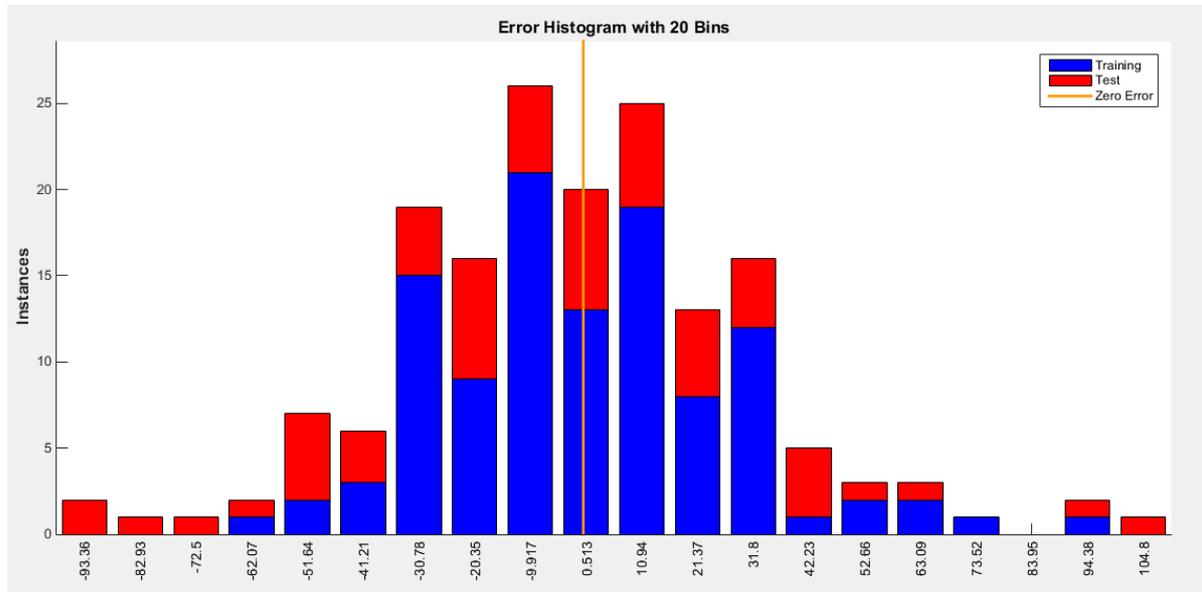


Figura 7-7. Errores en la predicción.

En la figura anterior se puede observar que los errores cometidos en la predicción no superan la desviación de 100.000 visitantes. Además el grueso de los errores cometidos están entre ± 30.000 visitantes lo cual es algo bastante razonable.

El código correspondiente a esta red neuronal se encuentra en el Anexo D.

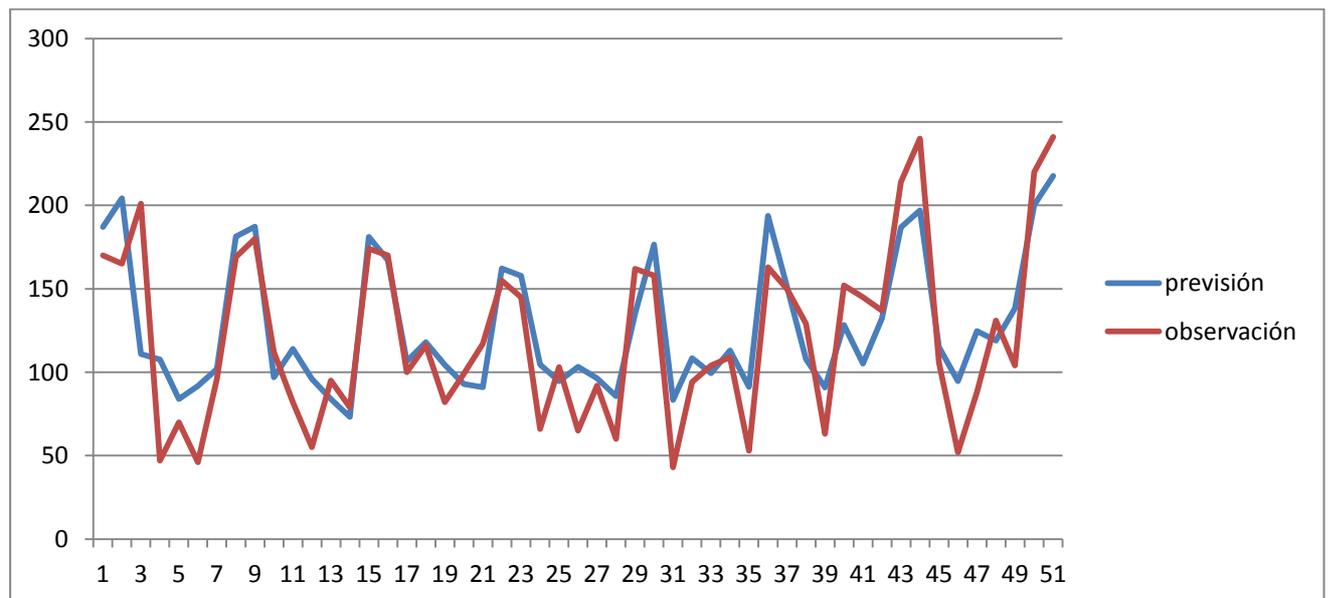


Figura 7-8. Resultados de la red neuronal.

Como se puede observar, la red neuronal proporciona resultados considerablemente mejores que la regresión múltiple. El error cometido por el método para estas predicciones fue de 22,55 (MAD o MAE), mucho menor que el cometido por la regresión.

Si efectuamos la misma clasificación por intervalos que realizamos en el modelo de regresión obtenemos los siguientes resultados:

	-2	-1	0	1	2	3
0	9	31	9	1	0	

Tabla 7-5. Desviación en intervalos.

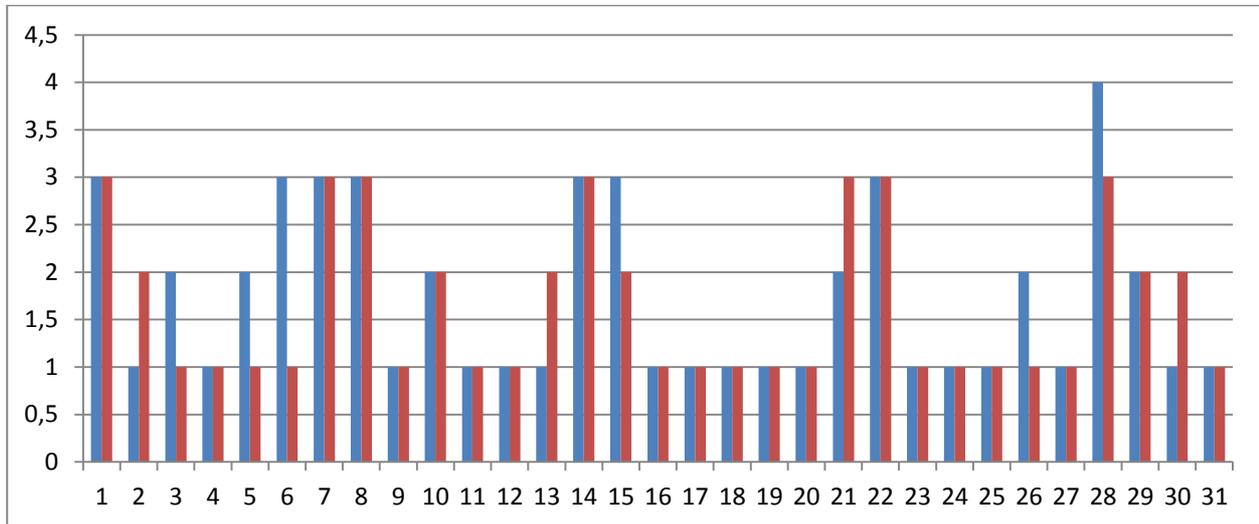


Figura 7-9. Resultados en intervalos.

Teniendo en cuenta que las previsiones están en azul y las observaciones en rojo y que los días representados se corresponden con los 30 días que discurren entre el día 10 y el 40 de la previsión anterior, al igual que se realizó en la regresión.

Los resultados de la red neuronal se encuentran en el Anexo E.

8 CONCLUSIONES

En este capítulo se presentan las conclusiones generales del trabajo en cuanto a los modelos y sistemas de predicción creados y al análisis de los resultados logrados.

En el Capítulo 1 se ha realizado una breve introducción al tema central de trabajo. En el Capítulo 2 se discute la necesidad de la estimación de la afluencia, y se plantean las dificultades que ésta entraña. Además se establecen los objetivos principales del trabajo. En el Capítulo 3 y 4 se presentan ciertos conceptos generales en el contexto de la afluencia a eventos, se describen los posibles colectivos de visitantes y se consideran los factores de los que puede depender la afluencia.

Tras comentar los criterios de evaluación de los modelos de predicción en el Capítulo 5, se describen las distintas categorías de estrategias de pronóstico de la afluencia de forma teórica en el Capítulo 6. Es en el Capítulo 7 en el que se procede a la implementación de los métodos de regresión múltiple y red neuronal en el marco de un escenario concreto.

A pesar de la dificultad del modelo planteado, los métodos escogidos son capaces de proporcionar estimaciones aproximadas de la afluencia diaria al recinto del evento considerado. La correcta estimación de la misma está condicionada a la disponibilidad de datos fiables de las observaciones y las variables explicativas de la afluencia en los días en que tiene lugar el evento en cuestión.

Del análisis de los experimentos realizados se puede extraer la conclusión de que los modelos son suficientemente robustos dando lugar a aproximaciones razonables de la afluencia total cumpliéndose, de esta forma, los objetivos marcados para este trabajo.

En concreto, el modelo construido a partir de redes neuronales proporciona los mejores resultados, dando lugar a estimaciones sin desviación en un 62% de las veces, con desviaciones de un intervalo en un 36% de las simulaciones y desviaciones de 2 intervalos en tan sólo un 2% de las ocasiones.

ANEXO A: TABLAS DE REGRESORES

Día	Pases	Entradas	Total	Reservas Sevilla	Reservas Extrarradio	Renfe entradas	Renfe salidas	Iberia entradas	Iberia salidas	Bus entradas	Bus salidas
1	50	42	92	16,38	0,8	2,05	1,53	5,05	5,3505	70,12	65,98
2	40	119	159	17,56	1	2,12	4,65	5,25	6,6352	75,62	67,89
3	41	104	145	20	0,7	2,1	2,7	5,75	5,0307	71,45	70,45
4	36	100	136	20,96	1,2	2	1,84	6,5	4,8625	68,95	78,25
5	53	72	125	16,16	0,2	2,26	4,16	5,5875	4,6125	69,65	65,49
6	106	170	276	16,51	0,8	1,7	3,4	5,775	5,776	73,26	63,25
7	118	174	292	14,92	3,7	2,78	5,13	5,05	7,135	65,84	74,21
8	43	97	140	13,84	3,8	4,53	3,13	5,25	5,3505	70,12	65,98
9	49	181	230	15,47	3,8	5,01	2,88	5,75	5,3625	75,62	67,89
10	52	66	118	16,38	3,8	7,23	3,78	6,5	5,0307	71,45	70,45
11	31	75	106	26,61	3,4	14,57	3,39	5,5875	4,8625	68,95	78,25
12	136	143	279	44,76	6,8	8,35	3,37	5,775	4,6125	69,65	65,49
13	132	168	300	47,85	11,8	2,84	4,6	6,95	5,776	73,26	63,25
14	111	166	277	45,96	11,9	2,74	14,2	5,25	4,876	65,84	74,21
15	47	59	106	29,62	0,4	3,12	9,27	7,3525	5,3505	70,12	65,98
16	59	117	176	21,29	0,3	1,66	2,15	6,5	6,6352	75,62	67,89
17	32	42	74	21,45	0,1	2,15	1,91	8,01	5,0307	71,45	70,45
18	47	62	109	23,54	0,8	3,67	2,45	5,775	4,8625	68,95	78,25
19	69	113	182	39,23	8,9	7,36	1,66	5,2525	4,6125	69,65	65,49
20	100	170	270	34,73	9,2	3,05	3,03	5,25	5,776	73,26	63,25
21	125	165	290	28,13	9,4	4,66	8,57	5,75	7,135	65,84	74,21
22	37	201	238	22,1	0,8	4,13	2,26	7,39	5,3505	70,12	65,98
23	43	47	90	22,07	0,2	1,9	1,62	5,5875	6,6352	75,62	67,89
24	35	70	105	22,79	0,2	4,49	1,88	5,775	5,0307	65,45	70,45
25	36	46	82	27,18	4,5	12,97	2,16	5,05	4,8625	68,95	78,25
26	79	96	175	31,76	4,5	7,15	3,94	6,8525	4,6125	69,65	65,49
27	114	169	283	25,1	0,4	6,65	4,53	5,75	5,776	73,26	63,25
28	137	180	317	23,3	0,6	12,42	11,04	6,5	4,135	65,84	74,21
29	58	112	170	14,95	0,6	11,05	10,03	5,5875	5,3505	70,12	65,98
30	49	82	131	15,03	0,1	4,76	4,21	5,775	6,6352	75,62	67,89
31	42	55	97	16,86	9,4	3,1	3,88	6,14	5,0307	71,45	70,45
32	51	95	146	18,74	9,4	7	5,4	5,25	4,8625	68,95	78,25
33	73	79	152	28,39	9,6	5,68	6	5,75	4,6125	69,65	65,49
34	109	174	283	27,4	9,6	6,98	2,36	7,1125	5,776	73,26	63,25
35	129	170	299	21,67	9,8	8,99	5,7	5,5875	4,4612	65,84	74,21
36	53	100	153	23,43	0,1	3,38	3,73	5,775	5,3505	70,12	65,98
37	35	116	151	26,33	0,1	2,14	1,78	5,05	6,6352	75,62	67,89
38	46	82	128	27,02	18	3,2	2,4	6,635	5,0307	71,45	56,89
39	32	99	131	34,61	18	3,96	3,2	5,75	4,8625	68,95	78,25

40	70	117	187	40,11	0,2	3,04	6,08	6,5	4,6125	69,65	65,49
41	116	155	271	38,7	0,2	3,79	2,43	5,5875	5,776	73,26	63,25
42	137	145	282	31,45	0,2	6,24	6,23	5,775	7,135	65,84	74,21
43	43	66	109	24,18	0,2	21,38	21,14	7,1142	5,3505	70,12	65,98
44	49	103	152	19,87	0,2	17,87	15,07	5,25	6,6352	75,62	58,74
45	35	65	100	20,08	4,3	17,29	14,53	5,75	5,0307	71,45	70,45
46	52	92	144	25,89	6,1	18,79	13,46	6,5	4,8625	68,95	78,25
47	59	60	119	31,89	6,1	19,84	14,62	7,1975	4,6125	69,65	65,49
48	110	162	272	41,21	6,1	15,8	11,93	5,775	5,776	73,26	59,87
49	101	158	259	11,7	0,3	14,33	14,05	7,1625	5,3625	65,84	74,21
50	56	43	99	27,06	1,2	15,09	12,16	5,25	5,3505	70,12	65,98
51	43	94	137	23,19	0,9	14,71	11,38	8,141	6,6352	75,62	67,89
52	55	104	159	15,8	0,3	11,45	9,57	6,5	5,0307	71,45	70,45
53	59	109	168	19,45	0,4	21,14	17,2	8,387	4,8625	68,95	78,25
54	55	53	108	26,02	0,7	21,36	17,59	5,775	4,6125	69,65	59,87
55	107	163	270	25,62	0,7	17,69	13,5	7,9675	5,776	73,26	63,25
56	139	150	289	24,76	0,7	13,59	19,47	5,25	7,135	65,84	68,74
57	71	129	200	12,4	0,3	16,55	13,92	7,4675	5,3505	70,12	65,98
58	43	63	106	9,9	0,3	10,97	7,75	6,5	6,6352	75,62	67,89
59	39	152	191	17,77	0,3	11,6	10,12	5,5875	5,0307	71,45	70,45
60	40	145	185	19,7	0,3	13,47	11,04	7,4687	4,8625	68,95	78,25
61	97	137	234	27,05	0,3	14,45	12,69	8,39	4,6125	69,65	65,49
62	133	214	347	27,27	0,3	14,03	10,2	8,2175	5,776	73,26	63,25
63	133	240	373	39,4	0,3	12,27	17,27	5,75	7,135	65,84	74,21
64	63	106	169	28,65	0,3	10,28	9,29	6,5	5,3505	70,12	59,87
65	45	52	97	28,1	0,3	7,96	7,34	5,5875	6,6352	75,62	67,89
66	77	88	165	31,33	0,3	11	8,9	8,503	5,0307	71,45	70,45
67	62	131	193	31,88	0,3	11,55	9,63	8,775	4,8625	68,95	78,25
68	69	104	173	30,25	0,3	21,67	19,78	6,75	4,6125	69,65	65,49
69	146	220	366	27,65	0,3	19,71	19,13	5,75	5,776	73,26	63,25
70	173	241	414	25,8	0,3	17,82	25,12	6,5	7,135	65,84	74,21
71	59	85	144	13,42	0,3	16,98	24,11	5,5875	5,3505	70,12	65,98
72	45	72	117	10,25	0,3	15,4	16,42	5,775	4,864	75,62	67,89
73	67	69	136	14,43	0,3	11,98	9,3	5,875	5,0307	71,45	70,45
74	41	59	100	12,73	0,3	12,42	8,54	5,25	4,8625	68,95	64,58
75	100	154	254	13,91	0,3	12,05	9,1	5,75	4,6125	69,65	65,49
76	140	197	337	14,78	0,3	13,39	15,02	6,5	5,776	73,26	63,25
77	139	208	347	15,72	0,3	12,59	17,48	5,5875	7,135	65,84	74,21
78	45	142	187	11,7	0,3	14,33	14,05	5,775	5,3505	70,12	65,98
79	56	154	210	15,9	0,3	7,85	7,88	8,14	6,6352	75,62	67,89
80	47	175	222	14,48	0,3	6,08	7,9	5,25	5,0307	71,45	70,45
81	54	104	158	20,01	0,5	9,32	8,54	7,1142	4,8625	68,95	58,75
82	71	143	214	22,65	0,5	11,21	8,55	6,5	4,6125	69,65	65,49
83	178	228	406	21,71	0,7	6,33	8,1	5,5875	5,776	73,26	63,25
84	164	218	382	21,8	0,9	11,58	21,04	8,3145	7,135	65,84	74,21
85	57	124	181	15,4	0,7	16,47	16,54	7,9695	5,3505	70,12	65,98

86	39	88	127	12,61	0,7	12,55	11,15	5,25	6,6352	75,62	67,89
87	73	112	185	11,85	0,7	9,39	10,62	5,75	5,0307	71,45	70,45
88	48	131	179	11,04	0,7	16,73	14,73	6,5	4,8625	68,95	78,25
89	80	113	193	13,85	1,2	19,72	14,19	5,5875	4,6125	69,65	65,49
90	146	220	366	14,27	1,5	11,29	11,2	5,775	5,776	73,26	63,25
91	176	238	414	14,61	1,5	11,7	20,51	7,385	7,135	65,84	58,74
92	43	64	107	13,62	1	17,38	15,01	7,6972	5,3505	70,12	65,98
93	58	93	151	16,07	1	9,85	10,43	7,642	6,6352	75,62	67,89
94	61	133	194	21,52	1	9,41	9,89	6,5	5,0307	71,45	70,45
95	47	61	108	22,12	1,2	8,78	9,78	5,5875	4,8625	68,95	78,25
96	66	152	218	21,35	1,5	11,36	8,68	5,775	4,6125	69,65	65,49
97	102	141	243	22,02	1,5	10,5	9,32	8,865	5,776	73,26	63,25
98	175	236	411	17,43	1	10,25	17,88	7,8645	7,135	65,84	74,21
99	49	111	160	13,11	0,3	15,43	16,13	5,75	5,3505	70,12	65,98
100	57	60	117	13,22	0,3	10,78	10,32	6,5	6,6352	75,62	67,89
101	45	213	258	17,53	0,5	7,86	8,99	7,5645	5,0307	71,45	70,45
102	50	138	188	14,74	0,5	8,29	12,4	5,775	4,8625	68,95	78,25
103	66	131	197	17,01	0,8	14,03	12,01	7,4642	4,6125	69,65	65,49
104	142	249	391	14,74	0,3	14,05	9,8	7,642	5,776	73,26	63,25
105	135	245	380	36,144	0,576	9,576	6,5232	5,75	7,135	65,84	74,21
106	54	101	155	42,652	0,576	4,4928	13,348	6,5	5,3505	70,12	65,98
107	68	99	167	30,657	0,432	2,3904	3,096	5,5875	6,6352	75,62	67,89
108	71	57	128	30,888	0,144	3,096	2,7504	5,775	5,0307	71,45	70,45
109	41	145	186	33,897	1,152	5,2848	3,528	8,1422	4,8625	68,95	56,89
110	97	103	200	56,491	12,816	10,594	2,3904	8,4967	4,6125	69,65	65,49
111	139	252	391	50,011	13,248	4,392	4,3632	5,75	5,776	73,26	63,25
112	135	234	369	40,507	13,536	6,7104	12,340	6,5	7,135	65,84	74,21
113	55	124	179	21,528	0,864	15,912	14,443	5,5875	5,3505	70,12	65,98
114	65	138	203	21,643	0,144	6,8544	6,0624	5,775	6,6352	75,62	67,89
115	52	114	166	24,278	13,536	4,464	5,5872	7,5362	5,0307	71,45	70,45
116	62	145	207	26,985	13,536	10,08	7,776	7,1352	4,8625	68,95	78,25
117	81	82	163	40,881	13,824	8,1792	8,64	5,75	4,6125	69,65	65,49
118	105	177	282	39,456	13,824	10,051	3,3984	6,5	5,776	73,26	63,25
119	170	203	373	31,204	14,112	12,945	8,208	5,5875	7,135	65,84	74,21
120	45	84	129	33,739	0,144	4,8672	5,3712	5,775	5,3505	70,12	65,98
121	45	122	167	37,915	0,144	3,0816	2,5632	8,5645	6,6352	75,62	67,89
122	71	127	198	38,908	25,92	4,608	3,456	8,1025	5,0307	71,45	70,45
123	48	86	134	49,838	25,92	5,7024	4,608	8,7467	4,8625	68,95	68,74
124	80	134	214	57,758	0,288	4,3776	8,7552	6,5	4,6125	69,65	65,49
125	137	198	335	55,728	0,288	5,4576	3,4992	5,5875	5,776	73,26	63,25
126	152	197	349	45,288	0,288	8,9856	8,9712	5,775	5,364	65,84	74,21
127	44	155	199	42,652	0,576	4,4928	13,348	8,1352	5,3505	70,12	65,98
128	45	59	104	30,657	0,432	2,3904	3,096	5,25	6,6352	75,62	67,89
129	68	124	192	30,888	0,144	3,096	2,7504	5,75	5,0307	71,45	70,45
130	44	72	116	33,897	1,152	5,2848	3,528	6,5	4,8625	68,95	78,25
131	102	84	186	56,491	12,816	10,598	2,3904	8	4,6125	69,65	65,49

132	134	255	389	50,012	13,248	4,392	4,3632	5,775	5,776	73,26	63,25
133	169	232	401	40,507	13,536	6,7104	12,340	5,05	7,135	65,84	74,21
134	44	106	150	57,462	0,776	6,0528	17,983	5,25	5,3505	70,12	65,98
135	56	49	105	41,302	0,582	3,2204	4,171	5,75	6,6352	75,62	67,89
136	32	47	79	41,613	0,194	4,171	3,7054	6,5	5,0307	71,45	70,45
137	55	102	157	45,667	1,552	7,1198	4,753	5,5875	4,8625	68,95	78,21
138	54	89	143	76,106	17,266	14,278	3,2204	5,775	4,6125	69,65	65,49
139	107	158	265	67,376	17,848	5,917	5,8782	8,8525	5,776	73,26	63,25
140	132	144	276	54,572	18,236	9,0404	16,625	5,25	4,4612	65,84	74,21
141	31	42	73	29,003	1,164	21,437	19,458	5,75	5,3505	70,12	65,98
142	58	86	144	29,158	0,194	9,2344	8,1674	6,5	6,6352	75,62	67,89
143	46	149	195	32,708	18,236	6,014	7,5272	7,7557	5,0307	71,45	70,45
144	36	87	123	36,355	18,236	13,58	10,476	5,775	4,8625	68,95	78,25
145	60	59	119	55,076	18,624	11,019	11,64	5,05	4,6125	69,65	65,49
146	129	167	296	53,156	18,624	13,541	4,5784	5,25	5,776	73,26	63,25
147	136	149	285	42,039	19,012	17,440	11,058	5,75	4,135	65,84	74,21
148	58	44	102	45,454	0,194	6,5572	7,2362	6,5	5,3505	70,12	65,98
149	31	197	228	51,080	0,194	4,1516	3,4532	7,7635	6,6352	75,62	67,89
150	53	84	137	52,418	34,92	6,208	4,656	5,775	5,0307	71,45	70,45
151	33	97	130	67,143	34,92	7,6824	6,208	7,53	4,8625	68,95	78,25
152	50	51	101	77,813	0,388	5,8976	11,795	5,25	4,6125	69,65	65,49
153	115	172	287	75,078	0,388	7,3526	4,7142	5,75	5,776	73,26	63,25
154	136	158	294	61,013	0,388	12,105	12,086	6,5	7,135	65,84	74,21
155	40	89	129	57,462	0,776	6,0528	17,983	5,5875	5,3505	70,12	65,98
156	34	118	152	41,302	0,582	3,2204	4,171	5,775	6,6352	75,62	67,89
157	31	118	149	41,613	0,194	4,171	3,7054	7,185	5,0307	71,45	70,45
158	56	111	167	45,667	1,552	7,1198	4,753	5,25	4,8625	68,95	78,25
159	52	115	167	76,106	17,266	14,278	3,2204	5,75	4,6125	69,65	65,49
160	111	164	275	67,376	17,848	5,917	5,8782	6,5	5,776	73,26	63,25
161	118	155	273	54,572	18,236	9,0404	16,625	5,5875	4,9462	65,84	74,21
162	30	194	224	29,003	1,164	21,437	19,458	5,775	5,3505	70,12	65,98
163	58	45	103	29,158	0,194	9,2344	8,1674	5,05	6,6352	75,62	67,89
164	36	57	93	32,708	18,236	6,014	7,5272	6,1452	5,0307	71,45	70,45
165	46	57	103	36,355	18,236	13,58	10,476	5,75	4,8625	68,95	78,25
166	69	65	134	55,076	18,624	11,019	11,64	6,5	4,6125	69,65	65,49
167	111	190	301	53,156	18,624	13,541	4,5784	5,5875	5,776	73,26	63,25
168	139	150	289	42,039	19,012	17,440	11,058	5,775	7,135	65,84	74,21
169	34	105	139	45,454	0,194	6,5572	7,2362	5,05	5,3505	70,12	78,25
170	48	86	134	51,080	0,194	4,1516	3,4532	5,25	6,6352	75,62	65,49
171	44	67	111	52,418	34,92	6,208	4,656	5,75	5,0307	71,45	63,25
172	41	69	110	67,14	34,92	7,6824	6,208	6,5	4,8625	68,95	74,21
173	62	50	112	77,813	0,388	5,8976	11,795	5,5875	4,6125	69,65	78,25
174	131	178	309	75,078	0,388	7,3526	4,7142	5,775	5,776	73,26	65,49
175	124	187	311	61,013	0,388	12,105	12,086	5,05	4,186	65,85	63,25
176	116	142	258	61,013	0,388	12,105	12,086	6,6275	5,3505	70,12	74,21

ANEXO B: CÓDIGO REGRESIÓN MÚLTIPLE

```
% Regresión multivariable
% fichero de parámetros: PARAMETROS_REGRESION
% fichero de datos históricos: RESERVAS_REGRESION
% fichero de previsiones: REGRESION_PREVISION

Option Base 1
DefInt I-N
DefSng A-H
DefSng O-Z

Sub main()

% declaración de parámetros
Dim nobs As Integer           % N° de observaciones
Dim numreg As Integer         % N° de regresores (1+n° variables indicadoras)
Dim flagdepura As Integer     % flag de depuración
Dim tstudent(200) As Single   % T de student para  $\alpha=95\%$ 
Dim auxtxt As Integer        % variable auxiliar

% registro del fichero de observaciones y reservas

% lectura de parámetros
Open "C:\Users\rafa\Desktop\REGRESION_DEFINITIVO\PARAMETROS_REGRESION.txt" For
Input As #1

Input #1, auxtxt %variable auxiliar
Input #1, numreg
Input #1, flagdepura

I = 0
While Not EOF(1)
I = I + 1
Input #1, tstudent(I)
Wend

Close #1

%*****

% definición de matrices

Dim observ(200,1) As Double   % observaciones
Dim regres(200,10) As Double  % regresores
Dim beta(10,1) As Double      % estimador
Dim tras(10,200) As Double    % traspuesta de regres
Dim inv(10,10) As Double      % inversa de traspuesta * regres
Dim det As Double             % determinante de la inversa
Dim aux1(10,1) As Double      % auxiliar 1= tras*obser
Dim aux2(10,10) As Double     % auxiliar 2= tras*regres
Dim aux3(10,1) As Double      % auxiliar 3

Dim inter As Single           % amplitud del intervalo de confianza
Dim prevision As Single      % previsión
Dim varianza As Single        % varianza del estimador
Dim flagfam As Integer        % indica si hay día familiar en las
```

```

observaciones históricas
flagfam = 0                                % inicialmente no hay días familiares

% lectura del porcentaje de día familiar

Dim porcdiafam As Single                    % porcentaje a sumar en un día familiar

Open "C:\Users\rafa\Desktop\REGRESION_DEFINITIVO\PORC_DIA_FAM.txt" For Input As
#1
Input #1, porcdiafam
Close #1

%*****

% lectura del fichero de observaciones

Dim aux As Integer                          % variable auxiliar
Open "C:\Users\rafa\Desktop\REGRESION_DEFINITIVO\RESERVAS_REGRESION.txt" For
Input As #1

Input #1, aux
For I = 1 To 176
regres(I, 1) = 1
Input #1, observ(I,1), regres(I,2), regres(I,3), regres(I,4), regres(I,5),
regres(I,6), regres(I,7), regres(I,8), regres(I,9), regres(I,10)
Next I
Close #1

% *****

% paramos cuando encontremos el primer 0 en la observaciones

nobs = 176

For I = 1 To 176
    If observ(I,1) = 0 Then
        nobs = I - 1
        Exit For
    End If

    % vemos si hay días familiares entre observaciones

    If regres(I,10) <> 0 Then flagfam=1
Next I

MsgBox "calculando"

% *****

% si no hay días familiares, no se considera dicho regresor

If flagfam = 0 Then numreg = numreg - 1

% si no hay suficientes observaciones => paramos

If nobs <= numreg Or nobs < 14 Then
MsgBox "numero insuficiente de observaciones"
End If

% *****

% si alguno de los regresores para "n.obs+3" es 0 => parar

```

```

For I = 2 To 9

  If regres(nobs+3,I) = 0 Then
    MsgBox "no existen los regresores del día nobs + 3"
  End If
Next I

% *****
%Para que el método de regresión funcione, tenemos que introducir un fichero
%en el que a partir de cierta observación>14 haya una observación o más cuyo
%valor sea cero. Para la primera de ellas se calculará la previsión a partir de
%los regresores de ese día+3 de los cuales se debe disponer.
% *****

Call traspmat(nobs, numreg, regres(), tras())
If flagdepura = 1 Then MsgBox "traspuesta calculada"

%*****

Call multmat(numreg, nobs, nobs, numreg, tras(), regres(), aux2())
If flagdepura = 1 Then MsgBox "traspuesta * regresores calculada"

%*****

Call inversamat(numreg, aux2(), inv(), det)
If flagdepura = 1 Then MsgBox "inversa calculada. Det=" And MsgBox(det)

%*****
% el determinante que saca inversamatriz es el de la matriz ANTES de invertir

If det = 0 Then MsgBox "aviso: matriz de regresores singular"
% matriz singular

%*****

Call multmat(numreg, nobs, nobs, 1, tras(), observ(), aux1())
If flagdepura = 1 Then MsgBox "traspuesta * observaciones calculada"

% *****

Call multmat(numreg, numreg, numreg, 1, inv(), aux1(), beta())
If flagdepura = 1 Then MsgBox "betas calculadas"

% *****

% cálculo de la varianza

varianza = 0
For I = 1 To numreg
  varianza = varianza + beta(I,1) * aux1(I,1)
Next I
varianza = varianza / (nobs-numreg)

% *****

% prevision

For I = 1 To numreg
  aux1(I,1) = regres(nobs+3,I)
Next I

  prevision = 0
For I = 1 To numreg
  prevision = prevision + beta(I,1) * aux1(I,1)

```

```

Next I

If flagdepura = 1 Then MsgBox "prevision calculada"

%*****

%calcular intervalo de confianza

Call multmat(numreg, numreg, numreg, 1, inv(), aux1(), aux3())
If flagdepura = 1 Then MsgBox "intervalo de conf calculado"

inter = 0
For I = 1 To numreg
inter = inter + aux1(I,1) * aux3(I,1)
Next I
inter = Sqr(inter*varianza) * tstudent(nobs-numreg)

% *****

% impresión de resultados estadísticos

Open "C:\Users\rafa\Desktop\REGRESION_DEFINITIVO\REGRESION_PREVISION.txt" For
Append As #1

Print #1, nobs;
Print #1, prevision; inter;
For I = 1 To numreg
Print #1, beta(I,1);
Next I
Close #1

If flagdepura = 1 Then MsgBox "regresio.ent grabado:" And MsgBox(prevision)

End Sub

% definición de funciones y rutinas

% RUTINA para multiplicar matrices C=A*B

Sub multmat(nfa As Integer, nca As Integer, nfb As Integer, ncb As Integer,
a() As Double, b() As Double, c() As Double)

% rutina para multiplicar las matrices A()*B() y devolverla en C()

For I = 1 To nfa
For j = 1 To ncb
c(I, j) = 0
For k = 1 To nca
c(I,j) = c(I,j) + a(I,k) * b(k,j)
Next k
Next j
Next I

End Sub

% RUTINA para calcular la matriz traspuesta B=TRASP(A)

Sub traspmat(nf As Integer, nc As Integer, a() As Double, b() As Double)

% rutina que calcula la traspuesta de A() y la devuelve en B()

For I = 1 To nf
For j = 1 To nc

```

```

b(j,I) = a(I,j)
Next j, I
End Sub

```

```
% RUTINA para invertir matrices B=INV(A)
```

```
Sub inversamat(nf As Integer, a() As Double, b() As Double, det As Double)
```

```
% rutina para invertir la matriz A() y devolverla en B()
% si A() es singular => det=0
```

```
% inicialmente B()= matriz identidad
```

```
det = 1
```

```
For I = 1 To nf
  For j = 1 To nf
    If I = j Then
      b(I,j) = 1
    Else
      b(I,j) = 0
    End If
  Next j, I
Next I
```

```
% triangularización
```

```
For ipaso = 1 To nf
  % buscamos el mayor elemento de la columna que pivote
```

```

  imx = ipaso
  For ifila = ipaso To nf
    If Abs(a(ifila,ipaso)) > Abs(a(imx,ipaso)) Then imx = ifila
  Next ifila

```

```
%intercambio de las filas ipaso e imx, tanto en A() como en B()
```

```

  If imx <> ipaso Then
    For icol = 1 To nf

      b(ipaso, icol) = b(ipaso,icol) + b(imx,icol)
      b(imx, icol) = b(ipaso,icol) - b(imx,icol)
      b(ipaso, icol) = b(ipaso,icol) - b(imx,icol)

```

```
%solo para la matriz triangular
```

```

  If icol >= ipaso Then
    a(ipaso, icol) = a(ipaso, icol) + a(imx, icol)
    a(imx, icol) = a(ipaso, icol) - a(imx, icol)
    a(ipaso, icol) = a(ipaso, icol) - a(imx, icol)
  End If

```

```
Next icol
```

```
End If
```

```
% el elemento pivote es A(ipaso,ipaso)
```

```
pivote=a(ipaso,ipaso)
```

```
% el determinante es el producto de todos los pivotes
```

```

det= det*pivote
If det=0 Then Exit Sub

```

```
% normalizamos la fila del pivote

For icol = 1 To nf
    b(ipaso,icol) = b(ipaso, icol)/pivote
    If icol >= ipaso Then a(ipaso,icol)=a(ipaso,icol)/pivote
Next icol

% hacer cero el pivote para abajo y para arriba (matriz identidad)

For ifila = 1 To nf
    If ifila <> ipaso Then factor=a(ifila, ipaso)
    For icol = 1 To nf
        If ifila <> ipaso Then
            b(ifila, icol) = b(ifila, icol) - factor * b(ipaso,icol)
            a(ifila, icol) = a(ifila, icol) - factor * a(ipaso,icol)
        End If
    Next icol
Next ifila
Next ipaso

End Sub
```

ANEXO C: RESULTADOS REGRESIÓN MÚLTIPLE

Día	Previsión	Observación	Desv. Abs.	Intervalo Prev.	Intervalo. Obs.
20	162,2032	170	7,7968	3	3
21	145,2961	165	19,7039	3	3
22	93,50558	201	107,49442	1	4
23	56,81469	47	9,81469	1	1
24	22,31552	70	47,68448	1	1
25	121,7903	46	75,7903	2	1
26	76,143	96	19,857	1	1
27	151,9859	169	17,0141	3	3
28	117,9384	180	62,0616	2	3
29	103,7187	112	8,2813	1	2
30	100,8653	82	18,8653	1	1
31	105,5205	55	50,5205	1	1
32	118,1711	95	23,1711	2	1
33	159,9229	79	80,9229	3	1
34	74,84648	174	99,15352	1	3
35	28,06083	170	141,93917	1	3
36	139,2787	100	39,2787	1	2
37	85,42847	116	30,57153	1	2
38	153,5015	82	71,5015	3	1
39	121,2698	99	22,2698	2	1
40	133,1909	117	16,1909	2	2
41	112,6903	155	42,3097	2	3
42	123,2115	145	21,7885	2	2
43	-33,36	66	99,36	1	1
44	168,7504	103	65,7504	3	1
45	150,6348	65	85,6348	3	1
46	157,1107	92	65,1107	3	1
47	145,7113	60	85,7113	2	1
48	153,7306	162	8,2694	3	3
49	108,9217	158	49,0783	1	3
50	120,014	43	77,014	2	1
51	82,97377	94	11,02623	1	1
52	90,25272	104	13,74728	1	1
53	102,8548	109	6,1452	1	1
54	125,2987	53	72,2987	2	1
55	115,3731	163	47,6269	2	3
56	144,6921	150	5,3079	2	2
57	100,09	129	28,91	1	2
58	76,2879	63	13,2879	1	1
59	85,022	152	66,978	1	3

60	52,82	145	92,18	1	2
61	120,51	137	16,49	2	2
62	115,8072	214	98,1928	2	4
63	140,0259	240	99,9741	2	5
64	120,9248	106	14,9248	2	1
65	93,7903	52	41,7903	1	1
66	103,988	88	15,988	1	1
67	132,4544	131	1,4544	2	2
68	134,6458	104	30,6458	2	1
69	142,7602	220	77,2398	2	4
70	160,6053	241	80,3947	3	5

ANEXO D: CÓDIGO RED NEURONAL

```
% Lectura de los valores de los regresores.
% La lectura de las observaciones se realiza con un código similar.

function [newData1] = importfile(fileToRead1)
% FILETOREAD1: nombre del documento a leer

sheetName='Hoja1';      % hoja del documento Excel en la que están los datos
[numbers, strings] = xlsread(fileToRead1, sheetName);
if ~isempty(numbers)
    newData1.data = numbers;
end
if ~isempty(strings)
    newData1.textdata = strings;
end

if ~isempty(strings) && ~isempty(numbers)
    [strRows, strCols] = size(strings);
    [numRows, ~] = size(numbers);

    if strCols == 1 && strRows == numRows
        newData1.rowheaders = strings(:,end);
    end
end

% Arquitectura red neuronal
function [y1,xf1,xf2] = myNeuralNetworkFunction(x1,x2,xi1,xi2)
%
% [y1,xf1,xf2] = myNeuralNetworkFunction(x1,x2,xi1,xi2) toma los siguientes
argumentos:
% x1 = matriz 8xTS, regresores
% x2 = matrix 1xTS, observaciones pasadas
% xi1 = matriz 8x7 con los regresores retardados.
% xi2 = matriz 1x7 con las observaciones retardadas.
% y devuelve
% y = matriz 1xTS, salidas de la red
% xf1 = matriz de 8x7 con los estados ya retardados para los regresores
% xf2 = matriz de 1x7 con los estados ya retardados para las observaciones
% TS es el número de intervalos de tiempo

% constantes

% Regresores
x1_step1_xoffset = [9.9;0.1;1.66;1.53;5.05;4.135;65.405;56.894];
x1_step1_gain =
[0.0294492692163844;0.0574382538770821;0.0999500249875063;0.0847816871555744;
0.524246395806029;0.6666666666666667;0.195790504160548;0.0936461113452264];
x1_step1_ymin = -1;

% Observaciones
x2_step1_xoffset = 42;
x2_step1_gain = 0.00938967136150235;
x2_step1_ymin = -1;

% Capa 1
```

```

b1 = [0.0028196366735809765;0.0028210312080938654;-
0.0028146135743197759;0.0028292192156452794;0.0028279381511227652;0.002816745
9486541833;0.0028216800105858022;-
0.0028195380657540258;0.0028164409364173069;0.0028181193611675464];
IW1_1 = [-0.0063090944625815359 0.011411909028960242 0.02016017031684578
0.019838378214959491 -0.03199936525216103 0.018848932108341227 -
0.0073475624158133969 -0.0035626580076031878 0.02346263025808067
0.0031598429819841294 -0.03881023546882835 0.02789821676769455
0.016451581952152478 0.034230311005234527 0.014501638504600203
0.0055195796741068963 0.0031784337942862705 -0.016348151729404341
0.032069020658941898 -0.019380222953414496 0.014814589180103994
0.027393015122264559 -0.0028282336899771048 0.008889185379549254
0.0058277275410285392 0.0010236535750717435 0.059428573555839352
0.0055619270850482301 -0.017607303643528166 -0.016620715371628757 -
0.043629652168386254 0.0073220946084834072 0.0062154835128121304
0.016788056588046853 0.010659434734008315 -0.018246984112187881 -
0.023003712462639585 -0.042505971187253397 -0.049951853936967237
0.063901409613274535 -0.019371073361061565 -0.029889420439367931
0.011999862915777261 -0.038805456711186022 -0.043918821613549458 -
0.01956392586826286 0.065192574539456399 0.032814942079132332
0.0042422558104006384 0.0099902929866764988 -0.024554426021772727 -
0.04706992509933268 0.020320745303654887 -0.075437724265889183 -
0.0068478822796709388 0.013093640533055041;-0.0063087815116054154
0.011408127840646442 0.020154639324887119 0.019834080950780996 -
0.031995474310197586 0.018846099456110335 -0.0073462341306210757 -
0.0035603451037644293 0.023457390515939334 0.0031592628416820473 -
0.038802662186932894 0.027892363022621935 0.016444968362523901
0.034223786962877485 0.014499035086609852 0.0055197049847557737
0.0031778316436906805 -0.016345214639806458 0.032062973766738695 -
0.019376878850285585 0.014810568375036396 0.027388715010734786 -
0.0028282362248986757 0.0088868115761664632 0.0058262414356300531
0.0010219929966567259 0.059416497321766022 0.005560741785244361 -
0.017604495925881723 -0.016617236383510696 -0.043621668150285647
0.0073203779809830607 0.0062135721305099662 0.01678358287730343
0.010657296994017173 -0.018244360595261844 -0.022998718120999719 -
0.042498931382902755 -0.049942397359165266 0.063889100363354628 -
0.019367421209862463 -0.029883372992458818 0.011996330556501913 -
0.038799020260850303 -0.043910480304241592 -0.019560872438651355
0.065180489228148647 0.032808450392064689 0.0042415680164891185
0.0099877199085685719 -0.024550675576617099 -0.047060878432921602
0.020314870861110789 -0.075423726270919297 -0.0068456180712872811
0.01309085291872342;0.0063060526079571477 -0.011410399027651015 -
0.020151061235586767 -0.019831417093085425 0.031986740284282257 -
0.018841802993521624 0.0073456331762932758 0.0035596976208463328 -
0.023452959425419702 -0.0031624843234657331 0.038791989447166234 -
0.027886006637322328 -0.016440144918103677 -0.034216999677344886 -
0.014496251533172943 -0.0055178158596150021 -0.0031780725133719241
0.016339111566401755 -0.032056794530887348 0.019370649111899611 -
0.014809307255514314 -0.027382271819745164 0.002827270510488485 -
0.0088838292352866766 -0.0058258794418706824 -0.0010247216157985924 -
0.059404107501920676 -0.0055615687389883291 0.017597447219935176
0.016615075149477063 0.043613313274697307 -0.0073193542150948657 -
0.0062132415768782479 -0.016783406805611988 -0.010655078408909844
0.018238944004650644 0.022992850046855657 0.042487154834720542
0.049931141921363484 -0.063874517792013238 0.01936107520320262
0.029872197072776441 -0.011993934201304471 0.038787816819209432
0.043896871928010478 0.01955422874914842 -0.065167136745754556 -
0.032797098606563102 -0.0042435275289472198 -0.009990578128499324
0.024544030175135709 0.0470478289855851 -0.020309532568062175
0.075406655427181668 0.0068459296335767403 -0.013087494968818272;-
0.006311377901356185 0.011402134591185225 0.020152999222712971
0.019832835027827379 -0.032001311502347481 0.018848062339619519 -
0.0073456502643282308 -0.0035585761632480248 0.023457129155344019

```

0.0031555129351862822 -0.038806733223363969 0.027893526992400337
0.016443333708963524 0.034224841421758675 0.014499568689240851
0.0055219952038644037 0.003177114459055122 -0.016348768559534804
0.032063843307426815 -0.019380297437204475 0.014808028916637878
0.027391667197497048 -0.0028292999191992124 0.0088875710005861114
0.0058252758916004588 0.001017506068817014 0.059418170844260779
0.0055588030117460288 -0.017609346508468772 -0.016616218723195922 -
0.043623059862004071 0.00731980539381608 0.0062121219593427122
0.016779565695785155 0.010657684796242309 -0.018247672682825872 -
0.023000089065330361 -0.042504874845390492 -0.049945438636927193
0.063892877522059993 -0.01937057152014884 -0.029889263658944558
0.011995375187622693 -0.03880489614671849 -0.043916921999298357 -
0.019565125098636327 0.065183293547411411 0.032814214487153943
0.0042389979543932515 0.0099823485584800056 -0.024554261841368115 -
0.047066100297704444 0.020314626250279581 -0.075428659105054988 -
0.0068430446168681949 0.01309169871861709;-0.0063110624183737351
0.011403268523608148 0.020153935338850036 0.019833382179518248 -
0.032000577851054902 0.018847948507002995 -0.0073458025134353917 -
0.0035593238641313898 0.023457624776213905 0.0031558106320981414 -
0.038806949661973872 0.027893929270605244 0.016444702754123249
0.034225237332758861 0.014499672890191362 0.0055214844910410022
0.0031771362128583626 -0.016348715957646354 0.032064212659262112 -
0.019380163491856561 0.014808801707946191 0.027391433079843201 -
0.0028291146801842195 0.0088878602174520521 0.0058254676953110431
0.0010182718758479745 0.059419050778521887 0.0055590948432559474 -
0.017608911621523074 -0.016616678392673286 -0.043623472863793068
0.007320071100236975 0.0062124723000892938 0.01678045581046882
0.010657753821733812 -0.018247403364575435 -0.023000491018404443 -
0.042504567392208176 -0.049945800646428617 0.063893499798090211 -
0.019370617150478494 -0.029889289573740107 0.011995991338300843 -
0.038804580154422938 -0.043916910410299229 -0.019564716149694638
0.065183885656359075 0.03281417107878884 0.0042392139638465533
0.009983175672655286 -0.024554011314490226 -0.04706626440036181
0.02031557692223095 -0.075429141542094597 -0.0068437008200347236
0.013091920306133029;-0.006307747402660953 0.011412598340714801
0.020157701841755579 0.019836639756390547 -0.031994962710340705
0.018846637357328114 -0.0073471624046952278 -0.0035618855814759393
0.023459944480681987 0.003161507470466598 -0.038804236569160745
0.027894510333087971 0.016448162635273923 0.034226382613810856
0.014500061971417032 0.0055188208815220175 0.0031785744583361 -
0.01634479241167552 0.032065441559440536 -0.019376854233882339
0.014813500170978147 0.027389614756688118 -0.0028278002472237537
0.0088873729207172795 0.0058274431837032617 0.0010247740859300456
0.059421308174546508 0.0055622485393318271 -0.017603641667422246 -
0.016619295057927322 -0.043624861967197545 0.0073213935857947996
0.0062151295861894891 0.016787524829389361 0.010658188339667685 -
0.018244143234552149 -0.023000260060477111 -0.042499657277722744 -
0.049945485328671643 0.06389306394576888 -0.019367534337391353 -
0.029883210832765256 0.011998211407059678 -0.038799457508104963 -
0.043911315418423399 -0.019560485377992088 0.0651849422551493
0.03280868843428679 0.004243256045740767 0.009991475271356241 -
0.02455090556180484 -0.047062647320858096 0.020317274977531871 -
0.075428097540258976 -0.0068477124015815178 0.013091668338589402;-
0.0063084242474376233 0.011405601460957508 0.02015059551623755
0.019830944170269343 -0.031992311893204263 0.018843902320504133 -
0.0073452754345643212 -0.003558697941564104 0.023453505965221593
0.0031590198017245122 -0.038796831224133597 0.027887952323779504
0.01644010734100285 0.034218885207025207 0.014497075060422953
0.0055196959718096161 0.0031774229357455701 -0.016342853976740079
0.032058436307244413 -0.019374226976544486 0.014807696139222252
0.02738538871364369 -0.0028281886013085894 0.0088850028318488497
0.0058251850359976477 0.0010209717594897674 0.059407433833849742
0.0055599554948383388 -0.017602177641497088 -0.016614696314132163 -
0.04361566667513482 0.0073191270092525639 0.0062122204564270906

0.01678044889037943 0.010655691427536911 -0.018242252761470366 -
 0.022994932618870482 -0.042493416371313847 -0.049935220686706049
 0.063879762536790757 -0.019364548792344671 -0.029878583394843446
 0.011993742709952879 -0.038793955812131686 -0.043903964559001328 -
 0.019558402826918491 0.065171369408719995 0.032803341407805851
 0.0042411858889746176 0.0099860664419641216 -0.024547718097963703 -
 0.047053897866706343 0.020310498655919336 -0.075413082012297517 -
 0.0068440524160907389 0.013088735779121778;0.0063090638949025498 -
 0.011411988397510885 -0.020160193274856023 -0.019838401752377104
 0.031999313424964725 -0.018848917815403488 0.0073475735547305493
 0.0035626733255485904 -0.023462644019355904 -0.003159897742470327
 0.038810198883941972 -0.027898213248376602 -0.016451595454305214 -
 0.034230312888697129 -0.014501639231918375 -0.0055195586456139112 -
 0.0031784479457479379 0.016348109546049171 -0.032069024109804452
 0.019380187842196434 -0.01481462499352372 -0.027392995981001974
 0.0028282224252940366 -0.0088891748776629437 -0.0058277444349205069 -
 0.0010237099444332005 -0.059428576614153454 -0.0055619551407140935
 0.017607252450708804 0.016620733998169362 0.043629655246278043 -
 0.0073221036341941433 -0.0062155051386210388 -0.016788115109966317 -
 0.010659436734222118 0.018246951766400829 0.02300370119574555
 0.042505918882836106 0.049951838896584756 -0.063901387866440312
 0.019371038095967803 0.029889352591794437 -0.011999875430304445
 0.038805402773308836 0.04391875749867228 0.019563884917220754 -
 0.06519256878913729 -0.03281488093941648 -0.0042422943921800399 -
 0.0099903664842443396 0.024554394178262457 0.047069878698133491 -
 0.020320746409111825 0.075437696701880955 0.0068479137921821425 -
 0.013093633005638898;-0.0063075398469832752 0.011412432980966499
 0.020156986099687503 0.019836103498920284 -0.031994078042886058
 0.018846122289323732 -0.0073470144111103869 -0.0035616280862992016
 0.023459212317264631 0.0031616902960694437 -0.038802888542077474
 0.027893596063625296 0.016447250423208389 0.034225389243402862
 0.014499663243709146 0.0055187192652496799 0.003178548825445447 -
 0.016344130513227022 0.032064529062613201 -0.019376159192475106
 0.014813074840566948 0.027388842543289469 -0.0028277393193909652
 0.0088869640198034529 0.005827299567328823 0.0010248149795164252
 0.05941947335060678 0.0055622092477096603 -0.017602941350873372 -
 0.016618859569008205 -0.043623647049593268 0.0073211795044176254
 0.0062149486329917281 0.016787141898875198 0.010657866948617291 -
 0.018243568343344875 -0.022999442996290673 -0.042498296148731879 -
 0.049943952014591196 0.063891063915248306 -0.01936679780457902 -
 0.029881944107259459 0.01199774479883684 -0.03879818242751009 -
 0.043909706836456362 -0.019559796589217755 0.065183052260667285
 0.032807381485317338 0.0042433415454747802 0.0099914579579580207 -
 0.024550157894421738 -0.047061020278925676 0.020316401941456119 -
 0.075425800377446464 -0.0068475360390731202 0.01309120625782014;-
 0.0063084953277156219 0.01141266083178495 0.020159626983370912
 0.019838044962432654 -0.031997738908737694 0.018848173971002653 -
 0.0073475251506123166 -0.0035625479014436568 0.023461957450623128
 0.0031606987392928578 -0.03880826364973157 0.02789713159487741
 0.016450704741311956 0.034229198992472815 0.014501191534059677
 0.0055192130026814014 0.0031785712592802993 -0.016346897426473862
 0.032068019478185938 -0.019379013590592204 0.014814528629924072
 0.027391905035194876 -0.0028280303595251293 0.0088885954976599471
 0.0058277632543464533 0.0010243684230069143 0.059426515396881666
 0.0055622141763451392 -0.017605897144741017 -0.016620439096010589 -
 0.04362830090881295 0.0073219574581979956 0.00621553309943596
 0.016788312643472449 0.010659090976481714 -0.018245944073313713 -
 0.023002647247375343 -0.042503796401815071 -0.049949924713522914
 0.063898868927772245 -0.019369815695168206 -0.029887172337300292
 0.011999479830088446 -0.038803361082007416 -0.043916226208442793 -
 0.019562653347510325 0.065190348015678939 0.032812726588698229
 0.0042428092489616709 0.0099911433994298859 -0.024553194357988899 -

```

0.047067518198860216 0.020319764723016248 -0.075434774435477983 -
0.0068480552750901725 0.013093024490161944];
IW1_2 = [-0.024529705562048972 -0.039209907324349966 -0.0054894590346150135
0.057786624712080521 0.019340907304012285 -0.037263183854675808 -
0.054506136442615698;-0.024526772526163726 -0.039202463306515827 -
0.0054879197015979429 0.057773828466846498 0.019336496221477865 -
0.037257126813385777 -0.054498359933723928;0.024518162391660922
0.039192193791745884 0.0054885843371163074 -0.057759866610204338 -
0.019334252262077821 0.037248399508116307 0.054485552248682796;-
0.024533355709772935 -0.039206272254252113 -0.0054856465336850305
0.057776259463761671 0.01933466391475254 -0.037260778473765611 -
0.054504967018131643;-0.024532474164475005 -0.039206462328350858 -
0.0054862118301608328 0.057777367429889939 0.019335336772137116 -
0.037260674364313802 -0.054504324508645445;-0.024525438512428353 -
0.039204150907792716 -0.0054895270186391659 0.057778341212332385
0.019339332612801973 -0.037258451431389353 -0.054499467006837408;-
0.024524286486611337 -0.039196742990502256 -0.0054868777450143751
0.05776418370126192 0.019333301023102475 -0.037252452346785779 -
0.054492276314767725;0.024529641633440135 0.039209875330912441
0.0054894850336038832 -0.057786611063388976 -0.019340936805773076
0.037263157542976481 0.05450608834561238;-0.024524639622627277 -
0.039202843879537153 -0.0054894338377098556 0.057776323557193927
0.019338812170785445 -0.037257376021631074 -0.054497997251986355;-
0.024528033912917021 -0.039208036353277714 -0.0054896617926619012
0.057784161834264901 0.019340663099241755 -0.037261643232372604 -
0.054503885211938954];

% Capa dos
b2 = -0.030448332859395619;
LW2_1 = [-0.24194191362277745 -0.24188882299509937 0.2419183084860223 -
0.24180090027138867 -0.2418246572603745 -0.24194530658984503 -
0.24185324407020353 0.2419428218282387 -0.24194232259278795 -
0.24194932516541648];

% Salidas
y1_step1_ymin = -1;
y1_step1_gain = 0.00938967136150235;
y1_step1_xoffset = 42;

% Simulación

% Dimensiones
TS = size(x1,2); % intervalos de tiempo

% estados retardados de los regresores
xd1 = mapminmax_apply(xi1,x1_step1_gain,x1_step1_xoffset,x1_step1_ymin);
xd1 = [xd1 zeros(8,1)];

% estados retardados de las observaciones pasadas
xd2 = mapminmax_apply(xi2,x2_step1_gain,x2_step1_xoffset,x2_step1_ymin);
xd2 = [xd2 zeros(1,1)];

% definición de salidas
y1 = zeros(1,TS);

% bucle temporal
for ts=1:TS

% retardo
xdts = mod(ts+6,8)+1;

% regresores

```

```

    xd1(:,xdts) =
mapminmax_apply(x1(:,ts),x1_step1_gain,x1_step1_xoffset,x1_step1_ymin);

    % observaciones
    xd2(:,xdts) =
mapminmax_apply(x2(:,ts),x2_step1_gain,x2_step1_xoffset,x2_step1_ymin);

    % capa 1
    tapdelay1 = reshape(xd1(:,mod(xdts-[1 2 3 4 5 6 7]-1,8)+1),56,1);
    tapdelay2 = reshape(xd2(:,mod(xdts-[1 2 3 4 5 6 7]-1,8)+1),7,1);
    a1 = tansig_apply(b1 + IW1_1*tapdelay1 + IW1_2*tapdelay2);

    % capa 2
    a2 = b2 + LW2_1*a1;

    % salidas
    y1(:,ts) =
mapminmax_reverse(a2,y1_step1_gain,y1_step1_xoffset,y1_step1_ymin);
end

% estados finales de retardo
finalxts = TS+(1: 7);
xits = finalxts(finalxts<=7);
xts = finalxts(finalxts>7)-7;
xf1 = [xi1(:,xits) x1(:,xts)];
xf2 = [xi2(:,xits) x2(:,xts)];
end

% funciones

% normalización de mínimos y máximos en las entradas
function y = mapminmax_apply(x,settings_gain,settings_xoffset,settings_ymin)
    y = bsxfun(@minus,x,settings_xoffset);
    y = bsxfun(@times,y,settings_gain);
    y = bsxfun(@plus,y,settings_ymin);
end

% función de activación sigmoideal simétrica
function a = tansig_apply(n)
    a = 2 ./ (1 + exp(-2*n)) - 1;
end

% función de procesamiento para la salida
function x =
mapminmax_reverse(y,settings_gain,settings_xoffset,settings_ymin)
    x = bsxfun(@minus,y,settings_ymin);
    x = bsxfun(@rdivide,x,settings_gain);
    x = bsxfun(@plus,x,settings_xoffset);
end

% entrenamiento y testeo
%
% data - regresores
% target - observaciones

X = tonndata(data,true,false);
T = tonndata(target,true,false);

```

```
% elección de una función de entrenamiento
trainFcn = 'trainbr'; % regularización bayesiana

% se crea una red NARX
inputDelays = 1:7;
feedbackDelays = 1:7;
hiddenLayerSize = 10;
net = narxnet(inputDelays,feedbackDelays,hiddenLayerSize,'open',trainFcn);

% preparación de los datos para el entrenamiento
[x,xi,ai,t] = preparets(net,X,{},T);

% división de datos para entrenamiento, validación y testeo
net.divideParam.trainRatio = 50/100;
net.divideParam.valRatio = 15/100;
net.divideParam.testRatio = 35/100;

% entrenamiento
[net,tr] = train(net,x,t,xi,ai);

% testeo
y = net(x,xi,ai);
e = gsubtract(t,y);
performance = perform(net,t,y)

% visualización de la red
view(net)

% diagramas: rendimiento, entrenamiento,  $R^2$ , respuesta, autocorrelación del
error
figure, plotperform(tr)
figure, plottrainstate(tr)
figure, plotregression(t,y)
figure, plotresponse(t,y)
figure, ploterrcorr(e)
```

ANEXO E: RESULTADOS DE LA RED NEURONAL

Día	Previsión	Observación	Desv. Abs.	Intervalo Prev.	Intervalo. Obs.
20	187,126106	170	17,126106	3	3
21	204,210018	165	39,2100183	4	3
22	110,851138	201	90,1488618	2	4
23	107,606715	47	60,6067154	1	1
24	84,0104589	70	14,0104589	1	1
25	91,8018295	46	45,8018295	1	1
26	101,987931	96	5,98793065	1	1
27	181,382971	169	12,3829713	3	3
28	187,244313	180	7,24431335	3	3
29	96,9048994	112	15,0951006	1	2
30	114,009023	82	32,0090228	2	1
31	96,0480266	55	41,0480266	1	1
32	83,8613819	95	11,1386181	2	1
33	73,3233395	79	5,6766605	3	1
34	181,027957	174	7,02795674	3	3
35	167,090101	170	2,90989899	3	3
36	106,541069	100	6,54106928	1	1
37	118,042519	116	2,0425186	2	2
38	104,505256	82	22,5052563	1	1
39	92,9404843	99	6,05951566	1	1
40	91,0091878	117	25,9908122	1	2
41	162,099336	155	7,09933616	3	3
42	157,709281	145	12,7092812	3	2
43	104,656517	66	38,656517	1	1
44	94,6794388	103	8,32056124	1	1
45	103,201581	65	38,2015806	1	1
46	96,3247504	92	4,32475037	1	1
47	85,6677882	60	25,6677882	1	1
48	134,95761	162	27,0423897	2	3
49	176,57665	158	18,5766502	3	3
50	83,4028044	43	40,4028044	1	1
51	108,501739	94	14,5017391	1	1
52	99,4966252	104	4,5033748	1	1
53	113,078444	109	4,07844424	2	1
54	91,2168702	53	38,2168702	1	1
55	193,763755	163	30,7637555	4	3
56	151,362968	150	1,36296823	2	2
57	107,79951	129	21,2004903	1	2
58	90,8520802	63	27,8520802	1	1
59	128,323785	152	23,6762148	2	3

60	105,199379	145	39,8006209	1	2
61	132,410207	137	4,58979257	2	2
62	186,780059	214	27,2199412	3	4
63	197,013785	240	42,9862152	4	5
64	115,061161	106	9,06116122	2	1
65	94,6841955	52	42,6841955	1	1
66	124,597297	88	36,5972974	2	1
67	119,032602	131	11,9673979	2	2
68	138,329773	104	34,3297732	2	1
69	200,185235	220	19,8147655	4	4
70	217,695447	241	23,3045529	4	5

REFERENCIAS

- [1] O. LEED, «Local development benefits from staging global events,» 2010.
- [2] S. S. a. R. C. Chris Gratton, «The economic impact of major sports events:,» 2006.
- [3] PWC, «Mega-event infrastructure opportunities,» 2011.
- [4] J. Teigland, «Impact on tourism from Mega-events,» 1996.
- [5] H. H. HILLER, «Mega-Events, Urban Boosterism and,» *International Journal of Urban and Regional Research*, 2000.
- [6] C. J. M. M. Andrea Collins, «Assessing the environmental impacts of mega sporting events,» 2007.
- [7] J. Riegel, «How do sports Mega-events compete with pro-poor development?,» 2010.
- [8] L. O. G. S. L. S. Juan Larrañeta, *Métodos modernos de gestion de la producción*, 1988.
- [9] J. S. e. Armstrong, *Principles of Forecasting*, 2001.
- [10] D. & L. P. Bails, *Business Fluctuations: Forecasting Techniques & Applications.*, 1997.
- [11] J. & A. R. Hanke, *Business Forecasting.*, Prentice Hall Press., 1998.
- [12] P. J. & R. A. D. Brockwell, *Introduction to Time Series and Forecasting.*, 1996.
- [13] C. Chatfield, *Time-Series Forecasting.*, Chapman and Hall/CRC Press, 2000.
- [14] P. H. Franses, *Time Series Models for Business and Economic Forecasting*, Cambridge University Press, 1998.
- [15] H. Doran, *Applied Regression Analysis in Econometrics.*, Marcel Dekker, 1989.
- [16] A. Novales, *Econometría*, McGraw-Hill., 1993.
- [17] H. TONG, *Non-Linear Time Series: A Dynamic*, Oxford University Press., 1990.
- [18] Z. TANG, *Feed Forward Neural Nets as*, 1991.
- [19] L. LJUNG, *System Identification Toolbox: User's Guide*, The Math Works, Inc., 1997.

