

Especificaciones Condicionales para Vectores Bidimensionales, Discretos y Finitos.

Trabajo presentado por **Román A. Pérez Villalta** para la obtención del grado de doctor, dirigido por el doctor **D. José Antonio Camúñez Ruiz**.

Resumen.

Introducción.

En este trabajo se estudia el siguiente problema de cálculo de probabilidades: dadas dos matrices $A = (a_{ij})$ y $B = (b_{ij})$ de orden $n \times m$ que verifican $a_{ij} \geq 0$, $b_{ij} \geq 0$ $\forall i = 1, \dots, n$; $\forall j = 1, \dots, m$ y además

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} = 1, \quad \sum_{j=1}^m b_{ij} = 1.$$

¿bajo qué condiciones tales matrices pueden ser consideradas distribuciones condicionadas de cierto vector aleatorio (X, Y) de variables discretas con recorrido finito?

Desarrollo.

De esta forma se estudia la existencia (compatibilidad) y la unicidad de soluciones utilizando diversos métodos, con especial énfasis en el método de extensión a rango unidad del que se ofrecen además, algunas aplicaciones al caso en que las distribuciones marginales del vector (X, Y) tenga alguna propiedad probabilística. Destacamos el uso de teoría de grafos en el estudio de la unicidad. Estudiamos también la incompatibilidad, esto es, la no existencia de soluciones, y se encuentran distribuciones que presentan una mínima incompatibilidad, es decir, de forma que la discrepancia entre las distribuciones condicionadas de

tales distribuciones, con las distribuciones definidas por las matrices A y B , es mínima, en algún sentido que se precisa en cada caso. También se estudia brevemente el caso en el que las distribuciones son discretas e infinitas.

Finalmente, se aplica el problema de la compatibilidad y unicidad al caso en el que dos agentes (personas, empresas,...) enfrentados en algún sentido, pueden tener cierto conocimiento de las probabilidades de las distintas opciones de que dispongan, cuando suponen que ya ha actuado la otra, las preguntas que se plantean aquí son, por ejemplo ¿existe coherencia en los agentes? (compatibilidad) ¿existe una única distribución de probabilidad que ha generado las probabilidades condicionadas? (unicidad).

El trabajo se completa con dos anexos, el primero pasa revista a algunos métodos adicionales para resolver el problema que nos ocupa y en el segundo se proporcionan algunas referencias que contienen algoritmos, en algunos casos con el código correspondiente, que resuelven algunos de los problemas tratados en este trabajo.

Conclusiones.

Encontramos una fuerte relación del problema de compatibilidad con el rango de cierta matriz (completa o no) de cocientes. Esta relación nos proporciona, no sólo información sobre la compatibilidad de las distribuciones condicionadas si no, además, métodos de cálculo de tal distribución, bien directamente o mediante otras matrices, que hemos denominado matrices de constantes de proporcionalidad. Este método puede aplicarse al estudio de la estructura de las matrices condicionadas que indican ciertas propiedades probabilísticas de las distribuciones marginales. Se han revisado, también, algunos métodos alternativos.

Respecto a la unicidad, se ha mostrado que el conjunto de soluciones de un problema de compatibilidad, es convexo. A continuación se mostró que la unicidad está relacionada con la situación de los ceros en las matrices de probabilidad condicionadas. Resultando que, tanto teoría de grafos, como la

estructura de la matriz de cocientes son poderosas herramientas para estudiar esta cuestión.

La descomposición en valores singulares de la matriz de cocientes, puede ser utilizada para encontrar distribuciones de mínima incompatibilidad, en el sentido de ciertas normas matriciales.

Respecto a los modelos de acción y reacción probabilística, se definen algunos modelos de comportamiento.