



DEPARTAMENTO DE  
ECONOMÍA APLICADA I

ACTUALIZACIÓN DE MARCOS INPUT-OUTPUT A  
TRAVÉS DE MÉTODOS DE PROYECCIÓN.  
ESTUDIO, APLICACIÓN Y EVALUACIÓN EMPÍRICA EN  
TABLAS DE ORIGEN Y DE DESTINO A PRECIOS  
BÁSICOS DE VARIOS PAÍSES DE LA UNIÓN EUROPEA

Trabajo presentado por **Juan Manuel Valderas Jaramillo** para la obtención del grado de Doctor, dirigido por la **Doctora Doña Elena Olmedo Fernández** y el **Doctor Don José Manuel Rueda Cantuche**.

Sevilla, Septiembre de 2015



*A mi madre, Carmen, y a mi padre, Manuel;  
y a todos mis profesores y maestros.  
Entre todos ellos me auparon a sus hombros  
para que yo pudiera llegar hasta aquí.*



## AGRADECIMIENTOS

Plasmar en unas pocas líneas los sentimientos de agradecimiento que en mí afloran en estos momentos en los que concluyo este trabajo es una tarea hercúlea. Tan hercúlea como lo ha sido el transitar por este camino que dio comienzo allá por el año 1996 y que diversas vicisitudes, todas de índole personal y exclusivamente atribuibles al que suscribe estas líneas, han hecho que se prolongue hasta el día de hoy. Afortunadamente, hoy podemos decir que hemos alcanzado Ítaca y que la maldición de Sísifo que ha sobrevolado mi cabeza durante estos últimos casi 20 años se ha desvanecido finalmente.

Puedo decir llegado el fin, que en todo este tiempo he sido muy afortunado por todas las personas que han compartido conmigo este caminar. Algunos llegaron al mismo una vez empezado. Otros se ausentaron temporalmente y luego volvieron. Muchos nunca han dejado de estar. Otros, desgraciadamente y de manera involuntaria, se fueron, pero nunca llegaron a desaparecer pues su estímulo y su ejemplo nunca dejaron de ser mi referencia. Mi eterno agradecimiento a todos ellos, y en especial a José María Alba Riesco. Son innumerables las maneras en que habéis contribuido al éxito de esta tarea, y sin todas ellas esto no habría sido posible.

También quiero manifestar mi más profundo agradecimiento y admiración a mi mujer, Fernanda, la persona que con toda seguridad más ha sufrido conmigo en este camino, y ha sido testigo en gran medida de todos mis desasosiegos y mis desalientos. Nadie puede imaginar, al igual que yo nunca podré agradecerle, lo tanto que una persona puede haberme dado. Sin ella, tantas y tantas cosas en mi vida habrían sido completamente imposibles. Gracias por todos tus sacrificios.

Del mismo modo, quiero manifestar públicamente mi agradecimiento a mis Directores de Tesis, por su apoyo, por haber creído incondicionalmente en mí, por haber sabido comprenderme –lo que no siempre es fácil-, y por todo el esfuerzo y tiempo dedicado.

Quiero también agradecer a mi hermana, Elena, su apoyo constante. Aunque no siempre te vea, sé que siempre estás ahí.

Asimismo, mi agradecimiento a todos mis compañeros del Departamento de Economía Aplicada I. Muchos de ellos son conscientes del estímulo que han supuesto en mi vida y espero que sigan siéndolo en el futuro. Otros quizá no lo imaginen, pero también han sido un estímulo fundamental para no arrojar la toalla nunca.

Mi agradecimiento a mis compañeros del 'Instituto de Estadística de Andalucía' por haberme enseñado tantas buenas cosas que me han modificado sustancialmente. También quiero agradecer al profesor Luis Robles Teigeiro por haber sido el primero en introducirme en este mundo. Su influencia en este trabajo está presente en muchos sitios.

Finalmente, quiero concluir agradeciendo al último en incorporarse a este camino. A la personita que me da toda la fuerza para seguir adelante. Tu alegría al verme cuando llegaba a casa tras cada larga jornada suponía la mayor recompensa. Sé que no has sido plenamente consciente de ello, pero te pido perdón porque mucha parte del tiempo que he dedicado a este trabajo nunca podré devolvértelo, y era tuyo. Espero poder recuperarlo a partir de ahora junto a tí. Te quiero más que a mi propia vida, mi JuanMa.



# Contenido

<i>INTRODUCCIÓN</i> .....	7
<i>CAPÍTULO 1: LA ACTUALIZACIÓN DE MARCOS INPUT-OUTPUT POR MÉTODOS INDIRECTOS</i> .....	19
<i>1.1. RAZONES EMPÍRICAS PARA EL DESARROLLO Y USO DE LOS MÉTODOS INDIRECTOS</i> .....	20
1.1.1. Actualización temporal para corregir efectos del cambio estructural por el mero transcurso del tiempo desde la última actualización.....	20
1.1.2. Adecuación temporal de marcos Input-Output con distinta fecha de actualización.....	21
1.1.3. Revisiones metodológicas.....	22
1.1.4. Cuadre y equilibrado de tablas.....	22
1.1.5. Análisis multi-regionales o multi-países.....	23
1.1.6. Confidencialidad y secreto estadístico.....	24
<i>1.2. LOS MÉTODOS INDIRECTOS: UNA REVISIÓN GENERAL</i> .....	24
1.2.1. Métodos de escalamiento proporcional.....	27
1.2.2. Métodos de optimización restringida.....	49
1.2.3. Métodos basados en modelización económica o econométrica y métodos lógico-económicos.....	66
<i>1.3. EVALUACIÓN GLOBAL DE LOS MÉTODOS INDIRECTOS</i> .....	73
1.3.1. Capacidad del método para dar respuesta a nuestra situación particular y necesidades.....	73
1.3.2. Evaluación empírica y bondad de ajuste comparada de los métodos de proyección analizados.....	76

<i>CAPÍTULO 2: SÍNTESIS Y OBJETIVOS</i> .....	85
2.1. <i>APOLOGÍA DE LOS MÉTODOS SUT-RAS Y EURO</i> .....	86
2.2. <i>ACTUALIZACIÓN DE TABLAS DE ORIGEN Y DESTINO FRENTE LA A TABLA INPUT-OUTPUT SIMÉTRICA</i> .....	90
2.3. <i>REQUISITOS DE INFORMACIÓN</i> .....	93
2.3.1 <i>¿Cuáles son los requisitos de información que manejan estos métodos?</i> . 94	
2.4. <i>OBJETIVOS DEL TRABAJO</i> .....	96
2.5. <i>SISTEMÁTICA DE TRABAJO</i> .....	99
2.5.1 <i>Valoración a precios básicos frente a precios de adquisición.</i> .....	100
2.5.2 <i>Selección temporal de observaciones</i> .....	101
2.5.3 <i>Ámbito espacial de las observaciones: selección de países</i> .....	104
2.5.4 <i>Agrupaciones de ramas, productos y componentes de la Demanda Final.</i> ...	
.....	105
2.5.5 <i>Medidas de Bondad de Ajuste</i> .....	107
 <i>CAPÍTULO 3: LOS MÉTODOS EURO Y SUT-RAS</i> .....	 139
3.1. <i>EL MÉTODO EURO PARA LA PROYECCIÓN DE UNA TABLA INPUT-OUTPUT SIMÉTRICA</i> .....	140
3.1.1 <i>Génesis del Método</i> .....	140
3.1.2 <i>Descripción del método EURO</i> .....	146
3.1.3 <i>Consideraciones generales acerca del Método EURO para tablas Input-Output simétricas</i> .....	162
3.2. <i>EL MÉTODO EURO PARA LA PROYECCIÓN DE TABLAS DE ORIGEN Y DESTINO</i> .....	166
3.2.1 <i>Descripción del método</i> .....	166
3.2.2 <i>Consideraciones generales acerca del Método SUT-EURO</i> .....	177
3.3. <i>EL MÉTODO SUT-RAS</i> .....	179



3.3.1. Orígenes del Método.....	179
3.3.2 La proyección integrada de tablas de Origen y Destino: el método SUT-RAS .....	181
3.3.3 El método SUT-RAS a precios básicos con información exógena adicional y con diferenciación de orígenes de los empleos en la tabla de Destino.....	197
3.3.4 Consideraciones generales acerca de la Metodología SUT-RAS.....	213
3.4. EL SUT-RAS CON DIFERENCIACIÓN DE ORÍGENES EN LOS EMPLEOS E INFORMACIÓN HOMOGÉNEA AL SUT-EURO.....	215
CAPÍTULO 4: LOS MÉTODOS DE PROYECCIÓN SUT-EURO Y SUT-RAS HOMOGENEIZADOS.....	227
4.1. EL MÉTODO SUT-EURO-1: ADAPTACIÓN DEL SUT-EURO ORIGINAL PARA EL TRATAMIENTO EXPLÍCITO DE LOS IMPUESTOS NETOS DE SUBVENCIONES SOBRE LOS PRODUCTOS.....	229
4.2. EL MÉTODO SUT-EURO-2: GENERALIZACIÓN DEL SUT-EURO-1 PARA INCLUIR LA PRODUCCIÓN A PRECIOS BÁSICOS COMO INFORMACIÓN EXÓGENA ADICIONAL Y TRATAMIENTO EXPLÍCITO DE LOS IMPUESTOS NETOS DE SUBVENCIONES SOBRE LOS PRODUCTOS. ....	239
4.2.1 El Método SUT-EURO-2 sin la especificación de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos. ....	253
4.3. EL MÉTODO SUT-RAS-2: GENERALIZACIÓN DEL SUT-RAS A PRECIOS BÁSICOS CON DIFERENCIACIÓN DE ORÍGENES EN LOS EMPLEOS Y TRATAMIENTO EXPLÍCITO DE LOS IMPUESTOS NETOS DE SUBVENCIONES SOBRE LOS PRODUCTOS. ....	254
4.4. EL MÉTODO SUT-RAS-1: SUT-RAS CON DIFERENCIACIÓN DE ORÍGENES EN LOS EMPLEOS, TRATAMIENTO EXPLÍCITO DE LOS IMPUESTOS NETOS DE SUBVENCIONES SOBRE LOS PRODUCTOS Y CON MISMA INFORMACIÓN EXÓGENA QUE EL SUT-EURO-1.....	266

CAPÍTULO 5: EVALUACIÓN EMPÍRICA.....	279
5.1. ANÁLISIS DE CONVERGENCIA DE LOS MÉTODOS IMPLEMENTADOS.....	282
5.2. ESTADÍSTICOS DE BONDAD DE AJUSTE CUALITATIVOS.....	288
5.3. ANÁLISIS DE LAS MEDIDAS DE BONDAD DE AJUSTE UTILIZADAS PARA DISCRIMINAR MÉTODOS. ....	291
5.4. CAPACIDAD PREDICTIVA GLOBAL DE LOS MÉTODOS.....	297
5.4.1 Análisis de la bondad de ajuste de todas las proyecciones en conjunto .	297
5.4.2 Análisis de la bondad de ajuste global según horizontes de proyección .	300
5.5. ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS DISTINTOS MÉTODOS. ....	302
5.5.1 Métodos Tipo 1 versus Métodos Tipo 2.....	303
5.5.2 ¿Qué método es preferible de los SUT-EURO: el aritmético o el geométrico? .....	308
5.5.3 ¿Qué método de proyección es más adecuado dependiendo de la información exógena de que dispongamos? .....	314
5.6. ANÁLISIS DE LA BONDAD DE AJUSTE POR BLOQUES DE LAS TABLAS DE ORIGEN Y DESTINO.....	338
5.6.1 Análisis global por bloques de las medidas de bondad de ajuste. ....	339
5.6.2 Prelación de métodos por bloques diferenciados en las tablas de Origen y de Destino. ....	343
5.7. ANÁLISIS DE ALGUNOS ELEMENTOS PARTICULARES: IMPORTACIONES, PRODUCCIÓN A PRECIOS BÁSICOS Y OUTPUT POR PRODUCTO. ....	350
5.7.1 Análisis de las proyecciones de la Producción a precios básicos por ramas obtenidas con los métodos Tipo 1. ....	351
5.7.2 Análisis de las proyecciones obtenidas del output por productos.....	354
5.7.3 Análisis de las proyecciones obtenidas del vector de importaciones CIF.	356

CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES.....	361
6.1. CONCLUSIONES.....	361
6.2. LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN .....	367
ANEXOS .....	369
ANEXO 1: SCRIPT DEL SUT-EURO-1.....	369
ANEXO 2: SCRIPT DEL SUT-EURO-2.....	379
ANEXO 3: SCRIPT DEL SUT-RAS-1 .....	390
ANEXO 4: SCRIPT DEL SUT-RAS-2 .....	399
ANEXO 5: SCRIPT DE MEDIDAS DE BONDADES DE AJUSTE .....	408
ANEXO 6: TABLA DE RESULTADOS.....	412
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	413



*"Todo viaje, por largo que sea, comienza con un primer paso" (Lao Tse)*

## ***INTRODUCCIÓN***

Una persona dedica una parte nada despreciable de su tiempo a leer libros, a consultar artículos y, en definitiva, a ejercitar un proceso de formación y mejora permanente cuyo objetivo es mantenerlo constantemente al día, o permitirle aprender algo nuevo, bien sea por el mero placer del conocimiento sin más, o para el desempeño de su trabajo ordinario. Es precisamente a lo largo de este arduo proceso, cuando de repente, en la base de ese trabajo diario, utilizando alguna nueva variante, o simplemente tratando de entender los pequeños detalles de las técnicas que uno está aplicando, surge alguna idea inesperada, y se pregunta si a fin de cuentas, en cierto asunto ¿se puede hacer todo diferente a como se hacía hasta ahora?...En ese punto esta persona abandona todo lo demás y sencillamente piensa, piensa y piensa sin fin, en la dirección que acaba de aparecer.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Este párrafo es una adaptación de una cita del insigne y eminente matemático ruso, Andréi Nikoláyevich Kolmogórov a la realidad personal del autor de este trabajo.

La anterior reflexión personal constituye, con bastante seguridad, la génesis de este trabajo que aquí comienza. En el trabajo diario, una persona tiene que desempeñar multitud de tareas, alcanzar objetivos y obtener resultados. Por lo general, siempre algunas tareas pueden parecernos más gratas que otras, pero de todas ellas hay que disfrutar puesto que ¿qué sería de nosotros si no disfrutáramos de todo ese cúmulo de experiencias que constituyen nuestra existencia?

Siempre se tiene que estar preparado, ya que nunca se es plenamente consciente de en qué momento algo sorprendente puede ocurrir, llenando nuestros ojos con el asombro y la excitación del niño que da sus primeros pasos por el mundo, ese niño que todos llevamos dentro y que nunca nos ha de abandonar.

El trabajo que aquí presentamos tiene sus cimientos hundidos en mucho de lo anteriormente descrito. Es la culminación de una labor que el azar y la necesidad –como la mayoría de las cosas que ocurren en esta vida- puso delante de mí allá por finales del 2009, cuando comenzaba mi andadura en el por aquel entonces llamado Instituto de Estadística de Andalucía.

En el corazón de cualquier análisis Input-Output se encuentra el Marco Input-Output, ese conjunto de tablas de coeficientes y transacciones que describen las relaciones de intercambio de bienes y servicios que se dan en una economía y que representan el proceso de producción y consumo en un instante del tiempo con un detallado nivel de desagregación funcional, institucional y sectorial. Muchos usuarios de esta operación estadística, por lo general profesionales y modelizadores de la realidad económica, requieren disponer de marcos Input-Output, o de algunos de sus elementos que lo conforman para poder llevar a cabo sus análisis.

El término marco Input-Output tal y como se concibe hoy día<sup>2</sup> está perfectamente descrito en el Reglamento (CE) N° 2223/96 del Consejo de 25 de junio de 1996 relativo al Sistema Europeo de Cuentas Nacionales y Regionales de la Comunidad (SEC-95). Es el SEC-95 el primer sistema de cuentas en que se menciona de manera explícita el concepto marco Input-Output<sup>3</sup>. En el

---

<sup>2</sup> Con la publicación en 2013 del SEC-2010 a través del Reglamento (UE) n° 549/2013 del Parlamento Europeo y del Consejo, de 21 de mayo de 2013, relativo al Sistema Europeo de Cuentas Nacionales y Regionales de la Unión Europea, se ha mantenido este esquema fundamental de marco Input-Output. Aunque sin embargo, la aplicación de nuevos criterios metodológicos en la elaboración del mismo y el empleo de unas nuevas clasificaciones de Actividades Económicas y Productos hace que los mismos no sean directamente comparables.

<sup>3</sup> Instituto Nacional de Estadística "Los sistemas Input-Output en el SEC: SEC79 y SEC95. Nota metodológica". Disponible en <http://www.ine.es/daco/daco42/cne/metodologiaio.pdf>

mismo se describe el marco Input-Output como una colección de cinco conjuntos de tablas interrelacionadas<sup>4</sup>:

- Tabla de Origen
- Tablas de Destino con doble criterio de valoración (a precios básicos y a precios de adquisición)
- Tabla Input-Output Simétrica
- Tablas que relacionan las ramas de actividad y los sectores institucionales
- Tablas complementarias para el cambio de valoración de precios de adquisición a precios básicos (márgenes de comercio, márgenes de transporte, matrices de impuestos netos de subvenciones sobre los productos y matrices de subvenciones sobre los productos)

Para nuestro trabajo, y para la mayoría de análisis Input-Output, los elementos fundamentales de un marco Input-Output son, principalmente, las tablas de Origen y de Destino, y la tabla Input-Output denominada habitualmente como tabla simétrica.

Las tablas de Origen y Destino proporcionan una imagen detallada de la oferta de productos -bienes y servicios tanto interiores como importados- que existen en una economía, así como de los empleos que se hacen de los mismos, tanto para el consumo intermedio por parte de otras ramas de actividad, como para su uso como bienes finales por parte de los sectores institucionales, así como para la acumulación de capital y la exportación.

La tabla de Destino proporciona, además, la manera en que el valor añadido generado por cada rama de actividad se reparte entre todos los factores de producción que contribuyen a dicha elaboración. En conjunto, ambas tablas proporcionan una información detallada sobre los procesos de producción que tienen lugar en las distintas ramas de actividad, la estructura de los costes de producción, las interdependencias en la producción de las distintas ramas, el empleo de los bienes y servicios, y la generación de valor añadido.

Las tablas de Origen y Destino representan pues, una descripción estadística de las relaciones interindustriales que tienen lugar en una economía, tanto desde el punto de vista de la producción u oferta (origen), como desde el punto de vista de la demanda o empleos que se hace de dicha producción (destino). En las tablas de Origen y Destino, las empresas agrupadas por ramas de actividad se presentan en el estado natural en que se dan en la economía, es

---

<sup>4</sup> Una descripción más detallada puede encontrarse en el Capítulo 9 y en el Anexo B del Reglamento (UE) nº 549/2013 del Parlamento Europeo y del Consejo, de 21 de mayo de 2013, relativo al Sistema Europeo de Cuentas Nacionales y Regionales de la Unión Europea.

decir, cada rama de actividad puede producir no sólo los productos característicos o principales de dicha rama, sino también otros productos no característicos o secundarios. Así, las tablas de Origen y Destino son tablas del tipo producto-rama, de manera que se especifica que producto se produce o se emplea (según sea Origen o Destino) y por parte de que rama de actividad.

La tabla Input-Output simétrica es una construcción que se realiza a partir de las dos tablas anteriores. Es una tabla con el mismo número de filas y columnas, de ahí su equívoca denominación como tabla simétrica, bien producto-producto, o rama-rama. La selección de un tipo u otro depende del objetivo específico de análisis económico que se quiera resaltar.

En una tabla Input-Output simétrica del tipo producto-producto se muestra simultáneamente, si se lee por filas, quién usa o cuál es el destino de la producción de las empresas aglutinadas dentro de la rama que los produce de manera característica; mientras que si se lee por columnas nos informa de cuáles son los inputs requeridos para la producción del producto característico de correspondiente a la rama (columna) en cuestión. Las empresas aglutinadas dentro de una rama de la tabla Input-Output simétrica, son unidades de producción homogéneas, es decir, empresas que se dedican a producir exclusivamente los productos principales correspondientes a esa rama de actividad.

La tabla Input-Output simétrica se construye, dentro del marco Input-Output, a partir de las tablas de Origen y Destino. Para pasar de la tablas de Origen y Destino a la Simétrica se recolocan todas las producciones secundarias en las ramas en las que dichos productos constituyen su producción primaria, asignando los inputs del proceso de producción que han sido necesarios para llevar a cabo dicha producción secundaria. Esto se hace de acuerdo con diferentes conjuntos de hipótesis dependiendo del tipo de tabla simétrica que se quiera construir.

En la Unión Europea, a partir de la publicación SEC-95, y tras un periodo de adaptación que concluyó en 2002, los Estados Miembros de la Unión Europea deben remitir a Oficina Europea de Estadísticas (EUROSTAT) las tablas de Origen y Destino con periodicidad anual, y un marco Input-Output completo con periodicidad quinquenal. Son los Institutos y Oficinas de Estadística nacionales de la Unión Europea los responsables de la elaboración de sus marcos Input-Output oficiales respectivos. Paralelamente, también son responsables de la elaboración de los sistemas de Contabilidad Nacional que tienen una periodicidad anual.



En Andalucía<sup>5</sup> se publica un marco Input-Output con periodicidad quinquenal en plena consonancia con los requisitos establecidos en el SEC para su elaboración, y del mismo modo ocurre con la Contabilidad Regional de Andalucía con una periodicidad anual. Además, existe un proyecto estadístico<sup>6</sup> con el objeto de la elaboración de una "Tabla Input-Output Simétrica Anual de Andalucía". El responsable de la elaboración de dichas operaciones estadísticas en Andalucía es el Instituto de Estadística y Cartografía de Andalucía.

¿Por qué se elabora este doble sistema de información en paralelo y con diferente periodicidad? ¿No es suficiente un sistema de contabilidad anual para cada 5 años tener que complementar el mismo con el marco Input-Output? ¿Y si tan relevante es el marco Input-Output porque no se realiza el mismo con periodicidad anual? En la respuesta a estas preguntas se encuentra el sentido de este trabajo.

La Contabilidad Anual, en su dimensión territorial nacional o regional, tiene como objetivo el conocimiento de las principales magnitudes económicas de las diferentes ramas de actividad y su evolución en el tiempo, así como permitir la comparación de sus resultados con los obtenidos en otros ámbitos territoriales. Sin embargo, el marco Input-Output proporciona una mayor riqueza analítica, puesto que dentro de las tablas que componen el marco se recogen las relaciones intersectoriales describiéndose el sistema económico de un territorio como una serie de flujos interdependientes de bienes y servicios, y factores de producción.

La elaboración de un marco Input-Output es una operación de síntesis que requiere de una ingente cantidad de fuentes de información estadística primarias y derivadas, además del desarrollo encuestas específicas para tal fin. Las tablas que componen el marco Input-Output pueden considerarse como una ampliación de las cuentas nacionales, poniendo el énfasis en las transacciones que se producen entre las diferentes ramas de actividad.

En consecuencia, la construcción de un marco Input-Output completo con periodicidad anual cuenta con una dificultad muy importante. Es una tarea difícil de abordar debido a los enormes requerimientos necesarios en términos de información: tiempo necesario para recolectar la misma, excesiva carga de información a la que se sometería a las unidades informantes - empresas de todo el tejido económico- a los que se les demandaría datos económicos muy específicos y detallados no recogidos de manera ordinaria en su contabilidad. A esto habría que sumarle los requisitos en términos de recursos económicos, materiales y humanos

---

<sup>5</sup> Véase el Plan Estadístico y Cartográfico de Andalucía 2013-2017 ([Ley 3/2013, de 24 de julio, publicada en el BOJA número 154, de 7 de agosto de 2013](#)).

<sup>6</sup> Proyecto Estadístico 05.01.03 del Plan Estadístico y Cartográfico de Andalucía 2013-2017.

necesarios para la preparación y realización de encuestas, elaboración y organización de toda la información en el formato matricial de todas las transacciones intersectoriales de un marco Input-Output.

En las últimas décadas a nivel global, y a nivel europeo muy especialmente desde la publicación del SEC-95, se ha avanzado enormemente en aras de una mayor armonización en cuestiones metodológicas, alcanzándose consensos cada vez más generales en materia de homogeneización, clasificación, definiciones, directrices y criterios para llevar a cabo la estimación de los distintos elementos que constituyen un marco Input-Output, con la consiguiente mejora en la comparabilidad entre diferentes territorios. Al mismo tiempo se han reducido considerablemente los lapsos de tiempo para la publicación de las tablas Input-Output.

A pesar de todo lo anteriormente descrito, y del gran esfuerzo realizado para producir marcos Input-Output armonizados y con periodicidad quinquenal, la regularidad alcanzada en su publicación no puede ocultar otra realidad innegable: el lapso temporal existente entre el momento de la publicación y el instante temporal al que el marco está referido.

En España, el Instituto Nacional de Estadística publicó<sup>7</sup> el 29 de Mayo de 2015 las tablas de Origen y Destino del Marco Input-Output 2010, no habiéndose aún publicado en el momento de escribir estas líneas la tabla Input-Output simétrica. El Instituto de Estadística y Cartografía de Andalucía publicó<sup>8</sup> su marco Input-Output de 2010 el 16 de Junio de 2015, y la tabla Input-Output simétrica, junto con una actualización de las tablas de Origen y Destino anteriormente mencionadas, el 9 de Julio de 2015.

Estos dos ejemplos, que traemos aquí por su cercanía y no porque constituyan un hecho extraordinario en sí -sino que más bien al contrario- ilustran muy adecuadamente el desfase usual existente entre las fechas de publicación y el periodo al que hacen referencia las publicaciones.

De acuerdo con lo establecido en el programa de transmisión del SEC-10, hasta finales de 2018 no correspondería la transmisión por parte de los Estados Miembros a EUROSTAT del siguiente marco Input-Output correspondiente al año 2015.

El elevado costo en recursos de todo tipo que conlleva la producción de un marco Input-Output, conduce a que la única posibilidad para obtener estas tablas con una periodicidad

---

<sup>7</sup> Véase <http://www.ine.es/jaxi/menu.do?type=pcaxis&path=%2Ft35%2Fp008&file=inebase&L=0>

<sup>8</sup> Véase <http://www.juntadeandalucia.es/institutodeestadisticaycartografia/mioan/actualizaciones.htm>

inferior, sea mediante la búsqueda de un compromiso razonable entre el tiempo necesario para su elaboración y la información disponible. Es preciso conciliar las ingentes necesidades de información y de medios que se requerirían para realizar una compilación completa de un marco Input-Output con las limitaciones de tiempo que imponen elaborar una estadística de esa naturaleza con periodicidad. Igualmente, si para nuestros análisis necesitamos disponer obtener de un marco Input-Output con una fecha de publicación previa a la establecida, la única posibilidad es realizar una proyección de un marco anterior con la información disponible hasta ese momento.

En consecuencia, es en este contexto donde surgen los denominados métodos indirectos de construcción de marcos Input-Output.

La forma canónica de construcción de un marco Input-Output es la estimación directa y completa de todos los elementos del mismo en base a la información estadística primaria, muy abundante y completa, que se requiere para tal propósito (encuestas específicas, estadísticas estructurales, fuentes administrativas, informes y memorias económicas de empresas...). Esto es lo que denominaremos como construcción directa del marco Input-Output o, simplemente, compilación.

Frente a la construcción directa o compilación se encuentran los métodos indirectos de elaboración o actualización<sup>9</sup> de marcos Input-Output.

Un método indirecto de elaboración de marcos Input-Output –o simplemente un método indirecto- es un proceso de ajuste por el que, a partir de una matriz o conjunto de matrices pertenecientes a un marco Input-Output de referencia, se actualizan los elementos de dichas matrices hacia un año objetivo elegido utilizando para ello alguna información adicional exógena correspondiente al año objetivo en el que se pretende actualizar el nuevo marco. De esta manera, los coeficientes iniciales son corregidos en virtud de este proceso hasta hacerlos compatibles con la información exógena del año objetivo disponible en el momento de realizar la actualización.

Los métodos indirectos realizan una serie de procesos de ajuste –dependiendo del método seleccionado- que modifican los elementos de las matrices de partida. De este modo, a partir de la información de partida del año base, y la información adicional correspondiente al año

---

<sup>9</sup> El empleo de los términos actualización y elaboración referidos a los métodos indirectos deben entenderse como sinónimos en este trabajo.

objetivo, se obtienen unas nuevas matrices que son plenamente compatibles con la información exógena en el año objetivo.

La Contabilidad Nacional anual suele ser la principal fuente de información exógena para las actualizaciones a nivel nacional de los marcos Input-Output por métodos indirectos. Cada método indirecto tiene unos planteamientos sobre cómo realizar la actualización y unos requerimientos de información diferente. Muchos de ellos se han desarrollado con diferentes requisitos de información para adaptarse a las necesidades particulares de información disponible en cada situación.

En la literatura académica sobre este tema se han desarrollado una gran diversidad de técnicas y métodos indirectos que, a partir de una información incompleta adicional y con diferentes niveles de requisitos de información según el método indirecto considerado, permiten actualizar los diferentes elementos que constituyen un marco Input-Output.

En virtud del tipo y cantidad de información exógena empleada en la actualización, podríamos establecer una diferenciación entre los distintos métodos indirectos de actualización de un marco Input-Output. Frente a la estimación directa o compilación se encuentran los métodos de proyección

En primer lugar estarían las que denominaremos como proyecciones. Una proyección se caracteriza por requerir un mínimo nivel de información exógena, usualmente las marginales de las tablas a proyectar, aunque algunos métodos de proyección requieren una información aún menor, no siendo preciso disponer de un conocimiento completo de las marginales.

A mitad de camino entre la proyección y la compilación hablaríamos de estimaciones. Las estimaciones constituirían un camino intermedio entre la compilación y la proyección, ya que combinan el empleo de métodos de proyección con una información adicional exógena que es superior a la empleada por los métodos de proyección, lo que incluiría elementos interiores de la matriz a proyectar, información parcial sobre subconjuntos de la misma o información agregada sobre alguna combinación lineal de coeficientes o agrupación de los mismos, pero siempre inferior a la requerida para una compilación.

Con el objeto de ilustrar esta idea, consideremos las encuestas estructurales a empresas que se realizan y que se emplean para la construcción de la Contabilidad Nacional o Regional y que están disponibles con periodicidad anual. Estas fuentes de información primaria no proporcionan una información completa para determinar la estructura productiva de una empresa con el detalle necesario para una compilación. Sin embargo, sí proporcionan información parcial sobre los empleos realizados de algunos consumos intermedios, o para

una agrupación de los mismos. Por tanto, sería factible una explotación de estas fuentes para obtener ciertas relaciones acerca de la estructura de determinados sectores en el año de proyección y detectar algunos cambios que se están produciendo. Algunos métodos indirectos son flexibles para la incorporación de mayor información exógena de modo parcial, lo que los convertiría en adecuados para el propósito de incorporar toda la información que pueda aprovecharse de encuestas estructurales dirigidas a empresas como la Encuesta Industrial de Empresas, la Encuesta Industrial de Productos, la Encuesta de Comercio y la Encuesta de Actividades del Sector Servicios, o bien encuestas dirigidas a hogares con la Encuesta de Presupuesto Familiares, que todas las oficinas estadísticas nacionales realizan con frecuencia anual y proporcionan elementos sustanciales del marco Input-Output tanto de la Tabla de Origen, como de la Tabla de Destino, tanto en la parte correspondiente a la Demanda Intermedia como a la Demanda Final.

En resumen, podemos distinguir entre tres maneras alternativas para la construcción de un marco Input-Output:

- Compilaciones o construcción directa del marco Input-Output
- Proyecciones las obtenidas mediante el empleo de un método indirecto que requiere únicamente el conocimiento de las marginales de las tablas a proyectar, o en ocasiones una información exógena incluso más reducida.
- Estimaciones, que serían proyecciones realizadas con métodos indirectos que requieren una información exógena adicional a la proyección, bien de elementos singulares en el interior de la tabla, o de agrupaciones de los mismos.

En este trabajo nos centraremos en el análisis y empleo de métodos de proyección. Estos métodos, requieren de una información exógena que es pública y está disponible a través de las Oficinas Estadísticas oficiales de manera regular, con garantías de continuidad en el tiempo de la misma, de manera fiable y sin mayores restricciones que las impuestas por el secreto estadístico.

Para llevar a cabo estimaciones es preciso disponer de las fuentes de información como las encuestas estructurales anteriormente citadas, y en definitiva cualquier información estadística con cierta solidez, como registros administrativos con información económica. En muchas ocasiones es preciso disponer de toda esa información a un nivel de desagregación de microdatos para realizar explotaciones singularizadas de los mismos en aras a la obtención de la información necesaria de manera que ésta sea aprovechable para la construcción de un marco Input-Output adaptado al método que utilicemos. A pesar de que muchas de las Oficinas Estadísticas oficiales están trabajando en los últimos años en la puesta a disposición del

público en general, y en particular de los investigadores, de microdatos convenientemente anonimizados, el empleo de esta información para nuestros propósitos habría sido una utopía, debido principalmente a dos motivos que están relacionados con la existencia y accesibilidad de la información exógena necesaria para implementar una estimación.

En primer lugar, la información disponible no suele ser homogénea de país a país, o de territorio a territorio, en algunos casos la información estadística disponible en un territorio no lo está en otros; y en segundo lugar, aunque esta información exista, no siempre es accesible al público en general ya que en muchos casos la desagregación territorial y sectorial de la información puesta a disposición del público es uno de los aspectos más sacrificados, precisamente para evitar la revelación estadística de las unidades informantes. Estos dos motivos impiden la evaluación empírica de los métodos en igualdad de condiciones y de manera homogénea para un conjunto diverso de países, como se realiza en este trabajo,

Todo ello nos conduce a descartar información exógena para el desarrollo de nuestros métodos más allá de la disponible en la Contabilidad Anual, lo que nos restringe al uso métodos de proyección. El empleo y evaluación de métodos de estimación de manera homogénea requeriría, en cualquier caso, de un estudio pormenorizado y particularizado de cada territorio y de la información disponible y accesible en los mismos que está fuera del alcance de este trabajo.

En este trabajo se estudiarán en detalle una serie de métodos de proyección para Tablas de Origen y Destino, el Método EURO y el Método SUT-RAS, cuyo uso se ha generalizado en la práctica ya que presentan unas características que los convierten en muy populares. Estos métodos han sido contrastados empíricamente de manera repetida en la literatura académica sobre este tema evaluándose su nivel de desempeño de manera comparativa. Sin embargo, en nuestra opinión, esta comparativa se ha llevado a cabo de manera inadecuada ya que aunque ambos métodos tienen en común su propósito, la proyección de tablas de Origen y de Destino, pero sin embargo trabajan con requisitos de información exógenas diferentes, lo que en nuestra opinión convierte de manera artificial en más favorecido en las evaluaciones al que trabaja con una mayor información exógena.

La principal aportación de este trabajo es el desarrollo de estos dos métodos de proyección para hacerlos homogéneos en lo que respecta al empleo de información exógena. Por ese motivo se ha trabajado en una doble dirección. Por un lado, se ha desarrollado el método EURO para incorporar la información exógena adicional que emplea el SUT-RAS original y hacerlos comparables con un nivel información exógena mayor. Por otro lado se ha

desarrollado el método SUT-RAS para trabajar con una información exógena más restringida plenamente equiparable a la que requiere el método EURO original.

Igualmente, se han adaptado ambos métodos para dar cabida a información adicional plenamente disponible en la Contabilidad Anual, como son los totales de impuestos netos de subvenciones sobre los productos, de manera que ambos métodos puedan adecuarse a la proyección de tablas de Origen y de Destino con las definiciones contables que emanan del Sistema Europeo de Cuentas y puedan ser directamente aplicables por las Oficinas Estadísticas oficiales en su ámbito territorial específico sin simplificaciones o imprecisiones innecesarias.

De este modo, con los cuatro métodos desarrollados, se ha realizado una evaluación empírica de los mismos aplicándolos a una serie de proyecciones de tablas e Origen y de Destino para el periodo 2000-2005 en cuatro países de la Unión Europea (Austria, Bélgica, España e Italia) de manera que podamos extraer conclusiones acerca de que métodos son más adecuados para su aplicación y en qué condiciones en función de la información exógena disponible. Éstas son las principales aportaciones de este trabajo que se ha estructurado en seis capítulos.

En el capítulo primero se revisarán las principales razones que justifican la necesidad del empleo de los métodos indirectos de elaboración de marcos Input-Output y se revisará la literatura académica que hay publicada sobre los mismos.

En el capítulo segundo se presentan los detalles metodológicos de cómo se va a realizar este trabajo, así como los principales interrogantes y objetivos que pretendemos alcanzar con el mismo. Se justifica la selección de métodos realizada, las hipótesis de trabajo planteadas que a su vez determinan el contenido y los resultados de este trabajo, finalizando con los principales objetivos que pretendemos alcanzar.

El capítulo tercero se centra en la introducción y análisis de los métodos EURO y SUT-RAS tal y como fueron desarrollados originalmente por sus autores respectivos. Se realiza un análisis en profundidad de los mismos con el objeto de comprender su configuración y metodología con el detalle suficiente para poder generalizar los mismos respetando en la medida de lo posible su planteamiento original.

En el capítulo cuarto se desarrollan las generalizaciones de los métodos EURO y SUT-RAS de manera que ambos puedan trabajar en condiciones más detalladas desde el punto de vista contable sin simplificaciones innecesarias, y en condiciones homogéneas de información exógena de manera que sean perfectamente comparables en un doble escenario: el primero con una información exógena más reducida, con la que trabaja el método EURO; y un segundo escenario con una información exógena más ampliada, tal y como trabaja el SUT-RAS.

El capítulo quinto contiene la evaluación empírica de los métodos desarrollados en el capítulo anterior. En el mismo, los métodos son evaluados en cuanto a su capacidad de desempeño a la hora de proyectar una serie de tablas de Origen y de Destino reales de cuatro países de la UE para el periodo 2000-2005.

Finalmente, el capítulo sexto recoge las conclusiones alcanzadas en este trabajo junto con una serie de líneas futura de continuación del mismo.

Por último, se incluye una serie de Anexos con los códigos MATLAB de los programas que implementan los métodos desarrollados y que llevan a cabo todos los cálculos realizados en la evaluación empírica.



*“Cuando emprendas tu viaje a Ítaca pide que el camino sea largo, lleno de aventuras, lleno de experiencias, no temas a los lestrigones ni a los cíclopes, ni al colérico Poseidón”  
(Kavafis, Viaje a Ítaca)*

## ***CAPÍTULO 1***

# ***LA ACTUALIZACIÓN DE MARCOS INPUT-OUTPUT POR MÉTODOS INDIRECTOS***

En este capítulo se introducirán las razones que justifican por qué el empleo de los métodos indirectos de actualización es una necesidad en la práctica, así como una categorización de dichos métodos atendiendo a sus características principales. Al mismo tiempo, realizaremos una revisión breve acerca del extenso conjunto de métodos indirectos de actualización existentes en la literatura describiendo de manera sucinta los mismos.

## 1.1. RAZONES EMPÍRICAS PARA EL DESARROLLO Y USO DE LOS MÉTODOS INDIRECTOS.

En este apartado introducimos un conjunto de razones que conducen a que sea necesario el empleo de los métodos indirectos para la elaboración y actualización de los elementos de un marco Input-Output en la práctica.

### 1.1.1. Actualización temporal para corregir efectos del cambio estructural por el mero transcurso del tiempo desde la última actualización.

Siguiendo a Miller y Blair (2009)<sup>10</sup>, una de las razones que más preocupan a los usuarios de los métodos de análisis Input-Output es que el último marco Input-Output del que disponen corresponden a datos procedentes de una estimación realizada varios años atrás. No puede ocultarse la realidad de que un marco Input-Output se va quedando obsoleto por el mero transcurso del tiempo, y con él las eventuales aplicaciones que se derivan del análisis del mismo.

Es obvio que las técnicas de producción cambian a lo largo del tiempo, y con ellas las relaciones existentes en una economía, lo que se reflejará en los elementos de las tablas correspondientes a un marco Input-Output. Entre los principales motivos para estos cambios, Blair y Miller destacan las siguientes:

- Cambio tecnológico mediante el cual se modifica la tecnología de producción de un determinado sector, lo que lleva a una sustitución de inputs por otros.
- Cambios en la demanda de los productos de alguna rama. Estos cambios producen una serie de efectos directos e indirectos. Por ejemplo, un aumento de la demanda de un producto llevará aparejado un incremento proporcional de los todos los inputs de la rama productora, esto tendrá a su vez un efecto multiplicador en el resto de ramas. Por otro lado, el incremento de la producción puede llevar aparejado economías de escala en la rama que modifique la estructura de los coeficientes técnicos de la misma.
- El desarrollo de nuevos bienes y servicios en la economía. En una tabla de Origen y de Destino agregada, estos nuevos productos podrían constituir una nueva fila y columna en la tabla, o bien incluirse en una rama y agregación de productos existentes, lo que modificaría la estructura de la tabla actual.

---

<sup>10</sup> Miller, R.E. y Blair, P.D. (2009) "Input-Output Analysis: Foundations and Extensions". 2ª edición. Cambridge, Cambridge University Press. Véase pp. 303-310.

- Cambios en los precios relativos, con los consiguientes efectos renta y efectos sustitución inducidos en las demandas de los productos afectados por los cambios en los precios y sus bienes sustitutivos.
- Cambios en la oferta y en la demanda de productos interiores e importados, lo que alterará las relaciones entre las diferentes ramas de una economía creándose o destruyéndose interrelaciones entre ellas.

Consecuentemente, el transcurso del tiempo hará que los elementos de todas las tablas que componen un marco Input-Output se modifiquen por lo que el empleo de una técnica de análisis Input-Output basados en los elementos de una tabla que no esté actualizada, tendrá la misma consecuencia sobre las conclusiones de los estudios derivados de ella.

### **1.1.2. Adecuación temporal de marcos Input-Output con distinta fecha de actualización.**

No obstante, la actualización temporal hacia el futuro de los marcos Input-Output no es la única razón por la que puede ser necesaria la elaboración de un marco Input-Output por métodos indirectos.

En ocasiones los usuarios requieren de marcos Input-Output de diferentes países y regiones con la misma frecuencia temporal de publicación y en instantes del tiempo adecuado. Sin embargo, no todos los países y regiones publican los marcos Input-Output de manera regular en el tiempo. No es el caso actualmente de los Estados Miembros de la Unión Europea desde la introducción del SEC-95, pero sigue siendo el caso de muchos otros países y regiones<sup>11</sup> en los que los marcos respectivos no se publican con la misma periodicidad, o no están referidos a los mismos años de referencia, por lo que será necesario aplicar algún método indirecto de manera que se acompasen en el tiempo los marcos disponibles.

---

<sup>11</sup> A modo de ejemplo, la mayoría de Comunidades Autónomas españolas están publicando, o han publicado recientemente, sus marcos Input-Output correspondientes al año 2010. Sin embargo, la Comunidad Autónoma de Cataluña ha elaborado el último marco Input-Output referido al año 2011 en lugar de 2010. Véase <http://www.idescat.cat/novetats/?id=2080&lang=es>. Del mismo modo, el Instituto Cántabro de Estadística (ICANE) está actualmente trabajando en la compilación del Marco Input-Output para Cantabria correspondiente a 2012, sucesor del anterior marco elaborado en 2007. Véase ICANE (2014) "Memoria de Actividades del ICANE. 2014", p. 48.

### 1.1.3. Revisiones metodológicas

Otra necesidad práctica en la que los métodos indirectos constituyen una alternativa técnica muy útil es en aquellas situaciones en la que cambios metodológicos o de los sistemas de clasificación de actividades económicas o de productos, quiebran una serie temporal de marcos Input-Output perdiéndose la continuidad de la misma. No es ésta una situación en absoluto extraordinaria en la práctica. Los Marcos Input-Output de España de los años 1995, 2000 y 2005 se realizaron de acuerdo con lo establecido en el SEC-95 y con el sistema de clasificación de actividades económicas de la CNAE93. Posteriormente, se publicaron algunos elementos del marco Input-Output de España de 2008 en la que se adaptaba el marco al nuevo sistema de clasificaciones emanado de la CNAE09. Posteriormente, se acaba de publicar el marco 2010 en el que se ha empleado la metodología SEC10 junto a la CNAE09. Esta situación también ha ocurrido con pequeñas variaciones en la construcción de los marcos Input-Output del resto de países de la Unión Europea.

Es algo más que improbable que las autoridades de estadísticas vayan a revisar los marcos anteriores de 1995 a 2005 para, cuando menos adaptarlos a la CNAE09, lo que elevaría en gran medida la comparabilidad. Los métodos indirectos podrían constituir una herramienta para realizar proyecciones hacia atrás y hacia delante de los marcos publicados de manera que se pudiera reconstruir una serie de marcos Input-Output con garantías de homogeneidad y comparabilidad, si bien no exacta, al menos mucho mejor que la que existe en la situación actual de no hacer nada. Rueda-Cantuche et alia (2013a)<sup>12</sup> analizan posibles vías para llevar a cabo este proceso para evitar discontinuidades en la serie de marcos Input-Output a lo largo del tiempo por estos motivos.

### 1.1.4. Cuadre y equilibrado de tablas

Otra faceta en la que los métodos indirectos pueden jugar también un papel muy interesante es para llevar a cabo el cuadro final de las tablas de Origen y Destino en la compilación de un marco Input-Output. Como se ha explicado anteriormente, la construcción de un marco Input-Output es una operación de síntesis estadística en la que además de trabajar desde un punto de vista de investigación estadística a partir de encuestas específicas, también se trabaja con

---

<sup>12</sup> Rueda-Cantuche, J. M., Amores, A. F. y Remond-Tiedrez, I. (2013), "Evaluation of different approaches to homogenise supply-use and input-output tables with common product and industry classifications". Report to the European Commission's Joint Research Centre under the Contract Project: "European and Euro Area Time Series of Supply, Use and Input-Output Tables in NACE Rev.2, current and previous year prices (2000-2009)".

la información agregada disponible a partir de otras encuestas estructurales. Es necesario conciliar toda esta información para llevar a cabo un marco en el que la producción esté perfectamente equilibrada desde la perspectiva de la oferta, la demanda y de la renta.

En muchos casos, a la hora de realizar este proceso, hay elementos específicos que resultan altamente fiables porque todas las fuentes coinciden en fijar ese dato. Sin embargo, en otros sectores, la información disponible no es tan abundante, llegando en algunos casos a ser difusa e incluso contradictoria según las diferentes fuentes. En estos casos, en las oficinas estadísticas se suelen llevar a cabo cuadros manuales, asignando una mayor credibilidad a determinadas fuentes frente a otras y solventando los conflictos basado en el criterio experto del analista. Los métodos indirectos podrían jugar un papel interesante en la realización del cuadro. Si nuestra credibilidad está situada en los totales por filas y columnas y en algunos coeficientes de la función de producción de una rama, podríamos aplicar un método indirecto con toda la información adicional fiable que consideremos para realizar este cuadro de manera indirecta. Algunos ejemplos de esta naturaleza, en los que los métodos indirectos se emplean para cuestiones de cuadro podemos señalar los siguientes: Dalgaard y Gysting (2004)<sup>13</sup>, Tarancón y del Río (2005)<sup>14</sup> y Lenzen et alia (2009)<sup>15</sup>.

#### 1.1.5. Análisis multi-regionales o multi-países

Otro campo en el que los métodos indirectos pueden tener una gran aplicabilidad es al abrigo de los métodos de análisis Input-Output multi-regionales o multi-países. El renacimiento de estas técnicas viene acompañado de los recientes trabajos llevados a cabo para la construcción de un marco Input-Output multi-países llevados a cabo con el objeto de poder evaluar las intervenciones políticas en temas de alcance global como son el cambio climático, comercio internacional, competitividad y producción sostenible y políticas relacionadas. Los consorcios internacionales de investigadores que han trabajado en la elaboración de estos marcos Input-Output globales han empleado los métodos indirectos para completar los marcos Input-Output faltantes de algunos países y para solventar los conflictos de cuadro de las tablas multi-regionales construidas, como por ejemplo que en muchas ocasiones las compras y ventas

---

<sup>13</sup> Dalgaard, E. y Gysting, C. (2004) "An Algorithm for Balancing Commodity-flow Systems", *Economic Systems Research*, vol. 16, iss. 2, pp. 169-180.

<sup>14</sup> Tarancón, M.A. y del Río, P. (2005) "Projection of input-output tables by means of mathematical programming based on the hypothesis of stable structural evolution", *Economic Systems Research*, vol. 17, iss.1, pp. 1-23.

<sup>15</sup> Lenzen, M., Gallego, B. y Wood, R. (2009) "Matrix Balancing under Conflicting Information", *Economic Systems Research*, vol. 21, iss. 1, pp. 23-44.

declaradas entre un país y otro (importaciones y exportaciones) no suelen ser coincidentes. Ejemplos del empleo de estos métodos pueden encontrarse en Timmer, M. et alia (2012)<sup>16</sup>, Tukker et alia (2013)<sup>17</sup>, Andrew y Peters (2013)<sup>18</sup> o EUROSTAT (2011)<sup>19</sup> entre otros.

### 1.1.6. Confidencialidad y secreto estadístico

Por último, otro aspecto para el que los métodos indirectos son aplicables en la práctica es en aquellos casos en los que por cuestiones de confidencialidad o secreto estadístico algunas tablas son publicadas de manera incompleta. Se puede tratar de reconstruir la tabla con los datos faltantes a través de un método indirecto preservándose por tanto el secreto estadístico en estos casos, ya que los datos obtenidos serían frutos de un método estadístico, no necesariamente coincidentes con los originales.

## 1.2. LOS MÉTODOS INDIRECTOS: UNA REVISIÓN GENERAL

Una vez justificada la importancia y razones de aplicabilidad de los métodos indirectos, vamos a realizar una revisión de los mismos de acuerdo con la literatura académica existente sobre el tema.

No es nuestro objetivo explicar de manera detallada y exhaustiva toda la batería de métodos indirectos existentes y que han sido propuestos en sus múltiples aplicaciones, sino tratar de revisar los más relevantes introduciendo sus principales características y configuraciones. En

---

<sup>16</sup> Timmer, M., Erumban, A.A, Gouma, R., Los, B., Temurshoev, U., de Vries, G.J, Arto, I., Andreoni, V., Genty, A., Neuwahl, F., Rueda-Cantuche, J.M., Villanueva, A., Francois, J., Pindyuk, O., Pöschl, J., Stehrer, R. y Streicher, G. (2012) "The World Input-Output Database (WIOD): Contents, Sources and Methods". Working paper n. 10. Disponible en <http://www.wiod.org/publications/papers/wiod10.pdf>

<sup>17</sup> Tukker, A. de Koning, A., Wood, R., Hawkins, T., Lutter, S., Acosta, J., Rueda-Cantuche, J.M., Bouwmeester, M.C., Oosterhaven, J., Drosdowski, T. y Kuenen, J. (2013) "EXIOPOL – Development and Illustrative Analyses of a Detailed Global MR EE SUT/IOT", *Economic Systems Research*, vol. 25, pp. 50-70

<sup>18</sup> Andrew, R.M. y Peters, G. (2013): "A Multi-Region Input-Output Table based on the Global Trade Analysis Project Database (GTAP-MRIO)", *Economic Systems Research*, 25, vol. 1, pp. 99-121.

<sup>19</sup> EUROSTAT (2011) "Creating consolidated and aggregated EU27 Supply, Use and Input-Output Tables, adding environmental extensions (air emissions) and conducting Leontief-type modelling to approximate carbon and other 'footprints' of EU27 consumption for 2000 to 2006" (Technical Documentation, EUROSTAT, Luxembourg). Disponible en <http://ec.europa.eu/eurostat/documents/51957/51999/Tech-Doc-eeSUIOT-proj.pdf/14945a20-f2e3-481a-a389-0ab01e18064f>

posteriores capítulos, sí se analizarán en profundidad los métodos que se emplean en este trabajo.

La literatura sobre métodos indirectos es prolija y muy extensa, por lo que cualquier revisión de este tipo no puede dejar de ser incompleta hasta cierto punto. La mayor parte de esta abundante literatura pivota alrededor del problema estándar que consiste en:

- dada una matriz o un conjunto de matrices de referencia pertenecientes a un marco Input-Output que llamaremos base
- y un conjunto de información exógena correspondiente al año objetivo, aquél para el cual pretendemos proyectar nuestra matriz de referencia (por lo general esta información exógena incluye al menos el total por filas y por columnas de la matriz que pretendemos proyectar, aunque existen métodos que trabajan con menor información aún<sup>20</sup>)
- obtener una matriz para el año objetivo que sea consistente con la información exógena disponible

Es importante resaltar que la mayoría de métodos indirectos desarrollados en la literatura son métodos de proyección, frente a algunos métodos que al permitir o requerir una información exógena superior, entrarían en el campo de la estimación. No abundan referencias en la literatura de utilidades de estos métodos de estimación con respecto y evaluaciones empíricas que combinen este tipo de métodos con información adicional de investigación basadas en encuestas por muestreo, otras fuentes de datos aparte de los datos básicos que se pueden obtener en la Contabilidad Nacional, opiniones de expertos o disponer información empírica de algunos coeficientes individuales o estructuras de costes completas para alguna rama productiva o la especialización productiva de alguna rama en la tabla de Origen. Los métodos indirectos tampoco se suelen centrar en problemas relacionados con conceptos propios los Sistemas de Cuentas como los diferentes criterios de valoración, o problemas conceptuales, aspectos que son de gran relevancia desde el punto de vista práctico en cualquier compilación de un marco Input-Output.

---

<sup>20</sup> Véase EUROSTAT (2008a) "European Manual of Supply, Use and Input-Output Tables". Methodologies and Working Papers. Office for Official Publications of the European Communities, pp. 451-475 y Temurshoev, U. y Timmer, M.P. (2011) "Joint Estimation of Supply and Use Tables", *Papers in Regional Science*, 90, pp. 863-882.

Por el contrario, Una gran mayoría de los métodos indirectos desarrollados en la literatura pueden ser descritos<sup>21</sup>, por lo general, como un problema de programación matemática a los que se les trata de encontrar, aunque no siempre sea así, alguna justificación de teoría económica.

A pesar de lo anterior, no todos los métodos indirectos pueden considerarse como pertenecientes únicamente a esa categoría de programación matemática, por lo que es necesario considerar otras categorías para poder clasificar los mismos.

Existen diversas alternativas para categorizar los métodos de proyección, no obstante, opinamos que cualquier categorización de los mismos es siempre controvertida ya que la taxonomía no es absoluta y algunos métodos pueden caer dentro de más de un grupo. El Manual de EUROSTAT (2008a)<sup>22</sup> dedica un capítulo completo a estos métodos diferenciando entre tres grupos:

- Métodos Univariantes, son aquellos que obtienen la matriz proyectada a partir de una corrección de la matriz de referencia, bien por filas, o bien por columnas, de acuerdo con una matriz diagonal de factores de corrección
- Métodos Biproporcionales, a diferencia de los anteriores, la matriz proyectada es obtenida a través de una modificación tanto por filas como por columnas de la matriz de referencia.
- Métodos Estocásticos, son aquellos que, en principio, no pertenecen a los grupos anteriores. El manual de EUROSTAT los denomina estocásticos porque toman en consideración a multitud de variables que ejercen su influencia sobre los elementos de la matriz de referencia para obtener la matriz proyectada.

En nuestra opinión, consideramos dicha agrupación como insuficiente, además de que la mayoría de métodos que se presentan en el citado manual, incluido los estocásticos, son en el fondo métodos biproporcionales como es el caso del Método EURO<sup>23</sup>. La razón de considerar dicha clasificación como insuficiente se debe a que existen técnicas que no pueden considerarse como biproporcionales<sup>24</sup> o univariantes, sino que quedarían encuadrados en la

---

<sup>21</sup> Huang, W., Kobayashi, S. y Tanji, H. (2008) "Updating an Input-Output Matrix with Sign-Preservation: Some Improved Objective Functions and their Solutions", *Economic Systems Research*, vol. 20, pp. 111-123.

<sup>22</sup> Véase EUROSTAT (2008a) op. cit. Capítulo 14

<sup>23</sup> Beutel, J. (2002) "*The Economic Impact of Objective 1 Interventions for the Period 2000-2006*". Report to the Directorate-General for Regional Policies, Konstanz.

<sup>24</sup> Véase Lahr, M. L. y de Mesnard, L. (2004), "Biproportional techniques in Input-Output Analysis: Table updating and structural analysis", *Economic Systems Research*, vol. 16, No. 2, p. 123-124.



categoría de métodos de optimización restringida basados en distancias no incluida en dicha taxonomía.

En consecuencia, en nuestra opinión, una categorización de métodos que encontramos más racional es la ofrecida por Lahr y de Mesnard (2004)<sup>25</sup> o Lenzen et alia (2009)<sup>26</sup> que distingue entre:

- Métodos de escalamiento proporcional, bien univariantes o biproporcionales
- Métodos de programación matemática u optimización restringida

A esta clasificación le añadimos una nueva categoría para no dejar fuera un conjunto de métodos que caen –al menos parcialmente- fuera de la corriente principal de métodos de proyección que denominaríamos como

- Métodos basados en modelos económicos o econométricos

Nuestra clasificación tampoco pretende ser una categorización absoluta ya que, como veremos, no está exenta de solapamientos y, en consecuencia, algunos métodos se encuadran en más de una categoría simultáneamente, como es el caso de algunos métodos de optimización restringida que son además del tipo biproporcional y viceversa. A pesar de todo, esta categorización nos será útil para guiar nuestro repaso a los métodos indirectos.

### **1.2.1. Métodos de escalamiento proporcional**

Los métodos de escalamiento proporcional se caracterizan por la forma en que obtienen la matriz proyectada. Su forma de trabajo es multiplicar de manera iterativa filas y/o columnas de la matriz de referencia hasta derivar una matriz de proyección que verifica las propiedades requeridas en la matriz proyectada.

Existen fundamentalmente dos tipos métodos de escalamiento proporcional, los denominados proporcionales y que realizan la actualización de la matriz de referencia sólo por filas o por columnas; y en segundo lugar, los métodos biproporcionales que actualizan la matriz de referencia tanto por filas como por columnas. A continuación realizaremos una revisión de los métodos más significativos dentro de este tipo.

---

<sup>25</sup> Véase Lahr, M. L. y de Mesnard, L. (2004) op. cit. p. 121.

<sup>26</sup> Lenzen, M., Gallego, B. y Wood, R. (2009) op. cit. p. 23

## Métodos basados en técnicas biproporcionales

### El método RAS

Comenzamos nuestra revisión de métodos indirectos biproporcionales comenzando por el método más representativo de este grupo y que constituye, con toda probabilidad, el método que más páginas ha llenado en la literatura sobre proyección de matrices de un marco Input-Output: el método RAS.

De acuerdo con Lahr y de Mesnard (2004)<sup>27</sup>, el primer autor que introdujo esta técnica en el campo del análisis Input-Output fue el propio Leontief en 1941 para identificar las fuentes de variación intertemporal de los coeficientes de una tabla Input-Output. Sin embargo, no es hasta los trabajos de Stone y Brown a principios de los 60 cuando estas técnicas comienzan a generalizarse con el objeto de proyección de tablas Input-Output.

Un problema biproporcionales puede plantearse de manera generalizada del siguiente modo.

Sea  $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_{m \times n}$  una matriz de referencia en el año base que llamaremos 0, y sea  $\mathbf{X}$  esa misma matriz en el año de proyección  $t$ . Esta última matriz es desconocida, salvo para sus marginales, es decir, conocemos el valor de la suma de los elementos de la misma por filas y por columnas

$$\begin{aligned} u_i &= \sum_{j=1}^n x_{ij} & \forall i = 1 \dots m \\ v_j &= \sum_{i=1}^m x_{ij} & \forall j = 1 \dots n \end{aligned} \tag{1.1}$$

Nuestro objetivo es obtener una aproximación de  $\mathbf{X}$ , a partir de la matriz  $\mathbf{A}$ , de manera que se verifique que la proyección de  $\mathbf{X}$  tenga marginales iguales a la matriz objetivo.

Este problema, sin más restricciones adicionales, podría tener infinitas formas de ser resuelto. El primer intento de dar una solución a este problema de forma analítica fue propuesto por Demming y Stephan (1940)<sup>28</sup> donde obtienen una solución al mismo mediante el uso de la técnica de los mínimos cuadrados.

De entre todas las posibles soluciones dadas a este problema, hay una que reluce por encima de todas las demás en el campo de las proyecciones relacionadas con matrices de un marco

<sup>27</sup> Lahr, M.L. y de Mesnard, L. (2004) op. cit. p. 116.

<sup>28</sup> Deming, W.E. y Stephan, F.F. (1940) "On a least squares adjustment of a sampled frequency table when the expected marginal totals are known", The Annals of Mathematical Statistics, Vol. 11, No. 4, pp. 427-444.

Input-Output. Ésta es la dada por Stone (1961)<sup>29</sup> y Stone y Brown (1962)<sup>30</sup>, que es conocida como el método de proyección RAS. El método RAS en su formulación más simple podría explicarse del siguiente modo.

Sea  $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_{m \times n}$  una matriz de elementos no negativos, y pretendemos obtener una matriz  $\mathbf{X}$  a partir de  $\mathbf{A}$ , de manera que esta nueva matriz  $\mathbf{X}$  tenga marginales que verifiquen la condición dada por (1.1) para unos vectores  $u$  y  $v$  conocidos.

Para obtener la solución a este problema la técnica RAS procedería del siguiente modo. Sean

$a_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \quad \forall i=1 \dots m$  las marginales por filas de nuestra matriz  $\mathbf{A}$ . Dado que, por lo general

$a_i \neq u_i \quad \forall i=1 \dots m$ , se definen una serie de multiplicadores  $r_{1,i} = \frac{u_i}{a_i} \quad \forall i=1 \dots m$ . A partir de

ellos se define la matriz  $\mathbf{A}(\frac{1}{2}) = \hat{r}_1 \cdot \mathbf{A}$ , dónde  $\hat{r}_1$  representa la que sería una matriz diagonal formada a partir de los elementos  $r_{1,i} \quad \forall i=1 \dots m$ . La matriz  $\mathbf{A}(\frac{1}{2})$  así definida verificará que sus marginales por filas son iguales a  $u$ .

Realizamos el mismo proceso ahora por columnas. Sea  $a_j(\frac{1}{2}) = \sum_{i=1}^m a_{ij}(\frac{1}{2}) \quad \forall j=1 \dots n$  las marginales por columnas de  $\mathbf{A}(\frac{1}{2})$ . Dado que por lo general  $a_j \neq v_j \quad \forall j=1 \dots n$  se definen

ahora unos elementos  $s_{1,j} = \frac{v_j}{a_j(\frac{1}{2})} \quad \forall j=1 \dots n$ , y a partir de ellos se define  $\mathbf{A}(1) = \mathbf{A}(\frac{1}{2}) \cdot \hat{s}_1$

Esta nueva matriz  $\mathbf{A}(1) = \hat{r}_1 \cdot \mathbf{A} \cdot \hat{s}_1$  verificaría que sus marginales por columnas son iguales a los elementos de  $v$ .

Llegado este punto, volvería a empezarse de nuevo, de manera iterativa, definiendo unos nuevos multiplicadores por filas  $\hat{r}_2$  y posteriormente por columnas  $\hat{s}_2$ , de manera que obtendríamos  $\mathbf{A}(2) = \hat{r}_2 \cdot \mathbf{A}(1) \cdot \hat{s}_2 = \hat{r}_2 \cdot \hat{r}_1 \cdot \mathbf{A} \cdot \hat{s}_1 \cdot \hat{s}_2$ . Y así se procedería de manera iterativa hasta que los elementos de los vectores  $\hat{r}_k$  y  $\hat{s}_k$  sean tan próximos a 1 como deseemos, lo cual

<sup>29</sup> Stone, R. (1961) Input-Output and National Accounts (Paris, Organization for European Economic Cooperation).

<sup>30</sup> Stone, R. y Brown, A. (1962) A Computable Model of Economic Growth. (A Programme for Growth), Volume 1 (London, Chapman & Hall).

acabará sucediendo ya que este algoritmo tiene probada su convergencia<sup>31</sup>. Una vez alcanzada la convergencia tendremos que

$$\mathbf{X} = \hat{r} \cdot \mathbf{A} \cdot \hat{s}$$

donde  $\hat{r} = \prod_{i=1}^k \hat{r}_i$  y  $\hat{s} = \prod_{j=1}^k \hat{s}_j$ .

De acuerdo con Bregman (1967)<sup>32</sup> este método fue propuesto en la década de 1930 por el arquitecto G.V. Sheleikhovskii para el cálculo de flujos de pasajeros. Otra aplicación de este método fue realizada por Kruithof en 1937<sup>33</sup> para la estimación de los tráficos de comunicaciones telefónicas a lo largo de una red de comunicaciones. De acuerdo con Lahr y de Mesnard (2004)<sup>34</sup>, no es hasta la publicación de Deming y Stephan (1940)<sup>35</sup> cuando este enfoque se traduce a la lengua inglesa y por tanto se convirtió en accesible a los investigadores occidentales. Su aplicación al campo de la actualización de tablas pertenecientes a un marco Input-Output tuvo que esperar a las obras de principios de los 60 anteriormente citadas de Brown y Stone quienes, de acuerdo con Miller y Blair<sup>36</sup>, desarrollaron el método de manera independiente a un trabajo realizado por Leontief en 1941 en el que se sugería un método de ajuste biproporcional, por filas y por columnas, para solventar el problema de la actualización de los coeficientes técnicos en tablas Input-Output de la economía norteamericana.

Las aplicaciones del método RAS aplicado a las proyecciones de tablas Input-Output han sido innumerables desde los primeros trabajos realizados con el mismo por Stone y Brown. Para un mayor detalle de los orígenes de este método, sus primeras aplicaciones al campo Input-Output y una colección extensiva de referencias bibliográficas, puede consultarse las obras de Bacharach (1970)<sup>37</sup>, Lecomber (1975)<sup>38</sup>, Polenske (1997)<sup>39</sup> y Miller y Blair (2009)<sup>40</sup>. Entre estas

<sup>31</sup> Véase Bacharach, M. (1970) "Biproportional Matrices and Input-Output Change". Cambridge University Press, pp. 49-53.

<sup>32</sup> Bregman, L. M. (1967) "Proof of convergence of Sheleikhovskii's method for a problem with transportation constraints", *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1, p. 192

<sup>33</sup> Véase Lahr, M.L. y de Mesnard, L. (2004) op. cit. p.115

<sup>34</sup> Véase Lahr, M.L. y de Mesnard, L. (2004) op. cit.

<sup>35</sup> Deming, W.E. y Stephan, F.F. (1940) o

<sup>36</sup> Véase Miller y Blair (2009) op. cit. p. 327

<sup>37</sup> Bacharach (1970) op. cit.

<sup>38</sup> Lecomber, J. R. C. (1975) "A critique of methods of adjusting updating and projecting matrices" en Allen, R. I. G. y Gosling, W. F. (eds) *Estimating and Projecting Input-Output Coefficients* (London, Input-Output Publishing Company), pp. 1-24.

<sup>39</sup> Polenske, K. R. (1997) "Current uses of the RAS technique: a critical review" en Simonovits, A. y Steenge, A.E. (eds) *Proportions, Growth, and Cycles* (London, Macmillan), pp. 58-88.

<sup>40</sup> Miller y Blair (2009) op. cit.

aplicaciones cabe destacar las de Hewings (1969)<sup>41</sup> y Hewings (1977)<sup>42</sup> que emplearon esta técnica para obtener tablas Input-Output regionales a partir de las tablas Input-Output nacionales requiriendo únicamente de la información de los totales por filas y por columnas de la región en cuestión. Posteriormente, Oosterhaven et alia (1986)<sup>43</sup> combinaron estas ideas para actualizar tablas inter-regionales a partir de las tablas regionales dadas.

El método RAS es, sin lugar a duda, el método más fructífero y que mayor número de aplicaciones ha tenido en el campo de las proyecciones de tablas Input-Output. El método originalmente fue desarrollado para la proyección de la matriz de coeficientes técnicos, aunque posteriormente su uso fue generalizado para matrices de transacciones como las que representan los elementos de la tabla de Origen y la tabla de Destino.

Bacharach en 1970<sup>44</sup> demostró que la solución al algoritmo del método RAS existe y es única, y de Mesnard en 1994<sup>45</sup> demostró que la misma podía alcanzarse con independencia de los valores iniciales que se tomaran para los vectores  $\hat{r}$  y  $\hat{s}$ .

De acuerdo con Jackson y Murray (2004)<sup>46</sup> y Lahr y de Mesnard (2004)<sup>47</sup>, las principales características del método RAS que han contribuido a un uso tan fructífero y generalizado del mismo son:

- El método RAS es un método fácil de entender lo que contribuye a su uso generalizado.
- <sup>48</sup>, por lo que el algoritmo puede ejecutarse de manera cómoda con cualquier hoja de cálculo sin mayores requisitos de conocimiento informático.
- Los requisitos de información para realizar la proyección son muy escasos. En una matriz de tamaño  $n \times n$ , sólo se requiere información acerca de  $2 \cdot n$  elementos.
- En términos de la teoría de la información, la proyección de  $\mathbf{X}$  obtenida a través del método RAS es la matriz que proporciona la menor pérdida de información posible.

---

<sup>41</sup> Hewings G.J.D (1969) "Regional input-output models using national data: The structure of the West Midlands economy", *The Annals of Regional Science*, vol. 3, pp. 179–191.

<sup>42</sup> Hewings G.J.D (1977) "Evaluating the possibilities for exchanging regional input-output coefficients", *Environment and Planning A*, vol. 9, pp. 927–944.

<sup>43</sup> Oosterhaven, J., Piek, G. y Stelder, D. (1986) "Theory and practice of updating regional versus interregional input-output tables", *Papers of the Regional Science Association*, 59, pp. 57–72

<sup>44</sup> Bacharach (1970) op. cit. pp. 47-59.

<sup>45</sup> de Mesnard, L. (2004) "Biproportional methods of structural change analysis: a typological survey", *Economic Systems Research*, 16, pp. 205–230

<sup>46</sup> Jackson, R.W. y Murray, A.T. (2004) "Alternative Input-Output Matrix Updating Formulations", *Economic Systems Research*, 16, pp. 135–148.

<sup>47</sup> Lahr, M.L. y de Mesnard, L. (2004) op. cit.

<sup>48</sup> Existen casos en los que la forma de la matriz  $\mathbf{A}$  y de los vectores  $u$  y  $v$  arrojan problemas no factibles. Véase Miller y Blair (2009) op. cit. p. 335-336.

Esto quiere decir, que la matriz  $\mathbf{X}$  es la más próxima a  $\mathbf{A}$  en lo que a su estructura se refiere en términos de información mutua.

- El método RAS posee la propiedad de conservación del signo. Esto significa que cualquier elemento  $x_{ij} \in \mathbf{X}$  se obtiene como  $x_{ij} = r_i \cdot a_{ij} \cdot s_j$ . Si todos los elementos de  $A$ ,  $u$  y  $v$  son positivos, igual ocurrirá con los elementos de  $r$  y  $s$ . Esto conduce a que ningún elemento nulo de la matriz proyectada se anulará si en la matriz original no era nulo y, viceversa, cualquier elemento nulo de la matriz original será nulo en la matriz proyectada, lo que es muy útil para trabajar con estructuras productivas.
- Los elementos de  $r$  y  $s$  tienen una interpretación económica como efectos de sustitución y efectos de fabricación respectivamente. Por filas, el factor  $r$  nos indica cómo el producto en cuestión ha sido sustituido a lo largo del tiempo por otros productos alternativos (dependiendo si el valor del elemento es mayor o menor que 1). Por columnas, el factor  $s$  nos indica como varía la estructura de costes de una rama, adquiriendo mayor o menor peso con respecto al valor añadido en función del valor del elemento correspondiente de  $s$ .
- Por otro lado, Toh (1998)<sup>49</sup> demostró que los vectores  $r$  y  $s$  podían obtenerse mediante una formulación alternativa del problema, a través de un modelo de regresión con variables instrumentales, lo que permite obtener las distribuciones de probabilidad de  $r$  y  $s$ , conociéndose sus errores estándares de estimación y permitiendo la realización de contrastes de hipótesis.

Todas estas características han contribuido a que el método RAS haya sido muy popular. Sin embargo, el método RAS también adolece de algunos severos inconvenientes. Con el objeto de superar estos inconvenientes, estas situaciones han ido generando nuevos métodos, muchos basados en la idea original del mismo, que constituyen lo que denominamos la familia de métodos de proyección RAS –familia RAS en lo sucesivo- que constituye, sin lugar a dudas, la principal corriente de métodos indirectos en el campo del análisis Input-Output.

Entre estos inconvenientes del método RAS original podríamos destacar los siguientes:

- El método RAS original no funciona convenientemente cuando existen elementos negativos en la matriz de referencia. Esto implica que el método no es adecuado si queremos obtener proyecciones de elementos de un marco Input-Output en el que algunas transacciones pueden ser negativas, como es el caso de las variaciones de

---

<sup>49</sup> Toh, M.-H. (1998) "The RAS approach to updating input–output matrices: an instrumental variables interpretation and analysis of structural change", *Economic Systems Research*, vol. 10, pp. 63–78.

existencias o los impuestos netos de subvenciones sobre los productos en las tablas de Destino. Junius y Oosterhaven (2003)<sup>50</sup> desarrollaron una variante del RAS para solventar esta dificultad.

- El método RAS original requiere que los totales por filas y por columnas sean conocidos a priori, situación que en la práctica no suele ser cierta de manera general, en especial los totales por filas que corresponden al output por productos, por lo que estos deberían ser estimados por algún otro procedimiento previamente para poder aplicar el método RAS. Temurshoev y Timmer (2011)<sup>51</sup> han desarrollado una versión del RAS para trabajar con un marco Input-Output integrado que supera este problema permitiendo la estimación endógena de los elementos desconocidos de las marginales de la tabla a proyectar.
- El método RAS original no puede incorporar restricciones adicionales de información sobre los marginales por filas y por columnas, ni para elementos interiores de la matriz, a menos que el mismo sea generalizado convenientemente. Esto conduce a que puedan existir inconsistencias internas en los resultados. Por ejemplo, podría ocurrir que la suma de los totales de los márgenes de comercio que se derivan de la matriz proyectada no coincidan con la producción de la rama de comercio a precios básicos. Cuando el RAS se aplica por separado a la tabla de Origen y a la tabla de Destino, el output por productos debe estar equilibrado desde la óptica de la demanda y de la oferta antes de comenzar con la proyección. Gilchrist y Saint-Louis (1999)<sup>52</sup>, Oosterhaven et alia (1986)<sup>53</sup> y Lenzen et alia (2009)<sup>54</sup> desarrollan generalizaciones del RAS para solventar estos inconvenientes.
- La preservación del signo, que es una propiedad del RAS y del resto de métodos biproporcionales, puede verse como un inconveniente ya que con el transcurso del tiempo, algunos elementos de la matriz cambian de signo. Lenzen et alia (2014)<sup>55</sup> han desarrollado una nueva variante del método RAS que solventa esta dificultad.

---

<sup>50</sup> Véase Junius, T. y Oosterhaven, J. (2003) "The solution of updating or regionalizing a matrix with both positive and negative entries", *Economic Systems Research*, vol. 15, pp. 87–96.

<sup>51</sup> Temurshoev, U. y Timmer, M.P. (2011) "Joint Estimation of Supply and Use Tables", *Papers in Regional Science*, 90, pp. 863–882.

<sup>52</sup> Gilchrist, D.A. y St Louis, L.V. (2004) "An Algorithm for the Consistent Inclusion of Partial Information in the Revision of Input–Output Tables", *Economic Systems Research*, vol. 16, pp. 149–156

<sup>53</sup> Oosterhaven, J., Piek, G. y Stelder, D. (1986) op. cit.

<sup>54</sup> Lenzen, M., Gallego, B. y Wood, R. (2009) op. cit.

<sup>55</sup> Lenzen, M., Moran, D., Geschke, A. y Kanemoto, K. (2014): "A non-sign-preserving RAS variant", *Economic Systems Research*, vol. 26, pp. 197–208.

- El método RAS sólo proporciona proyecciones puntuales de los coeficientes, a menos que trabajáramos con una generalización de las estimaciones basadas en la distribución probabilística de los estimadores dada por Toh (1998)<sup>56</sup>. Esto conduce a que los métodos RAS no suelen proporcionar soluciones cuando la información exógena presente inconsistencias, debiendo solucionarse éstas antes de realizar la proyección, dada la imposibilidad del RAS para manejar los conflictos de información exógena. Este problema es mucho más acusado en las generalizaciones del método RAS para realizar proyecciones cuando incorporamos mayor información exógena procedente de diversas fuentes, hecho habitual en la elaboración de marcos Input-Output por parte de las oficinas oficiales de Estadística. Lenzen et alia (2009)<sup>57</sup> desarrollan una versión del RAS que permite conciliar estos problemas al menos parcialmente.
- A pesar de que el método tiene asegurada su convergencia, esto no significa que la bondad de ajuste del mismo tenga por qué ser aceptable cuando comparemos la matriz objetivo con la matriz proyectada. De hecho, como se ha mencionado anteriormente, la solución del RAS puede presentar incluso inconsistencias internas. A pesar de ello, tal y como Miller y Blair<sup>58</sup> indican, un mal ajuste de la tabla Input-Output por medio del RAS, no implica que estos errores se trasladen a los multiplicadores de expansión a la hora de calcular la inversa de Leontief, ya que ocurre en muchas ocasiones el cómputo de la inversa y la suma de sus elementos para obtener los multiplicadores hace que estos errores se compensen.

Todos estos inconvenientes, como se ha apuntado brevemente, han llevado a multitud de generalizaciones del método RAS gracias a un refinamiento matemático en el planteamiento del mismo. La flexibilidad de la metodología de trabajo que constituye el método RAS ha permitido que nazcan nuevos métodos de proyección basados en la idea original del RAS. A continuación repasamos una muestra de los más interesantes desde el punto de vista teórico.

#### Generalizaciones del método RAS.

Existen multitud de variantes del método RAS que respetan su planteamiento original biproporcional en la mayoría de los casos, y que tratan de solventar algunas de las limitaciones presentadas anteriormente.

---

<sup>56</sup> Toh (1998) op. cit.

<sup>57</sup> Lenzen, M., Gallego, B. y Wood, R. (2009) op. cit.

<sup>58</sup> Miller y Blair (2009) op. cit. p. 336



Una de las primeras versiones del RAS fue el M-RAS<sup>59</sup> introducido por Paelinck y Waelbroeck (1963)<sup>60</sup> para proceder a una estimación de una tabla Input-Output en un contexto en el que se dispone de información adicional, además de las marginales de la tabla, en forma de algunos coeficientes interiores a la misma. La forma de trabajar en estos casos, de acuerdo con la metodología de Paelinck y Waelbroeck, consiste en anular los coeficientes de los que se dispone información en la tabla de referencia, y restar los valores conocidos de estos coeficientes en las marginales del año de la proyección. Una vez realizados estos cambios, se procede con un RAS usual con la tabla de referencia y las marginales modificadas. El fundamento del M-RAS se basa en que el RAS, al ser un método biproporcional, no actualiza las celdas nulas en la matriz de referencia, que siguen siendo cero a lo largo de todo el proceso iterativo. Una vez alcanzada la convergencia, se sustituye los valores nulos por los coeficientes conocidos en las celdas correspondientes al año de proyección, por lo que se restituye el sistema equilibrado.

El debate sobre como la información adicional afecta a los métodos de proyección de tablas Input-Output, es un debate también bastante abierto y que ha sido analizado de manera extensa en la literatura sobre estos métodos<sup>61</sup>.

Otras extensiones del RAS para incorporar información adicional correspondiente a coeficientes interiores de la tabla proyectada fueron realizadas por Israilevich (1986)<sup>62</sup>, Bacharach (1970)<sup>63</sup>, Gilchrist y St. Louis (1999)<sup>64</sup>.

Israilevich en 1986 introdujo el método ERAS<sup>65</sup>. En su disertación doctoral, Israilevich, siguió un enfoque de trabajo diferente al de Paelinck y Waelbroeck. Gracias a su gran habilidad para resolver problemas de optimización y de cuadro de matrices es capaz de resolver un problema tipo RAS con información adicional, de manera que fija los elementos conocidos interiores de la matriz proyectada para que en el resultado tomen sus valores conocidos mediante la

---

<sup>59</sup> Acrónimo de Modified RAS.

<sup>60</sup> Paelinck, J. y Waelbroeck, J. (1963) "Etude empirique sur l'évolution de coefficients 'input-output': essai d'application de la procédure RAS de Cambridge au tableau industriel belge", *Economie Appliquée*, 16, pp. 81-111.

<sup>61</sup> Para una revisión general sobre este tema puede consultarse de Mesnard, L. y Miller, R.E. (2006) "A note on added information in the RAS procedure: reexamination of some evidence", *Journal of Regional Science*, vol. 46, n.3, pp. 517-528.

<sup>62</sup> Israilevich, P. R. (1986) "Biproportional Forecasting of Input-Output Tables". Unpublished PhD dissertation (Philadelphia, University of Pennsylvania).

<sup>63</sup> Bacharach (1970) op. cit. pp. 93-99.

<sup>64</sup> Gilchrist, D. y St. Louis, L. (1999) "Completing input-output tables using partial information with an application to Canadian data", *Economic Systems Research*, vol. 11, pp. 185-193.

<sup>65</sup> Acrónimo de Extended-RAS

inclusión de penalizaciones en la función objetivo en el caso de que el resultado obtenido se aleje del valor deseado. Además, modifica la técnica para poder trabajar en que aquellos casos en los que tenemos información sobre la suma de los elementos correspondientes a un bloque interior de la matriz proyectada, en lugar de información directa de los propios coeficientes<sup>66</sup>.

Bacharach (1970)<sup>67</sup> introduce un RAS en dos etapas. El propósito de este método es llevar a cabo un método de proyección RAS en 2 etapas, en donde, en cada etapa se llevan a cabo dos procedimientos RAS para diferentes grupos de productos. En la primera etapa, los inputs se agrupan por clases de productos. Estas clases se construirían de manera que representaran grupos de productos entre los que se produzcan efectos sustitución debidos al cambio estructural entre los productos de cada grupo de manera agregada (por ejemplo, la clase de productos de minería para su combustión, y la clase de productos de combustión procedente del refino; o la clase de productos de papel y madera con la clase de productos plásticos). En una primera etapa se realizaría un RAS para estas agrupaciones de productos. En la segunda etapa, se aplicaría el método RAS a cada una de las clases de productos consideradas, para obtener los efectos de sustitución dentro de cada clase de productos de manera restringida. De este modo, el RAS en 2 etapas de Bacharach, en una primera etapa estima los efectos sustitución entre clases, mientras que en la segunda estima los efectos sustitución intra-clases. El resultado obtenido no es equivalente al que se habría obtenido si se aplica el RAS en un solo paso.

Gilchrist y St. Louis (1999)<sup>68</sup> introducen un método RAS en 3 etapas, denominado TRAS<sup>69</sup>, similar al método de Bacharach de dos etapas. Al igual que el método de Israilevich, el método TRAS incorpora información adicional a los totales por filas y por columnas. Las 2 primeras etapas del TRAS son similares a las establecidas por Bacharach, pero con un objetivo diferente. En las tablas de Canadá con las que trabajan, cuando aumenta el nivel de desagregación sectorial algunos coeficientes son eliminados de las tablas debido a cuestiones de confidencialidad. El objetivo de Gilchrist y St. Louis es proyectar las tablas en una primera etapa a nivel más agregado en cuanto a la clasificación de sectores y productos, para en una segunda etapa obtener proyecciones de los coeficientes que han sido eliminados cuando el nivel de desagregación aumenta. El objetivo de la tercera etapa que Gilchrist y St. Louis

---

<sup>66</sup> Véase Szyrmer (1989) "*Trade-off between error and information in the RAS procedure*" en Miller, R.E., Polenske, K.R. y Rose, A.Z. (Eds.) '*Frontiers of Input-Output Analysis*', p. 276

<sup>67</sup> Bacharach (1970) op. cit. pp. 93-99.

<sup>68</sup> Gilchrist, D. y St. Louis, L. (1999) op. cit.

<sup>69</sup> Acrónimo de Three Stages-RAS

introducen es con el objeto de ajustar las diferencias sectoriales que se producen entre las dos matrices estimadas.

Los extensiones del RAS aquí presentadas: MRAS, ERAS, el método RAS en dos etapas de Bacharach y el método TRAS, constituyen versiones del RAS en el que se trata de aprovechar la información existente de manera más eficiente, como es el caso del método en 2 etapas de Bacharach, e incorporar información adicional a las marginales en el resto de métodos. Las comparativas realizadas demuestran que<sup>70</sup> las ganancias en la bondad de ajuste del TRAS son bastante significativas con respecto a un RAS.

En cuanto a las ganancias de bondad de ajuste que supone la información adicional en los métodos MRAS, ERAS frente al RAS original, existe un consenso generalizado de que es recomendable hacer uso de información adicional exógena, siempre que ésta esté disponible y que la misma tenga suficiente fiabilidad. En Szyrmer (1989)<sup>71</sup> puede encontrarse una revisión bastante concluyente sobre este tema.

Sin embargo el empleo de mayor información exógena por lo general no garantiza unos mejores resultados<sup>72</sup>. Este efecto suele conocerse con el nombre de "paradoja de Myernik"<sup>73</sup> por ser probablemente el primero en analizar este hecho en 1977 y documentar un contraejemplo para proyecciones con datos de la economía estadounidense de 1963 y 1967<sup>74</sup>. Este efecto ha sido analizado de manera prolija especialmente en las técnicas tipo RAS.

En algunos casos, estos contraejemplos son de laboratorio, como el anteriormente citado de Miller y Blair (2009)<sup>75</sup>. En otros casos, se ha culpado de estos resultados de las deficiencias en los métodos algorítmicos de cálculo empleados y a los propios ordenadores empleados para realizar estos ejemplos. Sin embargo, también se han documentado otros ejemplos bastantes más recientes con datos de una economía real con gran número de ramas y productos en los que se obtienen peores estimaciones con información adicional.

---

<sup>70</sup> Véase Lahr y de Mesnard (2004) op. cit. p. 126

<sup>71</sup> Szyrmer (1989) op. cit.

<sup>72</sup> Un ejemplo clásico en la literatura en el que información adicional puede conducir a peores estimaciones puede encontrarse en Miller, R.M. y Blair, P.D. (1985), pp. 292-294. En la actualización del magistral manual de Miller, R.M. y Blair, P.D. (2009) op. cit. puede encontrarse un análisis en mayor profundidad del caso en las pp. 330-337.

<sup>73</sup> Véase Szyrmer, J. (1989) op. cit. p. 259

<sup>74</sup> Véase de Mesnard, L. y Miller, R.E. (2006) op. cit. pp. 519-520

<sup>75</sup> Miller y Blair (2009) op. cit. p. 331-332

A pesar de todo ello, y de acuerdo con Mesnard y Miller (2006)<sup>76</sup>, en muchas ocasiones estas peores estimaciones no son tan reales como pudiera parecer, y el hecho de calificarlas así depende en gran medida de la métrica empleada para calcular la bondad de ajuste. Sin embargo, en otros casos<sup>77</sup> la información adicional puede conducir a una peor estimación en comparación con otros métodos algorítmicos de cálculo estándar en ordenadores actuales, e incluso con métricas estándar para la bondad de ajuste. A pesar de todas estas evidencias, y al hecho de no poder descartarse de manera absoluta esta paradoja, en la mayoría de los casos, las evidencias empíricas reflejan con una mayor superioridad que la información adicional conduce a mejores estimaciones.

La inclusión de información exógena adicional en los métodos de proyección, nos permite ascender en la escala desde los métodos puros de proyección para pasar al terreno de los métodos de estimación, y en un caso extremo si la información adicional fuera sobreabundante, estaríamos más cerca de una compilación de la propia tabla.

Sin embargo, la incorporación de información adicional, por lo general procedente de diversas fuentes, puede dar lugar a situaciones en las que la información exógena no es del todo compatible dando lugar a problemas no factibles<sup>78</sup>.

La dificultad de incorporar información acerca de la confianza relativa que tenemos de la información exógena de que disponemos<sup>79</sup> y de solventar los conflictos que se deriven de la información exógena incompatible<sup>80</sup> ha sido uno de los mayores problemas que presentan los métodos de estimación de la familia RAS en comparación con los métodos de optimización restringida. A pesar de lo anterior, una de las primeras generalizaciones del método RAS realizada por Allen y Lecomber (1975)<sup>81</sup> trataba de solventar esta dificultad.

Para tal propósito, Allen y Lecomber introdujeron una variante del método MRAS en la que distinguían entre elementos de la matriz proyectada cuyo conocimiento era absoluto y fuera de toda duda, frente a otros elementos sobre los que se disponía de cierta duda, para lo que se incluía una matriz adicional que contenía la confianza relativa sobre estos coeficiente. Es sobre estos coeficientes sobre los que se aplica el método RAS dejando el resto de coeficientes

---

<sup>76</sup> de Mesnard, L. y Miller, R.E. (2006) op. cit. pp. 526-527

<sup>77</sup> Lahr, M.L. (2001) "A strategy for producing Hybrid Regional Input-Output Tables" en Michael L. Lahr y Erik Dietzenbacher (eds.) *'Input-Output Analysis: Frontiers and Extensions'*, pp. 220-221.

<sup>78</sup> Véase Lenzen, M., Gallego, B. y Wood, R. (2009) op. cit. pp. 34-38.

<sup>79</sup> Véase Lahr y de Mesnard (2004) op. cit. pp. 126-127

<sup>80</sup> Véase Lenzen, M., Gallego, B. y Wood, R. (2009) op. cit. p. 24

<sup>81</sup> Allen, R. I. G. y Lecomber, J. R. C. (1975) "Some tests of a generalized version of RAS", en Allen, R. I. G y Gosling, W. F. (eds) *'Estimating and Projecting Input-Output Coefficients'*, pp. 43-56.

inalterados. Esta generalización del RAS no ha estado exenta de críticas debido al tratamiento dado por Allen y Lecomber a la cuestión de la confianza relativa de los coeficientes dando paso a un dilatado debate académico<sup>82</sup> sobre este punto, y cómo medir la confianza, y cómo tenerla en cuenta en los métodos de la familia RAS.

Lahr (2001)<sup>83</sup> introdujo la posibilidad de trabajar con información acerca de la confianza relativa de los coeficientes relajando las condiciones de convergencia del método RAS, de manera que los criterios de convergencias dependieran de unos márgenes de tolerancia superiores cuando la confianza sobre los coeficientes era menor, en lugar de exigir criterios de convergencia puntual.

Una vía más reciente es la introducida por Lenzen et alia (2009)<sup>84</sup> con su método de estimación denominado KRAS<sup>85</sup>. De acuerdo con estos autores un método de actualización de tablas Input-Output debería presentar las siguientes características ideales:

- Poder establecer restricciones sobre subconjuntos arbitrarios de la matriz proyectada (suma de filas, columnas, elementos individuales, subconjuntos conexos o dispersos a lo largo de la tabla de tamaño y forma arbitraria).
- Permitir considerar la confianza relativa tanto de la información del año base, como de la información introducida en forma de restricciones.
- Poder trabajar con valores negativos y presentar la propiedad de conservación del signo si es necesario.
- Poder solventar los problemas de conflicto de información existentes en la información exógena de manera automática (sin que estos se tengan que solventar a priori).

De acuerdo con Lenzen et alia (2009)<sup>86</sup>, los métodos de optimización restringida han sido mucho más ágiles en la práctica a la hora de verificar estos criterios que los métodos de la familia RAS. Los métodos RAS sí han logrado, en cierto modo, incorporar los 3 primeros criterios con mayor o menor éxito. Sin embargo, han sido incapaces de manejar los conflictos de información. El KRAS incorpora esta última posibilidad mediante una modificación del procedimiento algorítmico que permite la modificación de las restricciones, de manera que cuando el procedimiento iterativo no alcance la convergencia y se quede estancado en un

---

<sup>82</sup> Véase Lahr y de Mesnard (2004) op. cit. p. 127

<sup>83</sup> Véase Lahr, M.L. (2001) op. cit. p. 220

<sup>84</sup> Lenzen, M., Gallego, B. y Wood, R. (2009) op. cit.

<sup>85</sup> Acrónimo de Konfliktfreies-RAS (RAS libre de conflictos)

<sup>86</sup> Lenzen, M., Gallego, B. y Wood, R. (2009) op. cit. pp. 25-27

punto lejano a la misma, se produce una modificación de los valores de las restricciones en función del grado de confianza relativa en las mismas.

Estas modificaciones permiten alcanzar un equilibrio sin necesidad de tener que hacer el trabajo de eliminar manualmente las inconsistencias de la información externa. Sin embargo, tal y como Lenzen et alia manifiestan<sup>87</sup>, este procedimiento no puede sustituir a la mano del experto ya que la simple recolección de información para incorporarla al método requiere la participación del profesional que debe examinar si la información es relevante y con la suficiente calidad para ser incorporada al mismo.

Otra de las grandes limitaciones del método RAS es la presencia de negativos en las tablas a proyectar. El método RAS original en sus inicios sólo se desarrolló para la actualización de los coeficientes técnicos de una tabla simétrica Input-Output, aunque posteriormente su uso fue generalizándose<sup>88</sup> para el uso en matrices no markovianas<sup>89</sup>, por lo que su aplicación a tablas de transacciones (tablas de Origen y de Destino) se fue generalizando. Sin embargo, este hecho no fue sino a costa de un debate acerca de si era más conveniente realizar el ajuste sobre la tabla de coeficientes, o sobre la tabla de transacciones<sup>90</sup> directamente. Opiniones de uno y otro tipo se han dado en pos de un procedimiento u otro, hasta que en 2009, Dietzenbacher y Miller<sup>91</sup> demuestran que ambos enfoques son equivalentes, no habiendo diferencias si el ajuste se realiza sobre la matriz de coeficientes técnicos o la matriz de transacciones, cosa que no es extrapolable a otros métodos de proyección alternativos al RAS como los propuestos en los artículos de Jackson y Murray (2004)<sup>92</sup> y Lahr y de Mesnard (2004)<sup>93</sup>.

Al tratar de generalizar la aplicación del método RAS a matrices de transacciones y, en especial, a tablas de Origen y de Destino con todos sus componentes, surge un problema inmediato: existen elementos de estas tablas que pueden ser negativos y esto se convierte en un problema para la técnica RAS original. La existencia de este tipo de elementos conduce a matrices proyectadas en las que las estructuras de las filas y columnas que contienen

---

<sup>87</sup> Véase Lenzen, M., Gallego, B. y Wood, R. (2009) op. cit. p. 42

<sup>88</sup> Véase Bacharach (1970) op. cit. p. 33

<sup>89</sup> Una matriz se dice que es de Markov o Markoviana cuando la suma de sus elementos por columnas, o por filas, es igual a la unidad.

<sup>90</sup> Véase Jackson, R.W. y Murray, A.T. (2004) op. cit. p. 137 y Miller y Blair (2009) op. cit. p. 327

<sup>91</sup> Dietzenbacher, E. y Miller, R.E. 2009. "RAS-ing the Transactions or the Coefficients: It Makes No Difference", *Journal of Regional Science*, vol. 49, pp. 555-566.

<sup>92</sup> Jackson, R.W. y Murray, A.T. (2004) op. cit.

<sup>93</sup> Lahr y de Mesnard (2004) op. cit.

elementos negativos tienden a desviarse mucho de las estructuras originales. Esto se debe a que los elementos positivos de la estructura experimentan una serie de ajustes mayores para compensar los ajustes de los elementos negativos.

Tradicionalmente, la presencia de números negativos en la práctica se solventaba realizando el ajuste sólo sobre los números positivos de la tabla, dejando los negativos inalterados. Este procedimiento también nos conduce a soluciones no óptimas.

No fue hasta la publicación del artículo de Günlük-Senesen y Bates (1988)<sup>94</sup>, posteriormente formalizado matemáticamente por Junius y Oosterhaven (2003)<sup>95</sup> en el que se presenta un método denominado como GRAS<sup>96</sup> que permite la existencia de elementos positivos y negativos en la matriz de referencia. El procedimiento es, al igual que su predecesor el RAS, un procedimiento biproporcional. De hecho, el GRAS se reduce a un RAS original cuando en la matriz de referencia no existen elementos negativos. Por este motivo, se considera al GRAS como método generalizado y al RAS como un caso particular del anterior.

El procedimiento del método GRAS consiste en dividir la matriz de referencia  $\mathbf{A}$  en dos matrices, una conteniendo todos los elementos positivos de la anterior y denominada como  $\mathbf{P}$ , y otra que contiene todos los elementos negativos cambiados de signo denominada  $\mathbf{N}$ . De este modo,

$$\mathbf{A} = \mathbf{P} - \mathbf{N}$$

y basándonos en la citada división se obtiene la proyección de  $\mathbf{A}$  de acuerdo con la siguiente expresión,

$$\mathbf{X} = \hat{\mathbf{r}}\mathbf{P}\hat{\mathbf{s}} - \hat{\mathbf{r}}^{-1}\mathbf{N}\hat{\mathbf{s}}^{-1} \quad (1.2)$$

de tal modo que

$$(\hat{\mathbf{r}}\mathbf{P}\hat{\mathbf{s}} - \hat{\mathbf{r}}^{-1}\mathbf{N}\hat{\mathbf{s}}^{-1})\mathbf{1} = \mathbf{u}$$

$$\mathbf{1}(\hat{\mathbf{r}}\mathbf{P}\hat{\mathbf{s}} - \hat{\mathbf{r}}^{-1}\mathbf{N}\hat{\mathbf{s}}^{-1}) = \mathbf{v}$$

siendo  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{v}$  las marginales de la matriz en el año de proyección, e  $\mathbf{1}$  un vector de unos con las dimensiones adecuadas.

<sup>94</sup> Günlük-Senesen, G. y Bates, J.M. (1988) "Some Experiments with Methods of Adjusting Unbalanced Data Matrices", *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, vol. 151, n. 3, pp. 473–490.

<sup>95</sup> Junius, T. y Oosterhaven, J. (2003) op. cit.

<sup>96</sup> Acrónimo de Generalized-RAS

Esta generalización del RAS para permitir trabajar con números positivos y negativos se ha convertido en un desarrollo central dentro de la familia de métodos RAS, habiendo sido posteriormente generalizada de manera adicional con gran éxito con el objeto de incorporar y solventar otras limitaciones existentes, como por ejemplo el método KRAS mencionado anteriormente.

Otro ejemplo de generalización del GRAS es la alternativa desarrolladas por Huang et alia (2008)<sup>97</sup>, que desarrollan una versión del mismo con el objetivo de obtener una solución analítica al misma que no requiera de software específico.

Una alternativa reciente al GRAS y que será analizada de manera extensiva en los capítulos tercero y cuarto de este trabajo, al constituir junto con el método EURO uno de los pilares centrales de este trabajo, es el método SUT-RAS<sup>98</sup> concebido por Temurshoev y Timmer (2011)<sup>99</sup>. El método de Temurshoev y Timmer presenta una serie de características positivas entre las que cabe destacar su flexibilidad para trabajar con diferentes configuraciones, con diferentes tipos de valoración, distinguiendo orígenes en los empleos, con situaciones en que la información exógena es más restringida que en el método RAS, y permite trabajar con filas y columnas con todos sus elementos nulos o negativos. El método SUT-RAS plantea una función objetivo similar a la de GRAS y realiza proyecciones integradas de las tablas de Origen y Destino, de ahí su denominación. Dada su versatilidad, el método fue usado de manera extensiva en la construcción de la World Input-Output Database<sup>100</sup>.

Para finalizar, introducimos aquí dos extensiones del método RAS introducidas por Pereira y otro conjunto de autores en dos trabajos de los años 2013 y 2015.

La primera de ellas es la denominada Path-RAS presentada por Pereira, Carrascal y Fernández (2013)<sup>101</sup> para una tabla Input-Output y su adaptación en Pereira y Rueda-Cantuche (2013)<sup>102</sup> a tablas de Origen y de Destino. La particularidad de este método es que, al igual que el SUT-RAS, los requerimientos de información exógena son menores a los exigibles a la técnica RAS

---

<sup>97</sup> Véase Huang, W., Kobayashi, S. y Tanji, H. (2008) op. cit. p. 115

<sup>98</sup> Acrónimo de Supply and Use Table-RAS.

<sup>99</sup> Temurshoev, U. y Timmer, M.P. (2011) op. cit.

<sup>100</sup> Véase Dietzenbacher, E., Los, B., Stehrer, R., Timmer, M. y de Vries, G. (2013): "The Construction of World Input-Output Tables in the WIOD Project", *Economic Systems Research*, vol. 25, pp. 71-98.

<sup>101</sup> Pereira, X., Carrascal, A. y Fernandez, M. (2013) "Advances in updating input-output tables: its relevance for the analysis of regional economies", *Revista Portuguesa de Estudos Regionais*, 33, 2, pp. 3-12.

<sup>102</sup> Pereira, X. y Rueda-Cantuche, J. M. (2013) "Methods of global updating of supply and use tables with limited information: the Path-RAS method", presentado en la XXXIX Conferencia de Estudios Regionales, Oviedo (Spain), 21 y 22 de Noviembre de 2013.



y, en particular, sin necesidad de poseer los márgenes de la matriz de consumos intermedios. El método actúa realizando transformaciones mediante dos trayectorias, de ahí su nombre Path-RAS. Las transformaciones se realizan tanto por la vía de la demanda, suponiendo estables los coeficientes técnicos obtenidos en la demanda intermedia y realizando un ajuste biproportional en función de unos coeficientes correctores obtenidos por el ajuste vía demanda intermedia y por la vía de la oferta, que se realiza suponiendo constante también la estabilidad de los coeficientes de especialización de cada rama. A partir de ahí, se llevan a cabo una serie de trayectorias de modificación de las magnitudes obtenidas de manera encadenada para asegurar el equilibrio del sistema por la vía de la oferta y de la demanda. Una vez alcanzado el equilibrio se comienza con el procedimiento iterativo hasta conseguir que las proyecciones del vector de demanda intermedia por productos por ambas trayectorias sean iguales, lo que asegurará que ocurre lo mismo con las proyecciones de los inputs intermedios y demanda final. En este momento se habrá alcanzado el equilibrio deseado y se dice que el procedimiento ha convergido.

En nuestra opinión, aunque los autores encuadran el método Path-RAS dentro de la familia RAS, pensamos que su filosofía está bastante alejada de la filosofía original del método RAS con el que comparte, sobre todo, su carácter biproportional. A pesar de todo, opinamos que es un método que puede ser muy útil ya que el ajuste iterativo de cuadro, llamado efecto rebote por los autores, depende de una serie de parámetros que añaden una gran flexibilidad para calibrar el método en diferentes situaciones reales según el territorio, antes de llevar a cabo el proceso de proyección.

Para finalizar, un desarrollo muy reciente realizado por Pereira et alia (2015)<sup>103</sup> en el que se plantean aplicar el método RAS directamente a la inversa de Leontief. La técnica RAS como se ha mencionado anteriormente se suele utilizar bien sobre matriz de coeficientes técnicos y de transacciones. Para poder aplicar la técnica RAS a la inversa de Leontief, es preciso trabajar simultáneamente con los modelos de Leontief de demanda y de precios con el objeto de lograr una solución coherente y asegurar los equilibrios contables. Además es necesario garantizar que los elementos de la diagonal principal sean todos superiores a la unidad, por lo que introducen esta restricción en el procedimiento iterativo. De acuerdo con los autores<sup>104</sup>, los resultados obtenidos por este método son congruentes. La evaluación empírica de este método aplicado a datos de España 2000-2005 determina que las bondades de ajustes que se obtienen

<sup>103</sup> Pereira López, X., Quinoá López, J.L. y Carrascal Incera, A. (2015) "¿Es posible aplicar el método RAS directamente sobre la inversa de Leontief?", *Estadística Española*, vol. 57, n. 186, pp. 67-81.

<sup>104</sup> Pereira López, X., Quinoá López, J.L. y Carrascal Incera, A. (2015) op. cit. pp. 78-79

cuando esta técnica se aplica directamente a la inversa de Leontief directamente son sólo ligeramente peores a si se aplicara la técnica RAS a las tablas de Origen y de Destino, y posteriormente se obtiene la simétrica a partir de las tablas de Origen y Destino proyectadas.

#### Otros métodos biproporcionales no directamente basados en la filosofía RAS.

Además de la familia de métodos RAS y sus extensiones, existen otro tipo de métodos biproporcionales que también se han empleado como técnicas de proyección de elementos de un marco Input-Output.

Una técnica que jugará un papel central en este trabajo es el método EURO, desarrollado originalmente por Beutel (2002)<sup>105</sup> para la actualización de tablas Input-Output simétricas y, posteriormente adaptado por el propio Beutel (2008)<sup>106</sup> para su empleo en la actualización de tablas de Origen y Destino. En esencia es un método biproporcional, ya que cada elemento de la tabla de Destino es actualizado por un factor fila y un factor columna. El mismo será analizado en mayor profundidad dentro de los capítulos tercero y cuarto de este trabajo. La principal característica del método EURO es que fue diseñado para realizar proyecciones de elementos de un marco Input-Output con los menores requerimientos posible de información exógena, sin que, al mismo tiempo se perdiera solvencia en la calidad en las proyecciones obtenidas. En consecuencia, el método EURO supone un procedimiento de actualización robusto con unos requerimientos de información escasos que permite llevar a cabo proyecciones que no realicen cambios arbitrarios en los coeficientes técnicos, y proporcionen proyecciones completas de un marco Input-Output: los totales por filas y por columnas de los consumos intermedios son obtenidos de manera endógena en el seno del procedimiento iterativo, así como la composición estructural de la demanda final estimada en el proceso iterativo y asegurando el equilibrio y la consistencia de los resultados desde la óptica de la oferta y demanda gracias al modelo de Leontief.

Otra técnica biproporcional es la desarrollada por Dalgaard y Gysting (2004)<sup>107</sup>. Estos autores proponen una técnica algorítmica denominada CFB<sup>108</sup> que presenta algunas diferencias y algunas similitudes con el método RAS. Entre las similitudes destacar su carácter

---

<sup>105</sup> Beutel, J. (2002) op. cit.

<sup>106</sup> Beutel, J. (2008) "An Input-Output System of Economic Accounts for the EU Member States". Interim Report for Service Contract Number 150830-2007 FISC-D to European Commission. Directorate-General Joint Research Centre. Institute for Prospective Technological Studies.

<sup>107</sup> Dalgaard, E. y Gysting, G. (2004) op. cit.

<sup>108</sup> Acrónimo de Commodity-Flow Balancing

biproporcional, de ajuste por filas y por columnas a elementos marginales que se calculan a lo largo del procedimiento iterativo, siendo ésta a su vez una diferencia sustancial, ya que los márgenes no tienen por qué estar equilibrados de partida. El procedimiento puede trabajar con elementos con hasta 6 valoraciones diferentes, desde precios básicos a precios de adquisición, pasando por todas las valoraciones intermedias que podemos obtener entre ambas de acuerdo en el Sistema Europeo de Cuentas de 1995, esto es, descontando impuestos netos de subvenciones sobre los productos, márgenes minoristas, mayoristas y de transporte. Por otro lado, puede trabajar con totales por filas y por columnas descuadrados que el mismo procedimiento irá equilibrando dependiendo de un parámetro que mide la confianza relativa de los totales descuadrados, permitiendo por tanto incorporar esta información en el proceso de cuadro. El procedimiento de Dalgaard y Gysting es adecuado para realizar estimaciones integradas de tablas de Origen y de Destino, y admite equilibrar de manera automática los desequilibrios entre ambas.

Otros métodos biproporcionales no basados en la idea original del RAS –aunque muy ligados a ella- son los expuestos en Lahr y de Mesnard (2004)<sup>109</sup>. Estos métodos fueron desarrollados en un contexto y con un propósito diferente al de la proyección de elementos de un marco Input-Output. Sin embargo pueden aplicarse a estos sin mayor problema pues buscan equilibrar una matriz conocida sus marginales.

El primer método es el algoritmo DSS<sup>110</sup>. Este método desarrollado por Osborne en 1961 y posteriormente por Grad en 1971<sup>111</sup> establece un procedimiento iterativo del siguiente modo. Sea  $p$  nuestro índice de iteraciones que inicialmente está fijado en  $p = 0$ . Inicialmente consideramos  $\mathbf{X}^{(0)} = \mathbf{A}$  Partiendo de  $\mathbf{X}^{(0)}$ , y en cada iteración  $p$ , buscamos el par fila/columna que satisfaga la siguiente condición

$$q = \left\{ i : \max_{i=1..n} \left| \sum_{s=1}^n x_{si}^{(p)} - \sum_{j=1}^n x_{ij}^{(p)} \right| \right\} \quad (1.3)$$

es decir, aquel par de fila y columna en el que la diferencia entre el total por filas y por columnas sea máxima. A partir de esa diferencia obtenemos un factor de actualización

<sup>109</sup> Lahr y de Mesnard (2004) op. cit. pp. 121-123.

<sup>110</sup> Acrónimo de Diagonal Similarity Scaling

<sup>111</sup> Véase Lahr y de Mesnard (2004) op. cit. p. 121

$$\alpha^{(p)} = \left[ \frac{\sum_{j=1}^n x_{qj}^{(p)}}{\sum_{i=1}^n x_{iq}^{(p)}} \right]^{1/2} \quad (1.4)$$

A partir de este factor redefinimos los elementos de  $\mathbf{X}^{(p)}$  del siguiente modo

$$x_{ij}^{(p+1)} = \begin{cases} \alpha^{(p)} x_{ij}^{(p)} & \text{si } i = q, j \neq q \\ \frac{x_{ij}^{(p)}}{\alpha^{(p)}} & \text{si } j = q, i \neq q \\ x_{ij}^{(p)} & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (1.5)$$

Por tanto, la matriz  $\mathbf{X}^{(p+1)}$  se obtiene en función de un procedimiento biproporcional en función de la matriz  $\mathbf{D}^{(p)}$  que es igual a la matriz identidad salvo en la diagonal del elemento  $q$  que toma el valor  $\alpha^{(p)}$ . De este modo

$$\mathbf{X}^{(p+1)} = \mathbf{D}^{(p)} \mathbf{X}^{(p)} (\mathbf{D}^{(p)})^{-1}$$

Esta formulación le da la apariencia de ser un método RAS, pero en cada paso sólo la columna y fila afectada por la transformación son las que están siendo modificadas por este procedimiento.

A continuación el algoritmo continúa dando lugar a una nueva iteración en la que se busca en la nueva matriz el par fila/columna que verifica (1.3) y se aplican de nuevo (1.4) y (1.5). Eaves en 1985 y Schneider en 1989 y 1990 demuestran que existe solución para el algoritmo DSS y que además es única<sup>112</sup>

Otros enfoques biproporcionales son el método de Minimización de Discriminación de la Información y el método de Maximización de la Entropía. Dado que estos métodos son al mismo tiempo que métodos biproporcionales, métodos de optimización restringida cuyas funciones objetivos están basadas en conceptos derivados de la teoría de la información, se describirán en el apartado correspondiente a esos métodos.

<sup>112</sup> Véase Lahr y de Mesnard (2004) op. cit. p. 121

## Métodos Univariantes

Para concluir este apartado, revisamos los principales métodos de proyección univariantes que se han desarrollado para la actualización de elementos de un marco Input-Output. La principal característica de estos métodos es que realizan la actualización sólo en una dirección, generalmente, por filas, y en algún caso por columnas. Estos métodos están originalmente concebidos para aquellos casos en los que no se dispone de una de las marginales de las tablas que pretendemos actualizar, por lo que suelen trabajar en contextos con menor información.

El primer método que presentamos es el más reciente de todos, denominado EUKLEMS, y desarrollado por Timmer et alia (2005)<sup>113</sup> en el seno del proyecto FP6 homónimo cuyo objetivo era la obtención de una base de datos homogénea que contuviera datos económicos de crecimiento de la producción, productividad, creación de empleo, formación de capital y cambio tecnológico para la UE. El método se encuentra descrito parcialmente en Bart van Ark (2005)<sup>114</sup> y también en Temurshoev et alia (2011)<sup>115</sup>.

El método EUKLEMS, al igual que el SUT-RAS realiza una proyección completa de las tablas de Origen y de Destino. La tabla de Origen se proyecta suponiendo que es constante la especialización productiva<sup>116</sup> y la estructura del vector de importaciones por producto a lo largo del horizonte de proyección considerado. Partiendo de estas hipótesis se obtiene la proyección del output por productos a precios básicos que, junto con las estructuras de los vectores de márgenes e impuestos del año base, nos permiten obtener una estructura y un valor de estas magnitudes para el año de proyección. Esto último a su vez nos permite deducir el output de producción a precios de adquisición. A partir de esta última magnitud, se obtiene las tasas de crecimiento del output por productos a precios de adquisición que es aplicado por filas a la parte correspondiente a la demanda intermedia y de la demanda final de la tabla de Destino valoradas a precios de adquisición. Posteriormente se normalizan para lograr que la suma de la producción por ramas sea igual a la información exógena disponible en el año  $t$ . Estos dos últimos pasos son muy similares a la actualización seguida por el método RAS. De esta manera,

---

<sup>113</sup> Timmer, M.P., Aulin-Ahmavaara, P. y Ho, M. (2005) "EUKLEMS Road map WP1". Disponible en [www.euklems.net/workpackages/roadmap\\_wp1\\_12-10-2005.pdf](http://www.euklems.net/workpackages/roadmap_wp1_12-10-2005.pdf)

<sup>114</sup> van Ark, B. (2005) "Towards an Integrated System of Growth, Productivity and National Accounts for the European Union", presentado en el Workshop on Productivity Measurement organizado por Fundación BBVA e IVIE en Madrid, 17-19 October 2005. Disponible en <http://www.oecd.org/std/productivity-stats/35465383.pdf>.

<sup>115</sup> Temurshoev, U., Webb, C. y Yamano, N. (2011) "Projection of Supply and Use Tables: Methods and Their Empirical Assessment", *Economic Systems Research*, 23, pp. 91–123.

<sup>116</sup> Product-mix en terminología americana

en el nuevo marco construido es probable que no exista equilibrio entre la oferta y la demanda de bienes a precios de adquisición. En ese caso, el método EUKLEMS realiza un ajuste sobre la columna de variación de existencias, definiendo la misma como el saldo para que se alcance el citado equilibrio. Este supuesto poco plausible de definir la columna de Variación de existencias como un residuo del ajuste, conduce a que este método no obtenga buenos resultados en la evaluación empírica<sup>117</sup>. Para finalizar se obtienen las tablas de Destino a precios básicos mediante el descuento de márgenes e impuestos repartiendo el total de acuerdo con una estructura proporcional a los tipos medios en función de la oferta a precios de adquisición.

Temurshoev et alia (2011) desarrollan una versión del método EUKLEMS en el que, en lugar de actualizar la tabla de Destino a precios de adquisición, realizan la actualización a precios básicos. Esta alternativa obtiene mejores resultados que la versión original del EUKLEMS para proyectar las tablas de Destino a precios básicos.

Para concluir este apartado introducimos los métodos univariantes PCM<sup>118</sup> y SCM<sup>119</sup> desarrollados por Matuszewski, Pitts y Sawyer en 1964 y Tilanus en 1968<sup>120</sup>, respectivamente, tal y como están descritos en el Manual de EUROSTAT de 2008<sup>121</sup>.

El método PCM fue desarrollado por Matuszewski, Pitts y Sawyer (1964)<sup>122</sup> y se basa en obtener una tabla Input-Output análoga proyectada,  $X$ , a partir de una tabla Input-Output de coeficientes técnicos de referencia,  $A$ , del siguiente modo. Suponemos la estabilidad de los coeficientes técnicos en el año base, y a partir de ellos y con el output por productos del año de proyección, obtenemos una nueva tabla Input-Output de transacciones correspondiente al año de proyección. A partir de esta tabla derivada y con su análoga en el año base, se obtienen los ratios de input intermedios por rama con respecto a la producción total y se define un ratio de efecto sustitución puro del siguiente modo

$$r_i = \frac{S_i^{*(t)}}{S_i^{(0)}} \text{ donde } S_i = \frac{CI_i}{X_i} \text{ para cada año en cuestión.}$$

<sup>117</sup> Véase Temurshoev, U., Webb, C. y Yamano, N. (2011) op. cit. pp. 115-120.

<sup>118</sup> Acrónimo de Proportional Correction Method

<sup>119</sup> Acrónimo de Statistical Correction Method

<sup>120</sup> Véase EUROSTAT (2008a) op. cit. p. 451

<sup>121</sup> EUROSTAT (2008a) op. cit. Capítulo 14.

<sup>122</sup> Matuszewski, T., Pitts, P. R. y Sawyer, J. A. (1964) "Linear programming estimates of changes in input-output coefficients", *Canadian Journal of Economics and Political Science*, 30, pp. 203-211.

La nueva tabla Input-Output se obtiene premultiplicando por filas la matriz de referencia por este conjunto de indicadores

$$\mathbf{X} = \hat{r}\mathbf{A}$$

Para garantizar la consistencia de los resultados con la matriz proyectada se deriva el output a partir de la tabla proyectada en función de la demanda final exógena

$$x^{(t)} = (\mathbf{I} - \hat{r}\mathbf{A})^{-1} y^{(t)}$$

El método SCM desarrollado por Tilanus en 1968<sup>123</sup> es una versión más refinada del anterior en el que la matriz  $\hat{r}$  se construye a partir de unos factores que representan el ratio entre la producción observada para el año de proyección y la producción del año base, en lugar de emplear el ratio entre las proporciones de consumos intermedios.

### 1.2.2. Métodos de optimización restringida

El segundo gran grupo en el que categorizamos los métodos de proyección son los métodos de optimización restringida que pueden describirse de manera general como un problema de programación matemática lineal o no lineal -dependiendo del método considerado- tal y como describe Huang et alia (2008)<sup>124</sup>, el problema de proyección considerado de forma general quedaría descrito como:

$$\begin{aligned} & \min f(\mathbf{X}) \\ & \text{s.a.} \\ & \sum_{j=1}^n x_{ij} = \sum_{j=1}^n z_{ij} a_{ij} = u_i \quad \forall i = 1 \dots m \\ & \sum_{i=1}^n x_{ij} = \sum_{i=1}^n z_{ij} a_{ij} = v_j \quad \forall j = 1 \dots n \\ & z_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \end{aligned}$$

donde  $x_{ij}$  son los elementos de la matriz proyectada  $\mathbf{X}$ , y  $z_{ij}$  son los ratios de actualización que se derivan entre los elementos de la matriz proyectada  $\mathbf{X}$  y la matriz de referencia  $\mathbf{A} = \{a_{ij}\}$ , y  $f$  sería la función objetivo a optimizar.

<sup>123</sup> Véase EUROSTAT (2008a) op. cit. p. 451

<sup>124</sup> Huang, W., Kobayashi, S. y Tanji, H. (2008) op. cit.

Dependiendo de la función objetivo, dentro de este grupo consideramos una subdivisión adicional a la clasificación de Lenzen, distinguiendo entre las siguientes 2 categorías:

- Métodos de optimización restringida basados en distancias.
- Métodos de optimización restringida basados en la teoría de la información estadística.

En los siguientes apartados realizaremos una revisión breve de los más significativos dentro de cada grupo.

### ***Métodos de optimización restringida basados en distancias***

En esta primera categoría se han desarrollado una infinidad de métodos, dependiendo de la distancia considerada y las restricciones consideradas. Una revisión general de estos métodos basados en la minimización de distancias, así como nuevas extensiones y refinamientos de los mismos puede encontrarse en varias referencias de las que destacamos Lahr y de Mesnard (2004)<sup>125</sup>, de Mesnard (2004)<sup>126</sup>, Jackson y Murray (2004)<sup>127</sup>, Huang et alia (2008)<sup>128</sup> y Temurshoev et alia (2011)<sup>129</sup>. En Canning and Wang (2005)<sup>130</sup> puede encontrarse una discusión acerca de las ventajas de este enfoque de programación matemática aplicado a problemas matriciales con marginales conocidas así como una revisión de las principales contribuciones en la literatura publicadas hasta la fecha.

Las primeras referencias sobre estos métodos se remontan a Friedlander (1961)<sup>131</sup> y Matuszewski, Pitts y Sawyer (1964)<sup>132</sup>.

Friedlander propuso el uso de la suma de las diferencias al cuadrado relativizadas como función objetivo<sup>133</sup>

---

<sup>125</sup> Lahr, M.L. y de Mesnard, L. (2004) op. cit.

<sup>126</sup> de Mesnard, L. (2004) op. cit.

<sup>127</sup> Jackson, R.W. y Murray, A.T. (2004) op. cit.

<sup>128</sup> Huang, W., Kobayashi, S. y Tanji, H. (2008) op. cit.

<sup>129</sup> Temurshoev, U., Webb, C. y Yamano, N. (2011) op. cit.

<sup>130</sup> Canning, P. y Wang, Z. (2005) "A Flexible Mathematical Programming Model to Estimate Interregional Input-Output Accounts", *Journal of Regional Science*, 45, pp. 539–563.

<sup>131</sup> Friedlander, D. (1961) "A technique for estimating contingency tables, given marginal totals and some supplemental data", *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, 124, pp. 412–420.

<sup>132</sup> Matuszewski, T., Pitts, P. R. y Sawyer, J. A. (1964) op. cit.

<sup>133</sup> La función objetivo puede interpretarse como un estadístico  $\chi^2$  para medir la discrepancia de  $\mathbf{X}$  con respecto a  $\mathbf{A}$ .



$$f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{(x_{ij} - a_{ij})^2}{a_{ij}} \quad (1.6)$$

mientras que Matuszewski et alia propuso en su lugar la suma de las diferencias absolutas relativizada

$$f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{|x_{ij} - a_{ij}|}{a_{ij}} \quad (1.7)$$

Ambas formulaciones de la función objetivo determinan que los elementos  $a_{ij}$  con mayor valor contribuirán menos a la función objetivo que los elementos de menor valor. Esto conduce a que la mayor parte del ajuste se realizará en los elementos mayores mientras que los cambios en los elementos menores serán más reducido ya que contribuyen en mayor medida a un cambio en  $f$ .

Almon (1968)<sup>134</sup> propuso una alternativa a la formulación de Friedlander en la que diferencias al cuadrado no se relativizan y por tanto la función objetivo se reduce a un método de mínimos cuadrados ordinarios

$$f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x_{ij} - a_{ij})^2 \quad (1.8)$$

Aunque el método de Almon no introduce una ponderación explícita de los diferentes coeficientes, en el fondo existe una autponderación no lineal en función de los tamaños de los elementos que es típica del método de mínimos cuadrados, es preferible que existan muchos errores pequeños a pocos errores y grandes.

Otra dificultad que presentan los métodos de Friedlander y Matuszewski et alia es que no son aplicables cuando las matrices presentan elementos negativos. Huang et alia (2008)<sup>135</sup> solventan este problema proponiendo la siguiente función objetivo en el método denominado como INSD<sup>136</sup> en la literatura

$$f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |a_{ij}| (z_{ij} - 1)^2 \quad (1.9)$$

<sup>134</sup> Véase Miller y Blair (2009) op. cit. p. 334.

<sup>135</sup> Huang, W., Kobayashi, S. y Tanji, H. (2008) op. cit.

<sup>136</sup> Acrónimo de Improved Normalized Squared Differences

Este método puede arrojar elementos  $z_{ij} < 0$ , lo que implica que puede haber elementos con signo cambiado pudiendo encontrar elementos negativos, algunos de imposible justificación en un marco Input-Output. Para evitarlo, se le añade una penalización a la función objetivo tal que

$$f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |a_{ij}| (z_{ij} - 1)^2 + \frac{M}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \left[ \min(0, z_{ij})^2 \right] \quad (1.10)$$

De este modo se penaliza el hecho de que  $z_{ij} < 0$  de acuerdo con un factor de penalización  $M$ . Cuanto mayor sea  $M$  mayor será la penalización, de manera que para valores de  $M$  suficientemente grandes se logrará satisfacer la condición de preservación del signo, esto es  $z_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j$ .

Jackson y Murray (2004)<sup>137</sup> proponen una generalización del método de Almon mediante la introducción de ponderaciones en función de los tamaños de los coeficientes, lo que viene a ser un método de mínimos cuadrados ponderados

$$f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} (x_{ij} - a_{ij})^2 \quad (1.11)$$

De este modo se logra el efecto contrario al del método de Friedlander, los elementos con mayores valores variarán menos, y las variaciones se concentrarán en los elementos con menor valor, consiguiendo de este modo un efecto sugerido por muchos analistas Input-Output<sup>138</sup> y que es que las relaciones representadas por los coeficientes mayores son más estables a lo largo del tiempo que las representadas por coeficientes menores.

Los métodos basados en distancias podrían generalizarse hasta el infinito. Las formulaciones introducidas por Friedlander, Matuszewski, Pitts y Swayer, Almon, Jackson y Murray pueden considerarse como casos particulares de una categoría más general en la que la función objetivo está basada la norma de Hölder de orden  $p$ , con  $p \geq 1$  y con pesos  $a_{ij}^m$ , donde  $m$  varía entre -1 y 1. Es decir,

$$f = \sum_i \sum_j a_{ij}^m |x_{ij} - a_{ij}|^p \quad (1.12)$$

<sup>137</sup> Jackson, R.W. y Murray, A.T. (2004) op. cit. p. 140

<sup>138</sup> Véase Temurshoev, U., Webb, C. y Yamano, N. (2011) op. cit. p. 104.

Otro método basado en la distancia de mínimos cuadrados es el método de Harthoorn y van Dalen (1987)<sup>139</sup> que generaliza el método de Almon considerando la siguiente función objetivo

$$f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x_{ij} - a_{ij})^2 g_{ij} \quad (1.13)$$

donde  $g_{ij}$  es un factor que representa la confianza relativa en la proyección del elemento  $a_{ij}$ , de manera que los elementos con mayor confianza variarán menos, permitiendo una mayor variación en los elementos en los que tengamos menor confianza. Temurshoev et alia (2011)<sup>140</sup> generalizan este método considerando la función de penalización de Huang et alia (2008)<sup>141</sup> para evitar los cambios de signo

$$f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x_{ij} - a_{ij})^2 g_{ij} + \frac{M}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{a_{ij}^2}{g_{ij}} \left[ \min(0, z_{ij})^2 \right] \quad (1.14)$$

El factor  $g_{ij}$  representa la confianza que se tiene en la proyección del elemento  $a_{ij}$ . En el caso de que se considere que todos los elementos presentan la misma confianza, es decir,  $g_{ij} = 1 \quad \forall i, j$  tenemos que el método de Harthoorn y van Dalen se reduce al método de Almon.

En la práctica de la compilación de marcos Input-Output, es habitual que los elementos mayores de la tabla Input-Output presenten una mayor confianza a la hora de su estimación. Los principales inputs y outputs de cada sector suelen ser proporcionados por las empresas encuestadas con mucha seguridad, ya que al ser un input o un output muy importante suele ser fácil recuperar la información contable disponible sobre los mismos. Sin embargo, los inputs menores y las producciones secundarias de menor importancia no suelen ser recogidas por la muestra o, en el caso de serlo, las empresas dan información menos precisa acerca de los mismos. Por ese motivo, en la práctica suele seleccionarse  $g_{ij} = h(a_{ij})$ . Si tomamos  $g_{ij} = |a_{ij}|$  el método de Harthoorn y van Dalen se reduce al INSD.

<sup>139</sup> Harthoorn, R. y van Dalen, J. (1987) "On the Adjustment of Tables with Lagrange Multipliers". NA-024. Central Bureau of Statistics, The Netherlands, National Accounts Research Division.

<sup>140</sup> Véase Temurshoev, U., Webb, C. y Yamano, N. (2011) op. cit. p. 103-104.

<sup>141</sup> Huang, W., Kobayashi, S. y Tanji, H. (2008) op. cit.

Kuroda (1988)<sup>142</sup> propuso otro método basado en la distancia de mínimos cuadrados, pero en lugar de trabajar con los elementos originales de las matrices  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{X}$ , propuso trabajar con las proporciones por filas y por columnas de estos. Temurshoev et alia (2011) de nuevo generalizan este método incluyendo una función de penalización para prevenir cambios de signo. De este modo la función objetivo se convierte en

$$f = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left[ \left( \frac{x_{ij}}{u_i} - \frac{a_{ij}}{u_i^0} \right)^2 w_{ij} + \left( \frac{x_{ij}}{v_j} - \frac{a_{ij}}{v_j^0} \right)^2 v_{ij} \right] + \frac{M}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij}^2 \left( \frac{w_{ij}}{u_i^2} + \frac{v_{ij}}{v_j^2} \right) \left[ \min(0, z_{ij})^2 \right] \quad (1.15)$$

donde  $u_i$  y  $v_j$  representan los totales conocidos por filas y por columnas, respectivamente, de  $\mathbf{X}$ ;  $u_i^0$  y  $v_j^0$  los totales por filas y por columnas de  $\mathbf{A}$ ; y  $w_{ij}$  y  $v_{ij}$  representan unos pesos arbitrarios y positivos que se le da a cada elemento. Kuroda sugiere que los pesos deberían ser

$$w_{ij} = \left( \frac{u_i^0}{a_{ij}} \right)^2 \quad \text{y} \quad v_{ij} = \left( \frac{v_j^0}{a_{ij}} \right)^2 \quad (1.16)$$

por lo que el método sólo sería aplicable si todos los de elementos de la matriz  $\mathbf{A}$  fueran no nulos y la matriz  $\mathbf{X}$  tuviera marginales no nulas. Wilcoxon<sup>143</sup> en 1989 sugiere los siguientes pesos

$$w_{ij} = \frac{u_i^2}{2} \quad \text{y} \quad v_{ij} = \frac{v_j^2}{2}$$

de este modo la expresión (1.15) se simplificaría bastante obteniendo una solución analítica mucho más sencilla.

Temurshoev et alia (2011)<sup>144</sup> establecen para los elementos nulos en  $\mathbf{A}$  que  $w_{ij} = v_{ij} = 0$ , y de esta manera el planteamiento de Kuroda es directamente aplicable.

<sup>142</sup> Kuroda, M. (1988) "A Method of Estimation for the Updating Transaction Matrix in the Input-Output Relationships" en Uno, K. y Shishido, S. (eds.) `Statistical Data Bank Systems. Socio-Economic database and model building in Japan', pp. 43-56.

<sup>143</sup> Véase Temurshoev, U., Webb, C. y Yamano, N. (2011) op. cit. p. 108

<sup>144</sup> Véase Temurshoev, U., Webb, C. y Yamano, N. (2011) op. cit. p. 108

Otros métodos basados en distancias sugeridos por Jackson y Murray (2004)<sup>145</sup> son los métodos SPSPD<sup>146</sup> y SPAD<sup>147</sup> que son equivalentes, respectivamente, al método de Almon y al método ISND, pero sin incluir la función de penalización de (1.10) exigiendo la no negatividad de los elementos  $z_{ij}$  entre las restricciones del método. De este modo, se logra preservar el signo en  $\mathbf{X}$  por la vía de las restricciones.

Las últimas aportaciones que hemos encontrado en este grupo de métodos de proyección basadas en distancias son las correspondientes a Tarancón y del Río (2005)<sup>148</sup>, Rampa (2008)<sup>149</sup> y Mínguez, Oosterhaven y Escobedo (2009)<sup>150</sup>. Las principales aportaciones de los métodos hacen referencia no a las funciones objetivos, que suelen ser versiones de algunas de las ya presentadas, sino en el tratamiento de la información vía restricciones o vía conjunto de datos considerados.

Tarancón y del Río plantean un método basado en una función objetivo similar a la de Matuszewski, Pitts y Sawyer (1964)<sup>151</sup> pero con diferentes restricciones. En este planteamiento, la variabilidad de los coeficientes proyectados está restringida en función de la importancia de los mismos dentro de la estructura de costes y de distribución del coeficiente. Rampa plantea un problema de optimización basado en una función objetivo de mínimos cuadrados ponderados muy similar al problema planteado por Jackson y Murray en (1.11).

Por último, Mínguez, Oosterhaven y Escobedo<sup>152</sup> proponen una generalización del método RAS en dos etapas, denominado CRAS<sup>153</sup>, que es una combinación entre el propio método RAS y un método de optimización basado en distancias en una segunda etapa. En la primera etapa el método RAS se aplica de manera individual a una sucesión temporal de tablas Input-Output para un conjunto de años dado y un horizonte de proyección dado. En una segunda etapa, los coeficientes obtenidos para un horizonte de proyección dados son corregidos en base a un problema de optimización restringida que minimiza la suma de los cuadrados de las

---

<sup>145</sup> Véase Jackson, R.W. y Murray, A.T. (2004) op. cit. pp. 141-142.

<sup>146</sup> Acrónimo de Sign-preserving square differences

<sup>147</sup> Acrónimo de Sign-preserving absolute differences

<sup>148</sup> Tarancón, M. y del Río, P. (2005) op. cit.

<sup>149</sup> Rampa, G. (2008) "Using weighted least squares to deflate input-output tables", *Economic Systems Research*, 20 (3), pp. 259-276.

<sup>150</sup> Mínguez, R., Oosterhaven, J. y Escobedo, F. (2009) "Cell-Corrected RAS Method (CRAS) for Updating or Regionalizing an Input-Output Matrix", *Journal of Regional Science*, 49, pp. 329-348.

<sup>151</sup> Matuszewski, T., Pitts, P. R. y Sawyer, J. A. (1964) op. cit.

<sup>152</sup> Mínguez, R., Oosterhaven, J. y Escobedo, F. (2009) op. cit.

<sup>153</sup> Acrónimo de Corrected-RAS.

desviaciones medias de las proyecciones obtenidas por el RAS con respecto a los valores verdaderos observados ponderados por el inverso de su desviación estándar.

### *Métodos de optimización restringida cuyas funciones objetivo están basadas en la teoría de la información*

En esta categoría encontramos una serie de métodos en los que la función objetivo están basadas no en distancias, sino en los conceptos estadísticos que se derivan de la Teoría de la Información desarrollada a partir de los trabajos pioneros de Shannon<sup>154</sup> y Kullback y Leibler<sup>155</sup> como la entropía de Shannon o la divergencia de Kullback-Leibler.

Este enfoque se convirtió rápidamente en un enfoque prometedor y con muy buenos resultados en el campo de la proyección de matrices Input-Output. No en vano, los principios de maximización de la entropía de Shannon y de minimización de la divergencia de Kullback han sido aplicados con notable éxito en innumerables y muy diversos campos<sup>156</sup>.

Basándonos en generalizaciones de estos dos conceptos otra batería de métodos han sido desarrollados no sólo para la actualización de elementos de un marco Input-Output, sino también para la estimación de flujos de transacciones en marcos Input-Output multi-regionales<sup>157</sup> y para la estimación de Matrices de Contabilidad Social<sup>158</sup>.

De manera muy resumida, la divergencia de Kullback-Leibler aplicada a la distribución de probabilidad de dos variables aleatorias discretas dependientes definidas sobre el mismo espacio probabilístico con funciones de probabilidad  $P[X = x_i] = p_i$  y  $Q[Y = x_i] = q_i$  respectivamente, vendría representada por

---

<sup>154</sup> Véase Shannon (1948a) "A mathematical theory of communication", *Bell System Technical Bulletin Journal*, vol. 27, pp.379-423 y Shannon (1948b) "A mathematical theory of communication", *Bell System Technical Bulletin Journal*, vol. 27, pp. 623-659.

<sup>155</sup> Kullback, S. y Leibler, R. A. (1951) "On information and sufficiency", *Annals of Mathematical Statistics*, vol. 22, pp. 79-86

<sup>156</sup> Véase Kapur, J.N. "Maximum Entropy Models in Science and Engineering" (1989), Wiley Eastern Limited, para una revisión exhaustiva de las aplicaciones de estos métodos a campos tan variados como la Inferencia estadística, Termodinámica, Planificación Urbana y Regional, Marketing, Sistemas Electorales, Economía, Finanzas, Comercio Internacional, Teoría del Seguro, Contabilidad, Análisis Espectral, Reconocimiento de Patrones, Investigación de operaciones, Biología, Medicina o Agricultura.

<sup>157</sup> Véase Miller y Blair (2009) op. cit. p. 366 y Wilson, A.G. (1970) "Entropy in Urban and Regional Modelling", Capítulo 3.

<sup>158</sup> Véase Robinson, S., Cattaneo, A. y El-Said, M. (2001) "Updating and Estimating a Social Accounting Matrix using Cross-Entropy Methods", *Economic Systems Research*, vol. 13, pp. 47-64

$$D_{KL}(P, Q) = \sum_i p_i \log \frac{p_i}{q_i} \quad (1.17)$$

Las propiedades más relevantes de la divergencia de Kullback-Leibler son

- i)  $D_{KL}(P, Q) \geq 0$ , que es inmediata si se tiene en cuenta la desigualdad de Jensen<sup>159</sup> y el hecho de que el logaritmo cambiado de signo es una función estrictamente convexa.
- ii)  $D_{KL}(P, Q) = 0 \Leftrightarrow P = Q \quad \forall i$ , lo que implica que la divergencia será mínima cuando ambas distribuciones sean coincidentes. Por el contrario, la divergencia será mayor cuanto más se aleje, en términos de información,  $Q$  de  $P$ .

Como consecuencia de lo anterior, la divergencia de Kullback-Leibler puede considerarse como un indicador de la diferencia que existe cuando pretendemos aproximar una distribución de probabilidad  $P$  a través de otra distribución de probabilidad  $Q$ , ya que  $D_{KL}(P, Q)$  representa<sup>160</sup> la información perdida cuando utilizamos la distribución de probabilidad  $Q$  para aproximar la distribución de probabilidad representada por  $P$ .

Sin embargo, hemos de tener en cuenta que la divergencia de Kullback-Leibler no puede considerarse una distancia al no existir simetría, ya que  $D_{KL}(P, Q) \neq D_{KL}(Q, P)$ .

El concepto de divergencia de Kullback-Leibler está muy ligado al de entropía de Shannon, de hecho si tomamos  $Q$  como una distribución uniforme discreta, considerando que la variable discreta toma  $n$  valores diferentes, tendríamos que (1.17) se reduce a

$$\sum_{i=1}^n p_i \cdot \log \left( \frac{p_i}{\frac{1}{n}} \right) = \log n + \sum_{i=1}^n p_i \cdot \log p_i = \log n - H(X) \quad (1.18)$$

donde  $H(X) = -\sum_{i=1}^n p_i \log p_i$  es la entropía de Shannon.

En consecuencia, suponiendo  $n$  fijo, la divergencia de Kullback-Leibler es mínima si la entropía de  $X$  es máxima, lo que implica que  $X$  es una distribución uniforme discreta, y al contrario, la divergencia es máxima cuando la entropía de  $X$  es mínima, lo que implica que  $X$  es una

<sup>159</sup> Jensen, J.L.W.V. (1906) "Sur les fonctions convexes et les inégalités entre les valeurs moyennes", Acta Mathematica, vol. 30, pp. 175-193.

<sup>160</sup> Véase Pardo Llorente, L. (1993) "Teoría de la Información Estadística", *Estadística Española*, vol. 35, núm. 133, p. 198

variable aleatoria degenerada que concentra toda su probabilidad en un único valor. Este hecho determina que se pueda interpretar la entropía de Shannon como una medida de la "distancia" que existe de una distribución de probabilidad dada a la distribución uniforme.

Otro resultado conocido en inferencia estadística<sup>161</sup> son las conexiones existentes entre la divergencia de Kullback-Leibler y los métodos de máxima verosimilitud. Bajo ciertas condiciones de regularidad, puede comprobarse que el estimador máximo verosímil es equivalente<sup>162</sup> a obtener la mejor aproximación paramétrica de una función que minimice la divergencia de Kullback-Leibler a otra función dada. Por tanto, podíamos considerar en cierto modo que las proyecciones de una matriz obtenidas mediante un método basada en la divergencia de Kullback-Leibler son una especie de estimadores máximo-verosímiles de la matriz que pretendemos proyectar sujeto a las restricciones impuestas por el problema de optimización planteado.

La extensión de estos conceptos, desarrollados inicialmente para variables aleatorias y distribuciones de probabilidad, a elementos de una matriz de un marco Input-Output que representa transacciones económicas (números absolutos, positivos o negativos) ha sido a través de un debate académico no exento de controversias, errores y posteriores correcciones que queda perfectamente reflejado, y zanjado en nuestra opinión, en Lemelin (2009)<sup>163</sup>.

Los métodos de proyección de matrices desarrollados en el que una versión de la divergencia de Kullback-Leibler constituye la función objetivo se conocen de manera general como "métodos de mínima discriminación de la información"<sup>164</sup>, o "métodos de mínima pérdida de información"<sup>165</sup>, o "métodos de entropías cruzadas"<sup>166</sup>

El planteamiento general de este problema supondría que la función objetivo tendría la forma

$$f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} \ln \frac{x_{ij}}{a_{ij}} \quad (1.19)$$

<sup>161</sup> Véase Claeskens, G. y Hjort, G.L. (2008) "Model Selection and Model Averaging", pp. 24-27.

<sup>162</sup> Wasserman, L. (2004). "All of Statistics: A Concise Course in Statistical Inference", Teorema 9.13, pp. 126-127.

<sup>163</sup> Lemelin, A. (2009) "A GRAS variant solving for minimum information loss", *Economic Systems Research*, vol. 21, pp. 399-408

<sup>164</sup> Véase Lahr y de Mesnard (2004) op. cit. p.122

<sup>165</sup> Véase Huang, W., Kobayashi, S. y Tanji, H. (2008) op. cit. p. 112

<sup>166</sup> Véase Robinson, S., Cattaneo, A. y El-Said, M. (2001) op. cit. p. 50



que, aparentemente, es una generalización de la divergencia de Kullback-Leibler para los elementos de la matriz de referencia,  $a_{ij}$ , y los elementos de la matriz proyectada,  $x_{ij}$ , sujeto a ciertas restricciones lineales del tipo

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = v_j \quad \forall j = 1 \dots n \quad \text{y} \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} = u_i \quad \forall i = 1 \dots m$$

Las ventajas de este enfoque de mínima discriminación de la información es que, como ha quedado demostrado a través de su aplicación práctica<sup>167</sup>, puede aplicarse de manera sencilla a contextos con menor información exógena que los requeridos por el método RAS, en el que es necesario el conocimiento de las marginas completas. Así, por ejemplo, estos métodos pueden aplicarse cuando sólo se conocen algunos elementos de las marginales por filas o por columnas<sup>168</sup>.

Cuando las restricciones al problema de optimización restringida, cuya función objetivo es la divergencia de Kullback-Leibler, suponen el conocimiento de todas las marginales por filas y por columnas, estaríamos ante el método RAS. En Miller y Blair (2009)<sup>169</sup> puede encontrarse una demostración de esta afirmación, aunque esta idea fue puesta de manifiesto originalmente por Uribe et alia (1965)<sup>170</sup> y Bacharach (1970)<sup>171</sup>.

Este hecho supone que el método RAS además de ser un método biproporcional, es un método de optimización restringida cuya función objetivo está basado en la divergencia de Kullback-Leibler. Esta idea es generalizable a varias de las extensiones del citado método ya mencionadas anteriormente. Así, en la formalización matemática del método GRAS realizada por Junius y Oosterhaven (2003)<sup>172</sup> emplean la siguiente función objetivo a minimizar

$$f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |x_{ij}| \ln \frac{x_{ij}}{a_{ij}} \quad (1.20)$$

<sup>167</sup> Véase Lahr y de Mesnard (2004) op. cit.

<sup>168</sup> Véase Golan, A., Judge, G. y Miller, D. (1996) "Maximum Entropy Econometrics, Robust Estimation with Limited Data" y Golan, A., Judge, G. y Robinson, S. (1994) "Recovering information from incomplete or partial multisectoral economic data", *Review of Economics and Statistics* vol. 76, pp. 541-549

<sup>169</sup> Miller y Blair (2009) op. cit. pp. 337-338.

<sup>170</sup> Uribe, P., de Leeuw, C. G. y Theil, H. (1965) "The information theoretic approach to the prediction of interregional trade flows". *Report 6507* (Rotterdam, Econometric Institute of the Netherlands School of Economics).

<sup>171</sup> Bacharach (1970) op. cit. pp. 83-85.

<sup>172</sup> Junius, T. y Oosterhaven, J. (2003) op. cit.

muy similar a (1.19) salvo por el empleo del valor absoluto en el minimando debido a que el método se generaliza a matrices  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{X}$  matrices de transacciones que pueden presentar elementos positivos y negativos. La solución a este problema que ya se ha comentado anteriormente pasa por descomponer  $\mathbf{A}$  en dos matrices, una que contiene todos los elementos positivos y otra con todos los elementos negativos, y la solución al mismo es un método claramente biproporcional como queda de manifiesto en la expresión (1.2). El método posee la propiedad de preservación del signo.

La función objetivo del GRAS, sin embargo, no ha sido ajena a controversias, ya que aunque en su estructura parece una generalización de la divergencia de Kullback-Leibler, en realidad no lo es y por tanto el método GRAS en la formulación de Junius y Oosterhaven, no constituye un ejemplo de los métodos de pérdida de información mínima.

Una primera transformación de la función objetivo del método GRAS fue sugerida por Oosterhaven (2005)<sup>173</sup>. Oosterhaven documenta una serie de errores presentes en la proyección y en la evaluación empírica de algunos métodos de proyección descritos en el artículo de Jackson y Murray (2004)<sup>174</sup>. En la discusión sobre este hecho, Oosterhaven sugiere que la función objetivo del GRAS debería modificarse de manera que se convirtiera en

$$f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left| x_{ij} \ln \frac{x_{ij}}{a_{ij}} \right| \quad (1.21)$$

ya que en algunos casos  $x_{ij} < a_{ij}$  por lo que el  $\ln \frac{x_{ij}}{a_{ij}}$  puede tomar valores negativos y la propiedad de no negatividad que es propia de la divergencia de Kullback-Leibler deja de verificarse para (1.20)<sup>175</sup>.

Lenzen et alia (2007)<sup>176</sup> van más allá y demuestran que la función objetivo propuesta por Junius y Oosterhaven y representada en (1.20), no proporciona un mínimo en los casos en los que  $x_{ij} = a_{ij} \forall i, j$ , sino que la misma está desplazada por un factor del orden de  $\frac{1}{e}$  de la solución óptima. En el mencionado artículo, los autores ilustran este hecho planteando un problema en el que el punto de partida constituye la solución óptima, y el problema de

<sup>173</sup> Oosterhaven, J. (2005) "GRAS versus minimizing absolute and squared differences: a comment", *Economic Systems Research*, vol. 17, pp. 327-331

<sup>174</sup> Véase Jackson, R.W. y Murray, A.T. (2004) op. cit.

<sup>175</sup> Piénsese en el caso en que todos los coeficientes de  $\mathbf{X}$  son menores que los de  $\mathbf{A}$ .

<sup>176</sup> Lenzen, M., Wood, R. y Gallego, B. (2007) "Some Comments on the GRAS Method", *Economic Systems Research*, vol. 19, pp. 461-465

programación de Junius y Oosterhaven se aleja del punto inicial para encontrar una solución infraóptima. Para corregir este sesgo en la solución, Lenzen, Wood y Gallego sugieren una modificación de la función objetivo que quedaría del siguiente modo

$$f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |x_{ij}| \ln \frac{x_{ij}}{e \cdot a_{ij}} \quad (1.22)$$

De este modo, corrigen esta eventualidad y logran que la función objetivo alcance su verdadero óptimo.

Huang et alia (2008)<sup>177</sup> proponen otra solución alternativa a la dada por Oosterhaven (2005)<sup>178</sup> y Lenzen, Wood y Gallego (2007)<sup>179</sup>. En su lugar, ellos sugieren el método IGRAS<sup>180</sup> en el que la función objetivo sería de la forma

$$f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \left[ \frac{x_{ij}}{a_{ij}} \left( -1 + \ln \frac{x_{ij}}{a_{ij}} \right) + 1 \right] \quad (1.23)$$

La expresión (1.23), al igual que (1.22), corrige el efecto de sesgo presente en (1.20), garantiza la no negatividad de la función objetivo ya que  $\left[ \frac{x_{ij}}{a_{ij}} \left( -1 + \ln \frac{x_{ij}}{a_{ij}} \right) + 1 \right] \geq 0$  en cualquier caso, y además es una función convexa a diferencia de (1.22).

La aportación de Lemelin (2009)<sup>181</sup> a esta controversia demuestra que ninguna de las funciones objetivo analizadas constituyen una representación exacta de la divergencia de Kullback-Leibler, a menos que todos los elementos de la matriz de referencia  $\mathbf{A}$  y la matriz proyectada  $\mathbf{X}$  sean no negativos o, alternativamente, que la suma total de todos los elementos en valor absoluto de la matriz proyectada sea conocida a priori<sup>182</sup>. En su lugar, las funciones objetivo propuestas por los diferentes autores son versiones de la misma que, si se transformasen en coeficientes convexos -lo que podría hacerse en el hipotético caso de

<sup>177</sup> Véase Huang, W., Kobayashi, S. y Tanji, H. (2008) op. cit. pp. 113-114

<sup>178</sup> Oosterhaven, J. (2005) op. cit.

<sup>179</sup> Lenzen, M., Wood, R. y Gallego, B. (2007) op. cit.

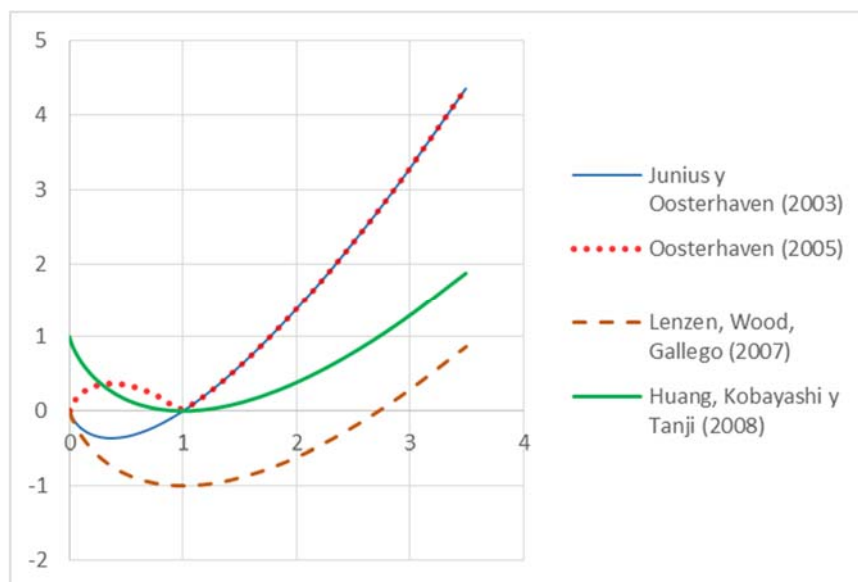
<sup>180</sup> Acrónimo de Improved-GRAS

<sup>181</sup> Lemelin, A. (2009) op. cit.

<sup>182</sup> Éste sería el caso cuando la matriz proyectada  $\mathbf{X}$  tiene todos sus elementos positivos o nulos, ya que el total es conocido en virtud de las restricciones que nos dan los totales por filas y por columnas y consecuentemente del total de la matriz. En el caso de que no fuera así, desconoceríamos cuál es el total de la suma de los elementos en valor absoluto, lo que hace que no se pueda transformar de manera cierta las funciones objetivo a una expresión idéntica a la divergencia de Kullback-Leibler.

conocer los valores  $\sum_{i,j} |a_{ij}|$  y de  $\sum_{i,j} |x_{ij}|$  a priori- al normalizar los coeficientes dividiendo por los citados valores, no verificarían ni la propiedad de no negatividad, ni de que el mínimo se alcance en el punto en el que la función objetivo sea nulo.

Gráfico 1. Formulaciones alternativas de la función objetivo del método GRAS



Elaboración propia

A pesar de estas diferencias conceptuales, el enfoque basado en estas funciones objetivos es prácticamente equivalente al basado en el principio de minimización de pérdida de la información y se ha consolidado en la práctica gracias a los buenos resultados demostrados a la hora de proyectar matrices con elementos positivos y negativos.

Robinson et alia (2001)<sup>183</sup> aplican el que denominan "método de entropías cruzadas" mediante una función objetivo que es idéntica a la de Junius y Oosterhaven, aunque ellos se inspiran en el trabajo de Golan et alia (1994)<sup>184</sup> que emplean esa función objetivo para proyectar una matriz de coeficientes técnicos, acotados entre 0 y 1.

El citado trabajo de Robinson muestra como actualizar la Matriz de Contabilidad Social de Mozambique, de manera que si un elemento  $a_{ij}$  es negativo, se elimina de la proyección y se le suma el valor absoluto del término eliminado al elemento  $a_{ji}$  de manera que se mantenga el equilibrio de flujos y cuentas presente en la matriz. Esta solución no es generalizable a otros

<sup>183</sup> Robinson, S., Cattaneo, A., y El-Said, M. (2001) op. cit.

<sup>184</sup> Golan, A., Judge, G. y Robinson, S. (1994) op. cit.

elementos de un marco Input-Output y, en cualquier caso, estos cambios modifican sustancialmente la información de la matriz de referencia y obliga a realizar ajuste a la matriz proyectada que se obtiene como solución del proceso para restaurar los negativos eliminados por procedimientos arbitrarios.

Otra generalización del enfoque de funciones objetivos basadas en la teoría de la información es la realizada por Lenzen et alia (2009)<sup>185</sup> que desarrollan su método de estimación KRAS empleando su propia función objetivo introducida en su artículo de 2007 aunque con un conjunto de restricciones basadas en información exógena mucho más generalizado en el caso de que esta información exógena estuviese disponible. El procedimiento algorítmico del método KRAS funciona de manera similar a un GRAS en el caso de que la información exógena aportada no presente conflictos ni contradicciones. En el caso de no ser así, cuando el algoritmo se queda estancado sin alcanzar el equilibrio, se modifican las restricciones de acuerdo con un procedimiento basado en la confianza relativa dadas a las mismas, y se van ajustando de manera simultánea restricciones y matriz proyectada hasta alcanzar el equilibrio deseado.

Temurshoev y Timmer (2011)<sup>186</sup> emplean la función objetivo de Huang, Kobayashi y Tanji, para desarrollar su método de proyección SUT-RAS. El método SUT-RAS aplica su procedimiento de optimización a un marco Input-Output integrado, en el que se obtiene de manera simultánea las proyecciones de la tabla de Origen y de Destino, estimándose de manera endógena magnitudes que se desconocen en el año de proyección en virtud de las condiciones de equilibrio que están presentes en unas tablas de Origen y de Destino. Ésta es la gran diferencia y, en nuestra opinión, la gran ventaja que supone el SUT-RAS frente al GRAS. El método GRAS para proyectar las tablas de Origen y Destino requiere realizar dos procedimientos de optimización diferentes, uno para la tabla de Origen y otro para la tabla de Destino y, salvo que dispongamos de información exógena acerca del output por productos, nada nos asegura que las proyecciones obtenidas estén equilibradas, debiéndose equilibrar posteriormente por algún procedimiento arbitrario. Además, el método SUT-RAS es, como ya se ha mencionado anteriormente, lo suficientemente flexible para trabajar con diferentes tipos de valoración y permite incorporar mayor información exógena.

Para concluir este apartado, señalamos aquí otra dificultad que presenta el algoritmo de resolución del método GRAS. La solución algorítmica del método GRAS propuesta por Junius

---

<sup>185</sup> Lenzen, M., Gallego, B., y Wood, R. (2009) op. cit.

<sup>186</sup> Véase Temurshoev, U. y Timmer, M.P. (2011) op. cit. p. 867

y Oosterhaven (2003)<sup>187</sup> y Lenzen et alia (2007)<sup>188</sup> implica que deba haber al menos un elemento positivo en cada fila y en cada columna de la tabla de Origen, ya que de lo contrario los multiplicadores del método no estarían definidos. Este problema no se presenta cuando el problema de optimización se resuelve mediante programación matemática usando un 'solver'<sup>189</sup>. Este hecho es puesto de manifiesto por Temurshoev et alia (2013)<sup>190</sup> que derivan una versión algorítmica alternativa que solventa esta dificultad.

La última aportación que conocemos, por el momento, de este tipo de métodos de proyección con funciones objetivos basadas en la teoría de la información es la aportación de Fernández Vázquez, Hewings y Ramos Carvajal (2015)<sup>191</sup>. Estos autores desarrollan un método de proyección, denominado DWP<sup>192</sup>, para matrices no negativas cuya principal aportación es que, a la hora de realizar la proyección, se disponen de varias matrices de referencia a las que debe ajustarse la matriz objetivo conociendo las marginales de la misma. La idea fue desarrollada originalmente por Fernández Vázquez (2000)<sup>193</sup> basándose en una aplicación de Golan en el año 1991<sup>194</sup> para la estimación de un modelo regresión lineal en el que para la estimación de los parámetros de dicho modelo se seleccionan dos alternativas posibles de cada coeficiente en la regresión.

Para tal propósito, los autores plantean una función objetivo que, en el caso de que se dispongan de dos matrices de referencia,  $\mathbf{Q}^r$  y  $\mathbf{Q}^n$ , es una combinación lineal de tres sumandos

$$\min_{\mathbf{P}, \mathbf{P}^\gamma} D(\mathbf{P}, \mathbf{P}^\gamma | \mathbf{Q}^r, \mathbf{Q}^n, \mathbf{Q}^\gamma) = \sum_{j=1}^c (1 - \gamma_j) \sum_{i=1}^n p_{ij} \ln \left( \frac{p_{ij}}{q_{ij}^r} \right) + \sum_{j=1}^c \gamma_j \sum_{i=1}^n p_{ij} \ln \left( \frac{p_{ij}}{q_{ij}^n} \right) + \sum_{h=1}^g \sum_{j=1}^c p_{hj}^\gamma \ln \left( \frac{p_{hj}^\gamma}{q_{hj}^\gamma} \right) \quad (1.24)$$

<sup>187</sup> Véase Junius, T. y Oosterhaven, J. (2003) op. cit. pp. 92-93

<sup>188</sup> Véase Lenzen, M., Wood, R. y Gallego, B. (2007) op. cit. p. 465

<sup>189</sup> Un 'solver' es un término genérico que hace referencia a un sistema de resolución de un problema matemático, por lo general de resolución numérica, a través de un software específico para ese tipo de problema. Los 'solvers' suelen constituir programas independientes (por ejemplo LINDO) o pueden estar embebidos en programas más generales como es el caso de GAMS que incluye una gran variedad de solvers para diferentes tipos de problemas.

<sup>190</sup> Temurshoev, U., Miller, R.E. y Bouwmeester, M.C. (2013) "A note on the GRAS method", *Economic Systems Research*, vol. 25, pp. 342-361

<sup>191</sup> Fernández Vázquez, E., Hewings, G.J.D. y Ramos Carvajal, C. (2015) "Adjustment of Input-Output tables from two initial matrices", *Economic Systems Research*, DOI: 10.1080/09535314.2015.1007839.

<sup>192</sup> Acrónimo de Data-Weighted Prior Estimation Technique

<sup>193</sup> Fernández Vázquez, E. (2010) "Recovering Matrices of Economic Flows from Incomplete Data and a Composite Prior", *Entropy*, 12, pp. 516-527.

<sup>194</sup> Fernández Vázquez, E. (2010) op. cit. p. 519

donde los dos primeros términos de la función objetivo corresponden a una combinación lineal de funciones de Kullback-Leibler de la matriz a proyectar con respecto a las dos matrices de referencia,  $\mathbf{Q}^r$  y  $\mathbf{Q}^n$  alternativamente. Cada rama –los autores trabajan en el supuesto de una tabla simétrica rama por rama de coeficientes- está ponderada por un parámetro  $(1-\gamma_j)$  en el caso de  $\mathbf{Q}^r$  y  $\gamma_j$  en el caso de  $\mathbf{Q}^n$ . Estos parámetros  $\gamma_j$  que determinarán si la rama en cuestión debe aproximarse más en su solución a  $\mathbf{Q}^r$  o  $\mathbf{Q}^n$ , se estiman de manera simultánea junto con los elementos de  $\mathbf{P}$ , la matriz objetivo. Éste el propósito del tercer sumando de la función objetivo. Los autores suponen que  $\gamma_j$  es una variable aleatoria discreta que toma un número finito  $g$  y equiespaciado de valores entre 0 y 1. El estimador de  $\gamma_j$  se obtiene como la esperanza de los valores posibles de acuerdo con la función de probabilidad estimada  $\mathbf{P}^\gamma = \{p_{hj}^\gamma\}_{h=1\dots g}$  en el procedimiento de optimización de la función objetivo (1.24), donde  $\mathbf{Q}^\gamma = \{q_{hj}^\gamma\}_{h=1\dots g}$  representa la distribución a priori de  $\gamma_j$  que es considerada uniforme discreta por los autores, es decir, a priori la estimación de  $\gamma_j = 0,5$  lo que significa que a priori se parte de la hipótesis de que tanto  $\mathbf{Q}^r$  como  $\mathbf{Q}^n$  debería ponderarse igual en el procedimiento de optimización.

Los autores realizan varias simulaciones numéricas en el que la matriz objetivo es una mezcla por ramas de transformaciones aleatorias de las matrices de referencia con mayor o menor variabilidad dependiendo de la industria. Los resultados demuestran<sup>195</sup> que las proyecciones obtenidas con el procedimiento DWP obtienen, por lo general, una mejor aproximación en términos de error relativo porcentual ponderado que en aquellos casos que empleamos un problema de optimización con sólo una matriz de referencia, excepto en aquellos casos en los que la matriz objetivo se construye únicamente como transformación de una única matriz de referencia. Estos resultados son independientes de si calculamos los errores con la matriz de coeficientes, la matriz de transacciones o con los elementos de la matriz inversa.

Posteriormente, realizan una aplicación del método DWP para proyectar la matriz de la zona Euro en el año 2007, tomando como referencia la matriz estimada por EUROSTAT para el conjunto de la UE-27 del año 2007, y la anterior tabla de la zona Euro 2002 estimada por EUROSTAT. De nuevo los resultados demuestran que el método DWP produce unos errores

<sup>195</sup> Véase Fernández Vázquez, E., Hewings, G.J.D. y Ramos Carvajal, C. (2015) op. cit. pp. 6-13

relativos medios inferiores a las proyecciones realizadas considerando una única tabla de referencia.

El procedimiento presenta multitud de ventajas, especialmente para la proyección de tablas regionales (alternativamente provinciales) en el que las referencias naturales a considerar corresponderían a la matriz nacional (alternativamente regional) coetánea de la que pretendemos proyectar,  $Q^n$ , y una matriz en un instante anterior del mismo ámbito territorial que pretendemos proyectar,  $Q^r$ . El procedimiento puede igualmente generalizarse para los casos en que en vez de dos, dispongamos de múltiples matrices de referencia a priori, tanto para los coeficientes técnicos, las transacciones y los coeficientes de la inversa de Leontief.

### **1.2.3. Métodos basados en modelización económica o econométrica y métodos lógico-económicos**

Concluimos esta revisión de los métodos indirectos introduciendo un conjunto de métodos que no están necesariamente basados en métodos de optimización restringida, ni necesariamente están dentro de la categoría de escalamiento proporcional. La característica común que los agrupa, es que tratan de llevar a cabo la proyección o estimación en base a alguna lógica económica más allá de la mera programación matemática o escalamiento proporcional. En algunos casos, estos métodos hacen uso de modelos de análisis Input-Output para proyectar algunos elementos del marco Input-Output. En otros casos, los coeficientes tratan de proyectarse en base a algún criterio económico o econométrico. En ocasiones estos métodos tienen un sustrato de escalamiento proporcional o de optimización restringida pero se basan en elementos de modelización económica o econométrica para derivar algunos elementos importantes de la proyección o para garantizar la coherencia de los resultados. En estos casos, hemos optado por incluirlos en este grupo ya que el sustrato económico que reside en su metodología es el leif-motiv de los mismos. Sin embargo, como se verá, este hecho no garantiza necesariamente unos mejores resultados a la hora de la evaluación empírica.

En primer lugar, seguiremos un orden cronológico comenzando con algunos de los primeros intentos que se reportan en la literatura específica sobre este tema, de acuerdo con Miller y Blair (2009)<sup>196</sup>, y que están basados en aproximaciones estadísticas y métodos ingenuos basados en una cierta lógica económica. Los métodos que presentamos a continuación no tuvieron mucho éxito en sus resultados empíricos lo que condujo a su abandono.

---

<sup>196</sup> Miller y Blair (2009) op. cit. pp. 311-313.



El primer método que presentamos está basado en el análisis de series temporales. De este modo, podría tratar de realizarse una extrapolación de los coeficientes de la tabla Input-Output disponiendo de una serie temporal de los mismos. Este enfoque fue introducido por Tilanus en 1966 y posteriormente por Barker en 1975<sup>197</sup>. El enfoque presenta multitud de problemas como el hecho de tener que garantizar la no negatividad de los coeficientes técnicos, junto con la restricción de que la suma de todos ellos por filas debe ser la unidad, por lo que pueden presentarse problemas de consistencia cuando estimamos los coeficientes por separado. Además, si es preciso realizar un análisis de series temporales es preciso disponer de una serie de observaciones adecuadas para utilizar esta metodología, como por ejemplo, disponer de una serie larga y con ciertas propiedades. Estos requisitos son requisitos que difícilmente se verifican en la práctica, máximo cuando ya hemos tratado de la escasa periodicidad en la publicación de los marcos Input-Output y los cambios metodológicos a los que se somete los criterios de contabilidad y de elaboración de los marcos Input-Output. Los resultados de este enfoque nunca fueron mejores que los obtenidos suponiendo la estabilidad sin más de los coeficientes por lo que este enfoque fue directamente abandonado.

El segundo enfoque, también introducido por Tilanus (1967)<sup>198</sup>, es el método denominado como de los coeficientes marginales. El objetivo de este método consiste en expresar el valor de la producción en el año de proyección como un incremento

$$x(t+s) = x(t) + \Delta x$$

De esta forma, si se aplica el modelo de Leontief a esta expresión nos quedaría

$$x(t+s) = L(t)f(t) + L^*(t)\Delta f \quad (1.25)$$

donde  $L(t)$  sería la inversa de Leontief calculada a partir de los coeficientes técnicos del año  $t$  y  $L^*(t)$  sería la inversa de Leontief calculada sobre los coeficientes técnicos marginales. La segunda parte de la fórmula se basa en la idea del coeficiente técnico marginal el cual, si

$a_{ij}(t) = \frac{z_{ij}(t)}{x_j(t)}$  es el coeficiente técnico conocido en el año  $t$ , conociendo las tablas de Destino

en un instante anterior  $t-r$  tendríamos que el coeficiente técnico marginal sería,

<sup>197</sup> Miller y Blair (2009) op. cit. p.311

<sup>198</sup> Tilanus, C.B. (1967) "Marginal Versus Average Input Coefficients in Input-Output Forecasting", *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 81, No. 1, pp. 140-145

$$a_{ij}^*(t) = \frac{z_{ij}(t) - z_{ij}(t-r)}{x_j(t) - x_j(t-r)} \quad (1.26)$$

De esta última expresión se obtiene que  $\Delta x = \frac{1}{a_{ij}^*(t)} \Delta z$  y de aquí, puede generalizarse la misma para obtener (1.25). Por tanto, la idea del método de los coeficientes técnicos marginales no es más que generalizar esta expresión, de manera que en lugar de realizar la proyección de manera ingenua a través de la aplicación de la última tabla Input-Output conocida

$$x(t+s) = L(t) f(t+s) \quad (1.27)$$

empleamos la expresión (1.25) para obtener un proyección en virtud del coeficiente técnico marginal. Dado que el coeficiente técnico marginal para el instante  $t+s$  no es conocido, Tilanus supone la estabilidad del cambio marginal de los coeficientes técnicos, es decir,

$$a_{ij}^*(t+s) = a_{ij}^*(t) = \frac{z_{ij}(t) - z_{ij}(t-r)}{x_j(t) - x_j(t-r)}$$

Desde luego, el método tiene una base teórica plausible, a pesar de la hipótesis ingenua de estabilidad del coeficiente técnico marginal. De acuerdo con Miller y Blair (2009)<sup>199</sup>, las evaluaciones prácticas realizadas con este método tampoco fueron positivas, ya que los resultados obtenidos con (1.27) eran, por lo general, mejores que los obtenidos con (1.25), por lo que se descartó este método.

Un último método presentado por Miller y Blair (2009)<sup>200</sup> es el de extrapolar los coeficientes técnicos en base a la idea de que los coeficientes técnicos futuros deberán converger hacia los de las empresas de referencia de cada rama. Este método fue introducido por Myernik en 1965<sup>201</sup> y tiene también un cierto fundamento de lógica económica. En un mercado competitivo, las empresas eficientes reemplazan a las ineficientes que serán expulsadas del mercado al no ser rentables a largo plazo. Dado que el coeficiente técnico de una tabla Input-Output representa el valor medio de todas las empresas agrupadas en la rama, la idea de Myernik se basaba en identificar dentro de estas empresas cuáles eran las eficientes en algún sentido, como por ejemplo minimización de costes, maximización de beneficios, mayor productividad respecto al factor empleo, mayor valor añadido bruto (VAB) con respecto a la

<sup>199</sup> Miller y Blair (2009) op. cit. p. 312

<sup>200</sup> Miller y Blair (2009) op. cit. p. 312

<sup>201</sup> Miller y Blair (2009) op. cit. p. 313

producción o un conjunto de todos ellos. Es lo que se conocería como "best practice firms". El resto de empresas de la rama deberían adaptarse para converger hacia las best practice firms o, de lo contrario, a medio y largo plazo serían expulsadas del mercado competitivo. Por tanto, en el fondo estamos suponiendo que la tecnología actual de las best practice firms representaría la tecnología del futuro. Es innegable que la idea tiene cierto atractivo lógico pero, no obstante, puede recibir también muchas objeciones: ¿por qué la tecnología de las best practice firms constituirá la tecnología del futuro? ¿no pueden evolucionar e innovar estas empresas modificando sus estructuras del mismo modo? ¿por qué no puede aparecer una nueva empresa que se constituya en la referencia?, y sobre todo ¿cuánto tiempo ha de transcurrir hasta que esta convergencia realmente se alcance si la teoría fuera cierta? Cuando menos, este enfoque representa una teoría que puede ser útil en aquellos casos en que otro método de proyección no pudiera ser aplicable por cualquier motivo.

Siguiendo con el orden cronológico, continuamos con una colección de métodos que utilizan los modelos clásicos de Leontief como parte del método de proyección. Nos referimos a la propuesta introducida por Snower (1990)<sup>202</sup>. Snower desarrolla una serie de métodos de proyección biproporcionales, denominados TAU y UAT, similares al método RAS. La principal diferencia entre los métodos TAU y UAT con el método RAS radica en la forma de obtención de las matrices con los multiplicadores por filas y por columnas, que se construyen en base al modelo de cantidades de Leontief en el caso de la matriz T, y en base al modelo de precios de Leontief en el caso de la matriz U. Los métodos de Snower sólo tienen sentido para la actualización de tablas de coeficientes técnicos de matrices Input-Output simétrica, por lo que no serán de utilidad para este trabajo. No hemos encontrado ninguna evaluación empírica de estos métodos en la práctica.

Otro conjunto de métodos que se encuadran en esta categoría se corresponde con una serie de modelos econométricos para explicar los cambios de los coeficientes de una tabla Input-Output a lo largo del tiempo. Los modelos econométricos se basan en la idea de que la evolución de los coeficientes técnicos a lo largo del tiempo debe reflejar el cambio tecnológico, por un lado, pero al mismo tiempo los coeficientes evolucionan debido a la introducción de shocks en el sistema (como pueden ser las variaciones de precios relativos). No existen excesivas referencias en la literatura sobre métodos de proyección de esta categoría. Nos

---

<sup>202</sup> Snower, D. J. (1990) "New methods of updating input-output matrices", *Economic Systems Research*, vol. 2, pp. 307-324.

centraremos aquí en el método de Kratena y Zakarias (2004)<sup>203</sup> que generaliza<sup>204</sup> los trabajos de Conway (1990)<sup>205</sup> e Israilevich y otros (1996)<sup>206</sup>.

El punto de partida de Kratena y Zakarias, a partir de una tabla Input-Output, realiza un ajuste por filas similar a los métodos de Conway e Israilevich citados, suponiendo un equilibrio marshalliano de manera que, por productos, la oferta total de productos es igual a la demanda total de los mismos

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}^d + \mathbf{m} = \mathbf{q}^{\text{int}} + \mathbf{f}$$

donde  $\mathbf{q}^d$  representa el vector de producción interior,  $\mathbf{m}$  el vector de importaciones,  $\mathbf{q}^{\text{int}}$  la demanda de productos por parte de la demanda intermedia y  $\mathbf{f}$  la parte correspondiente a la demanda final. Prescindiendo de la importaciones, que podemos considerar exógenas o conocidas, Kratena y Zakarias obtienen la siguiente relación para  $\mathbf{q}^d$

$$\mathbf{A}\mathbf{q}^d + \mathbf{A}^F\mathbf{f} = \mathbf{q}^d \quad (1.28)$$

donde  $\mathbf{A} = \mathbf{Z}(\widehat{\mathbf{q}}^d)^{-1}$  representa la matriz de coeficientes técnicos de la demanda intermedia,

$\mathbf{A}^F = \mathbf{F}(\widehat{\mathbf{f}})^{-1}$  la matriz con los coeficientes correspondientes a las componentes de la demanda final. Introduciendo la dimensión temporal, se obtiene el siguiente modelo

$$\mathbf{A}_{t(0)}\mathbf{q}_t^d + \mathbf{A}_{t(0)}^F\mathbf{f}_t = \widetilde{\mathbf{q}}_t^d \quad (1.29)$$

donde  $\widetilde{\mathbf{q}}_t^d$  representa la producción estimada o hipotética. En base a este modelo, podríamos estimar a partir de un conjunto de observaciones de  $\mathbf{q}_t^d$  y  $\mathbf{f}_t$ , suponiendo constante  $\mathbf{A}_{t(0)}$  y  $\mathbf{A}_{t(0)}^F$ , los valores del output hipotético  $\widetilde{\mathbf{q}}_t^d$ . En el año base tendríamos que  $\widetilde{\mathbf{q}}_t^d = \mathbf{q}_t^d$ . Sin

<sup>203</sup> Kratena, K. y Zakarias, G. (2004) "Input Coefficient Change Using Biproportional Econometric Adjustment Functions", *Economic Systems Research*, 16:2, 191-203

<sup>204</sup> Véase Lahr y de Mesnard (2004) op. cit. pp. 127-128 y Kratena, K. y Zakarias, G. (2004) op. cit. pp. 192-195 para un mayor detalle.

<sup>205</sup> Conway, R.S. (1990) "The Washington projection and simulation model: a regional interindustry econometric model", *International Regional Science Review*, vol. 33, pp. 55-76.

<sup>206</sup> Israilevich, P. R., Hewings, G. J. D., Schindler, G. y Mahidhara, R. (1996) "The choice of an input-output table embedded in regional input-output models", *Papers in Regional Science*, vol. 75, pp. 103-119.

embargo, por el transcurso del tiempo, tendríamos que  $\widetilde{\mathbf{q}}_t^d$  y  $\mathbf{q}_t^d$  se irían separando como consecuencia de que  $\mathbf{q}_t^d$  y  $\mathbf{f}_t$  no explican toda las variaciones en  $\mathbf{q}_t^d$ . Por tanto, las diferencias entre  $\widetilde{\mathbf{q}}_t^d$  y  $\mathbf{q}_t^d$  se deben a los cambios producidos en  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{A}^F$ . Es aquí donde se trata de especificar la relación existen entre  $\widetilde{\mathbf{q}}_t^d$  y  $\mathbf{q}_t^d$  a través de una serie de factores fila de ajuste:

$$\widehat{\mathbf{r}}_t \widetilde{\mathbf{q}}_t^d = \mathbf{q}_t^d \quad (1.30)$$

De (1.29) y (1.30) obtenemos que

$$\mathbf{A}_{t(0)} \mathbf{q}_t^d + \mathbf{A}_{t(0)}^F \mathbf{f}_t = \widehat{\mathbf{r}}_t^{-1} \mathbf{q}_t^d$$

y

$$\widehat{\mathbf{r}}_t \mathbf{A}_{t(0)} \mathbf{q}_t^d + \widehat{\mathbf{r}}_t \mathbf{A}_{t(0)}^F \mathbf{f}_t = \mathbf{q}_t^d$$

Es decir, se realiza una proyección de la matriz de coeficientes técnicos en la que se supone que los coeficientes técnicos se actualizan de acuerdo con los factores derivados de la relación (1.30). Es aquí donde se introduce un modelo econométrico con la idea de estimar estas relaciones mediante un bloque de ecuaciones aislado para las agrupaciones de ramas consideradas

$$\mathbf{q}_t^d = F(\widetilde{\mathbf{q}}_t^d)$$

En consecuencia, estamos asumiendo que el cambio tecnológico afecta a todos los inputs de manera similar con independencia de la industria considerada. Conway e Israilevich establecieron un conjunto de especificaciones log-lineales para estimar la relación entre el output real y el output hipotético y, por tanto, el vector de factores  $\mathbf{r}_t$ . En el caso de Conway, trabaja con las variables en niveles para realizar la estimación, mientras que Israilevich trabaja con las primeras diferencias de las variables para estimar la relación. Kratena y Zakarias, con el objetivo de estimar la relación subyacente entre ambas variables a largo plazo, proponen un método de estimación bi-etápico de acuerdo con las especificaciones introducidas por Engle y Granger<sup>207</sup>. En una primera etapa se realiza una estimación mínimo cuadrática ordinaria de las variables a largo plazo para determinar el orden de integración entre las variables, testeando la presencia de raíces unitarias. En la segunda etapa se introduce un método de

<sup>207</sup> Véase Kratena, K. y Zakarias, G. (2004) op. cit. pp. 196-198

corrección del error en el modelo estimado, modificando el modelo de regresión para trabajar con las variables en diferencias en el caso de la presencia de raíces unitarias.

Kratena y Zakarias realizan este planteamiento aunque añaden un ajuste biproportional por columnas en base a las siguientes especificaciones:

- Se realizan estimaciones de la evolución temporal de la estructura de inputs intermedios interiores por rama mediante una serie de funciones de costes de Leontief generalizadas.
- Se estima exógenamente el peso de los inputs energéticos debido a su elevada variabilidad a lo largo del tiempo. Una vez estimado el peso de estos inputs por ramas y el peso de todos los inputs intermedios, el resto de inputs intermedios se reparten proporcionalmente en función de la estructura existente.

La evaluación empírica de este método, junto con el de Conway, es llevada a cabo por Kratena y Zakarias en su artículo, concluyendo que las especificaciones realizadas por ellos lo convierten en un método ligeramente superior al de Conway. A pesar de todo ello, el método RAS sigue obteniendo mejores resultados que los métodos descritos de en el artículo de Kratena y Zakarias.

Para finalizar este apartado, y siguiendo con el orden cronológico, volvemos a traer a colación el método EURO desarrollado por Beutel (2002)<sup>208</sup> y Beutel (2008)<sup>209</sup> del que ya se habló en el apartado de métodos biproportionales, y que será prolijamente analizado en el capítulo tercero de este trabajo. Simplemente queremos aquí resaltar que el método EURO, como ya ha sido mencionado anteriormente, actualiza por filas y por columnas la matriz de referencia en función de la información disponible (generalmente el vector de VAB por ramas, vector de totales de demanda final por componentes y total de importaciones) en un procedimiento iterativo. De esta manera se obtiene una nueva matriz intermedia que no es consistente con el vector de producción por ramas de la economía. Para alcanzar la consistencia, de la citada matriz se asume como cierta la estructura de coeficientes técnicos correspondiente a la demanda intermedia. A partir de la misma, y en cada iteración del método, en base al modelo de Leontief se obtiene una estimación de la producción que es plenamente consistente con el vector de demanda final obtenido en las sucesivas iteraciones y la estructura productiva derivada del procedimiento de actualización por filas y por columnas.

---

<sup>208</sup> Beutel, J. (2002) op. cit.

<sup>209</sup> Beutel, J. (2008) op. cit.

### **1.3. EVALUACIÓN GLOBAL DE LOS MÉTODOS INDIRECTOS.**

Una vez revisados de manera breve las principales características teóricas de los métodos indirectos procede realizar una revisión de los mismos con vistas a una eventual aplicación práctica. En este apartado, y de manera excepcional en este trabajo, todas las referencias realizadas que corresponden a los métodos descritos en el apartado 1.2 anterior, no se citan los artículos correspondientes en los que se presentan para evitar la redundancia y hacer más sencilla la lectura de este apartado.

La primera cuestión que debemos resolver en este apartado, ante la gran variedad de métodos existentes, ¿por cuál debemos inclinarnos en la práctica? Esta pregunta no posee una respuesta única ni simple y dependerá de la situación que debemos afrontar en nuestro caso particular. Para ello, dos factores principales deben tenerse en cuenta:

- Capacidad del método para dar respuesta a nuestras necesidades prácticas de proyección.
- Capacidad del método en términos de bondad de ajuste y bondad de ajuste relativo en comparación al resto de métodos.

#### **1.3.1. Capacidad del método para dar respuesta a nuestra situación particular y necesidades**

Poco puede decirse en este apartado de forma general, salvo que dependiendo de la situación particular en que nos encontremos en la práctica, los objetivos que pretendamos cumplir, la información disponible, el tipo de matriz a proyectar o la flexibilidad del método para adaptarse a nuestro caso particular, será lo que determine la elección de un método u otro.

##### ***Información exógena disponible***

En primer lugar, es importante tener en cuenta las necesidades de información exógena de cada método para llevar a cabo la actualización.

El caso usual es aquel en el que disponemos de las marginales de la tabla a proyectar. En esta categoría encontramos métodos de proyección como el RAS y el GRAS, además de los métodos basados en minimización de distancias que requieren únicamente los totales por filas y por columnas para llevar a cabo la proyección.

En algunos casos, no disponemos de información completa de los totales por filas o por columnas. En este caso, métodos de proyección como el EURO están pensados para realizar la proyección con, posiblemente, la menor información posible. No es necesario conocer los totales por filas y por columnas, sino que con un conjunto de información mínima puede llegar a realizarse las proyecciones.

El SUT-RAS y el Path-RAS son métodos indicados en aquellos casos en los que no dispongamos de información completa por filas o por columnas.

También el método EUKLEMS o cualquiera de los métodos univariantes pueden ayudarnos a llevar a cabo las proyecciones en estos casos.

Por el contrario, si nuestra situación es la contraria podemos llevar a cabo una estimación con algunas generalizaciones del RAS como el ERAS, M-RAS, RAS en 2 etapas, CRAS o TRAS. Estos métodos están diseñados para incorporar mayor información adicional. En el caso extremo de que la información sea abundante, pudiendo llegar al caso en el que existan conflictos entre la información disponible, el método KRAS nos proporciona una metodología para solucionar estos conflictos de forma mecanizada.

También la gran mayoría de métodos de optimización basados en distancias pueden ser lo suficientemente flexibles para incorporar restricciones adicionales, al ser problemas de optimización restringida. En algunos casos es probable que estas nuevas restricciones no nos permitan llegar a soluciones analíticas de los mismos, pero existen un gran conjunto de 'solvers' que nos pueden servir para obtener una solución numérica.

Por otro lado, no únicamente la información exógena es relevante, sino la confianza en la misma. La mayoría de métodos son determinísticos, en el sentido de que las proyecciones deben ajustarse exactamente a la información exógena dada permitiendo únicamente proyecciones ajustadas puntualmente a la información disponible.

Sólo algunos métodos presentan la posibilidad de incorporar cierta variabilidad en las proyecciones en función de la confianza relativa de estos datos, como es el caso de algunas generalizaciones del método de RAS como las mencionadas de Allen y Lecomber (1975) o de Lahr (2001), el método KRAS de Lenzen et alia (2009), y el CFB de Dalgaard y Gysting (2004) o en función del proceso de estimación llevado a cabo como es el caso del método de Toh (1998). Entre los métodos basados en distancias sólo el método de Harthoorn y van Dalen (1987) y la generalización de éste introducida por Temurshoev et alia (2011) presentan esta característica.



### *Tipo de matriz a proyectar*

En segundo lugar, dependiendo del elemento del marco Input-Output que pretendamos analizar unos métodos deberán emplearse frente a otros.

La mayoría de métodos indirectos fueron inicialmente concebidos para matrices de coeficientes técnicos de matrices simétricas. Del mismo modo, la mayoría de métodos sólo consideran la posibilidad de trabajar con matrices no negativas.

Los métodos de entropías cruzadas o de mínima discriminación de la información han sido generalizados para poder aplicarse a matrices con elementos positivos y negativos, y por tanto son aptos para su uso en el caso de que queramos proyectar tablas de Origen y de Destino. Los métodos GRAS y sus generalizaciones, SUT-RAS y KRAS son ejemplo de ello. También el Path-RAS permite proyectar tablas de Origen y de Destino. El método CFB, dentro de las técnicas biproporcionales también permite proyectar tablas de Origen y de Destino.

Los métodos basados en distancias, en su configuración original, están pensados para matrices no negativas. Sin embargo, en algunos casos, esta condición puede relajarse<sup>210</sup> y de este modo han sido empleados para la proyección de tablas de Origen y de Destino, como es el caso del Método de Almon, el INSD, el método de Harthoorn y van Dalen o el método de Kuroda.

Entre los métodos basados en modelos económicos la versión del EURO introducida por Beutel (2008) está desarrollada para la proyección de tablas de Origen y de Destino. Entre los métodos Univariantes, el EUKLEMS es el método adecuado para esta eventualidad.

Otra cuestión a tener en cuenta, es si pretendemos llevar a cabo proyecciones integradas de las tablas de Origen y Destino, de manera que la proyecciones de éstas estén relacionadas entre sí de manera simultánea. Esta es una de las principales características del SUT-RAS o el EURO frente al KRAS o el GRAS. Los últimos sólo permiten proyectar una matriz en cada procedimiento, lo cual puede suponer una gran desventaja en cuanto a la coherencia de las proyecciones obtenidas. El Path-RAS y el EUKLEMS son también ejemplos de proyección integrada de las tablas de Origen y de Destino.

### *Flexibilidad del método*

Otra característica que debe presentar un método de proyección es la flexibilidad o capacidad de adaptarse a otras características importantes en el proceso de proyección.

---

<sup>210</sup> Véase Temurshoev, U., Webb, C. y Yamano, N. (2011) op. cit. p. 109

Por ejemplo, en algunos casos debemos trabajar con datos con diferentes tipos de valoración. El método SUT-RAS es capaz de realizar su proyección con datos con diferentes tipos de valoración. Esto también es una característica propia del método CFB que manipula simultáneamente datos con hasta 6 tipos de valoración, precios básicos, precios de adquisición, y las valoraciones intermedias que pueden calcularse entre ambas descontando impuestos netos de subvenciones sobre los productos, márgenes minoristas, mayoristas y de transporte.

En los métodos determinísticos, especialmente en el RAS, GRAS y los métodos basados en distancias, la información exógena debe estar equilibrada de partida. Otros métodos permiten relajar esta afirmación, bien mediante la incorporación de cierta variabilidad en el procedimiento de proyección o relajando el procedimiento de convergencia, como es el caso del método de Lahr (2001)<sup>211</sup>, o todos aquellos métodos que permiten introducir la confianza relativa en la información exógena en las proyecciones. Otros permiten trabajar con información que no está cuadrada de partida, como el CFB, permitir información incompatible que será corregida dentro del procedimiento de proyección como el KRAS, o que simplemente la información exógena está ausente pero puede exigirse el equilibrio como una restricción adicional en el procedimiento de proyección, como es el caso del SUT-RAS.

### **1.3.2. Evaluación empírica y bondad de ajuste comparada de los métodos de proyección analizados.**

No existe ninguna referencia que realice un estudio exhaustivo de todos estos métodos comparando las bondades de ajuste para un conjunto de datos de referencia homogéneo. Sin embargo, sí podemos encontrar evaluaciones comparativas con respecto a algunos métodos de referencia.

En cuanto a los métodos basados en modelos económicos, ya se ha mencionado que los métodos de Tilanus (1966), el de los coeficientes marginales de Tilanus (1967) y el "best practice firms" no demostraron ser mejores que el método ingenuo que supone la estabilidad de la matriz de referencia.

En lo que se refiere a los métodos de Conway (1990) y de Kratena y Zakarias (2004), estos últimos autores<sup>212</sup> comprobaron que para las tablas Input-Output de Austria, estos métodos

---

<sup>211</sup> Lahr, M. L. (2001) op. cit. pp. 220-221.

<sup>212</sup> Véase Kratena y Zakarias (2004) op. cit. p. 220.

se veían superados por el método RAS, siendo superior el método de Kratena y Zakarias al de Conway. No hemos encontrado resultados de evaluaciones empíricas correspondientes a los métodos de Israilevich (1996) y los métodos TAU-UAT de Snower (1990). Aunque el hecho de que no encontremos aplicaciones prácticas ni más menciones de estos métodos en la literatura sobre el tema, es un indicador de que estas propuestas deben haber sido superadas por otros métodos biproporcionales y de optimización restringida en la práctica.

En cuanto a los métodos univariantes, no son preferidos a los métodos biproporcionales, ya que su metodología de actualización no es capaz de incorporar ciertos patrones de cambio estructural que se dan en la práctica y que sí es posible modelizar con los métodos biproporcionales consiguiendo mejores resultados de bondad de ajuste<sup>213</sup>. Además, los métodos univariantes suelen llevar a cabo algunas transformaciones algo arbitrarias, como en el caso del método EUKLEMS para lograr la consistencia de la proyección realizada, lo que perjudica aún más su bondad de ajuste<sup>214</sup>.

Existen multitud de artículos que contrastan la capacidad predictiva del método RAS frente a otros métodos. En ellos, el RAS suele demostrar mejores capacidades predictivas frente al resto de métodos. Por este motivo, además de por su versatilidad, el método RAS se ha erigido en el método de referencia tradicional para la realización de proyecciones. En particular, las evaluaciones empíricas de los métodos de optimización restringida pueden encontrarse en las obras ya referenciadas de Jackson y Murray (2004)<sup>215</sup>, Temurshoev et alia (2011)<sup>216</sup>, Huang et alia (2008)<sup>217</sup> y Oosterhaven (2005)<sup>218</sup>. El resultado general es que estos métodos no suelen ser superiores al método RAS, o su versión generalizada GRAS en el caso de aquellas matrices que contienen elementos positivos y negativos.

Los métodos que más se aproximan a los resultados del RAS/GRAS son los de Harthoorn y van Dalen (1987) en el que se considera  $g_{ij} = |a_{ij}|$ <sup>219</sup> y el de Kuroda con la selección de pesos establecida por el propio Kuroda en (1.16), siendo sólo superiores al RAS/GRAS en algunos casos dependiendo del estadístico de bondad de ajuste considerado, pero no de manera

<sup>213</sup> Véase Lahr, M.L. (1993) "A review of the literature supporting the hybrid approach to constructing regional input-output models", *Economic Systems Research*, vol. 5, p. 288.

<sup>214</sup> Véase Temurshoev, U., Webb, C. y Yamano, N. (2011) op. cit. pp. 112-117 y Temurshoev, U. y Timmer, M.P. (2011) op. cit. p. 877.

<sup>215</sup> Jackson, R.W. y Murray, A.T. (2004) op. cit.

<sup>216</sup> Temurshoev, U., Webb, C. y Yamano, N. (2011) op. cit.

<sup>217</sup> Huang, W., Kobayashi S. y Tanji, H. (2008) op. cit.

<sup>218</sup> Oosterhaven, J. (2005) op. cit.

<sup>219</sup> En este caso el método de Harthoorn y van Dalen es equivalente al método de proyección INSD.

generalizada. El resto de métodos, por lo general, siempre se encuentran por debajo del RAS/GRAS, Harthoorn y van Dalen y Kuroda, casi con independencia del estadístico de bondad de ajuste considerado.

En lo respectivo a los métodos de Tarancón y del Río (2005) y CRAS de Mínguez, Oosterhaven y Escobedo (2009) tampoco demuestran ser superiores al método RAS salvo en algunas situaciones especiales. En el caso del método de Tarancón y del Río, es superado por el método RAS en términos medios de forma generalizada, incluso en igualdad de condiciones, es decir, en aquellos casos en los que las marginales son plenamente conocidas para ambos métodos. El método de Tarancón y del Río únicamente presenta mejores propiedades que el RAS en la minimización del error máximo de las proyecciones.

En el caso del método CRAS, no es más que un RAS en el que los errores de proyección observados de manera consistente a lo largo del tiempo son corregidos en función de un método de minimización de distancias. Es un método algo complejo de implementar en la práctica, además de necesitar una sucesión de tablas Input-Output a lo largo del tiempo suficientemente extensa para que el método tenga sentido. De acuerdo con los resultados presentados por Mínguez, Oosterhaven y Escobedo, este método sólo presenta mejores resultados que un RAS original cuando se realizan proyecciones a más de 5 años y siempre que no se produzcan cambios estructurales de consideración a lo largo de horizonte temporal de tablas Input-Output disponible, lo que supone, en nuestra opinión una contradicción en sí misma, ya que cuanto mayor sea la serie temporal disponibles mayores serán los cambios estructurales que esta serie presenta conforme más nos alejamos del punto de partida. Cuando el horizonte de proyección se reduce a 3 años y 1 año, los resultados del RAS ordinario suelen ser siempre mejores a los del propio CRAS.

En cambio, las extensiones del método RAS para incorporar información adicional de forma parcial en forma de coeficientes (M-RAS, ERAS, TRAS), como se ha comentado ya anteriormente, demuestran mejorar por lo general la bondad de ajuste del método RAS original. Pueden consultarse las referencias de Szyrmer (1989)<sup>220</sup>, Gilchrist y Saint-Louis

---

<sup>220</sup> Szyrmer, J. (1989) op. cit.

(1999)<sup>221</sup>, Lenzen et alia (2006)<sup>222</sup>, de Mesnard y Miller (2006)<sup>223</sup> o Mínguez, Oosterhaven y Escobedo (2009)<sup>224</sup> para este punto.

Para finalizar este capítulo, dedicamos los últimos párrafos del mismo a analizar la potencia predictiva que han demostrado los métodos de proyección aplicados a tablas de Origen y de Destino, puesto que van a ser el núcleo central de este trabajo.

Las principales referencias para analizar este punto son los trabajos de Temurshoev, Yamano y Webb, tanto dentro del proyecto WIOD<sup>225</sup>, como el artículo homólogo<sup>226</sup> de los citados autores publicado posteriormente en base al anterior documento; el trabajo de Temurshoev y Timmer<sup>227</sup>; el trabajo de Jackson y Murray<sup>228</sup> que contenía algunos errores en la evaluación empírica posteriormente revisados y corregidos por Oosterhaven<sup>229</sup>; y el trabajo de Pereira y Rueda-Cantuche<sup>230</sup>. En lo sucesivo, cada vez que nos refiramos a estos autores, nos estaremos refiriendo a estas referencias bibliográficas.

En primer lugar, hemos de considerar una serie de aspectos importantes antes de llevar a cabo la evaluación. Aunque pueda deducirse una prelación de métodos, basándonos en los artículos mencionados, es preciso tener en cuenta que no todos los métodos son equiparables ya que cada uno trabaja con especificaciones diferentes y una información exógena más abundante en unos casos que en otros.

Así, los métodos basados en optimización restringida, tanto los de minimización de distancias como los basados en el principio de mínima discriminación requieren disponer de los totales por filas y por columnas de la matrices a proyectar (las tablas de Origen y de Destino): están incluidos en este grupo el método GRAS, los métodos de Harthoorn y van Dalen, de Kuroda, el IND, el método de Almon, el IWSD o método de mínimos cuadrados ponderados introducido por Jackson y Murray en el artículo anterior.

---

<sup>221</sup> Gilchrist, D.A. y St Louis, L.V. (2004) op. cit.

<sup>222</sup> Lenzen, M., Gallego, B., y Wood, R. (2006) "A flexible approach to matrix balancing under partial information", *Economic Systems Research*, vol. 11, pp. 1–24

<sup>223</sup> de Mesnard, L. y Miller, R.E. (2006) op. cit.

<sup>224</sup> Mínguez, R., Oosterhaven, J. y Escobedo, F. (2009) op. cit.

<sup>225</sup> Temurshoev, U., Yamano, N. y Webb, C. (2010) "Projection of Supply and Use tables: methods and their empirical assessment", Working paper no. 2 del Proyecto WIOD. Disponible en <http://www.wiod.org/publications/papers/wiod2.pdf>

<sup>226</sup> Temurshoev, U., Webb, C. y Yamano, N. (2011) op. cit.

<sup>227</sup> Temurshoev, U. y Timmer, M.P. (2011) op. cit.

<sup>228</sup> Jackson, R.W. y Murray, A.T. (2004) op. cit.

<sup>229</sup> Oosterhaven, J. (2005) op. cit.

<sup>230</sup> Pereira, X. y Rueda-Cantuche, J. M. (2013) op. cit.

Por el contrario, otros métodos de actualización de tablas de Origen y de Destino trabajan con menor información. Es el caso del método EUKLEMS de Timmer et alia (2005) y su versión para precios básicos -introducida por Temurshoev, Yamano y Webb- que sólo requieren los totales por columnas, como también es el caso del método EURO que requiere aún una menor información exógena: tasas de crecimiento del valor añadido por ramas, de la demanda final por componentes y del total de importaciones; y por último del método Path-RAS que tampoco requiere la información de los totales de filas y columnas de los consumos intermedios.

En situación contraria se encuentra el método KRAS que su empleo está pensado para caso no de proyecciones, sino en estimaciones o incluso compilaciones ya que los requerimientos de información son muy abundantes. Esto también es aplicable al método CFB. Estos dos métodos no serán tenidos en consideración por este motivo, su empleo parece estar más orientado a los trabajos finales de cuadro, conclusión y contraste de un marco Input-Output que a una proyección. El método GRAS puede considerarse como un caso particular del método KRAS cuando la información exógena no presenta conflictos y se dispone únicamente de los totales por filas y por columnas para hacer la proyección.

A pesar de ello, indudablemente, opinamos que métodos como el KRAS o el CFB pueden ser muy útiles para la compilación de marcos Input-Output en las oficinas estadísticas oficiales, aunque su empleo requerirá una adaptación profunda del método a la información específica de que se disponga y de la metodología de trabajo de cada oficina. Aunque ello puede suponer una fuerte 'inversión inicial' en términos de familiarización con el método y de adaptación, pensamos que –siguiendo con los símiles económicos- el 'valor añadido' que se puede obtener del mismo puede ser muy elevado.

Dejando un poco de lado estos dos métodos de estimación, y centrándonos en el resto de métodos de proyección, los resultados se resumen a continuación.

### ***Evaluación de los métodos de proyección de Tablas de Origen y Destino conociendo los totales por filas y por columnas.***

De acuerdo con Temurshoev, Webb y Yamano (2011)<sup>231</sup>, en los casos en que disponemos de los totales por filas y por columnas, el RAS/GRAS<sup>232</sup> es el método que mejores resultados arroja en niveles globales para una serie de ejercicios con las tablas de Origen y Destino de España

---

<sup>231</sup> Véase Temurshoev, U., Webb, C. y Yamano, N. (2011) op. cit. pp. 112-117.

<sup>232</sup> En tablas con todos sus elementos positivos, como es el caso de la tabla de Origen o la tabla de Demanda Intermedia, el GRAS se convierte en un RAS

y Holanda a diferentes valoraciones. Es seguido de cerca por el método de Kuroda y el método INSD/Harthoorn y van Dalen<sup>233</sup> que en algunos casos arrojan resultados mejores que el RAS/GRAS pero sólo parcialmente<sup>234</sup>.

Este hecho también se constata en el análisis realizado por Oosterhaven (2005)<sup>235</sup> en el que el método GRAS supera a todos los métodos basados en minimización de distancias introducidos por Jackson y Murray (2004).

El GRAS también supera claramente al método EUKLEMS, tanto en su versión a precios básicos como a precios de adquisición, aunque en este caso el nivel de información exógena que emplea el método EUKLEMS es netamente menor.

La conclusión es clara en consecuencia. Cuando se dispone de información completa de totales por filas y por columnas, el método GRAS es el claro candidato cuando hay que proyectar tablas de transacciones que contengan elementos positivos y negativos.

### *Evaluación de los métodos de proyección cuando la información exógena es inferior a los totales por filas y por columnas*

En los casos en que se dispone de menor información, la evaluación empírica de contraste de estos métodos la encontramos en el artículo de Temurshoev y Timmer (2011)<sup>236</sup> y en el trabajo de Pereira y Rueda-Cantuche (2013)<sup>237</sup>.

Siguiendo a Temurshoev y Timmer (2011), el método SUT-RAS es, por lo general, superior al resto de métodos tanto en valoraciones a precios básicos como a precios de adquisición<sup>238</sup> para una serie de tablas de Origen y Destino de España para el año 2005. En nuestra opinión, gran parte de este análisis está desvirtuado ya que en algunos casos, como es el caso del método EURO o el método EUKLEMS, está comparando métodos que usan diferente niveles de información exógena, siendo el SUT-RAS el que emplea una información mayor, lo que le confiere una ventaja a ese respecto. Éste es uno de los aspectos que trataremos de verificar en nuestro trabajo, es la superior información exógena con la que trabaja el método SUT-RAS

---

<sup>233</sup> El método de Harthoorn y van Dalen es equivalente al INSD cuando  $g_{ij} = |a_{ij}|$ .

<sup>234</sup> Véase Temurshoev, U., Webb, C. y Yamano, N (2011) op. cit. pp. 112-117.

<sup>235</sup> Véase Oosterhaven, J. (2005) op. cit. p. 329

<sup>236</sup> Temurshoev, U. y Timmer, M.P. (2011) op. cit.

<sup>237</sup> Pereira, X. y Rueda-Cantuche, J.M. (2013) op. cit.

<sup>238</sup> Véase Temurshoev, U. y Timmer, M.P. (2011) op. cit. pp. 877-879.

lo que le confiere una mayor capacidad en términos de desempeño, no la metodología del método SUT-RAS en sí misma.

El método EUKLEMS supera al método SUT-RAS en la proyección de las tablas de Origen incorporando y sin incorporar el vector de importaciones. En el resto de elementos analizados, tablas de Destino correspondientes a la demanda intermedia y a la demanda final, el SUT-RAS supera al método EURO y al EUKLEMS.

El EUKLEMS, por lo general, es superior al método EURO, sin embargo en la tabla de Destino correspondiente a la demanda final, los resultados del EUKLEMS son muy inferiores, debido a los ajustes arbitrarios que hace el método EUKLEMS sobre el vector de variación de existencias para alcanzar la coherencia del marco proyectado.

El método Path-RAS en analizado en el trabajo de Pereira y Rueda-Cantuche, y tampoco logra superar al método EURO en la evaluación empírica llevada a cabo en el mismo, aunque se aproxima mucho al mismo<sup>239</sup>, aunque el método Path-RAS presenta una gran ventaja frente al método EURO y es que puede aplicarse para los casos en los que las tablas de Origen y Destino sean rectangulares.

En conclusión, el SUT-RAS parece ser el método más de adecuado para realizar proyecciones con menor información. Sin embargo, esta aseveración requiere una muy importante matización, que como se verá a lo largo de este trabajo, no es en absoluto baladí y constituye la tesis principal de este trabajo.

Ciertamente, tanto SUT-RAS como EURO, Path-RAS y EUKLEMS son métodos que trabajan con menores requisitos de información, pero las diferencias de información con las que trabaja cada uno hace que sean situaciones que no son del todo comparables.

Los requisitos de información del método SUT-RAS son superiores a los del resto de métodos considerados en este apartado. En consecuencia, la comparación de métodos no es adecuada, ya que el método SUT-RAS considera una pieza de información adicional muy importante en comparación con el EURO y el Path-RAS, la producción por ramas.

Adelantándonos a lo que se verá en el próximo capítulo, a lo largo de este trabajo, nuestro propósito es realizar esta comparación entre EURO y SUT-RAS en condiciones homogéneas. Para ello se desarrollarán versiones de estos métodos en los capítulos tercero y cuarto con el objetivo de lograr que estos métodos sean comparables. Los resultados de esta evaluación

---

<sup>239</sup> Véase Pereira, X. y Rueda-Cantuche, J.M. (2013) op. cit. p. 19



empírica se presentarán en el capítulo quinto, y posteriormente se presentarán las conclusiones de este viaje a Ítaca que ha dado comienzo.



*“La ventura va guiando nuestras cosas mejor de lo que acertáramos a desear; porque ves allí, amigo Sancho, donde se descubren treinta o poco más desaforados gigantes con quien pienso hacer batalla...”*

*Mire vuestra merced, respondió Sancho, que aquellos que allí se parecen, no son gigantes, sino molinos de viento”*  
(Miguel de Cervantes, Don Quijote de la Mancha)

## **CAPÍTULO 2**

### **SÍNTESIS Y OBJETIVOS**

Una vez introducidos en la senda de los métodos indirectos en el capítulo anterior, nuestro propósito es seguir avanzando en la misma para alcanzar una mayor introspección que nos permita discernir acerca de las características de los principales métodos desarrollados y determinar cuál es el que mejor se adapta a nuestras necesidades en función de las circunstancias. Una vez situados en ese punto, es posible tratar de introducir nuevos desarrollos que puedan ser de utilidad para los profesionales que se dedican a la compilación y estimación de marcos Input-Output, bien en la faceta de miembro de una Oficina Estadística, bien como analista económico.

Este camino no puede realizarse sino a costa de una serie de sacrificios que se traducen en una toma de decisiones que, a su vez, suponen elecciones y descartes que constituirán y condicionarán el contenido, el alcance y los resultados de este trabajo

En este capítulo se pretende exponer todos estos detalles que dan forma a este trabajo junto con las principales cuestiones a las que pretendemos dar respuesta con el mismo.

### *2.1. APOLOGÍA DE LOS MÉTODOS SUT-RAS Y EURO*

Como se ha visto en el capítulo anterior, existe una amplísima gama de métodos indirectos. Cualquiera de ellos puede representar una alternativa aceptable dependiendo del contexto en que nos encontremos.

En lo sucesivo, nos centraremos exclusivamente en dos métodos, el método EURO y el método SUT-RAS. Las razones teóricas de esta elección quedarán justificadas a continuación, aunque existe una razón adicional esencialmente pragmática. Es materialmente imposible considerar todos los métodos de proyección ya que su número es muy elevado, incluso aunque nos restrinjamos a aquellos que pudieran ser directamente aplicables a la proyección de unas tablas de Origen y de Destino.

Los métodos de proyección EURO y SUT-RAS, junto con el método GRAS, constituyen actualmente, en nuestra opinión y de acuerdo con nuestra experiencia, los principales métodos utilizados para la proyección de los distintos elementos de un marco Input-Output.

La anterior afirmación se realiza en base a una serie de criterios que ha convertido a estos métodos como los más populares.

En primer lugar, son sencillos y relativamente simples a la hora de su implementación, en comparación con otros métodos de proyección, que puede llevarse a cabo en cualquier software sin una excesiva dificultad.

En segundo lugar, los requisitos de información necesarios para su operacionalización son limitados en comparación a otros métodos como, por ejemplo, los métodos KRAS o CFB más pensados para la realización de estimaciones en lugar de proyecciones, con unos requerimientos de información mucho mayores, que sólo suelen estar disponibles cuando la aplicación va a ser realizada directamente por una Oficina Estadística. Por el contrario, los requerimientos de información del SUT-RAS y EURO no suelen presentar un problema, debido

a su habitual disponibilidad para el público en general en economías de países con un sistema estadístico desarrollado.

Por otro lado, es importante llamar la atención sobre el hecho de que cada método requiere de una información limitada, pero no idéntica, lo que hace más factible que alguno de ellos pueda adaptarse a nuestras necesidades en función de la información disponible que tengamos. El método GRAS requiere las marginales por filas y por columnas de la matriz a proyectar. El SUT-RAS no requiere conocer todas las marginales, y puede operar sólo con un conocimiento parcial de las mismas. El método EURO no requiere prácticamente casi ningún elemento de las marginales para operar, siendo el método que realiza proyecciones con menores requisitos de información macroeconómica de todos los métodos de proyección con unas garantías de desempeño más que aceptables. Este hecho de funcionar con un mínimo de información con un desempeño más que aceptable<sup>240</sup> le ha valido al método EURO ser el método de cabecera<sup>241</sup> de la Oficina Estadística Europea (EUROSTAT).

En tercer lugar, son métodos versátiles y adaptables. Estos métodos pueden emplearse tanto para proyectar matrices de coeficientes como matrices de transacciones. Ninguno presenta problemas para trabajar con matrices que presenten elementos negativos. Además, los métodos SUT-RAS y EURO permiten la proyección simultánea de unas tablas de Origen y Destino. Además, como se verá más adelante en este trabajo, estos dos métodos son lo suficientemente flexibles para adaptarse a requisitos de información diferente.

Por último, y no por ello menos importante, como se ha mencionado en el capítulo anterior, estos métodos son los que presentan un mejor nivel de desempeño en términos de bondad de ajuste en comparación al resto de métodos de proyección, en particular con respecto a los métodos de optimización restringida basados en distancias, los métodos univariantes y otras versiones del método RAS<sup>242</sup>.

Hemos prescindido también del método EUKLEMS, porque pensamos que aunque ha demostrado ser un método que ha dado buenos resultados para el objetivo para el que fue creado dentro del proyecto de investigación homónimo<sup>243</sup> -la creación de una base de datos homogénea a nivel europeo que contuviera datos económicos de crecimiento de la producción, productividad, creación de empleo, formación de capital y cambio tecnológico- no es un

---

<sup>240</sup> Véase Beutel, J. (2002) op. cit. p. 118

<sup>241</sup> Véase EUROSTAT (2008a) op. cit. p. 475

<sup>242</sup> Véase Temurshoev, U., Webb, C. y Yamano, N. (2011) op. cit. pp. 92-93

<sup>243</sup> Una información detallada del proyecto del FP 6 "EUKLEMS", metodología y resultados del mismo puede encontrarse en [http://www.euklems.net/project\\_site.html](http://www.euklems.net/project_site.html)

método adecuado para la proyección de elementos de un marco Input-Output de manera global, ya que al ser un método univariante, realiza una serie de ajustes arbitrarios sobre el vector de variación de existencias que garanticen el equilibrio entre la oferta y la demanda de bienes a precios de adquisición. Creemos que es inadmisibles dejar a esa columna como residuo de ajuste si lo que pretendemos es realizar una proyección de un marco Input-Output.

Otras críticas que pueden hacerse al método EUKLEMS es que, como consecuencia de su carácter univariante, para actualizar los inputs de cada rama en la tabla de Destino se usan las variaciones habidas en la oferta de bienes, repartiéndose esta variación de manera uniforme en cada rama, en vez de usar algún factor relacionado la propia industria, bien con algún fundamento tecnológico o de comportamiento empresarial de estas industrias. Una alternativa para solventar estas dificultades es llevada a cabo por Jensen y Jackson (2010)<sup>244</sup>, aunque los requerimientos de información necesarios son, en algunos casos, mucho más elevados para la información disponible y se basan en otras hipótesis igualmente muy simplificadoras. Por último, el método EUKLEMS obtiene una tabla de Destino a precios básicos mediante el descuento de márgenes e impuestos repartiendo el total márgenes de acuerdos con la estructura proporcional a los tipos medios en función de la oferta a precios de adquisición del año anterior. Un supuesto poco realista, que podría paliarse tratando de proyectar directamente la matriz a precios básicos como proponen Temurshoev, Yamano y Webb<sup>245</sup>.

En cuanto al método Path-RAS no lo hemos tenido en consideración en este trabajo, porque las evaluaciones empíricas realizadas hasta el momento no logran superar al método EURO al que trata de emular, ya que los requerimientos de información con los que trabaja el Path-RAS son idénticos a lo del método EURO. No obstante, consideramos que es un método que presenta características interesantes en su comparación con respecto al EURO, como el hecho de poder trabajar con matrices rectangulares, con distinto número de filas y columnas, para las actualizaciones, algo que también es una característica del SUT-RAS y GRAS.

Del mismo modo, como ya se ha mencionado anteriormente, en este trabajo nos hemos centrado exclusivamente en el método EURO y el SUT-RAS, dejando un poco de lado el método GRAS. Existen básicamente dos razones que justifican esta elección, ambas de origen práctico.

---

<sup>244</sup> Jensen, C.D. y Jackson, R.W. (2010) "Time Dynamics and the Introduction of New Technologies within IO Analysis". RRI Working Paper Series 2010-3

<sup>245</sup> Véase Temurshoev, U., Webb, C. y Yamano, N. (2011) op. cit. p. 119

En primer lugar, los métodos SUT-RAS y GRAS son hasta cierto punto similares en cuanto a su construcción y metodología. Ambos pertenecen a la familia de métodos de proyección basada en el principio de minimización de discriminación de la información. Las funciones objetivo son idénticas salvo por una traslación, y las restricciones son de tipo lineal sobre los totales marginales de las matrices a proyectar en ambos casos.

A pesar de su similitud, el método SUT-RAS plantea el problema de proyección del marco Input-Output desde un punto de vista integrado, es decir, el problema de programación permite deducir las tablas de Origen y de Destino de manera simultánea e interrelacionada. Esto supone una gran ventaja frente al método GRAS, que requeriría realizar dos problemas de optimización diferentes de manera independiente, uno para la tabla de Origen y otro para la tabla de Destino. Este hecho, sin asumir mayores restricciones, no nos garantiza que las soluciones obtenidas sean coherentes y estén equilibradas como es necesario en un marco Input-Output.

En segundo lugar, el método GRAS requiere de una mayor información exógena que el método SUT-RAS. Aunque, como ya hemos mencionado, los requisitos de información de todos estos métodos son bastante limitados, en el método GRAS se precisa el conocimiento completo de las marginales de la tabla a proyectar. Esto supone una importante restricción a la hora de realizar las proyecciones de tablas de Origen y de Destino, ya que ello implica que sea necesario disponer del vector de output por productos. Esta información no suele estar disponible<sup>246</sup> en la práctica, ya que la Contabilidad Nacional no la proporciona de manera ordinaria<sup>247</sup>. El método SUT-RAS, por el contrario, solventa esta dificultad, ya que al realizar la proyección de las tablas de Origen y de Destino de manera integrada, permite establecer una restricción de equilibrio para que el output por productos esté equilibrado por la vía de la oferta y de la demanda que, de esta manera, se determinará de manera endógena dentro del proceso de proyección.

El método EURO no presenta dificultades en este aspecto, ya que sólo requiere una mínima información, prescindiendo de cualquier elemento de información que esté relacionado con los

---

<sup>246</sup> De hecho, que nos conste, ningún país de la Eurozona proporciona estimaciones oficiales del vector de output por productos. El único país que realiza estimaciones regulares y con suficiente fiabilidad de dicho vector es Japón.

<sup>247</sup> En el caso de que el vector de output por productos estuviera disponible no implica que deje de tener sentido el método SUT-RAS, ya que el hecho de realizar la proyección del marco Input-Output de forma integrada permite tener en cuenta las interrelaciones existentes entre oferta y demanda a través de las restricciones de equilibrio que se introducen. Al contrario, si se tuviera el vector de outputs por producto y se aplicara al método SUT-RAS, éste pasaría a ser más bien un ejemplo de lo que podría llamarse un método 'GRAS integrado'.

consumos intermedios, por productos y por ramas. Los requisitos de información del método EURO se concretan en la tasa de crecimiento del VAB por ramas, la tasa de crecimiento de las componentes de la Demanda Final que queremos singularizar en nuestra proyección, y la tasa de crecimiento del total de las importaciones, magnitudes que son proporcionadas de manera ordinaria por la Contabilidad Anual de cualquier Oficina Estadística oficial de cualquier ámbito territorial, bien sea nacional, bien regional.

En consecuencia, y fundamentado en todo lo anterior, en este trabajo sólo abordaremos los métodos SUT-RAS y EURO.

## *2.2. ACTUALIZACIÓN DE TABLAS DE ORIGEN Y DESTINO FRENTE LA A TABLA INPUT-OUTPUT SIMÉTRICA*

Los métodos que se van a analizar en este trabajo se centran en la actualización de tablas de Origen y de Destino. Los datos de ejemplos con los que se van a contrastar estos métodos corresponden a tablas de Origen y de Destino de diferentes países, como se verá más adelante. Resulta de hecho muy significativa la evolución habida desde los primeros métodos de proyección que sólo consideraban la proyección de tablas de coeficientes Input-Output simétricas hasta la actualidad, en la que cada vez más atención se está prestando a la actualización de tablas de Origen y de Destino como los que se analizan en este trabajo. Son varias las razones que, en nuestra opinión, justifican esta deriva.

En primer lugar, es lógico que el foco de atención se pusiera inicialmente sobre la matriz de coeficientes técnicos, ya que a partir de ella se deriva la inversa de Leontief que es la matriz fundamental para la realización de los análisis Input-Output. Con el transcurso del tiempo, se ha puesto más énfasis en las tablas de Origen y Destino, que en principio sólo constituían dos instrumentos tradicionalmente concebidos como un paso intermedio para la construcción de la tabla Input-Output simétrica.

Sin embargo, el rol que debe atribuirse a las tablas de Origen y de Destino debe ser superior al de un mero instrumento para la construcción de la tabla simétrica. El Manual de EUROSTAT es claro en este aspecto y establece que la construcción de las tablas de Origen y Destino constituye el marco de trabajo ideal para garantizar la consistencia de las estimaciones macroeconómicas desde la perspectiva de la oferta y de la demanda del sistema y la calidad general del sistema de Cuentas Nacionales. Esta función principal de las tablas de Origen y



Destino es independiente de su posterior uso para la construcción de la tabla Input-Output simétrica. Por estos motivos, EUROSTAT recomienda que las tablas de Origen y Destino pasen a formar parte de manera integral del método de cálculo de las Cuentas Nacionales<sup>248</sup>.

El paso dado por el SEC-95 de situar las tablas de Origen y Destino en el corazón del marco Input-Output en cuanto a su construcción y su publicación reconoce la importancia de estos elementos.

Las tablas de Origen y Destino constituyen una descripción estadística muy detallada de las relaciones de producción y consumo que se dan entre los agentes participantes de una economía, empresas financieras y no financieras, hogares, sector público y resto del mundo, tal y como realmente se producen en una economía en virtud del sistema de clasificación seguido para su construcción.

Encontramos aquí el segundo motivo por el que nos hemos centrado en la proyección de tablas de Origen y Destino en este trabajo. Para realizar la proyección de los elementos de un marco Input-Output la información auxiliar que se suele utilizar proviene en la mayor parte de los casos, de la Contabilidad Nacional. Esto se debe a dos razones fundamentales:

- La fiabilidad de la misma, al ser elaborada por las Oficinas Estadísticas oficiales en base a los preceptos establecidos en los Sistemas Nacionales de Cuentas.
- La disponibilidad, tanto en criterios de actualidad, puntualidad, publicidad y periodicidad de la misma.

Las fuentes de información empleadas para la estimación de la Contabilidad Nacional, mayoritariamente encuestas estructurales y registros administrativos, suelen tener como marco de información un Directorio o Censo de Empresas. Las empresas, generalmente, poseen registros contables de su información para el global de la empresa, a pesar de que en la misma se distinguen diferentes unidades de producción y se lleven a cabo actividades económicas diferentes a la principal. Por tanto, es la empresa la unidad básica de información y constituye, la base de la estimación tanto de la Contabilidad Nacional como las tablas de Origen y Destino.

Esto supone que la información disponible en la Contabilidad Nacional es totalmente compatible en términos de organización con la información que se presenta en unas tablas de Origen y de Destino. En ambas operaciones estadísticas la información se organiza, y las empresas se agrupan de acuerdo con su actividad principal de acuerdo con las categorías que

---

<sup>248</sup> Véase EUROSTAT (2008a) op. cit. p. 51

se describen en los sistemas de clasificación de actividad (NACE, CNAE...). Las ramas de la Contabilidad Nacional y de las tablas de Origen y Destino se construyen a través de la agregación de empresas con la misma actividad principal. En la tabla Input-Output simétrica, las ramas están constituidas por unidades de producción homogéneas, es decir agrupaciones de unidades de producción que producen una misma clase de producto. Los establecimientos que, dentro de una empresa, realizan actividades de producción diferente a la principal, deben situarse en la rama en la que se encuentran todas las unidades de producción que producen únicamente productos correspondientes a la actividad principal de la rama en cuestión.

Por tanto, emplear magnitudes extraídas de la Contabilidad Nacional como base para la proyección de las tablas Input-Output simétrica supone una distorsión importante. Por ejemplo, el crecimiento de la producción de una rama de la Contabilidad Nacional, representa el crecimiento de la producción de todas las actividades realizadas por las empresas que han sido clasificadas dentro de esa rama, tanto principal como secundarias, y no a una tasa de crecimiento del producto principal que es la que se necesitaría para realizar una proyección de la tabla simétrica.

Por último, unido a la importancia que las tablas de Origen y Destino han venido adquiriendo y a la representatividad de las mismas para representar una imagen descriptiva de las relaciones intersectoriales frente al artificio que constituye la tabla simétrica, se han venido desarrollando una serie de métodos de análisis Input-Output que no requieren de la tabla simétrica, sino que los resultados se obtienen directamente a partir de las tablas de Origen y Destino. Trabajos como los de Ten Raa y Rueda-Cantuche (2007)<sup>249</sup>, Rueda-Cantuche y Amores (2010)<sup>250</sup>, Rueda-Cantuche (2011a)<sup>251</sup>, Rueda-Cantuche (2011b)<sup>252</sup>, Lenzen y Rueda-Cantuche (2012)<sup>253</sup> y Rodrigues y Rueda-Cantuche (2013)<sup>254</sup> son ejemplos de una línea de

---

<sup>249</sup> Ten Raa, T. y Rueda-Cantuche, J.M. (2007) "Stochastic analysis of input-output multipliers on the basis of use and make tables", *Review of Income and Wealth*, vol. 53, No. 2, pp. 318-334

<sup>250</sup> Rueda-Cantuche, J.M. y Amores, A.F. (2010) "Consistent and unbiased carbon dioxide emission multipliers: Performance of Danish emission reductions via external trade", *Ecological Economics*, vol. 69, pp. 988-998

<sup>251</sup> Rueda-Cantuche, J.M. (2011a) "The choice of type of input-output table revisited: moving towards the use of supply-use tables in impact analysis", *SORT*, vol. 35(1), pp. 21-38.

<sup>252</sup> Rueda-Cantuche, J.M. (2011b) "Econometric analysis of European carbon dioxide emissions based on rectangular Supply-Use tables", *Economic Systems Research*, vol. 23, pp. 261-280.

<sup>253</sup> Lenzen, M. y Rueda-Cantuche, J.M. (2012) "A note on the use of supply-use tables in impact analyses", *SORT*, vol. 36(2), pp. 139-152.

<sup>254</sup> Rodrigues, J.F.D. y Rueda-Cantuche, J.M. (2013) "A two-stage econometric method for the estimation of carbon multipliers with rectangular Supply and Use tables", *Ecological Economics*, vol. 95, pp. 206-212.

trabajo prometedora en la que las tablas de Origen y Destino reemplazan a la tabla Input-Output Simétrica para la realización de análisis de impacto.

Por tanto, teniendo en cuenta lo expuesto a lo largo de este apartado:

- La importancia de las tablas de Origen y Destino trasciende cada vez más el hecho de ser unos meros instrumentos para la construcción de la tabla Input-Output simétrica.
- Desde el punto de vista formal y teórico es más correcto, a tenor de la información disponible, realizar proyecciones de las tablas de Origen y de Destino que de la propia tabla Simétrica; además, en un último caso, la tabla Simétrica siempre puede construirse a partir de las tablas de Origen y Destino proyectadas como suele hacerse de manera ordinaria.
- Las tablas de Origen y de Destino constituyen un elemento de análisis descriptivo de la actividad económica de un territorio y cada vez se desarrollan más métodos de análisis Input-Output basados en ellas sin necesidad de tener que recurrir a la tabla Simétrica.

En conclusión, en este trabajo hemos preferido centrarnos en la proyección de tablas de Origen y Destino en base a los métodos SUT-RAS y EURO, y como se verá más adelante, desarrollando los mismos de manera que ambos sean comparables en términos de información y discernir en qué medida es conveniente el empleo de uno u otro en función de la situación a la que nos enfrentemos.

### *2.3. REQUISITOS DE INFORMACIÓN*

Como ya se ha mencionado anteriormente<sup>255</sup>, si nos atenemos a la evaluación empírica realizada de la capacidad de desempeño de los métodos SUT-RAS y EURO en lo que respecta a su capacidad de aproximarse a la tabla objetivo desconocida que proyectamos, los indicios denotan una clara superioridad del SUT-RAS con respecto al EURO.

Sin embargo el análisis realizado por estos autores no es equitativo ni, en nuestra opinión, suficientemente adecuado para alcanzar semejante conclusión.

SUT-RAS y EURO son dos métodos de proyección que obedecen a metodologías diferentes. Ambos métodos son del tipo biproporcional, sin embargo, en el caso del SUT-RAS el método

---

<sup>255</sup> Véase Temurshoev, U., Webb, C. y Yamano, N. (2011) op. cit. y Temurshoev, U. y Timmer, M.P. (2011) op. cit.

responde a un problema de optimización restringida, cuya solución analítica, como se verá en los capítulos tercero y cuarto en profundidad, es del tipo biproportional; por otro lado, el método EURO aunque su planteamiento inicial es de tipo biproportional, como también se verá en profundidad en los capítulos tercero y cuarto, el mismo se basa en el modelo de Leontief para garantizar la consistencia y coherencia de los resultados al llevar a cabo la proyección, es decir, es un método con una base de lógica económica en comparación al SUT-RAS que es un mero algoritmo.

No sólo responden a metodologías diferentes, sino que los requisitos de información de cada método son diferentes. El método SUT-RAS trabaja con mayores requisitos de información exógena, lo que hace que cualquier comparación directa entre ambos métodos suponga un hándicap para el método EURO. Son, en consecuencia, métodos que responden a situaciones prácticas diferentes.

### 2.3.1 ¿Cuáles son los requisitos de información que manejan estos métodos?

Aunque el análisis en profundidad de estos métodos se realizará en los capítulos tercero y cuarto de este trabajo, introducimos aquí los diferentes requisitos de información de ambos métodos.

Supongamos que trabajamos con una economía con  $p$  productos, que pueden encontrarse presentes en la economía bien porque son producidos interiormente, o bien, son importados; distinguimos entre  $m$  posibles orígenes diferentes para la importación. En este trabajo consideramos que  $m=1$  aunque en contextos multi-regionales, multi-países, regionales e infranacionales en general será necesario considerar  $m > 1$ . En la economía se distinguen  $r$  ramas productivas, la demanda final se desagrega en  $f$  componentes y el valor añadido puede descomponerse en  $l$  componentes.

Partiendo de este marco, los requerimientos de información para la implementación de los métodos SUT-EURO y SUT-RAS son los siguientes. En primer lugar un conjunto de información que será común para ambos métodos y referidos al año base:

- 1) Las tablas de Origen y Destino del año de referencia, al que denominaremos 0, valoradas a precios básicos, y distinguiendo entre productos interiores y productos importados:
  - i) Sea  $U_0^d$  y  $U_0^m$  la tabla de Destino para la demanda intermedia, con dimensión  $p \times r$ , a precios básicos ( $d$ =origen interior,  $m$  =origen importado).

- ii) Sea  $\mathbf{Y}_0^d$  e  $\mathbf{Y}_0^m$  la tabla de Destino para la demanda final, con dimensión  $p \times f$ , a precios básicos ( $d$ =origen interior,  $m$  =origen importado).
- iii) Sea  $\mathbf{V}_0$  la traspuesta de la tabla de Origen (make-matrix en la terminología americana) con dimensión  $r \times p$ , y el vector de importaciones por productos  $\mathbf{m}_0$  de dimensión  $p \times 1$ .
- iv) Sea  $\mathbf{v}_0$  el vector de valores añadidos por rama con dimensión  $r \times 1$

Para el año de proyección, en el caso del método EURO, los requisitos de información del son:

- i) Tasa de crecimiento del Valor Añadido Bruto de cada rama entre el año base y el año  $t$ . Esta información está recogida en el vector  $\mathbf{g}_t^v$  que contendrá los factores de crecimientos del VAB de cada rama  $r \times 1$
- ii) Tasa de crecimiento de cada una de las componentes de la Demanda Final entre el año base y el año  $t$ . Esta información está recogida en el vector  $\mathbf{g}_t^y$  vectores de tasas de crecimientos de la demanda final para cada componente  $f \times 1$
- iii) Tasa de crecimiento del total de importaciones entre el año base y el año  $t$ . Esta información está recogida en el vector  $\mathbf{g}_t^m$  vectores de tasas de crecimientos de los totales de las importaciones con dimensión  $m \times 1$

Mientras que en el caso del SUT-RAS los requisitos de información del año de proyección son:

- i) Vector con los valores añadidos brutos para cada rama,  $\mathbf{v}_{b,t} \in \mathbb{R}^r$ .
- ii) Vector con los valores totales de la demanda final diferenciada por componente,  $\mathbf{y}_{b,t} \in \mathbb{R}^f$ .
- iii) Valor del total de importaciones para el año  $t$ ,  $M_t$ .

Estas tres primeras condiciones son equivalentes a la información requerida para el método SUT-EURO. De hecho, dados los vectores con los factores de crecimiento  $\mathbf{g}_t^v$ ,  $\mathbf{g}_t^y$  y  $\mathbf{g}_t^m$  del VAB, Demanda Final e Importaciones puede obtenerse fácilmente que:

$$\mathbf{g}_t^v = \frac{\mathbf{v}_{b,t}}{\mathbf{v}_{b,0}} \Leftrightarrow \mathbf{v}_{b,t} = \widehat{\mathbf{g}}_t^v \cdot \mathbf{v}_{b,0}$$

$$\mathbf{g}_t^y = \frac{\mathbf{y}_{b,t}}{\mathbf{y}_{b,0}} \Leftrightarrow \mathbf{y}_{b,t} = \widehat{\mathbf{g}}_t^y \cdot \mathbf{y}_{b,0}$$

$$g_t^m = \frac{M_t}{M_0} \Leftrightarrow M_t = g_t^m \cdot M_0$$

Por tanto, hasta aquí SUT-RAS y SUT-EURO requieren la misma información. Sin embargo, Temurshoev y Timmer añaden una pieza de información adicional al SUT-RAS:

iv) Vector con los valores del total de producción por rama,  $\mathbf{x}_{b,t} \in \mathbb{R}^r$ .

El vector de producción total por ramas es una información calculada con bastante generalidad por la mayoría de oficinas estadísticas oficiales con periodicidad anual. Por tanto, se trata de un dato público que suele encontrarse sin mayor dificultad y con suficientes garantías de calidad, homogeneidad y comparabilidad.

En nuestra opinión, la inclusión de mayor información no constituye, necesariamente, la razón por la que el método SUT-RAS deba ser necesariamente mejor que el SUT-EURO, aunque la evidencia empírica hasta el momento arroje que es así. Existe un efecto método que queda oculto con los análisis realizados hasta el momento. El SUT-RAS dispone de una información adicional que va a hacer que los resultados obtenidos aprovechen de manera eficiente esa información, pero ¿hasta qué punto es más eficiente la metodología de trabajo del SUT-RAS que la del EURO en el aprovechamiento de esta información adicional, o hasta qué punto la ausencia de la misma puede constituir un motivo para que el método no funcione tan bien y pueda ser superado por el EURO o, por el contrario, puede ocurrir que un método sea superior al otro en ambas situaciones, con mayor información y con menor información? Daremos respuesta a estas preguntas en este trabajo.

## 2.4. OBJETIVOS DEL TRABAJO

Como se ha comentado en el apartado anterior, los métodos EURO y SUT-RAS no son métodos directamente comparables, no sólo por el hecho de que uno use información adicional que el otro no emplea, sino porque la forma en la que la información es empleada obedece a filosofías diferentes. Con las comparaciones realizadas hasta el momento, el método SUT-RAS, por lo general, supera en bondad de ajuste al método EURO en la proyección de tablas de Origen y de Destino<sup>256</sup>.

---

<sup>256</sup> Véase Temurshoev, U. y Timmer, M.P. (2011) op. cit. pp. 875-881.

Este hecho da pie a uno de los principales propósitos de este trabajo que es, precisamente explicar la razón de dicha superioridad. Para ello se desarrollarán en el capítulo cuarto, una serie de métodos basados en la filosofía del método SUT-RAS y EURO pero que permitan una comparación homogénea de ambos en virtud de la información adicional empleada.

Una vez introducidos en esta senda, no será esta la única pregunta sobre la que pretendemos arrojar luz en este trabajo. A partir de la situación planteada, una serie de interrogantes adicionales surgen. Estos constituyen los principales objetivos de este trabajo que resumimos en las siguientes preguntas:

- ¿Es posible comparar ambos métodos en igualdad de condiciones?
- ¿Qué generalizaciones o modificaciones deben llevarse a cabo en ambos métodos para poder dar respuesta a lo anterior?
- Una vez desarrollados estos métodos ¿qué metodología es mejor? ¿la lógica económica que sustenta el modelo de Leontief dentro del método EURO o la lógica de programación matemática y de minimización de 'distancias' del método SUT-RAS?
- ¿Es posible encontrar alguna prelación de superioridad entre ambas metodologías cuando ambas trabajen homogéneamente con la misma información, o por el contrario, la capacidad de desempeño de cada método depende de la situación a proyectar?
- ¿Es posible encontrar una serie de recomendaciones prácticas para a la hora de tener que realizar una proyección saber, a priori, en qué situaciones es preferible emplear una metodología u otra?
- De acuerdo con las evaluaciones empíricas realizadas hasta el momento, parece ser superior el método SUT-RAS al EURO pero, ¿hasta qué punto es ésta una afirmación generalizable? ¿Dependerán estas conclusiones de los estadísticos de bondad de ajuste empleados o de los datos utilizados para realizar la proyección por parte de dichos autores?
- ¿Hasta qué punto las recomendaciones prácticas que se extraigan en este trabajo dependen, del mismo modo, de las medidas de bondad de ajuste empleadas o del conjunto de datos empleados para obtenerla?
- ¿Serán las respuestas a las anteriores preguntas sensibles a los datos de cada país?

Todas estas preguntas serán las que trataremos de responder en este trabajo por lo que no nos adelantaremos aquí en sus respuestas.

Traemos previamente aquí una gran pregunta que nos hacíamos al comienzo del mismo, ¿qué sentido tiene modificar un método como el SUT-RAS, que ha demostrado funcionar bien a

tenor de las evaluaciones empíricas realizadas, para hacerlo trabajar en peores condiciones de información? La pregunta es simple y más aún es su respuesta: la necesidad práctica.

Aunque desde la óptica personal del autor de este trabajo, la información estadística disponible a nivel de la Eurozona, resto de la UE, y a nivel de las regiones que la forman es muy abundante. Lo mismo ocurre de una manera similar en el resto de países desarrollados.

Sin embargo, existen multitud de situaciones en las que hasta los requisitos de información del SUT-RAS pueden ser demasiado elevados en términos relativos. Existen multitud de situaciones en las que no está disponible la información necesaria para implementar el SUT-RAS, no sólo a nivel de países, sino incluso dentro de los propios países con oficinas estadísticas de países de primera línea: dependiendo de la dimensión territorial sobre la que queramos realizar la proyección, cuando disminuye la misma, el nivel de información estadística es inferior, imposibilitando el empleo del método.

Por tanto, adquiere pleno sentido y tiene un gran sentido práctico tratar de dar respuesta a una generalización del mismo para estas situaciones con menor información.

De manera similar, esto nos conduce a la senda análoga que pretendemos explorar en este trabajo, ¿es posible generalizar el SUT-EURO incorporando exactamente la información que emplea el SUT-RAS? Esta pregunta sí tiene un mayor sentido práctico ya que, obviamente nuestros sentidos confirman que estamos mejorando el método. Aunque las mejoras ocurren en ambas direcciones, al generalizar y al restringir, ya que de esta forma tendremos dos posibilidades de actuación en función de la información disponible en ambas situaciones, con información generalizada e información restringida, lo que abre nuevas puerta a explorar las situaciones que se derivan de esta generalización. En las diferentes condiciones de información, restringida o no, ¿qué metodología es más adecuada, la introducida por el SUT-RAS o la del EURO?

Éste será el camino que seguiremos y que nos permitirá dar cumplida respuesta a nuestros objetivos. Al desarrollar generalizaciones de ambos métodos con diferentes requisitos de información, nos encontramos en las condiciones adecuadas para discernir las siguientes cuestiones:

- Si es posible determinar qué metodología es mejor y en qué condiciones. Nuestro objetivo es desarrollar estos métodos para hacerlos trabajar en condiciones completamente homogéneas, de manera que las diferencias en la capacidad de desempeño sólo puedan encontrarse en las metodologías de trabajo de cada método. Es decir una comparativa de métodos.



- También puede evaluarse no sólo una comparación entre métodos, sino que fijando el método podemos comparar su capacidad de desempeño con diferentes niveles de información y en consecuencia arrojar algo más de luz sobre la controvertida paradoja de Myernik, ¿funcionarán, por lo general, mejor los métodos con más información a los métodos con menor información? ¿Hasta qué punto la introducción de información exógena adicional garantiza unas mejores proyecciones? En el método RAS esta respuesta está suficientemente tratada en las referencias que ya se han mencionado a lo largo de este trabajo. Sin embargo, fuera del método RAS, como es el caso del EURO, este análisis no está suficientemente explorado. En este trabajo podremos comprobar este hecho con el método EURO, algo que no se ha realizado anteriormente. Adicionalmente, el mismo análisis puede llevarse a cabo con el método SUT-RAS.
- Es más que probable que en el camino surjan nuevos interrogantes que no esperábamos, ¿existen condicionantes que puedan dificultar el mismo o que impidan la aplicación de nuestros métodos en forma de problemas inesperados en la información de partida? Por ejemplo, trabajamos con elementos de un marco Input-Output –tablas de Origen y de Destino- que no son más que matrices de una dimensionalidad bastante elevada y en unas condiciones bastantes generales, que pueden arrojar problemas adicionales en forma de colinealidad o singularidad en las matrices por un mal condicionamiento de los datos de partida.  
¿Hasta qué punto estos problemas invalidan estos métodos o pueden ser ignorados? Otra cuestión que analizaremos en este trabajo será, ¿influye el horizonte temporal de proyección, a corto o medio plazo, en las conclusiones extraídas?

En el siguiente apartado se describe más detalladamente la metodología de este trabajo y la forma en que daremos respuesta a las preguntas/objetivos planteados.

## 2.5. SISTEMÁTICA DE TRABAJO

En este apartado vamos a describir la metodología que se va a seguir para tratar de dar cumplida respuesta a los interrogantes anteriormente planteados.

En primer lugar, en el capítulo tercero se analizarán en profundidad el método EURO desarrollado por Beutel, tanto en su formulación original de 2002<sup>257</sup> para la actualización de

---

<sup>257</sup> Beutel, J. (2002) op. cit.

tablas Input-Output simétricas, como su generalización de 2008<sup>258</sup> para actualizar tablas de Origen y de Destino. En nuestro trabajo será de especial interés el segundo caso, pero es interesante conocer el método original de Beutel para ver las características esenciales que definen al mismo, en aras de una ulterior actualización. Del mismo modo, se analizará en profundidad el método SUT-RAS desarrollado por Temurshoev y Timmer. El método SUT-RAS es mucho más flexible y configurable para diferentes escenarios de proyección lo que permitirá la generalización del mismo a nuestras condiciones.

Posteriormente, en el capítulo cuarto, generalizaremos estos métodos de forma que desarrollaremos extensiones novedosas de los mismos. El objetivo de este trabajo es desarrollar estos métodos con el objeto de proyectar tablas de Origen y de Destino de la manera más fidedigna. Los métodos originales, en algunos casos, soslayan algunos aspectos que a efectos prácticos de Contabilidad Nacional son muy relevantes. Por ese motivo, en primer lugar configuraremos los métodos para que puedan trabajar de manera explícita con el vector de impuestos netos de subvenciones sobre los productos, que es un elemento esencial a efectos de consistencia cuando se trabaja con magnitudes con diferentes criterios de valoración. Posteriormente, se generalizarán ambos métodos para desarrollar versiones comparables de los mismos en términos de la información exógena empleada para la realización de las proyecciones.

### **2.5.1 Valoración a precios básicos frente a precios de adquisición.**

Los métodos que desarrollaremos pretenderán proyectar tablas de Origen y de Destino a precios básicos. En el caso de la tabla de Origen, precios básicos es el criterio natural de valoración de las producciones interiores. Las importaciones tienen valoración CIF en la frontera, que es el correlato metodológico más similar a la valoración a precios básicos de la producción interior.

En cuanto a la tabla de Destino, el criterio natural de valoración es a precios de adquisición, ya que es la valoración a la que se realizan las adquisiciones de productos de empresas y consumidores finales.

Nosotros trabajaremos con métodos que proyectan ambas tablas a precios básicos. Los motivos que justifican esta elección son dobles. En primer lugar, uno metodológico relacionado

---

<sup>258</sup> Beutel, J. (2008) op. cit.

con la obtención de la tabla simétrica. Ésta se construye a partir de las tablas de Origen y de Destino a precios básicos.

Aunque para fines analíticos y con el propósito de obtener una matriz simétrica sería únicamente necesario disponer de tablas de Origen y Destino con la misma valoración, es más conveniente el disponer de matrices a precios básicos. La valoración monetaria de los bienes y servicios a precios básicos es una valoración mucho más próxima -y menos distorsionada- a la cantidad física de bien empleado por cada sector en la producción propia, lo que la hace metodológicamente más adecuada para la operación de simetrización. Por el contrario, la valoración a precios de adquisición incluye márgenes de comercio y transporte que son productos dentro de una economía y, dichos productos como tales, no aparecerían en la fila correspondiente a su producto sino esparcidos por toda la matriz. Estos márgenes, unidos a los impuestos y subvenciones, pueden ser muy variables por producto y rama, lo que hace que la valoración a precios de adquisición suponga una mayor distorsión en la valoración monetaria del producto en comparación con la valoración a precios básicos.

El segundo motivo por el que nos inclinamos por la valoración a precios básicos son las directrices impuestas por el nuevo SEC-2010. El programa de transmisión de datos del SEC-95 sólo establecía la obligatoriedad de la transmisión anual de la tabla de Origen a precios básicos y de la tabla de Destino a precios de adquisición. Sin embargo, el nuevo SEC-2010 establece la obligatoriedad<sup>259</sup> de la transmisión anual por parte de los Estados Miembros de las tablas de Origen y de Destino a precios básicos, además de a precios de adquisición. Esto da idea de la importancia que el nuevo SEC-2010 confiere a este tipo de tablas y, dado el hecho de que la elaboración de este tipo de tablas va a convertirse en una necesidad unido a la dificultad de obtener las mismas por observación directa, justifica la necesidad del desarrollo de métodos de proyección con esta valoración.

### 2.5.2 Selección temporal de observaciones

Para llevar a cabo de trabajo es necesario disponer de un conjunto de tablas de Origen y de Destino de referencia que nos permitan llevar a cabo las proyecciones y evaluación de los métodos de proyección desarrollados.

---

<sup>259</sup> Véase el Anexo B del Reglamento (UE) nº 549/2013 del Parlamento Europeo y del Consejo, de 21 de mayo de 2013, relativo al Sistema Europeo de Cuentas Nacionales y Regionales de la Unión Europea, p. 716 *in fine*.

El periodo seleccionado para este trabajo ha sido el periodo 2000-2005. Varias son las razones que justifican esta elección.

En primer lugar, consideramos que es un periodo adecuado en cuanto a la extensión para valorar la capacidad de desempeño de los métodos de proyección. Actualmente, las compilaciones de marcos Input-Output se publican con periodicidad quinquenal, por lo que proyecciones a más largo plazo sólo tienen sentido si se pretende realizar un estudio prospectivo, lo que no es muy recomendable porque estos métodos no suelen anticipar bien los cambios estructurales. Si la necesidad práctica de realizar la proyección es debida a los retrasos en las publicaciones, una proyección con un horizonte temporal mayor a cinco años no tiene mucho sentido. Actualmente, el SEC-2010 establece que los elementos de los marcos Input-Output se publicarán con un desfase no superior a los 36 meses<sup>260</sup>.

Por otro lado, el periodo 2000-2005 constituye un periodo estable desde el punto de vista macroeconómico. Los shocks de precios y las recesiones económicas introducen grandes distorsiones y cambios estructurales en las relaciones macroeconómicas reflejadas en un marco Input-Output, lo que añade una dificultad añadida a la hora de aplicar unos métodos indirectos que no están diseñados para detectar y anticipar esos fenómenos. Puestos a testear la capacidad de desempeño parece más razonable utilizar un periodo de referencia de cierta estabilidad desde el punto de vista macroeconómico.

Por último, es necesario disponer de una serie lo suficientemente larga y homogénea desde el punto de vista contable sin cambios en las clasificaciones de actividades y productos ni metodológicas.

Los marcos Input-Output con referencia temporal de 2008 en adelante utilizan la última revisión de la NACE<sup>261</sup> que no es más que la adaptación de la 4ª revisión de la Clasificación Industrial Internacional Uniforme<sup>262</sup> de todas las actividades económicas publica por Naciones Unidas publicada en 2008 para la Unión Europea. La NACE<sup>263</sup> es obligatoria para todos los países dentro de la órbita del Sistema Estadístico Europeo<sup>264</sup>, y garantiza la comparabilidad y

---

<sup>260</sup> Véase el Anexo B del Reglamento (UE) nº 549/2013 del Parlamento Europeo y del Consejo, de 21 de mayo de 2013, relativo al Sistema Europeo de Cuentas Nacionales y Regionales de la Unión Europea, p. 670.

<sup>261</sup> NACE Rev. 2.

<sup>262</sup> ISIC Rev. 4

<sup>263</sup> Véase EUROSTAT (2008b) "NACE Rev. 2: Statistical classification of economic activities in the European Community" pp. 11-18 para una descripción de la NACE Rev. 2 en profundidad.

<sup>264</sup> El Sistema Estadístico Europeo (SEE) está compuesto por EUROSTAT y las oficinas de estadística oficiales de todos los Estados miembros, así como otros organismos que elaboran estadísticas europeas como, por ejemplo, los Bancos Centrales. El SEE garantiza que las estadísticas europeas elaboradas en

homogeneidad de las estadísticas económicas producidas por estos países en cuanto a la clasificación de las actividades económicas tanto a nivel europeo como a nivel global ya que la NACE Rev. 2 constituye una generalización con algo de mayor detalle que la ISIC Rev. 4.

La NACE Rev. 2<sup>265</sup> viene a sustituir a la anterior NACE Rev. 1.1<sup>266</sup>, y constituye una revisión profunda de la clasificación de actividades económicas para adaptarse a las nuevas actividades económicas y los nuevos productos que surgen en una economía avanzada como consecuencia de los cambios en la estructura económica y el desarrollo tecnológico. Por tanto, dada la reciente aplicación de la nueva NACE no disponemos aún de una serie suficientemente larga de marcos Input-Output adaptados a esta nueva clasificación de actividades económicas.

La anterior NACE Rev. 1.1 se ha venido aplicando en todos los marcos Input-Output desde 1995 hasta 2007, por lo que lo razonable es coger la última serie homogénea de 5 años. Esto correspondería al periodo 2002-2007. Sin embargo, hemos optado por el periodo 2000-2005 porque constituye el último periodo quinquenal que podemos denominar como canónico. El año 2000 y 2005 son los dos últimos años consecutivos en el que los marcos Input-Output se han realizado por estimación directa o compilación. Para las proyecciones interanuales es más que probable que las oficinas estadísticas nacionales hayan obtenido sus marcos mediante algún método de estimación basado en algún método de proyección junto con toda la información de base disponible que hayan considerado relevante. Por este motivo, denominamos al periodo entre 2 compilaciones sucesivas de marcos Input-Output como un periodo canónico, y pensamos que un periodo de estas características es el más idóneo para testar los métodos de proyección desde una doble perspectiva:

- En este periodo canónico se pueden llevar a cabo 5 proyecciones con horizontes de proyección anual, para ver cuál es la capacidad de los métodos de proyección considerados para aproximarse a la estimación oficial.
- Simultáneamente, se puede realizar una proyección quinquenal entre 2 compilaciones sucesivas de marcos Input-Output. Serán esos los horizontes de proyección que se emplearán en este trabajo para analizar la capacidad de desempeño de los métodos desarrollados.

---

todos los Estados miembros de la Unión Europea sean fiables, siguiendo unos criterios y definiciones comunes y tratando los datos de la manera adecuada para que sean siempre comparables entre los distintos países de la UE. En la actualidad el SEE se regula fundamentalmente por la Ley Estadística Europea, aprobada en 2009 mediante el Reglamento (CE) 223/2009 del Parlamento Europeo y del Consejo.

<sup>265</sup> La versión española de la NACE Rev. 2 es la CNAE-2009.

<sup>266</sup> La versión española de la NACE Rev. 1.1 es la CNAE-1993.

El próximo periodo canónico para llevar a cabo este ejercicio, con bastante seguridad, corresponderá al periodo 2010-2015. Con la entrada en vigor del nuevo SEC-2010, los marcos Input-Output estimados por las Oficinas Estadísticas oficiales deberán adaptarse a las prescripciones del mismo, y los cambios metodológicos introducidos por el mismo en comparación con el SEC-95 hacen que no sea adecuado realizar una proyección sin más de un marco realizado bajo las prescripciones del SEC anterior para su posterior comparación con los resultados de un marco publicado bajo las prescripciones del SEC-2010<sup>267</sup>. El primer marco adaptado al nuevo SEC-2010 es precisamente el correspondiente al año 2010. Por tanto, la serie de nuevos marcos que surge con la NACE Rev. 2 en 2008 se ve de nuevo truncada por este cambio de metodología introducido por el SEC-2010. En consecuencia, no será hasta el periodo 2010-2015 cuando dispongamos de otro periodo canónico de marcos Input-Output con características similares de homogeneidad al periodo 2000-2005, en términos de clasificación de las actividades económicas y de SEC.

Por estos motivos expuestos anteriormente, hemos seleccionado el periodo 2000-2005 para llevar a cabo la evaluación empírica de los métodos desarrollados.

### 2.5.3 **Ámbito espacial de las observaciones: selección de países**

La selección de un único país podría inducir un sesgo a las conclusiones extraídas. Nuestro objetivo es testar los métodos no para un único país, sino varios, con el objeto de que los resultados y conclusiones obtenidos puedan generalizarse con mayores garantías si vemos que las mismas se mantienen para la muestra de países seleccionada.

Desde un primer momento la decisión fue seleccionar un conjunto de países de la Eurozona para llevar a cabo este trabajo. Las razones son obvias. Además de los motivos de proximidad geográfica y cultural, la UE constituye la zona geográfica donde es posible encontrar un mayor número de marcos Input-Output disponible para este trabajo, y con unas garantías más que razonables de homogeneidad, tanto en términos de numerario, como en lo que se refiere a la elaboración de los mismos gracias a las directrices establecidas por los diferentes SEC.

Ha sido materialmente imposible llevar a cabo el análisis para todos los países de la UE como era inicialmente nuestra intención, por motivos de no disponibilidad de los mismos y porque

---

<sup>267</sup> Para un estudio de los principales cambios metodológicos habidos en el SEC-10 en comparación con el SEC-95 véase EUROSTAT (2014) "EURONA: EUROSTAT review on National Accounts and macroeconomic indicators" en el que se realiza un estudio muy detallado de los mismos y del impacto que estos cambios van a suponer en los principales indicadores macroeconómicos nacionales.

aún en el hipotético caso de haber dispuesto de observaciones para los 27 países, el número de proyecciones a realizar habría sido elevado en exceso<sup>268</sup>.

La elección de países ha venido dada en gran medida por la disponibilidad existente. Al no ser obligatorio<sup>269</sup> en el periodo 2000-2005 la elaboración de las tablas de Destino, no todos los países de la UE disponen de las mismas, y en el caso de disponer de ellas, no es habitual que estén disponibles para el público en general. Los países finalmente analizados han sido Austria, Bélgica, España e Italia. Hemos de agradecer públicamente tanto a EUROSTAT, como a las Oficinas Estadísticas oficiales de los citados países, el habernos cedido sus tablas de Origen y de Destino a precios básicos para la realización de este trabajo. Sin esa deferencia habría sido de todo punto imposible el haber llevado a cabo este trabajo de la forma en que ha sido realizado. Las conclusiones que se extraigan del mismo han sido posibles gracias a su colaboración.

#### **2.5.4 Agrupaciones de ramas, productos y componentes de la Demanda Final.**

En aras de una mayor homogeneidad a la hora de la evaluación empírica de los métodos desarrollados en este trabajo, para el periodo de observación y muestra de países considerados, todas las tablas de Origen y Destino seleccionadas poseen una agrupación de productos común, de ramas para la demanda intermedia y de componentes para la demanda final.

En lo que respecta a la Agrupación de Productos (filas de las tablas de Origen y de Destino) se ha seleccionado el nivel de agregación P60 establecido en el SEC-95<sup>270</sup>.

En cuanto al nivel de Ramas de Actividad para la Demanda Intermedia la selección ha sido el nivel de agregación A60, también establecido en el SEC-95<sup>271</sup>.

Los motivos de esta elección son los siguientes. En primer lugar, desde el punto de vista analítico, para el analista siempre es preferible un mayor nivel de desagregación a un nivel

---

<sup>268</sup> Se han testado 6 métodos de proyección diferentes, para 6 horizontes temporales de proyección. De haber considerado los 27 países de la Eurozona, en el caso de que hubiesen estado disponibles, habría sido necesario realizar 972 proyecciones y haber elaborado análisis de bondad de ajuste para más de 10.000 bloques de elementos de las tablas de Origen y de Destino proyectadas, lo que habría requerido unos recursos de tiempo y cálculo que sobrepasan un horizonte temporal razonable.

<sup>269</sup> El SEC-95 no establece la obligatoriedad de la elaboración ni la remisión a EUROSTAT de las tablas de Origen y de Destino a precios básicos con periodicidad anual.

<sup>270</sup> Véase el SEC-95, p. 349. En el SEC-2010 este nivel de desagregación ha sido sustituido por el P64, véase el SEC-2010

<sup>271</sup> Véase el SEC-95, p. 346

menor. Por tanto se han seleccionado el nivel de desagregación máximo que establece el SEC-95 en su programa de transmisión. Teniendo en mente la necesidad de emplear estos métodos para la proyección de marcos Input-Output, es preciso cumplir con las directrices establecidas en el SEC-95 y por tanto es interesante testar la capacidad de desempeño para el nivel de desagregación máximo posible. En segundo lugar, esta elección nos garantiza disponer de tablas homogéneas de referencia en nuestro periodo de observación temporal y para la muestra de países seleccionada con los que testar nuestros métodos. Si seleccionásemos un nivel de desagregación mayor, no habríamos encontrado datos homogéneos para todos los países de la muestra seleccionados. Un ejemplo es que España tiene publicada sus tablas de Origen y de Destino con un nivel de desagregación aún mayor<sup>272</sup>, no así el resto de países seleccionados.

Por otro lado, es necesario que la agrupación de productos y ramas fuera de igual dimensión, ya que el método Euro sólo funciona con tablas de Origen y de Destino cuadradas.

En cuanto a componentes de la Demanda Final, sólo hemos considerado las 3 básicas:

- Gasto en Consumo Final
- Formación Bruta de Capital
- Exportaciones

Aunque de acuerdo con el SEC-95 es posible obtener un mayor nivel de desagregación, desde el punto de vista analítico es menos importante la desagregación en las componentes de la demanda final que en la demanda intermedia. Los métodos desarrollados pueden generalizarse sin ningún problema para una mayor desagregación de estas componentes. Hemos optado por no considerar una mayor desagregación ya que, aunque a nivel de Estado miembro, de acuerdo con las directrices del SEC-95, es posible obtener de manera regular y fiable estimaciones más desagregadas, cuando descendemos a un nivel infranacional, la información estadística disponible a la hora de estimar las mismas hace recomendable, en aras de una mayor estabilidad y una menor varianza en las estimaciones considerar un mayor nivel de agregación.

Del mismo modo se ha actuado con el vector de componentes del VAB, que no ha sido desagregado y se ha considerado agrupado.

---

<sup>272</sup> Las tablas de Origen y de Destino de España a precios básicos del periodo 2000-2007 para una desagregación de 118 productos y 75 ramas están disponibles en <http://www.ine.es/daco/daco42/cne00/cneio2000.htm>



En cuantos al comercio exterior, aunque la información exógena disponible a nivel nacional de importaciones y exportaciones es abundante gracias a la Estadística de Aduanas, a nivel infranacional esto sólo es cierto para las importaciones y exportaciones con el extranjero, no a nivel intranacional. Por ese motivo hemos considerado una única dimensión tanto para las importaciones como para las exportaciones, aunque los métodos pueden ser fácilmente generalizables para una mayor desagregación geográfica del comercio exterior.

### 2.5.5 Medidas de Bondad de Ajuste

Cada método de actualización que implementemos produce, como no puede ser de otro modo, una proyección potencialmente diferente. Por tanto, es preciso evaluar su capacidad de predicción. Para ello es necesario disponer de una batería de estadísticos que nos permitan determinar si la proyección realizada se aproxima en mayor o menor medida al objetivo previsto.

El objetivo de este apartado es introducir las medidas de bondad de ajuste que más usualmente aparecen en la literatura de métodos de proyección de elementos de un marco Input-Output. Nuestro objetivo en la evaluación empírica es no concentrarnos en una única medida de bondad de ajuste, son el empleo de varias para evitar sesgos que podrían dar lugar a resultados engañosos o insuficientes a la hora de comparar los métodos de proyección. La selección de este conjunto de medidas se realizará en base a sus propiedades para lo que iremos introduciendo las medidas de bondad de ajuste más usuales de una manera constructiva, comenzando por las más simples, resaltando sus ventajas e inconvenientes.

Serán estas ventajas e inconvenientes las que nos irán marcando los motivos de retener unas u otras en nuestra evaluación empírica. En general, retendremos las más comunes en la literatura sobre este tema, pero al mismo tiempo introduciremos algunas que son relativamente novedosas con el objeto de superar los inconvenientes de los anteriores y proporcionar diferentes puntos de vista a la hora de la evaluación.

Comenzando de manera general, la comparabilidad entre 2 matrices puede llevarse a cabo mediante multitud de medidas existentes para tal propósito. En nuestro caso, nuestro propósito es comparar los resultados de la proyección realizada por un método u otro, frente a los valores de otra matriz, matriz objetivo, que representa el resultado correcto o verdadero hacia el que queremos converger, y que no es otro que la matriz oficial publicada por la Oficina de Estadística oficial. Para lograr tal propósito, debemos disponer de un estadístico resumen

que informe de la similitud, cercanía o proximidad entre la matriz proyectada frente a la matriz objetivo.

En principio, no estamos interesados en los resultados elemento a elemento o los resultados de un elemento singular, sino de una medida global de toda la matriz o, a lo sumo, de una medida global para distintos subconjuntos de la matriz que proyectemos. En nuestro caso las matrices proyectadas serán tablas de Origen, tablas de Destino, o cualquier bloque o submatriz de las mismas: matriz de empleos intermedios o matriz de empleos de la demanda final o vectores individuales (importaciones, exportaciones, VAB, producción total a precios básicos, impuestos netos de subvenciones sobre los productos...)

En la literatura sobre los métodos de proyección y sobre medidas de bondad de ajuste podemos encontrar infinitud de estadísticos para estos propósitos.

Para introducir los mismos podríamos considerar una clasificación de acuerdo a los siguientes criterios:

- En primer lugar, encontramos un conjunto de medidas que se construyen a partir de diferentes promedios de las "diferencias" elemento a elemento de la matriz proyectada con respecto a la matriz objetivo que pretendemos proyectar. Son las más usuales y las más prolijamente usadas, debido a que son enormemente intuitivas. Esto ha contribuido a una extensísima proliferación de las mismas.

Dentro de este grupo pueden considerarse infinidad de estadísticos para medir la bondad de ajuste. Sólo es cuestión de pensar que las diferencias pueden obtenerse mediante una infinidad de formas, errores, desviaciones, ratios...Por otro lado, se pueden considerar diferentes maneras de definir las distancias, diferentes normas. Posteriormente, una vez definido el error y la norma que lo define, podemos considerar una infinidad de formas de integrar las distancias elemento a elemento en un estadístico de resumen global, es decir, promedios de diferentes tipos. Por último también podríamos considerar la infinidad de ponderaciones que podrían utilizarse. Por tanto, el número potencial de medidas de bondad de ajuste en este primer grupo es infinito.

- Un segundo grupo de medidas de bondad de ajuste, son las basadas en conceptos de la teoría de la información. También analizaremos en este apartado las medidas más usuales de este grupo.
- En un tercer grupo podríamos considerar las medidas de bondad de ajuste definidas para otros propósitos pero, dada su popularidad y su sencillez de manejo pueden

adaptarse para medir la proximidad entre los elementos de dos matrices. En este grupo consideramos sobre todo el coeficiente de correlación -o transformaciones del mismo como los índices de disparidad y de similitud, o el coeficiente de determinación- y por último dentro de este grupo, el estadístico de bondad de ajuste Ji-Cuadrado.

- En un último grupo podríamos incluir un conjunto de medidas de bondad de ajuste más cualitativas, que son útiles no para analizar la capacidad predictiva de los métodos, sino para analizar otros aspectos como por ejemplo la capacidad de medir los cambios estructurales que se manifiestan en forma de nuevas relaciones interindustriales que aparecen o desaparecen en un marco Input-Output. Estas medidas aunque muy simples, como se verá, son útiles para valorar y matizar los resultados de medidas anteriores.

A continuación describimos las principales medidas de ajuste de cada grupo.

#### *Medidas de bondad de ajuste basadas en las desviaciones absolutas y las desviaciones relativas.*

Siguiendo a Miller y Blair (2009)<sup>273</sup> y a Butterfield y Mules (1980)<sup>274</sup>, las medidas más básicas e intuitivas para medir la similitud de la bondad de ajuste de una matriz estimada frente a una teórica son la desviación absoluta media de todos sus elementos (MAD en su terminología inglesa<sup>275</sup>) y la media de los porcentajes de error en valor absoluto (MAPE en terminología inglesa<sup>276</sup>).

Sea  $x_{ij}$  el valor verdadero del elemento  $(i, j)$  de una matriz  $\mathbf{X}$  que pretendemos proyectar, y sea  $\widetilde{x}_{ij}$  el valor resultante para el mismo elemento  $(i, j)$  de nuestra proyección. Usando esa notación obtenemos

$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |x_{ij} - \widetilde{x}_{ij}|}{m \cdot n} \quad (2.1)$$

<sup>273</sup> Miller y Blair (2009) op. cit. p. 324

<sup>274</sup> Butterfield, M. y Mules, T. (1980) "A testing routine for evaluating cell by cell accuracy in short-cut regional Input-Output tables", *Journal of Regional Science*, vol. 20, no. 3, p. 294.

<sup>275</sup> MAD es el acrónimo para la expresión Mean Absolute Deviation.

<sup>276</sup> MAPE es el acrónimo para la expresión Mean Absolute Percentage Error

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left| \frac{x_{ij} - \widetilde{x}_{ij}}{x_{ij}} \right|}{m \cdot n} \quad (2.2)$$

En estas medidas, las desviaciones entre el elemento proyectado y el elemento verdadero se miden en términos de diferencias. Otra alternativa para definir las desviaciones entre la tabla objetivo y la tabla proyectada, sería trabajar con los cocientes  $\frac{\widetilde{x}_{ij}}{x_{ij}}$  en lugar de con las diferencias. Esto conduciría a definir un conjunto de medidas análogas que podríamos llamar 'multiplicativas'. Los indicadores definidos por métodos multiplicativos son menos habituales en la práctica ya que son menos intuitivos, además de que como de Mesnard (2004)<sup>277</sup> señala, el empleo de indicadores 'aditivos', basados en las diferencias y desviaciones, frente a los indicadores 'multiplicativos', no modifican las propiedades básicas de las medidas comparativas.

Tanto MAD como MAPE presentan una cota inferior en 0. El estadístico será nulo si y sólo si  $\widetilde{x}_{ij} = x_{ij} \quad \forall i = 1 \dots m \text{ y } \forall j = 1 \dots n$ . Cuanto mayor sea el valor del estadístico, MAD o MAPE, peor será el ajuste. Por ese motivo, MAD y MAPE inducen una métrica de ordenación relativa en el sentido que si comparamos dos proyecciones realizadas por métodos diferentes con respecto a una misma matriz objetivo, será mejor proyección aquélla que presente un menor MAD o MAPE.

En nuestra opinión ambas medidas presentan algunos inconvenientes. En primer lugar el valor de la MAD es sensible al tamaño de los elementos  $x_{ij}$ , por lo que no es útil para comparar métodos de proyección aplicados a matrices diferentes. En consecuencia, aunque el MAD sí puede ser una medida adecuada para comparar el resultado que desempeñan diferentes métodos de proyección con respecto a una única matriz objetivo, no es válida para realizar comparativas transversales, es decir, para ver si un método de proyección ajusta mejor determinadas submatrices del marco completo frente a otras, o comparativas de la bondad de ajuste de los resultados de un método de proyección en un territorio con respecto a otro. En consecuencia, el empleo de la MAD como medida de bondad de ajuste será descartado en nuestro trabajo por los motivos expuestos.

Una posibilidad para solventar los problemas de escala y su sensibilidad al tamaño de los coeficientes que presenta el MAD, es trabajar con los errores relativizados. Ésta es

<sup>277</sup> de Mesnard, L. (2004) op. cit. p. 207

precisamente la justificación del MAPE. Dado que el MAPE trabaja con errores relativos, en lugar de errores absolutos, esta medida de bondad de ajuste, a priori, no se ve afectada por el tamaño de los elementos de la matriz objetivo, siendo a priori neutral con respecto a la escala de la variable.

Un gran inconveniente que presente el estadístico MAPE es que todos errores porcentuales intervienen en el cálculo de la medida de bondad de ajuste con el mismo peso  $\left(\frac{1}{m \cdot n}\right)$  con independencia del tamaño del elemento respecto al que se calcularon. Es decir, todos los porcentajes de error penalizan con la misma influencia en el valor final del MAPE. Esto da lugar a que en la práctica los valores del MAPE sean elevadísimos, ya que un pequeño error en un coeficiente muy pequeño puede constituir un error porcentual elevadísimo lo que sesga el valor del MAPE hacia valores muy elevados del mismo.

Esto no es en absoluto conveniente cuando las matrices tienen un gran número de coeficientes muy pequeños, lo que es habitual en la tablas de Origen y de Destino. Por este motivo se han ido introduciendo en la literatura<sup>278</sup> nuevas medidas de bondad de ajuste que solventen esta particularidad intrínseca del MAPE. Y la manera más inmediata para ello es a través de la introducción de pesos adecuados para cada porcentaje de error.

Así, obtendríamos la WAPE<sup>279</sup> que es la media de los porcentajes de error en valor absoluto, cada uno de ellos ponderado por el peso del elemento con respecto al cual fueron calculados

$$WAPE = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left( \frac{|x_{ij}|}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |x_{ij}|} \right) \left| \frac{x_{ij} - \widetilde{x}_{ij}}{x_{ij}} \right| \quad (2.3)$$

Al ponderar el porcentaje de error de la estimación por el valor de cada elemento a proyectar, el WAPE confiere mayor importancia a los errores de los mayores elementos de la tabla, y menor importancia a los de menor valor.

Ponderar por el tamaño puede ser una idea interesante y justificable, pero no necesariamente los elementos mayores de una tabla son los de mayor importancia en la misma.

En algunos casos, la importancia de un elemento no viene dada exclusivamente por su tamaño, sino que también puede ser interesante ver qué influencia tiene el elemento en cuestión en la

<sup>278</sup> Véase Mínguez, R., Oosterhaven, J. y Escobedo, F. (2009) op. cit. p. 337

<sup>279</sup> WAPE es el acrónimo de la palabra inglesa Weighted Absolute Percentage Error.

obtención de los coeficientes de la inversa de Leontief. En determinados casos, tal y como señalan Robles Teigeiro y Sanjuan Solís (2005)<sup>280</sup>, algunos coeficientes presentan una gran sensibilidad en el sentido que una pequeña variación porcentual en un elemento de la tabla de Destino puede ejercer un gran efecto sobre el multiplicador de la inversa de Leontief, y por ende, sobre la variación de la producción total de la rama para un incremento de la demanda final en dicho producto. Estos elementos son conocidos generalmente como MICS<sup>281</sup> en la literatura Input-Output, y su identificación se relaciona más con el valor de los coeficientes técnicos y de distribución, que con el tamaño de elemento en sí mismo. Sería igualmente importante comprobar que en las proyecciones que estos coeficientes importantes sigan manteniendo esa categoría, lo que nos garantizaría una mayor estabilidad a la hora de extrapolar resultados de aplicaciones basados en las tablas proyectadas. Tarancón y del Río (2005)<sup>282</sup> efectúan ese análisis en su artículo para diversos métodos y obtienen que si un elemento tiene el carácter de MICS de manera repetida a lo largo del tiempo, en la tabla proyectada conservará ese carácter. Por tanto, parece ser que puede presumirse cierta estabilidad en las propiedades de los elementos proyectados en este aspecto.

Este debate podría conducir a la construcción de nuevas medidas de bondad de ajuste con ponderaciones diferentes basadas en otros criterios, en función del objetivo para el que se pretenda utilizar la tabla proyectada. Dado que el objetivo de este trabajo es la comparación de métodos de proyección de tablas de Origen y de Destino sin una predeterminación ulterior del empleo que se va a dar a las mismas, no profundizaremos en este camino. Aun así, nos parece interesante señalar aquí que, en función del empleo que se vaya a hacer de la tabla o tablas proyectadas, podría interesante definir alguna medida de bondad de ajuste ad-hoc para clarificar la influencia que los distintos métodos de proyección empleados pueden tener en la aplicación empírica que se haga de la proyección resultante.

Un inconveniente común que presentan los estadísticos MAD, MAPE y WAPE es su falta de acotación superior. Todos poseen una cota inferior en cero que implica un ajuste perfecto, pero no poseen una cota superior absoluta<sup>283</sup>.

---

<sup>280</sup> Robles Teigeiro, L. y Sanjuán Solís, J. (2005) "Análisis comparativo de las tablas Input-Output en el tiempo", *Estadística Española*, vol. 47, núm. 158, pp. 143 a 177.

<sup>281</sup> MICS es el acrónimo de "Most Important Coefficients"

<sup>282</sup> Tarancón, M.A. y del Río, P. (2005) op. cit.

<sup>283</sup> En realidad, los estadísticos MAPE y WAPE dada su construcción como un promedio, sí disponen de una cota superior. Siempre serán inferiores al error relativo máximo de la tabla (o al máximo error absoluto multiplicado por el número de elementos en el caso del MAD). Sin embargo, ésta no es una cota absoluta, ya que la misma depende de los elementos de la matriz objetivo y de los resultados

Es precisamente este inconveniente, la ausencia de una cota superior, la justificación de introducir la siguiente medida de bondad ajuste, el SMAPE<sup>284</sup>. El SMAPE es una medida de bondad de ajuste similar al MAPE y WAPE pero que solventa el problema de la acotación. El SMAPE no es una medida de bondad de ajuste que se haya empleado usualmente en la literatura académica de métodos de proyección de matrices de un marco Input-Output, sino que es una medida más propia del ámbito de las series temporales. De acuerdo con Flores (1986)<sup>285</sup> la primera referencia al SMAPE puede encontrarse en Armstrong (1985)<sup>286</sup>, aunque el empleo del mismo en el ámbito de las series temporales empieza a generalizarse a partir de su empleo por Makridakis (1993)<sup>287</sup>. El primer empleo de este estadístico para la medida de la bondad de ajuste en métodos de proyección de tablas Input-Output ha sido realizada por Arto et alia (2014)<sup>288</sup> en la que introducen una medida de bondad de ajuste llamada WRPD que es una versión del SMAPE con ponderaciones que introduciremos más adelante y a la que nosotros denominaremos SWAPE.

El SMAPE puede considerarse como una alternativa al MAPE cuando se da el caso de que existan muchos elementos de tamaño muy pequeño que, como se ha mencionado anteriormente, son problemáticos a la hora de calcular el MAPE ya que suelen sesgar el valor del MAPE hacia valores muy elevados.

La expresión que tendría el SMAPE aplicado al cálculo de la bondad de ajuste de una tabla Input-Output sería:

$$SMAPE = 200 \cdot \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left| \frac{x_{ij} - \widetilde{x}_{ij}}{x_{ij} + \widetilde{x}_{ij}} \right|}{m \cdot n} \quad (2.4)$$

---

obtenidos en la proyección. Dado que desconocemos la distribución que siguen los errores, no podemos emplear este error máximo para establecer comparativas o relativizar el valor del mismo.

<sup>284</sup> SMAPE es el acrónimo para Symmetric Mean Absolute Percent Error.

<sup>285</sup> Flores, B.E. (1986) "A Pragmatic View of Accuracy Measurement in Forecasting", *OMEGA International Journal of Management Science*, Vol. 14, No. 2, p. 96.

<sup>286</sup> Armstrong, J. S. (1985) "Long-range Forecasting: From Crystal Ball to Computer"

<sup>287</sup> Makridakis, S. (1993) "Accuracy measures: theoretical and practical concerns", *International Journal of Forecasting*, vol. 1, pp. 111-153.

<sup>288</sup> Arto, I., Rueda-Cantuche, J.M. y Peters, G.P. (2014) "Comparing the GTAP-MRIO and WIOD databases for carbon footprint analysis", *Economic Systems Research*, vol. 26, p. 335

Para matrices no negativas, es decir, aquélla en la que todos sus elementos no negativos, el coeficiente está acotado inferiormente en cero y superiormente en 200, ya que

$$\left| \frac{x_{ij} - \widetilde{x}_{ij}}{x_{ij} + \widetilde{x}_{ij}} \right| \leq 1$$

$\forall i=1\dots m$  y  $\forall j=1\dots n$ . Sólo se alcanzaría la cota máxima en aquellos casos que

$$\text{si } \widetilde{x}_{ij} \neq 0 \rightarrow x_{ij} = 0 \text{ y si } x_{ij} \neq 0 \rightarrow \widetilde{x}_{ij} = 0 \quad \forall i=1\dots m \text{ y } \forall j=1\dots n$$

Para matrices que tienen elementos positivos y negativos y por tanto pueden existir cambios de signo entre la matriz objetivo y la matriz proyectada, el SMAPE no estaría acotado, ya que en el caso de existir elementos  $x_{ij}$  y  $\widetilde{x}_{ij}$  con diferente signo, el cociente  $\left| \frac{x_{ij} - \widetilde{x}_{ij}}{x_{ij} + \widetilde{x}_{ij}} \right|$  podría tomar valores mayores que la unidad.

El carácter simétrico del SMAPE viene dado porque  $x_{ij}$  y  $\widetilde{x}_{ij}$  son intercambiables en la fórmula sin que el SMAPE se vea modificado, característica que no es cierta en el caso de los estadísticos MAPE y WAPE.

La generalización inmediata del SMAPE sería el SWAPE. Éste se construiría considerando un SMAPE en el que cada medida de error esté ponderada por el valor de su verdadero elemento

$$SWAPE = 200 \cdot \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left( \frac{|x_{ij}|}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |x_{ij}|} \right) \left| \frac{x_{ij} - \widetilde{x}_{ij}}{x_{ij} + \widetilde{x}_{ij}} \right| \quad (2.5)$$

Todos las ventajas e inconvenientes que se han descrito anteriormente para el estadístico SMAPE son aplicables directamente al SWAPE, su carácter simétrico, su acotación inferior en cero y superior en 200 en el caso de matrices no negativas, no estando acotado en matrices con elementos positivos y negativos.

En lo concerniente a la conveniencia o el rol que juega trabajar con la medida de bondad de ajuste ponderada o sin ponderar, tanto SMAPE como a SWAPE les son aplicables las consideraciones vertidas con respecto a los estadísticos MAPE y WAPE.

Tanto MAPE, WAPE, SMAPE como SWAPE son medidas basadas en los errores relativos, ya que la desviación se relativiza dividiendo por el valor original de la variable en los dos primeros casos, y por la semisuma del valor original y el valor proyectado en los dos segundos casos. El hecho de trabajar con errores relativizados puede dar la impresión de solventa los problemas relacionados con los cambios de escala. No así los problemas ante los cambios de origen, ya



que tanto MAPE, WAPE, SMAPE como SWAPE se ven afectados por cambios de origen realizados a las variables.

Aunque MAPE, WAPE, SMAPE y SWAPE no son sensibles a los cambios de escala realizados en la variable, hay otro aspecto de la escala en el que se suele reparar menos en la práctica pero que sigue presentando algunas distorsiones, y es el tratamiento diferente dado por estas medidas de bondad de ajuste a la hora de valorar las estimaciones por defecto y las estimaciones por exceso con respecto al valor real.

Esto puede expresarse de manera simple de la siguiente manera. Sean  $a$  y  $b$  dos números reales cualesquiera tales que  $0 < a < b$ . Los valores de MAPE y del WAPE serían diferentes en aquellos casos en los que  $x_{ij} = a$  y  $\widetilde{x}_{ij} = b$  comparado con  $\widetilde{x}_{ij} = a$  y  $x_{ij} = b$ . Además, como es obvio

$$\frac{b-a}{b} < \frac{b-a}{a}$$

Lo que implica que tanto MAPE como WAPE están penalizando con mayor fuerza los errores por exceso que los errores por defecto en las proyecciones realizadas ante errores similares cometidos para un mismo valor absoluto del error.

Esta cuestión es solventada por los estadísticos SMAPE y SWAPE como consecuencia de su

carácter simétrico. En efecto, dado que  $x_{ij}$  y  $\widetilde{x}_{ij}$  son intercambiables, por tanto  $\left| \frac{x_{ij} - \widetilde{x}_{ij}}{x_{ij} + \widetilde{x}_{ij}} \right|$

tomará el mismo valor en el caso de que  $x_{ij} = a$  y  $\widetilde{x}_{ij} = b$  en comparación con  $\widetilde{x}_{ij} = a$  y  $x_{ij} = b$

Sin embargo, si consideramos los errores en términos proporcionales, ocurre justo lo contrario, MAPE y WAPE tienen un tratamiento equitativo de los errores relativos iguales, no así en el caso de SMAPE y SWAPE. Es decir, supongamos que  $\widetilde{x}_{ij} = (1+k)x_{ij}$ , para diferentes valores de  $k$ , tanto SMAPE como SWAPE penalizan más los errores por defecto que por exceso para un mismo error proporcional. Es decir, en el caso que  $\widetilde{x}_{ij} = (1+k)x_{ij}$

$$\left| \frac{x_{ij} - \widetilde{x}_{ij}}{x_{ij} + \widetilde{x}_{ij}} \right| = \left| \frac{k}{2+k} \right|$$

que siempre será mayor para un mismo  $k$  en aquellos casos en que el error sea por defecto ( $k < 0$ ) que si fuera por exceso ( $k > 0$ ). Este hecho no es cierto para MAPE y WAPE ya que

$$\left| \frac{x_{ij} - \widetilde{x}_{ij}}{x_{ij}} \right| = |k|$$

A pesar de que consideremos que los problemas planteados por estas cuestiones de localización y escala son problemas de menor relevancia para nuestro objetivo, siempre que pretendamos decidir cuál es la mejor proyección de entre todos los métodos posibles para una tabla de referencia dada, no deja de ser algo contraintuitivo que una proyección que infraestima todos sus elementos en un valor fijo (alternativamente, en una misma proporción) no presente un mismo valor de la medida de bondad de ajuste que otra proyección que sobreestima todos sus elementos en exactamente el mismo valor (alternativamente, proporción).

Dado que ninguno de los cuatros estadísticos MAPE, WAPE, SMAPE y SWAPE está exento de esta salvedad, consideraremos WAPE y SWAPE en los capítulos de nuestra evaluación empírica, de manera que WAPE da un tratamiento equitativo a errores relativos por exceso y por defecto equivalentes, y el SWAPE trata de manera equitativa errores absolutos por exceso y por defecto equivalentes.

El escalamiento de los errores sería otro método para corregir el problema de escala que presentan las observaciones. De este modo Hyndman y Koehler (2006)<sup>289</sup> introducen la medida de bondad de ajuste, basada en la media de los errores absolutos escalados, MASE<sup>290</sup> para series temporales. Adaptando la formulación de Hyndman y Koehler al tipo de dato con el que trabajamos en el que no hay comparación dinámica, sino estática, nuestra medida quedaría del siguiente modo:

$$MASE = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left| \frac{m \cdot n}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |x_{ij} - \bar{x}|} \right| |x_{ij} - \widetilde{x}_{ij}| \quad (2.6)$$

<sup>289</sup> Hyndman, R.J. y Koehler, A.B. (2006) "Another look at measures of forecast accuracy", *International Journal of Forecasting*, vol. 22, iss. 4, pp. 679–688.

<sup>290</sup> MASE es el acrónimo de Mean Absolute Scaled Error

De este modo, los errores absolutos se corregirían por las desviaciones medias de un método ingenuo de proyección que sería equivalente a considerar que todos los valores de la tabla son estimados por el valor medio de todos los elementos de la misma.

Al igual que con otras medidas de bondad de ajuste, el MASE es fácilmente generalizable a un WASE de la siguiente forma

$$WASE = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left( \frac{|x_{ij}|}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |x_{ij}|} \right) \left| \frac{|x_{ij} - \tilde{x}_{ij}|}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |x_{ij} - \bar{x}|} \right| \quad (2.7)$$

La característica más importante de estos estadísticos de bondad de ajuste, es que no se ven afectados ni por cambios de escala, ni de origen, ni están afectados por el tamaño de los coeficientes de la tabla al estar los errores escalados. Hyndman y Koehler (2006)<sup>291</sup> manifiestan que las medidas de bondad de ajuste basadas en errores escalados deberían convertirse en las medidas de bondad de ajuste estándar, ya que son menos sensibles a observaciones anómalas, y en consecuencia a conjuntos de datos en los que los valores observados no están concentrados con respecto a un patrón medio. Éste sería el caso de los datos de un marco Input-Output, en el que algunos elementos toman valores muy grandes frente otros con valores muy pequeños e incluso negativos.

Otra serie de características significativas que presentan los estadísticos MASE y WASE es que tienen una cota inferior en 0, que significaría que el ajuste es perfecto. Sin embargo, al igual que MAPE y WAPE, no están acotados superiormente.

La forma de definir MASE y WASE permite establecer comparaciones de la bondad de ajuste del método en una doble dirección. Por un lado, la usual de identificar qué método de proyección es mejor de todos los empleados para una tabla objetivo dada; pero al mismo tiempo, dado que los errores están escalados por el tamaño medio del error obtenido a partir de un método ingenuo de cada tabla (o submatriz de la tabla) permite responder también si un método particular empleado se ajusta mejor a los datos de un territorio con respecto a otro, o los diferentes sub-bloques de la matriz objetivo.

Dado que son medidas novedosas pero al mismo tiempo interesantes, con buenas propiedades en comparación al resto como se justificará más adelante, retendremos estas 2 medidas de

<sup>291</sup> Hyndman, R.J. y Koehler, A.B. (2006) "op. cit. p. 686

bondad de ajuste, MASE y WASE. Por lo tanto, junto con el WAPE serán tres las medidas de bondad de ajuste no acotadas que retendremos: WAPE, MASE y WASE.

### Consideración de los elementos nulos de las tablas proyectada y objetivo en los estadísticos de bondad de ajuste

Un aspecto que no se ha valorado anteriormente pero que lo hacemos ahora en conjunto para todas las medidas de bondad de ajuste introducidas hasta el momento, es el hecho de si intervienen todas las observaciones en la determinación de la medida de bondad de ajuste o si algunas deben ser excluidas.

Los estadísticos basados en promedios de errores porcentuales (MAPE, WAPE, SMAPE y SWAPE) deben excluir aquellos elementos que sean nulos en ambas tablas, ya que de otro modo el estadístico estaría indeterminado. Esto no supone ningún inconveniente adicional, ya que en estos elementos el error de estimación es nulo, y como todos los estadísticos se forman por un promedio de errores, realmente el valor del estadístico no se ve sobrevalorado ni infravalorado por la exclusión de estos elementos.

Los estadísticos MASE y WASE no presentan problemas con los elementos nulos dobles, por lo que no es necesario realizar ninguna modificación debida a los mismos en su formulación.

No terminan aquí las precisiones con los elementos nulos. Los estadísticos MAPE y WAPE deben tener en consideración para un tratamiento especial, además de los elementos doblemente nulos, a aquellos elementos que sean nulos en la tabla objetivo pero no en la tabla proyectada. En estos elementos, el tamaño relativo del error sería infinito.

Para dar solución a una situación como ésta, debemos analizar el significado de este hecho con un poco de detenimiento, dado que los datos con los que trabajaremos serán datos provenientes de marcos Input-Output y esta es una situación que puede ocurrir en la práctica.

Como se verá en los próximos capítulos, los métodos de proyección que empleamos en este trabajo tienen la propiedad de preservación del signo a la hora de la proyección. Esto quiere decir que si el elemento de la tabla de referencia (la tabla que se toma como punto de partida para hacer la proyección) es positiva (alternativamente, negativa), la proyección que realicemos de ese elemento será siempre positiva (alternativamente, negativa). Del mismo modo, si el valor del elemento en la tabla de referencia es nulo, el valor proyectado de ese elemento será nulo en cualquier caso.

Por tanto, los signos de los elementos de la tabla proyectada serán iguales a los de la tabla de referencia.

Si introducimos ahora en consideración los elementos de la tabla objetivo (la tabla verdadera del año en el que realizamos la proyección, y que se comparará con la tabla proyectada) se pueden dar diversas situaciones con respecto a los signos. Puede ocurrir que los signos de los elementos de la tabla proyectada y la tabla objetivo sean iguales (lo que será lo más usual), o puede que tengan signo cambiado. El hecho de que dos elementos tengan el signo cambiado no supone ningún problema para los estadísticos MAPE y WAPE.

En otras ocasiones, puede ocurrir que un elemento de una tabla sea nulo, mientras que el otro no lo sea.

¿Qué interpretación económica tiene este hecho? De manera muy breve, los coeficientes de las tablas objetivo y proyectada representan los flujos intersectoriales que existen en una economía en el año en que realizamos la proyección. Es decir, los flujos de bienes y servicios que se están intercambiando en una economía entre los diferentes agentes que intervienen en ella. Las tablas representan en su conjunto cómo se lleva a cabo el proceso de producción y consumo en una economía. Estas relaciones pueden cambiar a lo largo del tiempo, y en el año  $t$  ser diferentes a las del año base porque se haya producido algún cambio estructural. Es decir, puede ocurrir que elementos que eran nulos en la tabla original, y por tanto en la proyección, sean distintos de cero en la tabla objetivo. Este hecho implicaría que han aparecido nuevas relaciones estructurales. Dependiendo de en qué parte de la tabla estuviera ese elemento, este hecho tendría una interpretación económica u otra<sup>292</sup>. Por tanto, nuestros métodos de proyección no servirán para detectar estos nuevos flujos de intercambios económicos que aparecen en una economía, como tampoco detectarán la desaparición de las relaciones estructurales, es decir aquellos elementos que no eran nulos en la tabla de referencia y sí lo son en la tabla objetivo<sup>293</sup>.

---

<sup>292</sup> Básicamente puede ser una de las siguientes tres opciones. Si se da en la tabla de Origen significaría que una rama productiva está produciendo un bien que antes no producía. Si es en la tabla de empleos intermedios significará que una rama está consumiendo un bien o servicio que anteriormente no consumía para realizar su producción. Si se da en la tabla de empleos finales, que un agente institucional está realizando un consumo de un bien o servicio que antes no realizaba, se está realizando una exportación que antes no se había realizado, o se está acumulando o desacumulando el bien en términos de formación bruta de capital.

<sup>293</sup> Estos casos representan situaciones inversas a la anterior. Serían producciones secundarias que dejan de ser realizadas por alguna rama productiva, si este hecho se da en la tabla de Origen. Cuando esta situación se da en un elemento de la tabla de empleos intermedios puede ser debido a la sustitución de un input por cualquier motivo, elevación de precios, agotamiento del bien, obsolescencia o ser ineficiente frente a otros de nueva aparición. Si es en la matriz de demanda final puede significar que

En estos casos, los cambios en las relaciones estructurales afectan a nuestros estadísticos de bondad de ajuste, ¿cómo actuar ante la presencia de estos cambios estructurales?

Los estadísticos MAPE y WAPE no presentan problemas ante elementos que sean nulos en la tabla proyectada pero no sean nulos en la tabla objetivo. En estos casos el error relativo de estimación es del 100% con independencia de la importancia y la intensidad de la nueva relación estructural.

Sin embargo, en el caso contrario, cuando un elemento es nulo en la matriz objetivo pero no lo es en la matriz proyectada debemos dar un tratamiento especial a estos elementos, que tendrían un error relativo infinito. Existen principalmente dos opciones en estos casos:

- Prescindir de estos elementos en la fórmula del estadístico correspondiente. Esto implica no tener en cuenta estos errores de estimación. Por lo tanto, también habría que modificar el número de elementos que forman el cociente ya que algunos elementos han sido excluidos del cálculo.

A efectos prácticos esta situación sería equivalente a que estos coeficientes eliminados fuesen sustituidos por otros con errores relativos igual al tamaño medio del error relativo calculado sin tener en cuenta los coeficientes nulos. Es decir, estamos sustituyendo en la fórmula del estadístico elementos en los que el error relativo es infinito por otros elementos con un error relativo igual al tamaño medio de los demás coeficientes.

- La segunda opción sería asignar a estos coeficientes un error del 100%, que es lo que ocurre con estos elementos en los estadísticos SMAPE y SWAPE.

Ambas soluciones tienen sus pros y sus contras. La solución correcta a considerar debería tener en cuenta cuál es la distribución teórica de los errores, que para nosotros es desconocida en cualquier caso. Nosotros nos inclinaremos por la segunda opción porque entendemos que es la que más penaliza. Aunque un error relativo de estimación superior al 100% siempre es posible, lo más razonable es que la mayoría de los errores relativos sean menores al 100%, especialmente en aquellos elementos mayores de la tabla. Por tanto, nos inclinamos a asignar un error relativo del 100% a aquellos elementos que sean nulos en la tabla objetivo pero no así en la tabla proyectada.

Para tener una idea de que cuantos coeficientes se encuentran en esta situación (en la mayoría de los casos no será un número muy elevado, ni los cambios estructurales tendrán una

---

algún agente institucional ha dejado de consumir el bien, que se ha dejado de exportar, o que la formación bruta de capital del citado bien es nula.

magnitud muy elevada) se introducirán una serie de medidas cualitativas que se verán en el último grupo de medidas de bondad de ajuste.

Los estadísticos SMAPE, SWAPE, MASE y WASE no presentan estos problemas con las relaciones estructurales que aparezcan o desaparezcan, ya que todos los elementos serán tomados en consideración para el cómputo del estadístico a excepción de los elementos nulos en ambas tablas.

SMAPE y SWAPE ponderan con un valor del 100% las nuevas relaciones estructurales aparecidas y desaparecidas, con independencia de la intensidad de la misma. Esta circunstancia no se da en el MASE y el WASE, en los que el error de estimación se relativiza simplemente a través del error medio de un método ingenuo.

#### Acotación superior de SMAPE y SWAPE

En lo que respecta a la cota superior de SMAPE y SWAPE, dado que nuestras matrices podrán tener elementos negativos y a que los cambios de signo entre elementos de la tabla proyectada y la tabla objetivo son una eventualidad en absoluto insignificante, deberemos solventar este problema, ya que en estos casos no existiría una cota superior. La manera más simple de buscar una solución será trabajar con el valor absoluto de los elementos de ambas matrices<sup>294</sup>. Esto impone una ventaja inmediata y es que ambas matrices serán no negativas, por lo que existirá esa deseable cota superior. Sin embargo, tiene un pequeño efecto distorsionador, y es que en aquellos elementos en los que haya cambio de signo el error verdadero estaría infraestimado al tomarse los valores absolutos de los elementos. El hecho de poder disponer de una cota superior del estadístico, unido a que el número de elementos en el que puede haber cambio de signo será muy reducido y circunscritos a sólo unos escasos potenciales elementos de las tablas del marco Input-Output<sup>295</sup>, nos inclina a minimizar este problema de la infraestimación, ya que a la hora de la interpretación es mucho más relevante disponer de esa cota superior de los estadísticos.

<sup>294</sup> Otra solución equivalente, pues tendría exactamente las mismas consecuencias, sería considerar el valor absoluto de los elementos en el denominador de la fórmula.

<sup>295</sup> Las tablas con que trabajaremos sólo podrían presentar elementos negativos en las columnas de Variación de Existencias, en las de Formación Bruta de Capital, o en la de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos. A efectos prácticos, sólo algunos elementos de estas tres columnas serán negativos, y necesariamente no en todos puede haber una inversión del signo entre la tabla proyectada y la tabla objetivo. En consecuencia, el número de cambios de signo representará un porcentaje muy reducido con respecto al número de coeficientes totales de la tabla, tanto en número como en valor de los elementos con respecto al total de la tabla.

Basándonos en esa cota superior, Arto et alia (2014)<sup>296</sup> introducen una medida de bondad de ajuste que ellos denominan  $\rho$ -likelihood y que no sería más que

$$\rho\text{-likelihood} = 100 \left( 1 - \frac{SWAPE}{200} \right) \quad (2.8)$$

O, alternativamente para el SMAPE

$$\rho\text{-likelihood} = 100 \left( 1 - \frac{SMAPE}{200} \right) \quad (2.9)$$

La interpretación de (2.8) y (2.9) sería análoga a la interpretación de un coeficiente de determinación. Un valor del estadístico  $\rho$ -likelihood igual a uno implicaría un ajuste perfecto, mientras que un valor de  $\rho$ -likelihood igual a cero sería el peor ajuste posible. Cuanto más cerca estemos de la unidad mejor será el ajuste y por tanto la proyección realizada por el método empleado. Este estadístico tiene la innegable virtud de que es muy simple para las comparaciones transversales y entre diferentes métodos. Por tanto, es mucho más conveniente a la hora de la interpretación de los mismos, en lugar de trabajar con SMAPE y SWAPE, trabajar sus transformaciones en forma de coeficientes de  $\rho$ -likelihood, que denominaremos  $\rho$ -SMAPE y  $\rho$ -SWAPE respectivamente.

### **Estadísticos de bondad de ajuste basados en medidas de la teoría de la información**

Al igual que en el apartado anterior se han explorado los estadísticos de bondad de ajustes basados en distancias (errores absolutos, errores relativizados y errores escalados), en este apartado se van a revisar las principales medidas de bondad de ajuste basadas en la divergencia de Kullback-Leibler<sup>297</sup>. Ya introdujimos este concepto en el capítulo primero en el apartado de métodos indirectos con funciones objetivos de este tipo.

En este apartado exploramos las posibilidades de estos estadísticos como medidas de bondad de ajuste para medir la similitud entre la matriz objetivo  $X$  y la matriz proyectada  $\tilde{X}$ .

Al igual que en el apartado interior iremos presentando estas medidas de bondad de ajuste de manera progresiva, exponiendo sus limitaciones para nuestro caso, y presentando las sucesivas generalizaciones.

---

<sup>296</sup> Arto, I., Rueda-Cantucho, J.M. y Peters, G.P. (2014) op. cit.

<sup>297</sup> Kullback, S. y Leibler, R.A. (1951) op. cit.



La primera referencia sobre el empleo de la divergencia de Kullback-Leibler para medir la similitud existente entre coeficientes de una tabla proyectada frente a una tabla objetivo fue el realizado por Tilanus y Theil (1965)<sup>298</sup>. En este artículo, Tilanus y Theil, trabajan con los coeficientes técnicos por columnas de una tabla simétrica, que son positivos y su suma es igual a la unidad, por lo que no existen problemas para definir la información mutua o divergencia de Kullback-Leibler como medida de bondad de ajuste para medir la similitud entre una misma columna en  $X$  y  $\widetilde{X}$

$$I(X_i, \widetilde{X}_i) = \sum_{i=1}^n \widetilde{x}_i \ln \frac{\widetilde{x}_i}{x_i} \quad (2.10)$$

Si generalizamos este concepto para todos los elementos de tabla Input-Output de coeficientes técnicos, no sólo a una columna en particular, sería

$$I_1(X, \widetilde{X}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \widetilde{x}_{ij} \ln \frac{\widetilde{x}_{ij}}{x_{ij}} \quad (2.11)$$

de acuerdo con Butterfield y Mules (1980)<sup>299</sup>, el indicador (2.11) nos proporcionaría la información adicional que contiene en la matriz proyectada  $\widetilde{X}$  frente a la matriz objetivo  $X$ .

Cuando  $\widetilde{X}$  no contiene información extra en comparación con  $X$  esto es cuando  $\widetilde{x}_{ij} = x_{ij}$   $\forall i=1\dots m$  y  $\forall j=1\dots n$ , el ajuste sería perfecto y, en consecuencia,  $I_1(X, \widetilde{X}) = 0$ . Cuánto más se aleje  $\widetilde{x}_{ij}$  de  $x_{ij}$ , mayor será  $I_1(X, \widetilde{X})$ , y por tanto nuestro ajuste sería peor.

Cuando el indicador  $I_1(X, \widetilde{X})$  es aplicado a tablas Input-Output de coeficientes técnicos, la no negatividad del indicador está asegurada al ser  $\widetilde{X}$  y  $X$  matrices estocásticas por columnas. En el caso de que no fuera así, no podría asegurarse la no negatividad del mismo. En el caso de matrices no negativas en las que se verificara que  $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \widetilde{x}_{ij}$  podrían normalizarse los coeficientes por dicho total para tal fin.

<sup>298</sup> Tilanus, C.B. y Theil, H. (1965) "The information approach to the evaluation of Input-Output forecasts", *Econometrica*, vol. 33, no. 4, pp-847-862.

<sup>299</sup> Butterfield, M. y Mules, T. (1980) op. cit. p. 296

La condición  $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \widetilde{x}_{ij}$  aunque es una condición deseable para cualquier método de proyección, no se verifica, por lo general, para los métodos de proyección de tablas Input-Output. Esto es debido a que cuando se va a realizar la proyección, el valor total de la tabla objetivo es una magnitud desconocida. En métodos biproporcionales en los que las marginales son plenamente conocidas, como es el caso del método RAS original, sí podría normalizar los elementos de ambas matrices.

Si el indicador se aplica a elementos de matrices con elementos positivos y negativos, el indicador podría dar lugar a serias inconsistencias en su cálculo. Una posible solución para sortear el problema de la no negatividad sería trabajar con el siguiente indicador tal y como fue definido por Czamanski y Malizia (1969)<sup>300</sup>

$$I_2(X, \widetilde{X}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left| x_{ij} \ln \frac{\widetilde{x}_{ij}}{x_{ij}} \right| \quad (2.12)$$

Otra versión de este indicador es la introducida por Mínguez et alia (2009)<sup>301</sup>, Oosterhaven y Escobedo-Cardenoso (2011)<sup>302</sup>

$$I_3(X, \widetilde{X}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left| x_{ij} \ln \frac{\widetilde{x}_{ij}}{x_{ij}} \right| \quad (2.13)$$

El indicador  $I_3(X, \widetilde{X})$  es conocido usualmente en la literatura con el nombre de *Minimum Information Gain*. La interpretación de (2.12) y (2.13) aplicado a los elementos de una matriz no negativa es análoga a la de  $I_1(X, \widetilde{X})$ . La principal ventaja es garantizar su no negatividad en matrices no negativas cuyos elementos no estén acotados entre 0 y 1. Sin embargo, no está acotado superiormente.

Es preciso tener en cuenta que tanto (2.12) como (2.13) no son aplicables, por lo general, en matrices generales en las que los elementos pueden ser positivos o negativos.

Además, (2.12) y (2.13) presentan otra serie de inconvenientes que deben ser tenidos en cuenta:

<sup>300</sup> Czamanski, S. y Malizia, E. (1969) "Applicability and limitations in the use of national Input-Output Tables for Regional Studies", *Papers in Regional Science*, vol. 23, pp. 65-77.

<sup>301</sup> Mínguez, R., Oosterhaven, J. y Escobedo, F. (2009) op. cit. p. 337.

<sup>302</sup> Oosterhaven, J. y Escobedo-Cardenoso, F. (2011) "A new method to estimate input-output tables by means of structural lags, tested on Spanish regions", *Papers in Regional Science*, vol. 90, p. 838.

- Todos los elementos que sean nulos en ambas matrices deben excluirse del cómputo del indicador ya que cuando  $\widetilde{x}_{ij} = x_{ij} = 0$  el indicador quedaría indeterminado.
- Igualmente, cuando se anule sólo uno de los coeficientes, dependiendo del indicador considerado, la ganancia de información sería infinita y el ajuste sería pésimo dejando, de nuevo, de tener sentido el indicador. Una posible solución en estos casos sería prescindir para el cómputo del indicador de todos aquellos elementos que sean nulos en alguna de las matrices. Sin embargo, esto supone un gran inconveniente puesto que, al actuar de este modo, estaríamos sobreestimando la capacidad de ajuste de nuestro método.
- Al igual que MAPE y WAPE, es sensible a los errores por exceso y por defecto en las estimaciones, no tratando por igual ambas.
- No son simétricos ya que  $\widetilde{X}$  y  $X$  no son intercambiables.

Una sencilla forma de solucionar el diferente tratamiento dado por el indicador a los errores proporcionales por exceso frente a los errores proporcionales por defecto, sería tomar valores absolutos al cociente del logaritmo. Tendríamos entonces el indicador conocido como  $\phi(X, \widetilde{X})$  de Smith y Hutchinson<sup>303</sup>

$$\phi(X, \widetilde{X}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^n \widetilde{x}_{ij} \left| \ln \frac{\widetilde{x}_{ij}}{x_{ij}} \right| \quad (2.14)$$

En efecto, si  $\frac{\widetilde{x}_{ij}}{x_{ij}} = k$  con  $k > 1$ , es decir, error por exceso, entonces es inmediato comprobar

que para los casos en que  $\frac{\widetilde{x}_{ij}}{x_{ij}} = \frac{1}{k}$ , error por defecto del mismo orden magnitud, se tendría

$$\text{que } |\ln k| = \left| \ln \frac{1}{k} \right|$$

El estadístico de bondad de ajuste  $\phi(X, \widetilde{X})$  presenta las mismas propiedades e inconvenientes que  $I_2(X, \widetilde{X})$  y  $I_3(X, \widetilde{X})$ , con la excepción hecha de que sí solventa parcialmente el diferente trato dado a los errores proporcionales por exceso y por defecto.

<sup>303</sup> Véase Knudsen, D.C. y Fotheringham, A.S. (1986), "Matrix Comparison, Goodness of Fit and Spatial Interaction Modelling", *International Regional Science Review*, vol. 10, no. 2, p. 130

Otro indicador en esta línea de pensamiento que puede emplearse para medir la similitud de dos matrices es el denominado como Psi de Kullback, que fue introducido por Kullback en 1959<sup>304</sup>

$$\psi(X, \tilde{X}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^n x_{ij} \ln \frac{x_{ij}}{\left(\frac{x_{ij} + \tilde{x}_{ij}}{2}\right)} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^n \tilde{x}_{ij} \ln \frac{\tilde{x}_{ij}}{\left(\frac{x_{ij} + \tilde{x}_{ij}}{2}\right)} \quad (2.15)$$

Como puede verse,  $\psi(X, \tilde{X})$  sería similar a la agregación de  $I_1(X, \tilde{X}) + I_1(\tilde{X}, X)$  pero a la hora de realizar la comparativa entre  $x_{ij}$  y  $\tilde{x}_{ij}$ , se toma la media aritmética de ambos, de manera similar a como actúa el indicador SMAPE. De esta forma se garantiza la simetría del indicador, ya que  $X$  y  $\tilde{X}$  son intercambiables, no importando para el valor del indicador qué matriz se usa como término de comparación.

La interpretación del valor de  $\psi(X, \tilde{X})$  es similar a los anteriores indicadores de este tipo.

Un valor de  $\psi(X, \tilde{X})$  igual a 0 implica que  $X$  y  $\tilde{X}$  son iguales en todos sus elementos; cuanto más no alejamos de 0 mayor discrepancia existirán entre  $X$  y  $\tilde{X}$ .

Las ventajas de  $\psi(X, \tilde{X})$  frente a los indicadores anteriores son muy importantes. En primer lugar, para el cómputo del mismo sólo es necesario prescindir de aquellos elementos que sean nulos en ambas matrices, lo que no supone una dificultad en términos de bondad de ajuste ya que no realmente no hay errores en las estimaciones de esos elementos.

Para aquellos casos en los que sólo sea el elemento nulo en una matriz, no así en la otra, en virtud de que  $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$ , sólo sería necesario tomar como nulo aquel sumando en que

$$\tilde{x}_{ij} \ln \frac{x_{ij}}{\left(\frac{x_{ij} + \tilde{x}_{ij}}{2}\right)} \quad \text{ó} \quad x_{ij} \ln \frac{x_{ij}}{\left(\frac{x_{ij} + \tilde{x}_{ij}}{2}\right)}$$

presente problemas de definición.

Para matrices estocásticas se tiene que<sup>305</sup>

<sup>304</sup> Véase Knudsen, D.C. y Fotheringham, A.S. (1986) op. cit. p. 131

<sup>305</sup> Véase Knudsen, D.C. y Fotheringham, A.S. (1986) op. cit. p. 131. En nuestra opinión esta cota se puede afinar aún más, ya que para matrices estocásticas,  $\psi(\tilde{X}, X)$  nunca será superior a  $2m \ln 2$  en el caso de que sean las filas las que sumen 1 ó, alternativamente, nunca será superior a  $2n \ln 2$  en el caso de que sean las columnas las que sumen 1.

$$0 \leq \psi(X, \tilde{X}) \leq m \cdot n \cdot \ln 2$$

Estas cotas se pueden generalizar al caso en que  $X$  y  $\tilde{X}$  fueran matrices no negativas:

$$0 \leq \psi(X, \tilde{X}) \leq \ln 2 \cdot \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x_{ij} + \tilde{x}_{ij})$$

En el caso de matrices con elementos positivos y negativos, siempre que no existan cambios de signos entre los elementos de  $X$  y  $\tilde{X}$ , la cota inferior seguiría siendo cierta y sólo se alcanzaría la citada cota inferior en el caso de que  $X$  y  $\tilde{X}$  tuvieran todos sus elementos coincidentes.

Cuando puedan existir cambios de signos entre los elementos de  $X$  y  $\tilde{X}$ , el indicador  $\psi(X, \tilde{X})$  deja de ser adecuado ya que presentaría problemas de definición.

Otro inconveniente de  $\psi(X, \tilde{X})$  es el trato no equitativo a las estimaciones por exceso y por defecto. Éste puede ser solventado de manera sencilla, tomando valores absolutos de los logaritmos del mismo modo que se hizo en el estadístico  $\phi(X, \tilde{X})$ . Así, Knudsen y Fotheringham<sup>306</sup> introducen el estadístico Psi de Kullback modificado

$$\overline{\psi(X, \tilde{X})} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} \left| \ln \frac{x_{ij}}{\left(\frac{x_{ij} + \tilde{x}_{ij}}{2}\right)} \right| + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \tilde{x}_{ij} \left| \ln \frac{\tilde{x}_{ij}}{\left(\frac{x_{ij} + \tilde{x}_{ij}}{2}\right)} \right| \quad (2.16)$$

El principal problema de  $\overline{\psi(X, \tilde{X})}$  es que no puede emplearse en matrices generales en las que los elementos de  $X$  y  $\tilde{X}$  puedan presentar cambios de signos como será nuestro caso. Temurshoev et alia (2010)<sup>307</sup> y posteriormente en Temurshoev et alia (2011)<sup>308</sup> y Temurshoev y Timmer (2011)<sup>309</sup> introducen otra versión de  $\overline{\psi(X, \tilde{X})}$ . Esta versión modificada del estadístico quedaría

<sup>306</sup> Knudsen, D.C. y Fotheringham, A.S. (1986) op. cit. p. 131.

<sup>307</sup> Temurshoev, U., Yamano, N. y Webb, C. (2010) op. cit. p. 23

<sup>308</sup> Temurshoev, U., Webb, C. y Yamano, N. (2011) op. cit. p. 110

<sup>309</sup> Temurshoev, U y Timmer, M.P. (2011) op. cit. p. 876

$$\overline{\psi(X, \widetilde{X})}^* = \frac{1}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^n x_{ij}} \sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^n |x_{ij}| \ln \frac{x_{ij}}{\left(\frac{|x_{ij}| + |\widetilde{x}_{ij}|}{2}\right)} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^n |\widetilde{x}_{ij}| \ln \frac{\widetilde{x}_{ij}}{\left(\frac{|x_{ij}| + |\widetilde{x}_{ij}|}{2}\right)} \quad (2.17)$$

En nuestra opinión, (2.17) presenta los mismos inconvenientes que (2.16) ya que la formulación empleada por estos autores no asegura que pueda emplearse en matrices  $X$  y  $\widetilde{X}$  generales, en las que pueda haber cambios de signo entre los elementos como será nuestro caso al trabajar con tablas de Origen y de Destino.

En conclusión, ¿qué propuesta realizamos nosotros como indicador basado en la teoría de la información para medir la similitud de  $X$  y  $\widetilde{X}$  ?

Si no podemos descartar la existencia de elementos negativos en las matrices  $X$  y  $\widetilde{X}$ , y en los que además puede haber cambios de signo entre los elementos de  $X$  y  $\widetilde{X}$ , existen básicamente 3 soluciones en nuestra opinión.

1. Una primera solución sería trabajar con los valores absolutos de  $X$  y  $\widetilde{X}$ . De esta manera esta transformación convertiría a  $X$  y  $\widetilde{X}$  en matrices no negativas y no habría problemas de definición. Inicialmente, el tomar valores absolutos parece que podría resolver el tema de manera neutra. Esto es relativamente cierto pero con una salvedad, ya que en aquellos casos en los que las proyecciones presenten un signo diferente al valor de la tabla objetivo estaríamos sobreestimando la bondad de ajuste de nuestro método y ésta parecería mejor de lo que realmente debería ser.
2. Una segunda solución sería establecer un valor arbitrario de penalización para el error de estimación de la fórmula en esos coeficientes en los que existe un cambio de signo. Esta solución es similar a la corrección que empleamos en los estadísticos MAPE y WAPE.

En este caso, nos inclinaríamos a sustituir  $\ln \frac{x_{ij}}{\left(\frac{|x_{ij}| + |\widetilde{x}_{ij}|}{2}\right)}$  y  $\ln \frac{\widetilde{x}_{ij}}{\left(\frac{|x_{ij}| + |\widetilde{x}_{ij}|}{2}\right)}$  por un

coeficiente que penalice, bien podría ser  $\ln 2$  o un número mayor.

3. Una tercera solución sería descartar los elementos de  $X$  y  $\widetilde{X}$  en el cómputo del indicador. Esto supondría también una infravaloración de nuestro indicador, y sobreestimación de la bondad de ajuste.

Ninguna de las tres opciones planteadas es plenamente satisfactoria desde el punto de vista práctico. La primera y la tercera solución infraestiman el nivel de error y dan una mejor idea de la bondad de ajuste. La segunda nos llevaría a definir un indicador en el que la cota máxima no estaría bien definida.

En este trabajo nos hemos inclinado por la primera opción por las razones que a continuación damos.

Dado el gran volumen de coeficientes que suele presentar un marco Input-Output, y el hecho de que cuando se trabaja a precios básicos el número de coeficientes negativos se restringe exclusivamente a un conjunto potencialmente reducido de nuestras tablas<sup>310</sup>. Además de ese conjunto potencialmente reducido, no todos cambiarían de signo sino un conjunto aún menor de ellos. Por tanto, el número potencial de posibles cambios de signos será muy reducido con respecto al total de coeficientes de la tabla. Por tanto, el grado de sobreestimación de la bondad de ajuste, si trabajamos con los valores de los elementos de  $X$  y  $\widetilde{X}$  tomados en valor absoluto será muy pequeña.

En consecuencia, nuestra propuesta de indicador de bondad de ajuste en este apartado sería

$$\overline{\overline{\psi}}(X, \widetilde{X}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^n |x_{ij}| \ln \frac{|x_{ij}|}{\left(\frac{|x_{ij}| + |\widetilde{x}_{ij}|}{2}\right)} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^n |\widetilde{x}_{ij}| \ln \frac{|\widetilde{x}_{ij}|}{\left(\frac{|x_{ij}| + |\widetilde{x}_{ij}|}{2}\right)} \quad (2.18)$$

El indicador así definido tendría las siguientes propiedades:

1. No presenta problemas de definición en matrices con elementos positivos y negativos, ni con aquellos elementos nulos existentes en  $X$  y  $\widetilde{X}$
2. Está acotado

$$0 \leq \overline{\overline{\psi}}(X, \widetilde{X}) \leq \ln 2 \cdot \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (|x_{ij}| + |\widetilde{x}_{ij}|)$$

<sup>310</sup> Básicamente estos se encontrarán en el vector impuestos netos de subvenciones sobre los productos y en las columnas de la tabla de Demanda Final correspondiente a la Variación de existencias o la Formación Bruta de Capital.

La cota inferior significaría que  $X$  y  $\widetilde{X}$  son coincidentes en todos sus elementos, salvo en aquellos elementos en los que pudiera existir cambio de signo.

La cota superior sólo se alcanzaría cuando los elementos de  $X$  y  $\widetilde{X}$  se relacionaran del siguiente modo:

$$\text{si } x_{ij} \neq 0 \rightarrow \widetilde{x}_{ij} = 0 \text{ y si } \widetilde{x}_{ij} \neq 0 \rightarrow x_{ij} = 0 \quad \forall i, j$$

3. Otra propiedad muy interesante de la Psi-Kullback y las modificaciones presentadas que también es aplicable a este indicador y que fue analizada por Knudsen y Fotheringham<sup>311</sup> existe una relación lineal casi perfecta entre  $\overline{\psi(X, \widetilde{X})}$  y el error relativo medio de estimación entre  $X$  y  $\widetilde{X}$ . Es decir si suponemos que

$$\widetilde{X} = X + \varepsilon$$

donde  $\varepsilon$  es una variable aleatoria con esperanza igual a un error típico de estimación que pretendamos simular, obtendríamos que para diferentes niveles de error típico medio introducidos la relación entre  $\varepsilon$  y la esperanza de  $\varepsilon$  es prácticamente lineal

A modo de conclusión, de todos los indicadores presentados en este apartado resulta obvio que  $\overline{\psi(X, \widetilde{X})}$  es el más efectivo, puesto que presenta todas las características positivas de los anteriores, y sus inconvenientes son menores para matrices con elementos positivos y negativos.

Dado que está acotado superiormente, es posible construir una versión relativizada del mismo que sea más fácil de interpretar y permita comparaciones entre distintos métodos de manera sencilla. Así definimos el indicador  $\rho - PSI$  del siguiente modo:

$$\rho - PSI = 100 \cdot \frac{\overline{\psi(X, \widetilde{X})}}{\ln 2 \cdot \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (|x_{ij}| + |\widetilde{x}_{ij}|)} \quad (2.19)$$

para lograr su acotación entre 0 y 1, con una interpretación análoga inmediata a los indicadores  $\rho - SMAPE$  y  $\rho - SWAPE$  anteriormente introducidos en (2.8) y (2.9).

<sup>311</sup> Véase Knudsen, D.C. y Fotheringham, A.S. (1986) op. cit. p.133-136. En este caso, ellos están trabajando en el contexto de matrices no negativas por lo que el análisis es plenamente coincidente para nuestro indicador  $\overline{\psi(X, \widetilde{X})}$ .



### *Medidas clásicas de bondad de ajuste de tablas de contingencia y modelos lineales*

Además de los estadísticos citados anteriormente, existen otros métodos para definir medidas de bondad de ajuste muy comunes en la literatura y que describimos a continuación.

Una opción para medir el ajuste entre dos matrices es obtener un simple coeficiente de correlación entre los elementos de ambas tablas

$$r_{x,\bar{x}} = \frac{Cov(X, \bar{X})}{S_x \cdot S_{\bar{x}}}$$

El coeficiente de correlación es un coeficiente que suele ser utilizado en la práctica para la comparación de matrices, a pesar de que el objetivo del coeficiente de correlación es medir el grado de relación lineal entre los elementos de ambas matrices. El motivo es que es muy conocido, fácil de calcular y aplicable para los elementos de cualquier matriz arbitraria. Además, sus propiedades están muy estudiadas y son muy conocidas, por lo que es fácil de entender. Además, no requiere excluir ningún par de elementos<sup>312</sup>, ni tener que hacer ningún reparo ante elementos nulos, positivos, negativos o cambios de signo.

Presenta la propiedad de la simetría, no se ve afectado por cambios de escala, ni por cambios de origen, por tanto considera de manera equitativa tanto las estimaciones por exceso como las estimaciones por defecto.

Su interpretación es fácil, en el caso de que  $r_{x,\bar{x}} = 1$ , lo que implicaría que la relación lineal es exacta. Esto induciría a pensar que el ajuste es perfecto, sin embargo esto puede no ser así. Podría ocurrir que un coeficiente de correlación igual a 1 ocultara algún error sistemático del tipo  $\bar{x}_{ij} = a + b \cdot x_{ij}$  para cualquier  $a$  y  $b$  distintos de 0  $\forall i, j$ , y el coeficiente de correlación reflejaría un ajuste perfecto, no siendo cierto en absoluto.

A pesar de esa crítica, situaciones como esas son prácticamente imposibles imaginar más allá de un ejemplo patológico, y aun así, sería inmediato darse cuenta de la situación con una simple inspección visual de los resultados.

No es éste el único motivo por el que el empleo del coeficiente de correlación es muy controvertido. Dado que está midiendo relación lineal entre los elementos, pueden dar valores del coeficiente de correlación elevado que esconden errores porcentuales medios muy

---

<sup>312</sup> Aunque en la práctica se suelen excluir todos los coeficiente doblemente nulos cuando su número es muy elevado.

significativos. Smith y Hutchinson en 1981<sup>313</sup> reportan un ejemplo en el que el coeficiente de correlación es igual a 0.7 y los elementos de ambas matrices difieren en un porcentaje medio del 100%.

Una opción para matizar ese contraejemplo sería usar el Coeficiente de Determinación dado que  $R^2 \leq |r_{x,\bar{x}}|$  en cualquier caso, y coeficiente de correlación con un valor medio alto se convierte en un valor medio bajo. Muchos autores emplean el coeficiente de determinación como medida de bondad de ajuste entre matrices<sup>314</sup>. Sin embargo, esto puede ocultar situaciones también controvertidas. Un coeficiente de correlación negativo significaría una muy mala estimación en cualquier caso. El hecho de elevar al cuadrado hace que perdamos esa orientación.

Szyrmer en 1984<sup>315</sup>, propuso la siguiente medida de bondad de ajuste basada en una transformación del coeficiente de correlación a la que denominó Índice de Disparidad

$$ID = 50 \cdot (1 - r_{x,\bar{x}})$$

De este modo  $ID$  estaría acotado entre 0 y 100. Cuando  $ID=0$  significaría un ajuste "perfecto", con los matices anteriormente introducidos, y cuando  $ID=100$ , equivalente a  $r_{x,\bar{x}} = -1$  un ajuste pésimo. Dejando el valor 50 para el que caso en que la proyección obtenida esté incorrelada con la matriz objetivo. Lo interesante de esta medida, es que deja claro que cualquier coeficiente de correlación negativo es un mal ajuste. Sin embargo, al ser una transformación lineal de  $r_{x,\bar{x}}$ , adolece de todas las críticas realizadas anteriormente al propio coeficiente de correlación.

A pesar de las críticas vertidas sobre  $r_{x,\bar{x}}$  y su transformación lineal, dada su gran popularidad y su facilidad de interpretación será uno de los indicadores que emplearemos en nuestra evaluación empírica.

Con el objeto de que esté alineado en la interpretación con otros indicadores relativos como el  $\rho-PSI$  y  $\rho-SWAPE$ , en lugar de utilizar el Índice de Disparidad, emplearemos una versión análoga que denominaremos Índice de Similaridad:

---

<sup>313</sup> Véase Knudsen y Fotheringham (1986) op. cit. p. 136

<sup>314</sup> Véase Temurshoev, Yamano y Webb (2010) op. cit. p. 23

<sup>315</sup> Véase Lahr, M.L. (2001) op. cit. p.237

$$IS = 100 - ID = 50(1 + r_{X, \tilde{X}}) \quad (2.20)$$

En este caso,  $IS$  al igual que  $ID$  está acotado entre 0 y 100. Sin embargo su interpretación es la contraria. Un valor de 100 ocurriría si y sólo si  $r_{X, \tilde{X}} = 1$ , mientras que si  $r_{X, \tilde{X}} = -1$ , entonces  $IS = 0$  y el ajuste sería pésimo. Por tanto, la interpretación de  $IS$  está en línea con los estadísticos  $\rho - PSI$  y  $\rho - SWAPE$  anteriormente introducidos.

La otra gran medida de bondad de ajuste sería el estadístico Ji-Cuadrado. En el fondo, el Ji-Cuadrado no es más que un caso particular de medida de promedio de distancias relativizadas:

$$\chi^2(X, \tilde{X}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{(x_{ij} - \tilde{x}_{ij})^2}{\tilde{x}_{ij}}$$

Las propiedades del coeficiente Ji-Cuadrado también son muy conocidas. En primer lugar, es mayor o igual que 0, reflejando el valor nulo en caso de ajuste perfecto, es decir  $\tilde{x}_{ij} = x_{ij} \forall i, j$ . Está acotado superiormente por el valor

$$\chi^2_{\max} = (\min(m, n) - 1) \cdot \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}$$

Es un coeficiente interesante en otros contextos porque su distribución de probabilidad es conocida, y puede ser empleado para realizar contrastes. Tiene varias limitaciones, las más importantes son que no puede emplearse en matrices en el que algún elemento fuera negativo. Igualmente, habría que excluir del cómputo todos aquellos elementos en los que  $\tilde{x}_{ij} = 0$ , por lo que estaríamos sobrevalorando la bondad de ajuste en casos de presencia de un fuerte cambio estructural.

Knudsen y Fotheringham<sup>316</sup> en su análisis de sensibilidad de los estadísticos  $r_{X, \tilde{X}}$  y  $\chi^2(X, \tilde{X})$ , establecen que son los que peor se correlacionan con un tamaño medio de error inducido, por lo que no los consideran muy adecuados para su uso, teniendo una escasa capacidad de discriminación.

A pesar de todo lo dicho, como ya se ha mencionado, pueden ser interesantes gracias a su popularidad y su fácil interpretación, y aunque no sean adecuados para decir si el ajuste

<sup>316</sup> Knudsen, D.C. y Fotheringham, A.S. (1986) op. cit. p. 235

realizado es bueno o no, sí son útiles para ordenar la capacidad predictiva de los distintos métodos de proyección frente a una única tabla objetivo.

### *Otras medidas de bondad de ajuste cualitativas*

Para terminar, introducimos aquí una serie de indicadores muy simples, que permiten determinar las características de la matriz proyectada y la matriz objetivo en lo que respecta a su estructura. Estas medidas, en un contexto más general, suelen emplearse para determinar de manera sencilla el cambio estructural.

La primera medida es el indicador  $N0$ . Esta medida es empleada por Temurshoev et alia (2010)<sup>317</sup>, y calcula el número de elementos que son nulos en  $\tilde{X}$  que a su vez no lo son en  $X$ . Cuando  $N0$  es mayor que 0, lo que estamos constatando que por el transcurso del tiempo, elementos nulos que representan la ausencia de transacciones en una economía se convierten en positivos en lo que viene a representar un 'cambio estructural', esto es el surgimiento de nuevas relaciones económicas entre diferentes sectores.

De especial interés en algunos casos, sería la situación contraria, cuantificar el número de elementos que no son nulos en  $\tilde{X}$  pero sí lo son en  $X$ . Llamaremos a este indicador  $N1$ . Éste sería justo el caso contrario, al anterior. En esta una relación ha desaparecido, bien porque ha habido un cambio tecnológico que hace innecesaria esa transacción o se ha sustituido algún producto por otro sustitutivo. Es otra forma de cambio estructural.

También cuantificaremos el número de elementos que son nulos en ambas matrices,  $D0$ . De esta manera podemos trazar la evolución que han seguido todos los elementos nulos en las matrices  $\tilde{X}$  y  $X$ . Por último, cuantificaremos también todos los elementos con signo cambiado entre  $\tilde{X}$  y  $X$ , al que denominaremos  $NP$ . Como hemos manifestado anteriormente, esto sólo puede ocurrir potencialmente en un conjunto reducido de elementos de  $\tilde{X}$  y  $X$ . Para nosotros será interesante cuantificar la ocurrencia de este hecho, para saber en qué medida se está produciendo una infraestimación del error de proyección y una sobreestimación de la bondad de ajuste en los indicadores basados en la teoría de la información.

---

<sup>317</sup> Temurshoev, U., Yamano, N. y Webb, C. (2010) op. cit. , p. 23

Dado que los métodos que se emplearán en este trabajo, debido a la propiedad de preservación del signo, no son adecuados para anticipar el cambio estructural, en consecuencia, estos indicadores valdrán lo mismo en todos los métodos de proyección que emplearemos, siempre que estos se apliquen a una misma matriz de referencia y a una misma matriz objetivo. Por tanto, estos indicadores no servirían para discriminar entre métodos de proyección.

Sin embargo, el empleo de estos indicadores en nuestro caso, tiene especial interés para contrastar la calidad de las medidas de bondad de ajuste como la Psi de Kullback y su transformación en forma de  $\rho - PSI$ , o los estadísticos SMAPE o SWAPE junto con sus transformaciones  $\rho - SMAPE$  y  $\rho - SWAPE$ , y así valorar como las convenciones tomadas en estas medidas de bondad de ajuste pueden estar afectando a nuestras medidas de bondad de ajuste.

#### *A modo de recapitulación sobre las medidas de bondad de ajuste*

A modo de recapitulación, introducimos las siguientes tablas en la que se presentan los estadísticos de bondad de ajuste más relevantes que se han tratado en este apartado, revisando sus propiedades más relevantes.

Se han sombreado en azul aquellas características que son positivas del estadístico, y se han dejado de sombrear aquellas que son negativas. En una trama intermedia, estarían aquellas características que son neutras, o que pueden ser positivas o negativas según lo que se quiera valorar.

Como puede verse en la Tabla 1, los estadísticos  $\rho - SMAPE$  y  $\rho - SWAPE$  serían los que presentan mejores propiedades de todos los estadísticos basados en promedios de diferencias. A pesar de ello, apenas hemos encontrado una única referencia al mismo en la literatura sobre métodos de proyección de marcos Input-Output, la ya mencionada de Arto, Rueda-Cantucho y Peters en 2014<sup>318</sup>. Dado que el estadístico  $\rho - SMAPE$  está basado en el SMAPE y presenta

---

<sup>318</sup> Butterfield y Mules en su artículo de 1980 introducen un índice de similaridad entre dos elementos de una matriz que es igual al núcleo del SMAPE. En particular establecen que el índice de similaridad del elemento  $x_{ij}$  frente al mismo elemento en una matriz proyectada sería  $S_{ij} = 1 - \frac{x_{ij} - \widetilde{x}_{ij}}{x_{ij} + \widetilde{x}_{ij}}$ . Sin

embargo, el índice es descartado por ellos mismos ya que la existencia de números negativos en los elementos de las matrices podría introducir una distorsión a la hora de promediar esos índices a lo largo de todos los elementos de una matriz. De hecho, el índice sólo es mencionado en el artículo sin hacer

la inconveniencia de que todos los errores relativos se ponderan por igual, por lo que los errores relativos importantes en elementos pequeños sesgan mucho al alza el estadístico, sólo retendremos su versión ponderada  $\rho$ -SWAPE.

Tabla 1. Propiedades de los estadísticos de bondad de ajuste basados en promedios de las diferencias.

	MAD	MAPE	WAPE	$\rho$ -SMAPE	$\rho$ -SWAPE	MASE	WASE
Cota Inferior	0	0	0	0	0	0	0
Cota Superior	No	No	No	Sí (para matrices no negativas)	Sí (para matrices no negativas)	No	No
Ponderación de los elementos individuales en la construcción de la medida resumen	Constante	Constante	Peso relativo del elemento	Constante	Peso relativo del elemento	Constante	Peso relativo del elemento
¿Intervienen todos los elementos de la tabla en la construcción del estadístico?	Sí	Se excluyen todos aquellos elementos que son nulos en la tabla objetivo.		Sólo se excluyen los elementos nulos simultáneamente en la tabla objetivo y la tabla proyectada.		Sí	Sí
Sensible a cambios de origen	No	Sí	Sí	Sí	Sí	No	No
Sensible a cambios de escala	Sí	No	No	No	No	No	No
Sensible al tamaño de los elementos	Sí	No	No	No	No	No	No
Simetría (intercambiabilidad)	Sí	No	No	Sí	Sí	No	No
Tratamiento equitativo de infraestimación y sobreestimación	Con reservas	Con reservas	Con reservas	Con reservas	Con reservas	Sí	Sí
Adecuada para comparaciones transversales	No	Con reservas	Con reservas	Sí	Sí	Sí	Sí

Elaboración propia.

Los estadísticos MASE y WASE también presentan un gran número de buenas propiedades y no han sido empleados, hasta donde conocemos, en la literatura específica de este campo. Por este motivo, los retendremos también en la evaluación empírica de este trabajo.

Inicialmente nos sentiríamos inclinados a retener únicamente estas tres medidas de bondad de ajuste. Sin embargo, dada la popularidad del estadístico WAPE, y en aras a una mayor

un posterior uso de él a lo largo del mismo. Véase para mayor detalle Butterfield, M. y Mules, T. (1980) op. cit. p. 295.

comparabilidad de nuestros resultados de evaluación con otros estudios, también los emplearemos para medir la bondad de ajuste de los métodos desarrollados.

Por tanto y como conclusión, de este primer conjunto de estadísticos retendremos 4 medidas de bondad de ajuste basadas en los errores relativos: WAPE,  $\rho-SWAPE$ , y por último los estadísticos MASE y WASE.

Tabla 2. Propiedades de los estadísticos de bondad de ajuste basados en la teoría de la información, estadísticos clásicos de bondad de ajuste y estadísticos cualitativos.

	$\rho$ -PSI	Coefficiente de Correlación	Índice de Similitud	Ji-Cuadrado	NO	N1	DO	NP
Cota Inferior	0	-1	0	0	0	0	0	0
Cota Superior	100	1	100	$\chi^2_{max}$	$m \cdot n$	$m \cdot n$	$m \cdot n$	$m \cdot n$
Ponderación de los elementos individuales en la construcción de la medida resumen	Peso relativo del elemento	No	No	No	-	-	-	-
¿Intervienen todos los elementos de la tabla en la construcción del estadístico?	Sí	Sí	Sí	Se excluyen todos aquellos elementos que son nulos en la tabla proyectada.	Sí	Sí	Sí	Sí
Sensible a cambios de origen	Sí	No	No	Sí	-	-	-	-
Sensible a cambios de escala	No	No	No	No	-	-	-	-
Sensible al tamaño de los elementos	No	No	No	No	-	-	-	-
Simetría (intercambiabilidad)	Sí	Sí	Sí	No	-	-	-	-
Tratamiento equitativo de infraestimación y sobreestimación	Con reservas	Con reservas	Con reservas	Con reservas	-	-	-	-
Adecuada para comparaciones transversales	Sí	No	No	No	No	No	No	No

Elaboración propia

En la Tabla 2 se resumen las propiedades más representativas del resto de indicadores estudiados en este apartado. Como puede verse en la misma, en cuanto a propiedades, el estadístico  $\rho-PSI$  que hemos introducido es la mejor medida de bondad de ajuste de todas las presentadas en la citada tabla. Esto a pesar de los inconvenientes de su definición debidos

a posibles elementos con cambio de signo a los que tampoco son ajenos tanto el  $\rho - SWAPE$  como tampoco el  $\rho - SMAPE$ .

A pesar de esta inconveniencia en la definición del estadístico  $\rho - PSI$ , y el hecho de ser una medida poco intuitiva en comparación a las basadas en promedios, es la que mayor número de propiedades positivas presenta y por ese motivo la emplearemos en la evaluación empírica. De las demás presentes en la Tabla 2, sólo retendremos el Índice de Similaridad, al ser una transformación lineal del coeficiente de correlación.

En cuanto a los indicadores N0, N1, D0 y NP se emplearán únicamente con el objeto de medir la importancia cualitativa del cambio estructural, y como éste puede estar distorsionando algunos estadísticos de bondad de ajuste. Como se verá más adelante en el capítulo quinto correspondiente a la evaluación empírica, el cambio estructural no tendrá mucha importancia en términos cualitativos, por lo que no distorsiona de manera significativa a los estadísticos de bondad de ajuste.

Por tanto, en nuestra evaluación empírica presentaremos un conjunto de seis estadísticos para contrastar desde diferentes prismas la bondad de ajuste de los métodos de proyección que introduciremos en los capítulos que siguen a continuación:

- 3 absolutos, en el sentido que no están acotados, WAPE, MASE y WASE, que cuanto más próximos estén a cero, mejor será el ajuste y, al contrario, cuanto más se alejen de cero peor será el ajuste.
- 3 relativos, acotados entre 0 y 1 (ó entre 0 y 100 si trabajamos porcentualmente),  $\rho - SWAPE$ ,  $\rho - PSI$  y el Índice de Similaridad. En el caso de estos estadísticos, cuanto más próximos estén a 0 peor será el ajuste, y cuanto más próximos a 1 (alternativamente a 100), mejor será el ajuste realizado.



*El verdadero lugar de nacimiento es aquel donde por primera vez nos miramos con una mirada inteligente; mis primeras patrias fueron los libros (Marguerite Yourcenar, Memorias de Adriano)*

## CAPÍTULO 3

### LOS MÉTODOS EURO Y SUT-RAS

El objetivo fundamental de este capítulo es introducir los métodos centrales que se van a emplear en la aplicación empírica que vamos a llevar a cabo. No serán exactamente los definitivos que utilizaremos, ya que a partir de los métodos originales desarrollados por Beutel (2002 y 2008)<sup>319</sup>, Temurshoev y Timmer (2011)<sup>320</sup>, desarrollaremos una nueva batería de métodos que, por un lado hagan perfectamente comparables los mismos en lo que respecta a la información considerada, y por otro, realicen un tratamiento menos simplificado y más explícito de algunas magnitudes que son pasadas por alto en los métodos originales, a pesar de las incongruencias contables que ello supone.

Los métodos que se detallarán a lo largo de este capítulo son, en primer lugar, dos versiones del método EURO. La primera versión está diseñada para ser aplicado a tablas Input-Output simétricas, y la segunda versión es para ser aplicado a la proyección de Tablas de Origen y

---

<sup>319</sup> Beutel, J. (2002) "The economic impact of objective 1 interventions for the period 2000-2006" y Beutel, J. (2008) "An Input-Output System of Economic Accounts for the EU Member States". Interim Report for Service Contract Number 150830-2007 FISC-D.

<sup>320</sup> Temurshoev, U., y Timmer, M.P. (2011) "Joint estimation of supply and use tables", *Papers in Regional Science*, vol. 90, Issue 4, pp. 863-882.

Destino. Ambas versiones fueron desarrolladas originalmente por Beutel en dos documentos ya mencionados para la Comisión Europea, el primero en 2002, y el segundo en 2008.

En segundo lugar, se describirá el método SUT-RAS, desarrollado originalmente por Temurshoev y Timmer en el artículo antes mencionado publicado en 2011. En este caso nos centraremos especialmente en una de las versiones presentadas en el citado trabajo, la que trabaja a precios básicos, ya que es la que tiene especial interés para nuestro trabajo.

Igualmente, para caracterizar la flexibilidad y adaptabilidad del método SUT-RAS introduciremos al final de este capítulo dos generalizaciones del mismo que no serán definitivas pero que son plenamente originales: el SUT-RAS a precios básicos con información exógena adicional y el SUT-RAS con información restringida (sin incluir el vector de producción a precios básicos por ramas).

### *3.1. EL MÉTODO EURO PARA LA PROYECCIÓN DE UNA TABLA INPUT-OUTPUT SIMÉTRICA*

#### **3.1.1 Génesis del Método**

Los orígenes del método EURO se remontan al ocaso del siglo XX y los primeros años del actual siglo XXI. Como se ha comentado en el primer capítulo, en este periodo nos situamos en un contexto histórico en el que, y como ha venido transcurriendo de manera paulatina en los últimos 40 años, algunos países han reducido considerablemente los lapsos de publicación de sus marcos Input-Output. Aun así, estos lapsos son demasiado amplios<sup>321</sup> y es necesario disponer unas bases de datos más actualizadas. El marco Input-Output es un sistema de información idóneo para evaluar los impactos que las intervenciones estructurales llevadas a cabo en un sistema económico tienen sobre el desarrollo regional de un territorio.

Los cambios estructurales en los procesos productivos ocurren de manera inexorable, y de una manera especialmente intensa en este periodo. La innovación y la introducción de sistemas tecnológicos se producen de manera cada vez más acelerada e intensiva, así como la integración de dichos cambios en los procesos productivos. Simultáneamente, los cambios en los costes de las materias primas y en los precios relativos, y una mayor conciencia de los

---

<sup>321</sup> Véase Beutel, J. (2002) op. cit. p. 109

efectos medioambientales de la actividad productiva induce a una mayor inclinación hacia la sustitución de inputs y formas de producción por otros inputs y nuevos procesos más respetuosos con el medio ambiente y menos contaminantes.

En este tipo de contextos, los análisis macroeconómicos sin desagregación sectorial y sin conocimientos de las relaciones y transacciones que existen entre los distintos sectores pueden dar lugar a conclusiones equivocadas<sup>322</sup>. En muchos casos, el último marco Input-Output disponible para estos análisis no está actualizado y no refleja la situación real de las economías sobre las que se realizan los estudios de impacto.

Conscientes de esta realidad, uno de los notables cambios introducidos en la actualización del SEC-95 con respecto al anterior SEC-79, fue una nueva concepción del Marco Input-Output<sup>323</sup>. Como ya se ha mencionado en el capítulo primero, no es hasta la publicación del SEC-95 cuando comienza a hablarse terminológicamente de Marco Input-Output<sup>324</sup> como tal.

Estos cambios, unidos a los procedimientos de transmisión del SEC-95 que establecen que los países miembros deben remitir las tablas Input-Output simétricas con una frecuencia de cinco años<sup>325</sup> (los años terminados en 0 y en 5), así como las tablas de Origen y Destino con periodicidad anual, constituyen un severo contraste con respecto al anterior sistema de cuentas SEC-79. Las principales diferencias entre el SEC-79 y el SEC-95 se pueden concretar en dos aspectos sustanciales:

- En primer lugar, la condición jurídica en la que se sustenta el SEC-95 como Reglamento de la Unión Europea, lo que supone la obligatoriedad para los Estados miembros de seguir sus conceptos, métodos y criterios, y de cumplir con el calendario de elaboración y transmisión a la UE de la información contable, en aras de una mayor homogeneidad y la comparabilidad de las estimaciones.

---

<sup>322</sup> Véase para un mayor detalle Cañada Martínez, A. (1999) "El nuevo sistema de cuentas nacionales (SEC-95) y sus implicaciones para el análisis de la coyuntura", *Tribuna de Economía*, vol. 90 pp. 27-142.

<sup>323</sup> Para un análisis en profundidad de los cambios metodológicos del SEC-95 en comparación al SEC-79 puede consultarse Prado Valle, C. y Aramburu Irizar, J.J. (2002) "El Marco Input-Output y la Contabilidad Regional en el SEC95: una aplicación práctica de conversión del SEC79 al SEC95 para la Comunidad Autónoma de Euskadi", *Cuadernos Técnicos de EUSTAT*.

<sup>324</sup> Instituto Nacional de Estadística "Los sistemas Input-Output en el SEC: SEC79 y SEC95. Nota metodológica". Disponible en <http://www.ine.es/daco/daco42/cne/metodologiaio.pdf>

<sup>325</sup> Véase el artículo 1b) del Reglamento (CE) N° 2223/96 DEL CONSEJO de 25 de junio de 1996 relativo al Sistema Europeo de Cuentas Nacionales y Regionales de la Comunidad y el Anexo B.

- En segundo lugar, la mayor precisión en el sentido de que el SEC-95 incorpora un mayor rigor en los conceptos, definiciones, clasificaciones y normas contables.

Estos aspectos suponen un cambio radical entre el SEC-95 y el SEC-79. Los orígenes del SEC-79 se remontan a 1970, año en el que se publica un documento administrativo denominado «Sistema Europeo de Cuentas Económicas Integradas (SEC)». Tal documento había sido elaborado exclusivamente por la Oficina Estadística de las Comunidades Europeas y bajo su única responsabilidad, y fue el resultado de varios años de trabajo por parte de dicha Oficina, junto con los institutos nacionales y organismos oficiales responsables de la producción estadística de los Estados Miembros con el objeto de coordinar las actuaciones de estos en la elaboración de las cuentas nacionales bajo una serie de criterios comunes y homogéneos. El propósito de dicho sistema era concebir un sistema de cuentas nacionales que cumpliera los requisitos de la política económica y social de las Comunidades Europeas. Constituía la versión comunitaria del Sistema de Cuentas Nacionales de las Naciones Unidas que habían utilizado las Comunidades Europeas hasta ese momento. En 1979 se publicó una segunda edición del documento que constituía una actualización del texto original de 1970 que es el documento conocido como SEC-79. En el SEC-79, muchos aspectos metodológicos estaban bien definidos. Sin embargo, los preceptos incluidos en el SEC-79, al igual que los Sistemas de Cuentas Nacionales (SCN) publicados por Naciones Unidas, constituyen unas directrices de carácter general y deseable cumplimiento más que realmente un documento normativo.

Por tanto, tanto los sucesivos SEC hasta la entrada en vigor del SEC-95 y, posteriormente el actual SEC-2010, como los diferentes SCN, constituyen una recomendaciones que suelen ser seguidas con carácter bastante general por los países europeos dentro del ámbito de la Unión Europea (llamada Comunidad Económica Europea en ese tiempo). Sin embargo, este carácter de recomendación implica su no obligatoriedad, y en ocasiones las excepciones a dicha generalidad parecían constituir más una norma que una excepción. En este contexto, la homogeneidad y comparabilidad entre las tablas de distintos países, era, más una hipótesis de trabajo que una realidad en demasiadas ocasiones.

A estas circunstancias hay que unir otra serie de factores relevantes como que el SEC-79 no regulaba las fechas precisas en que debían publicarse los resultados de las cuentas y de las tablas elaboradas por los Estados miembros según el sistema establecido; también el hecho de que obtener resultados comparables entre los Estados miembros con una mayor transparencia para ciudadanos y usuarios es una necesidad para el análisis de las políticas llevadas a cabo en el seno de la Unión Europea; y por último, pero no por ello menos

importante, que el proceso de Unión Económica y Monetaria que se estaba gestando en Europa demandaba la necesidad de unas cuentas nacionales, unas cuentas regionales y un marco Input-Output que recogiera toda la información relevante y de manera homogénea para poder llevar a cabo el seguimiento de la convergencia económica y garantizar una más estrecha coordinación de las políticas económicas de los Estados miembros en el proceso de integración monetaria que se estaba gestando.

La publicación del sistema de contabilidad nacional de Naciones Unidas en 1993 (SCN-93) y la necesidad de que la Contabilidad Nacional y marcos Input-Output europeos fueran comparables a los de todos los países miembros de las Naciones Unidas a escala mundial, puso más que nunca de relieve la necesidad de adaptar el anterior SEC-79 a las recomendaciones emanadas del SCN-93 y adaptar el nuevo SEC que habría de surgir a las cuestiones anteriormente expuestas.

Todos estos elementos son, en definitiva, los que condujeron a la elaboración del nuevo SEC-95, un reglamento homogeneizador con carácter normativo que permite obtener resultados homogéneos y comparables entre los Estados miembros de la UE.

De acuerdo con Beutel<sup>326</sup>, en Europa se han venido produciendo tablas Input-Output armonizadas con periodicidad quinquenal desde aproximadamente mediados de los 60, aunque no por todos los países de la Unión Europea, ni de manera tan sistemática, ni con la misma desagregación de la información (por ejemplo, con respecto al número de productos y/o ramas con que se publica), ni tampoco con el mismo calendario. En algunos países no empiezan a producirse las tablas Input-Output acorde con la metodología del SEC hasta la entrada de éstos en la Comunidad Europea, como es el caso de Dinamarca, Reino Unido, Portugal o Irlanda. Otros países (como es el caso de Luxemburgo) no publican la tablas con periodicidad quinquenal debiendo ser interpoladas por la propia Comunidad Europea a través de su oficina estadística. Siguiendo a Mahajan<sup>327</sup>, Reino Unido publica su primera tabla Input-Output en el año 1961, correspondiente al año 1954, es decir, con siete años de retraso. Posteriormente publica las tablas de los años 1963, 1968 y 1970. Hasta el momento en que se produce la entrada del Reino Unido en la Comunidad Europea, no empiezan a publicarse tablas con cierta regularidad (anualmente entre 1970 y 1974 y luego quinquenalmente, pero los años terminados en 4 y 9). Finalmente, hay que esperar a la publicación del SEC-95 para

---

<sup>326</sup> Beutel, J. (2002) op. cit. pp. 109-112.

<sup>327</sup> Véase Mahajan, S. (2006) "Development, Compilation and Use of Input-Output Supply and Use Tables in the UK National Accounts", *Economic Trends*, vol. 634, pp. 28-46

que Reino Unido se alinee con el resto de países de la Unión Europea en materia de clasificación.

España es una excepción positiva a este retrato, ya que existen tablas Input-Output de la economía nacional con periodicidad quinquenal, y ya adaptadas a la metodología de las Comunidades Europeas desde 1970. Estas tablas fueron realizadas por los Servicios de Estudios del Banco de España en 1970 y 1975, y a partir de 1980 son realizadas ya por el Instituto Nacional de Estadística. Con anterioridad a 1970<sup>328</sup>, existen Tablas Input-Output de la Economía española desde el año 1954 (publicada por el Instituto de Estudios Políticos de Madrid en 1958), aunque con periodicidad diferente (cuatrienal por lo general). Además pueden encontrarse proyecciones para varios años intermedios con cierta prolijidad. Estas tablas son construidas por diferentes organismos y por equipos de trabajo diversos, formado por economistas y estadísticos de gran prestigio como Enrique Fuentes Quintana o José Luis Sampedro entre muchos otros, y entre los que cabe destacar especialmente a Valentín Andrés Álvarez y los hermanos Alcaide Inchausti, Ángel y Julio, que están detrás de prácticamente todas las tablas publicadas en este periodo, y pueden ser considerados sin ninguna duda como los pioneros de la estimación de las Tablas Input-Output en España.

Siguiendo a Guimbao<sup>329</sup>, la publicación del SEC-95 supuso una "cierta reconciliación de los sistemas de cuentas nacionales y regionales con la teoría económica". Con anterioridad a la publicación del SEC-95 "pocos contables regionales se interrogaban durante su trabajo acerca del sistema de precios que estaban aplicando<sup>330</sup>".

Muchos de los cambios introducidos en el SEC-95 eran sugerencias que ya se encontraban en el SEC-79. La materialización de dichas sugerencias en el SEC-95 unido a su elevación a acto legislativo vinculante para todos los países miembros de la Unión Europea (Comunidad Europea al tiempo de publicación del SEC-95) dada su categoría de Reglamento, ha supuesto una mayor disciplina con sus consiguientes resultados en materia de armonización y homogeneidad. No en vano, ese era uno de los principales objetivos con el que la Oficina

---

<sup>328</sup> Véase del Castillo Cuervo-Arango, F. y de la Grana Fernández. C. (1993), "Bibliografía Input-Output Española", pp. 111 en adelante.

<sup>329</sup> Guimbao Bescós, J. (2003) "El Marco Input-Output: cuestiones relevantes en la aplicación del SEC-95", p. 25

<sup>330</sup> Los cambios en los criterios de valoración fueron otros de los cambios metodológicos más significativos introducidos por el SEC-95

Estadística de la Unión Europea (EUROSTAT) y la Unión Europea están comprometidas<sup>331</sup> en los momentos en que Beutel está configurando el método EURO para EUROSTAT.

Los cambios introducidos en el Marco Input-Output por el SEC-95 no obedecieron a la casualidad, sino que fueron una consecuencia de la necesidad de ofrecer al público en general, y a los analistas en particular una representación más sistematizada y detallada del funcionamiento de una economía, y una manifestación de la idoneidad de esta representación de la economía para el análisis de los aspectos estructurales de la misma.

Es en este contexto histórico en el que Beutel desarrolla el método EURO. El SEC-95 se aprueba en 1996 pero no es hasta 1999 cuando los países deben presentar sus primeros resultados (Cuentas Nacionales y marcos Input-Output) adaptados al nuevo sistema.

Como se ha dicho anteriormente, el SEC-95 establece que las tablas Input-Output simétricas deben remitirse por los estados miembros con una periodicidad de cinco años. Esta periodicidad no fue suficiente para EUROSTAT que, para suplir los lapsos en los que no había compilación de tablas simétricas y para complementar las Tablas de Origen y Destino anuales suministradas por los países, decidió usar<sup>332</sup> este método para la actualización de las tablas Input-Output en los años intermedios en los que los países no están obligados a remitir las tablas del Marco Input-Output. De esta manera EUROSTAT ofrecía un marco de trabajo con el que producir tablas Input-Output simétricas actualizadas mediante una nueva metodología.

Este procedimiento fue desarrollado originariamente por Joerg Beutel para EUROSTAT<sup>333</sup>. La versión original del método EURO puede encontrarse en el citado Manual de EUROSTAT para la elaboración de Tablas de Origen, Tablas de Destino y Tablas Input-Output, aunque el mismo está publicado en Beutel (2002)<sup>334</sup>. Existen versiones preliminares del método que pueden encontrarse en Beutel, J. et al. (1994)<sup>335</sup> y Penzkofer, H., Schmalholz, H., Scholz, L. y Beutel, J. (1989)<sup>336</sup>.

---

<sup>331</sup> Beutel, J. (2002) op. cit. p. 110

<sup>332</sup> EUROSTAT (2011) op. cit. pp. 8-21

<sup>333</sup> EUROSTAT (2008a) op. cit. p. 461

<sup>334</sup> Beutel, J. (2002) op. cit.

<sup>335</sup> Beutel, J., de March, M., Heuschling, J. y Ungar, P. (1994) "Harmonized input-output data for the European Union", en *Verband der Automobilindustrie and International Input-Output Association* (Ed.) "The role of the automobile industry as a key sector - An application of input-output analysis".

<sup>336</sup> Penzkofer, H., Schmalholz, H., Scholz, L. y Beutel, J. (1989) "Arbeitsmarktwirkungen moderner Technologien", en de *Gruyter, W. (Ed.) "Innovation, Wachstum und Beschäftigung"*. Berlin

Aunque el manual de EUROSTAT considera al método EURO como un método estocástico, en puridad el método EURO es un método biproporcional, similar al RAS, pues cada elemento de la matriz intermedia es actualizado por un factor diferenciado por columnas y por filas, desconociendo las marginales, y conociendo únicamente algunas tasas de crecimiento de algunos de sus elementos. No obstante, el método EURO es más general, puesto que abarca todos los elementos de una tabla Input-Output y todos los cuadrantes de la misma (Matriz Intermedia, Demanda Final y Valor Añadido distinguiendo entre producción interior e importaciones).

El método EURO, en su primera versión, responde fundamentalmente a la actualización de una tabla Input-Output simétrica. No obstante, existe otra versión desarrollada por el propio Beutel en 2008<sup>337</sup> para la Comisión Europea, y cuyo objetivo es la actualización de un conjunto de tablas de Origen y de Destino simultáneamente. En este capítulo vamos a describir detalladamente ambas versiones, debido a la importancia histórica del método y a la importancia del mismo para nuestro trabajo.

### 3.1.2 Descripción del método EURO

La versión original del método EURO tenía como propósito la proyección de tablas Input-Output simétricas. En comparación con el esfuerzo que requiere una estimación directa o compilación de un marco Input-Output basándose en fuentes primarias y encuestas estructurales de la economía, el método EURO es un método que produce proyecciones de una calidad adecuada con muy pocos requisitos en términos de información exógena requerida. De hecho, la idea original de Beutel era elaborar un método de proyección que redujera al mínimo las necesidades de información del año  $t$  para realizar la proyección.

La idea fundamental del método EURO es aprovechar las predicciones macroeconómicas oficiales que se estiman en el ámbito de las Contabilidad Nacionales o Regionales, y que se publican con periodicidad anual para, a partir de una tabla Input-Output de referencia, derivar una nueva tabla Input-Output proyectada para aquellos años en los que disponemos de dichas predicciones macroeconómicas y que, al mismo tiempo, esta proyección sea a su vez consistente con las citadas predicciones macroeconómicas oficiales. De este modo, se evitan

---

<sup>337</sup> Beutel, J. (2008) op. cit.



ajustes arbitrarios de los coeficientes técnicos como ocurre al aplicar otros procedimientos como, por ejemplo, los procedimientos basados en la metodología RAS.

En el método EURO, a diferencia de otros métodos como el RAS en el que sólo se actualiza la matriz de coeficientes técnicos, intervienen todos los elementos de la tabla simétrica:

- Consumos intermedios diferenciando el origen entre consumos interiores e importados
- Valor Añadido y sus componentes
- Producción interior
- Demanda Final diferenciada por usos y por origen de los empleos

Una tabla Input-Output refleja una situación de equilibrio en una economía, en la que oferta y demanda de productos están equilibradas. Este equilibrio se verá afectado por los cambios producidos en una economía ocasionados, fundamentalmente, por los cambios en la demanda, en la oferta, en la tecnología, por cambios estructurales y/o por cambios en los precios relativos de los bienes

Estos cambios producirán una serie de efectos que afectarán a las relaciones intersectoriales que se producen en una economía, y que están reflejadas de manera esquemática dentro de una tabla Input-Output. Beutel<sup>338</sup> resume estos efectos, que afectan sistemáticamente a columnas y filas de una tabla Input-Output en mayor o menor medida como:

- Efectos sustitución, mediante los cuales unos inputs son sustituidos por otros dentro del proceso de producción
- Efectos de producción, mediante las cuales las variaciones en la producción de un sector afectan a todos los inputs
- Efectos de cambios en los precios, que afectan simultáneamente a todos los inputs y outputs de la tabla.

De acuerdo con Beutel<sup>339</sup>, la forma de funcionar del método EURO posee cierta semejanza con un enfoque basado en un modelo de precios en el que la elevación de los precios de los productos supondría un efecto sobre los valores de la producción de los inputs primarios (multiplicación por filas). Este cambio supondría una variación de los precios relativos, lo que produciría un efecto sustitución de unos bienes por otros hasta alcanzar el nuevo equilibrio (cambios en las columnas). Dadas las interrelaciones existentes, y la necesidad de alcanzar el

---

<sup>338</sup> Beutel, J. (2002) op. cit. p. 112

<sup>339</sup> EUROSTAT (2008a) op. cit. p. 463

equilibrio se irían haciendo nuevos ajustes por filas y por columnas hasta restablecerse el equilibrio entre oferta y demanda. El nuevo equilibrio en una economía competitiva se restablecería cuando las relaciones marginales de sustitución entre productos se igualen con los precios relativos de cada uno de los bienes, la producción marginal de un producto se iguale con el precio real del producto y, respectivamente, el coste marginal de cada input sea igual al precio del producto en cuestión.

El punto de partida del método EURO es una tabla Input-Output de un año de referencia o año base, en el que se disponga de información de cada uno de los seis cuadrantes de la tabla (véase Tabla 3 ):

- Producción interior y la diferenciación de sus empleos entre demanda intermedia y demanda final
- Importaciones y la diferenciación de sus empleos entre demanda intermedia y demanda final
- *Valor añadido y sus componentes.*

Tabla 3. Esquema de la tabla Input-Output para la proyección en el método EURO.

		Ramas Homogéneas (Productos)			Componentes de la Demanda Final			Totales
		1	...	$p$	1	...	$f$	1
Productos Interiores	1	Cuadrante I			Cuadrante II			Producción Interior
	:							
	$p$							
Productos Importados	1	Cuadrante III			Cuadrante IV			Importaciones
	:							
	$p$							
VAB y sus componentes	1	Cuadrante V			Cuadrante VI			Valor Añadido
Total	1	Producción Interior			Demanda Final			

Elaboración propia. Adaptación a partir de EUROSTAT (2008a)

En cuanto a los requerimientos de información para proyectar la tabla Input-Output del año base hasta el año  $t$ , se necesita la siguiente información macroeconómica elaborada por fuentes oficiales:

- Tasa de crecimiento del Valor Añadido de cada rama entre el año base y el año  $t$ . Esta información está recogida en el vector  $\mathbf{g}_t^v$  que contendrá los factores de crecimientos del VAB de cada rama  $r \times 1$  ( $r$ , número de ramas presentes en la economía)

- Tasa de crecimiento de cada una de las componentes de la Demanda Final entre el año base y el año  $t$ . Esta información está recogida en el vector  $\mathbf{g}_t^y$  vectores de tasas de crecimientos de la demanda final para cada componente  $f \times 1$  ( $f$ , número de componentes que diferenciamos en la demanda final)
- Tasa de crecimiento del total de importaciones entre el año base y el año  $t$ . Esta información está recogida en el vector  $\mathbf{g}_t^m$  vectores de tasas de crecimientos de las importaciones  $m \times 1$  ( $m$ , diferentes orígenes que consideramos para las importaciones, siempre que no se diga lo contrario se considerará  $m$  igual a 1, aunque puede generalizarse cuando se toman en consideración diferentes orígenes de los productos importados)

A partir de estos mínimos requerimientos de información, el método EURO realiza un procedimiento iterativo en el que todas las actividades económicas y los componentes de la demanda final son tratadas con el mismo fundamento. Las estimaciones macroeconómicas oficiales del año  $t$  representan las variables exógenas del método EURO, y así son utilizadas en el procedimiento iterativo. Generalmente, las ramas de actividad suelen considerarse como productoras de bienes, y las componentes de la demanda final como consumidoras de los bienes que son producidos en una economía. Sin embargo, desde una perspectiva más integradora, tanto ramas de actividad como los sectores institucionales de la demanda final son consumidores de los bienes producidos por una economía. Cada vez es más frecuente que los hogares, como consecuencia del aumento de los niveles de renta, no estén sólo interesados en la adquisición de bienes de consumo, sino que cada vez demandan más servicios relacionados con su bienestar (salud, educación, cultura, ocio, hogar...). Desde esta perspectiva, ramas de actividad y sectores de la demanda final son tratados del mismo modo dentro del método EURO para la proyección de las tablas Input-Output.

El resto de componentes de la matriz, totales de consumos intermedios por rama, totales de demanda intermedia y demanda final por productos, se derivan de manera endógena en el método. No se requieren estimaciones macroeconómicas que hagan referencia a la proyección de los consumos intermedios, aunque éstas suelen estar disponibles en algunas ocasiones. Es decir, no se considera que dichas magnitudes vengan determinadas por fuentes exógenas, sino que se derivan dentro del método de manera que estas magnitudes consideradas de manera conjunta en la tabla Input-Output sean consistentes con las estimaciones macroeconómicas oficiales.

Cada iteración del Método EURO se puede descomponer en una serie de etapas, que lo estructuran y permiten su programación de manera sencilla. El procedimiento iterativo que supone el método EURO se describe a continuación y se encuentra explicado de manera general en el flujograma de la Figura 1 y en la Tabla 4 que resume las etapas que constituyen cada iteración.

#### Etapa 1: Actualización de las transacciones finales e intermedias

En el primer paso se actualizan las transacciones correspondientes a los cuadrantes I a IV de la tabla Input-Output de referencia. Es decir, todos los cuadrantes que contienen los destinos de los productos, bien sean producidos interiormente o importados, hacia todas las ramas y componentes de la Demanda Final.

Inicialmente, partimos de una economía de  $r$  ramas, en la que se distinguen entre productos y servicios interiores e importaciones (sin establecer mayores diferencias sobre el origen de estas importaciones). Igualmente, se supone que el cuadrante correspondiente a la Demanda Final está dividido en  $f$  columnas en las que están las componentes de la Demanda Final de los que dispondremos de factores de crecimiento para el año a actualizar: 'Consumo final de los hogares', 'Consumo de las administraciones públicas', 'Formación bruta de capital' y 'Exportaciones'.

Llamemos  $T_0$  a la matriz de partida que contiene los elementos de los cuadrantes I a IV de la tabla Input-Output de referencia. Dicha matriz  $T_0$  tiene una dimensión de  $2p \times (r + f)$  coeficientes, donde  $p$  es el número de productos considerados en la economía, tanto para los bienes y servicios domésticos como importados.

El procedimiento iterativo comienza suponiendo que, en esta primera etapa, las tasas de crecimiento de los valores añadidos de cada rama que vienen proporcionadas por las estimaciones macroeconómicas oficiales de la contabilidad anual servirán como aproximación de partida de las tasas de crecimiento desconocidas de la actividad de cada sector, en lo que se refiere a los outputs e inputs del mismo. Posteriormente, estas tasas se irán actualizando en cada etapa del procedimiento iterativo hasta que la matriz proyectada sea consistente con la información exógena de partida.

Tabla 4. Descripción de una iteración del método EURO

ETAPAS	OPERATIVA
Etapa 0: Preparación de la información disponible	1. Tabla input-output de referencia Año 0
	2. Información Exógena Macroeconómica Oficial Año t: - VAB por ramas - Componentes de la Demanda Final - Total de importaciones
	3. Cálculos de tasas de variación entre año 0 y año t de la información exógena
Etapa 1: Actualización de las transacciones finales e intermedias	Actualización de matriz transacciones de la demanda intermedia y final (cuadrantes I, II, III y IV): - Multiplicador por columnas (efecto sustitución) - Multiplicador por filas (efecto fabricación) - Obtención de nueva matriz de transacciones por promedio
Etapa 2: Actualización de las componentes del VAB por rama	Actualización del VAB por componente: - Multiplicación por filas (efecto fabricación)
Etapa 3: Reconstrucción de una matriz input-output "inconsistente"	Reconstrucción de la matriz input-output mediante concatenación los cuadrantes actualizados. La matriz reconstruida es inconsistente al no haber equilibrio entre oferta y demanda.
Etapa 4: Cálculo de los coeficientes del modelo Input-Output	Cálculo de los coeficientes técnicos para los cuadrantes I, II y III
Etapa 5: Determinación de la producción interior a partir del Modelo de Leontief	Obtención de la producción interior coherente con la demanda final
Etapa 6: Matriz input-output de transacciones consistente	Reconstrucción de inputs consistentes y VAB con la tecnología de la etapa 4 y la producción interior de la etapa 5
Etapa 7: Reconstrucción de la tabla input-output proyectada consistente	Obtención de la tabla input-output proyectada completa
Etapa 8: Comprobación de convergencia y calibración de multiplicadores	Comprobación de Convergencia. Si ésta no se alcanza, calibración de multiplicadores y vuelta a etapa 1.

Elaboración propia.

Esta matriz se actualiza en un primer paso por filas mediante una matriz que denominaremos  $w_f$ . La citada matriz se construye como la diagonalización de los vectores con los crecimientos del VAB por rama que se aplicará a todos los bloques de la matriz  $T_0$ :

$$\mathbf{w}_f = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{g}}_t^v \\ \mathbf{g}_t^v \end{bmatrix}$$

Como vemos, hasta este momento hemos trabajado con cierta ambigüedad en lo concerniente al número de productos y ramas que representamos en nuestra economía, no habiendo sido necesario hasta el momento imponer ninguna condición o restricción pudiendo ser ambos arbitrarios. Sin embargo, llegado este punto, hemos de imponer que el número de ramas y productos sea el mismo, ya que en caso contrario, no es posible identificar las tasas de crecimientos de VAB correspondiente a rama homogéneas con el producto correspondiente. Más adelante, esta restricción de igualdad de productos y ramas será necesaria para poder obtener la inversa de Leontief y realizar el cuadro entre oferta y demanda. Es ésta una limitación fundamental de esta versión del método EURO, que sólo puede aplicarse a tablas Input-Output cuadradas, o lo que es lo mismo, en economías con el mismo número de ramas que de productos<sup>340</sup>,  $p = r$ . En consecuencia,

$$\mathbf{w}_f \in \mathcal{M}_{(m+1)p \times (m+1)p}$$

$$\mathbf{T}_0 \in \mathcal{M}_{(m+1)p \times (p+f)}$$

Partiendo de  $\mathbf{T}_0$  y  $\mathbf{w}_f$  se obtiene que

$$\mathbf{T}_1 = \mathbf{w}_f \cdot \mathbf{T}_0$$

De esta manera, hemos actualizado los coeficientes de  $\mathbf{T}_0$  de manera que cada fila se ha visto multiplicada por la tasas de crecimiento del VAB de la rama correspondiente, y cada importación por su tasa de crecimiento correspondiente, según el cuadrante en que nos encontremos.

Posteriormente, actualizamos de nuevo  $\mathbf{T}_0$  pero por columnas, de manera que todos los inputs de cada rama y de la demanda final se adapten a los cambios habidos en las mismas

$$\mathbf{T}_2 = \mathbf{T}_0 \cdot \mathbf{w}_c$$

con

---

<sup>340</sup> Pereira, X. y Rueda-Cantuche, J.M. (2013) op. cit. han desarrollado el método Path-RAS que tiene como peculiaridad que requiere la misma información exógena que el método EURO para llevar a cabo la proyección, pero que puede trabajar con tablas rectangulares.

$$\mathbf{w}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_t^v \\ \mathbf{g}_t^Y \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w}_c \in \mathcal{M}_{(p+f) \times (p+f)}$$

Estas transformaciones pueden interpretarse de manera similar a los efectos sustitución y fabricación del método RAS. La matriz de transacciones intermedias se adapta de forma parecida, aunque de manera independiente para cada factor. En primer lugar, por filas (efecto sustitución), los cambios habidos en la oferta de cada producto así como las variaciones habidas en la producción y en la importaciones de un producto, se reparten en todos los sectores demandantes del mismo (ramas de actividad y demanda final) de manera proporcional. En segundo lugar, por columnas (efecto fabricación), los inputs de todos los productos de cada sector, tanto interiores como importados, se actualizarán de manera proporcional a la variación del output correspondiente o de la demanda final.

Estos dos efectos se integran para obtener la nueva matriz de transacciones  $\mathbf{T}_3$  que, de acuerdo con Beutel (2002) deja abierta dos opciones para definir los elementos de la nueva matriz de transacciones  $\mathbf{T}_3$  que sustituirá a  $\mathbf{T}_0$  y que integra a  $\mathbf{T}_1$  y  $\mathbf{T}_2$ . Bien a través de la media aritmética de ambas matrices (lo que equivale a la media aritmética elemento a elemento de las matrices  $\mathbf{T}_1$  y  $\mathbf{T}_2$ )

$$\mathbf{T}_3 = \frac{\mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2}{2}. \quad (3.1)$$

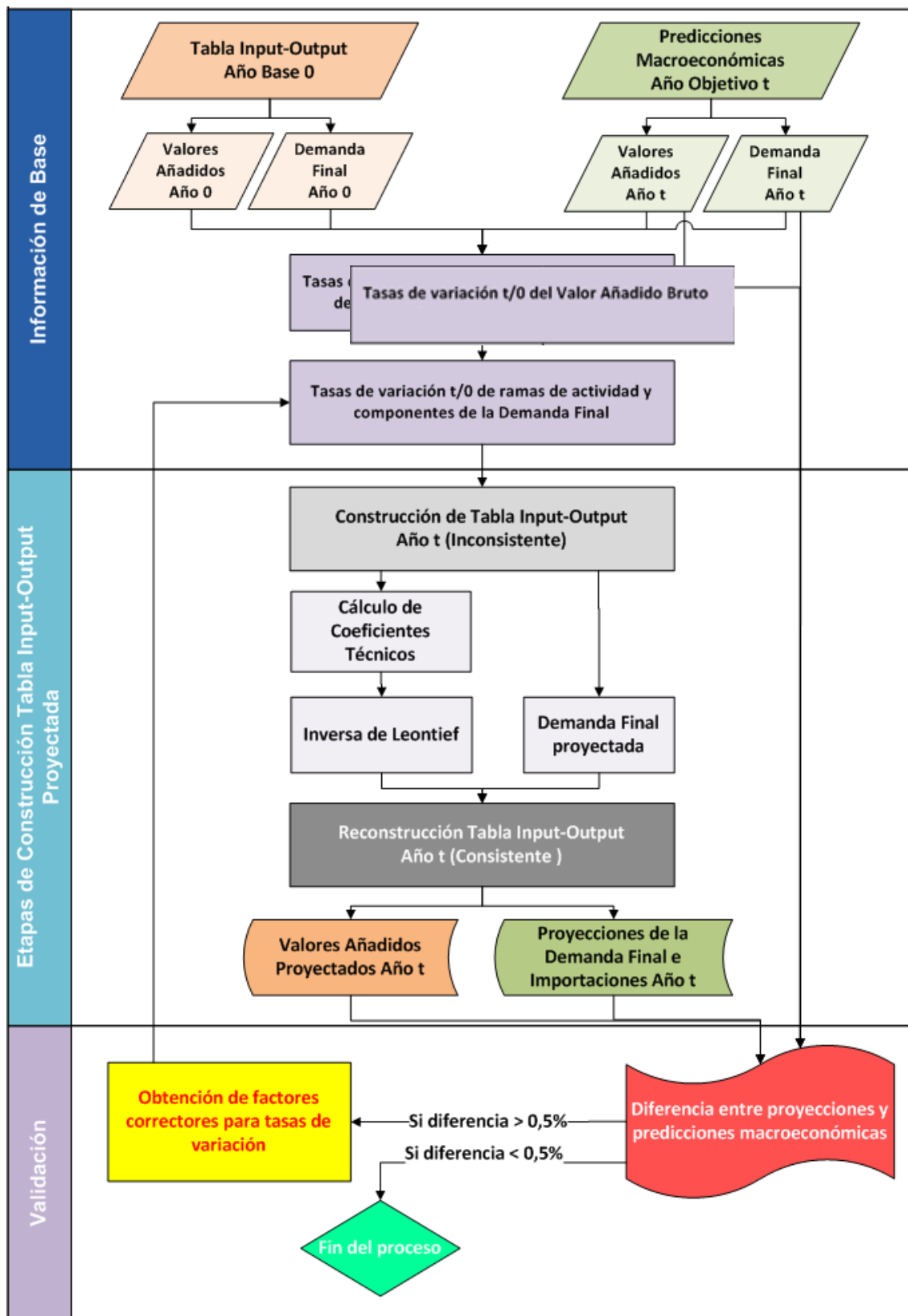
o bien, de manera alternativa, mediante la media geométrica de cada elemento<sup>341</sup>,

$$\mathbf{T}_3 = \sqrt{\mathbf{T}_1 \# \mathbf{T}_2} \quad (3.2)$$

Es llamativa esta disyuntiva que ofrece Beutel para determinar la nueva matriz de transacciones. En ninguna de sus publicaciones hace referencia a cuál de las alternativas es preferible. Ambas no son equivalentes salvo para los elementos situados sobre la diagonal del cuadrante I de la matriz  $\mathbf{T}_0$ , y el resultado final consecuentemente dependerá de la alternativa considerada.

<sup>341</sup> El símbolo # hace referencia a la multiplicación elemento a elemento de cada componente de la matriz correspondiente.

Figura 1. Flujograma operacional del Método EURO



Elaboración propia. Adaptada de Beutel (2002)



De acuerdo con nuestra perspectiva, preferimos la segunda opción, ya que de esta manera los elementos de la matriz  $\mathbf{T}_3$  estarán lo más cerca posible del elemento original correspondiente de la matriz  $\mathbf{T}_0$ . En efecto,

$$t_{ij}^3(A) = \frac{t_{ij}^1 + t_{ij}^2}{2} = \frac{t_{ij}^0 \cdot w_{f_i} + t_{ij}^0 \cdot w_{c_j}}{2} = t_{ij}^0 \cdot \frac{w_{f_i} + w_{c_j}}{2} \quad \forall i, j \in \mathbf{T}_0$$

$$t_{ij}^3(G) = \sqrt{t_{ij}^1 \cdot t_{ij}^2} = \sqrt{t_{ij}^0 \cdot w_{f_i} \cdot t_{ij}^0 \cdot w_{c_j}} = t_{ij}^0 \sqrt{w_{f_i} \cdot w_{c_j}} \quad \forall i, j \in \mathbf{T}_0$$

Cada elemento de la matriz  $\mathbf{T}_0$  está siendo actualizado por un coeficiente fila y un coeficiente columna que representa el factor de variación (tasa de variación más 1). Por tanto, el resultado final sería el elemento original multiplicado por la media aritmética de los factores en un caso, o el elemento original multiplicado por la media geométrica de los factores en el otro. Dado que los factores (el resultado de sumar 1 a las tasas de variación) son siempre positivos, en estos casos es de sobra conocida<sup>342</sup> que la media geométrica es menor que la media aritmética.

De este modo la media geométrica presenta algunas claras ventajas:

- En caso de que alguna de las tasas de variación sean muy extremas, o descompensadas, el resultado final estará más próximo al punto de partida. Es decir, que la media geométrica matiza los efectos de posibles outliers en las tasas de variación.
- Con esto se logra preservar en mayor medida la tecnología de referencia que se encuentra presente en la tabla Input-Output de partida al elegir el promedio más próximo al valor de referencia
- Minimiza los problemas de convergencia de este método. En muchas ocasiones, ante matrices con numerosos elementos nulos en filas o columnas, el problema queda atascado en un bucle ya que es necesario que todo el ajuste de una columna caiga sobre esos pocos elementos. Si en una dirección (fila o columna) el ajuste debe recaer sobre un único elemento debiendo descender, mientras que por la dirección alternativa (columna o fila) contraria recibimos el efecto contrapuesto y exigimos a ese elemento crecer, la media aritmética puede impedir que el elemento baje de un umbral mínimo iteración tras iteración, de manera que la convergencia no se alcance nunca. Como se verá más adelante en el capítulo correspondiente a la evaluación empírica, el método

<sup>342</sup> Véase Alba Riesco, J.M. (1973) "Análisis Teórico y Numérico de Métodos Estadísticos", p. 26

geométrico presenta en la práctica muchos menos problemas de convergencia que el aritmético. En algunas ocasiones la situación puede ser la contraria, y obtener la convergencia por el método aritmético y no por el geométrico, sin embargo por nuestra experiencia podemos decir que esto es mucho más inusual. Lo más usual es que ambas especificaciones converjan, seguido de la convergencia del geométrico frente a la no convergencia del aritmético. Lo contrario, convergencia del aritmético pero no del geométrico, es un suceso mucho más raro, aunque se nos ha manifestado en una ocasión en la evaluación empírica, como consecuencia del mal condicionamiento de los elementos de alguna matriz.

### Etapa 2: Actualización de las componentes del valor añadido para cada rama

En esta etapa se actualiza el resto de cuadrantes de la tabla de partida. El valor añadido bruto de cada rama (y de cada una de sus componentes en el caso de que consideremos su diferenciación entre remuneración de asalariados, excedentes brutos y otros impuestos sobre la producción) se actualizan tomando el valor de partida del VAB y aplicando las tasas de variación oficiales ofrecidas por la Contabilidad Nacional.

$$\mathbf{T}_4 = \mathbf{VA} \cdot \mathbf{w}_c \quad (3.3)$$

donde  $\mathbf{VA}$  es el vector o matriz con las componentes del Valor Añadido Bruto que hayamos considerado conveniente desagregar. En principio, el cuadrante VI sería nulo, salvo que consideráramos explícitamente la actualización de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos (INSP). Si fuera ese el caso en este punto, ni los trabajos de Beutel (2002)<sup>343</sup> ni tampoco el Manual de EUROSTAT (2008)<sup>344</sup> hacen referencia a este aspecto, en nuestra opinión dichos impuestos netos se actualizarían de acuerdo la tasa de variación del VAB en cada rama, y con la tasa de variación de las componentes respectivas de la Demanda Final en el cuadrante VI de la tabla Input-Output. En el capítulo cuarto trataremos de manera explícita la inclusión del tratamiento de los INSP en el método EURO y cuál sería su tratamiento.

---

<sup>343</sup> Beutel, J. (2002) op. cit.

<sup>344</sup> EUROSTAT (2008a) op. cit. Capítulo 14.

### Etapa 3: Reconstrucción de una tabla Input-Output “inconsistente”

A partir de  $\mathbf{T}_3$  y  $\mathbf{T}_4$  se reconstruye una primera tabla Input-Output mediante concatenación horizontal de las matrices  $\mathbf{T}_3$  y  $\mathbf{T}_4$ .

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_3 \\ \mathbf{T}_4 \end{bmatrix}$$

Esta matriz es, por lo general, inconsistente, como consecuencia de las transformaciones a las que han sido sometidos cada uno de los cuadrantes, y no habrá un equilibrio entre oferta y demanda.

### Etapa 4: Cálculo de los coeficientes del modelo Input-Output

Para el cuadro de oferta y demanda, el método EURO ejecuta una serie de etapas conducente a tal objetivo. La primera etapa es ésta en la que nos encontramos, y en la misma, a pesar de que la tabla Input-Output no es consistente, se asume que la tecnología contenida en los coeficientes técnicos de la misma es correcta y se empleará con el objeto de obtener una demanda y una oferta cuadrada y consistente con la citada tecnología.

En esa línea de acción, en esta etapa se calculan los coeficientes técnicos correspondientes a los bienes y servicios interiores, bienes importados y del valor añadido.

De este modo sean los siguientes coeficientes técnicos:

- $a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_{\bullet j}}$  coeficientes técnicos correspondiente a los bienes y servicios interiores  
(cuadrante I de la tabla Input-Output )
- $b_{ij} = \frac{m_{ij}}{x_{\bullet j}}$  coeficientes técnicos correspondiente a los bienes y servicios importados (cuadrante III de la tabla Input-Output )
- $c_{\bullet j} = \frac{v_{\bullet j}}{x_{\bullet j}}$   $c_{\bullet j} = \frac{v_{\bullet j}}{x_{\bullet j}}$  coeficiente técnico del VAB (cuadrante V de la tabla Input-Output )

donde  $x_{ij}$  representa el consumo intermedio del bien  $i$  realizado por la rama  $j$ ;  $x_{\bullet j}$  es la producción total de la rama  $j$ ;  $m_{ij}$  es la cantidad importada del bien  $i$  que es consumida por la rama  $j$ ; y por último  $v_{\bullet j}$  es el valor añadido de la rama  $j$ .

#### Etapa 5: Determinación de la producción interior a partir del Modelo de Leontief

Basándonos en los coeficientes técnicos interiores deducidos en la etapa anterior, el vector de producción doméstica es derivado a partir del vector de demanda final de bienes y servicios interiores agregado contenido en  $\mathbf{T}_3$  y el modelo de Leontief aplicado a los inputs interiores.

De este modo, se define  $\mathbf{A}^d = \{a_{ij}\}_{i=1,\dots,p; j=1,\dots,r}$  como la matriz con los coeficientes técnicos interiores. Por tanto, de acuerdo con el modelo de Leontief<sup>345</sup> deducimos que la demanda final de bienes interiores se obtiene como:

$$\mathbf{X}^d = (\mathbf{I} - \mathbf{A}^d)^{-1} \mathbf{Y}^d \quad (3.4)$$

#### Etapa 6: Matriz Input-Output de transacciones consistente

Los inputs intermedios interiores, importados y los valores añadidos que hacen consistente la tabla Input-Output y que restablecen equilibrio entre oferta y demanda, se obtienen a partir del vector de producción interior derivado en la etapa anterior a partir del modelo de Leontief.

$$\mathbf{Z} = \mathbf{B} \cdot \widehat{\mathbf{X}}^d \quad (3.5)$$

Donde  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \{a_{ij}\} \\ \{b_{ij}\} \\ \{c_{ij}\} \end{bmatrix}$  es la matriz de coeficientes técnicos, y  $\widehat{\mathbf{X}}^d$  es el vector de producción

interior diagonalizado.  $\mathbf{Z}$  representa a los cuadrantes I, III y V de la nueva tabla Input-Output con valores consistentes.

<sup>345</sup> Véase Pulido, A. y Fontela, E. (1993) "Análisis Input-Output: Modelos, datos y aplicaciones", p. 97

### Etapa 7: Reconstrucción de la tabla Input-Output completa

En esta etapa, simplemente se concatena horizontalmente la matriz  $Z$  con los vectores de las componentes de la demanda final que se obtuvieron en la Etapa 3 de este proceso y que denominaremos  $T'$

$$T' = [Z \quad Y_1 \quad Y_2 \quad \dots \quad Y_f]$$

Esta nueva tabla Input-Output es consistente, oferta y demanda están equilibradas. Sin embargo, no será consistente con los valores exógenos de valor añadido por ramas y de demanda final. Se impone por tanto, llevar a cabo correcciones a través de un procedimiento iterativo que se describe a continuación.

### Etapa 8: Calibración de los multiplicadores

Tras las etapas anteriores que correspondería a lo que denominaríamos como primera iteración o inicialización del proceso, es más que probable que la tabla Input-Output reconstruida no sea coherente con los valores exógenos de la Contabilidad Nacional y que se emplearon para definir los multiplicadores  $w_c$  y  $w_f$ . Por tanto, es preciso ajustar los valores de estos multiplicadores para volver a repetir el procedimiento hasta que éste converja.

El objetivo de esta etapa es por tanto modificar estos valores de partida de dichos multiplicadores para acercar las proyecciones al resultado final deseado, esto es, conseguir que los valores proyectados del VAB, de la Demanda Final y de las importaciones sean totalmente coherentes con los valores proporcionados por la Contabilidad Nacional con un margen de error tolerable.

De este modo, los multiplicadores se irán modificando en etapas sucesivas de acuerdo con el siguiente procedimiento detallado en los siguientes párrafos.

Definimos un vector que mide las desviaciones entre los valores de las estimaciones oficiales de la Contabilidad Nacional con respecto a las proyectadas por el método EURO<sup>346</sup>:

---

<sup>346</sup> Dados dos vectores  $v_1$  y  $v_2$  de la misma dimensión,  $v_1 \cdot / v_2$  es un nuevo vector en el que cada componente es la división, elemento a elemento, de  $v_1$  por el correspondiente elemento de  $v_2$ .

$$dev = \frac{proy}{mod}$$

Donde *proy* es el vector con las tasas de variación oficiales del VAB para cada rama y las diferentes componentes de la demanda final, así como para el total de importaciones, oficiales, y *mod* es el vector con las tasas obtenidas a partir de la matriz proyectada  $T'$  con respecto a  $T$ .

Ambos, *proy* y *mod* son vectores de dimensión  $r + f + m$ .

Estas desviaciones sirven para corregir los multiplicadores directamente mediante un procedimiento aditivo. Aunque tanto Beutel (2002) como EUROSTAT (2008a) son muy explícitos a la hora de describir este procedimiento, en nuestra opinión esta descripción no está exenta de errores tipográficos<sup>347</sup>, por lo que describimos aquí el citado proceso de manera interpretada y adaptada por nosotros mismos, respetando en todo momento la filosofía original del método:

- Si  $dev(i) > 1 \rightarrow corr(i) = dev(i) - 1 \rightarrow w_f(i) = w_f(i) + corr(i) \quad \forall i = 1, \dots, p + m$
- Si  $dev(i) > 1 \rightarrow corr(i) = dev(i) - 1 \rightarrow w_c(i) = w_c(i) + corr(i) \quad \forall i = 1, \dots, r + f$

Por el contrario,

- Si  $dev(i) < 1 \rightarrow corr(i) = 1 - dev(i) \rightarrow w_f(i) = w_f(i) - corr(i) \quad \forall i = 1, \dots, p + m$
- Si  $dev(i) < 1 \rightarrow corr(i) = 1 - dev(i) \rightarrow w_c(i) = w_c(i) - corr(i) \quad \forall i = 1, \dots, r + f$

Tal y como Beutel (2002)<sup>348</sup> expresa, estos ajustes realizados a los multiplicadores son eficientes para alcanzar la convergencia.

No obstante, este método aditivo de corrección puede conducir a oscilaciones cíclicas que hagan que se prolongue el procedimiento iterativo innecesariamente, fluctuando alrededor de

<sup>347</sup> Beutel (2002) op. cit. p.117 establece que el umbral debe ser 0. Esto se repite en EUROSTAT (2008a) op. cit. pp. 466-467. Sin embargo, consideramos que dicho umbral es erróneo, ya que al definirse las desviaciones por cociente, sería 1 el origen en lugar de 0. En caso de ser  $dev=1$  la tasa proyectada coincide con la de la Contabilidad Nacional, no requiriéndose ajuste. Por otro lado, como el método EURO posee la propiedad de conservación del signo, ninguna de las transformaciones que se realizan conlleva cambio de signo en los coeficientes, puede asegurarse que los totales proyectados por filas y por columnas tendrán el mismo signo que el original, y ninguna tasa de variación será negativa.

<sup>348</sup> Beutel (2002) op. cit. p. 117.

la solución óptima. Para evitar esta posible fuente de inestabilidad, Beutel ofrece un método alternativo de corrección de los multiplicadores.

En este nuevo método, los factores de corrección se ajustan de modo que no se traslade por completo la diferencia entre la proyección y la previsión al multiplicador, sino que la misma se haga de manera más suave. Esto se consigue mediante un doble procedimiento:

- Definiendo la corrección en virtud de una función de tipo sigmoïdal de manera que si la proyección sobreestima (infraestima) la previsión, el multiplicador disminuya (aumente) de acuerdo con un factor que será siempre inferior a la magnitud de la sobreestimación (infraestimación)
- La función depende de un parámetro de elasticidad ( $c$ ) que determina la velocidad con que las diferencias en las proyecciones se trasladan al multiplicador. Si  $c = 1$  la corrección de este método coincidirá con el anterior. Beutel sugiere hacer  $c = 0,5$ , sin embargo en la práctica el valor  $c = 0,9$  suele ser más comúnmente aplicado.

De esta manera, con este método hacemos que las variaciones de los multiplicadores sean muchos más suaves, lo que puede hacer que en un principio se converja más lentamente, pero se eviten las fluctuaciones cíclicas por encima y por debajo del valor objetivo buscado cuando estemos muy próximos a él.

En particular el método multiplicativo consiste en definir

$$\begin{aligned}
 - \quad corr(i) &= 1 + \frac{[(dev(i)-1) \cdot 100]^c}{100} \quad \text{si } dev(i) > 1 \quad \forall i = 1, \dots, r + f + m \\
 - \quad corr(i) &= 1 - \frac{[(1 - dev(i)) \cdot 100]^c}{100} \quad \text{si } dev(i) < 1 \quad \forall i = 1, \dots, r + f + m
 \end{aligned}$$

Y a partir de estas correcciones,

$$\begin{aligned}
 - \quad w_f(i) &= w_f(i) \cdot corr(i) \quad \forall i = 1, \dots, p \quad \text{para los productos interiores} \\
 - \quad w_f(i) &= w_f(i) \cdot corr(m) \quad \forall i = p + 1, \dots, 2 \cdot p \quad \text{para los productos importados} \\
 - \quad w_c(j) &= w_c(j) \cdot corr(j) \quad \forall j = 1, \dots, r + f
 \end{aligned}$$

Una vez definidos los nuevos multiplicadores corregidos de acuerdo con este proceso, volveríamos a la Etapa 1 repitiendo todo el proceso etapa a etapa en una nueva iteración.

Es preciso resaltar, respecto a la construcción de los multiplicadores  $w_f(i)$ , que los factores de corrección serán diferentes para los coeficientes interiores que para los importados a partir de la primera iteración. En la primera etapa, se aplicaba el mismo factor de crecimiento tanto para las filas de los coeficientes interiores como importados, la tasa de variación del VAB de la rama en cuestión. Sin embargo, a partir de la segunda iteración, las tasas de variación de las importaciones se ven multiplicadas por factores de corrección diferentes basados en la desviación de las proyecciones de las importaciones con respecto al total de importaciones:

- Para las filas que hacen referencia a los coeficientes interiores, se utiliza el factor de corrección correspondiente a la tasa de variación del VAB de la rama asociada al producto en cuestión
- Para las filas que hacen referencia a los coeficientes importados, se utiliza el factor de corrección que se obtiene de comparar la tasa de variación de las importaciones

De este modo, se logra que la evolución de la variación de los coeficientes interiores e importados sea diferente, partiendo de un punto de partida común, la tasa de variación del VAB de su rama, cada uno se corrige de forma diferente de manera que, mientras que los coeficientes interiores evolucionen de acuerdo con las desviaciones entre las tasas exógenas y proyectadas del VAB, los coeficientes importados se corrigen por factores que miden la desviación del total de importaciones del método con las variación de las importaciones estimadas por la contabilidad nacional.

El proceso continuaría hasta que se alcanzara la siguiente regla de parada:

Si  $\max_{i=1, \dots, r+f+m} |dev(i) - 1| < \alpha$  donde  $\alpha$  representa el umbral de convergencia deseado, el proceso terminaría. En caso contrario, se daría comienzo a una nueva iteración<sup>349</sup>.

### 3.1.3 Consideraciones generales acerca del Método EURO para tablas Input-Output simétricas

El método EURO ha demostrado ser un instrumento muy útil para la proyección de tablas Input-Output consistentes con los datos macroeconómicos que se publican anualmente, y

---

<sup>349</sup> Recomendamos para una mayor claridad y comprensión del método EURO, consultar el ejemplo numérico realizado en el Manual de EUROSTAT (2008a) op. cit. pp. 468-474



permite una proyección integrada de todos los componentes que forman parte la tabla Input-Output , no sólo de la parte de coeficientes técnicos.

Siguiendo a Beutel (2002)<sup>350</sup>, éste llevó a cabo una serie de tests ex-post para una serie temporal existente de tablas Input-Output de la economía alemana y los resultados indicaron que el método es satisfactorio. De este modo, el Método EURO fue adoptado por EUROSTAT y con él se ha llevado a cabo la proyección de las tablas Input-Output de la mayoría de los países miembros, para aquellos años intermedios en los que los países no calculan las mismas. Todos los contrastes ex-post llevados a cabo por EUROSTAT<sup>351</sup> indican que el instrumento es muy útil y que posee un gran potencial para este propósito. Este éxito ha llevado que el método haya entrado de pleno en el Olimpo de los métodos de proyección de tablas Input-Output, no sólo para la interpolación de tablas entre los años de referencia que son publicados, sino también para la actualización provisional de la tabla Input-Output a partir del último año estimado. Especialmente, en aquellas situaciones en las que la necesidad implique que deba elaborarse una tabla Input-Output con unos requisitos de información bastante reducidos.

La escasa información requerida es una de las ventajas principales de este método, pero no es la única. A modo de recopilación de lo expuesto se pueden resaltar las siguientes.

- En primer lugar, se obtienen actualizaciones robustas con unos requisitos de información verdaderamente limitados. Para ello, sólo es necesario disponer de  $r + f + m$  tasas de variación exógenas, frente a la dimensión  $((m + 1)p + d) \times (r + f)$  de la tabla Input-Output
- Además, estas tasas suelen estar fácilmente disponibles, pues son proporcionadas por las estimaciones macroeconómicas oficiales de la contabilidad nacional o regional correspondiente, por lo que es posible disponer de esta información con ciertas garantías de calidad y periodicidad.
- Las proyecciones del método EURO son totalmente compatibles con las proyecciones oficiales macroeconómicas de la Contabilidad Nacional y Regional.
- El método EURO produce proyecciones integradas de todos los componentes de la tabla Input-Output, no sólo de la matriz de coeficientes técnicos.

En la opinión exclusiva del que suscribe estas líneas, las razones anteriormente expuestas conducen a la consideración de este método como un método bastante adecuado para su

---

<sup>350</sup> Beutel (2002) op. cit. p. 118

<sup>351</sup> EUROSTAT (2008a) op. cit. p. 475

empleo por las oficinas estadísticas oficiales a la hora de realizar proyecciones de tablas Input-Output

Otras ventajas reseñables del método EURO son:

- El método EURO garantiza además que todas las ramas con crecimientos importantes suban en todos sus inputs y outputs ganando en importancia en todas las actividades, mientras que las ramas en receso pierdan peso en todas las actividades del mismo modo. Así, se evitan cambios de los coeficientes técnicos y de distribución en contra de estas fuerzas.
- El método EURO es un método adecuado para obtener proyecciones de agregados de la matriz objetivo que no son accesibles o no suelen estar siempre disponibles en la estadística oficial. Por ejemplo, los totales de consumos intermedios por filas y por columnas son derivados de manera endógena en el método EURO.
- Durante el procedimiento iterativo, también se obtienen proyecciones de la composición estructural de la demanda final para cada rama.
- La consistencia entre la oferta y la demanda está plenamente garantizada, ya que la misma se obtiene a través del modelo de demanda de Leontief.

Aun así, y siendo plenamente conscientes de las ventajas de este método, el método no deja de ser una proyección y no puede ser un sustituto de las tablas Input-Output que son elaboradas a partir de información primaria de las actividades.

También es necesario señalar algunas desventajas del procedimiento. Algunas de ellas son comunes a otros métodos de proyección (como por ejemplo los métodos basados en la metodología RAS).

- En definitiva, cada elemento de la matriz input output es actualizado por un factor fila y un factor columna (un efecto sustitución y un efecto producción) común para cada fila y cada columna.
- La estimación de la estructura de la demanda final está igualmente determinada del mismo modo.

Esta característica del método EURO, que es común a muchos otros métodos de actualización, hace que el impacto relativo de los precios y otras variables económicas subyacentes como la innovación y los cambios tecnológicos, o cambios en la productividad de los factores, no son plenamente anticipados por este método debido a la simplicidad subyacente en el mismo.

Otras desventajas adicionales pueden derivarse están relacionadas con su principal ventaja: los requisitos tan limitados de información que requiere:

- El hecho de usar el mismo factor de variación (la tasa de variación del VAB) tanto para los inputs como los outputs.
- La no utilización de otros indicadores existentes que miden la evolución de los outputs de la economía (la contabilidad nacional y regional proporciona tasas de variación de la producción y de los consumos para las ramas de producción) es otro hecho que puede considerarse como negativo.
- La imposibilidad del método EURO de incorporar información adicional singularizada. Si por ejemplo, tenemos información directa de uno o varios coeficientes de la tabla Input-Output que pueden estimarse de manera directa, no es fácil para el método EURO con la configuración descrita el incorporar esta información individual. Así, esta información sólo puede tenerse en cuenta a posteriori debiendo descuadrar y cuadrar la tabla manualmente.
- Existe otra desventaja relacionada con el hecho de realizar la proyección sobre la tabla Input-Output directamente. Las ramas de una tabla Input-Output simétrica están constituidas por agregación de las unidades de producción homogénea que producen únicamente el producto principal que tiene asignado la rama. Sin embargo, las estimaciones de Contabilidad Nacional se refieren a ramas no puras. Por tanto, en el método EURO, las tasas de crecimiento de las ramas constituidas por agregación de unidades de producción local se identifican con las de las tasas de crecimientos de las unidades de producción homogéneas.
- Por otro lado, el método EURO sólo sirve para proyectar tablas Input-Output cuadradas
- La convergencia del método no está garantizada, de hecho, en ocasiones la misma no se alcanza siendo necesario relajar el umbral de convergencia para que el procedimiento iterativo pueda finalizar.
- De acuerdo con la formulación original de Beutel, no se especifica qué tratamiento dar al vector de INSP.

## 3.2. EL MÉTODO EURO PARA LA PROYECCIÓN DE TABLAS DE ORIGEN Y DESTINO

### 3.2.1 Descripción del método

Una vez visto en los apartados anteriores el método EURO original de Beutel de 2002 para tablas Input-Output simétricas, vamos a analizar a continuación una variante de este método, desarrollada por el propio Beutel en 2008 para la Comisión Europea<sup>352</sup>, que es el método EURO para la proyección de Tablas de Origen y Destino y que, para evitar ambigüedades, denominaremos SUT-EURO en lo sucesivo. Del mismo modo y para distinguir uno de otro, al método EURO original para tablas Input-Output simétricas lo denominaremos en lo sucesivo IOT-EURO.

Este método es menos conocido en la literatura sobre métodos de proyección, ya que por cuestiones de tiempo no alcanzó a ser publicado en el manual de EUROSTAT de 2008 y no es hasta 2010 cuando se hace público en un documento de trabajo del Proyecto World Input-Output Database (WIOD<sup>353</sup>).

El SUT-EURO, del mismo modo que el IOT-EURO, fue desarrollado por Joerg Beutel y remitido a la Comisión Europea en Abril de 2008<sup>354</sup>. El método SUT-EURO comparte con el IOT-EURO el hecho de realizar la proyección con exactamente los mismos requisitos de información adicional. Sin embargo, este nuevo procedimiento se aplica a las tablas de Origen y Destino a precios básicos directamente, en lugar de aplicarse a la tabla Input-Output simétrica.

Supongamos que trabajamos con una economía con  $p$  productos, que pueden encontrarse presentes en la economía bien porque son producidos interiormente, o bien, son importados; distinguimos entre  $m$  posibles orígenes diferentes para la importación, en la economía se distinguen  $r$  ramas productivas, la demanda final se desagrega en  $f$  componentes y el valor añadido puede descomponerse en  $l$  componentes. Los requerimientos de información para la implementación del método SUT-EURO son los siguientes:

- 2) Las tablas de Origen y Destino del año de referencia, al que denominaremos 0, valoradas a precios básicos, y distinguiendo entre productos interiores y productos importados:

---

<sup>352</sup> Beutel, J. (2008) op. cit.

<sup>353</sup> Temurshoev, U., Yamano, N. y Webb, C. (2010) op. cit. pp. 8-12

<sup>354</sup> Temurshoev, Yamano y Webb (2010) op. cit. p. 8

- Sea  $U_0^d$  y  $U_0^m$  la tabla de Destino para la demanda intermedia, con dimensión  $p \times r$ , a precios básicos ( $d =$  origen interior,  $m =$  origen importado).
  - Sea  $Y_0^d$  e  $Y_0^m$  la tabla de Destino para la demanda final, con dimensión  $p \times f$ , a precios básicos ( $d =$  origen interior,  $m =$  origen importado).
  - Sea  $V_0$  la traspuesta de la tabla de Origen con dimensión  $r \times p$
  - Sea  $v_0$  el vector de valores añadidos por rama con dimensión  $r \times 1$
- 3) Para el año en que queremos realizar la proyección de las tablas de Origen y Destino, año  $t$  sólo se requerirá la siguiente información:
- Tasa de crecimiento del Valor Añadido Bruto de cada rama entre el año base y el año  $t$ . Esta información está recogida en el vector  $g_t^v$  que contendrá los factores de crecimientos del VAB de cada rama  $r \times 1$
  - Tasa de crecimiento de cada una de las componentes de la Demanda Final entre el año base y el año  $t$ . Esta información está recogida en el vector  $g_t^y$  vectores de tasas de crecimientos de la demanda final para cada componente  $f \times 1$
  - Tasa de crecimiento del total de importaciones entre el año base y el año  $t$ . Esta información está recogida en el vector  $g_t^m$  vectores de tasas de crecimientos de las importaciones  $m \times 1$

Como puede comprobarse, los requerimientos de información exógena para realizar la proyección son idénticos al IOT-EURO.

Partiendo de esta información disponible, el método se implementa de manera similar al IOT-EURO. Se llevan a cabo una serie de etapas en las que se derivan unas nuevas tablas de Origen y de Destino, inconsistentes en un primer paso, y posteriormente equilibradas. En este caso, la hipótesis que se utiliza para equilibrar oferta y demanda está basada en el modelo de estructura de ventas fijas por tipo de producto. Posteriormente, una vez equilibrado el sistema de tablas se analizan las desviaciones entre las proyecciones macroeconómicas exógenas y las que produce el método. En virtud de estas desviaciones, se definen unos factores de corrección para volver a ejecutar el procedimiento en una nueva etapa, similar a la etapa inicial. Veámoslo en más detalle.

De manera previa al desarrollo del método, establecemos aquí una serie de ecuaciones que aseguran que el sistema de cuentas debe estar en equilibrio en el año de partida, es decir, que la oferta y la demanda deben estar equilibradas tanto desde el punto de vista interior

como de las importaciones. Sea  $\mathbf{1}$  un vector de unos con la dimensión adecuada en cada caso. Sea  $\mathbf{q}_0^d$  el vector de producción interior y  $\mathbf{m}_0$  el vector con las importaciones del año de referencia:

- a)  $\mathbf{U}_0^d \cdot \mathbf{1} + \mathbf{Y}_0^d \cdot \mathbf{1} = \mathbf{V}_0' \cdot \mathbf{1} = \mathbf{q}_0^d$ , la suma de la demanda intermedia y la demanda final los bienes y servicios interiores coincide con la producción interior correspondiente, producto a producto.
- b)  $\mathbf{U}_0^m \cdot \mathbf{1} + \mathbf{Y}_0^m \cdot \mathbf{1} = \mathbf{m}_0$ , la suma de la demanda intermedia y demanda final de bienes y servicios importados coincide con las importaciones correspondientes, producto a producto.

Tabla 5. Descripción del método SUT-EURO.

	ETAPAS	OPERATIVA
	Etapa 0: Preparación de la información disponible	1. Tabla input-output de referencia Año 0
		2. Información Exógena Macroeconómica Oficial Año t: - VAB por ramas - Componentes de la Demanda Final
		3. Cálculos de tasas de variación entre año 0 y año t de la información exógena
Primera iteración	Etapa 1: Obtención del Market-Share de la economía	En virtud de la Make-Matrix obtenemos la cuota de mercado de cada bien y servicio por ramas.
	Etapa 2: Actualización de las tablas de origen y destino	Actualización de la tabla de origen y de destino por filas y columnas: - En la tabla de origen se supone market-share constante. - En las tablas de destino se actualiza demanda intermedia y demanda final con tasas macroeconómicas oficiales correspondientes.
	Etapa 3: Obtención de la oferta total consistente	Se obtiene un vector de producción por ramas a partir del modelo de estructura de ventas fijas por producto, suponiendo correcta los coeficientes de inputs obtenidos.
	Etapa 4: Derivación de las nuevas tablas de origen y destino consistentes	Basándose en la oferta total consistente y las estructuras de inputs y market-share obtenidos se reconstruyen la tablas de origen y destino consistentes.
	Etapa 5: Comprobación de convergencia y calibración de multiplicadores	Comprobación de Convergencia. Si ésta no se alcanza, calibración de multiplicadores.
Segunda y sucesivas iteraciones	Etapa 6: Actualización de las tablas de origen y destino, y comienzo de una nueva iteración.	Comienzo de una nueva iteración de manera análoga a la Etapa 1, pero introduciendo unos nuevos multiplicadores para las importaciones, que anteriormente variaban según el crecimiento del VAB, y ahora los multiplicadores se calibran según la tasa de crecimiento total de las importaciones.
	Etapas 7 a 10	Repetición de etapas 2 a 5 de manera sucesiva e idéntica a la realizada en la primera iteración.

Elaboración propia.

### Etapa 1: Obtención de la cuota de mercado por productos de la economía

El primer paso es obtener en el año base la cuota de mercado (market-share en la terminología americana) por producto para el año base. Esta matriz, que denominaremos  $\mathbf{D}_0$ , no es más que una matriz que leída por columnas (productos) nos da la cuota de mercado del citado producto que es realizada por la rama correspondiente a la fila en que nos encontremos.  $\mathbf{D}_0(i, j)$  es la proporción de la producción interior del producto  $j$  que es producido por la rama  $i$ .  $\mathbf{D}_0$  se define como

$$\mathbf{D}_0 = \mathbf{V}_0 \cdot (\widehat{\mathbf{q}}_0^d)^{-1} \quad (3.6)$$

Dado que  $\mathbf{V}_0 \cdot \mathbf{1} = \mathbf{q}_0^d$  es obvio que  $\sum_{i=1}^r \mathbf{D}_0(i, j) = 1 \quad \forall j = 1, \dots, p$ . Como se verá más adelante, el método SUT-EURO asume que esta cuota de mercado permanecerá constante a lo largo de la proyección, es decir, que ante un incremento de la oferta del producto  $j$ , todas las industrias responderán en la misma medida con respecto a su cuota de mercado para satisfacer dicho incremento, quedando la cuota de mercado inalterada.

### Etapa 2: Actualización de las tablas de Origen y Destino

La segunda etapa consistiría en obtener una primera proyección de las tablas de Origen y de Destino para el año  $t$  a partir de las tablas de Origen y de Destino del año de referencia 0. Esta primera proyección se realiza de manera similar al IOT-EURO.

En primer lugar, los elementos de las tablas de Destino, en la parte correspondiente a la demanda intermedia, tanto interior como importado, se actualizarán por filas (productos) y columnas (ramas) de acuerdo con el crecimiento del VAB entre el año  $t$  y el año 0,  $\mathbf{g}_t^v$ .

$$\mathbf{U}_{t(1)}^d = \frac{1}{2} (\widehat{\mathbf{g}}_t^v \mathbf{U}_0^d + \mathbf{U}_0^d \widehat{\mathbf{g}}_t^v) \quad (3.7)$$

$$\mathbf{U}_{t(1)}^m = \frac{1}{2} (\widehat{\mathbf{g}}_t^v \mathbf{U}_0^m + \mathbf{U}_0^m \widehat{\mathbf{g}}_t^v) \quad (3.8)$$

Esta transformación para actualizar la demanda intermedia es equivalente a la llevada a cabo en los cuadrantes I y III la matriz simétrica en el método IOT-EURO.

De manera análoga, obtenemos una primera versión de los elementos correspondiente a la demanda final. En este caso, y de nuevo de manera similar al IOT-EURO, supondremos que por filas, los empleos crecerán de acuerdo con el crecimiento del VAB, pero por columnas, los empleos crecen de manera proporcional al crecimiento de la demanda final.

$$\mathbf{Y}_{t(1)}^d = \frac{1}{2}(\widehat{\mathbf{g}}_t^v \mathbf{Y}_0^d + \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{g}}_t^Y) \quad (3.9)$$

$$\mathbf{Y}_{t(1)}^m = \frac{1}{2}(\widehat{\mathbf{g}}_t^v \mathbf{Y}_0^m + \mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{g}}_t^Y) \quad (3.10)$$

Esta transformación es equivalente a la llevada a cabo en los cuadrantes II y IV de la matriz simétrica en el método IOT-EURO. Ambas transformaciones consideradas de manera conjunta, son equivalentes a la transformación llevada a cabo en el IOT-EURO. En efecto, podríamos haber representado a la tabla de Destino como

$$\mathbf{T}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_0^d & \mathbf{Y}_0^d \\ \mathbf{U}_0^m & \mathbf{Y}_0^m \end{bmatrix}$$

y los vectores de actualización

$$\mathbf{w}_f = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{g}}_t^v \\ \widehat{\mathbf{g}}_t^v \end{bmatrix} \text{ y } \mathbf{w}_c = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{g}}_t^v \\ \widehat{\mathbf{g}}_t^Y \end{bmatrix}$$

siendo

$$\mathbf{T}_1 = \mathbf{w}_f \cdot \mathbf{T}_0 \text{ y } \mathbf{T}_2 = \mathbf{T}_0 \cdot \mathbf{w}_c$$

por lo que

$$\mathbf{T}_3 = \frac{\mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2}{2} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{t(1)}^d & \mathbf{Y}_{t(1)}^d \\ \mathbf{U}_{t(1)}^m & \mathbf{Y}_{t(1)}^m \end{bmatrix}$$

El SUT-EURO, al igual que su homólogo el IOT-EURO, requiere que el número de productos y ramas de una economía sean iguales, ya que de otro modo los elementos  $\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{t(1)}^d & \mathbf{Y}_{t(1)}^d \\ \mathbf{U}_{t(1)}^m & \mathbf{Y}_{t(1)}^m \end{bmatrix}$  no podrían definirse. Por tanto, aunque las tablas de Origen y Destino no tienen por qué ser cuadradas, en el sentido de que productos y ramas sean iguales en número, para aplicar este



método es necesario realizar una agrupación de productos y ramas hasta conseguir que la tabla de Destino tengan el mismo número de productos que de ramas.

En la descripción del método SUT-EURO realizada por Temurshoev, Yamano y Webb (2010 y 2011), sólo se considera la transformación media aritmética. Sin embargo, no hay inconveniente para que esta primera versión pueda realizarse mediante una transformación media geométrica con las ventajas anteriormente descritas en el IOT-EURO.

El vector de VAB se actualiza con sus tasas correspondientes, obteniendo el VAB proyectado del año  $t$  que coincidirá con la estimación oficial

$$\mathbf{v}_{t(1)} = \widehat{\mathbf{g}}_t^y \mathbf{v}_0 \quad (3.11)$$

y por último la tabla de Origen se transforma manteniendo constante la cuota de mercado del año base

$$\mathbf{V}_{t(1)} = \mathbf{D}_0 \widehat{\mathbf{q}}_{t(1)}^d \quad (3.12)$$

donde

$$\mathbf{q}_{t(1)}^d = \mathbf{U}_{t(1)}^d \cdot \mathbf{z} + \mathbf{Y}_{t(1)}^d \cdot \mathbf{z}.$$

### Etapa 3: Obtención de la oferta total consistente

Tras esta primera etapa de transformaciones, las tablas de Origen y de Destino resultantes no estarán equilibradas. En particular, el valor de la producción interior por ramas que puede calcularse a partir de la tabla de Origen no será coincidente con la que puede obtenerse a partir de la tabla de Destino

$$\mathbf{x}'_{of,t(1)} = \mathbf{t}' \mathbf{V}'_{t(1)} \neq \mathbf{t}' (\mathbf{U}_{t(1)}^d + \mathbf{U}_{t(1)}^m) + \mathbf{v}'_{t(1)} = \mathbf{x}'_{inp,t(1)} \quad (3.13)$$

Para lograr que las tablas de Origen y Destino proyectadas sean consistentes, el SUT-EURO va a suponer que las estructuras productivas obtenidas en la tabla de Destino son correctas tanto para la parte interior como para la parte importada, que la demanda final total de cada componente en que desagregamos la demanda final también es válida, y de manera implícita que la composición estructural de cada componente de la demanda final también es correcta.

Estas estructuras se obtienen a través de las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{B}_{t(1)}^d = \mathbf{U}_{t(1)}^d \cdot \widehat{\mathbf{x}}'_{imp,t(1)}^{-1} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{B}_{t(1)}^m = \mathbf{U}_{t(1)}^m \cdot \widehat{\mathbf{x}}'_{imp,t(1)}^{-1} \quad (3.15)$$

Y el vector de demanda final total se obtiene como

$$\mathbf{f}_{t(1)}^d = \mathbf{Y}_{t(1)}^d \cdot \mathbf{t} \quad (3.16)$$

Y la matriz de estructuras de la demanda final sería

$$\mathbf{F}_{t(1)}^d = \mathbf{Y}_{t(1)}^d \cdot \widehat{\mathbf{f}}_{t(1)}^d^{-1} \quad (3.17)$$

Partiendo de estas hipótesis se obtiene un vector de producción por ramas a partir del modelo de estructura de ventas fijas por producto<sup>355</sup>

$$\mathbf{x}_{t(2)} = \left( \mathbf{I} - \mathbf{D}_0 \mathbf{B}_{t(1)}^d \right)^{-1} \mathbf{D}_0 \mathbf{f}_{t(1)}^d \quad (3.18)$$

#### Etapa 4: Derivación de las nuevas tablas de Origen y Destino consistentes

A partir del vector de producción por ramas de (3.18) y con las estructuras (3.14), (3.15) y (3.17), reconstruimos las nuevas matrices de demanda intermedia interior e importadas. De modo similar actuamos con la demanda total y con la estructura de la demanda final. La demanda final que se obtiene, es coincidente con la obtenida tras la primera transformación

$$\mathbf{U}_{t(2)}^d = \mathbf{B}_{t(1)}^d \cdot \widehat{\mathbf{x}}_{t(2)}$$

$$\mathbf{U}_{t(2)}^m = \mathbf{B}_{t(1)}^m \cdot \widehat{\mathbf{x}}_{t(2)}$$

$$\mathbf{Y}_{t(2)}^d = \mathbf{F}_{t(1)}^d \cdot \widehat{\mathbf{f}}_{t(1)}^d = \mathbf{Y}_{t(1)}^d$$

$$\mathbf{Y}_{t(2)}^m = \mathbf{F}_{t(1)}^m \cdot \widehat{\mathbf{f}}_{t(1)}^m = \mathbf{Y}_{t(1)}^m$$

Y a partir de estas magnitudes, reconstruimos el vector de VAB como saldo, y la tabla de Origen manteniendo fija la cuota de mercado del año base

<sup>355</sup> Modelo D, véase EUROSTAT (2008a) op. cit. p. 349

$$\mathbf{v}'_{i(2)} = \mathbf{x}'_{i(2)} - \mathbf{v}'(\mathbf{U}^d_{i(2)} + \mathbf{U}^m_{i(2)}) \quad (3.19)$$

$$\mathbf{V}_{i(2)} = \mathbf{D}_0 \widehat{\mathbf{q}}^d_{i(2)}$$

donde

$$\widehat{\mathbf{q}}^d_{i(2)} = \mathbf{U}^d_{i(2)} \mathbf{v} + \mathbf{Y}^d_{i(2)} \mathbf{v}$$

De este modo, tras este segundo conjunto de transformaciones las tablas de Origen y Destino están equilibradas tanto desde el punto de vista de la producción por ramas, como desde el punto de vista de la oferta y demanda total de productos. Sin embargo, es preciso llamar la atención sobre un punto que es muy relevante para nuestro trabajo y que hemos pasado por alto hasta el momento.

Dada la valoración con la que estamos trabajando, a precios básicos, ciertas relaciones que se han establecido en el SUT-EURO no son ciertas *strictu sensu*. En particular, las igualdades establecidas en las ecuaciones (3.13) y (3.19) no son estrictamente ciertas. En primer lugar, en el lado derecho de la igualdad en (3.13), la suma de los consumos intermedios a precios básicos más el VAB a precios básicos no coincidirá con la producción a precios básicos ya que, para tal fin, se le deberían añadir además los impuestos netos de subvenciones sobre los productos. Por otro, lado en (3.19), se deduce el VAB a precios básicos como la diferencia entre la producción a precios básicos menos los consumos intermedios lo que implica que estamos prescindiendo de nuevo de los impuestos netos sobre los productos. Esto implica que alguna de las siguientes hipótesis de trabajo se está llevando a cabo de manera implícita:

- o bien se está suponiendo que los impuestos netos de subvenciones sobre los productos son nulos
- o bien se está suponiendo que los impuestos netos de subvenciones sobre los productos se han incluido como una componente más del VAB a precios básicos, lo que no es formalmente correcto desde el punto de vista de la metodología SEC.

No existen referencias a esta simplificación o suposiciones realizadas ni en el documento original de Beutel (2008)<sup>356</sup> donde se describe el método SUT-EURO, como tampoco aparece mención alguna a este punto en el documento de Temurshoev et alia (2010)<sup>357</sup>, ni en el

<sup>356</sup> Beutel, J. (2008) op. cit.

<sup>357</sup> Temurshoev, U., Yamano, N. y Webb, C. (2010) op. cit.

artículo<sup>358</sup> análogo publicado en 2011. Ambas alternativas conducen a simplificaciones que no son en absoluto verosímiles en el caso de querer de proyectar en un marco Input-Output real. Desconocemos cuál es la solución que estos autores han tomado a la hora de aplicar este método para su evaluación empírica, aunque nos inclinamos por la segunda, la de añadir los impuestos netos de subvenciones sobre los productos en el VAB, ya que la primera es inverosímil en cualquier caso. Esta segunda opción, a efectos prácticos es equivalente a suponer que los impuestos netos de subvenciones sobre los productos están perfectamente correlacionados con el VAB, cosa que no es cierta por lo general. Dicha relación existe, pero puede comprobarse que dista mucho de ser la unidad para cualquier conjunto de datos empíricos que tomemos. Al sumar los impuestos netos de subvenciones sobre los productos en el VAB, ambas magnitudes van a evolucionar con la misma tasa de variación, y serán multiplicados por el mismo factor, al final de todas las iteraciones. Uno de los objetivos de este trabajo que realizamos será el desarrollar una versión de este método con un tratamiento explícito de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos, ya que es una magnitud que es estimada dentro del conjunto de macromagnitudes de la Contabilidad Nacional y por tanto puede incorporarse al método. Esto se verá en el próximo capítulo.

#### Etapa 5: Comprobación de convergencia y calibración de multiplicadores

Una vez que hemos reconstruido las tablas de Origen y Destino de manera consistente, hemos de comparar las desviaciones que existirán entre los valores oficiales que nos proporciona la Contabilidad Nacional con respecto a los derivados del método SUT-EURO.

Para ello, definimos de manera similar al SIOT-EURO

$$dev = \frac{proy}{mod}$$

Y a partir de aquí definimos los factores correctores de manera análoga al SIOT-EURO

$$\begin{aligned}
 - \quad corr(i) &= 1 + \frac{[(dev(i)-1) \cdot 100]^c}{100} \quad \text{si } dev(i) > 1 \quad \forall i = 1, \dots, r + f + m \\
 - \quad corr(i) &= 1 - \frac{[(1-dev(i)) \cdot 100]^c}{100} \quad \text{si } dev(i) < 1 \quad \forall i = 1, \dots, r + f + m
 \end{aligned}$$

<sup>358</sup> Temurshoev, U., Webb, C. y Yamano, N. (2011) op. cit.

donde  $c$  es el parámetro de elasticidad del ajuste que por lo general<sup>359</sup> suele considerar igual a 0'9 como referencia.

A partir de estos factores de corrección se definen los nuevos vectores multiplicadores:

$$\mathbf{g}_{i,1}^d(i) = corr(i)\mathbf{g}_i^v(i) \quad \forall i = 1, \dots, r$$

$$\mathbf{g}_{i,1}^y(i) = corr(i)\mathbf{g}_i^y(i) \quad \forall i = 1, \dots, f$$

$$\mathbf{g}_{i,1}^m(i) = corr(i)\mathbf{g}_i^v(i) \quad \forall i = 1, \dots, m$$

El primer conjunto de multiplicadores se aplican al crecimiento del VAB de cada rama; el segundo conjunto de multiplicadores son los que se aplican a las componentes de la demanda final; y el último está formado por los factores que se aplicarán al crecimiento de las importaciones. A estos multiplicadores se les ha denotado con un doble subíndice, para indicar con el segundo subíndice en la iteración en que se han obtenido y, además, porque en sucesivas iteraciones los nuevos multiplicadores para la iteración siguiente se definirán de forma recursiva a partir de los multiplicadores de la iteración en curso.

#### **Etapa 6: Actualización de las tablas de Origen y Destino, y comienzo de una nueva iteración.**

Una vez definidos estos multiplicadores, se realiza una actualización de las tablas de Origen y Destino de manera similar a la llevada a cabo en la etapa 2 del método pero con los nuevos multiplicadores definidos. Existen diferencias entre las matrices de la etapa 2 con la de esta nueva actualización, ya que en este paso se utilizan los nuevos multiplicadores pero, al igual que ocurre en el SIOT-EURO cuando se comienza el proceso iterativo, entran en juego los multiplicadores correspondientes a las importaciones:

$$\mathbf{U}_{i(1)}^d = \frac{1}{2}(\widehat{\mathbf{g}}_{i,1}^d \mathbf{U}_0^d + \mathbf{U}_0^d \widehat{\mathbf{g}}_{i,1}^d)$$

$$\mathbf{U}_{i(1)}^m = \frac{1}{2}(\widehat{\mathbf{g}}_{i,1}^m \mathbf{U}_0^m + \mathbf{U}_0^m \widehat{\mathbf{g}}_{i,1}^d)$$

<sup>359</sup> Temurshoev, U., Webb, C. y Yamano, N. (2011) op. cit. p. 99

$$\mathbf{Y}_{t(1)}^d = \frac{1}{2} (\widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^d \mathbf{Y}_0^d + \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^y)$$

$$\mathbf{Y}_{t(1)}^m = \frac{1}{2} (\widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^m \mathbf{Y}_0^m + \mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^y)$$

$$\mathbf{v}_{t(1)} = \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^d \mathbf{V}_0$$

$$\mathbf{V}_{t(1)} = \mathbf{D}_0 \widehat{\mathbf{q}}_{t(1)}^d$$

con

$$\mathbf{q}_{t(1)}^d = \mathbf{U}_{t(1)}^d \boldsymbol{\tau} + \mathbf{Y}_{t(1)}^d \boldsymbol{\tau}.$$

Como era el caso llegado este punto de la etapa 2, las nuevas tablas de Origen y de Destino no nos aseguran la igualdad de outputs e inputs por rama. Por tanto, a partir de este punto daríamos comienzo a una nueva iteración repitiendo las etapas 3, 4, 5 y 6 de nuevo.

Como resultado de todo el proceso, se obtendrá un nuevo vector de desviaciones que cuantifica la diferencia que habrá entre las estimaciones oficiales y las proyectadas por las nuevas tablas de Origen y Destino.

El procedimiento continuará hasta alcanzar la convergencia, esto es si las desviaciones son aceptables, digamos inferiores a un nivel  $\alpha$  prefijado

$$\max_{i=1, \dots, r+f+m} dev(i) < \alpha$$

el procedimiento se dará por terminado. En caso contrario, se deberán definir un nuevo vector de factores de corrección y de multiplicadores. Es preciso hacer notar, como se ha dicho anteriormente, que los nuevos factores multiplicativos se definen de manera iterativa en este método

$$- \quad corr(i) = 1 + \frac{[(dev(i) - 1) \cdot 100]^c}{100} \quad \text{si } dev(i) > 1 \quad \forall i = 1, \dots, r + f + m$$

$$- \quad corr(i) = 1 - \frac{[(1 - dev(i)) \cdot 100]^c}{100} \quad \text{si } dev(i) < 1 \quad \forall i = 1, \dots, r + f + m$$

$$\mathbf{g}_{t,j+1}^d(i) = corr(i) \mathbf{g}_{t,j}^d(i) \quad \forall i = 1, \dots, r$$

$$\mathbf{g}_{t,j+1}^y(i) = \text{corr}(i)\mathbf{g}_{t,j}^y(i) \quad \forall i = 1, \dots, f$$

$$\mathbf{g}_{t,j+1}^m(i) = \text{corr}(i)\mathbf{g}_{t,j}^m(i) \quad \forall i = 1, \dots, m$$

Para todo  $j \geq 1$ .

De acuerdo con Temurshoev, Yamano y Webb (2010 y 2011)<sup>360</sup>, la convergencia de este nuevo método no está probada, por lo que en caso de que la misma no se alcance rápidamente, es necesario relajar los límites de tolerancia para finalizar el procedimiento iterativo.

### 3.2.2 Consideraciones generales acerca del Método SUT-EURO

El método SUT-EURO es la adaptación del original IOT-EURO a la actualización de unas tablas de Origen y Destino.

El método trabaja con la misma información de partida y requiere exactamente la misma información para la proyección al año  $t$  que el IOT-EURO. Consecuentemente, comparte con el IOT-EURO sus ventajas principales de aquél método, básicamente las mencionadas anteriormente:

- Se obtienen actualizaciones robustas con unos requisitos de información verdaderamente limitados.
- Las proyecciones del método SUT-EURO son totalmente compatibles con las proyecciones oficiales macroeconómicas de la Contabilidad Nacional o Regional.
- El método SUT-EURO produce proyecciones integradas de todos los componentes de las tablas de Origen y de Destino.

A éstas, deberíamos añadir las siguientes:

- Metodológicamente, la información de partida que constituyen las proyecciones macroeconómicas oficiales es más adecuada para las transformaciones llevadas a cabo con el SUT-EURO que con el IOT-EURO. En las tablas de Origen y Destino, las ramas se presentan tal y como se observan en la economía, es decir, no son ramas homogéneas como las de una tabla Input-Output, donde las ramas son idealizaciones en las que cada rama se dedica a la producción exclusiva de su producto principal. Las

---

<sup>360</sup> Temurshoev, U., Yamano, N. y Webb C. (2010) op. cit. p. 12 y Temurshoev, U., Yamano, N. y Webb, C. (2011) op. cit. p. 100

estimaciones macroeconómicas oficiales, trabajan clasificando las empresas por ramas de acuerdo con su producción principal (aquella que mayor VAB le proporcione), y se estiman los crecimientos de las macromagnitudes de la agrupación de empresas en su conjunto (producciones primarias, secundarias y auxiliares incluidas). En consecuencia, la información proporcionada por la Contabilidad Nacional es una información metodológicamente mucho más próxima a las tablas de Origen y Destino que a la tabla Input-Output simétrica.

- Es un método fácil de implementar mediante software por lo que su aplicabilidad es inmediata.
- El cuadro entre oferta y demanda no se hace de manera arbitraria, sino de acuerdo con el modelo de estructuras de ventas por producto fijas.

Aun así, y siendo plenamente conscientes de las ventajas de este método, éste no deja de ser una proyección y no puede ser un sustituto de las tablas que son elaboradas a partir de información primaria de las actividades.

En cuanto a las desventajas principales del método SUT-EURO son, del mismo modo que las ventajas, muy similares a las del IOT-EURO:

- Requiere que las tablas de Origen y Destino tengan el mismo número de ramas que de productos.
- Presenta las mismas deficiencias expuestas anteriormente al ser un método biproporcional, es decir, que cada elemento de las tablas de Origen y Destino es actualizado por un factor fila y un factor columna común para todos los elementos de una fila y de una columna (un efecto sustitución y un efecto producción).
- Al ser un método cuyo propósito es utilizar la mínima información posible para llevar a cabo la proyección no aprovecha la información de otros indicadores que puedan existir que miden la evolución de algunos elementos de las tablas de Origen y de Destino a actualizar, como por ejemplo, las tasas de variación de la producción y de los consumos intermedios para las ramas de producción que son producidas por la Contabilidad Nacional.
- Al igual que el IOT-EURO el método SUT-EURO no puede incorporar información adicional singularizada de algún coeficiente o conjunto de coeficientes a priori. Esto sólo puede hacerse a posteriori debiendo descuadrar y cuadrar la tabla manualmente.



- No realiza un tratamiento explícito de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos
- La convergencia no está garantizada
- La tabla de Origen final mantendrá la misma cuota de mercado de los productos.

### 3.3. EL MÉTODO SUT-RAS

#### 3.3.1. Orígenes del Método

El método SUT-RAS fue desarrollado por Temurshoev y Timmer en el año 2010<sup>361</sup> en el seno del proyecto WIOD<sup>362</sup>, un proyecto financiado por el 7º Programa Marco de Investigación de la Unión Europea y que reunió a los mayores expertos actuales de instituciones relacionadas con el análisis Input-Output en general y con los temas de proyección, estimación y construcción de tablas Input-Output en particular. El objetivo principal del proyecto era de poder analizar los efectos socioeconómicos y su relación con los impactos medioambientales que están teniendo los procesos de globalización económica y la deslocalización de las actividades productivas, a través del aumento del comercio internacional y el desarrollo de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación. Para poder analizar estos efectos en los que se producen interacciones entre las principales economías desarrolladas a nivel mundial y el resto de países en vías de desarrollo, el proyecto se vio obligado a desarrollar una base de datos de tablas Input-Output a nivel mundial, así como marcos de contabilidad supranacional y modelos multi-regionales para poder analizar los fenómenos descritos y poder dar respuesta a los interrogantes de política económica que se suscitan en todo este proceso.

El propósito del SUT-RAS era construir un método de proyección de tablas de Origen y de Destino que superara los inconvenientes presentes en los métodos existentes en la literatura hasta ese momento.

Dentro del proyecto WIOD, Temurshoev, junto con Yamano y Webb<sup>363</sup>, habían analizado de manera exhaustiva ocho métodos diferentes de actualización de tablas de Origen y Destino usando tablas de diferentes años de Holanda y Dinamarca, llegándose a la conclusión que el

---

<sup>361</sup> Temurshoev, U. y Timmer, M.P. (2011) op. cit.

<sup>362</sup> [www.wiod.org](http://www.wiod.org)

<sup>363</sup> Temurshoev, U., Yamano, N. y Webb C. (2010) op. cit.

método GRAS era ligeramente superior al resto. Sin embargo, el método GRAS presenta un gran inconveniente.

La proyección de tablas de Origen y Destino requiere que sean conocidos los totales por filas y por columnas de ambas tablas para el año en que queremos realizar la proyección. Esto supone una gran desventaja ya que no toda esta información suele formar parte de las estimaciones macroeconómicas oficiales de manera generalizada. Habitualmente, en la información exógena disponible por medios oficiales, pueden encontrarse estimaciones de las macromagnitudes económicas más relevantes a nivel de rama productiva (producción, VAB y consumos intermedios) y también para la evolución de las componentes de la demanda final. Sin embargo, las estimaciones de la evolución del output a nivel de productos no forma parte de las estimaciones macroeconómicas oficiales de manera habitual ni generalizada<sup>364</sup>. Por tanto, no siempre es posible disponer de los totales por filas para implementar el método GRAS.

Esto podría solventarse utilizando otras técnicas indirectas de proyección como, por ejemplo, el método EUKLEMS<sup>365</sup>, o alguna técnica univariante basada en la metodología RAS, o similar, a la que sólo se le exija que se satisfaga la restricción de la suma por columnas pero no por filas.

Todas estas alternativas son claramente ineficientes, ya que no usan todo el potencial de las técnicas biproporcionales, y requieren de ajustes a posteriori bastante arbitrarios para lograr que las tablas de Origen y Destino resultantes sean consistentes.

El método SUT-RAS sortea de manera muy elegante estos inconvenientes. En primer lugar, el método SUT-RAS ofrece un método de proyección integrado, de manera similar al SUT-EURO, en el que todas las componentes de las tablas de Origen y Destino se estiman de manera conjunta y no de manera separada. Esto se lleva a cabo mediante la integración de las tablas de Origen y Destino en virtud de las relaciones existentes entre ellas.

La integración de las dos tablas de Origen y de Destino es una característica fundamental de este método, y es la clave para que las macromagnitudes de las que no disponemos de información se determinen de manera endógena por el método, consiguiendo que el resultado

---

<sup>364</sup> En el caso de la Unión Europea, la Comisión Europea no incluye el Output por productos dentro del Programa de Transmisión para los Estados miembros dentro de las magnitudes que anualmente debe elaborar la Contabilidad Nacional de cada país.

<sup>365</sup> Timmer, M.P., Aulin-Ahmavaara, P. y Ho, M. (2005) op. cit.

sea plenamente consistente. Esto se lleva a cabo por el método mediante la introducción de ciertas restricciones que garanticen el equilibrio y la consistencia.

El método SUT-RAS es además, como veremos, un método muy flexible, que permite su adaptación y desarrollo para situaciones diferentes, como por ejemplo diferentes valoraciones de los productos, diferentes configuraciones en la que la información disponible es más precisa o más limitada, e incluso admite generalizaciones para tablas Input-Output regionales con mayor diferenciación entre orígenes de productos.

Además, el SUT-RAS permite la incorporación de información exógena adicional a priori mediante la introducción de nuevas restricciones, lo que lo hace sumamente adecuado para su empleo en situaciones en la que la información directa es mayor, pero no lo suficiente para poder hacer una compilación directa de la tabla. En definitiva, el SUT-RAS es una técnica útil tanto para proyecciones con poca información como para estimaciones con fuentes de información directa parcial que puedan añadirse a la proyección.

### 3.3.2 La proyección integrada de tablas de Origen y Destino: el método SUT-RAS

En este apartado introducimos el marco teórico que constituye el método SUT-RAS de acuerdo con la descripción original del método realizada por Temurshoev y Timmer (2011)<sup>366</sup>. En apartados posteriores iremos desarrollando el método para nuestros propósitos de manera que obtengamos una versión del SUT-RAS equiparable en términos de información con el método SUT-EURO.

En su trabajo, Temurshoev y Timmer desarrollan el método bajo distintas configuraciones tales como:

- SUT-RAS a precios básicos
- SUT-RAS a precios básicos con información adicional (columnas y filas completas)
- SUT-RAS con tabla de Destino a precios de adquisición
- SUT-RAS a precios de adquisición distinguiendo entre orígenes de los empleos (interior e importado)

Esto nos da una idea de la flexibilidad y adaptabilidad del SUT-RAS a distintas situaciones, lo que será muy útil para poder desarrollar el método y adaptándolo a nuestras necesidades. A

---

<sup>366</sup> Temurshoev, U. y Timmer, M.P. (2011) op. cit.

continuación, desarrollaremos el SUT-RAS para unas tablas de Origen y Destino a precios básicos siguiendo en todo momento los trabajos realizados por Temurshoev y Timmer para posteriormente ir desarrollando el método original para nuestros propósitos -lo cual es una de las contribuciones de este trabajo- dejando de manifiesto la flexibilidad y adaptabilidad de este marco de trabajo.

### *Las tablas de Origen y Destino presentadas en un marco integrado*

De manera previa a la construcción del método, describamos en qué consiste nuestro marco integrado para la proyección del SUT-RAS.

Como se ha comentado anteriormente, es en el SEC-95 en el que por primera vez se introduce que un marco Input-Output consiste en una colección de tablas interrelacionadas entre las que se encuentran:

- Tabla de Origen
- Tablas de Destino con doble criterio de valoración (a precios básicos y de adquisición)
- Tabla Input-Output simétrica

Muy esquemáticamente, las tablas de Origen y Destino pueden representarse del siguiente modo:

*Tabla 6. Tabla de Origen*

	<i>Ramas</i>	<i>Importación</i>	<i>Oferta</i>
<i>Productos</i>	<b>V'</b>	<b>m</b>	<b>q</b>
$\Sigma$	<b>x'</b>	<b>M</b>	

Elaboración propia

*Tabla 7. Tabla de Destino*

	<i>Ramas</i>	<i>Demanda Final</i>	<i>Empleos</i>
<i>Productos</i>	<b>U</b>	<b>Y</b>	<b>q</b>
<i>Valor Añadido</i>	<b>W</b>		<b>w</b>
$\Sigma$	<b>x'</b>	<b>y</b>	

Elaboración propia

Donde,

- $V'$  representa la tabla de Origen (producto-rama)
- $m$  representa el vector columna de importaciones
- $M$  es el total de importaciones de una economía
- $q$  representa el vector de oferta total de productos
- $x'$  es un vector fila con la producción total de cada rama
- $U$  representa la tabla de Destino con los empleos intermedios (producto-rama)
- $Y$  representa la matriz de demanda final, con los empleos finales de cada producto (producto-categorías de la demanda final)
- $y$  representa el vector de totales de la demanda final por categoría
- $W$  representa la matriz de componentes del valor añadido para cada rama (componentes del VAB-rama)
- $w$  representa el vector columna con los totales de cada una de las componentes en que dividamos el VAB.

Mientras que las tablas Input-Output simétricas, en sus dos configuraciones básicas serían:

*Tabla 8. Matriz Input-Output simétrica (producto a producto)*

	<i>Productos</i>	<i>Demanda Final</i>	$\Sigma$
<i>Productos</i>	<b>S</b>	<b>Y</b>	<b>q</b>
<i>Valor Añadido</i>	<b>E</b>		<b>w</b>
$\Sigma$	<b>q'</b>	<b>y</b>	

Elaboración propia

*Tabla 9. Matriz Input-Output simétrica (rama a rama)*

	<i>Ramas</i>	<i>Demanda Final</i>	$\Sigma$
<i>Ramas</i>	<b>B</b>	<b>F</b>	<b>x</b>
<i>Valor Añadido</i>	<b>W</b>		<b>w</b>
$\Sigma$	<b>x'</b>	<b>y</b>	

Elaboración propia

Donde, además de los elementos anteriores, aparecen ahora:

- **S** representa la matriz de consumos intermedios (producto-producto)
- **E** representa la matriz de componentes del valor añadido para las ramas homogéneas
- **B** representa la matriz de consumos intermedio (rama-rama)
- **F** representa la matriz con las componentes de la demanda final por rama

Las tablas de Origen y Destino se pueden representar de manera integrada en una única tabla, que denominamos marco integrado, del siguiente modo:

Tabla 10. Marco integrado

	<i>Productos</i>	<i>Ramas</i>	<i>Demanda Final</i>	$\Sigma$
<i>Productos</i>		<b>U</b>	<b>Y</b>	<b>q</b>
<i>Ramas</i>	<b>V</b>			<b>x</b>
<i>Valor Añadido</i>		<b>W</b>		<b>w</b>
<i>Importaciones</i>	<b>m'</b>			<b>M</b>
$\Sigma$	<b>q'</b>	<b>x'</b>	<b>y</b>	

Elaboración propia

En esta tabla están representadas de manera integrada tanto la tabla de Origen como la tabla de Destino, y en ella se producen una serie de identidades contables (prescindiendo de diferencias en los criterios de valoración):

$$U\mathbf{t} + Y\mathbf{t} = V'\mathbf{t} + \mathbf{m} = \mathbf{q}$$

$$U'\mathbf{t} + W'\mathbf{t} = V\mathbf{t} = \mathbf{x}$$

Estas identidades reflejan que el marco está equilibrado y es consistente, es decir, existe equilibrio desde la vertiente que la oferta y la demanda tanto en la producción por ramas como de la oferta de productos.

Es este marco integrado base, que posteriormente se irá adaptando a los diferentes criterios de valoración, nivel de desagregación e información disponible, el que se emplea para el desarrollo de las diferentes versiones del método SUT-RAS.

### Construcción del SUT-RAS a precios básicos

En primer lugar, vamos a construir el método SUT-RAS cuando tanto la tabla de Origen como la de Destino están valoradas a precios básicos tal y como está descrito en Temurshoev y Timmer (2011) adaptado a nuestra notación y requisitos:

La información del año de referencia 0 se encontraría resumida en el siguiente marco integrado:

Tabla 11. Marco integrado del año de referencia a precios básicos

	<i>Productos</i> ( $p$ )	<i>Ramas</i> ( $r$ )	<i>Demanda Final</i> ( $f$ )	$\Sigma$
<i>Productos</i> ( $p$ )		$\mathbf{U}_{b,0}$	$\mathbf{Y}_{b,0}$	$\mathbf{q}_{b,0}$
<i>Ramas</i> ( $r$ )	$\mathbf{V}_{b,0}$			$\mathbf{x}_{b,0}$
<i>Importaciones</i> ( $m$ )	$\mathbf{m}'_0$			$M_0$
$\Sigma$	$\mathbf{q}'_{b,0}$	$\mathbf{u}'_{b,0} = \mathbf{x}'_{b,0} - \mathbf{v}'_{b,0}$	$\mathbf{y}'_{b,0}$	

Elaboración propia

Nótese que estamos suponiendo que en esta economía existen  $p$  productos diferentes,  $r$  ramas productivas, la demanda final se descompone en  $f$  componentes, y existen  $m$  orígenes diferentes para las importaciones. Habitualmente, consideraremos que  $m=1$ , ya que no distinguiremos posibles orígenes diferentes para las importaciones. No obstante esta última suposición puede ser fácilmente generalizada, teniéndose en consideración diversos orígenes diferentes para las importaciones.

Nótese también que, al igual que ha ocurrido en el SUT-EURO, y dado que estamos trabajando a precios básicos, los consumos intermedios están referidos a esa valoración. Por tanto, al igual que ocurría en el método SUT-EURO la igualdad

$$\mathbf{u}'_{b,0} = \mathbf{x}'_{b,0} - \mathbf{v}'_{b,0} \quad (3.20)$$

no es cierta si prescindimos de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos.

Al igual que en el SUT-EURO, la ecuación (3.20) lleva aparejada de manera implícita alguna de las siguientes hipótesis que allí hicimos, o bien, se está suponiendo que los impuestos netos

de subvenciones son los productos son nulos, o bien están incluidos dentro de las componentes del valor añadido bruto.

En el caso del SUT-RAS existe otra posibilidad adicional que podría darse para la no consideración de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos. Podría ocurrir que el vector de impuestos netos de subvenciones sobre los productos fuera perfectamente conocido tanto en el año de referencia como en el año de proyección y, en consecuencia, de este modo podría ser cancelado en la actualización.

Esto conduciría a que  $\mathbf{x}_b$  no fuera exactamente la producción a precios básicos, sino la producción descontada de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos.

Conocer de manera completa el total de impuestos netos de subvenciones sobre los productos es una realidad en el año de referencia en el que disponemos del marco Input-Output completo. Pero para el año en que pretendemos realizar la proyección, la Contabilidad Nacional sólo proporciona el valor del total de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos. Por tanto, al igual que ya vimos con el SUT-EURO, los autores del SUT-RAS están prescindiendo de esta magnitud sin que en sus artículos originales expliciten qué hipótesis están tomando. En el siguiente capítulo, al igual que se va a hacer con el método SUT-EURO, desarrollaremos una versión del SUT-RAS con un tratamiento explícito de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos que será el que empleemos para realizar las evaluaciones empíricas y para comparar la fiabilidad de ambos métodos.

Una vez realizada la anterior puntualización introducimos, como ya hicimos en el capítulo segundo, los requisitos de información del SUT-RAS original. Para el año que queremos proyectar las tablas de Origen y de Destino, necesitamos la siguiente información de referencia:

- i) Vector con los valores añadidos brutos para cada rama,  $\mathbf{v}_{b,t} \in \mathbb{R}^r$ .
- ii) Vector con los valores totales de la demanda final diferenciada por componente,  $\mathbf{y}_{b,t} \in \mathbb{R}^f$ .
- iii) Valor del total de importaciones para el año  $t$ ,  $M_t$ .
- iv) Vector con los valores del total de producción por rama,  $\mathbf{x}_{b,t} \in \mathbb{R}^r$ .

Vemos que los tres primeros puntos es la información que requiere el método SUT-EURO para hacer su proyección, mientras que el punto *iv* corresponde a una pieza de información adicional



que requiere el SUT-RAS en comparación con el SUT-EURO, el vector de producción a precios básicos por rama.

En el capítulo primero de este trabajo se ha tratado la cuestión de cómo la información adicional afecta a los métodos de proyección de tablas Input-Output, tema especialmente analizado en la literatura dentro de los métodos de la familia RAS. Las técnicas basadas en la metodología RAS, como el SUT-RAS, son bastante flexibles y capaces de incorporar información adicional con mucha facilidad, por lo que los estudios de estática comparativa sobre los cambios en la bondad de ajuste que introduce la información adicional son fáciles de llevar a cabo.

Una vez definida la información del año de referencia, y de la información requerida para realizar la proyección del año  $t$ , veamos cómo se implementa el método SUT-RAS.

Definimos la matriz  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{O}_{p \times p} & \bar{\mathbf{U}}_0 \\ \bar{\mathbf{V}}_0 & \mathbf{O}_{(r+m) \times (r+f)} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{(p+r+m) \times (p+r+f)}$  que contiene toda la información relevante<sup>367</sup> del año de referencia:

- $\bar{\mathbf{V}}_0 \in \mathcal{M}_{(r+m) \times p} = \left( \mathbf{V}_{b,0}' \quad \mathbf{m}_0 \right)'$  es la tabla de Origen del año de referencia
- $\bar{\mathbf{U}}_0 \in \mathcal{M}_{p \times (r+f)} = \left( \mathbf{U}_{b,0} \quad \mathbf{Y}_{b,0} \right)$  es la tabla de Destino del año de referencia
- $\mathbf{O}$  representa una matriz nula con las dimensiones adecuadas

Nuestro objetivo es obtener una matriz  $\mathbf{X}$  para el año  $t$  que contenga las tablas de Origen y Destino de dicho año, y que dicha matriz verifique la información adicional de la que disponemos obtenida a partir de fuentes oficiales. La matriz  $\mathbf{X}$  contendrá

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{O}_{p \times p} & \bar{\mathbf{U}}_t \\ \bar{\mathbf{V}}_t & \mathbf{O}_{(r+m) \times (r+f)} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{(p+r+m) \times (p+r+f)}$$

Donde  $\bar{\mathbf{V}}_t \in \mathcal{M}_{(r+m) \times p} = \left( \mathbf{V}_{b,t}' \quad \mathbf{m}_t \right)'$  será la tabla de Origen proyectada, y

$\bar{\mathbf{U}}_t \in \mathcal{M}_{p \times (r+f)} = \left( \mathbf{U}_{b,t} \quad \mathbf{Y}_{b,t} \right)$  la tabla de Destino.

<sup>367</sup> La información que no se encuentra directamente en  $\mathbf{A}$ , valores añadidos, producción por ramas y vector de oferta de productos, puede obtenerse a través de las marginales de la mencionada matriz y como diferencia de dichas marginales.

Denominemos de manera breve como  $a_{ij}$  a los elementos de la matriz  $\mathbf{A}$  y  $x_{ij}$  a los elementos de la matriz  $\mathbf{X}$ . Para lograr la proyección de  $\mathbf{X}$ , el SUT-RAS va a plantear un problema de optimización restringida.

A la matriz  $\mathbf{X}$  se le exigirán las siguientes propiedades:

- a) Que sea tan próxima a  $\mathbf{A}$  como sea posible. Para ello se define la siguiente función objetivo que mide la divergencia entre los elementos de  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{X}$  de la siguiente manera

$$\sum_i \sum_j |a_{ij}| \left( z_{ij} \cdot \ln \left( \frac{z_{ij}}{e} \right) + 1 \right)$$

Donde  $z_{ij} = \frac{x_{ij}}{a_{ij}}$  con  $z_{ij} = 1$  si  $a_{ij} = 0$ .

Como ya se analizó en el apartado correspondiente a métodos de optimización restringida del capítulo primero, esta función objetivo es similar a la que Junius y Oosterhaven<sup>368</sup> emplearon en su método GRAS, pero con la corrección introducida por Huang, Kobayashi y Tanji<sup>369</sup> para evitar los problemas de sesgo de la anterior a la hora de encontrar la solución óptima en algunas situaciones

El empleo de esta función objetivo para el SUT-RAS, de acuerdo con Temurshoev y Timmer (2011)<sup>370</sup>, tiene una justificación desde el punto de vista de la teoría económica, y es que la matriz  $\mathbf{X}$  preservará tanto como sea posible la tecnología de referencia que está presente en las tablas de Origen y Destino originales. Por tanto, Temurshoev y Timmer reclaman para el método SUT-RAS un fundamento económico que supere las críticas que muchos métodos de la familia RAS han recibido a lo largo de la historia y que queda perfectamente reflejada en una frase de Myernik<sup>371</sup>: los métodos RAS "sustituyen la lógica económica por la tratabilidad computacional". Sin embargo, en nuestra opinión, la justificación dada por Temurshoev y Timmer es poco sólida y estamos más de acuerdo con la opinión de Myernik en el sentido de que,

<sup>368</sup> Junius, T. y Oosterhaven, J. (2003) op. cit.

<sup>369</sup> Huang, W., Kobayashi, S. y Tanji, H. (2008) op. cit.

<sup>370</sup> Temurshoev, U. y Timmer, M.P. (2011) op. cit. p. 881

<sup>371</sup> Myernik, W.H. (1976) 'Comments on Recent Development in Regional Input-Output Analysis', *International Regional Science Review*, vol. 1, p. 48

aunque estos métodos obtengan buenos resultados empíricos su principal sustento es la tratabilidad computacional de los mismos.

Es interesante notar que la función objetivo da más importancia a los elementos de mayor tamaño en  $\mathbf{A}$  gracias al factor  $|a_{ij}|$  que multiplica cada elemento de la función objetivo. Por tanto, la función penaliza en mayor medida las desviaciones de los elementos mayores de la matriz  $\mathbf{A}$  que la de los menores.

Por último, la función objetivo y la manera en la que se obtendrán los elementos  $x_{ij}$ , a partir de multiplicadores  $z_{ij}$ , va a hacer que el método SUT-RAS preserve en  $\mathbf{X}$  el signo de los elementos de la matriz  $\mathbf{A}$ , ya que la función objetivo garantiza que  $z_{ij} > 0$  puesto que los logaritmos sólo están definidos para argumentos positivos. Por otro lado, los elementos nulos de la matriz  $\mathbf{A}$  seguirán siendo nulos, puesto que para cada elemento  $a_{ij} = 0$  en la matriz original seguirá siendo igual a 0 en la solución  $x_{ij}$ , dado que en estos casos se ha definido  $z_{ij} = 1$ , valor para el que la función objetivo se hace

$$\text{mínima ya que en esos casos } |a_{ij}| \left( z_{ij} \cdot \ln \left( \frac{z_{ij}}{e} \right) + 1 \right) = 0 \quad ^{372}$$

En consecuencia, dada la función objetivo que plantea el SUT-RAS, a priori, podría considerarse el mismo como una versión del GRAS. Sin embargo, esto sólo es cierto desde la consideración exclusiva de la función objetivo. El método SUT-RAS plantea el problema de optimización para obtener la tabla de Origen y de Destino de manera integrada, obteniendo una solución para ambas de manera simultánea e interrelacionada, en un marco de equilibrio contable entre oferta y demanda. El método GRAS, sin embargo, debe plantear problemas de optimización separados para la tabla de Origen y de Destino, obteniéndose el equilibrio porque la información suministrada a ambos problemas contiene marginales por filas y columnas que están equilibradas de partida. Sin embargo, esto supone el tener que conocer dichas marginales a priori, cosa que no es siempre posible, por lo que tendrán que obtenerse por una vía

<sup>372</sup> En el planteamiento original de Junius y Oosterhaven del método GRAS, en los casos en que  $a_{ij} = 0$  se establecía que  $z_{ij} = 0$ . Esto añade un problema de indefinición en la función objetivo ya que el logaritmo de 0 no está definido en los números reales, a pesar de que  $\lim_{z_{ij} \rightarrow 0} z_{ij} \cdot \ln(z_{ij}) = 0$ . Por tanto, Lenzen, Wood y Gallego sugieren que es más razonable suponer que  $z_{ij} = 1$ , ya que, si queremos que  $a_{ij} = 0 \rightarrow x_{ij} = 0$ , y como  $x_{ij} = z_{ij} \cdot a_{ij}$ , cuando  $a_{ij} \rightarrow 0$ , entonces  $x_{ij} \rightarrow 0$ , y el  $\lim_{a_{ij} \rightarrow 0} z_{ij} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\varepsilon}{\varepsilon} = 1$ .

alternativa. El método SUT-RAS integra el equilibrio dentro del problema de optimización mediante restricciones, y supera ese problema. Las marginales desconocidas, como es el caso de la producción por productos quedarán determinadas endógenamente con el problema de optimización.

b) La matriz  $\mathbf{X}$  debe satisfacer las siguientes condiciones de equilibrio

$$\mathbf{U}_{b,t} \cdot \mathbf{1} + \mathbf{Y}_{b,t} \cdot \mathbf{1} = \mathbf{V}_{b,t}' \cdot \mathbf{1} + \mathbf{m}_t \quad (3.21)$$

$$\mathbf{U}_{b,t}' \cdot \mathbf{1} = \mathbf{u}_{b,t} = \mathbf{x}_{b,t} - \mathbf{v}_{b,t} \quad (3.22)$$

$$\mathbf{Y}_{b,t}' \cdot \mathbf{1} = \mathbf{y}_{b,t} \quad (3.23)$$

$$\mathbf{V}_{b,t} \cdot \mathbf{1} = \mathbf{x}_{b,t} \quad (3.24)$$

$$\mathbf{m}_t \cdot \mathbf{1} = M_t \quad (3.25)$$

Estas condiciones traducidas a la notación del problema de optimización restringida del SUT-RAS se convertirán en las siguientes restricciones del problema de optimización:

$$\sum_{j \in \{r, f\}} a_{ij} z_{ij} - \sum_{i \in \{r, m\}} a_{iu} z_{iu} = 0 \text{ para cada } u \in \{p\} \quad (3.26)$$

$$\sum_{i \in \{p\}} a_{ij} z_{ij} = \bar{u}_j \text{ para cada } j \in \{r, f\} \quad (3.27)$$

$$\sum_{j \in \{p\}} a_{ij} z_{ij} = \bar{x}_j \text{ para cada } i \in \{r, m\} \quad (3.28)$$

Con  $\bar{u}_j$  es la componente  $j$ -ésima de un vector  $\bar{\mathbf{u}}$  con  $r + f$  componentes formado por

$$\left( \mathbf{u}_{b,t}' , \mathbf{y}_{b,t}' \right)'$$

y  $\bar{x}_i$  es la componente  $i$ -ésima de un vector  $\bar{\mathbf{x}}$  con  $r + m$  componentes formado por

$$\left( \mathbf{x}_{b,t}' , M_t \right)'$$

La primera restricción (3.21) es equivalente a (3.26) aunque con la notación transformada de manera apropiada, en consonancia con la existente en la función objetivo, para la resolución del problema de optimización. Esto supone que el problema

de optimización garantiza el equilibrio desde la perspectiva de la oferta y la demanda en lo que corresponde a la oferta de cada tipo de producto. Dicho vector no es conocido de antemano y el problema de optimización lo calcula de manera endógena a los datos dados, garantizándose el equilibrio de las tablas de Origen y Destino para el vector obtenido.

La segunda restricción (3.27) engloba las ecuaciones (3.22) y (3.23). Ésta establece que dentro de la nueva tabla de Destino que obtengamos, en la matriz  $\mathbf{X}$  solución del sistema, se garantizará que:

- Por un lado, que la suma total por columnas de los consumos intermedios de cada rama coincidirá con el vector  $\mathbf{u}_{b,t} = \mathbf{x}_{b,t} - \mathbf{v}_{b,t}$  dado.
- Por otro lado, que la suma total por columnas de los consumos finales coincidirá con el vector de demandas finales dada  $\mathbf{y}_{b,t}$

La tercera restricción (3.28) engloba las condiciones de equilibrio (3.24) y (3.25) que operan sobre la tabla de Origen que obtendremos dentro de la matriz  $\mathbf{X}$ . Ambas garantizan que la suma por filas de la traspuesta de la tabla de Origen para cada rama es igual a la producción total de la rama a precios básicos, y que la suma de las importaciones es igual al total de importaciones dados para el año  $t$ , siempre a precios básicos.

En consecuencia, el SUT-RAS consistiría en resolver el siguiente problema de optimización restringida:

$$\min_{z_{ij}} \sum_i \sum_j |a_{ij}| \left( z_{ij} \cdot \ln \left( \frac{z_{ij}}{e} \right) + 1 \right) \quad (3.29)$$

sujeto a

$$\sum_{j \in \{r, f\}} a_{uj} z_{uj} - \sum_{i \in \{r, m\}} a_{iu} z_{iu} = 0 \text{ para cada } u \in \{p\} \quad (3.30)$$

$$\sum_{i \in \{p\}} a_{ij} z_{ij} = \bar{u}_j \text{ para cada } j \in \{r, f\} \quad (3.31)$$

$$\sum_{j \in \{p\}} a_{ij} z_{ij} = \bar{x}_i \text{ para cada } i \in \{r, m\} \quad (3.32)$$

Teniendo en cuenta que la matriz  $\mathbf{A}$  puede contener tanto elementos positivos como negativos, la función objetivo se desagregará en dos sumandos, uno para los elementos positivos y otro para los elementos negativos de  $\mathbf{A}$ . Dado que en una configuración a precios básicos los únicos elementos negativos que pueden aparecer estarían concentrados en  $\bar{\mathbf{U}}_0^r$ , definamos  $\mathbf{P}_0$  la matriz con los elementos positivos de  $\bar{\mathbf{U}}_0^r$  y el resto de elementos nulos, y  $\mathbf{N}_0$  que sería la matriz con los valores absolutos de los elementos negativos de  $\bar{\mathbf{U}}_0^r$ , siendo el resto 0:  $\mathbf{N}_0 = \mathbf{P}_0 - \bar{\mathbf{U}}_0^r$

De este modo la función Lagrangiana del problema de optimización sería:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(z, \lambda, \tau, \mu) = & \sum_{i,j \in \mathbf{N}_0} a_{ij} \left( z_{ij} \cdot \ln \left( \frac{z_{ij}}{e} \right) + 1 \right) - \sum_{i,j \in \mathbf{N}_0} a_{ij} \left( z_{ij} \cdot \ln \left( \frac{z_{ij}}{e} \right) + 1 \right) + \sum_{u \in \{p\}} \lambda_u \left( \sum_{i \in \{r,m\}} a_{iu} z_{iu} - \sum_{j \in \{r,f\}} a_{uj} z_{uj} \right) \\ & + \sum_{j \in \{r,f\}} \tau_j \left( \bar{u}_j - \sum_{i \in \{p\}} a_{ij} z_{ij} \right) + \sum_{i \in \{r,m\}} \mu_i \left( \bar{x}_i - \sum_{j \in \{p\}} a_{ij} z_{ij} \right) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Para resolver esta Lagrangiana, obtenemos las derivadas parciales con respecto a los elementos  $z_{ij}$ , cuyas expresiones serán diferentes dependiendo de en qué cuadrante del marco integrado estemos situados, y que se encuentran expresadas en la Tabla 12.

Igualando las derivadas parciales a cero y despejando obtenemos que los factores de actualización serían

$$z_{ij} = \begin{cases} e^{\lambda_i} \cdot e^{\tau_j} & \text{si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{p\} \text{ y } j \in \{r, f\} \\ e^{-\lambda_i} \cdot e^{-\tau_j} & \text{si } a_{ij} < 0 \text{ con } i \in \{p\} \text{ y } j \in \{r, f\} \end{cases}$$

$$z_{ij} = e^{\mu_i} \cdot e^{-\lambda_j} \text{ si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{r, m\} \text{ y } j \in \{p\}$$

Aplicando estos multiplicadores a los elementos de la matriz  $\mathbf{A}$ , obtendríamos nuestra proyección de  $\mathbf{X}$ .

Vistas las expresiones de  $z_{ij}$  se sigue que  $z_{ij} > 0 \quad \forall i, j$ , por lo que los elementos de la matriz proyectada tendrán los mismos signos que la matriz original como ya se ha comentado

anteriormente, lo que implica que el método SUT-RAS posee la propiedad de preservación del signo.

Tabla 12. Resultados de las derivadas parciales de la Lagrangiana del SUT-RAS a precios básicos.

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_{ij}}$ si $a_{ij} > 0$	Productos (p)	Ramas (r)	Demanda Final (f)
Productos (p)		$a_{ij} \ln z_{ij} - \lambda_i a_{ij} - \tau_j a_{ij}$	$a_{ij} \ln z_{ij} - \lambda_i a_{ij} - \tau_j a_{ij}$
Ramas (r)	$a_{ij} \ln z_{ij} + \mu_i a_{ij} + \lambda_j a_{ij}$		
Importaciones (m)	$a_{ij} \ln z_{ij} + \mu_i a_{ij} + \lambda_j a_{ij}$		
$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_{ij}}$ si $a_{ij} < 0$	Productos (p)	Ramas (r)	Demanda Final (f)
Productos (p)		$-a_{ij} \ln z_{ij} - \lambda_i a_{ij} - \tau_j a_{ij}$	$-a_{ij} \ln z_{ij} - \lambda_i a_{ij} - \tau_j a_{ij}$
Ramas (r)			
Importaciones (m)			

Elaboración propia.

Por simplicidad y siguiendo a Temurshoev y Timmer<sup>373</sup>, llamemos a  $r_u(i) = e^{\lambda_i}$  con  $i \in \{p\}$ ,  $s_u(j) = e^{\tau_j}$  con  $j \in \{r, f\}$  y  $r_v(i) = e^{\mu_i}$  con  $i \in \{r, m\}$ . Con esta notación se puede establecer el resultado de manera matricial, dado los valores óptimos de  $z_{ij}$

$$\bar{\mathbf{V}}_t = \left( \mathbf{V}_{b,t}' \quad \mathbf{m}_t \right)' = \hat{\mathbf{r}}_v \bar{\mathbf{V}}_0 \hat{\mathbf{r}}_u^{-1}$$

$$\bar{\mathbf{U}}_t = \left( \mathbf{U}_{b,t} \quad \mathbf{Y}_{b,t} \right) = \hat{\mathbf{r}}_u \mathbf{P}_0 \hat{\mathbf{s}}_u - \hat{\mathbf{r}}_u^{-1} \mathbf{N}_0 \hat{\mathbf{s}}_u^{-1}$$

La expresión solución del SUT-RAS para precios básicos, como puede observarse es análoga a las de la familia RAS/GRAS en el que se engloba y a la de cualquier técnica biproporcional: los elementos de las tablas de Origen y Destino del año de referencia, son multiplicados por un factor fila y un factor columna.

Es más, la solución del SUT-RAS es muy parecida en su expresión a la del método GRAS de Junius y Oosterhaven (2003)<sup>374</sup>. Sin embargo, en el método GRAS la primera parte se obtiene

<sup>373</sup> Temurshoev, U. y Timmer, M.P. (2011) op. cit. p. 868

<sup>374</sup> Junius, T. y Oosterhaven, J. (2003) op. cit. pp. 87-96.

a partir de un problema de optimización y la segunda a partir de otro diferente e independiente del anterior. Por tanto, la solución del GRAS involucra a cuatro vectores multiplicadores, una pareja para la tabla de Origen, y otra pareja diferente para la tabla de Destino. En el SUT-RAS dado que el problema se ha planteado de manera integrada, sólo es necesario realizar una optimización en lugar de dos para obtener la solución de ambas tablas. Además, en la solución sólo intervienen tres vectores de multiplicadores interdependientes entre ellos como veremos a continuación.

La solución es consistente con las condiciones de equilibrio que se establecieron por lo que, a diferencia del SUT-EURO, no es necesario llevar a cabo ningún ajuste adicional para equilibrar inputs y outputs por rama o por producto.

Una vez encontrada la solución de nuestro problema, necesitamos encontrar las expresiones de los multiplicadores de Lagrange que proporcionan la solución óptima del problema de actualización. Para tal propósito, vamos sustituir nuestra solución óptima en las restricciones del problema de optimización. De este modo, podremos encontrar el sistema para despejar los multiplicadores.

La primera restricción establecía que  $\mathbf{U}_{b,t} \mathbf{l} + \mathbf{Y}_{b,t} \mathbf{l} = \mathbf{V}_{b,t}' \mathbf{l} + \mathbf{m}_t$ , o lo que es lo mismo

$$\bar{\mathbf{U}}_t \mathbf{l} - \bar{\mathbf{V}}_t' \mathbf{l} = \mathbf{0}$$

Sustituyendo la solución óptima en la restricción obtenemos que

$$\hat{\mathbf{r}}_u \mathbf{P}_0 \mathbf{s}_u - \hat{\mathbf{r}}_u^{-1} \mathbf{N}_0 \hat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{l} - \hat{\mathbf{r}}_u^{-1} \bar{\mathbf{V}}_0' \mathbf{r}_v = \mathbf{0} \quad (3.34)$$

Premultiplicando (3.34) por  $\hat{\mathbf{r}}_u$ , obtenemos la siguiente expresión que es un conjunto de ecuaciones cuadráticas independientes entre sí. Habrá una ecuación cuadrática por cada una de las componentes del vector  $\mathbf{r}_u \in \mathbb{R}^p$

$$\hat{\mathbf{r}}_u^2 \mathbf{P}_0 \mathbf{s}_u - \mathbf{N}_0 \hat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{l} - \bar{\mathbf{V}}_0' \mathbf{r}_v = \mathbf{0} \quad (3.35)$$

Resolviendo (3.35) obtenemos que

$$r_u(i) = \sqrt{\left[ \widehat{\mathbf{P}}_0 \mathbf{s}_u^{-1} \right](i) \cdot \left( \left[ \mathbf{N}_0 \hat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{l} \right](i) + \left[ \bar{\mathbf{V}}_0' \mathbf{r}_v \right](i) \right)} \quad \text{para } i \in \{p\} \quad (3.36)$$



Donde la notación  $[A](i)$  hace referencia al elemento  $i$ -ésimo de vector  $A$ , o a la componente  $i$ -ésima de la diagonal de la matriz  $A$  cuando ésta es una matriz diagonal.

La segunda restricción englobaba 2 condiciones,

$$\mathbf{U}_{b,t}' \boldsymbol{\iota} = \mathbf{u}_{b,t} = \mathbf{x}_{b,t} - \mathbf{v}_{b,t}$$

$$\mathbf{Y}_{b,t}' \boldsymbol{\iota} = \mathbf{y}_{b,t}$$

que de manera compacta podemos escribir como  $\overline{\mathbf{U}}_t' \boldsymbol{\iota} = \overline{\mathbf{u}}$  y sustituyendo adecuadamente los valores de la solución óptima obtenemos que

$$\widehat{\mathbf{s}}_u \mathbf{P}_0' \mathbf{r}_u - \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{N}_0' \mathbf{r}_u^{-1} \boldsymbol{\iota} = \overline{\mathbf{u}} \quad (3.37)$$

Premultiplicando por  $\widehat{\mathbf{s}}_u$  en (3.37) nos queda el siguiente bloque de ecuaciones cuadráticas

$$\widehat{\mathbf{s}}_u^2 \mathbf{P}_0' \mathbf{r}_u - \widehat{\mathbf{s}}_u \overline{\mathbf{u}} - \mathbf{N}_0' \widehat{\mathbf{r}}_u^{-1} \boldsymbol{\iota} = \mathbf{0} \quad (3.38)$$

que se resuelve del siguiente modo

$$s_u(i) = \frac{1}{2} \left( \left[ \widehat{\mathbf{P}}_0' \widehat{\mathbf{r}}_u^{-1} \right](i) \right) \left( [\overline{\mathbf{u}}](i) + \sqrt{[\overline{\mathbf{u}}](i) [\overline{\mathbf{u}}](i) + 4 \left[ \widehat{\mathbf{P}}_0' \widehat{\mathbf{r}}_u^{-1} \right](i) \left[ \mathbf{N}_0' \widehat{\mathbf{r}}_u^{-1} \boldsymbol{\iota} \right](i)} \right) \text{ con } i \in \{r, f\} \quad (3.39)$$

De la tercera restricción que englobaba las condiciones  $\mathbf{V}_{b,t}' \boldsymbol{\iota} = \mathbf{x}_{b,t}$  y  $\mathbf{m}_t \boldsymbol{\iota} = M_t$ , y que de manera compacta puede escribirse como  $\overline{\mathbf{V}}_t' \boldsymbol{\iota} = \overline{\mathbf{x}}$ , aplicándole la solución óptima resulta que

$$\widehat{\mathbf{r}}_v \overline{\mathbf{V}}_0 \widehat{\mathbf{r}}_u^{-1} \boldsymbol{\iota} = \overline{\mathbf{x}} = \widehat{\mathbf{x}} \boldsymbol{\iota} \quad (3.40)$$

La ecuación (3.40), dado que tanto  $\widehat{\mathbf{r}}_v$  como  $\widehat{\mathbf{x}}$  son matrices diagonales, puede reescribirse como

$$\widehat{\mathbf{x}}^{-1} \overline{\mathbf{V}}_0 \widehat{\mathbf{r}}_u^{-1} \boldsymbol{\iota} = \widehat{\mathbf{r}}_v^{-1} \boldsymbol{\iota} \quad (3.41)$$

por lo que,

$$r_v(i) = \frac{1}{\left[ \widehat{\bar{\mathbf{x}}}^{-1} \widehat{\mathbf{V}}_0 \widehat{\mathbf{r}}_u^{-1} \cdot \mathbf{t} \right](i)} \quad \text{con } i \in \{r, m\} \quad (3.42)$$

Para que (3.42) tenga sentido se tiene que verificar que el vector de producciones e importaciones  $\bar{\mathbf{x}}$  por rama debe tener todas sus componentes estrictamente positivas. Del mismo modo, de (3.37) se sigue que  $\bar{\mathbf{u}}$  también debe ser un vector estrictamente positivo. Dado el significado económico de ambos vectores, ambos verifican ambas condiciones sin mayor problema.

Las expresiones (3.36), (3.39) y (3.42) son las expresiones de los multiplicadores que proyectan la matriz de referencia y nos sirven para obtener nuestra matriz  $\mathbf{X}$ . Observando las tres expresiones, vemos que cada componente  $r_u(i)$  depende de tanto de  $\mathbf{r}_v$  como de  $\mathbf{s}_u$ , mientras que  $\mathbf{r}_v$  y  $\mathbf{s}_u$  dependen de  $\mathbf{r}_u$ . Por tanto, los tres multiplicadores están interrelacionados entre sí. Esto constituye un sistema de ecuaciones no lineal para el que Temurshoev y Timmer<sup>375</sup> ofrecen el siguiente algoritmo iterativo de resolución:

- 1) Paso 0: Inicialización. Se fija  $\mathbf{r}_{v,0} = \mathbf{t}_{r+m}$  y  $\mathbf{s}_{u,0} = \mathbf{t}_{r+f}$
- 2) Paso 1: se calcula  $\mathbf{r}_{u,1}$  en función de  $\mathbf{r}_{v,0}$  y  $\mathbf{s}_{u,0}$ .
- 3) Paso 2: Posteriormente, usamos los valores obtenidos de  $\mathbf{r}_{u,1}$  para calcular  $\mathbf{r}_{v,1}$  y  $\mathbf{s}_{u,1}$ .
- 4) Paso 3: volvemos a repetir el paso 1 y el paso 2 de manera reiterativa para obtener  $\mathbf{r}_{u,i} = h(\mathbf{r}_{v,i-1}, \mathbf{s}_{u,i-1})$  y a partir de ahí,  $\mathbf{r}_{v,i} = g(\mathbf{r}_{u,i})$  y  $\mathbf{s}_{u,i} = f(\mathbf{r}_{u,i})$ . Continuamos así hasta que  $|\mathbf{r}_{u,i} - \mathbf{r}_{u,i-1}| < \varepsilon \mathbf{t}_p$  para un vector  $\varepsilon$  suficientemente pequeño.

- 5) Paso final: Obtenemos las proyecciones finales de  $\widehat{\bar{\mathbf{V}}}_t = \widehat{\mathbf{r}}_{v,k} \widehat{\mathbf{V}}_0 \widehat{\mathbf{r}}_{u,k}^{-1}$  y  $\widehat{\bar{\mathbf{U}}}_t = \widehat{\mathbf{r}}_{u,k} \widehat{\mathbf{P}}_0 \widehat{\mathbf{s}}_{u,k} - \widehat{\mathbf{r}}_{u,k}^{-1} \widehat{\mathbf{N}}_0 \widehat{\mathbf{s}}_{u,k}^{-1}$ .

Siguiendo a Temurshoev y Timmer<sup>376</sup>, este algoritmo tiene su convergencia garantizada siempre que el problema de optimización restringida posea solución. Esto será así, ya que la función objetivo (3.29) es una suma de funciones estrictamente convexas, por lo que es estrictamente convexa. Las restricciones (3.30) a (3.32) son funciones lineales, por lo que

<sup>375</sup> Temurshoev, U. y Timmer, M.P. (2011) op. cit. p. 869

<sup>376</sup> Temurshoev, U. y Timmer, M.P. (2011) op. cit. p. 870

pueden considerarse convexas, pero no estrictamente. Nuestra función (3.33) es por tanto una función estrictamente convexa<sup>377</sup> al ser una suma de funciones estrictamente convexas y lineales, lo que garantiza que tenga una solución única a la que convergerá el algoritmo planteado por Temurshoev y Timmer. Esto ocurrirá siempre que los datos proporcionados no contengan inconsistencias internas, para lo cual hay que comprobar que el consumo total de todos los productos coincide con la oferta total de la economía, esto es

$$t'\bar{\mathbf{x}} = t'\bar{\mathbf{u}}$$

### 3.3.3 El método SUT-RAS a precios básicos con información exógena adicional y con diferenciación de orígenes de los empleos en la tabla de Destino

A continuación, y para ilustrar la versatilidad del método SUT-RAS para adaptarse a diferentes situaciones, vamos a introducir una modificación en el SUT-RAS original a precios básicos de Temurshoev y Timmer de manera que se adapte a una situación en la que en la tabla de Destino se diferencia los empleos por origen (interior e importado) y en la que disponemos de información adicional acerca de unos cuantos coeficientes que han sido estimados de manera directa con información exógena.

Esta generalización del SUT-RAS que planteamos aquí, es plenamente original en el sentido de que el tratamiento que se introduce de la información exógena es más general que el presentado en Temurshoev y Timmer en su artículo de 2011. Ellos se centran en el caso de que se dispusiera de toda la información completa de una fila o columna (por ejemplo, que dispusiéramos de todas las exportaciones por producto o el gasto en consumo final de los hogares). En estos casos, Temurshoev y Timmer sugieren eliminar por completo la fila y/o la columna completa del sistema y trabajar con un marco integrado más reducido. Una vez resuelto el problema de optimización, sólo hay que incorporar las filas y columnas eliminadas al resultado final<sup>378</sup>.

Nuestro planteamiento es más general puesto que engloba ese caso particular, como otros más generales, por ejemplo el hecho de conocer algún coeficiente aislado o un conjunto de coeficientes aislados, constituyan una fila o columna completa o no, y está en línea con el

<sup>377</sup> Véase Chiang, A.C. (1984) "Fundamental Methods of Mathematical Economics", p. 342, Teoremas I-III.

<sup>378</sup> Véase Temurshoev, U. y Timmer, M.P. (2011) op. cit. pp. 870-871

tratamiento de la información exógena realizado por Paelinck y Waelbroeck (1963)<sup>379</sup> que permite la introducción de información exógena de elementos individualizados. A pesar de ello, el método que aquí desarrollamos está completamente entroncado con la metodología planteada por Temurshoev y Timmer (2011)<sup>380</sup>.

Para llevar a cabo este método, en primer lugar debemos plantear nuestro marco integrado adaptado a la nueva información disponible.

En la Tabla 13 se presenta el marco integrado para la nueva situación. Puede verse que las matrices de usos intermedios y finales se han desagregado para diferenciar los empleos interiores de los importados.

Para ello, se ha creado una nueva fila y una nueva columna en el marco integrado para distinguir entre productos interiores e importados, donde  $p^d$  representa el conjunto de todos los bienes interiores que se producen en la economía y  $p^m$  el conjunto de todos los bienes importados.

Nuestra dotación de información inicial para la proyección de esta tabla para el año  $t$  es la misma que requiere el SUT-RAS a precios básicos del apartado anterior:

- i) Vector con los valores añadidos brutos para cada rama,  $\mathbf{v}_{b,t} \in \mathbb{R}^r$ .
- ii) Vector con los valores totales de la demanda final diferenciada por componente,  $\mathbf{y}_{b,t} \in \mathbb{R}^f$ .
- iii) Valor del total de importaciones para el año  $t$ ,  $M_t$ .
- iv) Vector con los valores del total de producción por rama,  $\mathbf{x}_{b,t} \in \mathbb{R}^r$ .

Y además, disponemos de información adicional exógena en forma de un conjunto de coeficientes, que suponemos almacenada en una matriz  $\mathbf{E}_t \in \mathcal{M}_{(p^d+p^m) \times (r+f)}$ . Vamos a suponer que la información exógena consiste en un conjunto de consumos intermedios y finales, tanto de origen interior como importado, que han podido ser estimados parcialmente con información exógena y/o algún modelo econométrico. Suponemos también, por simplicidad,

---

<sup>379</sup> Paelinck, J. y Waelbroeck, J. (1963) op. cit.

<sup>380</sup> Temurshoev, U. y Timmer, M.P. (2011) op. cit.

que toda la información exógena corresponde a la tabla de Destino (suele ser lo más corriente), pero de modo análogo puede generalizarse esta metodología a la tabla de Origen.

Tabla 13. Marco Input-Output integrado del año de referencia a precios básicos con diferenciación de orígenes en empleos.

	Productos interiores ( $p^d$ )	Importaciones ( $p^m$ )	Ramas ( $r$ )	Demanda Final ( $f$ )	$\Sigma$
Productos interiores ( $p^d$ )			$\mathbf{U}_{b,0}^d$	$\mathbf{Y}_{b,0}^d$	$\mathbf{q}_{b,0} - \mathbf{m}_0$
Importaciones ( $p^m$ )			$\mathbf{U}_{b,0}^m$	$\mathbf{Y}_{b,0}^m$	$\mathbf{m}_0$
Ramas ( $r$ )	$\mathbf{V}_{b,0}$				$\mathbf{x}_{b,0}$
Importaciones ( $m$ )		$\mathbf{m}'_0$			$M_0$
$\Sigma$	$\mathbf{q}_{b,0}' - \mathbf{m}'_0$	$\mathbf{m}'_0$	$\mathbf{u}_{b,0}' = \mathbf{x}_{b,0}' - \mathbf{v}_{b,0}'$	$\mathbf{y}_{b,0}'$	

Elaboración propia

Tal y como hicimos con el SUT-RAS, definimos nuestra matriz

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{O}_{(p^d+p^m) \times (p^d+p^m)} & \bar{\mathbf{U}}_0 \\ \bar{\mathbf{V}}_0 & \mathbf{O}_{(r+m) \times (r+f)} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{(p^d+p^m+r+m) \times (p^d+p^m+r+f)}$$

que aglutina toda la información del

año de referencia necesaria para resolver nuestro problema:

$$- \bar{\mathbf{V}}_0 \in \mathcal{M}_{(r+m) \times (p^d+p^m)} = \begin{pmatrix} \mathbf{V}_{b,0} & \mathbf{O}_{r \times p^m} \\ \mathbf{0}_{1 \times p^d} & \mathbf{m}_0 \end{pmatrix}$$

contiene los componentes de la tabla de Origen

del año de referencia.  $\mathbf{0}$  y  $\mathbf{O}$  representan un vector y una matriz de ceros con las dimensiones adecuadas para poder construir la matriz.

$$- \bar{\mathbf{U}}_0 \in \mathcal{M}_{(p^d+p^m) \times (r+f)} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{b,0}^d & \mathbf{Y}_{b,0}^d \\ \mathbf{U}_{b,0}^m & \mathbf{Y}_{b,0}^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{U}}_0^d \\ \bar{\mathbf{U}}_0^m \end{pmatrix}$$

es la tabla de Destino del año de referencia,

que la hemos resumido en las dos matrices compuestas  $\bar{\mathbf{U}}_0^d = (\mathbf{U}_{b,0}^d \quad \mathbf{Y}_{b,0}^d)$  y

$\bar{\mathbf{U}}_0^m = (\mathbf{U}_{b,0}^m \quad \mathbf{Y}_{b,0}^m)$ . Esta notación nos será útil para resolver el problema.

Nuestro objetivo es obtener una matriz  $\mathbf{X}$  para el año  $t$  que contenga las tablas de Origen y Destino de dicho año, y que dicha matriz verifique la información adicional de la que disponemos obtenida a partir de fuentes oficiales. La matriz  $\mathbf{X}$  contendrá

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{O}_{(p^d+p^m) \times (p^d+p^m)} & \bar{\mathbf{U}}_t \\ \bar{\mathbf{V}}_t & \mathbf{O}_{(r+m) \times (r+f)} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{(p^d+p^m+r+m) \times (p^d+p^m+r+f)}$$

donde  $\bar{\mathbf{V}}_t \in \mathcal{M}_{(r+m) \times (p^d+p^m)} = \begin{pmatrix} \mathbf{V}_{b,t} & \mathbf{O}_{r \times p^m} \\ \mathbf{0}_{1 \times p^d} & \mathbf{m}_t \end{pmatrix}$  será las componentes correspondientes a la tabla

de Origen proyectada, y  $\bar{\mathbf{U}}_t \in \mathcal{M}_{(p^d+p^m) \times (r+f)} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{b,t}^d & \mathbf{Y}_{b,t}^d \\ \mathbf{U}_{b,t}^m & \mathbf{Y}_{b,t}^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{U}}_t^d \\ \bar{\mathbf{U}}_t^m \end{pmatrix}$  la tabla de Destino.

Algunos de los coeficientes de la tabla de Destino son conocidos, por lo que no será necesario que sean proyectados por el método SUT-RAS. Para ello, la forma más fácil de trabajar es anular en  $\bar{\mathbf{U}}_t$  aquellos coeficientes que son conocidos y realizar el problema prescindiendo de los mismos.

Esto puede hacerse de manera simple mediante la definición a partir de la información exógena disponible se encuentra en  $\mathbf{E}_t \in \mathcal{M}_{(p^d+p^m) \times (r+f)}$  de una matriz lógica auxiliar de ceros y unos.

Esta matriz tendrá elementos nulos en las posiciones que se correspondan con coeficientes de los que sí se dispone información exógena, y elementos unitarios en las posiciones correspondientes a los coeficientes de los que no se dispone información.

Definimos los elementos de la matriz auxiliar  $\mathbf{L}_t$  del siguiente modo:

$$l_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } e_{ij} = 0 \\ 0 & \text{si } e_{ij} \neq 0 \end{cases}$$

Una vez definida esta matriz auxiliar, construimos nuestra tabla de Destino modificada en la que sólo se encontrarán los coeficientes que queremos proyectar, haciendo nulos todos los coeficientes de los que disponemos información<sup>381</sup>:

<sup>381</sup> El símbolo # representa el producto de Hadamard de dos matrices, o simplemente, la multiplicación elemento a elemento.

$$\bar{\mathbf{U}}_t^r = \bar{\mathbf{U}}_t \# \mathbf{L}_t = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{b,t}^{d,r} & \mathbf{Y}_{b,t}^{d,r} \\ \mathbf{U}_{b,t}^{m,r} & \mathbf{Y}_{b,t}^{m,r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{U}}_t^{d,r} \\ \bar{\mathbf{U}}_t^{m,r} \end{pmatrix}$$

donde el superíndice  $r$  hace referencia a que a la matriz original se la han anulado aquellos coeficientes de los que disponemos información exógena.

Una vez eliminados los componentes de la información adicional disponible, la matriz  $\mathbf{X}$  para el año  $t$  se modifica ligeramente, y con la eliminación de alguna información las marginales de nuestro marco integrado ya no son coincidentes con la información adicional del año  $t$  que disponemos, y tendremos que sustraer el valor de los coeficientes conocidos. Por tanto, nuestro marco integrado con la información adicional eliminada quedaría tal y como se presenta en la Tabla 14.

Tabla 14. Marco integrado del año  $t$  de proyección con información exógena

	Productos interiores ( $p^d$ )	Importaciones ( $p^m$ )	Ramas ( $r$ )	Demanda Final ( $f$ )	$\Sigma$
Productos interiores ( $p^d$ )			$\mathbf{U}_{b,t}^{d,r}$	$\mathbf{Y}_{b,t}^{d,r}$	$\mathbf{q}_{b,t} - \mathbf{m}_t - \mathbf{e}_{f,d}$
Importaciones ( $p^m$ )			$\mathbf{U}_{b,t}^{m,r}$	$\mathbf{Y}_{b,t}^{m,r}$	$\mathbf{m}_t - \mathbf{e}_{f,m}$
Ramas ( $r$ )	$\mathbf{V}_{b,t}$				$\mathbf{x}_{b,t}$
Importaciones ( $m$ )		$\mathbf{m}'_t$			$M_t$
$\Sigma$	$\mathbf{q}_{b,t}' - \mathbf{m}'_t$	$\mathbf{m}'_t$	$\mathbf{u}_{b,t}' - \mathbf{e}_{c,u}' = \mathbf{x}_{b,t}' - \mathbf{v}_{b,t}' - \mathbf{e}_{c,u}'$	$\mathbf{y}_{b,t}' - \mathbf{e}_{c,y}'$	

Elaboración propia

En la misma, los vectores  $\mathbf{e}_{c,u}$ ,  $\mathbf{e}_{c,y}$ ,  $\mathbf{e}_{f,d}$  y  $\mathbf{e}_{f,m}$  son las marginales sectorizadas convenientemente de la matriz  $\mathbf{E}_t$ ,

$$\mathbf{E}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{p^d \times r} & \mathbf{E}_{p^d \times f} \\ \mathbf{E}_{p^m \times r} & \mathbf{E}_{p^m \times f} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{p^d \times r} & \mathbf{E}_{p^d \times f} \\ \mathbf{E}_{p^m \times r} & \mathbf{E}_{p^m \times f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{l}_r \\ \mathbf{l}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{f,d} \\ \mathbf{e}_{f,m} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{p^d \times r} & \mathbf{E}_{p^d \times f} \\ \mathbf{E}_{p^m \times r} & \mathbf{E}_{p^m \times f} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{l}_{p^d} & \mathbf{l}_{p^m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{p^d \times r} & \mathbf{E}_{p^d \times f} \\ \mathbf{E}_{p^m \times r} & \mathbf{E}_{p^m \times f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{c,u}' & \mathbf{e}_{c,y}' \end{bmatrix}$$

Nuestro marco de partida también debe ajustarse, eliminando de la partida los coeficientes que no vamos a proyectar

$$\bar{\mathbf{U}}_0^r = \bar{\mathbf{U}}_0 \# \mathbf{L}_t = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{b,0}^{d,r} & \mathbf{Y}_{b,0}^{d,r} \\ \mathbf{U}_{b,0}^{m,r} & \mathbf{Y}_{b,0}^{m,r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{U}}_0^{d,r} \\ \bar{\mathbf{U}}_0^{m,r} \end{pmatrix}$$

Una vez descrito el marco y la manera de ajustar la información de la que disponemos, el problema se resolvería del siguiente modo.

Sean  $\mathbf{A}^r$  y  $\mathbf{X}^r$  nuestro marcos de referencia y el que queremos proyectar, descontada toda la información adicional de componentes individuales de la que disponemos. Es decir,

$$\mathbf{A}^r = \begin{pmatrix} \mathbf{O}_{(p^d+p^m) \times (p^d+p^m)} & \bar{\mathbf{U}}_0^r \\ \bar{\mathbf{V}}_0 & \mathbf{O}_{(r+m) \times (r+f)} \end{pmatrix} \text{ y } \mathbf{X}^r = \begin{pmatrix} \mathbf{O}_{(p^d+p^m) \times (p^d+p^m)} & \bar{\mathbf{U}}_t^r \\ \bar{\mathbf{V}}_t & \mathbf{O}_{(r+m) \times (r+f)} \end{pmatrix}$$

Denominemos  $a_{ij}$  a los elementos de  $\mathbf{A}^r$  y  $x_{ij}$  a los elementos de  $\mathbf{X}^r$ . Se define  $z_{ij} = \frac{x_{ij}}{a_{ij}}$  si

$a_{ij} \neq 0$  y  $z_{ij} = 1$  si  $a_{ij} = 0$ . A la matriz  $\mathbf{X}^r$  le exigimos

a) Que sea tan próxima a  $\mathbf{A}^r$  como sea posible en virtud de la siguiente función objetivo

$$\sum_i \sum_j |a_{ij}| \left| \left( z_{ij} \cdot \ln \left( \frac{z_{ij}}{e} \right) + 1 \right) \right|$$

b) La matriz  $\mathbf{X}^r$  debe satisfacer las siguientes condiciones de equilibrio.

$$\left( \mathbf{U}_{b,t}^{d,r} \mathbf{t} + \mathbf{Y}_{b,t}^{d,r} \mathbf{t} \right) - \mathbf{V}_{b,t}' \mathbf{t} = -\mathbf{e}_{f,d} \quad (3.43)$$

$$\left( \mathbf{U}_{b,t}^{m,r} \mathbf{t} + \mathbf{Y}_{b,t}^{m,r} \mathbf{t} \right) - \mathbf{m}_t = -\mathbf{e}_{f,m} \quad (3.44)$$

$$\mathbf{V}_{b,t}' \mathbf{t} = \mathbf{x}_{b,t} \quad (3.45)$$

$$\mathbf{m}_t' \mathbf{t} = M_t \quad (3.46)$$

$$\mathbf{U}_{b,t}^{d,r'} \mathbf{t} + \mathbf{U}_{b,t}^{m,r'} \mathbf{t} = \mathbf{u}_{b,t} - \mathbf{e}_{c,u} = \mathbf{x}_{b,t} - \mathbf{v}_{b,t} - \mathbf{e}_{c,u} \quad (3.47)$$



$$\mathbf{Y}_{b,t}^{d,r'} \mathbf{t} + \mathbf{Y}_{b,t}^{m,r'} \mathbf{t} = \mathbf{y}_{b,t} - \mathbf{e}_{c,y} \quad (3.48)$$

La ecuación (3.43) representa el equilibrio entre la oferta y demanda de productos interiores. Dado que algunos elementos han sido eliminados de la matriz de empleos intermedios, el cuadro no es exacto, sino que la demanda debe descuadrar en los totales de los productos que han sido eliminados. La ecuación (3.44) es análoga a (3.43) pero exigiendo el equilibrio entre oferta y demanda para los productos importados.

Las ecuaciones (3.45) y (3.46) representan que la igualdad en la producción por ramas con la información de la que disponemos exógenamente, y que el total de importaciones debe ser igual al valor exógeno que disponemos del total.

Por último, (3.47) y (3.48) representan que el total de consumos intermedios por rama y el total de empleos finales para cada componente de la demanda final deben ser iguales a la información exógena de la que disponemos (producción total y valor añadido por ramas) con la diferencia de los coeficientes eliminados.

Si comparamos las restricciones planteadas en este método con las del método SUT-RAS a precios básicos, las principales diferencias radican en dos aspectos:

- Las restricciones relacionadas con el equilibrio en la oferta se han separado en dos ecuaciones diferenciadas, al distinguirse entre orígenes interiores e importados para los empleos. Es el caso de la restricción de equilibrio (3.21) que se ha separado en (3.43) y (3.44).
- Dada la información exógena de la que disponemos en forma de coeficientes, los equilibrios expresados en las restricciones no se anulan, sino que los saldos son iguales a los totales de los coeficientes eliminados del ajuste.

Expresando las restricciones anteriores en la notación usual de nuestro problema de optimización, éste quedaría

$$\min_{z_{ij}} \sum_i \sum_j |a_{ij}| \left( z_{ij} \cdot \ln \left( \frac{z_{ij}}{e} \right) + 1 \right) \quad (3.49)$$

sujeto a

$$\sum_{j \in \{r,f\}} a_{uj} z_{uj} - \sum_{i \in \{r\}} a_{iu} z_{iu} = -e_{f,d}(u) \quad \text{para cada } u \in \{p^d\} \quad (3.50)$$

$$\sum_{j \in \{r, f\}} a_{sj} z_{sj} - \sum_{i \in \{m\}} a_{is} z_{is} = -e_{f,m}(s) \text{ para cada } s \in \{p^m\} \quad (3.51)$$

$$\sum_{j \in \{p^d\}} a_{ij} z_{ij} = x_i \text{ para cada } i \in \{r\} \quad (3.52)$$

$$\sum_{j \in \{p^m\}} a_{ij} z_{ij} = M_i \text{ para } i \in \{m\} \quad (3.53)$$

$$\sum_{i \in \{p^d, p^m\}} a_{ij} z_{ij} - \bar{u}_j = 0 \text{ para cada } j \in \{r, f\} \quad (3.54)$$

En (3.50) y (3.51),  $e_{f,d}(u)$ ,  $e_{f,m}(s)$  representan, respectivamente, las componentes  $u$ -ésima y  $s$ -ésima de los vectores correspondientes  $\mathbf{e}_{f,d}$  y  $\mathbf{e}_{f,m}$ .

En (3.54)  $\bar{u}_j$  es la componente  $j$ -ésima de un vector con  $r+f$  componentes que denominamos  $\bar{\mathbf{u}} = (\mathbf{u}_{b,t} - \mathbf{e}_{c,u}, \mathbf{y}_{b,t} - \mathbf{e}_{c,y})$ .

Al igual que en el método SUT-RAS con precios básicos, la función objetivo se desagregará en dos sumandos para los elementos positivos y negativos de  $\mathbf{A}^r$ . Usando la misma notación, sea  $\mathbf{P}_0$  la matriz con los elementos positivos de  $\bar{\mathbf{U}}_0^r$  y el resto de elementos nulos, y  $\mathbf{N}_0 = \mathbf{P}_0 - \bar{\mathbf{U}}_0^r$ .

Como habíamos establecido que  $\bar{\mathbf{U}}_0^r = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{U}}_0^{d,r} \\ \bar{\mathbf{U}}_0^{m,r} \end{pmatrix}$ , por tanto, podemos descomponer  $\mathbf{P}_0$  y  $\mathbf{N}_0$ , a

su vez en:

- $\mathbf{P}_0^{d,r}$  y  $\mathbf{N}_0^{d,r}$  que serían las matrices de términos positivos y negativos asociadas a  $\bar{\mathbf{U}}_0^{d,r}$
- $\mathbf{P}_0^{m,r}$  y  $\mathbf{N}_0^{m,r}$  que serían las análogas a las anteriores pero para  $\bar{\mathbf{U}}_0^{m,r}$ .

De tal manera que  $\mathbf{P}_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_0^{d,r} \\ \mathbf{P}_0^{m,r} \end{pmatrix}$  y  $\mathbf{N}_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{N}_0^{d,r} \\ \mathbf{N}_0^{m,r} \end{pmatrix}$

La función Lagrangiana de nuestro problema de optimización quedaría:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}(z, \lambda, \eta, \mu, \xi, \tau) = & \sum_{i, j \in \mathbf{N}_0} a_{ij} \left( z_{ij} \cdot \ln \left( \frac{z_{ij}}{e} \right) + 1 \right) - \sum_{i, j \in \mathbf{N}_0} a_{ij} \left( z_{ij} \cdot \ln \left( \frac{z_{ij}}{e} \right) + 1 \right) \\
& + \sum_{u \in \{p^d\}} \lambda_u \left( \sum_{i \in \{r\}} a_{iu} z_{iu} - \sum_{j \in \{r, f\}} a_{uj} z_{uj} - e_{f, d}(u) \right) + \sum_{s \in \{p^m\}} \eta_s \left( \sum_{i \in \{m\}} a_{is} z_{is} - \sum_{j \in \{r, f\}} a_{sj} z_{sj} - e_{f, y}(s) \right) \\
& + \sum_{i \in \{r\}} \mu_i \left( x_i - \sum_{j \in \{p^d\}} a_{ij} z_{ij} \right) + \sum_{i \in \{m\}} \xi_i \left( \bar{x}_i - \sum_{j \in \{p^m\}} a_{ij} z_{ij} \right) + \sum_{j \in \{r, f\}} \tau_j \left( \bar{u}_j - \sum_{i \in \{p^d, p^m\}} a_{ij} z_{ij} \right)
\end{aligned} \tag{3.55}$$

Las derivadas parciales de (3.55) con respecto a  $z_{ij}$  se encuentran en la Tabla 15.

Tabla 15. Resultados de las derivadas parciales de la Lagrangiana del SUT-RAS a precios básicos con información exógena adicional y diferenciación de orígenes en los empleos.

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_{ij}}$ si $a_{ij} > 0$	Productos interiores ( $p^d$ )	Importaciones ( $p^m$ )	Ramas ( $r$ )	Demanda Final ( $f$ )
Productos interiores ( $p^d$ )			$a_{ij} \ln z_{ij} - \lambda_i a_{ij} - \tau_j a_{ij}$	$a_{ij} \ln z_{ij} - \lambda_i a_{ij} - \tau_j a_{ij}$
Importaciones ( $p^m$ )			$a_{ij} \ln z_{ij} - \eta_i a_{ij} - \tau_j a_{ij}$	$a_{ij} \ln z_{ij} - \eta_i a_{ij} - \tau_j a_{ij}$
Ramas ( $r$ )	$a_{ij} \ln z_{ij} - \mu_i a_{ij} + \lambda_j a_{ij}$			
Importaciones ( $m$ )		$a_{ij} \ln z_{ij} - \xi_i a_{ij} + \eta_j a_{ij}$		
$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_{ij}}$ si $a_{ij} < 0$	Productos interiores ( $p^d$ )	Importaciones ( $p^m$ )	Ramas ( $r$ )	Demanda Final ( $f$ )
Productos interiores ( $p^d$ )			$-a_{ij} \ln z_{ij} - \lambda_i a_{ij} - \tau_j a_{ij}$	$-a_{ij} \ln z_{ij} - \lambda_i a_{ij} - \tau_j a_{ij}$
Importaciones ( $p^m$ )			$-a_{ij} \ln z_{ij} - \eta_i a_{ij} - \tau_j a_{ij}$	$-a_{ij} \ln z_{ij} - \eta_i a_{ij} - \tau_j a_{ij}$
Ramas ( $r$ )				
Importaciones ( $m$ )				

Elaboración propia.

Igualando las derivadas parciales a cero y despejando, obtenemos que los factores de actualización serían

$$z_{ij} = \begin{cases} e^{\lambda_i} \cdot e^{\tau_j} & \text{si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{p^d\} \text{ y } j \in \{r, f\} \\ e^{-\lambda_i} \cdot e^{-\tau_j} & \text{si } a_{ij} < 0 \text{ con } i \in \{p^d\} \text{ y } j \in \{r, f\} \end{cases} \tag{3.56}$$

$$z_{ij} = \begin{cases} e^{\eta_i} \cdot e^{\tau_j} & \text{si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{p^m\} \text{ y } j \in \{r, f\} \\ e^{-\eta_i} \cdot e^{-\tau_j} & \text{si } a_{ij} < 0 \text{ con } i \in \{p^m\} \text{ y } j \in \{r, f\} \end{cases} \quad (3.57)$$

$$z_{ij} = e^{\mu_i} \cdot e^{-\lambda_j} \text{ si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{r\} \text{ y } j \in \{p^d\} \quad (3.58)$$

$$z_{ij} = e^{\xi_i} \cdot e^{-\eta_j} \text{ si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{m\} \text{ y } j \in \{p^m\} \quad (3.59)$$

Como puede verse, la solución óptima a este problema requiere la definición de 5 vectores multiplicadores diferentes para actualizar las tablas de Origen y de Destino. Con el objeto de obtener las expresiones de los multiplicadores, denominemos los vectores con la siguiente notación

- $r_d(i) = e^{\lambda_i}$  con  $i \in \{p^d\}$
- $s_u(j) = e^{\tau_j}$  con  $j \in \{r, f\}$
- $r_m(i) = e^{\eta_i}$  con  $i \in \{p^m\}$
- $r_v(i) = e^{\mu_i}$  con  $i \in \{r\}$
- $r_{imp}(i) = e^{\xi_i}$  con  $i \in \{m\}$

Con este resultado y basándonos en esta notación, a partir de los valores óptimos de  $z_{ij}$ , podemos expresar las matrices proyectadas en función de los multiplicadores, que de manera matricial quedarían del siguiente modo

$$\bar{\mathbf{U}}_t^{d,r} = (\mathbf{U}_t^{d,r} \quad \mathbf{Y}_t^{d,r}) = \widehat{\mathbf{r}}_d \widehat{\mathbf{P}}_0^{d,r} \widehat{\mathbf{s}}_u - \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \widehat{\mathbf{N}}_0^{d,r} \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \quad (3.60)$$

$$\bar{\mathbf{U}}_t^{m,r} = (\mathbf{U}_t^{m,r} \quad \mathbf{Y}_t^{m,r}) = \widehat{\mathbf{r}}_m \widehat{\mathbf{P}}_0^{m,r} \widehat{\mathbf{s}}_u - \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \widehat{\mathbf{N}}_0^{m,r} \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \quad (3.61)$$

$$\mathbf{V}_{b,t} = \widehat{\mathbf{r}}_v \mathbf{V}_{b,0} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \quad (3.62)$$

$$\mathbf{m}'_t = \widehat{\mathbf{r}}_{imp} \mathbf{m}'_0 \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \quad (3.63)$$

Sólo nos queda deducir las expresiones de los multiplicadores para lo cual nos ayudaremos de las expresiones (3.60) a (3.63) y de las restricciones (3.43) a (3.48).

De (3.43), (3.60) y (3.62) obtenemos que

$$\widehat{\mathbf{r}}_d \widehat{\mathbf{P}}_0^{d,r} \widehat{\mathbf{s}}_u - \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \widehat{\mathbf{N}}_0^{d,r} \widehat{\mathbf{s}}_u \widehat{\mathbf{t}} - \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \widehat{\mathbf{V}}_{b,0} \widehat{\mathbf{r}}_v = -\mathbf{e}_{f,d} \quad (3.64)$$

De (3.44), (3.61) y (3.63) se sigue que

$$\widehat{\mathbf{r}}_m \widehat{\mathbf{P}}_0^{m,r} \widehat{\mathbf{s}}_u - \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \widehat{\mathbf{N}}_0^{m,r} \widehat{\mathbf{s}}_u \widehat{\mathbf{t}} - \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \widehat{\mathbf{m}}_0 \widehat{\mathbf{r}}_{imp} = -\mathbf{e}_{f,m} \quad (3.65)$$

De (3.45) y (3.62)

$$\widehat{\mathbf{r}}_v \widehat{\mathbf{V}}_{b,0} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \widehat{\mathbf{t}} = \mathbf{x}_{b,t} \quad (3.66)$$

De (3.46) y (3.63)

$$\widehat{\mathbf{r}}_{imp} \widehat{\mathbf{m}}_0 \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \widehat{\mathbf{t}} = M_t \quad (3.67)$$

Y por último, de (3.47), (3.48), (3.60) y (3.61) obtendremos el último conjunto de ecuaciones para despejar los multiplicadores. Dado que en este último caso, la deducción no es tan directa, la expondremos aquí paso a paso.

En primer lugar, recordemos que el vector  $\bar{\mathbf{u}} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{b,t} - \mathbf{e}_{c,u} \\ \mathbf{y}_{b,t} - \mathbf{e}_{c,y} \end{pmatrix}$  condensa de forma matricial los

lados derechos de las igualdades de (3.47) y (3.48).

Por otro lado, teníamos que  $\bar{\mathbf{U}}_t^r = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{b,t}^{d,r} & \mathbf{Y}_{b,t}^{d,r} \\ \mathbf{U}_{b,t}^{m,r} & \mathbf{Y}_{b,t}^{m,r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{U}}_t^{d,r} \\ \bar{\mathbf{U}}_t^{m,r} \end{pmatrix}$ , lo que nos permite expresar los

lados izquierdos de las igualdades de (3.47) y (3.48) como  $\begin{pmatrix} \bar{\mathbf{U}}_t^{d,r} \\ \bar{\mathbf{U}}_t^{m,r} \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} \mathbf{t}_{p^d} \\ \mathbf{t}_{p^m} \end{pmatrix}$ .

Igualando ambos lados de las igualdades, las expresiones (3.47) y (3.48) quedarían de forma matricial como

$$\begin{pmatrix} \bar{\mathbf{U}}_t^{d,r'} & \bar{\mathbf{U}}_t^{m,r'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{t}_{p^d} \\ \mathbf{t}_{p^m} \end{pmatrix} = \bar{\mathbf{u}}$$

Y, finalmente, sustituyendo (3.60) y (3.61) en esta última expresión, y simplificando sacando factor común nos queda

$$\widehat{\mathbf{s}}_u \left( \overline{\mathbf{P}}_0^{d,r'} \mathbf{r}_d + \overline{\mathbf{P}}_0^{m,r'} \mathbf{r}_m \right) - \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \left( \overline{\mathbf{N}}_0^{d,r'} \widehat{\boldsymbol{\iota}}^{-1} + \overline{\mathbf{N}}_0^{m,r'} \widehat{\boldsymbol{\iota}}^{-1} \right) = \overline{\mathbf{u}} \quad (3.68)$$

Las expresiones (3.64) a (3.68) constituyen cinco sistemas de ecuaciones interrelacionadas que nos permitirían obtener la expresión para los multiplicadores de este método de proyección. Sólo nos queda resolverlos de manera análogo a como se hizo en el SUT-RAS a precios básicos.

De (3.64) se tiene que

$$\widehat{\mathbf{r}}_d^2 \overline{\mathbf{P}}_0^{d,r} \mathbf{s}_u + \widehat{\mathbf{r}}_d \mathbf{e}_{f,d} - \left( \overline{\mathbf{N}}_0^{d,r} \widehat{\boldsymbol{\iota}}^{-1} + \mathbf{V}_{b,0}' \mathbf{r}_v \right) = \mathbf{0}$$

que son un conjunto de  $\{p^d\}$  ecuaciones cuadráticas independientes, de manera que

$$r_d(i) = \frac{-[\mathbf{e}_{f,d}](i) + \sqrt{[\mathbf{e}_{f,d}](i)^2 + 4 \cdot [\overline{\mathbf{P}}_0^{d,r} \mathbf{s}_u](i) \cdot \left( [\overline{\mathbf{N}}_0^{d,r} \widehat{\boldsymbol{\iota}}^{-1}](i) + [\mathbf{V}_{b,0}' \mathbf{r}_v](i) \right)}}{2 [\overline{\mathbf{P}}_0^{d,r} \mathbf{s}_u](i)} \quad \text{para } i \in \{p^d\} \quad (3.69)$$

De (3.65), de manera análoga, obtenemos que

$$\widehat{\mathbf{r}}_m^2 \overline{\mathbf{P}}_0^{m,r} \mathbf{s}_u + \widehat{\mathbf{r}}_m \mathbf{e}_{f,m} - \left( \overline{\mathbf{N}}_0^{m,r} \widehat{\boldsymbol{\iota}}^{-1} + \mathbf{m}_0 \widehat{\mathbf{r}}_{imp} \right) = \mathbf{0}$$

de forma que

$$r_m(i) = \frac{-[\mathbf{e}_{f,m}](i) + \sqrt{[\mathbf{e}_{f,m}](i)^2 + 4 \cdot [\overline{\mathbf{P}}_0^{m,r} \mathbf{s}_u](i) \cdot \left( [\overline{\mathbf{N}}_0^{m,r} \widehat{\boldsymbol{\iota}}^{-1}](i) + [\mathbf{m}_0 \widehat{\mathbf{r}}_{imp}](i) \right)}}{2 [\overline{\mathbf{P}}_0^{m,r} \mathbf{s}_u](i)} \quad \text{para } i \in \{p^m\} \quad (3.70)$$

De (3.66)

$$\widehat{\mathbf{r}}_v \widehat{\mathbf{V}}_{b,0} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \cdot \mathbf{t} = \mathbf{x}_{b,t} = \widehat{\mathbf{x}}_{b,t} \mathbf{t}$$

como  $\widehat{\mathbf{r}}_v$  y  $\widehat{\mathbf{x}}_{b,t}$  son matrices diagonales, esta última expresión puede reescribirse como

$$\widehat{\mathbf{x}}_{b,t}^{-1} \widehat{\mathbf{V}}_{b,0} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \cdot \mathbf{t} = \widehat{\mathbf{r}}_v^{-1} \cdot \mathbf{t}$$

por lo que,

$$r_v(i) = \frac{1}{\left[ \widehat{\mathbf{x}}_{b,t}^{-1} \widehat{\mathbf{V}}_{b,0} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \cdot \mathbf{t} \right](i)} \quad \text{con } i \in \{r\} \quad (3.71)$$

De (3.67), dado que estamos considerando que sólo existe un único origen importaciones,  $\langle m \rangle = 1$ , de manera que

$$r_{imp} = \frac{M_t}{\mathbf{m}_0' \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{t}} \quad (3.72)$$

Por último, de (3.68) se tiene que

$$\widehat{\mathbf{s}}_u^2 \left( \underbrace{\overline{\mathbf{P}}_0^{d,r'} \mathbf{r}_d + \overline{\mathbf{P}}_0^{m,r'} \mathbf{r}_m}_{\mathbf{a}} \right) - \widehat{\mathbf{s}}_u \overline{\mathbf{u}} - \left( \underbrace{\overline{\mathbf{N}}_0^{d,r'} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{t} + \overline{\mathbf{N}}_0^{m,r'} \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{t}}_{\mathbf{b}} \right) = \mathbf{0}$$

y en consecuencia

$$s_u(i) = \frac{\left( [\overline{\mathbf{u}}](i) + \sqrt{[\overline{\mathbf{u}}](i)^2 + 4[\mathbf{a}](i)[\mathbf{b}](i)} \right)}{2[\mathbf{a}](i)} \quad \text{con } i \in \{r, f\} \quad (3.73)$$

Como vemos, las expresiones de los multiplicadores son bastante parecidas, *mutatis mutandi*, a las del SUT-RAS a precios básicos. El hecho de tener información exógena unido a que el marco integrado de trabajo tiene mayor nivel de desagregación complica las expresiones lo que hace más dificultoso el despejar de manera exactas las expresiones.

Observando las cinco expresiones, vemos que cada componente de  $r_d(i)$  depende de tanto de  $\mathbf{r}_v$  como  $\mathbf{s}_u$ . Igualmente, cada componente de  $r_m(i)$  depende de tanto de  $r_{imp}$  como de

$\mathbf{s}_u$ .

Por otro lado,  $r_v(i)$  depende de  $\mathbf{r}_d$ ;  $r_{imp}$  depende de  $\mathbf{r}_m$ ; y para concluir  $s_u(i)$  dependen de  $\mathbf{r}_m$  y  $\mathbf{r}_d$ . Por tanto, los 5 multiplicadores están interrelacionados cíclicamente entre sí lo que nos permite obtener un algoritmo iterativo similar al que ofrecen Temurshoev y Timmer para el SUT-RAS a precios básicos.

- 1) Paso 0: Inicialización. Se fija  $\mathbf{r}_{v,0} = \mathbf{1}_r$ ,  $r_{imp} = 1$ , y  $\mathbf{s}_{u,0} = \mathbf{1}_{r+f}$
- 2) Paso 1: se calcula  $\mathbf{r}_{d,1}$  en función de  $\mathbf{r}_{v,0}$  y  $\mathbf{s}_{u,0}$ . Por otro lado se calcula  $\mathbf{r}_{m,1}$  en función de  $r_{imp,0}$  y  $\mathbf{s}_{u,0}$
- 3) Paso 2: Una vez obtenidos  $\mathbf{r}_{d,1}$  y  $\mathbf{r}_{m,1}$ , se calculan calcular  $\mathbf{r}_{v,1}$ ,  $r_{imp,1}$  y  $\mathbf{s}_{u,1}$ .
- 4) Paso 3: volvemos a repetir el paso 1 y el paso 2 de manera reiterativa para obtener  $\mathbf{r}_{d,i} = h_d(\mathbf{r}_{v,i-1}, \mathbf{s}_{u,i-1})$  y  $\mathbf{r}_{m,i} = h_m(\mathbf{r}_{imp,i-1}, \mathbf{s}_{u,i-1})$ , y a continuación a partir de ahí,  $\mathbf{r}_{v,i} = g_v(\mathbf{r}_{d,i})$ ,  $r_{imp,i} = g_{imp}(\mathbf{r}_{m,i})$  y  $\mathbf{s}_{u,i} = g_s(\mathbf{r}_{d,i}, \mathbf{r}_{m,i})$ . Continuamos así hasta que  $|\mathbf{r}_{d,i} - \mathbf{r}_{d,i-1}| < \varepsilon \mathbf{1}_{p^d}$  y  $|\mathbf{r}_{m,i} - \mathbf{r}_{m,i-1}| < \varepsilon \mathbf{1}_{p^m}$  para un  $\varepsilon$  suficientemente pequeño.
- 5) Paso final: Obtenemos las proyecciones finales de

$$\overline{\mathbf{U}}_t^{d,r} = \left( \mathbf{U}_t^{d,r} \quad \mathbf{Y}_t^{d,r} \right) = \widehat{\mathbf{r}}_{d,k} \widehat{\mathbf{P}}_0^{d,r} \widehat{\mathbf{s}}_{u,k} - \widehat{\mathbf{r}}_{d,k}^{-1} \widehat{\mathbf{N}}_0^{d,r} \widehat{\mathbf{s}}_{u,k}^{-1} \quad (3.74)$$

$$\overline{\mathbf{U}}_t^{m,r} = \left( \mathbf{U}_t^{m,r} \quad \mathbf{Y}_t^{m,r} \right) = \widehat{\mathbf{r}}_{m,k} \widehat{\mathbf{P}}_0^{m,r} \widehat{\mathbf{s}}_{u,k} - \widehat{\mathbf{r}}_{m,k}^{-1} \widehat{\mathbf{N}}_0^{m,r} \widehat{\mathbf{s}}_{u,k}^{-1} \quad (3.75)$$

$$\mathbf{V}_{b,t} = \widehat{\mathbf{r}}_{v,k} \mathbf{V}_{b,0} \widehat{\mathbf{r}}_{d,k}^{-1} \quad (3.76)$$

$$\mathbf{m}'_t = \widehat{\mathbf{r}}_{imp,k} \mathbf{m}'_0 \widehat{\mathbf{r}}_{m,k}^{-1} \quad (3.77)$$

Sólo nos quedaría añadirle la información adicional que se encuentra en la matriz  $\mathbf{E}_t$ . Ésta afecta únicamente a la tabla de Destino por lo que sólo habría que modificar ésta última. Dado que simplemente habíamos hecho ceros los coeficientes de los que disponíamos información

exógena, ahora a la matriz reducida  $\overline{\mathbf{U}}_t^r = \begin{pmatrix} \overline{\mathbf{U}}_t^{d,r} \\ \overline{\mathbf{U}}_t^{m,r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{b,t}^{d,r} & \mathbf{Y}_{b,t}^{d,r} \\ \mathbf{U}_{b,t}^{m,r} & \mathbf{Y}_{b,t}^{m,r} \end{pmatrix}$  habría que restituirle la

información exógena de la que disponemos mediante simple adición:



$$\bar{\mathbf{U}}_t = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{b,t}^d & \mathbf{Y}_{b,t}^d \\ \mathbf{U}_{b,t}^m & \mathbf{Y}_{b,t}^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{U}}_t^d \\ \bar{\mathbf{U}}_t^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{U}}_t^{d,r} \\ \bar{\mathbf{U}}_t^{m,r} \end{pmatrix} + \mathbf{E}_t$$

Para concluir, al igual que el algoritmo propuesto por Temurshoev y Timmer, el algoritmo propuesto para nuestro método convergerá siempre que el problema de optimización restringida posea solución.

Y esto será así por los mismos motivos expuestos anteriormente, ya que la función objetivo (3.49) es una suma de funciones estrictamente convexas, por lo que es estrictamente convexa. Las restricciones (3.50) a (3.54) son funciones lineales, por lo que pueden considerarse convexas, pero no estrictamente, y la función Lagrangiana (3.55) es por tanto una función estrictamente convexa. Por lo que en virtud del mismo teorema<sup>382</sup> está garantizado que tenga una solución única a la que convergerá nuestro algoritmo planteado.

Sólo resta comprobar la consistencia interna de los datos con que trabajamos, es decir, la comprobación usual que el consumo total de todos los productos coincide con la oferta total de la economía

$$t'\bar{\mathbf{x}} = t'\bar{\mathbf{u}}$$

Y además sería necesario comprobar, que los vectores  $\mathbf{e}_{c,u}$ ,  $\mathbf{e}_{c,y}$ ,  $\mathbf{e}_{f,d}$  y  $\mathbf{e}_{f,m}$  no son, en ningún caso superiores a  $\mathbf{x}_{b,t} - \mathbf{v}_{b,t}$ ,  $\mathbf{y}_{b,t}$ ,  $\mathbf{q}_{b,t} - \mathbf{m}_t$  y  $\mathbf{m}_t$  respectivamente. Esta restricción implica que no puede ocurrir que los valores de los coeficientes exógenos estimados sean superiores al total de la suma de todos los coeficientes. De ocurrir esto, tendríamos marginales negativas y por consiguiente un problema no factible.

Por último, hay que precisar que en el caso de que no se dispusiera de información exógena, esto simplificaría mucho el problema y las expresiones de la solución obtenida. Este método sería el adecuado para ser comparado con el SUT-EURO, ya que ambos trabajan a precios básicos, y distinguen entre origen interior e importado en las matrices de empleos intermedios y final.

En particular, en este caso tendríamos que  $\mathbf{E}_t = \mathbf{O} \Rightarrow l_{ij} = 1 \quad \forall i, j \Rightarrow \mathbf{A}^r = \mathbf{A}$  y  $\mathbf{X}^r = \mathbf{X}$ .

Además tendríamos que  $\mathbf{e}_{c,u} = \mathbf{e}_{c,y} = \mathbf{e}_{f,d} = \mathbf{e}_{f,m} = \mathbf{0}$

<sup>382</sup> Véase Chiang (1984) op. cit. p. 342 Teoremas I-III

Las expresiones de los multiplicadores quedarían del siguiente modo

$$r_d(i) = \sqrt{\frac{\left( \left[ \overline{\mathbf{N}}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \right] (i) + \left[ \mathbf{V}_{b,0} \mathbf{r}_v \right] (i) \right)}{\left[ \overline{\mathbf{P}}_0^d \mathbf{s}_u \right] (i)}} \quad \text{para } i \in \{p^d\}$$

$$r_m(i) = \sqrt{\frac{\left( \left[ \overline{\mathbf{N}}_0^m \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \right] (i) + \left[ \mathbf{m}_0 \widehat{\mathbf{r}}_{imp} \right] (i) \right)}{\left[ \overline{\mathbf{P}}_0^m \mathbf{s}_u \right] (i)}} \quad \text{para } i \in \{p^m\}$$

$$r_v(i) = \frac{1}{\left[ \widehat{\mathbf{x}}_{b,t}^{-1} \mathbf{V}_{b,0} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \right] (i)} \quad \text{con } i \in \{r\}$$

$$r_{imp} = \frac{M_t}{\mathbf{m}_0 \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1}}$$

$$s_u(i) = \frac{\left( [\overline{\mathbf{u}}](i) + \sqrt{[\overline{\mathbf{u}}](i)^2 + 4[\overline{\mathbf{a}}](i)[\overline{\mathbf{b}}](i)} \right)}{2[\overline{\mathbf{a}}](i)} \quad \text{con } i \in \{r, f\}$$

donde  $\overline{\mathbf{a}} = \left( \overline{\mathbf{P}}_0^{d'} \mathbf{r}_d + \overline{\mathbf{P}}_0^{m'} \mathbf{r}_m \right)$  y  $\overline{\mathbf{b}} = \overline{\mathbf{N}}_0^{d'} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} + \overline{\mathbf{N}}_0^{m'} \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1}$ .

El algoritmo iterativo de obtención de las soluciones sí quedaría inalterado.

Este método sería el adecuado para poder realizar la comparación entre el SUT-RAS y el SUT-EURO ya que ambos trabajan con la misma desagregación de la información distinguiendo orígenes en la tabla de Destino. Sólo quedaría equipararlos en términos de información exógena, lo que se hará en el próximo apartado.

Por tanto queda de manifiesto la potencia de la metodología SUT-RAS, ya que es posible adaptar el método original en diferentes configuraciones, resultando especialmente destacable el hecho de poder incorporar información exógena individualizada acerca de coeficientes de las tablas de Origen y de Destino, siendo posible obtener soluciones explícitas para situaciones particulares. Esto es de vital importancia para las Oficinas Estadísticas oficiales ya que suelen realizar proyecciones en los que la información adicional de coeficientes individuales es factible y habitual.

### 3.3.4 Consideraciones generales acerca de la Metodología SUT-RAS

Temurshoev y Timmer en su artículo de 2011 desarrollan de forma muy elegante un método de proyección que denominaron SUT-RAS, cuyas principales características a destacar serían:

- a) Es un método de optimización restringida.
- b) La función objetivo que emplean es la función objetivo del método GRAS mejorada por las correcciones de Lenzen, Gallego y Woods (2007).
- c) Pero a diferencia del GRAS, no hacen el RAS de la tabla de Origen y de Destino de manera independiente, sino dentro de marco integrado.

Este planteamiento presenta una serie de ventajas indudables que a modo de recapitulación señalamos aquí:

- 1) El problema de optimización se resuelve de manera integrada tanto para la tabla de Origen como de Destino, por lo que las soluciones de ambas no son independientes entre sí, sino que dependerán la una de la otra.
- 2) Sólo es necesario llevar a cabo un problema de optimización para obtener la solución del problema, cuestión lógica cuando ambas están ligadas por relaciones de equilibrio.
- 3) No se requiere tener información exógena de la producción total por productos, magnitud que no suele estar disponible habitualmente en las estimaciones macroeconómicas oficiales. Dicha información es determinada de manera endógena por el método.
- 4) Las tablas de Origen y Destino proyectadas son directamente consistentes sin necesidad de ajustes adicionales como los que realiza el SUT-EURO en virtud del modelo de Leontief para tal fin. El SUT-RAS internaliza estas condiciones de equilibrio dentro del problema, en forma de restricciones al problema de optimización.
- 5) Puede utilizarse para tablas de Origen y Destino que no tienen que ser necesariamente cuadradas, a diferencia del SUT-EURO que sí requiere que el número de productos y ramas sean iguales.
- 6) Al ser un método de la familia RAS, es muy fácil introducir información adicional, bien en forma de coeficientes individualizados o conjunto de coeficientes.
- 7) La convergencia del SUT-RAS está garantizada y su computabilidad es posible gracias al algoritmo iterativo de resolución de los multiplicadores.

Sin embargo, y pesar de la importancia de todas las características teóricas anteriormente descritas, en nuestra opinión la principal característica del SUT-RAS es su versatilidad. La metodología del SUT-RAS es muy flexible y admite modificaciones sustanciales que permiten su planteamiento en distintas configuraciones. Aunque no ha sido abordado en este trabajo, dado que no es necesario para el mismo, Temurshoev y Timmer en su original artículo de 2011 también desarrollan una versión del SUT-RAS con valoraciones a precios de adquisición, con diferentes posibilidades para los tratamientos de márgenes de transporte y comercio.

Esa versatilidad creemos que es la característica fundamental del método, lo que nos conduce a concluir que el SUT-RAS no es un método, sino una metodología, una forma de trabajo en la que pueden desarrollarse otros métodos originales, como los que desarrollaremos en este trabajo, en particular el método SUT-RAS comparable al SUT-EURO y que nos permitirá evaluar a continuación el poder predictivo de ambos métodos en igualdad de condiciones.

Sin embargo, la metodología SUT-RAS no está exenta de dificultades e inconvenientes desde el punto de vista teórico. Se podrían reseñar las habituales críticas de los métodos de la familia RAS relacionadas con su escaso fundamento económico:

- 1) Temurshoev y Timmer opinan que el SUT-RAS tiene un sólido fundamento económico en el sentido que la matriz proyectada se obtiene a partir de la minimización de una función de divergencia, por lo que la matriz proyectada preservará en la medida de lo posible la tecnología existente en la matriz del año de referencia. Sin embargo, también es cierto que la matriz proyectada no deja de ser el resultado de un procedimiento matemático sin que haya intervenido ningún fundamento de teoría económica en el mismo. El método SUT-EURO tiene de manera integrada en su funcionamiento el modelo de Leontief de demanda con el que se calcula una oferta consistente. En el SUT-RAS los equilibrios se obtienen por una cuestión de coherencia contable, pero no intervienen en los mismos ningún método económico.
- 2) El hecho de que el SUT-RAS minimice las divergencias entre las matrices de referencia y las proyectadas, puede ser conveniente o no. Si bien es verdad que los cambios estructurales y tecnológicos en la economía no suelen producirse de manera abrupta, esta misma cuestión puede hacer que se considere que el método SUT-RAS no sea adecuado para proyecciones a medio o largo plazo, periodos en que sí han podido darse mayores cambios estructurales.
- 3) Del mismo modo, en situaciones en las que se haya producido cambios legislativos, shocks de precios, o alguna situación económica en la que las industrias pueden haber

tenido que adaptarse a un cambio significativo en las reglas del juego, como por ejemplo cambios significativos en la legislación ambiental, puede hacer que las estructuras productivas se modifiquen muy rápidamente, por lo que el método SUT-RAS no sería muy adecuado en estos casos, salvo que se dispusiera de información adicional para incluirla en el método y que las estructuras se adaptarán en consecuencia.

### *3.4. EL SUT-RAS CON DIFERENCIACIÓN DE ORÍGENES EN LOS EMPLEOS E INFORMACIÓN HOMOGÉNEA AL SUT-EURO*

Adelantándonos al capítulo cuarto, en el que se desarrollarán los métodos que vamos a evaluar empíricamente en este trabajo, a continuación vamos a realizar un primer paso adaptando el método SUT-RAS desarrollado en el apartado anterior para realizar la proyección del marco de referencia con la misma información con la que trabaja el SUT-EURO original de Beutel.

El objetivo principal de esta adaptación es obtener un nuevo método que sea plenamente comparable con el SUT-EURO en términos de información adicional. Esto es útil para evaluar dos aspectos fundamentales:

- En primer lugar, se puede establecer un marco de comparación entre ambos métodos de manera homogénea. Las diferencias en la bondad de ajuste de ambos métodos vendrían justificadas únicamente por la manera en la que se procesa la información para obtener las proyecciones, y la metodología en sí misma, ya que ambos métodos parten de la misma información de partida, y poseen la misma información exógena para realizar la proyección.
- En segundo lugar, permite profundizar en la paradoja de Myernik, al poder comparar el método que aquí desarrollemos con el SUT-RAS con la información exógena que emplean Temurshoev y Timmer.

No llevamos a cabo en este momento la singularización del vector de impuestos netos de subvenciones sobre los productos, que se realizará en el siguiente capítulo.

Para introducir este método trabajamos de manera análoga a como lo hemos hecho en apartados anteriores con las distintas versiones presentadas del SUT-RAS. El marco integrado de referencia sería idéntico al presentado en la Tabla 13. En la Tabla 16 se encuentra cuál

sería el marco integrado para el año de la proyección  $t$ . Nótese que las marginales del marco están expresadas únicamente en función de la información exógena de la que vamos a disponer. Se han expresado los totales en función de la información exógena que disponemos, y en función de los elementos que pretendemos proyectar. En el mismo se aprecian las relaciones que existen entre las sumas por filas y por columnas, lo que nos permitirá establecer las restricciones de manera inmediata.

Tabla 16. Marco Input-Output integrado del año  $t$  de proyección con la información exógena disponible

	Productos interiores ( $p^d$ )	Importaciones ( $p^m$ )	Ramas ( $r$ )	Demanda Final ( $f$ )	$\Sigma$
Productos interiores ( $p^d$ )			$U_{b,t}^d$	$Y_{b,t}^d$	$U_{b,t}^d \cdot \mathbf{1} + Y_{b,t}^d \cdot \mathbf{1}$
Importaciones ( $p^m$ )			$U_{b,t}^m$	$Y_{b,t}^m$	$\mathbf{m}_t$
Ramas ( $r$ )	$V_{b,t}$				$V_{b,t} \cdot \mathbf{1}$
Importaciones ( $m$ )		$\mathbf{m}_t'$			$M_t$
$\Sigma$	$V_{b,t}' \cdot \mathbf{1}$	$\mathbf{m}_t'$	$\mathbf{u}_{b,t}' = (V_{b,t} \cdot \mathbf{1})' - \mathbf{v}_{b,t}'$	$\mathbf{y}_{b,t}'$	

Elaboración propia

Es muy importante tener en consideración aquí que el método que vamos a desarrollar es un método biproporcional y que, hasta dónde nos consta no ha sido desarrollado anteriormente en la literatura. Temurshoev (2012)<sup>383</sup> llevó a cabo una generalización del GRAS en el que sólo está disponible información de una marginal, denominando a su método como “*de prorrateo generalizado*”<sup>384</sup>. El citado método es un método de tipo univariante en el que la tabla de Origen o de Destino sólo es actualizada por columnas. El método que desarrollamos aquí no responde en absoluto a ese planteamiento, sino que explora las potencialidades de la metodología SUT-RAS desarrollada por Temurshoev y Timmer para desarrollar un método netamente biproporcional en el que desconocemos el vector de producción a precios básicos

<sup>383</sup> Temurshoev, U. (2012) “Entropy-based benchmarking methods”, *Research Memorandum. Groningen Growth and Development Centre*. Universidad de Groningen.

<sup>384</sup> Véase Temurshoev, U. (2012) op. cit. pp. 26-27.

por ramas, el cuál es determinado de manera endógena, al igual que el output por productos. Este método constituye un desarrollo completamente original del método SUT-RAS no realizado anteriormente hasta donde conocemos.

Para plantear el mismo, en el año de referencia disponemos de un marco Input-Output completo a precios básicos de una economía en la que distinguimos entre un conjunto  $p^d$  que contiene todos los bienes interiores que se producen en la economía y  $p^m$  el conjunto de todos los bienes importados. Existen  $m$  orígenes posibles para los bienes importados, lo que multiplicaría el conjunto  $p^m$  tantas veces como orígenes posibles para la importación fueran considerados, aunque nosotros supondremos, sin pérdida de generalidad que  $m = 1$ . En la economía se distinguen  $r$  ramas productivas y la demanda final se desagrega en  $f$  componentes.

En resumen, la información de partida es la misma que la disponible en el método SUT-RAS a precios básicos diferenciando entre orígenes de los productos. Para el año  $t$  en que queremos realizar la proyección, supondremos que no disponemos de información adicional salvo la que explicitamos a continuación:

- i) Vector con los valores añadidos brutos para cada rama,  $\mathbf{v}_{b,t} \in \mathbb{R}^r$ .
- ii) Vector con los valores totales de la demanda final diferenciada por componente,  $\mathbf{y}_{b,t} \in \mathbb{R}^f$ .
- iii) Valor del total de importaciones para el año  $t$ ,  $M_t$ .

Hemos prescindido del vector de producción total por ramas  $\mathbf{x}_t$ . La información con la que trabajamos es, en consecuencia, equivalente a la del método SUT-EURO de Beutel.

Nuestro marco de referencia queda resumido en la matriz

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{O}_{(p^d+p^m) \times (p^d+p^m)} & \bar{\mathbf{U}}_0 \\ \bar{\mathbf{V}}_0 & \mathbf{O}_{(r+m) \times (r+f)} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{(p^d+p^m+r+m) \times (p^d+p^m+r+f)}$$

dónde como es habitual hasta el momento:

-  $\bar{\mathbf{V}}_0 \in \mathcal{M}_{(r+m) \times (p^d+p^m)} = \begin{pmatrix} \mathbf{V}_{b,0} & \mathbf{O}_{r \times p^m} \\ \mathbf{0}_{m \times p^d} & \mathbf{m}'_0 \end{pmatrix}$  contiene los componentes de la tabla de Origen

del año de referencia.  $\mathbf{O}$  representa una matriz nula con las dimensiones adecuadas

-  $\bar{\mathbf{U}}_0 \in \mathcal{M}_{(p^d+p^m) \times (r+f)} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{b,0}^d & \mathbf{Y}_{b,0}^d \\ \mathbf{U}_{b,0}^m & \mathbf{Y}_{b,0}^m \end{pmatrix}$  es la tabla de Destino del año de referencia.

Nuestro objetivo es realizar una proyección del marco de referencia contenido en  $\mathbf{A}$  para el año  $t$  con la información adicional mencionada. El mismo quedará resumido en una  $\mathbf{X}$  para el año  $t$  con las tablas de Origen y Destino de dicho año, una matriz que será plenamente consistente con la información adicional que tenemos:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{O}_{(p^d+p^m) \times (p^d+p^m)} & \bar{\mathbf{U}}_t \\ \bar{\mathbf{V}}_t & \mathbf{O}_{(r+m) \times (r+f)} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{(p^d+p^m+r+m) \times (p^d+p^m+r+f)}$$

Como ya es habitual, sean  $a_{ij}$  a los elementos de  $\mathbf{A}$  y  $x_{ij}$  a los elementos de  $\mathbf{X}$ . Definimos

$$z_{ij} = \frac{x_{ij}}{a_{ij}} \text{ si } a_{ij} \neq 0 \text{ y } z_{ij} = 1 \text{ si } a_{ij} = 0.$$

Para obtener  $\mathbf{X}$  planteamos un problema de optimización restringido con la función objetivo del SUT-RAS, es decir, encontrar los elementos  $z_{ij}$  que minimicen

$$\sum_i \sum_j |a_{ij}| \left( z_{ij} \cdot \ln \left( \frac{z_{ij}}{e} \right) + 1 \right) \quad (3.78)$$

Las condiciones de equilibrio que debe satisfacer la matriz  $\mathbf{X}$  son las usuales, pero dada la información adicional de que disponemos se reducirían a las siguientes:

$$\left( \mathbf{U}_{b,t}^d \cdot \mathbf{1} + \mathbf{Y}_{b,t}^d \cdot \mathbf{1} \right) - \mathbf{V}_{b,t}' \cdot \mathbf{1} = \mathbf{0} \quad (3.79)$$

$$\left( \mathbf{U}_{b,t}^m \cdot \mathbf{1} + \mathbf{Y}_{b,t}^m \cdot \mathbf{1} \right) = \mathbf{m}_t \quad (3.80)$$

$$\mathbf{m}'_t \cdot \mathbf{1} = M_t \quad (3.81)$$

$$\mathbf{U}_{b,t}^d \cdot \mathbf{1} + \mathbf{U}_{b,t}^m \cdot \mathbf{1} = \mathbf{V}_{b,t}' \cdot \mathbf{1} - \mathbf{v}_{b,t} \quad (3.82)$$



$$\mathbf{Y}_{b,t}^d \cdot \mathbf{v} + \mathbf{Y}_{b,t}^m \cdot \mathbf{v} = \mathbf{y}_{b,t} \quad (3.83)$$

Si comparamos la batería de restricciones de nuestro problema anterior, contenidas en (3.43) a (3.48), con las de nuestro problema actual (3.79) a (3.83), vemos que, además de que al no suponer que existe información exógena adicional en forma de coeficientes externos, todos los vectores  $\mathbf{e}$  son simplemente nulos, el número de restricciones se ha reducido en una unidad. Es decir, nuestro nuevo problema tiene un grado de libertad mayor: al no disponer de  $\mathbf{x}_t$ , la restricción (3.45) ha desaparecido.

El resto de restricciones poseen la interpretación usual que ya conocemos de métodos anteriores. En primer lugar, equilibrio en el output por productos de la economía desde la perspectiva de la oferta y la de la demanda (ecuación (3.79)); igualdad entre la demanda de productos importados y la oferta de productos importados (ecuación (3.80)); el total de importaciones estimadas para el año  $t$  deberá coincidir con el total de importaciones conocido (ecuación (3.81)); equilibrio en el valor de los consumos intermedios por rama tanto si lo calculamos desde la perspectiva de los empleos como si lo calculamos como diferencia entre producción y consumos intermedios (ecuación (3.82)), y el equilibrio en los totales de la demanda final por componentes (ecuación (3.83)).

Transformando las citadas restricciones en función de  $a_{ij}$  y  $z_{ij}$ , el problema que deberemos resolver es el siguiente:

$$\min_{z_{ij}} \sum_i \sum_j |a_{ij}| \left( z_{ij} \cdot \ln \left( \frac{z_{ij}}{e} \right) + 1 \right) \quad (3.84)$$

sujeto a

$$\sum_{j \in \{r,f\}} a_{uj} z_{uj} - \sum_{i \in \{r\}} a_{iu} z_{iu} = 0 \text{ para cada } u \in \{p^d\} \quad (3.85)$$

$$\sum_{j \in \{r,f\}} a_{sj} z_{sj} - \sum_{i \in \{m\}} a_{is} z_{is} = 0 \text{ para cada } s \in \{p^m\} \quad (3.86)$$

$$\sum_{j \in \{p^m\}} a_{ij} z_{ij} = M_t \text{ para } i \in \{m\} \quad (3.87)$$

$$\sum_{j \in \{p^d\}} a_{uj} z_{uj} - \sum_{i \in \{p^d, p^m\}} a_{iu} z_{iu} = v_{t,u} \text{ para cada } u \in \{r\} \quad (3.88)$$

$$\sum_{i \in \{p^d, p^m\}} a_{ij} z_{ij} = y_{t,j} \text{ para cada } j \in \{f\} \quad (3.89)$$

La función Lagrangiana de nuestro problema de optimización en consecuencia vendría dada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(z, \lambda, \eta, \xi, \mu, \tau) = & \sum_{i, j \in \mathbf{N}_0} a_{ij} \left( z_{ij} \cdot \ln \left( \frac{z_{ij}}{e} \right) + 1 \right) - \sum_{i, j \in \mathbf{N}_0} a_{ij} \left( z_{ij} \cdot \ln \left( \frac{z_{ij}}{e} \right) + 1 \right) \\ & + \sum_{u \in \{p^d\}} \lambda_u \left( \sum_{i \in \{r\}} a_{iu} z_{iu} - \sum_{j \in \{r, f\}} a_{uj} z_{uj} \right) + \sum_{s \in \{p^m\}} \eta_s \left( \sum_{i \in \{m\}} a_{is} z_{is} - \sum_{j \in \{r, f\}} a_{sj} z_{sj} \right) \\ & + \sum_{i \in \{m\}} \xi_i \left( M_t - \sum_{j \in \{p^m\}} a_{ij} z_{ij} \right) + \sum_{u \in \{r\}} \mu_u \left( v_{t,u} - \sum_{j \in \{p^d\}} a_{uj} z_{uj} + \sum_{i \in \{p^d, p^m\}} a_{iu} z_{iu} \right) \\ & + \sum_{j \in \{f\}} \tau_j \left( y_{t,j} - \sum_{i \in \{p^d, p^m\}} a_{ij} z_{ij} \right) \end{aligned} \quad (3.90)$$

donde  $\mathbf{P}_0$  contiene los elementos positivos de  $\bar{\mathbf{U}}_0$  y  $\mathbf{N}_0 = \mathbf{P}_0 - \bar{\mathbf{U}}_0$  contiene los posibles

elementos negativos de la tabla de Destino. Como  $\bar{\mathbf{U}}_0$  se descompone en 4 submatrices

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}_{b,0}^d & \mathbf{Y}_{b,0}^d \\ \mathbf{U}_{b,0}^m & \mathbf{Y}_{b,0}^m \end{pmatrix}, \text{ vamos a suponer que, del mismo modo } \mathbf{P}_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{P}\mathbf{U}_0^d & \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^d \\ \mathbf{P}\mathbf{U}_0^m & \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^m \end{pmatrix} \text{ y}$$

$$\mathbf{N}_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{N}\mathbf{U}_0^d & \mathbf{N}\mathbf{Y}_0^d \\ \mathbf{N}\mathbf{U}_0^m & \mathbf{N}\mathbf{Y}_0^m \end{pmatrix} \text{ ya que esto nos servirá para expresar las expresiones de actualización}$$

de manera más simplificada cuando resolvamos el problema.

Las derivadas parciales de (3.90) con respecto a  $z_{ij}$  se encuentran de manera esquemática en la Tabla 17.

Igualando las derivadas parciales a cero y despejando, obtenemos que los factores de actualización serían

$$z_{ij} = \begin{cases} e^{\lambda_i} \cdot e^{-\mu_j} & \text{si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{p^d\} \text{ y } j \in \{r\} \\ e^{-\lambda_i} \cdot e^{\mu_j} & \text{si } a_{ij} < 0 \text{ con } i \in \{p^d\} \text{ y } j \in \{r\} \end{cases} \quad (3.91)$$

$$z_{ij} = \begin{cases} e^{\eta_i} \cdot e^{-\mu_j} & \text{si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{p^m\} \text{ y } j \in \{r\} \\ e^{-\eta_i} \cdot e^{\mu_j} & \text{si } a_{ij} < 0 \text{ con } i \in \{p^m\} \text{ y } j \in \{r\} \end{cases} \quad (3.92)$$

$$z_{ij} = \begin{cases} e^{\lambda_i} \cdot e^{\tau_j} & \text{si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{p^d\} \text{ y } j \in \{f\} \\ e^{-\lambda_i} \cdot e^{-\tau_j} & \text{si } a_{ij} < 0 \text{ con } i \in \{p^d\} \text{ y } j \in \{f\} \end{cases} \quad (3.93)$$

$$z_{ij} = \begin{cases} e^{\eta_i} \cdot e^{\tau_j} & \text{si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{p^m\} \text{ y } j \in \{f\} \\ e^{-\eta_i} \cdot e^{-\tau_j} & \text{si } a_{ij} < 0 \text{ con } i \in \{p^m\} \text{ y } j \in \{f\} \end{cases} \quad (3.94)$$

$$z_{ij} = e^{\mu_i} \cdot e^{-\lambda_j} \text{ si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{r\} \text{ y } j \in \{p^d\} \quad (3.95)$$

$$z_{ij} = e^{\xi_i} \cdot e^{-\eta_j} \text{ si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{m\} \text{ y } j \in \{p^m\} \quad (3.96)$$

Tabla 17. Resultados de las derivadas parciales de la Lagrangiana del SUT-RAS con información homogénea al SUT-EURO.

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_{ij}}$ si $a_{ij} > 0$	Productos interiores ( $p^d$ )	Importaciones ( $p^m$ )	Ramas ( $r$ )	Demanda Final ( $f$ )
Productos interiores ( $p^d$ )			$a_{ij} \ln z_{ij} - \lambda_i a_{ij} + \mu_j a_{ij}$	$a_{ij} \ln z_{ij} - \lambda_i a_{ij} - \tau_j a_{ij}$
Importaciones ( $p^m$ )			$a_{ij} \ln z_{ij} - \eta_i a_{ij} + \mu_j a_{ij}$	$a_{ij} \ln z_{ij} - \eta_i a_{ij} - \tau_j a_{ij}$
Ramas ( $r$ )	$a_{ij} \ln z_{ij} - \mu_i a_{ij} + \lambda_j a_{ij}$			
Importaciones ( $m$ )		$a_{ij} \ln z_{ij} - \xi_i a_{ij} + \eta_j a_{ij}$		
$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_{ij}}$ si $a_{ij} < 0$	Productos interiores ( $p^d$ )	Importaciones ( $p^m$ )	Ramas ( $r$ )	Demanda Final ( $f$ )
Productos interiores ( $p^d$ )			$-a_{ij} \ln z_{ij} - \lambda_i a_{ij} + \mu_j a_{ij}$	$-a_{ij} \ln z_{ij} - \lambda_i a_{ij} - \tau_j a_{ij}$
Importaciones ( $p^m$ )			$-a_{ij} \ln z_{ij} - \eta_i a_{ij} + \mu_j a_{ij}$	$-a_{ij} \ln z_{ij} - \eta_i a_{ij} - \tau_j a_{ij}$
Ramas ( $r$ )				
Importaciones ( $m$ )				

Elaboración propia

Vemos que la principal diferencia entre la solución de este problema de optimización expresado en las ecuaciones (3.91) a (3.96) con el obtenido con el método SUT-RAS a precios básicos diferenciando entre orígenes en los empleos que se encuentra en (3.56) a (3.59), es que la solución óptima para los consumos intermedios y finales compartían las mismos multiplicadores variando sólo en función del origen importado. Sin embargo, en nuestro

problema actual, cada uno tiene sus propios vectores multiplicadores dependiendo de si es un elemento de la demanda intermedia o final, o si es input interior o importado. A pesar de esa segregación, el problema sólo requiere la definición de cinco vectores multiplicadores diferentes para actualizar las tablas de Origen y de Destino. Estos los denominaremos

- $r_d(i) = e^{\lambda_i}$  con  $i \in \{p^d\}$
- $s_u(j) = e^{\tau_j}$  con  $j \in \{f\}$
- $r_m(i) = e^{\eta_i}$  con  $i \in \{p^m\}$
- $r_v(i) = e^{\mu_i}$  con  $i \in \{r\}$
- $r_{imp}(i) = e^{\xi_i}$  con  $i \in \{m\}$

Empleando esta notación y con las expresiones de los valores óptimos de  $z_{ij}$ , las matrices proyectadas quedarían del siguiente modo:

$$\mathbf{U}_t^d = \widehat{\mathbf{r}}_d \mathbf{P} \mathbf{U}_0^d \widehat{\mathbf{r}}_v^{-1} - \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{N} \mathbf{U}_0^d \widehat{\mathbf{r}}_v \quad (3.97)$$

$$\mathbf{U}_t^m = \widehat{\mathbf{r}}_m \mathbf{P} \mathbf{U}_0^m \widehat{\mathbf{r}}_v^{-1} - \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{N} \mathbf{U}_0^m \widehat{\mathbf{r}}_v \quad (3.98)$$

$$\mathbf{Y}_t^d = \widehat{\mathbf{r}}_d \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_u - \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \quad (3.99)$$

$$\mathbf{Y}_t^m = \widehat{\mathbf{r}}_m \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{s}}_u - \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \quad (3.100)$$

$$\mathbf{V}_{b,t} = \widehat{\mathbf{r}}_v \mathbf{V}_{b,0} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \quad (3.101)$$

$$\mathbf{m}'_t = \widehat{\mathbf{r}}_{imp} \mathbf{m}'_0 \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \quad (3.102)$$

A partir de las expresiones (3.97) a (3.102), y las expresiones (3.79) a (3.83) obtenemos las expresiones que nos permiten derivar los vectores multiplicadores de manera explícita

De (3.79), (3.97) y (3.99) obtenemos que

$$\widehat{\mathbf{r}}_d \mathbf{P} \mathbf{U}_0^d \widehat{\mathbf{r}}_v^{-1} \mathbf{1} - \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{N} \mathbf{U}_0^d \widehat{\mathbf{r}}_v + \widehat{\mathbf{r}}_d \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_u - \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{1} - \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{V}_{b,0}' \widehat{\mathbf{r}}_v = \mathbf{0} \quad (3.103)$$

que de manera más simplificada quedaría en nuestra familiar expresión cuadrática matricial

$$\widehat{\mathbf{r}}_d^2 \left[ \mathbf{P}\mathbf{U}_0^d \widehat{\mathbf{r}}_v^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^d \mathbf{s}_u \right] - \left[ \mathbf{N}\mathbf{U}_0^d \mathbf{r}_v + \mathbf{N}\mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{V}_{b,0}' \mathbf{r}_v \right] = \mathbf{0} \quad (3.104)$$

De (3.80), (3.98), (3.100) y (3.102) se deduce que

$$\widehat{\mathbf{r}}_m \mathbf{P}\mathbf{U}_0^m \widehat{\mathbf{r}}_v^{-1} \mathbf{1} - \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{N}\mathbf{U}_0^m \mathbf{r}_v + \widehat{\mathbf{r}}_m \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^m \mathbf{s}_u - \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{N}\mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{1} - \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{m}_0 \widehat{\mathbf{r}}_{imp} \quad (3.105)$$

que en expresión cuadrática matricial quedaría

$$\widehat{\mathbf{r}}_m^2 \left[ \mathbf{P}\mathbf{U}_0^m \widehat{\mathbf{r}}_v^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^m \mathbf{s}_u \right] - \left[ \mathbf{N}\mathbf{U}_0^m \mathbf{r}_v + \mathbf{N}\mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{m}_0 \widehat{\mathbf{r}}_{imp} \right] = \mathbf{0} \quad (3.106)$$

De (3.81) y (3.102) se sigue que

$$\widehat{\mathbf{r}}_{imp} \mathbf{m}_0' \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{1} = M_t \quad (3.107)$$

De (3.82), (3.97), (3.98) y (3.101)

$$\widehat{\mathbf{r}}_v^{-1} \mathbf{P}\mathbf{U}_0^{d'} \mathbf{r}_d - \widehat{\mathbf{r}}_v \mathbf{N}\mathbf{U}_0^{d'} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{1} + \widehat{\mathbf{r}}_v^{-1} \mathbf{P}\mathbf{U}_0^{m'} \mathbf{r}_m - \widehat{\mathbf{r}}_v \mathbf{N}\mathbf{U}_0^{m'} \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{1} = \widehat{\mathbf{r}}_v \mathbf{V}_{b,0} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{1} - \mathbf{v}_{b,t} \quad (3.108)$$

Que se simplificaría del siguiente modo

$$\widehat{\mathbf{r}}_v^2 \left[ \mathbf{N}\mathbf{U}_0^{d'} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{N}\mathbf{U}_0^{m'} \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{V}_{b,0} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{1} \right] - \widehat{\mathbf{r}}_v \mathbf{v}_t - \left[ \mathbf{P}\mathbf{U}_0^{d'} \mathbf{r}_d + \mathbf{P}\mathbf{U}_0^{m'} \mathbf{r}_m \right] = \mathbf{0} \quad (3.109)$$

Por último, de (3.83), (3.99) y (3.100) obtenemos la última expresión

$$\widehat{\mathbf{s}}_u \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^{d'} \mathbf{r}_d - \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{N}\mathbf{Y}_0^{d'} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{1} + \widehat{\mathbf{s}}_u \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^{m'} \mathbf{r}_m - \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{N}\mathbf{Y}_0^{m'} \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{1} = \mathbf{y}_{b,t} \quad (3.110)$$

Que se quedaría en

$$\widehat{\mathbf{s}}_u^2 \left[ \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^{d'} \mathbf{r}_d + \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^{m'} \mathbf{r}_m \right] - \widehat{\mathbf{s}}_u \mathbf{y}_t - \left[ \mathbf{N}\mathbf{Y}_0^{d'} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{N}\mathbf{Y}_0^{m'} \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{1} \right] = \mathbf{0} \quad (3.111)$$

Y a partir de (3.104), (3.106), (3.107), (3.109) y (3.111) podemos obtener las expresiones explícitas de cada multiplicador. Teniendo en cuenta que las matrices correspondientes a la demanda intermedia no contendrán ningún elemento negativo por definición, ya que representan inputs, tenemos que  $\mathbf{N}\mathbf{U}_0^m = \mathbf{N}\mathbf{U}_0^d = \mathbf{O}$ , lo que simplifica aún más las expresiones (3.104), (3.106) y (3.109). Todo ello nos conduce a las siguientes expresiones:

$$\widehat{\mathbf{r}}_d^2 \left[ \mathbf{P}\mathbf{U}_0^d \widehat{\mathbf{r}}_v^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^d \mathbf{s}_u \right] - \left[ \mathbf{N}\mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{V}_{b,0}' \mathbf{r}_v \right] = \mathbf{0}$$

$$r_d(i) = \sqrt{\frac{\left[ \mathbf{N}\mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{V}_{b,0}' \mathbf{r}_v \right](i)}{\left[ \mathbf{P}\mathbf{U}_0^d \widehat{\mathbf{r}}_v^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^d \mathbf{s}_u \right](i)}} \text{ para } i \in \{p^d\} \quad (3.112)$$

$$r_m(i) = \sqrt{\frac{\left[ \mathbf{N}\mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{m}_0 \widehat{\mathbf{r}}_{imp} \right](i)}{\left[ \mathbf{P}\mathbf{U}_0^m \widehat{\mathbf{r}}_v^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^m \mathbf{s}_u \right](i)}} \text{ para } i \in \{p^m\} \quad (3.113)$$

$$r_{imp} = \frac{M_t}{\mathbf{m}_0' \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{1}} \quad (3.114)$$

$$r_v(i) = \frac{v_t(i) + \sqrt{v_t(i)^2 + 4 \left[ \mathbf{V}_{b,0} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{1} \right](i) \left[ \mathbf{P}\mathbf{U}_0^{d'} \mathbf{r}_d + \mathbf{P}\mathbf{U}_0^{m'} \mathbf{r}_m \right](i)}}{2 \left[ \mathbf{V}_{b,0} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{1} \right](i)} \text{ para } i \in \{r\} \quad (3.115)$$

$$s_u(i) = \frac{\left( y_t(i) + \sqrt{y_t(i)^2 + 4 \left[ \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^{d'} \mathbf{r}_d + \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^{m'} \mathbf{r}_m \right](i) \left[ \mathbf{N}\mathbf{Y}_0^{d'} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{N}\mathbf{Y}_0^{m'} \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{1} \right](i)} \right)}{2 \left[ \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^{d'} \mathbf{r}_d + \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^{m'} \mathbf{r}_m \right](i)} \text{ con } i \in \{f\} \quad (3.116)$$

Observando las expresiones (3.112) a (3.116) se deduce, de manera análoga a ocasiones anteriores, el siguiente algoritmo iterativo para obtener los valores de  $\mathbf{r}_d$ ,  $\mathbf{r}_m$ ,  $r_{imp}$ ,  $\mathbf{r}_v$  y  $\mathbf{s}_u$ :

- 1) Paso 0: Inicialización. Hacemos  $\mathbf{r}_{v,0} = \mathbf{1}_r$ ,  $r_{imp} = 1$ , y  $\mathbf{s}_{u,0} = \mathbf{1}_f$
- 2) Paso 1: calculamos  $\mathbf{r}_{d,1}$  en función de  $\mathbf{r}_{v,0}$  y  $\mathbf{s}_{u,0}$ . Del mismo modo se calcula  $\mathbf{r}_{m,1}$  en función de  $r_{imp,0}$ ,  $\mathbf{r}_v$  y  $\mathbf{s}_{u,0}$
- 3) Paso 2: Una vez obtenidos  $\mathbf{r}_{d,1}$  y  $\mathbf{r}_{m,1}$ , se calculan calcular  $\mathbf{r}_{v,1}$ ,  $r_{imp,1}$  y  $\mathbf{s}_{u,1}$ .
- 4) Paso 3: volvemos a repetir el paso 1 y el paso 2 de manera reiterativa para obtener  $\mathbf{r}_{d,i} = h_d(\mathbf{r}_{v,i-1}, \mathbf{s}_{u,i-1})$  y  $\mathbf{r}_{m,i} = h_m(\mathbf{r}_{imp,i-1}, \mathbf{r}_{v,i-1}, \mathbf{s}_{u,i-1})$ , y a continuación a partir de ahí,

$\mathbf{r}_{v,i} = g_v(\mathbf{r}_{d,i}, \mathbf{r}_{m,i})$ ,  $r_{imp,i} = g_{imp}(\mathbf{r}_{m,i})$  y  $\mathbf{s}_{u,i} = g_s(\mathbf{r}_{d,i}, \mathbf{r}_{m,i})$ . Continuamos así hasta que  $|\mathbf{r}_{d,i} - \mathbf{r}_{d,i-1}| < \varepsilon t_{p^d}$  y  $|\mathbf{r}_{m,i} - \mathbf{r}_{m,i-1}| < \varepsilon t_{p^m}$  para un  $\varepsilon$  suficientemente pequeño.

5) Paso final: Obtenemos las proyecciones finales de

$$\mathbf{U}_t^d = \widehat{\mathbf{r}}_{d,k} \mathbf{P} \mathbf{U}_0^d \widehat{\mathbf{r}}_{v,k}^{-1} \quad (3.117)$$

$$\mathbf{U}_t^m = \widehat{\mathbf{r}}_{m,k} \mathbf{P} \mathbf{U}_0^m \widehat{\mathbf{r}}_{v,k}^{-1} \quad (3.118)$$

$$\mathbf{Y}_t^d = \widehat{\mathbf{r}}_{d,k} \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_{u,k} - \widehat{\mathbf{r}}_{d,k}^{-1} \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_{u,k}^{-1} \quad (3.119)$$

$$\mathbf{Y}_t^m = \widehat{\mathbf{r}}_{m,k} \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{s}}_{u,k} - \widehat{\mathbf{r}}_{m,k}^{-1} \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{s}}_{u,k}^{-1} \quad (3.120)$$

$$\mathbf{V}_{b,t} = \widehat{\mathbf{r}}_{v,k} \mathbf{V}_{b,0} \widehat{\mathbf{r}}_{d,k}^{-1} \quad (3.121)$$

$$\mathbf{m}'_t = \widehat{\mathbf{r}}_{imp,k} \mathbf{m}'_0 \widehat{\mathbf{r}}_{m,k}^{-1} \quad (3.122)$$

Al igual que en las versiones del SUT-RAS presentadas anteriormente, el algoritmo convergerá a la solución ya que (3.90) es una suma de funciones estrictamente convexas, las restricciones (3.85) a (3.89) son funciones lineales, por lo que pueden considerarse convexas, pero no estrictamente, y consecuentemente la Lagrangiana es por tanto una función estrictamente convexa.

En el capítulo que ahora sigue, modificaremos ligeramente este método para darle un tratamiento explícito de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos. Este método así desarrollado será uno de los que se empleará para la evaluación empírica en diferentes situaciones reales con las tablas de Origen y de Destino de una serie de países.





*Nos vimos al día siguiente, según lo acordado, para inspeccionar las habitaciones del 221B de Baker Street a que se había hecho alusión durante nuestro encuentro. Consistían en dos confortables dormitorios y una única sala de estar, alegre y ventilada, con dos amplios ventanales por los que entraba la luz. Tan conveniente en todos los aspectos nos pareció el apartamento y tan moderado su precio, una vez dividido entre los dos, que el trato se cerró de inmediato y, sin más dilaciones, tomamos posesión de la vivienda. (Arthur Conan Doyle, Un estudio en escarlata)*

## **CAPÍTULO 4**

# **LOS MÉTODOS DE PROYECCIÓN SUT-EURO Y SUT-RAS HOMOGENEIZADOS**

El objetivo de este capítulo es desarrollar generalizaciones no idealizadas, sino directamente aplicables a situaciones reales, de los métodos de proyección SUT-EURO y SUT-RAS en condiciones homogéneas de información exógena de partida. Esto implicará dar una solución para el tratamiento explícito de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos. Los métodos aquí desarrollados son plenamente aptos para su evaluación empírica con datos reales de tablas de Origen y de Destino correspondientes a una serie de países y que se llevará a cabo en el capítulo quinto.

Nuestro objetivo no es desarrollar métodos completamente nuevos, sino respetar la metodología original tanto del SUT-RAS como del SUT-EURO en la medida de lo posible, por lo que los métodos aquí desarrollados pueden considerarse generalizaciones de los métodos originales de Beutel<sup>385</sup>, y de Temurshoev y Timmer<sup>386</sup>.

Desconocemos generalizaciones del método SUT-EURO llevadas a cabo en la literatura sobre métodos de proyección, por tanto los métodos presentados aquí son originales, tanto por la perspectiva del tratamiento explícito de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos (INSP en adelante) como por la extensión del método SUT-EURO para la incorporación de la producción a precios básicos por ramas como información exógena adicional. En cuanto al SUT-RAS, en el artículo original de Temurshoev y Timmer no llevan a cabo de manera explícita el tratamiento de los INSP. Sin embargo, sí señalan<sup>387</sup> que el método SUT-RAS puede generalizarse en aquellos casos en que sea preciso estimar el vector de INSP mediante la aplicación del marco integrado para tal fin, aunque no es desarrollada en su artículo. En este capítulo llevamos a cabo la citada generalización tanto para el método SUT-RAS a precios básicos con diferenciación de orígenes en la tabla de Destino, tanto para la información exógena original del SUT-RAS, como para la versión restringida sin producción a precios básicos que ha sido desarrollada en el capítulo anterior.

Como ha quedado reflejado de manera detallada anteriormente a lo largo de este trabajo, los métodos SUT-EURO y SUT-RAS no trabajan con la misma información exógena para la determinación de sus proyecciones. Nuestro objetivo principal en este trabajo es llevar a cabo la comparación de ambos métodos en condiciones homogéneas para poder evaluar en qué condiciones es preferible la aplicación de uno frente al otro. En consecuencia, en este capítulo se van a desarrollar 4 métodos:

- El SUT-EURO original con tratamiento explícito de los INSP (SUT-EURO-1).
- El SUT-EURO con tratamiento explícito de los INSP e información exógena homogénea al SUT-RAS (SUT-EURO-2).
- El SUT-RAS con diferenciación de orígenes en los destinos y tratamiento explícito de los INSP (SUT-RAS-1).

---

<sup>385</sup> Beutel, J. (2008) op. cit.

<sup>386</sup> Temurshoev, U. y Timmer, M.P. (2011) op. cit.

<sup>387</sup> Véase la Nota a pie de página número 24 en Temurshoev, U. y Timmer, M.P. (2011) op. cit. p. 880.

- El SUT-RAS con tratamiento explícito de los INSP e información exógena homogénea al SUT-EURO (SUT-RAS-2).

Tabla 18. Comparativas de especificaciones para los diferentes métodos de proyección.

Método	Diferenciación entre orígenes interiores e importados	Tratamiento explícito de los INSP	Producción a precios básicos exógena	Producción a precios básicos endógena
<b>SUT-EURO</b>	✓	✗	✗	✓
<b>SUT-EURO-1</b>	✓	✓	✗	✓
<b>SUT-EURO-2</b>	✓	✓	✓	✗
<b>SUT-RAS</b>	✓	✗	✓	✗
<b>SUT-RAS-1</b>	✓	✓	✗	✓
<b>SUT-RAS-2</b>	✓	✓	✓	✗

Elaboración propia

Para simplificar la nomenclatura de los métodos, vamos a denominar a los métodos anteriores, respectivamente, como SUT-EURO-1, SUT-EURO-2, SUT-RAS-2 y SUT-RAS-1. Como puede verse en la

Tabla 18, los métodos Tipo 1 son directamente comparables entre sí, dado que poseen la misma configuración en los que respecta a la desagregación de la información de las tablas de Origen y Destino, y la misma información exógena para llevar a cabo la proyección; del mismo modo, los métodos Tipo 2 son directamente comparables entre sí por los mismos motivos. Los métodos Tipo 2, en comparación con los métodos Tipo 1, disponen de una pieza de información adicional que es la producción a precios básicos por ramas.

#### *4.1. EL MÉTODO SUT-EURO-1: ADAPTACIÓN DEL SUT-EURO ORIGINAL PARA EL TRATAMIENTO EXPLÍCITO DE LOS IMPUESTOS NETOS DE SUBVENCIONES SOBRE LOS PRODUCTOS.*

En este apartado vamos a generalizar el método SUT-EURO original de manera que el mismo lleve a cabo un tratamiento explícito de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos.

La metodología de trabajo va a ser prácticamente idéntica a la original. Al igual que con el SUT-EURO supondremos que trabajaremos con una economía con  $p$  productos, que pueden encontrarse presentes en la economía bien porque son producidos interiormente, o bien, son importados; distinguiremos entre  $m$  posibles orígenes diferentes para la importación (aunque nosotros suponemos que no existe distinción entre los orígenes de la importaciones y  $m=1$ ); en la economía habrá  $r$  ramas productivas; se distingue entre  $f$  componentes para la demanda final; y el valor añadido puede descomponerse en  $l$  componentes (aunque nosotros trabajaremos con el agregado de VAB por ramas, y por tanto  $l=1$ ). Los requerimientos de información para la implementación del método SUT-EURO-1 son los mismos que en el SUT-EURO con la incorporación adicional de manera explícita del vector de impuestos netos de subvenciones sobre los productos:

- Sean  $\mathbf{U}_0^d$  y  $\mathbf{U}_0^m$  la tabla de Destino para la demanda intermedia, con dimensión  $p \times r$ , a precios básicos ( $d = \text{origen interior}, m = \text{origen importado}$ ).
- Sean  $\mathbf{Y}_0^d$  e  $\mathbf{Y}_0^m$  la tabla de Destino para la demanda final, con dimensión  $p \times f$ , a precios básicos ( $d = \text{origen interior}, m = \text{origen importado}$ ).
- Sea  $\mathbf{V}_0$  la traspuesta de la tabla de Origen con dimensión  $r \times p$
- Sea  $\mathbf{v}_0$  el vector de valores añadidos por rama con dimensión  $r \times 1$
- Sea  $\mathbf{t}_0$  el vector de impuestos netos de subvenciones sobre los productos con dimensión  $(r + f) \times 1$ . Este vector consideraremos que está compuesto por dos subvectores

$$\mathbf{t}_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{t}_0^{DI} & \mathbf{t}_0^{DF} \end{pmatrix}$$

cada uno con los impuestos netos de subvenciones sobre los productos correspondientes a la Demanda Intermedia y a la Demanda Final, respectivamente.

Para el año en que queremos realizar la proyección de las tablas de Origen y Destino, año  $t$  se requerirá la siguiente información disponible en la contabilidad nacional anual:

- Tasa de crecimiento del Valor Añadido Bruto de cada rama entre el año base y el año  $t$ . Esta información está recogida en el vector  $\mathbf{g}_t^v$  que contendrá los factores de crecimientos del VAB de cada rama  $r \times 1$

- Tasa de crecimiento de cada una de las componentes de la Demanda Final entre el año base y el año  $t$ . Esta información está recogida en el vector  $g_t^Y$  vectores de tasas de crecimientos de la demanda final para cada componente  $f \times 1$
- Tasa de crecimiento del total de importaciones entre el año base y el año  $t$ . Esta información está recogida en el escalar  $g_t^m$
- Tasa de crecimiento del total del total de impuestos netos de subvenciones sobre los productos. Esta información está recogida en el escalar  $g_t^{TLS}$

La metodología de proyección es prácticamente idéntica al SUT-EURO original. La única diferencia reside en las especificidades introducidas por el hecho de tratar de manera explícita los impuestos netos de subvenciones sobre los productos. A efectos prácticos, la consideración explícita de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos implica que nuestro marco de trabajo contiene una fila más en la parte correspondiente a la tabla de Destino, se dispone información exógena del total de los mismos en el año que queremos realizar la proyección y, consecuentemente, se incorpora su tasa de crecimiento al proceso con el objeto de que la tabla proyectada verifique dicha tasa. La inclusión de la nueva tasa de crecimiento de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos conlleva la inclusión de un nuevo multiplicador en el procedimiento de calibración y comprobación de la convergencia. Describimos de manera mucho más sintética aquí el procedimiento, especialmente en aquellas partes en las que no hay cambios con respecto al original.

#### Etapa 1: Obtención de la cuota de mercado de la economía

$$\mathbf{D}_0 = \mathbf{V}_0 \cdot (\widehat{\mathbf{q}}_0^d)^{-1} \quad (4.1)$$

Al igual que en el SUT-EURO original se asumirá que la cuota de mercado permanecerá constante a lo largo de todo el procedimiento de proyección.

#### Etapa 2: Primera actualización de las tablas de Origen y Destino

Obtenemos la primera actualización de las tablas de Origen y Destino. Si trabajáramos de manera matricial, en este paso, la matriz  $\mathbf{T}_0$  presenta una fila adicional donde están recogidos de manera explícita el vector de impuestos netos de subvenciones sobre los productos.

$$\mathbf{T}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_0^d & \mathbf{Y}_0^d \\ \mathbf{U}_0^m & \mathbf{Y}_0^m \\ \mathbf{t}_0^{DI} & \mathbf{t}_0^{DF} \end{bmatrix}$$

Para hacer más claro el tratamiento trabajemos con los elementos de esta matriz de manera individual y luego presentaremos el procedimiento en forma matricial.

Los elementos de las tablas de Destino, en la parte correspondiente a la demanda intermedia, tanto interior como importado, se actualizarán por filas (productos) y columnas (ramas) de acuerdo con el crecimiento del VAB entre el año  $t$  y el año  $0$ ,  $g_t^v$ .

$$\mathbf{U}_{t(1)}^d = \frac{1}{2}(\widehat{\mathbf{g}}_t^v \mathbf{U}_0^d + \mathbf{U}_0^d \widehat{\mathbf{g}}_t^v) \quad (4.2)$$

$$\mathbf{U}_{t(1)}^m = \frac{1}{2}(\widehat{\mathbf{g}}_t^v \mathbf{U}_0^m + \mathbf{U}_0^m \widehat{\mathbf{g}}_t^v) \quad (4.3)$$

De manera análoga, se realiza una primera actualización de los elementos correspondiente a la demanda final. Se actualizarán de acuerdo con la tasa de crecimiento del VAB por filas, y de acuerdo con los crecimientos de la demanda final por columnas:

$$\mathbf{Y}_{t(1)}^d = \frac{1}{2}(\widehat{\mathbf{g}}_t^v \mathbf{Y}_0^d + \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{g}}_t^Y) \quad (4.4)$$

$$\mathbf{Y}_{t(1)}^m = \frac{1}{2}(\widehat{\mathbf{g}}_t^v \mathbf{Y}_0^m + \mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{g}}_t^Y) \quad (4.5)$$

La actualización del vector de INSP se lleva a cabo de manera análoga a como se actualizan las otras componentes de la tabla de Destino, distinguiendo entre el sub-vector de impuestos netos de subvenciones sobre los productos de la demanda intermedia del sub-vector correspondiente a la demanda final.

El vector  $\mathbf{t}_0^{DI}$ , se actualizará pre-multiplicando los impuestos netos de subvenciones sobre los productos (crecimiento por fila) por la tasa de crecimiento del total de los mismos. Por otro lado, post-multiplicaremos el vector de impuestos netos de subvenciones sobre los productos por la matriz que se obtiene mediante diagonalización del vector  $\mathbf{g}_t^v$ . Es decir,

$$\mathbf{t}_{t(1)}^{DI} = \frac{1}{2}(g_t^{TLS} \mathbf{t}_0^{DI} + \mathbf{t}_0^{DI} \widehat{\mathbf{g}}_t^v) \quad (4.6)$$

De manera análoga, procedemos con el vector de Demanda Final, sólo que se sustituye  $\widehat{\mathbf{g}}_t^y$  por  $\widehat{\mathbf{g}}_t^y$

$$\mathbf{t}_{t(1)}^{DF} = \frac{1}{2} (\mathbf{g}_t^{TLS} \mathbf{t}_0^{DF} + \mathbf{t}_0^{DF} \widehat{\mathbf{g}}_t^y) \quad (4.7)$$

De este modo, la separación de la actualización del vector de impuestos netos de subvenciones sobre los productos en (4.6) y (4.7) nos permitirá expresar esta etapa 2 de manera compacta matricialmente del siguiente modo:

$$\mathbf{T}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_0^d & \mathbf{Y}_0^d \\ \mathbf{U}_0^m & \mathbf{Y}_0^m \\ \mathbf{t}_0^{DI} & \mathbf{t}_0^{DF} \end{bmatrix}$$

y los vectores de actualización en este caso serían

$$\mathbf{w}_f = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{g}}_t^y \\ \widehat{\mathbf{g}}_t^y \\ \widehat{g}_t^{TLS} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{w}_c = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{g}}_t^y \\ \widehat{\mathbf{g}}_t^y \end{bmatrix}$$

En consecuencia, la matriz de actualización  $\mathbf{w}_f$  se modifica acordeamente con la fila adicional que hemos incluido de impuestos netos de subvenciones sobre los productos. Dicho vector se actualizará, por filas, de acuerdo con la tasa de crecimiento del total de impuestos netos de subvenciones sobre los productos  $\widehat{g}_t^{TLS}$ . Por columnas, la matriz  $\mathbf{w}_c$  queda inalterada. Esto supone que por columnas, cada elemento del vector  $\mathbf{t}_0 = (\mathbf{t}_0^{DI} \quad \mathbf{t}_0^{DF})$  variará de acuerdo con la tasa de crecimiento del VAB de la rama correspondiente en la parte de la demanda intermedia y, alternativamente, los impuestos netos de subvenciones sobre los productos de la demanda final variarán con la tasa de crecimiento de su respectiva componente la demanda final.

A partir de esta notación, definimos

$$\mathbf{T}_1 = \mathbf{w}_f \cdot \mathbf{T}_0 \quad \text{y} \quad \mathbf{T}_2 = \mathbf{T}_0 \cdot \mathbf{w}_c$$

por lo que obtendríamos que

$$\mathbf{T}_3 = \mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2 / 2 = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{t(1)}^d & \mathbf{Y}_{t(1)}^d \\ \mathbf{U}_{t(1)}^m & \mathbf{Y}_{t(1)}^m \\ \mathbf{t}_{t(1)}^{DI} & \mathbf{t}_{t(1)}^{DF} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Como en los casos anteriores descritos de versiones homólogas del SUT-EURO, esta versión del SUT-EURO con información exógena también requiere que el número de productos y ramas de una economía sean iguales. Del mismo modo, sólo hemos considerado la transformación media aritmética pero puede llevarse a cabo el promedio mediante la media geométrica en lugar de la media aritmética.

Como en el SUT-EURO, nada obsta para que  $\mathbf{T}_3$  pueda definirse como la media geométrica de  $\mathbf{T}_1$  y  $\mathbf{T}_2$ , lo que daría lugar a una formulación alternativa del SUT-EURO-1.

$$\mathbf{T}_3 = \sqrt{\mathbf{T}_1 \# \mathbf{T}_2}$$

El vector de VAB se actualiza con sus tasas correspondientes, por lo que el VAB proyectado del año t coincidirá con la estimación oficial

$$\mathbf{v}_{t(1)} = \widehat{\mathbf{g}}_t^v \mathbf{v}_0 \quad (4.9)$$

La tabla de Origen se transforma manteniendo constante la cuota de mercado del año base

$$\mathbf{V}_{t(1)} = \mathbf{D}_0 \widehat{\mathbf{q}}_{t(1)}^d \quad (4.10)$$

con

$$\mathbf{q}_{t(1)}^d = \mathbf{U}_{t(1)}^d \boldsymbol{\tau} + \mathbf{Y}_{t(1)}^d \boldsymbol{\tau}.$$

### Etapa 3: Obtención de la oferta total consistente

Las tablas de Origen y de Destino obtenidas en la etapa 2, por su método de construcción, están equilibradas para el vector de output por productos. Sin embargo, si comprobamos la producción total a precios básicos desde la óptica de la oferta y la demanda, el equilibrio no se habrá conseguido. En este caso, el cálculo de la producción total por la vía de la demanda, dado que los impuestos netos de subvenciones sobre los productos están explicitados, no presenta incongruencias desde el punto de vista contable:



$$\mathbf{x}_{of,t(1)} = \mathbf{V}_{t(1)} \mathbf{1} \neq (\mathbf{U}_{t(1)}^d + \mathbf{U}_{t(1)}^m)' \mathbf{1} + \mathbf{t}_{t(1)}^{DI} + \mathbf{v}_{t(1)} = \mathbf{x}_{inp,t(1)} \neq \mathbf{x}_t \quad (4.11)$$

Al igual que en el SUT-EURO para obtener la oferta consistente emplearemos el modelo de Leontief de estructura de ventas fijas por producto. Dicho vector de producción, se aplicará a las estructuras obtenidas en la tabla de Destino de la etapa 2, que se supondrán que son correctas. Por tanto, calculamos las estructuras correspondientes a la demanda intermedia:

$$\mathbf{B}_{t(1)}^d = \mathbf{U}_{t(1)}^d \cdot \widehat{\mathbf{x}}'_{inp,t(1)}^{-1} \quad (4.12)$$

$$\mathbf{B}_{t(1)}^m = \mathbf{U}_{t(1)}^m \cdot \widehat{\mathbf{x}}'_{inp,t(1)}^{-1} \quad (4.13)$$

$$\mathbf{B}_{t(1)}^{TLS} = \mathbf{t}_{t(1)}^{DI} \cdot \widehat{\mathbf{x}}'_{inp,t(1)}^{-1} \quad (4.14)$$

Y el vector de demanda final total se obtiene como

$$\mathbf{f}_{t(1)}^d = \mathbf{Y}_{t(1)}^d \cdot \mathbf{t} \quad (4.15)$$

Y la matriz de estructuras de la demanda final sería

$$\mathbf{F}_{t(1)}^d = \mathbf{Y}_{t(1)}^d \cdot \widehat{\mathbf{f}}_{t(1)}^d{}^{-1} \quad (4.16)$$

A partir del modelo de estructura de ventas fijas por producto se obtiene el vector de producción total consistente

$$\mathbf{x}_{t(2)} = (\mathbf{I} - \mathbf{D}_0 \mathbf{B}_{t(1)}^d)^{-1} \mathbf{D}_0 \mathbf{f}_{t(1)}^d \quad (4.17)$$

Y con dicho vector se reconstruyen las nuevas tablas de Origen y Destino consistentes en lo que sería la etapa 4.

**Etapa 4: Derivación de las nuevas tablas de Origen y Destino consistentes**

$$\mathbf{U}_{t(2)}^d = \mathbf{B}_{t(1)}^d \cdot \widehat{\mathbf{x}}_{t(2)}$$

$$\mathbf{U}_{t(2)}^m = \mathbf{B}_{t(1)}^m \cdot \widehat{\mathbf{x}}_{t(2)}$$

$$\mathbf{t}_{t(2)}^{DI} = \mathbf{B}_{t(1)}^{TLS} \cdot \widehat{\mathbf{x}}_{t(2)}$$

$$\mathbf{Y}_{t(2)}^d = \mathbf{F}_{t(1)}^d \widehat{\mathbf{f}}_{t(1)}^d = \mathbf{Y}_{t(1)}^d$$

$$\mathbf{Y}_{t(2)}^m = \mathbf{F}_{t(1)}^m \widehat{\mathbf{f}}_{t(1)}^m = \mathbf{Y}_{t(1)}^m$$

$$\mathbf{t}_{t(2)}^{DF} = \mathbf{t}_{t(1)}^{DF}$$

El vector de VAB se obtendría de nuevo como el saldo de restar a la producción total a precios básicos, los consumos intermedios a precios de adquisición

$$\mathbf{v}'_{t(2)} = \mathbf{x}'_{t(2)} - \mathbf{v}' \left( \mathbf{U}_{t(2)}^d + \mathbf{U}_{t(2)}^m \right) - \mathbf{t}_{t(2)}^{DI} \quad (4.18)$$

Y la tabla de Origen consistente se obtiene a partir del output por productos que se deriva de esta nueva tabla de Destino

$$\widehat{\mathbf{q}}_{t(2)}^d = \mathbf{U}_{t(2)}^d \mathbf{v} + \mathbf{Y}_{t(2)}^d \mathbf{v}$$

y

$$\mathbf{V}_{t(2)} = \mathbf{D}_0 \widehat{\mathbf{q}}_{t(2)}^d$$

De este modo, volvemos a obtener unas tablas de Origen y Destino equilibradas tanto desde el punto de vista de la producción por ramas, como desde el punto de vista de la oferta y demanda total de productos.

A continuación comprobamos si las tasas de variación implícitas en nuestras tablas de Origen y Destino se corresponden con las tasas de variación de las macromagnitudes de las que disponemos información exógena. En caso de no ser así, pues se definirán los correspondientes multiplicadores de corrección y se comenzará con la segunda iteración.

#### Etapa 5: Comprobación de convergencia y calibración de multiplicadores

A partir de este punto, el procedimiento es prácticamente idéntico al seguido en el SUT-EURO. Se define el vector de desviaciones

$$dev = \frac{proy.}{mod}$$

La principal diferencia con respecto al SUT-EURO consiste en que esta versión del método el vector contiene una dimensión adicional, la correspondiente a la tasa de variación de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos,  $g_t^{TLS}$ .

Siempre que las desviaciones sean superiores al umbral máximo de tolerancia que queramos permitir, se definen los factores correctores con la corrección de convexidad

$$\begin{aligned}
 - \quad corr(i) &= 1 + \frac{[(dev(i)-1) \cdot 100]^c}{100} \quad \text{si } dev(i) > 1 \quad \forall i = 1, \dots, r + f + m + 1 \\
 - \quad corr(i) &= 1 - \frac{[(1-dev(i)) \cdot 100]^c}{100} \quad \text{si } dev(i) < 1 \quad \forall i = 1, \dots, r + f + m + 1
 \end{aligned}$$

A partir de estos factores de corrección se definen los nuevos vectores multiplicadores:

$$\mathbf{g}_{t,1}^d(i) = corr(i) \mathbf{g}_t^v(i) \quad \forall i = 1, \dots, r$$

$$\mathbf{g}_{t,1}^y(i) = corr(i) \mathbf{g}_t^y(i) \quad \forall i = 1, \dots, f$$

$$\mathbf{g}_{t,1}^{TLS}(i) = corr(i) \mathbf{g}_t^{TLS}(i) \quad \forall i = TLS$$

$$\mathbf{g}_{t,1}^m(i) = corr(i) \mathbf{g}_t^v(i) \quad \forall i = 1, \dots, m$$

**Etapa 6: Actualización de las tablas de Origen y Destino, y comienzo de una nueva iteración.**

Llegado este punto, el SUT-EURO-1 continúa exactamente igual que lo haría el SUT-EURO. Volveríamos a la etapa 2, dando lugar a una nueva iteración, que comenzaría definiendo las nuevas tablas de Destino de acuerdo con la siguiente formulación:

$$\mathbf{U}_{t(1)}^d = \frac{1}{2} (\widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^d \mathbf{U}_0^d + \mathbf{U}_0^d \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^d)$$

$$\mathbf{U}_{t(1)}^m = \frac{1}{2} (\widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^m \mathbf{U}_0^m + \mathbf{U}_0^m \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^m)$$

$$\mathbf{t}_{t(1)}^{DI} = \frac{1}{2} (g_t^{TLS} \mathbf{t}_0^{DI} + \mathbf{t}_0^{DI} \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^d)$$

$$\mathbf{Y}_{t(1)}^d = \frac{1}{2} (\widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^d \mathbf{Y}_0^d + \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^y)$$

$$\mathbf{Y}_{t(1)}^m = \frac{1}{2}(\widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^m \mathbf{Y}_0^m + \mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^y)$$

$$\mathbf{t}_{t(1)}^{DF} = \frac{1}{2}(\mathbf{g}_{t,1}^{TLS} \mathbf{t}_0^{DF} + \mathbf{t}_0^{DF} \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^y)$$

$$\mathbf{v}_{t(1)} = \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^d \mathbf{V}_0$$

Al igual que en el SUT-EURO, los multiplicadores han cambiado. Se utiliza un vector diferente para la actualización de los productos interiores y para los productos importados. Ambos son obtenidos a partir del vector de tasas de variación del VAB. Esto supone que nuestras matrices de multiplicadores serían

$$\mathbf{w}_{f,1} = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^d \\ \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^m \\ \mathbf{g}_{t,1}^{TLS} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{w}_c = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^d \\ \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^y \end{bmatrix}$$

No es preciso realizar la etapa 1, ya que la cuota de mercado se calcula con la tabla de Origen inicial, y como se ha mencionado anteriormente, se supone constante para todas las proyecciones de las tablas de Origen

$$\mathbf{V}_{t(1)} = \mathbf{D}_0 \widehat{\mathbf{q}}_{t(1)}^d$$

con

$$\widehat{\mathbf{q}}_{t(1)}^d = \mathbf{U}_{t(1)}^d \boldsymbol{\tau} + \mathbf{Y}_{t(1)}^d \boldsymbol{\tau}$$

A partir de este punto sólo queda repetir las etapas 3 a 6 de manera secuencial hasta definir el vector de desviaciones. Mientras que no se alcance la convergencia, esto es si las desviaciones son aceptables, digamos inferiores al 0,5%

$$\max_{i=1, \dots, r+f+m+1} dev(i) < 0,005$$

el procedimiento se dará por terminado. En caso contrario, se deberán definir un nuevo vector de factores de corrección y de multiplicadores. Es preciso hacer notar, como se ha dicho anteriormente, que los nuevos factores multiplicativos se definen de manera iterativa en este método

$$- \quad corr(i) = 1 + \frac{[(dev(i)-1) \cdot 100]^c}{100} \quad \text{si } dev(i) > 1 \quad \forall i = 1, \dots, r + f + m + 1$$

$$- \quad corr(i) = 1 - \frac{[(1-dev(i)) \cdot 100]^c}{100} \quad \text{si } dev(i) < 1 \quad \forall i = 1, \dots, r + f + m + 1$$

$$\mathbf{g}_{t,j+1}^d(i) = corr(i) \mathbf{g}_{t,j}^d(i) \quad \forall i = 1, \dots, r$$

$$\mathbf{g}_{t,j+1}^y(i) = corr(i) \mathbf{g}_{t,j}^y(i) \quad \forall i = 1, \dots, f$$

$$\mathbf{g}_{t,j+1}^{TLS}(i) = corr(i) \mathbf{g}_{t,j}^{TLS}(i) \quad \forall i = TLS$$

$$\mathbf{g}_{t,j+1}^m(i) = corr(i) \mathbf{g}_{t,j}^m(i) \quad \forall i = 1, \dots, m$$

Para todo  $j \geq 1$ .

Éste sería el procedimiento para obtener el método SUT-EURO-1 en el que los impuestos netos de subvenciones sobre los productos han sido tratados de manera explícita. La metodología de trabajo es completamente análoga al SUT-EURO de Beutel (2008). Sólo se requiere la información exógena correspondiente a la tasa de variación total de impuestos netos de subvenciones sobre los productos.

#### *4.2. EL MÉTODO SUT-EURO-2: GENERALIZACIÓN DEL SUT-EURO-1 PARA INCLUIR LA PRODUCCIÓN A PRECIOS BÁSICOS COMO INFORMACIÓN EXÓGENA ADICIONAL Y TRATAMIENTO EXPLÍCITO DE LOS IMPUESTOS NETOS DE SUBVENCIONES SOBRE LOS PRODUCTOS.*

En este apartado vamos a desarrollar una nueva versión del método SUT-EURO. En este caso, no sólo realizaremos un tratamiento explícito de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos, sino que además introduciremos como información exógena adicional el vector de producción a precios básicos por ramas.

El objetivo de este nuevo método que introducimos es construir un método que sea comparable plenamente con el SUT-RAS, en el sentido de que ambos trabajen exactamente con la misma información exógena a la hora de realizar la proyección.

Este nuevo método puede entenderse de dos maneras. Bien como una generalización del SUT-EURO original de Beutel en el que además de la información exógena que requiere el SUT-EURO (tasas de variación del VAB, Demanda Final y total de importaciones) se añade el conocimiento de la producción a precios básicos, al mismo tiempo que se realiza un tratamiento explícito de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos en la proyección. O bien puede considerarse una generalización del SUT-EURO-1 en el que se incorpora como información exógena la producción a precios básicos.

A la hora de desarrollar el SUT-EURO-2 hemos tratado de modificar la metodología de trabajo del SUT-EURO en lo estrictamente imprescindible para permitir la incorporación de la información adicional y el tratamiento explícito de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos. Sin embargo, el disponer de la Producción a precios básico por Ramas, supone un hecho cualitativo importante que conduce a una cierta simplificación del método, ya que algunos pasos son innecesarios en el SUT-EURO-2 en comparación con las anteriores versiones del SUT-EURO.

Las principales diferencias en cuestiones metodológicas entre el SUT-EURO y el SUT-EURO-2 que aquí desarrollamos son básicamente dos:

- Se hace un tratamiento explícito de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos, que es muy similar al realizado en el SUT-EURO-1.
- Al disponerse de la producción por ramas de manera exógena, el hecho de asumir la hipótesis del SUT-EURO de que la make-matrix permanece constante durante todo el proceso de proyección, implica que de manera implícita el output por productos está dado para el año de proyección, por lo que para obtener una solución consistente deberemos de respetar ese output por productos implícito, de lo contrario el procedimiento conducirá a inconsistencias irreconciliables si el output se obtiene sin tener en cuenta esta información.
- Otra consecuencia de disponer tanto del vector de producción por ramas como el vector de valores añadidos, es que podemos obtener mediante diferencia, el vector de consumos intermedios a precios de adquisición. Esto implica que disponemos de tasas de crecimiento para esta magnitud que pueden ser aprovechadas de manera más eficiente en la proyección como se verá más adelante.

A pesar de estas diferencias, no hemos pretendido crear un método de proyección completamente nuevo, sino que se ha respetado en la medida de lo posible el mecanismo de

proyección que lleva al cabo el SUT-EURO, como quedará de manifiesto en la descripción del mismo que a continuación realizamos.

De nuevo nos encontramos con una economía en la que existen  $p$  productos, que bien pueden ser producidos interiormente, o bien son importados. Se distinguen entre  $m$  posibles orígenes diferentes para la importación. La economía está formada por  $r$  ramas productivas, y la demanda final se desagrega en  $f$  componentes. El valor añadido puede descomponerse en  $l$  componentes. Para el año de referencia, la información de que disponemos es la usual: tablas de Origen y de Destino a precios básicos del año de referencia, al que denominaremos 0, distinguiendo en los empleos entre productos interiores y productos importados:

- Sean  $U_0^d$  y  $U_0^m$  la tabla de Destino para la demanda intermedia, cada una con dimensión  $p \times r$ , a precios básicos ( $d = \text{origen interior}$ ,  $m = \text{origen importado}$ ).
- Sean  $Y_0^d$  e  $Y_0^m$  la tabla de Destino para la demanda final, cada una con dimensión  $p \times f$ , a precios básicos ( $d = \text{origen interior}$ ,  $m = \text{origen importado}$ ).
- Sea  $V_0$  la traspuesta de la tabla de Origen con dimensión  $r \times p$
- Sea  $m_0$  el vector con las importaciones por producto con dimensión  $p \times m$ . Sin pérdida de generalidad supondremos que  $m=1$ .
- Sea  $v_0$  el vector de valores añadidos por rama con dimensión  $r \times l$ . Inicialmente consideramos que todas las componentes del Valor Añadido se han agregado para obtener el Valor Añadido Bruto por rama, es decir,  $l = 1$ .
- Sea  $t_0$  el vector de impuestos netos de subvenciones sobre los productos para el año base. La dimensión de este vector será  $(r + f) \times 1$ . Este vector consideraremos, de la misma manera que hicimos en el SUT-EURO-1, que está compuesto por dos subvectores

$$t_0 = \begin{pmatrix} t_0^{DI} & t_0^{DF} \end{pmatrix}$$

cada uno con los impuestos netos de subvenciones sobre los productos correspondientes a la Demanda Intermedia y a la Demanda Final, respectivamente.

De manera esquemática, la información disponible del año referencia quedaría recogida en el marco integrado que encontramos en la Tabla 19.

Tabla 19. Marco integrado con la información disponible para el año de referencia.

		Productos Interiores			Ramas			Componentes de la Demanda Final			Totales
		1	...	$p$	1	...	$r$	1	...	$f$	1
Productos Interiores	1				$\mathbf{U}_{b,0}^d$			$\mathbf{Y}_{b,0}^d$			$\mathbf{q}_0 - \mathbf{m}_0$
	:										
	$p$										
Productos Importados	1				$\mathbf{U}_{b,0}^m$			$\mathbf{Y}_{b,0}^m$			$\mathbf{m}_0$
	:										
	$p$										
Imp. Netos de Subv. Sobre los Productos	1				$\mathbf{t}_0 = (\mathbf{t}_0^{DI} \quad \mathbf{t}_0^{DF})$						$\mathbf{t}_0 \cdot \mathbf{1}$
Componentes del Valor Añadido Bruto	1				$\mathbf{v}_0'$						$\mathbf{v}_0' \cdot \mathbf{1}$
	:										
	$l$										
Ramas	1	$\mathbf{V}_0$									$\mathbf{V}_0 \cdot \mathbf{1} = \mathbf{x}_{b,0}$
	:										
	$r$										
Importaciones	$m$	$\mathbf{m}_0'$									$\mathbf{m}_0' \cdot \mathbf{1}$
Total	1	$\mathbf{q}_0'$			$\mathbf{x}_{b,0}'$			$\mathbf{y}_{adq,0}'$			

Elaboración propia

Para el año en que queremos realizar la proyección de las tablas de Origen y Destino, año  $t$ , dispondremos de la siguiente información que a continuación detallamos. En primer lugar la misma información de la que disponíamos con el SUT-EURO:

- Tasa de crecimiento del Valor Añadido Bruto de cada rama entre el año base y el año  $t$ . Esta información está recogida en el vector  $\mathbf{g}_t^v$  que contendrá los factores de crecimientos del VAB de cada rama con dimensión  $r \times 1$
- Tasa de crecimiento de cada una de las componentes de la Demanda Final a precios de adquisición entre el año base y el año  $t$ . Esta información está recogida en el vector  $\mathbf{g}_t^y$  de dimensión  $f \times 1$
- Tasa de crecimiento del total de importaciones entre el año base y el año  $t$ . Esta información está recogida en el vector  $\mathbf{g}_t^m$  de tasas de crecimientos de las importaciones con dimensión  $m \times 1$

Adicionalmente, en esta generalización del SUT-EURO dispondremos de la siguiente información exógena adicional:



- El vector  $\mathbf{x}_t$  con la producción total a precios básicos por ramas del año  $t$  de dimensión  $r \times 1$
- La tasa de crecimiento entre los años  $t$  y 0 del total de impuestos netos de subvenciones sobre los productos,  $g_t^{TLS}$

Dada la información de la que disponemos, es inmediato deducir la siguiente información a partir de los datos dados:

- Es posible obtener los vectores de consumos intermedios a precios de adquisición tanto para el año de referencia como para el año de proyección. En efecto, tanto para el año  $t$  como para el año 0

$$\mathbf{CI}_{s,adq} = \mathbf{x}_{s,b} - \mathbf{v}_s \quad \text{para } s = 0, t$$

Así, es posible obtener de un vector con las tasas de crecimiento para los consumos intermedios a precios de adquisición de cada rama de dimensión  $r \times 1$

$$\mathbf{g}_t^{CI} = \frac{\mathbf{CI}_t}{\mathbf{CI}_0}$$

Los consumos intermedios a precios de adquisición se obtienen como la suma de

$$\mathbf{CI}_t = \mathbf{U}_{b,t}^d \cdot \mathbf{v} + \mathbf{U}_{b,t}^m \cdot \mathbf{v} + \mathbf{t}_t^{DI}$$

que es precisamente el total de los elementos que pretendemos proyectar en la parte de la demanda intermedia de la tabla de Destino. Así, es mucho más razonable para realizar la proyección de estos elementos, emplear  $\mathbf{g}_t^{CI}$  como factor de crecimiento por columnas que  $\mathbf{g}_t^v$ , la tasa empleada tanto en el método SUT-EURO como en el método SUT-EURO-1 al no disponerse de mayor información exógena.

Este hecho conduce a otra circunstancia que va a tener mayor relevancia aún dentro de este método. Si logramos obtener una tabla proyectada en la que la tasa de crecimientos de los consumos intermedios implícita en dicha tabla es igual a  $g_t^{CI}$ , dado que tanto  $\mathbf{x}_{t,b}$  como  $VAB_t$  son conocidas, la tabla de Destino estaría perfectamente cuadrada por columnas sin ninguna consideración adicional. Esto implica que el método SUT-EURO-2 se puede simplificar tanto el marco de referencia y el marco de proyección consecuentemente, prescindiendo en la proyección del mismo tanto de la Producción por ramas como del vector de valores añadidos, sin que ello suponga una pérdida de generalidad. Así, el método SUT-EURO-2 trabajaría con un marco integrado como el que se encuentra en la Tabla 20.

Además de lo anterior, es preciso tener en cuenta otra consideración adicional. El método SUT-EURO trabaja con la hipótesis explícita de que la cuota de mercado permanece constante a lo largo del proceso de proyección.

De hecho, tanto en el SUT-EURO como en el SUT-EURO-1, la tabla de Origen proyectada tiene exactamente la misma cuota de mercado que la tabla de referencia, sólo que adecuada al total de la Demanda Final interior por productos y a la producción por ramas que se han obtenido de manera endógena en ambos métodos, esta última derivándose a partir del modelo de Leontief.

En nuestro caso, este último paso será innecesario en el método SUT-EURO-2. Al disponer de la producción por ramas, no hay necesidad de aplicar este cuadro de consistencia de buscar una producción por ramas que sea coherente tanto con la cuota de mercado por productos y la demanda final. En el SUT-EURO-2 el problema que tenemos es justo el inverso, a partir de una producción por ramas y una cuota de mercado dadas, es preciso derivar una Demanda Final que sea consistente con las anteriores.

Tabla 20. Marco integrado de referencia de trabajo para el SUT-EURO-2

		Productos Interiores			Ramas			Componentes de la Demanda Final			Totales
		1	...	p	1	...	r	1	...	f	1
Productos Interiores	1				$\mathbf{U}_{b,0}^d$			$\mathbf{Y}_{b,0}^d$			$\mathbf{q}_0 - \mathbf{m}_0$
	:										
	p										
Productos Importados	1				$\mathbf{U}_{b,0}^m$			$\mathbf{Y}_{b,0}^m$			$\mathbf{m}_0$
	:										
	p										
Imp. Netos de Subv. Sobre los Productos	1				$\mathbf{t}_0 = (\mathbf{t}_0^{DI} \quad \mathbf{t}_0^{DF})$						$\mathbf{t}_0 \cdot \mathbf{t}$
Ramas	1	$\mathbf{V}_0$									$\mathbf{V}_0 \cdot \mathbf{t} = \mathbf{x}_{b,0}$
	:										
	r										
Importaciones	m	$\mathbf{m}_0'$									$\mathbf{m}_0' \cdot \mathbf{t}$
Total	1	$\mathbf{q}_0'$			$\mathbf{CI}_{adq,0}' = \mathbf{x}_{b,0}' - \mathbf{v}_0'$			$\mathbf{y}_{adq,0}'$			

Elaboración propia

En este caso, el problema tiene una solución sencilla basada en la lógica de equilibrio de un marco Input-Output. De hecho, el vector de producción por ramas y el output por productos están ligados de la siguiente forma:

$$\mathbf{D}_0 = \mathbf{V}_0 \cdot (\widehat{\mathbf{q}}_0^d)^{-1} \rightarrow \mathbf{D}_0 \cdot \mathbf{q}_0^d = \mathbf{D}_0 \cdot \mathbf{t} = \mathbf{x}_{0,b} \rightarrow \mathbf{q}_0^d = \mathbf{D}_0^{-1} \cdot \mathbf{x}_{0,b}$$

Como la cuota de mercado del año base es conocida y en el SUT-EURO-2 mantenemos la asunción del método SUT-EURO de que permanece constante esto implica necesariamente que:

$$\mathbf{D}_0 = \mathbf{D}_t \rightarrow \mathbf{D}_0^{-1} \cdot \mathbf{x}_{t,b} = \widetilde{\mathbf{q}}_t^d \quad (4.19)$$

Es decir, que ambas hipótesis conducen a que de manera implícita<sup>388</sup> el output por productos está dado. Si queremos que las proyecciones obtenidas sean consistentes y garanticen el equilibrio del output por productos por la vía de la oferta y la demanda, y consistentes a su vez con la cuota de mercado del año de origen, el output proyectado debe ser el obtenido en (4.19).

De este modo, el marco que pretendemos proyectar sería el presentado en la Tabla 21. En el mismo, se ha prescindido al igual que en el marco de referencia de la Tabla 20 tanto del vector de producción por ramas y del VAB que son conocidos y no es necesario su proyección. En el método SUT-EURO-2 es derivada de manera endógena la siguiente información:

- El vector del output por productos que se obtiene a partir de (4.19).
- La traspuesta de la tabla de Origen  $\mathbf{V}_t$  que presenta la misma cuota de mercado que  $\mathbf{V}_0$
- El vector de importaciones para el año  $t$  que debe ser plenamente consistente con la tasa de crecimiento del total de importaciones entre el año 0 y el año  $t$ , que es exógena, y al mismo tiempo garantizar que la matriz de Demanda Final importada esté equilibrada con el vector de Demanda Final a precios de adquisición.
- El vector de impuestos netos de subvenciones sobre los productos, cuyo total debe ser consistente con la tasa de crecimiento del total de INSP entre el año 0 y el año  $t$ , también exógeno.
- Las matrices de empleos intermedios y de demanda final interior e importadas a precios básicos.

Es decir, el conocimiento de la producción por ramas del año  $t$ , permite simplificar bastante el trabajo de proyección. Llegado este punto, cabría preguntarse por qué mantener las hipótesis propias del método SUT-EURO en este método que estamos desarrollando y qué

<sup>388</sup> Que esté implícito no significa que sea conocido, ni mucho menos que sea coincidente con el valor verdadero del vector del output por productos. Esto sólo sería cierto si la cuota de mercado del año de proyección coincidiera con la del año de referencia, lo que es una hipótesis de trabajo, y no una realidad.

consecuencias tiene mantener las hipótesis sobre el método en sí, como el hecho de que tanta simplificación puede parecer, de manera errónea que el método SUT-EURO-2 sería prácticamente idéntico a un método RAS.

Con respecto a la primera observación, ¿por qué mantener las hipótesis del método SUT-EURO? La respuesta es obvia, y se ha respondido anteriormente. Pretendemos obtener un método que sea una versión del SUT-EURO que se plenamente comparable con el SUT-RAS. Por tanto, el quebrar las hipótesis de partida, como el hecho de mantener fija la cuota de mercado conduciría a que el método obtenido no podría considerarse un método de la familia SUT-EURO, sino un método nuevo, y no es éste el propósito de este trabajo.

Tabla 21. Marco proyectado por el Método SUT-EURO-2

		Productos Interiores			Ramas			Componentes de la Demanda Final			Totales
		1	...	$p$	1	...	$r$	1	...	$f$	1
Productos Interiores	1				$\mathbf{U}_{b,t}^d$			$\mathbf{Y}_{b,t}^d$			$\mathbf{D}_0^{-1} \cdot \mathbf{x}_t = \tilde{\mathbf{q}}_t$
	:										
	$p$										
Productos Importados	1				$\mathbf{U}_{b,t}^m$			$\mathbf{Y}_{b,t}^m$			$\mathbf{U}_{b,t}^m \cdot \mathbf{u} + \mathbf{Y}_{b,t}^m \cdot \mathbf{u} = \mathbf{m}_t$
	:										
	$p$										
Imp. Netos de Subv. Sobre los Productos	1				$\mathbf{t}_t = (\mathbf{t}_t^{DI} \quad \mathbf{t}_t^{DF})$						$\mathbf{t}_t \cdot \mathbf{u}$
Ramas	1	$\mathbf{V}_t$									$\mathbf{x}_{b,t}$
	:										
	$r$										
Importaciones	$m$	$\mathbf{m}_t'$									$\mathbf{m}_t' \cdot \mathbf{u}$
Total	1	$\mathbf{q}_t'$			$\mathbf{CI}_{adq,t}' = \mathbf{x}_{b,t}' - \mathbf{v}_t'$			$\mathbf{y}_{adq,t}'$			

Elaboración propia.

Por otro lado, cabría cuestionarse la similitud aparente entre el método SUT-EURO-2 que desarrollamos y un método RAS. Esta similitud, en nuestra opinión, no va más allá de que ambos métodos son métodos biproporcionales. El método RAS implica el conocimiento a priori, tanto de las marginales por filas como por columnas de nuestro marco de proyección. Este hecho no es cierto en el SUT-EURO-2 por dos motivos:

- En primer lugar, el vector de importaciones del año  $t$  no es conocido, sólo su total, y por tanto será determinado de manera endógena.
- Por otro lado, el output por productos está dado por las hipótesis del método en sí, no es un dato conocido, sino determinado de manera endógena.

Así que la aparente similitud es precisamente eso, sólo aparente. De hecho, la forma de realizar la proyección, como se verá a continuación, es idéntica a la empleada por el SUT-EURO y no por ningún método RAS. Es decir, no hay ninguna función objetivo ni divergencia que minimizar, sino un procedimiento iterativo en el que tanto las filas como las columnas de la matriz objetivo se irán actualizando hasta lograr que las tasas de crecimiento implícitas sean plenamente consistentes con la de la contabilidad oficial y con las que de ellas se inducen.

De este modo, el SUT-EURO-2 tiene una filosofía de implementación y un empleo de la información propio de la metodología EURO y no RAS.

A continuación se describen las etapas del SUT-EURO-2

#### Etapa 1: Obtención de la cuota de mercado de la economía

En primer lugar, obtenemos la cuota de mercado por producto para el año base,  $\mathbf{D}_0$

$$\mathbf{D}_0 = \mathbf{V}_0 \cdot (\widehat{\mathbf{q}}_0^d)^{-1} \quad (4.20)$$

donde  $\mathbf{q}_0^d = \mathbf{v}' \cdot \mathbf{V}_0$ , la oferta total por productos de esta economía. Esta cuota de mercado, como característica propia del método EURO, permanecerá constante durante todo el proceso de proyección.

#### Etapa 2: Derivación del output por productos consistente con la producción por ramas y la cuota de mercado.

Como ha quedado establecido en (4.19), el output por productos consistente con la producción por ramas exógena y las hipótesis del SUT-EURO es

$$\widetilde{\mathbf{q}}_t^d = \mathbf{D}_0^{-1} \cdot \mathbf{x}_{t,b} \quad (4.21)$$

Dado que  $\widetilde{\mathbf{q}}_t^d$  está implícito, consecuencia inmediata es que la proyección de las matrices  $\mathbf{Y}_{b,t}^d$  y  $\mathbf{U}_{b,t}^d$  deben verificar que  $\mathbf{U}_{b,t}^d \cdot \mathbf{1} + \mathbf{Y}_{b,t}^d \cdot \mathbf{1} = \widetilde{\mathbf{q}}_t^d$ . Por tanto, a la hora de proyectar  $\mathbf{Y}_{b,t}^d$  y  $\mathbf{U}_{b,t}^d$  no se empleará la tasa de crecimiento del VAB por ramas, sino que emplearemos el vector de tasas de crecimiento del output por productos

$$g_t^q = \frac{\widetilde{\mathbf{q}}_t^d}{\mathbf{q}_0^d} \quad (4.22)$$

### Etapa 3: Actualización de la Tabla de Destino.

Esta tercera etapa se lleva a cabo de manera idéntica a la realizada en el SUT-EURO-1 pero con unas tasas de crecimiento diferentes, ya que aprovecharemos de manera eficiente toda la información exógena de la que disponemos.

Sea  $\mathbf{T}_0$  el núcleo central de la tabla de Destino

$$\mathbf{T}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_0^d & \mathbf{Y}_0^d \\ \mathbf{U}_0^m & \mathbf{Y}_0^m \\ \mathbf{t}_0^{DI} & \mathbf{t}_0^{DF} \end{bmatrix}$$

Y sean

$$\mathbf{w}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_t^q \\ \mathbf{g}_t^v \\ g_t^{TLS} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{w}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_t^{CI} \\ \mathbf{g}_t^Y \end{bmatrix}$$

los vectores multiplicadores de filas y columnas. En ellos, obsérvese que por filas, se ha sustituido la tasa de crecimiento del VAB por la del output por productos, y por columnas, se ha sustituido la tasa de crecimiento del VAB por la de los consumos intermedios a precios de adquisición.

De este modo se obtiene que

$$\mathbf{T}_1 = \mathbf{w}_f \cdot \mathbf{T}_0 \quad \text{y} \quad \mathbf{T}_2 = \mathbf{T}_0 \cdot \mathbf{w}_c$$

y

$$\mathbf{T}_3 = \mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2 / 2 = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{t(1)}^d & \mathbf{Y}_{t(1)}^d \\ \mathbf{U}_{t(1)}^m & \mathbf{Y}_{t(1)}^m \\ \mathbf{t}_{t(1)}^{DI} & \mathbf{t}_{t(1)}^{DF} \end{bmatrix}$$

o alternativamente, si preferimos emplear la media geométrica en lugar de la aritmética

$$\mathbf{T}_3 = \sqrt{\mathbf{T}_1 \# \mathbf{T}_2} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{t(1)}^d & \mathbf{Y}_{t(1)}^d \\ \mathbf{U}_{t(1)}^m & \mathbf{Y}_{t(1)}^m \\ \mathbf{t}_{t(1)}^{DI} & \mathbf{t}_{t(1)}^{DF} \end{bmatrix}$$

#### Etapa 4: Obtención del vector de importaciones.

A partir de los elementos de  $\mathbf{T}_3$  se obtiene el vector de importaciones actualizado

$$\mathbf{m}_{t(1)} = \mathbf{U}_{t(1)}^m \mathbf{t} + \mathbf{Y}_{t(1)}^m \mathbf{t} \quad (4.23)$$

#### Etapa 5: Comprobación de convergencia y calibración de multiplicadores

No es necesario llevar a cabo ningún ajuste adicional en el SUT-EURO-2. Una vez alcancemos la convergencia de las tasas de proyección empleadas con las dadas por la contabilidad oficial o las que se derivan a partir de las mismas, la tabla de Destino a la que le incorporamos el vector de VAB y de producción por ramas conocidos, estará perfectamente equilibrada y será plenamente consistente con la proyección de la tabla de Origen y con toda la información exógena conocida.

Por tanto, sólo tendremos que comprobar que dicha convergencia se ha alcanzado o realizar el procedimiento iterativo de rigor hasta alcanzar la misma.

Al igual que en el SUT-EURO y el SUT-EURO-1 el procedimiento de calibración y de iteración hasta alcanzar la convergencia es el propio de estos métodos, adaptado a la información de que disponemos.

Definimos el vector de desviaciones entre las tasas oficiales con las obtenidas de manera implícita en nuestra proyección  $\mathbf{T}_3$

$$dev = \frac{proy.}{mod}$$

Este vector contiene  $r + f + p + m + 1$  desviaciones, que en este caso corresponderán:

- A las  $r$  tasas de crecimiento de los consumos intermedios a precios de adquisición.
- A las  $f$  tasas de crecimiento de las componentes de la Demanda Final a precios de adquisición.

- A las  $p$  tasas de crecimiento del output por productos proyectados en  $\mathbf{T}_3$
- A la tasa de crecimiento del total de importaciones. Como es habitual trabajaremos suponiendo que  $m = 1$ , pero nada obsta para que este método pueda generalizarse considerando  $m$  orígenes posibles de las importaciones.
- Y una última desviación adicional correspondiente a la tasa de crecimiento del total de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos.

Los factores de corrección se calculan del mismo modo que en el SUT-EURO, aplicando la corrección de convexidad habitual:

$$\begin{aligned}
 - \quad corr(i) &= 1 + \frac{[(dev(i) - 1) \cdot 100]^c}{100} \quad \text{si } dev(i) > 1 \quad \forall i = 1, \dots, r + f + p + m + 1 \\
 - \quad corr(i) &= 1 - \frac{[(1 - dev(i)) \cdot 100]^c}{100} \quad \text{si } dev(i) < 1 \quad \forall i = 1, \dots, r + f + p + m + 1
 \end{aligned}$$

A partir de estos factores de corrección se definen los nuevos vectores multiplicadores que en este caso considerarán un vector nuevo de multiplicadores correspondiente a  $g_t^q$ . Como en el caso del SUT-EURO original, para las importaciones se definirán unos nuevos que sustituirán a los correspondientes del Valor Añadido en la matriz  $\mathbf{w}_f$  :

$$\mathbf{g}_{t,1}^{CI}(i) = corr(i) \mathbf{g}_t^{CI}(i) \quad \forall i = 1, \dots, r$$

$$\mathbf{g}_{t,1}^y(i) = corr(i) \mathbf{g}_t^y(i) \quad \forall i = 1, \dots, f$$

$$\mathbf{g}_{t,1}^q(i) = corr(i) \mathbf{g}_t^q(i) \quad \forall i = 1, \dots, p$$

$$\mathbf{g}_{t,1}^{m(i)}(j) = corr(i) \mathbf{g}_t^v(j) \quad \forall i = 1, \dots, m$$

$$\mathbf{g}_{t,1}^{TLS} = corr(TLS) \mathbf{g}_t^{TLS}$$

A partir de estos vectores se definen las nuevas matrices de elementos multiplicadores por filas y por columnas que serán



$$\mathbf{w}_{f,1} = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^q \\ \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^m \\ \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^{TLS} \end{bmatrix} \text{ y } \mathbf{w}_{c,1} = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^{CI} \\ \widehat{\mathbf{Y}}_{t,1}^y \end{bmatrix}$$

Como en los anteriores métodos, el doble subíndice indica la iteración en que se han obtenido estos nuevos multiplicadores. Los nuevos multiplicadores para la iteración siguiente se definirán de forma recursiva a partir de los multiplicadores de la iteración en curso.

Iteración 2 y sucesivas: Actualización de las tablas de Origen y Destino, y comienzo de una nueva iteración.

Una vez disponemos de los nuevos multiplicadores, volvemos a la etapa 3 del método (la cuota de mercado y la oferta por productos serán fijos a lo largo del procedimiento) pero con los nuevos multiplicadores definidos. Las nuevas expresiones de actualización en esta nueva iteración<sup>389</sup>

$$\mathbf{U}_{t(1)}^d = \frac{1}{2} (\widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^q \mathbf{U}_0^d + \mathbf{U}_0^d \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^{CI})$$

$$\mathbf{U}_{t(1)}^m = \frac{1}{2} (\widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^m \mathbf{U}_0^m + \mathbf{U}_0^m \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^{CI})$$

$$\mathbf{Y}_{t(1)}^d = \frac{1}{2} (\widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^q \mathbf{Y}_0^d + \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^y)$$

$$\mathbf{Y}_{t(1)}^m = \frac{1}{2} (\widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^m \mathbf{Y}_0^m + \mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^y)$$

$$\mathbf{t}_{t(1)}^{DI} = \frac{1}{2} (\widehat{g}_{t,1}^{TLS} \mathbf{t}_0^{DI} + \mathbf{t}_0^{DI} \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^{CI})$$

$$\mathbf{t}_{t(1)}^{DF} = \frac{1}{2} (\widehat{g}_{t,1}^{TLS} \mathbf{t}_0^{DF} + \mathbf{t}_0^{DF} \widehat{\mathbf{g}}_{t,1}^y)$$

Y a partir de las anteriores,

<sup>389</sup> Nótese como las expresiones correspondientes a  $\mathbf{U}_{t(1)}^m$  y  $\mathbf{Y}_{t(1)}^m$  se han modificado con respecto a (4.3) y (4.5).

$$\mathbf{m}_{t(i)} = \mathbf{U}_{t(i)}^m \mathbf{1} + \mathbf{Y}_{t(i)}^m \mathbf{1}$$

Llegado este punto definimos el nuevo vector de desviaciones y consideraremos que se habrá alcanzado la convergencia cuando las desviaciones sean inferiores al 0,5%, es decir,

$$\max_{i=1, \dots, r+f+p+m+1} dev(i) < 0,005$$

En caso contrario, se deberá definir un nuevo vector de factores de corrección y de multiplicadores, para dar comienzo a una nueva iteración

$$\mathbf{g}_{t,j+1}^{Cl}(i) = corr(i) \mathbf{g}_{t,j}^{Cl}(i) \quad \forall i = 1, \dots, r$$

$$\mathbf{g}_{t,j+1}^y(i) = corr(i) \mathbf{g}_{t,j}^y(i) \quad \forall i = 1, \dots, f$$

$$\mathbf{g}_{t,j+1}^q(i) = corr(i) \mathbf{g}_{t,j}^q(i) \quad \forall i = 1, \dots, p$$

$$\mathbf{g}_{t,j+1}^{m(i)}(s) = corr(i) \mathbf{g}_{t,j}^v(s) \quad \forall i = 1, \dots, m$$

$$\mathbf{g}_{t,j+1}^{TLS} = corr(TLS) \mathbf{g}_{t,j}^{TLS}$$

Para todo  $j \geq 1$ .

#### Etapa de cierre: Obtención de la tabla de Origen proyectada

Una vez que hemos alcanzado la convergencia, sólo quedaría obtener  $\mathbf{V}_t$  del siguiente modo

$$\mathbf{V}_t = \mathbf{D}_0 \cdot \widehat{\mathbf{q}}_t^d = \mathbf{D}_0 \cdot \widehat{\mathbf{D}}_0^{-1} \cdot \mathbf{x}_t$$

que es perfectamente consistente tanto con  $\widehat{\mathbf{q}}_t^d$  en su suma por columnas como con  $\mathbf{x}_t$  en su suma por filas.

De esta manera, queda totalmente descrito en sus detalles el método SUT-EURO-2, con tratamiento explícito de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos, con diferenciación entre los empleos interiores e importados y con la misma información exógena que el SUT-RAS original de Temurshoev y Timmer (2011)<sup>390</sup>.

<sup>390</sup> Temurshoev, U. y Timmer, M.P. (2011) op. cit.

#### 4.2.1 El Método SUT-EURO-2 sin la especificación de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos.

Para concluir con este apartado, introducimos aquí de manera breve como transformar el método desarrollado para obtener un método de proyección homogéneo con el SUT-RAS de Temurshoev y Timmer, prescindiendo del tratamiento realizado de manera explícita de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos.

Por tanto, para adaptar nuestro método SUT-EURO con información exógena adicional deberemos proceder de la siguiente forma, dependiendo de la información de que dispongamos:

- Si disponemos de una información completa de los vectores de INSP para el año de referencia y el año de proyección, simplemente deberemos de eliminar esa información del método, suprimiendo todas las transformaciones correspondientes al vector de INSP que no deberán ser estimados y corregir el vector de consumos intermedios a precios de adquisición restándole el vector de INSP correspondiente a la demanda intermedia, lo que nos daría un vector de consumos intermedios a precios básicos. Con la demanda final se trabajaría de manera análoga, se descontaría los impuestos netos de subvenciones sobre los productos del vector de Demanda Final que ahora estaría expresado a precios básicos y se trabajaría con las tasas de crecimiento a precios básicos en lugar de a precios de adquisición.
- En el caso de que no dispongamos de ninguna información exógena acerca del vector de INSP en el año de proyección, supondremos que los mismos se encontrarán incluidos dentro del vector del Valor Añadido Bruto y del vector de Demanda Final. Trabajaríamos con las tasas de crecimiento a precios de adquisición en lugar de a precios de básicos, lo que implica que estamos suponiendo que los impuestos netos de subvenciones sobre los productos están perfectamente correlacionados con el VAB a precios de adquisición, y de idéntico modo en la Demanda Final. Estas hipótesis pueden ser asumibles siempre que no se hayan producido cambios significativos en los sistemas impositivos ni en la política fiscal entre el año de referencia y el año que queremos proyectar. Esto suele ser cierto cuando el horizonte de proyección es limitado, no tanto para proyecciones a mayor plazo.

Este planteamiento, es en nuestra opinión, es análogo al que realizan los métodos SUT-EURO y SUT-RAS originales de Beutel (2008) y Temurshoev y Timmer (2011).

### *4.3. EL MÉTODO SUT-RAS-2: GENERALIZACIÓN DEL SUT-RAS A PRECIOS BÁSICOS CON DIFERENCIACIÓN DE ORÍGENES EN LOS EMPLEOS Y TRATAMIENTO EXPLÍCITO DE LOS IMPUESTOS NETOS DE SUBVENCIONES SOBRE LOS PRODUCTOS<sup>391</sup>.*

El objetivo de este apartado es llevar a cabo la generalización del SUT-RAS a precios básicos con diferenciación de orígenes que introdujimos en el capítulo tercero, pero con el tratamiento explícito de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos. No consideraremos el caso en el que pueda existir información exógena adicional en forma de coeficientes individuales.

Este método sería el equivalente al SUT-EURO-2 en términos de organización de la información y de la información exógena requerida para la realización de la proyección. Por tanto serían dos métodos directamente comparables, cuyas diferencias en las proyecciones sólo podrían explicarse por la forma en que tratan la información y la metodología de proyección.

La información de partida será nuestro marco integrado de referencia se encuentra en la Tabla 22. En el mismo, puede verse que se ha añadido la fila correspondiente a los impuestos netos de subvenciones sobre los productos. Esto implica que las marginales por columnas de los empleos intermedios y finales estarán dadas a precios de adquisición, aunque sin embargo, las matrices interiores seguirán estando valoradas a precios básicos.

El hecho de que las marginales de la tabla de Destino vengan dadas a precios de adquisición no supone ningún problema adicional, ya que seguiremos realizando la proyección a precios básicos. Al contrario, más bien supone una ventaja que corrige una cierta indefinición que en

---

<sup>391</sup> La lógica de introducir el SUT-RAS-2 antes del SUT-RAS-1 se debe a que es una generalización más próxima al SUT-RAS original del Temurshoev y Timmer (2011). En el SUT-EURO se ha seguido el mismo criterio, en primer lugar se expone el método SUT-EURO-1 que es más próximo al SUT-EURO original de Beutel (2008) que el SUT-EURO-2, que se explica a continuación. Puede entonces parecer entonces extraño que llamemos a la primer generalización del SUT-RAS como SUT-RAS-2, pero los números no indican un orden, sino el Tipo, y el SUT-RAS-2 es homogéneo en términos de información con el SUT-EURO-2. Al igual que el SUT-RAS-1 es homogéneo en información con el SUT-EURO-1.

los métodos anteriores hemos soslayado. En Contabilidad Nacional cuando se proporciona el cuadro macroeconómico de la estimación del PIB por la vía de la demanda, tanto los consumos intermedios como la demanda final vienen dados a precios de adquisición. Por tanto, la información de la que disponemos para realizar la proyección es precisamente esa, y no a precios básicos como requerían los SUT-RAS del capítulo tercero. Por tanto, este método es mucho más preciso desde el punto de vista contable en el tratamiento de la información exógena que los descritos en el capítulo tercero, ya que el marco integrado que construimos y la información que se requiere para realizar la proyección son plenamente conformes a la información disponible en las estimaciones macroeconómicas oficiales.

Tabla 22. Marco integrado de referencia para el SUT-RAS-2

	<i>Productos interiores</i> ( $p^d$ )	<i>Importaciones</i> ( $p^m$ )	<i>Ramas</i> ( $r$ )	<i>Demanda Final</i> ( $f$ )	$\Sigma$
<i>Productos interiores</i> ( $p^d$ )			$\mathbf{U}_{b,0}^d$	$\mathbf{Y}_{b,0}^d$	$\mathbf{q}_0^d = \mathbf{U}_{b,0}^d \cdot \mathbf{t} + \mathbf{Y}_{b,0}^d \cdot \mathbf{t}$
<i>Importaciones</i> ( $p^m$ )			$\mathbf{U}_{b,0}^m$	$\mathbf{Y}_{b,0}^m$	$\mathbf{m}_0 = \mathbf{U}_{b,0}^m \cdot \mathbf{t} + \mathbf{Y}_{b,0}^m \cdot \mathbf{t}$
<i>Impuestos netos de subvenciones sobre los productos</i> ( $tls$ )			$\mathbf{t}_0^{DI'}$	$\mathbf{t}_0^{DF'}$	$\mathbf{t}_0 \cdot \mathbf{t}$
<i>Ramas</i> ( $r$ )	$\mathbf{V}_0$				$\mathbf{x}_{b,0} = \mathbf{V}_0 \cdot \mathbf{t}$
<i>Importaciones</i> ( $m$ )		$\mathbf{m}_0'$			$M_0$
$\Sigma$	$\mathbf{q}_0^d = \mathbf{V}_0' \cdot \mathbf{t}$	$\mathbf{m}_0'$	$\mathbf{u}_{adq,0}' = \mathbf{x}_{b,0}' - \mathbf{v}_{b,0}'$	$\mathbf{y}_{adq,0}'$	

Elaboración propia.

La información exógena que se requerirá para realizar la proyección será:

- i) Vector con los valores añadidos brutos para cada rama,  $\mathbf{v}_{b,t} \in \mathbb{R}^r$ .
- ii) Vector con los valores totales de la demanda final diferenciada por componente,  $\mathbf{y}_{adq,t} \in \mathbb{R}^f$
- iii) Valor del total de importaciones para el año  $t$ ,  $M_t$ .

- iv) Vector con los valores del total de producción por rama,  $\mathbf{x}_{b,t} \in \mathbb{R}^r$ .
- v) Valor del total de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos del año  $t$ ,  $TLS_t$

Manteniendo la notación usual empleada hasta el momento, definimos nuestro marco de referencia  $\mathbf{A}$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{O}_{(p^d+p^m+1) \times (p^d+p^m)} & \bar{\mathbf{U}}_0 \\ \bar{\mathbf{V}}_0 & \mathbf{O}_{(r+m) \times (r+f)} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{(p^d+p^m+r+m+1) \times (p^d+p^m+r+f)}$$

dónde en este caso

$$- \bar{\mathbf{V}}_0 \in \mathcal{M}_{(r+m) \times (p^d+p^m)} = \begin{pmatrix} \mathbf{V}_0 & \mathbf{O}_{r \times p^m} \\ \mathbf{0}_{m \times p^d} & \mathbf{m}'_0 \end{pmatrix} \text{ contiene los componentes de la tabla de Origen}$$

del año de referencia.  $\mathbf{O}$  representa una matriz nula con las dimensiones adecuadas

$$- \bar{\mathbf{U}}_0 \in \mathcal{M}_{(p^d+p^m+1) \times (r+f)} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{b,0}^d & \mathbf{Y}_{b,0}^d \\ \mathbf{U}_{b,0}^m & \mathbf{Y}_{b,0}^m \\ \mathbf{t}_0^{DI'} & \mathbf{t}_0^{DF'} \end{pmatrix} \text{ es la tabla de Destino del año de referencia.}$$

Partiendo de  $\mathbf{A}$  y con la información adicional exógena suministrada por la Contabilidad Nacional para el año, vamos a obtener un marco integrado  $\mathbf{X}$  para el año  $t$  con las tablas de Origen y Destino de dicho año, una matriz que será plenamente consistente con la información adicional exógena de que disponemos:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{O}_{(p^d+p^m+1) \times (p^d+p^m)} & \bar{\mathbf{U}}_t \\ \bar{\mathbf{V}}_t & \mathbf{O}_{(r+m) \times (r+f)} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{(p^d+p^m+r+m+1) \times (p^d+p^m+r+f)}$$

El planteamiento de nuestro problema será idéntico a los hasta ahora realizados, sólo que la nueva información exógena nos dará lugar a otras relaciones de equilibrio en forma de restricciones:

Las condiciones de equilibrio que debe satisfacer la matriz  $\mathbf{X}$  serán las siguientes:

$$(\mathbf{U}_{b,t}^d \mathbf{1} + \mathbf{Y}_{b,t}^d \mathbf{1}) - \mathbf{V}_t' \cdot \mathbf{1} = \mathbf{0} \quad (4.24)$$

$$\left( \mathbf{U}_{b,t}^m \cdot \mathbf{v} + \mathbf{Y}_{b,t}^m \cdot \mathbf{v} \right) = \mathbf{m}_t \quad (4.25)$$

$$\mathbf{V}_t \cdot \mathbf{v} = \mathbf{x}_{b,t} \quad (4.26)$$

$$\mathbf{m}_t' \mathbf{v} = M_t \quad (4.27)$$

$$\mathbf{U}_{b,t}^{d'} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{U}_{b,t}^{m'} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{t}_t^{DI} = \mathbf{x}_t - \mathbf{v}_{b,t} = \mathbf{u}_{adq,t} \quad (4.28)$$

$$\mathbf{Y}_{b,t}^{d'} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{Y}_{b,t}^{m'} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{t}_t^{DF} = \mathbf{y}_{adq,t} \quad (4.29)$$

$$\mathbf{t}_t^{DI'} \mathbf{v} + \mathbf{t}_t^{DF'} \mathbf{v} = TLS_t \quad (4.30)$$

Las restricciones (4.24) a (4.27) son análogas a las restricciones (3.43) a (3.46), si tenemos en cuenta de que no tenemos mayor información exógena en forma de coeficientes individuales, y poseen la misma interpretación. Respectivamente representan que producto a producto los empleos interiores coinciden con la producción interior del año  $t$ , producto a producto los empleos importados coinciden con las importaciones del año  $t$ , rama a rama los totales por filas de la make-matrix coinciden con el vector de producción a precios básicos, y que el total de productos importado es igual a la estimación ofrecida por el cuadro macroeconómico.

La restricción (4.28) establece que, rama a rama, el total de consumos intermedios a precios de adquisición es igual a la diferencia entre la producción a precios básicos y el VAB a precios básicos.

La restricción (4.29) dispone que componente a componente de la demanda final, el total de empleos finales a precios de adquisición coincide con el valor de la demanda final en la misma valoración.

Por último, la restricción (4.30) hace que los impuestos netos de subvenciones sobre los productos proyectados coincidan con el total de los mismos para el año  $t$ .

El problema se plantea del mismo modo que establece la metodología SUT-RAS. Sean  $a_{ij}$  a

los elementos de  $\mathbf{A}$  y  $x_{ij}$  a los elementos de  $\mathbf{X}$ . Definimos  $z_{ij} = \frac{x_{ij}}{a_{ij}}$  si  $a_{ij} \neq 0$  y  $z_{ij} = 1$  si

$$a_{ij} = 0.$$

Queremos encontrar  $\mathbf{X}$  a través de los elementos  $z_{ij}$  que minimicen la función objetivo

$$\min_{z_{ij}} \sum_i \sum_j |a_{ij}| \left( z_{ij} \cdot \ln \left( \frac{z_{ij}}{e} \right) + 1 \right) \quad (4.31)$$

Las restricciones de este problema de optimización expresadas en la notación adecuada para resolver el problema quedarían de manera simplificada en

$$\sum_{j \in \{r, f\}} a_{uj} z_{uj} - \sum_{i \in \{r\}} a_{iu} z_{iu} = 0 \text{ para cada } u \in \{p^d\} \quad (4.32)$$

$$\sum_{j \in \{r, f\}} a_{sj} z_{sj} - \sum_{i \in \{m\}} a_{is} z_{is} = 0 \text{ para cada } s \in \{p^m\} \quad (4.33)$$

$$\sum_{j \in \{p^d\}} a_{ij} z_{ij} = x_i \text{ para cada } i \in \{r\} \quad (4.34)$$

$$\sum_{j \in \{p^m\}} a_{ij} z_{ij} = M_t \text{ para } i \in \{m\} \quad (4.35)$$

$$\sum_{i \in \{p^d, p^m, tls\}} a_{ij} z_{ij} = u_{adq, j} \text{ para cada } j \in \{r\} \quad (4.36)$$

$$\sum_{i \in \{p^d, p^m, tls\}} a_{ij} z_{ij} = y_{adq, j} \text{ para cada } j \in \{f\} \quad (4.37)$$

$$\sum_{j \in \{r, f\}} a_{ij} z_{ij} = TLS_t \text{ para } i \in \{tls\} \quad (4.38)$$

La función Lagrangiana de nuestro problema de optimización en consecuencia vendría dada por:



$$\begin{aligned}
\mathcal{L}(z, \lambda, \eta, \varphi, \xi, \mu, \kappa, \tau) = & \sum_{i, j \in \mathbf{N}_0} a_{ij} \left( z_{ij} \cdot \ln \left( \frac{z_{ij}}{e} \right) + 1 \right) - \sum_{i, j \in \mathbf{N}_0} a_{ij} \left( z_{ij} \cdot \ln \left( \frac{z_{ij}}{e} \right) + 1 \right) \\
& + \sum_{u \in \{p^d\}} \lambda_u \left( \sum_{i \in \{r\}} a_{iu} z_{iu} - \sum_{j \in \{r, f\}} a_{uj} z_{uj} \right) + \sum_{s \in \{p^m\}} \eta_s \left( \sum_{i \in \{m\}} a_{is} z_{is} - \sum_{j \in \{r, f\}} a_{sj} z_{sj} \right) \\
& + \sum_{i \in \{r\}} \varphi_i \left( x_i - \sum_{j \in \{p^d\}} a_{ij} z_{ij} \right) + \sum_{i \in \{m\}} \xi_i \left( M_i - \sum_{j \in \{p^m\}} a_{ij} z_{ij} \right) \\
& + \sum_{j \in \{r\}} \mu_j \left( u_{adq, j} - \sum_{i \in \{p^d, p^m, tls\}} a_{ij} z_{ij} \right) + \sum_{j \in \{f\}} \kappa_j \left( y_{adq, j} - \sum_{i \in \{p^d, p^m, tls\}} a_{ij} z_{ij} \right) \\
& + \sum_{i \in \{tls\}} \tau_j \left( TLS_i - \sum_{j \in \{r, f\}} a_{ij} z_{ij} \right)
\end{aligned} \tag{4.39}$$

donde  $\mathbf{P}_0$  contiene los elementos positivos de  $\bar{\mathbf{U}}_0$  y  $\mathbf{N}_0 = \mathbf{P}_0 - \bar{\mathbf{U}}_0$  contiene los posibles elementos negativos de la tabla de Destino. Téngase en cuenta que los impuestos netos de subvenciones sobre los productos pueden ser positivos o negativos, dependiendo del valor del

saldo. Por tanto, dado que  $\bar{\mathbf{U}}_0$  está formada por seis submatrices  $\begin{pmatrix} \mathbf{U}_{b,0}^d & \mathbf{Y}_{b,0}^d \\ \mathbf{U}_{b,0}^m & \mathbf{Y}_{b,0}^m \\ \mathbf{t}_0^{DI'} & \mathbf{t}_0^{DF'} \end{pmatrix}$ , vamos a

suponer que, del mismo modo que  $\mathbf{P}_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{PU}_0^d & \mathbf{PY}_0^d \\ \mathbf{PU}_0^m & \mathbf{PY}_0^m \\ \mathbf{Pt}_0^{DI'} & \mathbf{Pt}_0^{DF'} \end{pmatrix}$  y  $\mathbf{N}_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{NU}_0^d & \mathbf{NY}_0^d \\ \mathbf{NU}_0^m & \mathbf{NY}_0^m \\ \mathbf{Nt}_0^{DI'} & \mathbf{Nt}_0^{DF'} \end{pmatrix}$  con los

elementos positivos y negativos de cada submatriz. Dado que los consumos intermedios a precios básicos son siempre positivos se puede establecer que  $\mathbf{PU}_0^d = \mathbf{U}_{b,0}^d$ ,  $\mathbf{PU}_0^m = \mathbf{U}_{b,0}^m$ ,

$$\mathbf{NU}_0^d = \mathbf{O}_{p^d \times r} \text{ y } \mathbf{NU}_0^m = \mathbf{O}_{p^m \times r}.$$

Para obtener la solución de este problema, planteamos las derivadas parciales de (4.39) con respecto a  $z_{ij}$  que serían las que se muestran en la Tabla 23.

Tabla 23. Resultados de las derivadas parciales del SUT-RAS-2

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_{ij}}$ si $a_{ij} > 0$	Productos interiores ( $p^d$ )	Importaciones ( $p^m$ )	Ramas ( $r$ )	Demanda Final ( $f$ )
Productos interiores ( $p^d$ )			$a_{ij} \ln z_{ij} - \lambda_i a_{ij} - \mu_j a_{ij}$	$a_{ij} \ln z_{ij} - \lambda_i a_{ij} - \kappa_j a_{ij}$
Importaciones ( $p^m$ )			$a_{ij} \ln z_{ij} - \eta_i a_{ij} - \mu_j a_{ij}$	$a_{ij} \ln z_{ij} - \eta_i a_{ij} - \kappa_j a_{ij}$
INSP (tls)			$a_{ij} \ln z_{ij} - \tau_i a_{ij} - \mu_j a_{ij}$	$a_{ij} \ln z_{ij} - \tau_i a_{ij} - \kappa_j a_{ij}$
Ramas ( $r$ )	$a_{ij} \ln z_{ij} - \varphi_i a_{ij} + \lambda_j a_{ij}$			
Importaciones ( $m$ )		$a_{ij} \ln z_{ij} - \xi_i a_{ij} + \eta_j a_{ij}$		
$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_{ij}}$ si $a_{ij} < 0$	Productos interiores ( $p^d$ )	Importaciones ( $p^m$ )	Ramas ( $r$ )	Demanda Final ( $f$ )
Productos interiores ( $p^d$ )				$-a_{ij} \ln z_{ij} - \lambda_i a_{ij} - \kappa_j a_{ij}$
Importaciones ( $p^m$ )				$-a_{ij} \ln z_{ij} - \eta_i a_{ij} - \kappa_j a_{ij}$
INSP (tls)			$-a_{ij} \ln z_{ij} - \tau_i a_{ij} - \mu_j a_{ij}$	$-a_{ij} \ln z_{ij} - \tau_i a_{ij} - \kappa_j a_{ij}$
Ramas ( $r$ )				
Importaciones ( $m$ )				

Elaboración propia.

De dichas derivadas parciales para cada submatriz del marco, obtenemos las expresiones de los factores de actualización

$$z_{ij} = e^{\lambda_i} \cdot e^{\mu_j} \text{ si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{p^d\} \text{ y } j \in \{r\} \quad (4.40)$$

$$z_{ij} = e^{\eta_i} \cdot e^{\mu_j} \text{ si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{p^m\} \text{ y } j \in \{r\} \quad (4.41)$$

$$z_{ij} = \begin{cases} e^{\lambda_i} \cdot e^{\kappa_j} & \text{si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{p^d\} \text{ y } j \in \{f\} \\ e^{-\lambda_i} \cdot e^{-\kappa_j} & \text{si } a_{ij} < 0 \text{ con } i \in \{p^d\} \text{ y } j \in \{f\} \end{cases} \quad (4.42)$$

$$z_{ij} = \begin{cases} e^{\eta_i} \cdot e^{\kappa_j} & \text{si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{p^m\} \text{ y } j \in \{f\} \\ e^{-\eta_i} \cdot e^{-\kappa_j} & \text{si } a_{ij} < 0 \text{ con } i \in \{p^m\} \text{ y } j \in \{f\} \end{cases} \quad (4.43)$$

$$z_{ij} = \begin{cases} e^{\tau_i} \cdot e^{\mu_j} & \text{si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{tls\} \text{ y } j \in \{r\} \\ e^{-\tau_i} \cdot e^{-\mu_j} & \text{si } a_{ij} < 0 \text{ con } i \in \{tls\} \text{ y } j \in \{r\} \end{cases} \quad (4.44)$$

$$z_{ij} = \begin{cases} e^{\tau_i} \cdot e^{\kappa_j} & \text{si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{tls\} \text{ y } j \in \{f\} \\ e^{-\tau_i} \cdot e^{-\kappa_j} & \text{si } a_{ij} < 0 \text{ con } i \in \{tls\} \text{ y } j \in \{f\} \end{cases} \quad (4.45)$$

$$z_{ij} = e^{\theta_i} \cdot e^{-\lambda_j} \text{ si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{r\} \text{ y } j \in \{p^d\} \quad (4.46)$$

$$z_{ij} = e^{\xi_i} \cdot e^{-\eta_j} \text{ si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{m\} \text{ y } j \in \{p^m\} \quad (4.47)$$

De lo anterior, se deduce que son necesarios para esta versión del SUT-RAS siete vectores multiplicadores que en este caso denominaremos como

- $r_d(i) = e^{\lambda_i}$  con  $i \in \{p^d\}$
- $r_m(i) = e^{\eta_i}$  con  $i \in \{p^m\}$
- $r_{tls}(i) = e^{\tau_i}$  con  $i \in \{tls\}$
- $s_u(j) = e^{\mu_j}$  con  $j \in \{r\}$
- $s_y(j) = e^{\kappa_j}$  con  $j \in \{f\}$
- $r_v(i) = e^{\theta_i}$  con  $i \in \{r\}$
- $r_{imp}(i) = e^{\xi_i}$  con  $i \in \{m\}$

Con este resultado y basándonos en esta notación, a partir de los valores óptimos de  $z_{ij}$ , podemos expresar las matrices proyectadas en función de los multiplicadores, que de manera matricial quedarían del siguiente modo

$$\mathbf{U}_{b,t}^d = \widehat{\mathbf{r}}_d \mathbf{U}_{b,0}^d \widehat{\mathbf{s}}_u \quad (4.48)$$

$$\mathbf{U}_{b,t}^m = \widehat{\mathbf{r}}_m \mathbf{U}_{b,0}^m \widehat{\mathbf{s}}_u \quad (4.49)$$

$$\mathbf{Y}_{b,t}^d = \widehat{\mathbf{r}}_d \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_y - \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \quad (4.50)$$

$$\mathbf{Y}_{b,t}^m = \widehat{\mathbf{r}}_m \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{s}}_y - \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \quad (4.51)$$

$$\mathbf{t}_t^{DI'} = \widehat{\mathbf{r}}_{ils} \mathbf{P} \mathbf{t}_0^{DI'} \widehat{\mathbf{s}}_u - \widehat{\mathbf{r}}_{ils}^{-1} \mathbf{N} \mathbf{t}_0^{DI'} \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \quad (4.52)$$

$$\mathbf{t}_t^{DF'} = \widehat{\mathbf{r}}_{ils} \mathbf{P} \mathbf{t}_0^{DF'} \widehat{\mathbf{s}}_y - \widehat{\mathbf{r}}_{ils}^{-1} \mathbf{N} \mathbf{t}_0^{DF'} \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \quad (4.53)$$

$$\mathbf{V}_t = \widehat{\mathbf{r}}_v \mathbf{V}_0 \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \quad (4.54)$$

$$\mathbf{m}_t' = \widehat{\mathbf{r}}_{imp} \mathbf{m}_0' \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \quad (4.55)$$

Con las expresiones (4.48) a (4.55) y las restricciones (4.24) a (4.30) obtenemos las expresiones que nos permitirán despejar las expresiones de los vectores multiplicadores.

En efecto, de (4.24), (4.48), (4.50) y (4.54) se sigue que

$$\widehat{\mathbf{r}}_d \mathbf{U}_{b,0}^d \mathbf{s}_u + \widehat{\mathbf{r}}_d \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^d \mathbf{s}_y - \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{u} - \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{V}_0' \mathbf{r}_v = \mathbf{0}$$

premultiplicando la expresión anterior por  $\widehat{\mathbf{r}}_d$  nos queda que

$$\widehat{\mathbf{r}}_d^2 \left( \mathbf{U}_{b,0}^d \mathbf{s}_u + \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^d \mathbf{s}_y \right) - \left( \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{u} + \mathbf{V}_0' \mathbf{r}_v \right) = \mathbf{0}$$

por lo que

$$r_d(i) = \sqrt{\frac{\left[ \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{u} + \mathbf{V}_0' \mathbf{r}_v \right](i)}{\left[ \mathbf{U}_{b,0}^d \mathbf{s}_u + \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^d \mathbf{s}_y \right](i)}} \quad \text{para } i \in \{p^d\} \quad (4.56)$$

De (4.25), (4.49), (4.51) y (4.55) se sigue

$$\widehat{\mathbf{r}}_m \mathbf{U}_{b,0}^m \mathbf{s}_u + \widehat{\mathbf{r}}_m \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^m \mathbf{s}_y - \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{u} = \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{m}_0' \widehat{\mathbf{r}}_{imp}$$

premultiplicando la expresión anterior por  $\widehat{\mathbf{r}}_m$  se tiene que

$$\widehat{\mathbf{r}}_m^2 \left( \mathbf{U}_{b,0}^m \mathbf{s}_u + \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^m \mathbf{s}_y \right) - \left( \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{u} + \mathbf{m}_0' \widehat{\mathbf{r}}_{imp} \right) = \mathbf{0}$$

por lo que

$$r_m(i) = \sqrt{\frac{\left[ \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{u} + \mathbf{m}_0' \widehat{\mathbf{r}}_{imp} \right](i)}{\left[ \mathbf{U}_{b,0}^m \mathbf{s}_u + \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^m \mathbf{s}_y \right](i)}} \quad \text{para } i \in \{p^m\} \quad (4.57)$$

De (4.26) y (4.54)

$$\widehat{\mathbf{r}}_v \mathbf{V}_0 \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{u} = \mathbf{x}_{b,t} = \widehat{\mathbf{x}}_{b,t} \mathbf{u}$$

como  $\widehat{\mathbf{r}}_v$  y  $\widehat{\mathbf{x}}_{b,t}$  son matrices diagonales, esta última expresión puede reescribirse como

$$\widehat{\mathbf{x}}_{b,t}^{-1} \mathbf{V}_{b,0} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{u} = \widehat{\mathbf{r}}_v^{-1} \mathbf{u}$$

y

$$r_v(i) = \frac{1}{\left[ \widehat{\mathbf{x}}_{b,t}^{-1} \mathbf{V}_{b,0} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{u} \right](i)} \text{ para } i \in \{r\} \quad (4.58)$$

De (4.27) y (4.55) tenemos que

$$\widehat{\mathbf{r}}_{imp} \mathbf{m}_0' \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{u} = M_t$$

y dado que estamos considerando que sólo existe un único origen importaciones,  $\langle m \rangle = 1$

$$r_{imp} = \frac{M_t}{\mathbf{m}_0' \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{u}} \quad (4.59)$$

De (4.28), (4.48), (4.49) y (4.52)

$$\widehat{\mathbf{s}}_u \mathbf{U}_{b,0}^d \widehat{\mathbf{r}}_d + \widehat{\mathbf{s}}_u \mathbf{U}_{b,0}^m \widehat{\mathbf{r}}_m + \widehat{\mathbf{s}}_u \mathbf{P} \mathbf{t}_0^{DI} \widehat{\mathbf{r}}_{tls} - \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{N} \mathbf{t}_0^{DI} \widehat{\mathbf{r}}_{tls}^{-1} = \mathbf{u}_{adq,t}$$

que se convierte, tras premultiplicar por  $\widehat{\mathbf{s}}_u$  en

$$\widehat{\mathbf{s}}_u^2 \left( \underbrace{\mathbf{U}_{b,0}^d \widehat{\mathbf{r}}_d + \mathbf{U}_{b,0}^m \widehat{\mathbf{r}}_m + \mathbf{P} \mathbf{t}_0^{DI} \widehat{\mathbf{r}}_{tls}}_{\mathbf{a}} \right) - \widehat{\mathbf{s}}_u \mathbf{u}_{adq,t} - \mathbf{N} \mathbf{t}_0^{DI} \widehat{\mathbf{r}}_{tls}^{-1} = \mathbf{0}$$

por lo que

$$s_u(i) = \frac{\left( [\mathbf{u}_{adq,t}](i) + \sqrt{[\mathbf{u}_{adq,t}](i)^2 + 4[\mathbf{a}](i) \cdot [\mathbf{N} \mathbf{t}_0^{DI} \widehat{\mathbf{r}}_{tls}^{-1}](i)} \right)}{2[\mathbf{a}](i)} \quad (4.60)$$

De (4.29), (4.50), (4.51) y (4.53)

$$\widehat{\mathbf{s}}_y \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^{d'} \mathbf{r}_d - \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^{d'} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{1} + \widehat{\mathbf{s}}_y \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^{m'} \mathbf{r}_m - \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^{m'} \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{1} + \widehat{\mathbf{s}}_y \mathbf{P} \mathbf{t}_0^{DF} \widehat{\mathbf{r}}_{ils} - \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{N} \mathbf{t}_0^{DF} \widehat{\mathbf{r}}_{ils}^{-1} = \mathbf{y}_{adq,t}$$

que simplificada queda

$$\widehat{\mathbf{s}}_y^2 \left( \underbrace{\mathbf{P} \mathbf{Y}_0^{d'} \mathbf{r}_d + \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^{m'} \mathbf{r}_m + \mathbf{P} \mathbf{t}_0^{DF} \widehat{\mathbf{r}}_{ils}}_{\mathbf{b}} \right) - \widehat{\mathbf{s}}_y \mathbf{y}_{adq,t} - \left( \underbrace{\mathbf{N} \mathbf{Y}_0^{d'} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^{m'} \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{N} \mathbf{t}_0^{DF} \widehat{\mathbf{r}}_{ils}^{-1}}_{\mathbf{c}} \right) = \mathbf{0}$$

$$s_y(i) = \frac{\left( [\mathbf{y}_{adq,t}](i) + \sqrt{[\mathbf{y}_{adq,t}](i)^2 + 4[\mathbf{b}](i)[\mathbf{c}](i)} \right)}{2[\mathbf{b}](i)} \quad \text{para } i \in \{f\} \quad (4.61)$$

Y por último, de (4.30), (4.52) y (4.53)

$$\widehat{\mathbf{r}}_{ils} \mathbf{P} \mathbf{t}_0^{DI'} \mathbf{s}_u - \widehat{\mathbf{r}}_{ils}^{-1} \mathbf{N} \mathbf{t}_0^{DI'} \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{1} + \widehat{\mathbf{r}}_{ils} \mathbf{P} \mathbf{t}_0^{DF'} \mathbf{s}_y - \widehat{\mathbf{r}}_{ils}^{-1} \mathbf{N} \mathbf{t}_0^{DF'} \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{1} = TLS_t$$

que simplificada queda como

$$\widehat{\mathbf{r}}_{ils}^2 \left( \mathbf{P} \mathbf{t}_0^{DI'} \mathbf{s}_u + \mathbf{P} \mathbf{t}_0^{DF'} \mathbf{s}_y \right) - \widehat{\mathbf{r}}_{ils} TLS_t - \left( \mathbf{N} \mathbf{t}_0^{DI'} \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{N} \mathbf{t}_0^{DF'} \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{1} \right) = \mathbf{0}$$

Dado que  $\langle tls \rangle = 1$ , esta ecuación se resuelve

$$r_{ils} = \frac{TLS_t + \sqrt{TLS_t^2 + 4 \left( \mathbf{P} \mathbf{t}_0^{DI'} \mathbf{s}_u + \mathbf{P} \mathbf{t}_0^{DF'} \mathbf{s}_y \right) \left( \mathbf{N} \mathbf{t}_0^{DI'} \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{N} \mathbf{t}_0^{DF'} \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{1} \right)}}{2 \left( \mathbf{P} \mathbf{t}_0^{DI'} \mathbf{s}_u + \mathbf{P} \mathbf{t}_0^{DF'} \mathbf{s}_y \right)} \quad (4.62)$$

Las expresiones (4.56) a (4.62) son las soluciones explícitas correspondientes a cada uno de los multiplicadores. Dado que están interrelacionadas de manera que unas dependen de las otras, hemos de construir un algoritmo para su resolución numérica. Para ello, analicemos la interdependencia entre ellas.

Observando (4.56), vemos que cada componente de  $r_d(i)$  depende de  $\mathbf{r}_v$ ,  $\mathbf{s}_u$  y  $\mathbf{s}_f$ .

Igualmente, de (4.57) vemos que cada componente de  $r_m(i)$  depende de tanto de  $r_{imp}$ ,  $\mathbf{s}_u$  y  $\mathbf{s}_f$ . Por último, de (4.62) vemos que  $r_{ils}$  depende de  $\mathbf{s}_u$  y  $\mathbf{s}_f$ .

A su vez, de (4.58), (4.59), (4.60) y (4.61) vemos que  $r_{imp}$ ,  $\mathbf{r}_v$ ,  $\mathbf{s}_u$  y  $\mathbf{s}_f$  dependen exclusivamente de  $\mathbf{r}_d$ ,  $\mathbf{r}_m$  y  $r_{ils}$ .

Por tanto, vemos que la dependencia es mutua por bloques y podemos plantear el siguiente algoritmo de resolución

- 1) Paso 0: Inicialización. Se fija  $\mathbf{r}_{v,0} = \mathbf{r}_r$ ,  $r_{imp} = 1$ ,  $\mathbf{s}_{u,0} = \mathbf{r}_r$  y  $\mathbf{s}_{f,0} = \mathbf{r}_f$
  - 2) Paso 1: se calcula  $\mathbf{r}_{d,1}$  en función de  $\mathbf{r}_{v,0}$ ,  $\mathbf{s}_{u,0}$  y  $\mathbf{s}_{f,0}$ . Por otro lado se calcula  $\mathbf{r}_{m,1}$  en función de  $r_{imp,0}$ ,  $\mathbf{s}_{u,0}$  y  $\mathbf{s}_{f,0}$ . Y también calculamos  $r_{ils,1}$  en función de  $\mathbf{s}_{u,0}$  y  $\mathbf{s}_{f,0}$
  - 3) Paso 2: Una vez obtenidos  $\mathbf{r}_{d,1}$ ,  $\mathbf{r}_{m,1}$  y  $r_{ils,1}$ , calculamos  $\mathbf{r}_{v,1}$ ,  $r_{imp,1}$ ,  $\mathbf{s}_{u,1}$  y  $\mathbf{s}_{f,1}$
  - 4) Paso 3: volvemos a repetir el paso 1 y el paso 2 de manera reiterativa para obtener  $\mathbf{r}_{d,i} = h_d(\mathbf{r}_{v,i-1}, \mathbf{s}_{u,i-1}, \mathbf{s}_{f,i-1})$  y  $\mathbf{r}_{m,i} = h_m(\mathbf{r}_{imp,i-1}, \mathbf{s}_{u,i-1}, \mathbf{s}_{f,i-1})$ ,  $r_{ils,i} = h_t(\mathbf{s}_{u,i-1}, \mathbf{s}_{f,i-1})$ . Y a continuación a partir de estos últimos,  $\mathbf{r}_{v,i} = g_v(\mathbf{r}_{d,i})$ ,  $r_{imp,i} = g_{imp}(\mathbf{r}_{m,i})$ ,  $\mathbf{s}_{u,i} = g_u(\mathbf{r}_{d,i}, \mathbf{r}_{m,i}, r_{ils,i})$  y  $\mathbf{s}_{f,i} = g_f(\mathbf{r}_{d,i}, \mathbf{r}_{m,i}, r_{ils,i})$ .
- Continuamos así hasta que  $|\mathbf{r}_{d,i} - \mathbf{r}_{d,i-1}| < \varepsilon \mathbf{r}_{p^d}$ ,  $|\mathbf{r}_{m,i} - \mathbf{r}_{m,i-1}| < \varepsilon \mathbf{r}_{p^m}$  y  $|r_{ils,i} - r_{ils,i-1}| < \varepsilon$  para un  $\varepsilon$  suficientemente pequeño.
- 5) Paso final: Obtenemos las proyecciones finales de

$$\mathbf{U}_{b,t}^d = \widehat{\mathbf{r}}_{d,k} \mathbf{U}_{b,0}^d \widehat{\mathbf{s}}_{u,k} \quad (4.63)$$

$$\mathbf{U}_{b,t}^m = \widehat{\mathbf{r}}_{m,k} \mathbf{U}_{b,0}^m \widehat{\mathbf{s}}_{u,k} \quad (4.64)$$

$$\mathbf{Y}_{b,t}^d = \widehat{\mathbf{r}}_{d,k} \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_{f,k} - \widehat{\mathbf{r}}_{d,k}^{-1} \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_{f,k}^{-1} \quad (4.65)$$

$$\mathbf{Y}_{b,t}^m = \widehat{\mathbf{r}}_{m,k} \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{s}}_{f,k} - \widehat{\mathbf{r}}_{m,k}^{-1} \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{s}}_{f,k}^{-1} \quad (4.66)$$

$$\mathbf{t}_t^{DI'} = \widehat{\mathbf{r}}_{ils,k} \mathbf{P} \mathbf{t}_0^{DI'} \widehat{\mathbf{s}}_{u,k} - \widehat{\mathbf{r}}_{ils,k}^{-1} \mathbf{N} \mathbf{t}_0^{DI'} \widehat{\mathbf{s}}_{u,k}^{-1} \quad (4.67)$$

$$\mathbf{t}_t^{DF'} = \widehat{\mathbf{r}}_{ils,k} \mathbf{P} \mathbf{t}_0^{DF'} \widehat{\mathbf{s}}_{f,k} - \widehat{\mathbf{r}}_{ils,k}^{-1} \mathbf{N} \mathbf{t}_0^{DF'} \widehat{\mathbf{s}}_{f,k}^{-1} \quad (4.68)$$

$$\mathbf{V}_t = \widehat{\mathbf{r}}_{v,k} \mathbf{V}_0 \widehat{\mathbf{r}}_{d,k}^{-1} \quad (4.69)$$

$$\mathbf{m}_t' = \widehat{\mathbf{r}}_{imp,k} \mathbf{m}_0' \widehat{\mathbf{r}}_{m,k}^{-1} \quad (4.70)$$

Como se ha visto en las otras versiones desarrolladas del SUT-RAS en este trabajo, este algoritmo convergerá siempre que exista una solución al problema de optimización, ya que la función objetivo es convexa y todas las restricciones son lineales. Para que dicha solución

exista, sólo tenemos que comprobar la consistencia contable de los datos suministrados al problema. Ésta sería la proyección de nuestro marco integrado mediante el método SUT-RAS-2 con tratamiento explícito de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos.

#### *4.4. EL MÉTODO SUT-RAS-1: SUT-RAS CON DIFERENCIACIÓN DE ORÍGENES EN LOS EMPLEOS, TRATAMIENTO EXPLÍCITO DE LOS IMPUESTOS NETOS DE SUBVENCIONES SOBRE LOS PRODUCTOS Y CON MISMA INFORMACIÓN EXÓGENA QUE EL SUT-EURO-1*

Para terminar este capítulo vamos a desarrollar aquí una versión del SUT-RAS que sea equiparable al SUT-EURO-1. Por tanto, trabajaremos con un marco integrado a precios básicos, en el que se diferenciarán entre los orígenes de los empleos, con un tratamiento explícito de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos, y en el que la información exógena para realizar la proyección será la que emplea el SUT-EURO-1. Este método es similar al desarrollado en el apartado 3.4 de este trabajo pero con tratamiento explícito de los INSP.

La información de partida con la que contamos es la usual a todos estos métodos. El marco integrado con el que vamos a trabajar es idéntico al presentado en la Tabla 20.

No obstante, para que este método sea comparable al SUT-EURO-1 en igualdad de condiciones, la información exógena que dispondremos para realizar la proyección será la siguiente:

- Valor Añadido Bruto a precios básicos por rama entre del año  $t$ . Esta información está recogida en el vector  $\mathbf{v}_{b,t}$  de dimensión  $r \times 1$ .
- Valor de la Demanda Final a precios de adquisición del año  $t$ . Esta información está recogida en el vector  $\mathbf{y}_{adq,t}$  de dimensión  $f \times 1$ .
- Valor total de las importaciones en el año  $t$ . Esta información está recogida en el escalar  $M_t$ .
- Valor total de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos para el año  $t$ . Esta información está recogida en el escalar  $ILS_t$ .



Como vemos, en comparación con el SUT-EURO-2 o el SUT-RAS-2 hemos prescindido de la información correspondiente a la producción a precios básicos por ramas para realizar la proyección.

Tabla 24. Marco Input-Output integrado proyectado con el SUT-RAS-1

	Productos interiores ( $p^d$ )	Importaciones ( $p^m$ )	Ramas ( $r$ )	Demanda Final ( $f$ )	$\Sigma$
Productos interiores ( $p^d$ )			$U_{b,t}^d$	$Y_{b,t}^d$	$U_{b,t}^d \cdot \mathbf{1} + Y_{b,t}^d \cdot \mathbf{1}$
Importaciones ( $p^m$ )			$U_{b,t}^m$	$Y_{b,t}^m$	$\mathbf{m}_t$
INSP ( $tls$ )			$\mathbf{t}_t^{D'}$	$\mathbf{t}_t^{DF'}$	$TLS_t$
Ramas ( $r$ )	$V_t$				$V_t \cdot \mathbf{1}$
Importaciones ( $m$ )		$\mathbf{m}_t'$			$M_t$
$\Sigma$	$V_{b,t}' \cdot \mathbf{1}$	$\mathbf{m}_t'$	$\mathbf{u}_{adq,t}' = (V_t \cdot \mathbf{1})' - \mathbf{v}_{b,t}'$	$\mathbf{y}_{adq,t}'$	

Elaboración propia

Por tanto, a la hora de realizar la proyección, el marco Input-Output que proyectaremos tendrá la forma que aparece en la Tabla 24. Como puede verse en las marginales de la tabla, al no disponer de la producción por ramas ésta tendrá que ser estimada de manera endógena por el método, al igual que el output por productos. Desconocemos la marginal de la traspuesta de la tabla de Origen por filas, y no podemos obtener los consumos intermedios a precios de adquisición en la marginal de la demanda intermedia en la tabla de Destino. Por consiguiente, ambas celdas estarán ligadas por una ecuación que las relaciona y el número de restricciones de nuestro problema disminuirá, aumentando los grados de libertad del problema consecuentemente.

Como ya es habitual, alcanzado este punto, introducimos la notación que será empleada para resolver el problema de optimización restringida que lleva aparejado este método de proyección.

Nuestro marco de referencia viene notado por **A**

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{O}_{(p^d+p^{m+1}) \times (p^d+p^m)} & \bar{\mathbf{U}}_0 \\ \bar{\mathbf{V}}_0 & \mathbf{O}_{(r+m) \times (r+f)} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{(p^d+p^m+r+m+1) \times (p^d+p^m+r+f)}$$

donde

$$- \bar{\mathbf{V}}_0 \in \mathcal{M}_{(r+m) \times (p^d+p^m)} = \begin{pmatrix} \mathbf{V}_0 & \mathbf{O}_{r \times p^m} \\ \mathbf{0}_{m \times p^d} & \mathbf{m}'_0 \end{pmatrix} \text{ es la matriz con los componentes de la tabla de}$$

Origen del año de referencia.

$$- \bar{\mathbf{U}}_0 \in \mathcal{M}_{(p^d+p^{m+1}) \times (r+f)} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{b,0}^d & \mathbf{Y}_{b,0}^d \\ \mathbf{U}_{b,0}^m & \mathbf{Y}_{b,0}^m \\ \mathbf{t}_0^{DI'} & \mathbf{t}_0^{DF'} \end{pmatrix} \text{ es la tabla de Destino del año de referencia.}$$

Partiendo de  $\mathbf{A}$  y con la información adicional exógena descrita anteriormente, pretendemos obtener una proyección del marco integrado  $\mathbf{X}$  para el año  $t$ :

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{O}_{(p^d+p^{m+1}) \times (p^d+p^m)} & \bar{\mathbf{U}}_t \\ \bar{\mathbf{V}}_t & \mathbf{O}_{(r+m) \times (r+f)} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{(p^d+p^m+r+m+1) \times (p^d+p^m+r+f)}$$

Dada la información exógena de la que disponemos, nuestras restricciones se reducen a:

$$(\mathbf{U}_{b,t}^d \cdot \mathbf{v} + \mathbf{Y}_{b,t}^d \cdot \mathbf{v}) - \mathbf{V}_t' \cdot \mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (4.71)$$

$$(\mathbf{U}_{b,t}^m \cdot \mathbf{v} + \mathbf{Y}_{b,t}^m \cdot \mathbf{v}) = \mathbf{m}_t \quad (4.72)$$

$$\mathbf{m}_t' \cdot \mathbf{v} = M_t \quad (4.73)$$

$$\mathbf{U}_{b,t}^{d'} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{U}_{b,t}^{m'} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{t}_t^{DI} = \mathbf{V}_t \cdot \mathbf{v} - \mathbf{v}_{b,t} = \mathbf{u}_{adq,t} \quad (4.74)$$

$$\mathbf{Y}_{b,t}^{d'} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{Y}_{b,t}^{m'} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{t}_t^{DF} = \mathbf{y}_{adq,t} \quad (4.75)$$

$$\mathbf{t}_t^{DI'} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{t}_t^{DF'} \cdot \mathbf{v} = TLS_t \quad (4.76)$$

Si comparamos las restricciones de este problema presentes en (4.71) a (4.76) con las del problema que corresponde al SUT-RAS-2 que se encuentran en (4.24) a (4.30), observamos

que no existe en nuestro problema la restricción correspondiente a (4.26) al no disponer de la producción por ramas. Por el mismo motivo, si comparamos la restricción (4.74) con su análoga (4.28), vemos que la producción por ramas se ha sustituido por la que se obtendrá de manera endógena en la proyección. La tabla de Origen y el vector de consumos intermedios a precios de adquisición están ligados por esta restricción común.

Transformamos las restricciones a nuestra notación habitual para la resolución del problema.

Sea  $a_{ij}$  a los elementos de  $\mathbf{A}$  y  $x_{ij}$  a los elementos de  $\mathbf{X}$ . Definimos  $z_{ij} = \frac{x_{ij}}{a_{ij}}$  si  $a_{ij} \neq 0$  y

$$z_{ij} = 1 \text{ si } a_{ij} = 0 .$$

El problema de optimización restringida que debemos resolver es:

$$\min_{z_{ij}} \sum_i \sum_j |a_{ij}| \left( z_{ij} \cdot \ln \left( \frac{z_{ij}}{e} \right) + 1 \right) \quad (4.77)$$

sujeto a

$$\sum_{j \in \{r, f\}} a_{uj} z_{uj} - \sum_{i \in \{r\}} a_{iu} z_{iu} = 0 \text{ para cada } u \in \{p^d\} \quad (4.78)$$

$$\sum_{j \in \{r, f\}} a_{sj} z_{sj} - \sum_{i \in \{m\}} a_{is} z_{is} = 0 \text{ para cada } s \in \{p^m\} \quad (4.79)$$

$$\sum_{j \in \{p^m\}} a_{ij} z_{ij} = M_t \text{ para } i \in \{m\} \quad (4.80)$$

$$\sum_{i \in \{p^d, p^m, tls\}} a_{iu} z_{iu} = \sum_{j \in \{p^d\}} a_{ij} z_{ij} - v_{b,u} \text{ para cada } u \in \{r\} \quad (4.81)$$

$$\sum_{i \in \{p^d, p^m, tls\}} a_{ij} z_{ij} = y_{adq,j} \text{ para cada } j \in \{f\} \quad (4.82)$$

$$\sum_{j \in \{r, f\}} a_{ij} z_{ij} = TLS_t \text{ para } i \in \{tls\} \quad (4.83)$$

La función Lagrangiana de nuestro problema de optimización en consecuencia vendría dada por:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}(z, \lambda, \eta, \xi, \mu, \tau, \kappa) = & \sum_{i,j \in \mathbf{N}_0} a_{ij} \left( z_{ij} \cdot \ln \left( \frac{z_{ij}}{e} \right) + 1 \right) - \sum_{i,j \in \mathbf{N}_0} a_{ij} \left( z_{ij} \cdot \ln \left( \frac{z_{ij}}{e} \right) + 1 \right) \\
 & + \sum_{u \in \{p^d\}} \lambda_u \left( \sum_{i \in \{r\}} a_{iu} z_{iu} - \sum_{j \in \{r,f\}} a_{uj} z_{uj} \right) + \sum_{s \in \{p^m\}} \eta_s \left( \sum_{i \in \{m\}} a_{is} z_{is} - \sum_{j \in \{r,f\}} a_{sj} z_{sj} \right) \\
 & + \sum_{i \in \{m\}} \xi_i \left( M_t - \sum_{j \in \{p^m\}} a_{ij} z_{ij} \right) + \sum_{u \in \{r\}} \mu_u \left( \sum_{j \in \{p^d\}} a_{uj} z_{uj} - v_{b,u} - \sum_{i \in \{p^d, p^m, tls\}} a_{iu} z_{iu} \right) \\
 & + \sum_{j \in \{f\}} \tau_j \left( y_{adj,j} - \sum_{i \in \{p^d, p^m, tls\}} a_{ij} z_{ij} \right) + \sum_{i \in \{tls\}} \kappa_i \left( TLS_t - \sum_{j \in \{r,f\}} a_{ij} z_{ij} \right)
 \end{aligned} \tag{4.84}$$

donde  $\mathbf{P}_0$  contiene los elementos positivos de  $\bar{\mathbf{U}}_0$  y  $\mathbf{N}_0 = \mathbf{P}_0 - \bar{\mathbf{U}}_0$  contiene los posibles elementos negativos de la tabla de Destino. Téngase en cuenta que los impuestos netos de subvenciones sobre los productos pueden ser positivos o negativos, dependiendo del valor del

saldo. Por tanto, dado que  $\bar{\mathbf{U}}_0$  está formada por 6 submatrices  $\begin{pmatrix} \mathbf{U}_{b,0}^d & \mathbf{Y}_{b,0}^d \\ \mathbf{U}_{b,0}^m & \mathbf{Y}_{b,0}^m \\ \mathbf{t}_0^{DI'} & \mathbf{t}_0^{DF'} \end{pmatrix}$ , y en

correspondencia, sabiendo que tanto  $\mathbf{U}_{b,0}^d$  como  $\mathbf{U}_{b,0}^m$  no poseen elementos negativos,

tenemos que  $\mathbf{P}_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{b,0}^d & \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^d \\ \mathbf{U}_{b,0}^m & \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^m \\ \mathbf{P}\mathbf{t}_0^{DI'} & \mathbf{P}\mathbf{t}_0^{DF'} \end{pmatrix}$  y  $\mathbf{N}_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{N}\mathbf{Y}_0^d \\ \mathbf{O} & \mathbf{N}\mathbf{Y}_0^m \\ \mathbf{N}\mathbf{t}_0^{DI'} & \mathbf{N}\mathbf{t}_0^{DF'} \end{pmatrix}$  son respectivamente las matrices

con los elementos positivos y negativos  $\bar{\mathbf{U}}_0$ .

Las derivadas parciales de (4.84) con respecto a  $z_{ij}$  estarían en la Tabla 25.

Tabla 25. Resultados de las derivadas parciales de la Lagrangiana en el SUT-RAS-1

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_{ij}}$ si $a_{ij} > 0$	Productos interiores ( $p^d$ )	Importaciones ( $p^m$ )	Ramas ( $r$ )	Demanda Final ( $f$ )
Productos interiores ( $p^d$ )			$a_{ij} \ln z_{ij} - \lambda_i a_{ij} - \mu_j a_{ij}$	$a_{ij} \ln z_{ij} - \lambda_i a_{ij} - \tau_j a_{ij}$
Importaciones ( $p^m$ )			$a_{ij} \ln z_{ij} - \eta_i a_{ij} - \mu_j a_{ij}$	$a_{ij} \ln z_{ij} - \eta_i a_{ij} - \tau_j a_{ij}$
Impuestos netos de subvenciones sobre los productos (tls)			$a_{ij} \ln z_{ij} - \kappa_i a_{ij} - \mu_j a_{ij}$	$a_{ij} \ln z_{ij} - \kappa_i a_{ij} - \tau_j a_{ij}$
Ramas ( $r$ )	$a_{ij} \ln z_{ij} + \mu_i a_{ij} + \lambda_j a_{ij}$			
Importaciones ( $m$ )		$a_{ij} \ln z_{ij} - \xi_i a_{ij} + \eta_j a_{ij}$		
$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_{ij}}$ si $a_{ij} < 0$	Productos interiores ( $p^d$ )	Importaciones ( $p^m$ )	Ramas ( $r$ )	Demanda Final ( $f$ )
Productos interiores ( $p^d$ )				$-a_{ij} \ln z_{ij} - \lambda_i a_{ij} - \tau_j a_{ij}$
Importaciones ( $p^m$ )				$-a_{ij} \ln z_{ij} - \eta_i a_{ij} - \tau_j a_{ij}$
Impuestos netos de subvenciones sobre los productos (tls)			$-a_{ij} \ln z_{ij} - \kappa_i a_{ij} - \mu_j a_{ij}$	$-a_{ij} \ln z_{ij} - \kappa_i a_{ij} - \tau_j a_{ij}$
Ramas ( $r$ )				
Importaciones ( $m$ )				

Elaboración propia

Igualando las derivadas parciales a cero y despejando, obtenemos que los factores de actualización serían

$$z_{ij} = e^{\lambda_i} \cdot e^{\mu_j} \text{ si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{p^d\} \text{ y } j \in \{r\} \quad (4.85)$$

$$z_{ij} = e^{\eta_i} \cdot e^{\mu_j} \text{ si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{p^m\} \text{ y } j \in \{r\} \quad (4.86)$$

$$z_{ij} = \begin{cases} e^{\lambda_i} \cdot e^{\tau_j} & \text{si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{p^d\} \text{ y } j \in \{f\} \\ e^{-\lambda_i} \cdot e^{-\tau_j} & \text{si } a_{ij} < 0 \text{ con } i \in \{p^d\} \text{ y } j \in \{f\} \end{cases} \quad (4.87)$$

$$z_{ij} = \begin{cases} e^{\eta_i} \cdot e^{\tau_j} & \text{si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{p^m\} \text{ y } j \in \{f\} \\ e^{-\eta_i} \cdot e^{-\tau_j} & \text{si } a_{ij} < 0 \text{ con } i \in \{p^m\} \text{ y } j \in \{f\} \end{cases} \quad (4.88)$$

$$z_{ij} = \begin{cases} e^{\kappa_i} \cdot e^{\mu_j} & \text{si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{tls\} \text{ y } j \in \{r\} \\ e^{-\kappa_i} \cdot e^{-\mu_j} & \text{si } a_{ij} < 0 \text{ con } i \in \{tls\} \text{ y } j \in \{r\} \end{cases} \quad (4.89)$$

$$z_{ij} = \begin{cases} e^{\kappa_i} \cdot e^{\tau_j} & \text{si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{tls\} \text{ y } j \in \{f\} \\ e^{-\kappa_i} \cdot e^{-\tau_j} & \text{si } a_{ij} < 0 \text{ con } i \in \{tls\} \text{ y } j \in \{f\} \end{cases} \quad (4.90)$$

$$z_{ij} = e^{-\mu_i} \cdot e^{-\lambda_j} \text{ si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{r\} \text{ y } j \in \{p^d\} \quad (4.91)$$

$$z_{ij} = e^{\xi_i} \cdot e^{-\eta_j} \text{ si } a_{ij} > 0 \text{ con } i \in \{m\} \text{ y } j \in \{p^m\} \quad (4.92)$$

Como puede verse en las expresiones (4.85) a (4.92), cada elemento  $z_{ij}$  es actualizado por un factor fila y un factor columna, por lo que el método obtenido es del tipo biproporcional a pesar de haberse prescindido del vector de producción a precios básicos por ramas como información exógena.

Al igual que en las expresiones obtenidas en (3.91) a (3.96), vemos que existen multiplicadores diferentes para los elementos de la tabla de Destino dependiendo de si el elemento pertenece a la demanda final o a la demanda intermedia, y si el input de origen interior o importado. La fila añadida para los impuestos netos de subvenciones sobre los productos tiene también sus propios multiplicadores de actualización. Vemos que algunos signos están cambiados, pero esto se debe a la forma en que se han expresado las restricciones. Definimos los siguientes seis vectores multiplicadores para actualizar las tablas de Origen y de Destino que los denominaremos:

- $r_d(i) = e^{\lambda_i}$  con  $i \in \{p^d\}$
- $r_m(i) = e^{\eta_i}$  con  $i \in \{p^m\}$
- $r_{tls}(i) = e^{\kappa_i}$  con  $i \in \{tls\}$
- $s_u(j) = e^{\mu_j}$  con  $j \in \{r\}$
- $s_y(j) = e^{\tau_j}$  con  $j \in \{f\}$
- $r_{imp}(i) = e^{\xi_i}$  con  $i \in \{m\}$

Empleando esta notación y con las expresiones de los valores óptimos de  $z_{ij}$ , las matrices proyectadas quedarían del siguiente modo:

$$\mathbf{U}_{b,t}^d = \widehat{\mathbf{r}}_d \mathbf{U}_{b,0}^d \widehat{\mathbf{s}}_u \quad (4.93)$$

$$\mathbf{U}_{b,t}^m = \widehat{\mathbf{r}}_m \mathbf{U}_{b,0}^m \widehat{\mathbf{s}}_u \quad (4.94)$$

$$\mathbf{Y}_{b,t}^d = \widehat{\mathbf{r}}_d \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_y - \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \quad (4.95)$$

$$\mathbf{Y}_{b,t}^m = \widehat{\mathbf{r}}_m \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{s}}_y - \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \quad (4.96)$$

$$\mathbf{t}_t^{DI'} = \widehat{\mathbf{r}}_{tIs} \mathbf{P} \mathbf{t}_0^{DI'} \widehat{\mathbf{s}}_u - \widehat{\mathbf{r}}_{tIs}^{-1} \mathbf{N} \mathbf{t}_0^{DI'} \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \quad (4.97)$$

$$\mathbf{t}_t^{DF'} = \widehat{\mathbf{r}}_{tIs} \mathbf{P} \mathbf{t}_0^{DF'} \widehat{\mathbf{s}}_y - \widehat{\mathbf{r}}_{tIs}^{-1} \mathbf{N} \mathbf{t}_0^{DF'} \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \quad (4.98)$$

$$\mathbf{V}_t = \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{V}_0 \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \quad (4.99)$$

$$\mathbf{m}_t' = \widehat{\mathbf{r}}_{imp} \mathbf{m}_0' \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \quad (4.100)$$

Procedemos a obtener las expresiones explícitas de los multiplicadores de actualización. Para ello trabajamos, con las restricciones (4.71) a (4.76) y las expresiones (4.93) a (4.100).

De (4.71), (4.93), (4.95) y (4.99) obtenemos que

$$\widehat{\mathbf{r}}_d \mathbf{U}_{b,0}^d \widehat{\mathbf{s}}_u + \widehat{\mathbf{r}}_d \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_y - \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{1} - \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{V}_0' \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{1} = \mathbf{0}$$

que de manera más simplificada en la familiar ecuación cuadrática vectorial

$$\widehat{\mathbf{r}}_d^2 \left( \mathbf{U}_{b,0}^d \widehat{\mathbf{s}}_u + \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_y \right) - \left( \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{V}_0' \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{1} \right) = \mathbf{0}$$

que resuelta nos permite obtener las soluciones explícitas del vector  $\mathbf{r}_d$

$$r_d(i) = \frac{\left[ \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{V}_0' \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{1} \right](i)}{\left[ \mathbf{U}_{b,0}^d \widehat{\mathbf{s}}_u + \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_y \right](i)} \quad \text{para cada } i \in \{p^d\} \quad (4.101)$$

De (4.72), (4.94), (4.96) y (4.100) se deduce que

$$\widehat{\mathbf{r}}_m' \mathbf{U}_{b,0}^m \mathbf{s}_u + \widehat{\mathbf{r}}_m' \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^m \mathbf{s}_y - \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{N}\mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{1} - \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{m}_0 \widehat{\mathbf{r}}_{imp} = \mathbf{0}$$

que se convierte en

$$\widehat{\mathbf{r}}_m^2 \left( \mathbf{U}_{b,0}^m \mathbf{s}_u + \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^m \mathbf{s}_y \right) - \left( \mathbf{N}\mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{m}_0 \widehat{\mathbf{r}}_{imp} \right) = \mathbf{0}$$

y nos permite obtener las soluciones explícitas del vector  $\mathbf{r}_m$

$$r_m(i) = \frac{\left[ \mathbf{N}\mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{m}_0 \widehat{\mathbf{r}}_{imp} \right](i)}{\left[ \mathbf{U}_{b,0}^m \mathbf{s}_u + \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^m \mathbf{s}_y \right](i)} \text{ para cada } i \in \{p^m\} \quad (4.102)$$

De (4.73) y (4.100) se sigue que

$$\widehat{\mathbf{r}}_{imp}' \mathbf{m}_0' \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{1} = M_t$$

Y como estamos considerando que  $\langle m \rangle = 1$

$$r_{imp} = \frac{M_t}{\mathbf{m}_0' \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{1}} \quad (4.103)$$

De (4.74), (4.93), (4.94), (4.97) y (4.99)

$$\widehat{\mathbf{s}}_u' \mathbf{U}_{b,0}^d \mathbf{r}_d + \widehat{\mathbf{s}}_u' \mathbf{U}_{b,0}^m \mathbf{r}_m + \widehat{\mathbf{s}}_u' \mathbf{P}\mathbf{t}_0^{DI} \widehat{\mathbf{r}}_{tls} - \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{N}\mathbf{t}_0^{DI} \widehat{\mathbf{r}}_{tls}^{-1} = \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{V}_0 \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{1} - \mathbf{v}_{b,t}$$

que se simplificaría del siguiente modo

$$\widehat{\mathbf{s}}_u^2 \underbrace{\left( \mathbf{U}_{b,0}^d \mathbf{r}_d + \mathbf{U}_{b,0}^m \mathbf{r}_m + \mathbf{P}\mathbf{t}_0^{DI} \widehat{\mathbf{r}}_{tls} \right)}_{\mathbf{a}} + \widehat{\mathbf{s}}_u \mathbf{v}_{b,t} - \underbrace{\left( \mathbf{V}_0 \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{1} + \mathbf{N}\mathbf{t}_0^{DI} \widehat{\mathbf{r}}_{tls}^{-1} \right)}_{\mathbf{c}} = \mathbf{0}$$

lo que nos permite obtener las expresiones de  $\mathbf{s}_u$

$$s_u(i) = \frac{-\mathbf{v}_{b,t}(i) + \sqrt{\mathbf{v}_{b,t}(i)^2 + 4[\mathbf{a}^-](i)[\mathbf{c}^-](i)}}{2[\mathbf{a}^-](i)} \text{ para cada } i \in \{r\} \quad (4.104)$$

De (4.75), (4.95), (4.96) y (4.98) se sigue que

$$\widehat{\mathbf{s}}_y' \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^d \mathbf{r}_d - \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{N}\mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{1} + \widehat{\mathbf{s}}_y' \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^m \mathbf{r}_m - \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{N}\mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{1} + \widehat{\mathbf{s}}_y' \mathbf{P}\mathbf{t}_0^{DF} \widehat{\mathbf{r}}_{tls} - \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{N}\mathbf{t}_0^{DF} \widehat{\mathbf{r}}_{tls}^{-1} = \mathbf{y}_{aqd,t}$$



que se reduce a

$$\widehat{\mathbf{s}}_y^2 \left[ \underbrace{\mathbf{P}\mathbf{Y}_0^{d'} \mathbf{r}_d + \mathbf{P}\mathbf{Y}_0^{m'} \mathbf{r}_m + \mathbf{P}\mathbf{t}_0^{DF'} \widehat{\mathbf{r}}_{tls}}_{\mathbf{d}} \right] - \widehat{\mathbf{s}}_y \mathbf{y}_{adq,t} - \left[ \underbrace{\mathbf{N}\mathbf{Y}_0^{d'} \widehat{\mathbf{r}}_d^{-1} \mathbf{u} + \mathbf{N}\mathbf{Y}_0^{m'} \widehat{\mathbf{r}}_m^{-1} \mathbf{u} + \mathbf{N}\mathbf{t}_0^{DF'} \widehat{\mathbf{r}}_{tls}^{-1}}_{\mathbf{g}} \right] = \mathbf{0}$$

que nos conduce a las expresiones de  $\mathbf{s}_y$

$$s_y(i) = \frac{\mathbf{y}_{adq,t}(i) + \sqrt{\mathbf{y}_{adq,t}(i)^2 + 4[\widehat{\mathbf{d}}](i)[\widehat{\mathbf{g}}](i)}}{2[\widehat{\mathbf{d}}](i)} \quad \text{para cada } i \in \{f\} \quad (4.105)$$

Y por último de (4.76), (4.97) y (4.98)

$$\widehat{\mathbf{r}}_{tls} \mathbf{P}\mathbf{t}_0^{DI'} \mathbf{s}_u - \widehat{\mathbf{r}}_{tls}^{-1} \mathbf{N}\mathbf{t}_0^{DI'} \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{u} + \widehat{\mathbf{r}}_{tls} \mathbf{P}\mathbf{t}_0^{DF'} \mathbf{s}_y - \widehat{\mathbf{r}}_{tls}^{-1} \mathbf{N}\mathbf{t}_0^{DF'} \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{u} = \mathbf{TLS}_t$$

que simplificada queda como

$$\widehat{\mathbf{r}}_{tls}^2 \left( \mathbf{P}\mathbf{t}_0^{DI'} \mathbf{s}_u + \mathbf{P}\mathbf{t}_0^{DF'} \mathbf{s}_y \right) - \widehat{\mathbf{r}}_{tls} \mathbf{TLS}_t - \left( \mathbf{N}\mathbf{t}_0^{DI'} \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{u} + \mathbf{N}\mathbf{t}_0^{DF'} \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{u} \right) = \mathbf{0}$$

Dado que  $\langle tls \rangle = 1$ , esta ecuación se resuelve

$$r_{tls} = \frac{\mathbf{TLS}_t + \sqrt{\mathbf{TLS}_t^2 + 4 \left( \mathbf{P}\mathbf{t}_0^{DI'} \mathbf{s}_u + \mathbf{P}\mathbf{t}_0^{DF'} \mathbf{s}_y \right) \left( \mathbf{N}\mathbf{t}_0^{DI'} \widehat{\mathbf{s}}_u^{-1} \mathbf{u} + \mathbf{N}\mathbf{t}_0^{DF'} \widehat{\mathbf{s}}_y^{-1} \mathbf{u} \right)}}{2 \left( \mathbf{P}\mathbf{t}_0^{DI'} \mathbf{s}_u + \mathbf{P}\mathbf{t}_0^{DF'} \mathbf{s}_y \right)} \quad (4.106)$$

Una vez obtenidas las expresiones (4.101) a (4.106) con la soluciones explícitas de cada uno de los multiplicadores, desarrollamos de manera análoga como en el método SUT-RAS-2 nuestro algoritmo iterativo para su resolución numérica.

Vemos que cada componente de  $r_d(i)$  depende únicamente de  $\mathbf{S}_u$  y  $\mathbf{S}_y$ , mientras que vemos que cada componente de  $r_m(i)$  depende de tanto de  $r_{imp}$ ,  $\mathbf{S}_u$  como de  $\mathbf{S}_y$ , y por último  $r_{tls}$  depende sólo de  $\mathbf{S}_u$  y  $\mathbf{S}_y$ .

A su vez,  $r_{imp}$ ,  $\mathbf{S}_u$  y  $\mathbf{S}_y$  dependen exclusivamente de  $\mathbf{r}_d$ ,  $\mathbf{r}_m$  y  $r_{tls}$ .

Por tanto, vemos que la dependencia es mutua por bloques y podemos plantear el siguiente algoritmo de resolución

- 1) Paso 0: Inicialización. Se establece que  $r_{imp} = 1$ ,  $\mathbf{s}_{u,0} = \mathbf{u}_r$  y  $\mathbf{s}_{y,0} = \mathbf{u}_f$
  - 2) Paso 1: se calcula  $\mathbf{r}_{d,1}$  en función de  $\mathbf{s}_{u,0}$  y  $\mathbf{s}_{y,0}$ . Por otro lado se calcula  $\mathbf{r}_{m,1}$  en función de  $r_{imp,0}$ ,  $\mathbf{s}_{u,0}$  y  $\mathbf{s}_{y,0}$ . Y también calculamos  $r_{ils,1}$  en función de  $\mathbf{s}_{u,0}$  y  $\mathbf{s}_{y,0}$ .
  - 3) Paso 2: Una vez obtenidos  $\mathbf{r}_{d,1}$ ,  $\mathbf{r}_{m,1}$  y  $r_{ils,1}$ , calculamos  $\mathbf{r}_{v,1}$ ,  $r_{imp,1}$ ,  $\mathbf{s}_{u,1}$  y  $\mathbf{s}_{f,1}$  en función de los anteriores
  - 4) Paso 3: volvemos a repetir el paso 1 y el paso 2 de manera reiterativa para obtener  $\mathbf{r}_{d,i} = h_d(\mathbf{s}_{u,i-1}, \mathbf{s}_{y,i-1})$ ,  $\mathbf{r}_{m,i} = h_m(r_{imp,i-1}, \mathbf{s}_{u,i-1}, \mathbf{s}_{y,i-1})$  y  $r_{ils,i} = h_t(\mathbf{s}_{u,i-1}, \mathbf{s}_{y,i-1})$ . Y a continuación a partir de estos últimos,  $r_{imp,i} = g_{imp}(\mathbf{r}_{m,i})$ ,  $\mathbf{s}_{u,i} = g_u(\mathbf{r}_{d,i}, \mathbf{r}_{m,i}, r_{ils,i})$  y  $\mathbf{s}_{y,i} = g_f(\mathbf{r}_{d,i}, \mathbf{r}_{m,i}, r_{ils,i})$ .
- Continuamos así hasta que  $|\mathbf{r}_{d,i} - \mathbf{r}_{d,i-1}| < \varepsilon l_{p^d}$ ,  $|\mathbf{r}_{m,i} - \mathbf{r}_{m,i-1}| < \varepsilon l_{p^m}$  y  $|r_{ils,i} - r_{ils,i-1}| < \varepsilon$  para un  $\varepsilon$  suficientemente pequeño.
- 5) Paso final: Obtenemos las proyecciones finales de

$$\mathbf{U}_{b,t}^d = \widehat{\mathbf{r}}_{d,k} \mathbf{U}_{b,0}^d \widehat{\mathbf{s}}_{u,k} \quad (4.107)$$

$$\mathbf{U}_{b,t}^m = \widehat{\mathbf{r}}_{m,k} \mathbf{U}_{b,0}^m \widehat{\mathbf{s}}_{u,k} \quad (4.108)$$

$$\mathbf{Y}_{b,t}^d = \widehat{\mathbf{r}}_{d,k} \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_{y,k} - \widehat{\mathbf{r}}_{d,k}^{-1} \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^d \widehat{\mathbf{s}}_{y,k}^{-1} \quad (4.109)$$

$$\mathbf{Y}_{b,t}^m = \widehat{\mathbf{r}}_{m,k} \mathbf{P} \mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{s}}_{y,k} - \widehat{\mathbf{r}}_{m,k}^{-1} \mathbf{N} \mathbf{Y}_0^m \widehat{\mathbf{s}}_{y,k}^{-1} \quad (4.110)$$

$$\mathbf{t}_t^{DI'} = \widehat{\mathbf{r}}_{ils,k} \mathbf{P} \mathbf{t}_0^{DI'} \widehat{\mathbf{s}}_{u,k} - \widehat{\mathbf{r}}_{ils,k}^{-1} \mathbf{N} \mathbf{t}_0^{DI'} \widehat{\mathbf{s}}_{u,k}^{-1} \quad (4.111)$$

$$\mathbf{t}_t^{DF'} = \widehat{\mathbf{r}}_{ils,k} \mathbf{P} \mathbf{t}_0^{DF'} \widehat{\mathbf{s}}_{y,k} - \widehat{\mathbf{r}}_{ils,k}^{-1} \mathbf{N} \mathbf{t}_0^{DF'} \widehat{\mathbf{s}}_{y,k}^{-1} \quad (4.112)$$

$$\mathbf{V}_t = \widehat{\mathbf{s}}_{u,k}^{-1} \mathbf{V}_0 \widehat{\mathbf{r}}_{d,k}^{-1} \quad (4.113)$$

$$\mathbf{m}_t' = r_{imp,k} \mathbf{m}_0' \widehat{\mathbf{r}}_{m,k}^{-1} \quad (4.114)$$

La convergencia de este algoritmo está garantizada siempre que exista una solución al problema de optimización. Esto es así, por los argumentos esgrimidos anteriormente en las diferentes versiones del SUT-RAS que hemos desarrollado. En primer lugar, la función objetivo

(4.77) es una suma de funciones estrictamente convexas, por lo que es estrictamente convexa. Las restricciones (4.78) a (4.83) son funciones lineales, por lo que pueden considerarse convexas, pero no estrictamente. La Lagrangiana (4.84) es por tanto una función estrictamente convexa<sup>392</sup> al ser una suma de funciones estrictamente convexas y lineales, lo que garantiza que tenga una solución única a la que convergerá nuestro algoritmo. Para que esto sea así es preciso comprobar que los datos proporcionados para la proyección no contengan inconsistencias internas.

---

<sup>392</sup> Véase Chiang (1984) op. cit. p. 342 Teoremas I-III



*'Ladies and Gentlemen. I stand before you now because I never stopped dawdling like an eight-year-old on a spring morning on his way to school. Anything can make me stop and look and wonder, and sometimes learn. I am a very happy man. Thank you.'* (Kurt Vonnegut, *Cat's Cradle*)

## **CAPÍTULO 5**

### **EVALUACIÓN EMPÍRICA**

El objetivo de este capítulo es aplicar los métodos desarrollados en el capítulo precedente, y establecer su capacidad para proyectar empíricamente las tablas de Origen y de Destino de un determinado país o territorio y, al mismo tiempo, obtener la capacidad de ajuste de los mismos a las tablas originales en situaciones reales.

Para tales propósitos, tal y como quedó explicado en el capítulo segundo de este trabajo, se han seleccionado las tablas de Origen y de Destino a precios básicos de cuatro países:

- Austria
- Bélgica
- España
- Italia

Se han seleccionado las tablas correspondientes a los años 2000 a 2005, y se han realizado proyecciones de los seis métodos desarrollados: SUT-RAS-1, SUT-RAS-2, SUT-EURO-1 y SUT-EURO-2 –estos dos últimos métodos en sus dos versiones, aritmética y geométrica-.

De los años considerados, se han realizado proyecciones para seis periodos diferentes:

- Cinco proyecciones anuales: 00-01, 01-02, 02-03, 03-04 y 04-05.
- Una proyección quinquenal: 00-05.

En total, disponemos de proyecciones para 144 situaciones diferentes, de 4 países, 6 métodos y 6 periodos de proyección.

Posteriormente se han obtenido las medidas de bondad de ajuste para estos 144 métodos tanto para la proyección en su conjunto (el conjunto del marco integrado), como para distintos bloques de la misma: tabla de Origen, tabla de Destino de la Demanda Intermedia, tabla de Destino de la Demanda Final, así como para los distintos vectores agregados con significado macroeconómico relevante que se pueden deducir de las tablas de Origen y de Destino, que constituyen los principales agregados que suelen obtenerse en una contabilidad anual, tales como, producción por ramas, output por productos, consumos intermedios interiores, consumos intermedios importados, importaciones, exportaciones, impuestos netos de subvenciones sobre los productos, formación bruta de capital y consumo final agregado.

Para cada proyección y cada bloque se han calculado las seis medidas de bondad de ajuste que se especificaron en el capítulo segundo: WAPE, MASE, WASE,  $\rho - SWAPE$ ,  $\rho - PSI$  e Índice de Similitud. A partir de dichas medidas de bondad de ajuste se ha procedido a ordenar los 6 métodos de proyección en función de la capacidad de desempeño que se deriva de cada estadístico de bondad de ajuste.

Con el propósito de simplificar los análisis de resultados en algunas situaciones, y debido a que cada medida de bondad de ajuste individual puede arrojar un resultado diferente en las ordenaciones en cada método, país u horizonte de proyección, se ha procedido a calcular el rango medio de cada una de las 6 medidas de bondad de ajuste a modo de indicador sintético de la capacidad de desempeño global del método. La justificación de esta elección para la construcción del indicador sintético está basada en que, de acuerdo con nuestra opinión, todas las medidas de bondad de ajuste miden el nivel de desempeño de los métodos con respecto a un criterio, y opinamos que ninguno de los criterios posee un nivel de importancia superior a los demás, sino que todos merecen la misma consideración. En base a este criterio de razón insuficiente hemos preferido optar por la media aritmética simple.

A pesar de esa hipótesis simplificadora en la construcción del indicador sintético, veremos posteriormente en este capítulo un análisis de las coincidencias y discrepancias a la hora de emplear una medida de bondad de ajuste u otra para ordenar los métodos. Este análisis conduce a que la elección de los pesos en la construcción del indicador sintético no condiciona fuertemente nuestros resultados, más bien al contrario: las conclusiones pueden considerarse como generales con independencia de los pesos seleccionados, ya que existe una gran concordancia en los ranking de métodos que se deducen de cada medida de bondad de ajuste, con independencia del país, del periodo y bloque considerado, en especial a la hora de determinar los mejores y peores métodos en cada situación.

Basándonos en ese indicador sintético, se ha procedido a ordenar los métodos en función del mismo, en lo que hemos denominado como "rango combinado". Junto a este rango combinado, se ha obtenido la varianza del rango medio, a la que hemos denominado genéricamente como unanimidad. Esta varianza nos indica, cuando la misma toma un valor igual a cero, que existe unanimidad, para ese país y periodo considerado, en el rango dado al método de proyección en todas las medidas de bondad de ajuste consideradas. Por lo que el rango combinado es plenamente significativo en esos casos.

Todo esto nos ha conducido a una tabla de doble entrada en la que quedan plasmados todos los resultados obtenidos en la evaluación empírica. En esta tabla se presenta de manera global en un anexo a este trabajo, ya que su dimensión aconseja no incluirla en este capítulo.

La tabla de resultados presenta un total de 1872 filas<sup>393</sup> y 24 columnas<sup>394</sup>. En este capítulo sólo presentaremos los resultados que hemos considerado como más relevantes y que se han obtenido a partir de dicha información, y se realizarán explotaciones estadísticas basadas en la tabla global de resultados, presentando resúmenes de la misma, en forma de tabla o gráfico, para justificar las conclusiones extraídas.

---

<sup>393</sup> Cada fila contiene los resultados de bondad de ajuste correspondientes a un país (4 posibles), un periodo (6 posibles), un método de proyección (6 posibles) y bloque de las tablas de Origen y de Destino integradas a las que se le está calculando las medidas de bondad de ajuste (13 posibles).

<sup>394</sup> Las cuatro primeras columnas identifican país, periodo, método de proyección y bloque. Posteriormente existe un conjunto de 12 columnas, una por cada estadístico de bondad de ajuste así como el rango del método dentro del grupo formado por país, periodo y bloque. Posteriormente existen 3 columnas, una con el indicador sintético del rango –rango medio de los 6 rangos anteriores-, el rango combinado –ranking obtenido a partir del anterior- y su unanimidad –varianza del indicador sintético-. Por último existen 5 columnas con los indicadores cualitativos que miden el número de coeficientes nulos en la tabla proyectada o en la tabla objetivo, el número de cambios de signo y el número total de coeficientes de cada tabla.

El propósito de presentar la tabla de manera completa en el anexo es doble. Por un lado, un primer motivo lo constituye la transparencia; de esta manera, cualquier persona interesada que se aproxime a este trabajo puede comprobar que no existan errores en las conclusiones extraídas. Por otro lado, un segundo motivo es el de permitir posteriores análisis de los resultados extraídos por cualquier persona interesada en los mismos. Aunque hemos dedicado gran tiempo a analizar los resultados presentados en este trabajo, creemos que la labor realizada no puede ser completamente exhaustiva. En este trabajo, hemos señalado sólo las conclusiones principales que se han obtenido a partir de dichos resultados. Dichas conclusiones están basadas en las hipótesis ya explicitadas anteriormente. Sin embargo, esto no es óbice para que otra persona pueda analizar estos mismos resultados a la luz de otras hipótesis, o simplemente encuentre relaciones que nos hayan quedado inadvertidas.

### *5.1. ANÁLISIS DE CONVERGENCIA DE LOS MÉTODOS IMPLEMENTADOS*

El primer análisis en el que vamos a centrar nuestra atención es en ver el grado de convergencia de los métodos implementados.

Como se vio en los capítulos tercero y cuarto, los métodos basados en la metodología SUT-RAS tienen garantizada su convergencia analíticamente. Esto constituye una gran ventaja de estos métodos. La convergencia de los métodos SUT-EURO no está garantizada, y en algunas ocasiones deben relajarse los supuestos de convergencia para obtener una solución con los mismos.

Antes de introducir los resultados sobre este punto, creemos que es necesaria una mayor clarificación del concepto de convergencia tal y como es empleado en este apartado.

En lo que respecta al término convergencia, nos referimos exclusivamente a la cuestión, ¿hasta qué punto las tasas de crecimiento y macromagnitudes que se derivan del marco de Origen y Destino proyectado, obtenido por alguno de los métodos implementados, son compatibles con los resultados de la información exógena de que disponemos procedente de la contabilidad anual oficial?

Es decir, no nos estamos refiriendo con el término convergencia al equilibrio contable del marco proyectado que se obtiene como solución en sí misma del método de proyección. En cualquier caso, todos los métodos implementados arrojan una solución que está perfectamente



equilibrada y en el que existe una coherencia del marco proyectado en términos contables, desde el punto de vista de la oferta y la demanda.

Sin embargo, no necesariamente en todos los casos este equilibrio es plenamente compatible con la información exógena suministrada al método. Esto es lo que denominamos como 'no convergencia'.

Como hemos mencionado anteriormente, los métodos SUT-RAS-1 y SUT-RAS-2 sí alcanzan la convergencia. Sin embargo, en el SUT-EURO-1 y el SUT-EURO-2, en algunas ocasiones existen problemas para alcanzar la citada convergencia.

El resumen de resultados de convergencia para cada uno de los métodos implementados se encuentra en la Tabla 26.

En dicha tabla de doble entrada se tiene, para cada país y para cada método de proyección implementado, el número de caso en los que es necesario tener que relajar los criterios de convergencia para obtener el resultado final.

Como puede verse de la Tabla 26, tanto el SUT-RAS-1 como el SUT-RAS-2 no presentan problemas de convergencia, ya que la convergencia está asegurada para todos los países y para todos los horizontes de proyección considerados.

Sin embargo con la familia SUT-EURO la situación no es tan positiva y hay resultados bastantes desiguales. En los casos en que se ha utilizado la versión media geométrica del SUT-EURO-1 y SUT-EURO-2 no ha habido problemas de convergencia. Consideramos que éste es un gran resultado que, aunque en absoluto garantice la convergencia del método en cualquier situación, pero nos hace ser muy optimistas con respecto al empleo de este método en situaciones prácticas.

En cuanto a los métodos de proyección aritméticos, la situación es más dispar. Mientras que en el caso del SUT-EURO-1 Aritmético se ha alcanzado la convergencia en todos los casos excepto uno –para las tablas de Origen y de Destino de Austria y la proyección realizada en el periodo interanual 03-04-; en el caso del SUT-EURO-2 la situación es un poco más desalentadora: sólo en el 33% de los casos se alcanza la convergencia en la proyección obtenida.

*Tabla 26. Número de escenarios en los que no se alcanza la convergencia por país*

	SUT-EURO-I- Aritmético	SUT-EURO-I- Geométrico	SUT-RAS-I	SUT-EURO-II- Aritmético	SUT-EURO-II- Geométrico	SUT-RAS-II
<i>Austria</i>	1	0	0	4	0	0
<i>Bélgica</i>	0	0	0	6	0	0
<i>España</i>	0	0	0	2	0	0
<i>Italia</i>	0	0	0	4	0	0
<b>Global</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>16</b>	<b>0</b>	<b>0</b>

Elaboración propia

No obstante, estos resultados de no convergencia es necesario matizarlos, ya que el grado de no convergencia es muy elevado ni significativo. En la Tabla 27 encontramos un resumen estadístico de la importancia de la divergencia.

Tabla 27. Resumen de divergencias e importancia relativa en el método SUT-EURO Aritmético (Tipo 1 y 2)

<i>País</i>	<i>Periodo</i>	<i>Método</i>	<i>Nº de tasas afectadas por la divergencia</i>	<i>Divergencia media de las tasas afectadas</i>	<i>Suma de los errores absolutos de la divergencia</i>	<i>Valor de la producción Total a estimar</i>	<i>WAPE (%) total inducido por los elementos que divergen</i>
Austria	03-04	SUT-EURO-I-Aritm	2	8,3%	6,8	420.916	0,002%
Austria	00-05	SUT-EURO-II-Aritm	10	41,5%	4760,8	447.317	1,064%
Austria	00-01	SUT-EURO-II-Aritm	6	9,7%	893,0	376.397	0,237%
Austria	03-04	SUT-EURO-II-Aritm	5	23,7%	71,3	420.916	0,017%
Austria	04-05	SUT-EURO-II-Aritm	2	1,3%	3,6	447.317	0,001%
Bélgica	00-05	SUT-EURO-II-Aritm	7	61,3%	1791,2	629.767	0,284%
Bélgica	00-01	SUT-EURO-II-Aritm	3	100,0%	15,3	559.657	0,003%
Bélgica	01-02	SUT-EURO-II-Aritm	4	75,4%	34,5	562.135	0,006%
Bélgica	02-03	SUT-EURO-II-Aritm	3	100,0%	19,5	564.032	0,003%
Bélgica	03-04	SUT-EURO-II-Aritm	3	100,0%	20,4	603.643	0,003%
Bélgica	04-05	SUT-EURO-II-Aritm	5	61,3%	51,6	629.767	0,008%
Italia	00-05	SUT-EURO-II-Aritm	5	26,9%	325,1	2.792.585	0,012%
Italia	00-01	SUT-EURO-II-Aritm	1	29,8%	3,9	2.437.302	0,000%
Italia	02-03	SUT-EURO-II-Aritm	1	85,7%	9,3	2.587.887	0,000%
Italia	03-04	SUT-EURO-II-Aritm	3	11,2%	96,3	2.699.466	0,004%
España	00-05	SUT-EURO-II-Aritm	3	20,6%	591,1	1.769.037	0,033%
España	04-05	SUT-EURO-II-Aritm	4	30,2%	159,6	1.769.037	0,009%

Elaboración propia.

A pesar de la divergencia, que se refiere exclusivamente a la comparación entre las tasas de crecimiento implícitas en las tablas proyectadas frente a las tasas oficiales de la Contabilidad

Nacional, las tablas proyectadas obtenidas están perfectamente cuadradas y equilibradas en cualquier caso. Por este motivo, hemos preferido retener los resultados de estos métodos a pesar de la divergencia, y calcular las medidas de bondad de ajuste a los mismos, aún a sabiendas de que la divergencia incorpora un mayor error de predicción a los resultados, como consecuencia de la propia divergencia.

Como puede verse en la Tabla 27, puede obtenerse una idea de la importancia relativa de las divergencias, que en términos globales no son en absoluto significativas.

Las tres primeras columnas identifican el país, método y horizonte de proyección en el que no se ha alcanzado la convergencia.

La cuarta columna reproduce el número de tasas en la que se presenta el problema. En la quinta tenemos el error medio relativo, es decir, la media de los errores relativos que existen en las ramas cuando comparamos las tasas de crecimiento implícitas con respecto a la proyectada por la Contabilidad Nacional. Vemos que en algunos casos son errores porcentuales muy elevados, pero constituyen ramas y productos en los que la producción es muy reducida y hay muy pocos elementos distintos de cero en las filas y columnas de la tabla afectadas.

De hecho en la sexta columna puede verse el valor total de los errores de divergencia en valor absoluto sumados. Como pueden verse son minúsculos en comparación del valor total de la Producción a proyectar (séptima columna). El WAPE total que representan los errores acumulados que suponen todas las divergencias en su conjunto (octava columna) es muy inferior al 1% en la práctica totalidad de las situaciones prácticas en las que la convergencia no se alcanza efectivamente.

¿Qué motivos inducen a que no se alcance la convergencia en estos casos? El hecho de que en algunos casos se alcance la convergencia o no, no depende propiamente del método en sí mismo, ya que en algunos casos la convergencia se obtiene, mientras que en otros no. Es decir, la dificultad no radica en la esencia del método, sino más bien en el condicionamiento de los datos de las matrices que se emplean en la aplicación del mismo.

En este sentido, el caso de Bélgica es muy singular en nuestro trabajo, ya que en dicho país las proyecciones realizadas por el SUT-EURO-2-Aritmético no alcanzan la convergencia en ningún caso. Las razones de esta no convergencia son múltiples, a nuestro entender, y se deben a los datos de las tablas de Origen de Bélgica. Consideramos relevante explicitar esta situación aquí, ya que atañe a una situación práctica que puede no ser exclusiva de este país.

En primer lugar, en los datos de Bélgica, la tabla de Origen presenta una colinealidad aproximada muy elevada<sup>395</sup>. En segundo lugar, en una tabla de Origen, lo usual es que sea la diagonal principal de la misma la que presente los valores de producción más elevados. En Bélgica, no siempre es así, ya que algunas ramas no producen absolutamente nada del producto principal que le corresponde, pero sí producciones secundarias de otros productos. Es éste el caso de la rama del 'Reciclaje'<sup>396</sup> y algunas ramas correspondientes a las 'Industrias Extractivas'. En tercer lugar, en algunos casos, nos encontramos que otras industrias realizan como producción secundaria un valor de la producción muy superior al que corresponde a la industria principal. Es éste el caso de la 'Extracción de minerales metálicos': no hay empresas correspondientes a esta agrupación de empresas, sin embargo, sí existen producciones secundarias de este producto realizadas por otras rama como la de 'Otras industrias extractivas y de apoyo a la minería' y la rama 'Metalúrgica'<sup>397</sup>.

Este fuerte condicionamiento de la tabla de Origen en el caso de Bélgica, conduce a que exista una alta colinealidad en los datos lo que contribuye a que el método de proyección presente problemas a la hora de invertir de la matriz  $D_0$  de cuotas de mercado, y el output por productos que se deduce de la misma no es plenamente consistente con el de la tabla objetivo, lo que dificulta alcanzar la convergencia en gran medida.

Estos problemas podían haberse solventado reduciendo la dimensionalidad de la matriz, simplificando el número de ramas y productos considerados mediante agregación con el objeto de evitar la colinealidad, e integrando aquellas ramas y productos con nulos en diagonal principal en las ramas que los producen principalmente. Sin embargo, en este trabajo hemos preferido no hacerlo así y aplicar los métodos la matriz completa a pesar de los problemas detectados. Esto se debe a que nuestro objetivo en este trabajo es la comparación de los métodos desarrollados en situaciones análogas y homogéneas de información exógena, dimensión y metodología. No tendría mucho sentido que en todos los países trabajemos con una desagregación de 59 productos y 59 ramas, y en el caso de Bélgica se trabajara con una

---

<sup>395</sup> Trabajamos con una matriz de dimensión 59x59, por lo que no es de extrañar las múltiples combinaciones lineales que pueden existir entre ellas. En particular, considerando sólo 2 columnas, el grado de relación lineal que hay entre la rama metalúrgica y la rama de reciclaje es superior al 95%.

<sup>396</sup> Creemos que en este caso particular, este hecho se debe a una interpretación demasiado literal de la CNAE sobre las producciones de esta rama, que es exclusiva en este país, ya que no es generalizada en el resto de países analizados, ni tampoco en otros territorios que han sido analizados por este autor.

<sup>397</sup> Véase las tablas de Origen a precios básicos de Bélgica en el periodo de 2000 a 2005 disponibles en EUROSTAT en el enlace:

[http://ec.europa.eu/eurostat/documents/51957/52002/Belgium\\_SUT\\_140116.zip/248cc39e-755e-420b-995d-c09e06cbbd89](http://ec.europa.eu/eurostat/documents/51957/52002/Belgium_SUT_140116.zip/248cc39e-755e-420b-995d-c09e06cbbd89)

dimensión menor. Podríamos haber renunciado a emplear los datos del Bélgica en este estudio, pero dado que son pocos los países de los que disponíamos de tablas de Origen y de Destino a precios básicos, renunciar a uno de ellos no nos parecía conveniente.

En el resto de países los problemas de no convergencia no obedecen tanto a una cuestión de colinealidad aproximada de la tabla de Origen<sup>398</sup> sino más bien un condicionamiento de los datos presentes en algunos sectores con escasa importancia, poca producción y/o poco valor del output por producto, y en filas y columnas de la matriz muy poco densas, es decir con un gran número de ceros por filas o por columnas, y en los que los valores no nulos están concentrados en pocos elementos.

En otros casos, hemos podido comprobar que la no convergencia es debida a que, para alcanzar la misma, algunos coeficientes deberían anularse o acercarse lo más posible a cero. Dado que cada coeficiente es actualizado por un factor fila y un factor columna, al considerar como valor actualizado la media aritmética de los dos, este valor no es capaz de atravesar esta barrera inferior de convergencia. Esto se debe a que uno de los factores de actualización, por ejemplo por columnas, el valor debería disminuir, pero el otro factor de actualización, por filas, determina que el valor debe aumentar. Al considerar la media aritmética el valor resultante no acaba de disminuir, sino que aumenta o permanece constante (cuando se alcanza el equilibrio), llegándose a un bucle de estancamiento. Este problema es resuelto por la media geométrica, ya que al ser la media geométrica siempre más próxima al origen que la media aritmética, el método geométrico sí logra atravesar esa barrera, haciendo disminuir el coeficiente resultante en la dirección adecuada, y alcanzándose de este modo la convergencia.

A pesar de todos los condicionantes anteriores, y viendo los resultados globales del grado de divergencia presentes en la Tabla 27 Tabla 27. Resumen de divergencias e importancia relativa en el método SUT-EURO Aritmético (Tipo 1 y 2), los métodos aritméticos a pesar de no alcanzar la convergencia, sí se aproximan mucho a ella, presentándose estos problemas en un conjunto muy específico y reducido de tasas.

Los valores para los que la convergencia no es finalmente alcanzada sólo afectan a un número muy reducido de ramas y productos, y casi siempre concentrados en las mismas ramas y productos a lo largo de todos los países -en general, ramas y productos correspondientes a la industria minera, reciclaje y/o hogares con personas empleadas a su cargo-, o bien, algunas

---

<sup>398</sup> Las matrices Austria e Italia en algunos casos presentan un grado de colinealidad bastante elevado pero no tanto como la presente en Bélgica, de manera que los resultados de las inversas son bastante consistentes.

ramas o productos de poca importancia dependiendo de la estructura productiva de cada país. Además, suelen ser unos valores de divergencia muy reducidos, bien en porcentaje, bien en valor absoluto, bien en ambos. En algunos casos hablamos de divergencias de cientos de unidades en una producción total que supone varios cientos de miles o millones en una economía, por lo que el valor de la divergencia suele ser insignificante en proporción.

A modo de resumen, del análisis de convergencia realizado se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Los métodos SUT-RAS-1 y SUT-RAS-2 no presentan problemas de convergencia ya que la misma está garantizada por la forma de construcción del método.
- En los SUT-EURO-1 y SUT-EURO-2, por el contrario, la convergencia no está garantizada.
- A efectos prácticos los métodos geométricos han convergido en todas las proyecciones realizadas.
- Los métodos aritméticos presentan algunos problemas de divergencia entre las tasas implícitas en la tabla proyectada con respecto a las publicadas por la Contabilidad Nacional, especialmente en el SUT-EURO-2 Aritmético en mayor medida.
- Las divergencias suelen ser debidas a problemas de condicionamiento de las matrices con las que trabajamos –colinealidades aproximadas, elementos nulos en la diagonal principal, filas o columnas con muchos elementos nulos y coeficientes muy pequeños en las demás celdas, ramas y productos con un valor de la producción muy poco significativa- y la importancia de las mismas suele ser insignificante en el resultado total.
- En cualquier caso, las soluciones obtenidas son siempre consistentes y cuadradas desde el punto de vista de la oferta y la demanda.
- Por este último motivo, en la evaluación empírica hemos decidido retener las soluciones proporcionadas por todos los métodos implementados en cualquier caso.

## *5.2. ESTADÍSTICOS DE BONDAD DE AJUSTE CUALITATIVOS*

El objetivo de este apartado es analizar la estructura de las tablas de Origen y Destino empleadas en lo que respecta a los coeficientes que cambian de signo y/o se anulan bien en la tabla de referencia o en la tabla objetivo. Como se comentó en el capítulo segundo en el

apartado correspondiente a las medidas de bondad de ajuste cualitativas, estos indicadores representan de manera muy simple y primaria los cambios estructurales que se están produciendo en las relaciones intersectoriales. Nuestro interés en estos cambios reside en que algunos estadísticos de bondad de ajuste presentan algún problema en su definición como consecuencia de estos cambios. Por ese motivo vamos a ver la importancia de estos elementos.

*Tabla 28. Estadísticos cualitativos para la Tablas de Origen y Destino en su conjunto*

<i>País</i>	<i>Periodo</i>	<i>NP</i>	<i>N0</i>	<i>N1</i>	<i>D0</i>	<i>Total de elementos</i>
Austria	00-01	11	42	193	4.997	10.918
	01-02	9	23	46	4.993	
	02-03	8	26	48	4.968	
	03-04	9	93	306	4.688	
	04-05	11	85	37	4.744	
	00-05	6	143	504	4.686	
Bélgica	00-01	23	86	112	5.278	10.918
	01-02	16	93	36	5.328	
	02-03	23	91	32	5.389	
	03-04	11	21	70	5.410	
	04-05	33	510	430	5.001	
	00-05	39	539	418	4.972	
España	00-01	7	51	83	6.355	10.918
	01-02	8	106	494	5.912	
	02-03	6	39	30	5.988	
	03-04	10	45	193	5.834	
	04-05	10	108	81	5.798	
	00-05	11	145	677	5.761	
Italia	00-01	6	64	49	5.097	10.918
	01-02	8	123	46	5.115	
	02-03	8	74	34	5.204	
	03-04	9	195	105	5.173	
	04-05	9	45	54	5.314	
	00-05	8	338	125	5.021	

Elaboración propia.

Los resultados de los estadísticos se encuentran en la Tabla 28. En la misma se calcula el número de elementos que cambian de signo (NP), el número de elementos que son nulos en

la tabla proyectada<sup>399</sup> pero no lo son en la tabla objetivo (N0), el número de elementos que son no nulos en la tabla proyectada pero son nulos en la tabla objetivo (N1) y los elementos que son nulos tanto en la tabla proyectada como en la tabla objetivo (D0). Este cómputo se realiza para cada país, tomando como referencia el año de inicio del periodo de proyección y como objetivo el año de finalización de dicho periodo.

Vemos que el número total de elementos de las tablas de Origen y de Destino analizadas es de 10.918. De ellos, aproximadamente 5.000 son nulos en ambas tablas. Estos elementos no tienen influencia sobre los estadísticos de bondad de ajuste y son excluidos de todos ellos ya que, aparte de dejar indeterminadas las fórmulas, no añaden nada a la bondad de ajuste. El único estadístico de bondad de ajuste para el que no presentan problemas es el Indicador de Similitud, una transformación lineal del coeficiente de correlación lineal. Aun así, hemos optado para la evaluación empírica en el Indicador de Similitud excluir todos los elementos D0 para evitar mejorar la medida de bondad de ajuste debido a estos elementos de manera artificial.

En cuanto a los elementos que cambian de signo, que tienen el efecto de mejorar el estadístico  $\rho - PSI$  al tener que trabajar con la matriz en valores absolutos, vemos que su cantidad es algo más variable, pero en todo caso muy reducida apenas suponen un 0,11% de todos los elementos de las tablas de Origen y de Destino, en el peor de los casos ( que se corresponde con las proyecciones realizadas para Bélgica en el horizonte de proyección 00-05 y 04-05) el número de elementos que cambian de signo alcanza el 0,3%. En consecuencia vemos que la capacidad de "sobrestimar" la bondad de ajuste por la presencia de estos elementos es completamente residual.

Por último, los elementos que sean nulos en la tabla objetivo pero no lo son en la tabla proyectada (N1), tienen influencia en el estadístico WAPE. La solución por la que hemos tomado en este caso, ha sido la de no excluir estos elementos en el cómputo del estadístico de bondad de ajuste (de hacerlo contribuiría en mejorar la bondad de ajuste de manera artificial), sino considerar que el error relativo para estos elementos es del 100%. En conjunto, estos elementos constituyen un 1,6% del total de elementos a proyectar. Este porcentaje es más elevado en los horizontes de proyección quinquenal, un 3,9%, mientras que en los horizontes de proyección anual apenas representan un 1,1%. Dada su reducida importancia

---

<sup>399</sup> Recordemos que los métodos analizados en este trabajo presentan la propiedad de conservación del signo, por tanto si un elemento es nulo/positivo/negativo en la tabla proyectada, lo es porque en la tabla de referencia es nulo/positivo/negativo (alternativamente).



en términos relativos, el hecho de han sido incluidos en el cómputo del estadístico WAPE penalizando con un error del 100%, podemos concluir que el efecto distorsionador que introducen en el WAPE es igualmente reducido. Además, es importante considerar que el efecto distorsionador que pueda introducir es similar para todos los métodos y países por lo que las conclusiones que extraigamos a partir de ellos, en absoluto se van a ver comprometidos por la presencia del cambio estructural.

### 5.3. ANÁLISIS DE LAS MEDIDAS DE BONDAD DE AJUSTE UTILIZADAS PARA DISCRIMINAR MÉTODOS.

Tal y como quedó establecido en el capítulo segundo, finalmente se retuvieron 6 estadísticos de bondad de ajuste para la evaluación empírica.

La razón de retener estos estadísticos se fundamentaba en alguna propiedad, o un conjunto de ellas, de los mismos: la simplicidad, su fácil interpretación, estar acotados inferior y superiormente, su generalización en el uso de los mismos en la literatura del sector, o bien el mero hecho de aportar diferentes perspectivas a la hora de determinar que método puede ser el mejor para llevar a cabo la proyección.

Estos estadísticos han sido los siguientes:

- *WAPE*
- *MASE*
- *WASE*
- $\rho - SWAPE$
- $\rho - PSI$
- *Índice de Similitud*

Cada uno de estos estadísticos de bondad de ajuste induce una ordenación diferente, a priori, de los métodos implementados. Un primer análisis que hemos realizado es un análisis de correlación por rangos<sup>400</sup> para ver en qué medida cada estadístico de bondad de ajuste genera una ordenación que sea similar a la de otros estadísticos de bondad de ajuste.

---

<sup>400</sup> Véase Fieller, E.C., Hartley, H.O. y Pearson, E.S. (1957) "Test for Rank Correlation Coefficients. I", *Biometrika*, vol. 44, no. 3-4, pp. 470-481 y Yule, G.U. y Kendall, M.G. (1968) "An Introduction to the

En la Tabla 29 se presentan los resultados correspondientes a la correlación por rangos de las ordenaciones dadas por todos los estadísticos de bondad de ajuste. Se han considerado la ordenación por rangos obtenida para la aplicación de los 6 métodos de proyección correspondientes a cada País y Horizonte de Proyección diferente, es decir, se han calculados los coeficientes de correlación para los rangos obtenidos con cada una de las medidas de bondad de ajuste resultantes de comparar el resultado de cada uno de los 6 métodos de proyección para cada de unos los grupos posibles que pueden obtenerse como el producto cartesiano correspondiente a {País} × {Periodo de Proyección}.

Tabla 29. Coeficientes de correlación por rangos de Spearman de los Estadísticos de Bondad de Ajuste utilizados.

	WAPE	MASE	WASE	$\rho$ -SWAPE	$\rho$ -PSI	Ind. Simil.
WAPE	1,000					
MASE	0,999	1,000				
WASE	0,827	0,827	1,000			
$\rho$ -SWAPE	0,959	0,958	0,822	1,000		
$\rho$ -PSI	0,987	0,988	0,826	0,968	1,000	
Ind. Simil.	0,808	0,807	0,726	0,808	0,815	1,000

Elaboración propia.

Un valor elevado del coeficiente de correlación por rangos indica, en este caso, que los estadísticos de bondad de ajuste están relacionados de manera monótona, incluso si el grado de relación lineal que existe entre los valores originales de los estadísticos de bondad de ajuste es escaso o incluso inexistente. Por el contrario, cuanto más se aleje de 1 el valor del coeficiente de correlación por rangos de Spearman, esto implica que la ordenación derivada por los mismos es menos coincidente.

Básicamente, con este análisis pretendemos ver hasta qué punto están relacionados los órdenes en los métodos inducidos por cada uno de los estadísticos de bondad de ajuste. Si este coeficiente de correlación por rangos fuera muy próximo a la unidad, esto implicaría que ambos estadísticos de bondad de ajuste son prácticamente equivalentes a efectos de ordenación, por lo que podrían considerarse como redundantes a la hora de construir un indicador sintético al estar proporcionando una información muy similar a la del anterior<sup>401</sup>.

Theory of Statistics". 14ª Edición. Editorial Charles Griffin & Co., p. 268 para una introducción a las propiedades del coeficiente de correlación por rangos.

<sup>401</sup> Véase OECD (2008) "Handbook on Constructing Composite Indicators", Capítulo 4.

Sin embargo, este hecho no supone para nosotros un problema, más bien al contrario. Cada estadístico de bondad de ajuste está proporcionando un punto de vista diferente sobre el nivel de desempeño del método proyectado, y se construye en base a unas hipótesis y una metodología diferentes.

En el Gráfico 2 podemos ver los diagramas de dispersión correspondientes a los valores obtenidos para los estadísticos de bondad de ajuste utilizados en cada método de proyección. En verde (función lineal) se representa la recta de regresión mínimo cuadrática entre el par de estadísticos considerados, mientras que en rojo (función no lineal) se representa una versión más sofisticada de la curva de regresión empírica obtenida a partir de una estimación suavizada de un modelo lineal generalizado<sup>402</sup> estimado de manera local a la muestra de datos. En la diagonal principal se presenta una versión estilizada de los histogramas de cada estadístico a modo de función de densidad.

Por otro lado, la Tabla 30 proporciona la matriz de correlación entre los valores correspondientes al valor original de los estadísticos de bondad de ajuste para cada par de estadísticos de bondad de ajuste considerados.

*Tabla 30. Coeficientes de correlación de Pearson de los valores originales de los estadísticos de Bondad de Ajuste para cada método de proyección realizado.*

	WAPE	MASE	WASE	$\rho$ -SWAPE	$\rho$ -PSI	Ind. Simil.
WAPE	1,000					
MASE	0,581	1,000				
WASE	0,561	0,756	1,000			
$\rho$ -SWAPE	-0,886	-0,521	-0,551	1,000		
$\rho$ -PSI	-0,981	-0,573	-0,581	0,951	1,000	
Ind. Simil.	-0,707	-0,474	-0,406	0,356	0,595	1,000

\* Los coeficientes negativos se deben a que las medidas absolutas (WAPE, MASE y WASE) son mejores cuanto más pequeñas, mientras que las acotadas ( $\rho$ -SWAPE,  $\rho$ -PSI e Ind. Sim.) son mejores cuanto más grandes. Por eso, el signo cambiado cuando comparamos los resultados de una estadístico de bondad de ajuste absoluto con otro acotado.

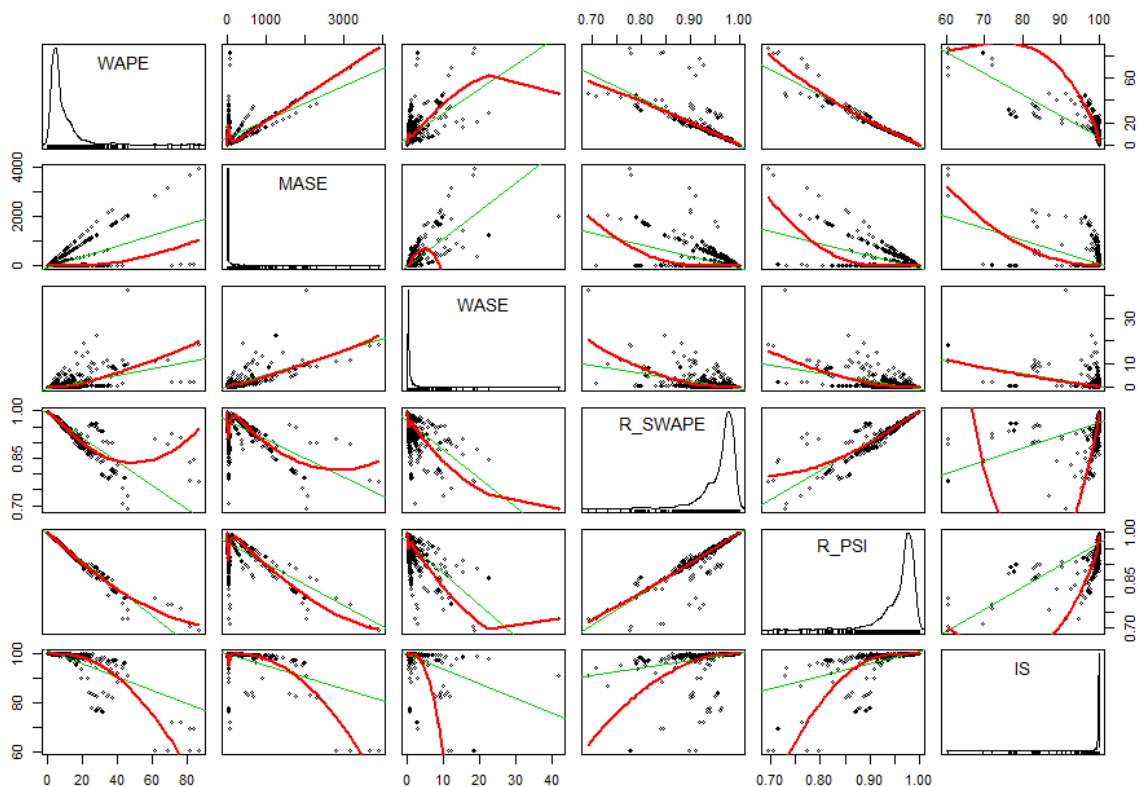
Elaboración propia.

Como puede deducirse de la Tabla 30 y el Gráfico 2 no existe, ni tan siquiera aproximadamente, relación biunívoca entre los estadísticos de bondad de ajuste considerados.

<sup>402</sup> Véase Wood, S.N. (2004) "Stable and efficient multiple smoothing parameter estimation for generalized additive models", *Journal of the American Statistical Association*, no. 99, pp. 673-686.

Por tanto, la principal conclusión que extraemos es que los estadísticos de bondad de ajuste empleados no son equivalentes, aunque proporcionen una ordenación parecida. Esto es el aspecto fundamental que pretendemos enfatizar en este trabajo: que el método que determinemos como bueno, lo sea no sólo porque un estadístico de bondad de ajuste lo señale, sino porque exista cierta unanimidad entre las diferentes medidas de bondad de ajuste seleccionadas.

Gráfico 2. Diagramas de dispersión de los estadísticos de bondad de ajuste



Elaboración propia.

A modo particular, es interesante señalar el grado de correlación tan elevado (0,999) que existen entre las ordenaciones que surgen de los estadísticos de bondad de ajuste WAPE y MASE. El MASE es un estadístico novedoso en la literatura de medidas de bondad de ajuste para proyecciones de marcos Input-Output. No nos consta ninguna referencia a la estrecha relación entre ambos estadísticos en este aspecto. Si observamos el grado de relación lineal existente entre los valores reales de los estadísticos en lugar de entre los rangos, esta correlación decae (0,581), lo que indica que aunque existe una relación lineal, y por tanto una

monotonía entre los ranking que de ellos se derivan, esta relación no es tal si consideramos los valores originales de los estadísticos.

La estrecha relación entre ambos estadísticos se basa en la definición de ambos. Poseen el mismo numerador y los denominadores son muy similares. La diferencia entre ellos radica que el WAPE no considera para su cálculo los elementos que son nulos en la matriz objetivo y en la matriz proyectada para su cálculo, como tampoco considera los elementos que son nulos en la matriz objetivo y la matriz proyectada no lo son, ya que el error de estimación sería infinito en este último caso. Nosotros, para incorporar estos valores en el cómputo del WAPE hemos optado por considerar que el error de estimación es del 100% para este último tipo de valores. Creemos que esta es la principal razón por la que no son coincidentes las ordenaciones que se derivan de estos dos estadísticos de bondad de ajuste.

El MASE, al igual que su alternativa ponderada denominada WASE, por el contrario, sí tiene en cuenta a todos los elementos de la matriz objetivo como de la matriz proyectada para su cómputo. Esta propiedad, junto a las demás propiedades principales de estos estadísticos, fueron explicadas en el capítulo segundo, y convierten a los estadísticos MASE y WASE en una medida de bondad de ajuste superior al WAPE, en nuestra opinión.

Si consideramos los valores originales de los estadísticos de bondad de ajuste, es significativo ver la relación que existe entre el estadístico  $\rho - PSI$  (que no es más que una transformación lineal del estadístico Psi de Kullback y Leibler para lograr su acotación entre 0 y 1) y el WAPE. Esta relación no es sorprendente y está documentada para diferentes versiones de la Psi de Kullback y Leibler en Temurshoev et al. (2010), Voas y Williamson (2001) y Knudsen y Fotheringham (1986)<sup>403</sup>. Al igual que el MASE, el estadístico  $\rho - PSI$  no excluye del cómputo aquellos elementos que son nulos en la tabla objetivo y que a su vez sean no nulos en la matriz proyectada, y viceversa. Por tanto, cuanto menor sea este número de elementos, mayor será la relación lineal entre los estadísticos WAPE y  $\rho - PSI$ , y más próximos serán los rankings que de ellos se deriven.

El análisis de correlación demuestra que no son estadísticos coincidentes, ni existe una dependencia funcional exacta entre ellos. Por tanto, cumplen el propósito que pretendemos, medir la bondad de ajuste desde diferentes ópticas.

---

<sup>403</sup> Véase Temurshoev, U., Webb, C. y Yamano, N. (2011), pp. 111-112, Voas, D. y Williamson, P. (2001), pp. 197-200 y Knudsen, D.C. y Fotheringham, A.S. (1986), pp. 133-136.

A la hora de resumir todos estadísticos en un indicador combinado, el hecho del mayor grado de coincidencia en los órdenes de los métodos que de ellos se derivan, no supone un problema o una restricción sino más bien al contrario, ya que todos ellos suelen ser coincidentes en los mejores y peores métodos en cada caso. Sólo en los casos intermedios existe una mayor inclinación a la aparición de permutaciones entre los órdenes dependiendo del indicador considerado que nos apartarán de la unanimidad.

El hecho de que exista una alta relación entre los rangos que de ellos se derivan garantiza que la elección de los pesos a la hora de construir el indicador combinado no sea una elección muy relevante. Por este hecho, nos hemos inclinado por considerar la media aritmética simple de los rangos de todos ellos para obtener el indicador de rango combinado.

Por tanto, las principales conclusiones que podemos extraer del análisis de las medidas de bondad de ajuste empleadas son las siguientes:

- Las medidas de bondad ajuste seleccionadas nos permiten realizar la evaluación empírica de los distintos métodos empleados desde diferentes perspectivas.
- Las medidas no son equivalentes desde el punto de vista empírico entre sí, pero existe una gran similitud en los rankings de métodos que de ellas se derivan, especialmente para los casos más extremos, es decir, a la hora de determinar que métodos son mejores y peores en cada caso.
- Los órdenes derivados de WAPE y MASE son prácticamente coincidentes, a pesar de ser estadísticos de bondad de ajuste diferentes, con diferentes propiedades, que ni siquiera tienen en cuenta el mismo conjunto de datos para su cómputo.

En resumen, la selección de estadísticos realizada aborda el cómputo de las medidas de bondad de ajuste desde diferentes perspectivas. En algunos casos, partiendo de hipótesis de trabajo muy diferentes se obtienen resultados que son similares. Algunos estadísticos poseen ciertas ventajas sobre otros, en el sentido de que no es necesario excluir valores de su cómputo, otros, por el contrario son más intuitivos y por tanto más reconocidos, compartidos, y por tanto su interpretación es fácil de realizar por su grado de familiaridad.

## 5.4. CAPACIDAD PREDICTIVA GLOBAL DE LOS MÉTODOS.

Una vez analizados los estadísticos de bondad de ajuste, y antes de pasar a analizar el nivel de desempeño de los métodos de manera comparativa, en este apartado vamos a realizar un análisis del nivel de desempeño de los métodos de proyección analizados de manera global. En un primer lugar, se van a considerar todas las bondades de ajuste de manera conjunta sin ni siquiera distinguir entre horizonte de proyección. En un apartado posterior segregaremos estas medidas para considerar la bondad de ajuste de manera diferencia dependiendo del horizonte temporal de proyección.

### 5.4.1 Análisis de la bondad de ajuste de todas las proyecciones en conjunto

La principal conclusión de este apartado es simple. En general, todos los métodos empleados tienen una gran bondad de ajuste.

Como puede observarse en la Tabla 31, que contiene los principales estadísticos descriptivos de las medidas de bondad de ajuste para los 144 métodos implementados (4 países, 6 horizontes de proyección y 6 métodos de proyección) para el conjunto de las tablas de Origen y de Destino completas proyectadas.

El error medio de bondad de ajuste de los métodos globalmente considerados es muy reducido. Por ejemplo, considerando el error medio absoluto ponderado de todos los métodos de proyección ejecutados (WAPE) es del 6,262%. Más del 75% de los métodos tiene un WAPE inferior al 6,5%.

*Tabla 31. Estadística Descriptiva de Estadísticos de Bondad para el conjunto de los marcos proyectados.*

	WAPE	MASE	WASE	$\rho$ -SWAPE	$\rho$ -PSI	Ind. Simil.
Media	6,262	387,2	1,401	0,970	0,970	99,454
Desviación estándar	5,735	354,1	1,978	0,022	0,025	2,786
Mínimo	1,541	94,5	0,175	0,864	0,850	82,383
Percentil 25	3,259	199,9	0,390	0,967	0,967	99,918
Mediana	4,601	285,6	0,809	0,978	0,977	99,967
Percentil 75	6,484	402,8	1,491	0,984	0,984	99,985
Máximo	37,004	2.279,9	15,212	0,992	0,992	99,998

Elaboración propia.

Para las medidas de bondad de ajuste relativas,  $\rho - SWAPE$ ,  $\rho - PSI$  e Índice de Similitud, las conclusiones son similares e igual de positivas que con las medidas de bondad de ajuste absolutas.

El nivel medio de estos estadísticos es del 97% en el caso de  $\rho - SWAPE$  y  $\rho - PSI$ , y superior al 99% en el Índice de Similitud. Aproximadamente, el 75% de los métodos presenta una bondad de ajuste superior al 98% para cualquiera de estos 3 estadísticos considerados.

En la Tabla 32 se presentan las distribuciones de frecuencias de los estadísticos de bondad de ajuste que contribuyen a reforzar esta idea de bondad de ajuste de los métodos en conjunto.

Tabla 32. Distribuciones de frecuencias para los estadísticos de bondad de ajuste.

WAPE				
li	li-1	ni	fi	di
0	5	84	0.583	16.80
5	10	35	0.243	7.00
10	20	19	0.132	1.90
20	30	4	0.028	0.40
30	40	2	0.014	0.20
40	50	0	0	0.00
50	60	0	0	0.00
60	70	0	0	0.00
70	80	0	0	0.00
80	90	0	0	0.00
90	100	0	0	0.00
		144	1	

MASE				
li	li-1	ni	fi	di
0	100	1	0.007	0.01
100	150	9	0.063	0.18
150	200	26	0.181	0.52
200	250	28	0.194	0.56
250	300	16	0.111	0.32
300	400	28	0.194	0.28
400	500	9	0.063	0.09
500	750	12	0.083	0.05
750	1000	8	0.056	0.03
1000	1500	3	0.021	0.01
1500	2000	2	0.014	0.00
2000	2500	2	0.014	0.00
		144	1	

WASE				
li	li-1	ni	fi	di
0	5	136	0.944	27.20
5	10	7	0.049	1.40
10	20	1	0.007	0.10
20	30	0	0	0.00
30	40	0	0	0.00
40	50	0	0	0.00
50	60	0	0	0.00
60	70	0	0	0.00
70	80	0	0	0.00
80	90	0	0	0.00
90	100	0	0	0.00
		144	1	

r-SWAPE				
li	li-1	ni	fi	di
0	10	0	0	0.00
10	20	0	0	0.00
20	30	0	0	0.00
30	40	0	0	0.00
40	50	0	0	0.00
50	60	0	0	0.00
60	70	0	0	0.00
70	80	0	0	0.00
80	90	3	0.021	0.30
90	95	22	0.153	4.40
95	99	119	0.826	29.75
99	100	0	0	0.00
		144	1	

r-PSI				
li	li-1	ni	fi	di
0	10	0	0	0.00
10	20	0	0	0.00
20	30	0	0	0.00
30	40	0	0	0.00
40	50	0	0	0.00
50	60	0	0	0.00
60	70	0	0	0.00
70	80	0	0	0.00
80	90	6	0.042	0.60
90	95	18	0.125	3.60
95	99	120	0.833	30.00
99	100	0	0	0.00
		144	1	

Ind. Simil.				
li	li-1	ni	fi	di
0	10	0	0	0.00
10	20	0	0	0.00
20	30	0	0	0.00
30	40	0	0	0.00
40	50	0	0	0.00
50	60	0	0	0.00
60	70	0	0	0.00
70	80	0	0	0.00
80	90	0	0	0.00
90	95	0	0	0.00
95	99	5	0.035	1.25
99	100	139	0.965	139.00
		144	1	

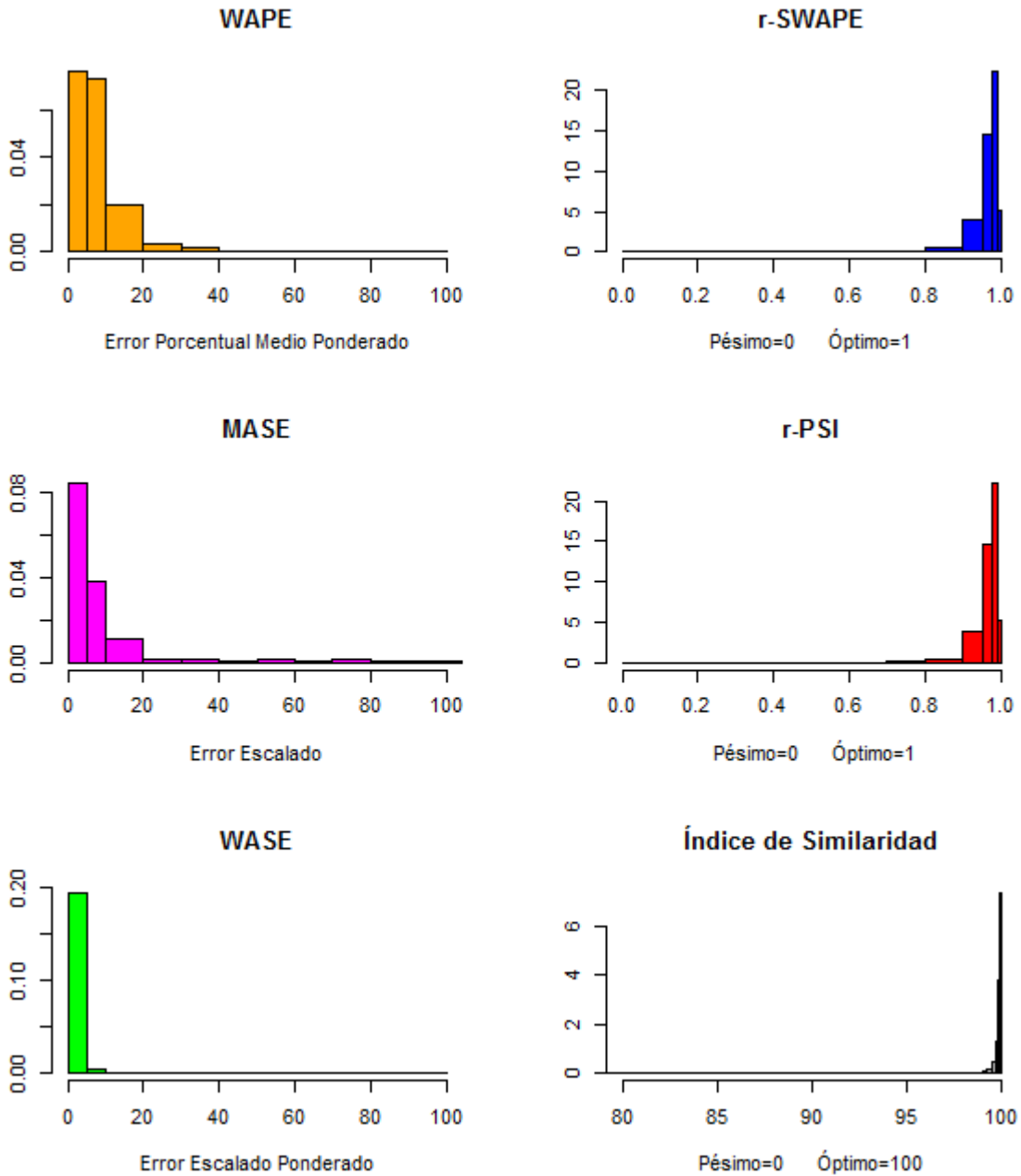
Elaboración propia.

En el Gráfico 3 se representan gráficamente los histogramas de las medidas de bondad de ajuste para las 144 proyecciones de los marcos integrados Input-Output. Como puede verse en las mismas, a la izquierda están los 3 estadísticos de bondad de ajuste absolutos, y vemos la elevada asimetría hacia la derecha existente, concentrándose la mayoría de ellos en torno al valor mínimo que representaría un ajuste perfecto.



Por el contrario, si miramos los histogramas de la derecha que corresponden a las medidas de bondad de ajuste relativas, la situación es la contraria. Todas se concentran en torno al valor 1 o valor 100 que representa el ajuste óptimo.

Gráfico 3. Histogramas de las medidas de bondad de ajuste



Elaboración propia

Por tanto, tal y como iniciamos este epígrafe, la principal conclusión es que, por lo general, el conjunto de métodos desarrollados en este trabajo tienen una capacidad de ajuste muy elevada, lo que constituye un gran aval para todos ellos a la hora de su empleo en situaciones prácticas.

#### 5.4.2 Análisis de la bondad de ajuste global según horizontes de proyección

Para finalizar este apartado, vamos a ver la bondad de ajuste de los métodos de acuerdo con el horizonte de proyección considerado.

Puede comprobarse en las Tabla 33 y Tabla 35 que, como es lógico, los errores de proyección son más reducidos cuando se realizan la proyecciones para horizontes anuales que cuando la proyección es más largo plazo y se realiza el ejercicio de proyección con un horizonte quinquenal.

Tabla 33. Estadística Descriptiva de Estadísticos de Bondad para horizontes de proyección anual.

	WAPE	MASE	WASE	$\rho$ -SWAPE	$\rho$ -PSI	Ind. Simil.
Media	4,873	301,2	1,014	0,977	0,976	99,674
Desviación estándar	3,723	230,1	1,147	0,012	0,016	2,152
Mínimo	1,541	94,5	0,175	0,935	0,888	82,747
Percentil 25	2,915	180,6	0,358	0,973	0,974	99,935
Mediana	3,899	241,5	0,707	0,980	0,981	99,974
Percentil 75	5,225	321,6	1,194	0,985	0,986	99,987
Máximo	28,639	1.764,0	7,756	0,992	0,992	99,998

Elaboración propia

No hemos realizado en este trabajo el ejercicio de comparar los resultados obtenidos proyectar el marco 2005 con la proyección quinquenal frente al que habríamos obtenido realizando proyecciones anuales concatenadas partiendo del año 2000 pero tomando como tabla de referencia en cada año la proyección anual obtenida junto con la información exógena de la Contabilidad Anual de cada año. Sin embargo, en nuestra opinión, resulta obvio que al concatenar proyecciones en el tiempo para realizar una proyección a mayor plazo tomando como tabla de referencia anual el resultado de otras proyecciones anuales previas, es de esperar que los errores se magnifiquen como consecuencia de la acumulación de los errores ya presentes en la proyección que se toma como referencia.

De hecho, si hiciéramos el ejercicio de capitalizar los errores anuales medios dados por el WAPE y obtenidos en cada horizonte de proyección anual, que se encuentran en la Tabla 34, el error de proyección de la proyección quinquenal de manera directa tiene un mejor resultado que el obtenido de la capitalización de los errores anuales. Es decir, si consideramos que el WAPE promedio anual representa al error medio anual de proyección, la capitalización de estos errores supondría que si realizamos una proyección quinquenal concatenando proyecciones anuales, el error acumulado medio sería del 24,6%, mientras que si realizamos la proyección quinquenal en un solo paso, el error medio ponderado es sólo del 13,2%<sup>404</sup>.

Tabla 34. Valores promedios de los errores de proyección anuales por anualidad.

Horizonte de proyección	WAPE	MASE	WASE	$\rho$ -SWAPE	$\rho$ -PSI	IS
00-01	4,250	263,2	0,801	0,979	0,979	99,957
01-02	3,995	246,5	0,906	0,980	0,980	99,961
02-03	3,655	225,6	0,777	0,982	0,982	99,965
03-04	4,938	304,9	0,909	0,974	0,976	99,953
04-05	5,616	348,5	1,129	0,972	0,972	99,930

Elaboración propia

Otro aspecto interesante que puede derivarse de la información contenida en la Tabla 34, es que los peores resultados se obtienen en el horizonte de proyección 2004-2005. Esto es lógico si pensamos que el año 2000 y el año 2005 corresponden a instantes en los que las Tablas de Origen y Destino se han obtenido por compilación directa. Sin embargo, es más que probable que las proyecciones de las tablas para los años intermedios se hayan realizado de acuerdo con algún método indirecto de proyección o estimación en el que cada Oficina Estadística habrá aprovechado de manera eficiente toda la información disponible en el momento de

<sup>404</sup> Estamos realizando una estimación del error de proyección acumulado en un horizonte quinquenal que obtendríamos de haber realizado la proyección año a año tomando como punto de partida las tablas proyectadas. Para ello, suponemos que el error acumulado es la acumulación de los errores anuales obtenidos mediante una regla de capitalización compuesta, es decir,

$Error\ Acumulado_{00}^{05} = \prod_{i=00}^{04} (1 + \overline{WAPE}_i^{i+1}) - 1$ . Este error acumulado para el periodo es el que se compara con el promedio de los WAPE quinquenales,  $\overline{WAPE}_{00}^{05} = \sum_{i=\{AT, BE, ES, IT\}} \frac{WAPE_i^{00-05}}{4}$

realizar la proyección que siempre será inferior a la de los instantes en que se realiza la compilación.

Tabla 35. Estadística Descriptiva de Estadísticos de Bondad para el horizonte de proyección quinquenal.

	WAPE	MASE	WASE	$\rho$ -SWAPE	$\rho$ -PSI	Ind. Simil.
Media	13,207	817,4	3,338	0,938	0,937	98,356
Desviación estándar	8,508	523,4	3,581	0,031	0,036	4,774
Mínimo	4,961	311,0	0,540	0,864	0,850	82,383
Percentil 25	7,632	476,5	1,010	0,924	0,925	99,655
Mediana	11,247	698,3	1,619	0,940	0,946	99,823
Percentil 75	15,584	973,4	4,946	0,962	0,962	99,936
Máximo	37,004	2.279,9	15,212	0,976	0,976	99,976

Elaboración propia

Por tanto, al llegar al año 2005, momento de una nueva compilación, la información estadística de base empleada para compilar el marco Input-Output es muy abundante y específica para la construcción del Marco Input-Output y habrá puesto de manifiesto los cambios estructurales presentes. La estructura que presentan las proyecciones obtenidas con métodos indirectos están muy condicionadas por las estructuras de las tablas de referencia, y estos métodos no suelen captar los cambios estructurales en forma de nuevas relaciones que aparecen en las tablas, salvo que éstas se introduzcan en forma de información adicional o restricción. Por ese motivo, nuestras proyecciones anuales se ajustan mejor a la proyecciones de 2001 a 2004, que cuando llega el momento de hacer la proyección de 2005.

### 5.5. ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS DISTINTOS MÉTODOS.

En este apartado se va a analizar de manera comparativa la capacidad predictiva de los métodos de proyección desarrollados, tratando de analizar los principales puntos fuertes y débiles que presentan los diferentes tipos de método.

El esquema que vamos a seguir en este apartado será el que se describe a continuación. Siempre que no se diga lo contrario, se trabajará con los estadísticos de bondad de ajuste calculados para el marco integrado considerado como un todo, es decir, considerando de

manera conjunta todos sus elementos y tablas que lo forman y que son determinados dentro del proceso de proyección.

En primer lugar, analizaremos el nivel de desempeño que realizan los métodos del Tipo 1, frente a los métodos del Tipo 2, con el objetivo de analizar si una mayor información exógena redundante en una mejor capacidad de ajuste y determinar si la paradoja de Myernik se presenta y con qué regularidad se presenta, en caso de presentarse.

En segundo lugar, restringiéndonos a los métodos SUT-EURO, comprobaremos qué método presenta una mejor bondad de ajuste, el aritmético o el geométrico.

Posteriormente, nos centraremos de manera diferenciada en los métodos Tipo 1 frente a los Tipo 2 para ver qué método es mejor de manera general en función de la información exógena disponible.

Por último, extraeremos conclusiones generales acerca de que método es más recomendable emplear dependiendo de la información exógena disponible.

### **5.5.1 Métodos Tipo 1 versus Métodos Tipo 2.**

El primer análisis que vamos a realizar es analizar la bondad de ajuste de cada uno de los métodos prestando un especial énfasis sobre el nivel de información exógena del que disponen.

Así, los métodos Tipo 1, disponían de un menor nivel de información exógena (VAB por ramas, total de importaciones y total de impuestos netos de subvenciones sobre los productos en el año de proyección). Por el contrario, los métodos Tipo 2 disponían además de la información anterior, la producción a precios básicos por ramas.

La principal conclusión que podemos extraer en este apartado es que, de manera general y prácticamente unánime, los métodos Tipo 2 presentan una mejor capacidad de desempeño que los métodos Tipo 1, tanto de manera global (mejor de los métodos Tipo 1 vs. mejor de los métodos Tipo 2), como considerados individualmente (comparación de un método del Tipo 1 con su alternativa del Tipo 2), en la práctica totalidad de proyecciones realizadas y con casi absoluta independencia del estadístico de bondad de ajuste considerado.

Tabla 36. Ranking de los métodos de proyección para los marcos Input-Output integrados según país y estadístico de bondad de ajuste.

Ranking Método	Rango Combinado						WAPE						MASE						WASE						r-SWAPE						r-PSI						Ind. Simil.										
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6					
Global	SUT-EURO-1-Aritm				8	13	3				8	13	3				8	13	3				12	9	3				10	12	2				8	13	3				8	13	3				
	SUT-EURO-1-Geom				13	11				13	11				13	11				9	15				12	12				13	11				1	12	9	2									
	SUT-RAS-1				3	21				3	21				3	21				3	21				2	22				3	21				1	4	1	18									
	SUT-EURO-2-Aritm	1	5	18				1	5	18				1	5	18				2	9	13				1	6	17				1	5	18				8	15				1	1			
	SUT-EURO-2-Geom	1	18	5				1	17	6				1	17	6				4	14	6				1	17	6				1	17	6				2	15	6				1	1		
	SUT-RAS-2	22	2				22	2				22	2				18	1	5				22	1	1				22	2				22	2				2	1	1						
Austria	SUT-EURO-1-Aritm				2	2	2				2	2	2				2	2	2				3	1	2				2	3	1				2	2	2				2	2	2				
	SUT-EURO-1-Geom				2	4				2	4				2	4				1	5				3	3				2	4				1	4	1				1	4	1				
	SUT-RAS-1				2	4				2	4				2	4				2	4				1	5				2	4				3	3				3	3						
	SUT-EURO-2-Aritm		3	3				3	3				3	3				3	3				3	3				3	3				3	3				2	4				2	4			
	SUT-EURO-2-Geom		3	3				3	3				3	3				3	3				3	3				3	3				3	3				4	2				4	2			
	SUT-RAS-2	6						6				6				6				6				6				6				6				6				6							
Bélgica	SUT-EURO-1-Aritm				2	3	1				2	3	1				2	3	1				2	3	1				2	3	1				2	3	1				1	5				1	5
	SUT-EURO-1-Geom				3	3				3	3				3	3				3	3				3	3				3	3				3	3				3	3						
	SUT-RAS-1				1	5				1	5				1	5				1	5				1	5				1	5				1	5				1	5						
	SUT-EURO-2-Aritm				6				6				6				1	3	2				1	5				6				2	3				2	3				1					
	SUT-EURO-2-Geom	1	5				1	5				1	5				1	3	2				1	4	1				1	5				1	3	1				1							
	SUT-RAS-2	5	1				5	1				5	1				4	2				5	1				5	1				5	1				5	1									
España	SUT-EURO-1-Aritm				2	4				2	4				2	4				4	2				3	3				2	4				3	3				3	3						
	SUT-EURO-1-Geom				4	2				4	2				4	2				2	4				3	3				4	2				4	2				2	3	1					
	SUT-RAS-1				6				6				6				6				6				6				6				6				1	5									
	SUT-EURO-2-Aritm		1	5				1	5				1	5				3	3				1	5				1	5				1	5				2	4								
	SUT-EURO-2-Geom		5	1				5	1				5	1				3	2	1				5	1				5	1				5	1				4	2							
	SUT-RAS-2	6						6				6				3	1	2				6				6				6				6				6									
Italia	SUT-EURO-1-Aritm				2	4				2	4				2	4				3	3				3	3				2	4				2	4				2	3	1					
	SUT-EURO-1-Geom				4	2				4	2				4	2				3	3				3	3				4	2				4	2				4	2						
	SUT-RAS-1				6				6				6				6				6				6				6				6				1	5									
	SUT-EURO-2-Aritm	1	1	4				1	1	4				1	1	4				1	5				1	1	4				1	1	4				2	4				2	4				
	SUT-EURO-2-Geom		5	1				4	2				4	2				6				5	1				4	2				1	4	1				1	4	1							
	SUT-RAS-2	5	1				5	1				5	1				5	1				5	1				5	1				5	1				5	1									

Elaboración propia.

La Tabla 36 representa la posición relativa en la que quedan los métodos de proyección según el estadístico de bondad de ajuste para cada país. Así, por ejemplo, en Austria, el SUT-RAS-2 queda en primera posición seis veces para los seis horizontes de proyección considerados con todos los estadísticos de bondad de ajuste y en el rango combinado. Por otro lado, el SUT-EURO-2-Geométrico queda tres veces como el segundo mejor método y tres como el tercer mejor método de acuerdo con el rango combinado. Y así análogamente para cada bloque territorial y medida de bondad de ajuste. Interpretando la Tabla 36 de este modo, es fácil ver en la misma que los métodos Tipo 2 presentan un mejor nivel de desempeño que los métodos Tipo 1.

Con casi absoluta unanimidad, los métodos Tipo 2 se encuentran situados en las tres primeras posiciones del ranking, en todos los países y para cualquiera de los periodos de proyección considerados y para la práctica totalidad de estadísticos de bondad de ajuste con los que hemos trabajado. Sólo existen dos excepciones a esta regla general, las correspondientes a las proyecciones de Bélgica en el horizonte de predicción 02-03. En ese caso, los métodos Tipo 1 superan a los SUT-EURO Aritmético y Geométrico Tipo 2, pero únicamente para el estadístico de bondad de ajuste del Indicador de Similitud. El Indicador de Similitud (una transformación lineal del coeficiente de correlación entre los elementos de la tabla proyectada frente a los de la tabla objetivo) es la medida de bondad de ajuste que peor discrimina de las que empleamos en este trabajo. De hecho, Knudsen y Fotheringham<sup>405</sup> critican su capacidad comparativa ya que el estadístico suele presentar valores muy elevados con bastante rapidez, a pesar de que el error medio porcentual sea elevado.

En particular, para el caso de Bélgica los resultados por métodos para el Indicador de Similitud se encuentran en la Tabla 37.

Es el único caso en el que se presenta la paradoja de Myernik de todos los métodos empleados para el conjunto de los marcos Input-Output proyectados. Como puede verse, la diferencia de bondad de ajuste es insignificante entre los métodos de acuerdo con el Indicador de Similitud (de ahí su escasa capacidad de discriminación). Esto, unido a que con las tablas de Bélgica existen dificultades a la hora de implementar los métodos debido a la colinealidad aproximada que presenta la tabla de Origen y que conduce a un peor ajuste por este motivo, explican la paradoja de Myernik en este caso, que constituye la excepción a la regla general que representa la siguiente sentencia: "en todos los casos, para todas los estadísticos de

---

<sup>405</sup> Véase Knudsen, D.C, y Fotheringham, A.S. (1986) op. cit. pp.135-136

medidas de bondad de ajuste, país y horizonte de proyección considerados, los métodos Tipo 2 presentan mejor nivel de desempeño que los métodos Tipo 1.

Tabla 37. Valores de los indicadores de similitud para las proyecciones de las TOD de Bélgica.

	SUT-EURO-1- Aritm	SUT-EURO-1- Geom	SUT-RAS-1	SUT-EURO-2- Aritm	SUT-EURO-2- Geom	SUT-RAS-2
00_05	99,638	99,655	99,525	99,816	99,818	99,828
00_01	99,927	99,927	99,919	99,978	99,984	99,973
01_02	99,966	99,966	99,960	99,984	99,984	99,985
02_03	<b>99,924</b>	<b>99,924</b>	<b>99,935</b>	99,907	99,907	99,967
03_04	99,944	99,945	99,922	99,947	99,951	99,975
04_05	99,803	99,807	99,779	99,824	99,826	99,835

Elaboración propia

Por tanto, podemos concluir con bastante rotundidad, que siempre que se disponga de información exógena suficiente lo razonable es emplear la misma en la proyección, como pone de manifiesto el hecho de que los métodos Tipo 2 siempre son preferibles a los Tipo 1 en nuestro caso.

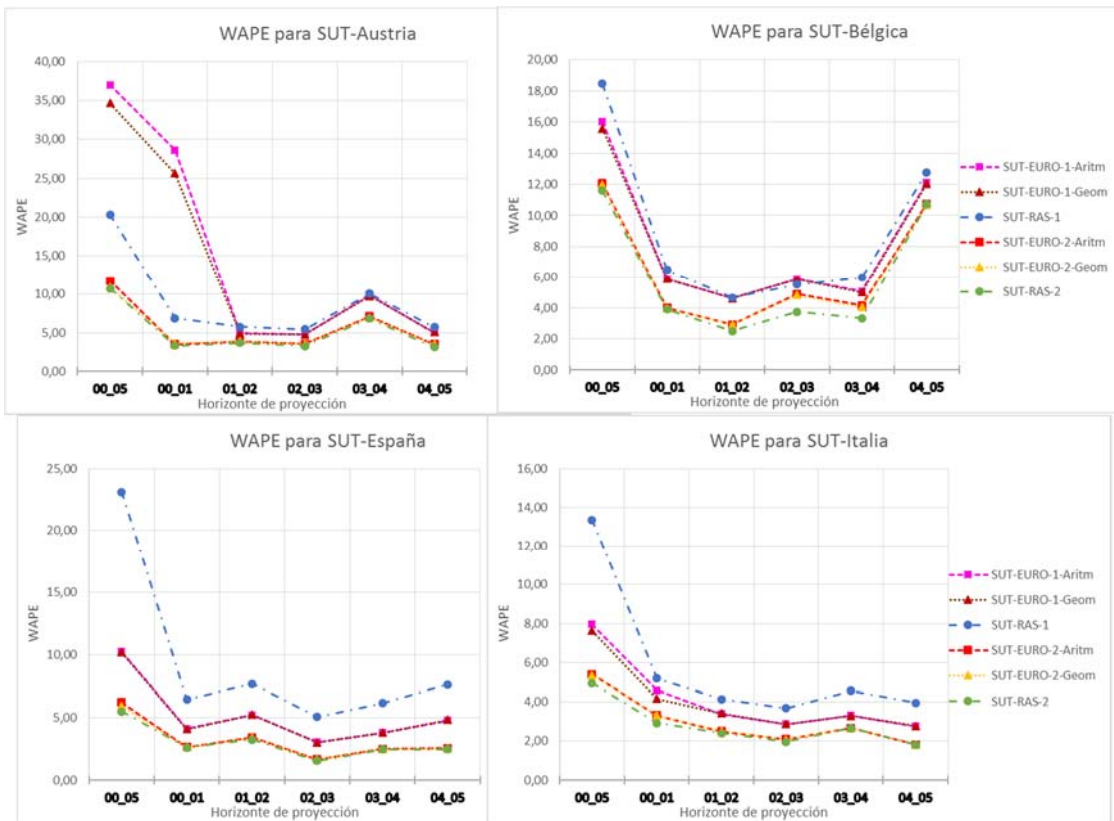
Otra forma de presentar los resultados de la Tabla 36 de manera gráfica sería a través de la representación en un gráfico los errores obtenidos para cada tipo de método y horizonte de proyección. Estas gráficas muestran además otro aspecto que no queda reflejado en la Tabla 36. Éste es que, a pesar de que los métodos Tipo 2 son superiores a los métodos Tipo 1, la diferencia de bondad de ajuste entre ambas categorías de métodos son muy reducidas.

En los Gráficos 4 y 5 se presenta esta información para los estadísticos de bondad de ajuste WAPE y  $\rho$ -SWAPE por periodo de proyección y país. En ellos queda perfectamente reflejado lo anteriormente descrito acerca de la mejor bondad de ajuste de los métodos Tipo 2 frente a los métodos Tipo 1. Sin embargo, como ya se ha adelantado ambas categorías presentan una gran bondad de ajuste y son muy similares.

Se han seleccionado únicamente estos dos estadísticos como muestra, ya que el WAPE representa una medida absoluta sin cota superior (cuanto más próximo a cero mejor ajuste), y  $\rho$ -SWAPE es del otro grupo, relativizada y acotada entre 0 y 1 (cuanto más próximo a uno, mejor ajuste). El resto de gráficos para los demás estadísticos de bondad de ajuste son prácticamente análogos.

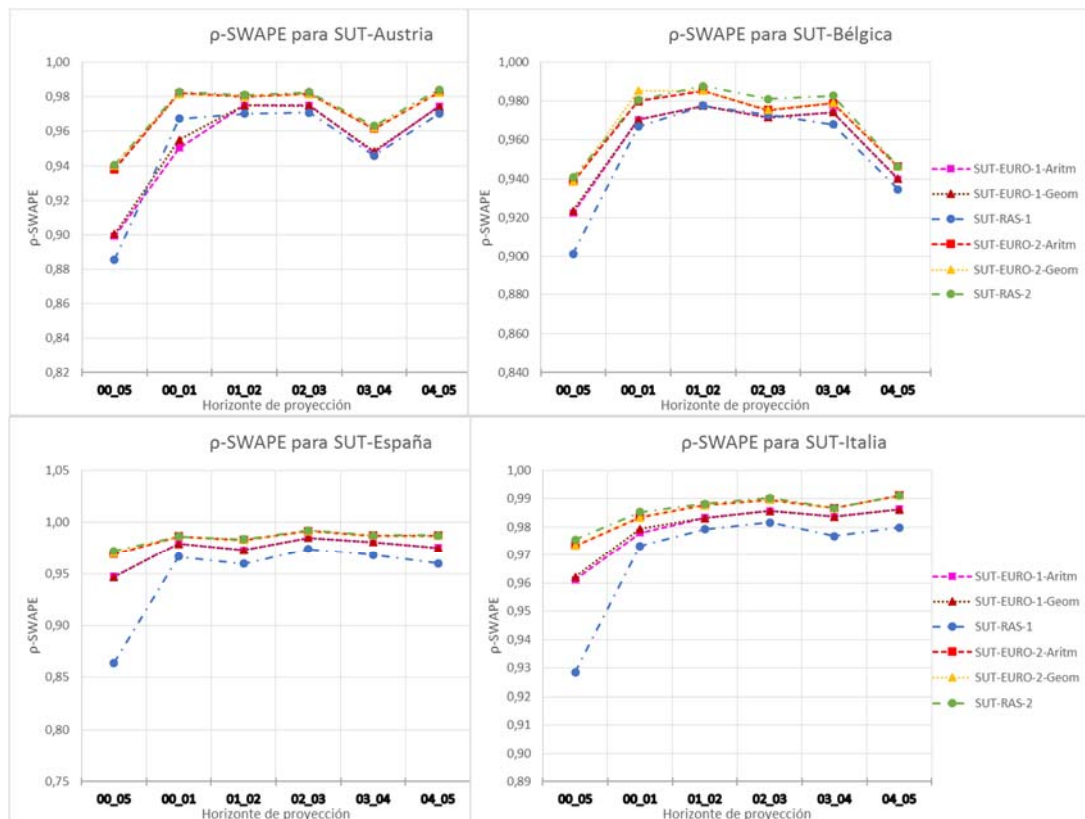


Gráfico 4. WAPE por país, método y horizonte de proyección.



Elaboración propia.

Gráfico 5.  $\rho$ -SWAPE por país, método y horizonte de proyección.



Elaboración propia.

Como puede verse en ellos, los métodos Tipo 2 presentan una mejor bondad de ajuste que los Tipo 1. La inclusión de la información exógena, en el caso del WAPE, supone una mejora de la medida de bondad de ajuste de aproximadamente un 40% en el valor del estadístico. En el caso del  $\rho$ -SWAPE la mejora es de en torno al 4%. Esta mejora suele ser importante cuando el periodo de proyección es a 5 años. En los horizontes de proyección anuales, la mejora aun siendo generalizada, no es tan significativa.

Como puede verse, si comparamos las bondades de ajuste de los métodos restringidos a cada tipo, aunque posteriormente se verá que existen tendencias globales, en muchos casos las bondades de ajuste son prácticamente iguales, siendo difícil distinguir a simple vista cuál método tiene un mejor desempeño dentro de los del Tipo 2, y dentro de los del Tipo 1.

Por consiguiente, aunque en sucesivos apartados analizaremos que métodos funcionan mejor dentro de los de ambos tipos, y extraigamos la prelación entre ellos, las bondades de ajuste son por lo general bastante elevadas y muy parejas en ambos casos.

A modo de resumen de todo lo expuesto en este apartado, podemos concluir que:

- Los métodos Tipo 2 tienen una mejor capacidad de ajuste que los métodos Tipo 1, con independencia del estadístico de bondad de ajuste, país y periodo de proyección.
- Las bondades de ajuste son por lo general muy elevadas, y si comparamos los 3 métodos de cada grupo las diferencias en los estadísticos de bondad de ajuste son, por lo general, muy reducidas.

### **5.5.2 ¿Qué método es preferible de los SUT-EURO: el aritmético o el geométrico?**

Antes de pasar a analizar separadamente los métodos Tipo 1 de los métodos Tipo 2, vamos a realizar una última comparativa global para evaluar qué alternativa presenta mejores resultados a la hora de realizar la proyección dentro de la familia de métodos SUT-EURO: la versión media aritmética del mismo, o la versión media geométrica.

Como hemos venido comprobando hasta el momento, ambas versiones tienen un nivel de bondad de ajuste muy similar. Esto se ve claramente reflejado en los Gráficos 6 y 7 en los que

se representan los histogramas suavizados o densidades empíricas<sup>406</sup> de los resultados de los métodos de proyección SUT-EURO para cada uno de los estadísticos de bondad de ajuste.

Como puede verse, las densidades empíricas se encuentran prácticamente superpuestas y son muy coincidentes, excepto por el hecho de que los métodos aritméticos (sombreados en color rosa pálido) exceden el error de los métodos geométricos (sombreados en azul claro) ligeramente. Este hecho se ve más claramente en los histogramas correspondientes a los métodos Tipo 1, no estando tan claro en los histogramas de los métodos Tipo 2.

Para una mayor claridad y para determinar la prevalencia de un método respecto del otro de manera más clara, vamos a comparar por parejas la bondad de ajuste de cada uno de manera individual para cada país y horizonte de proyección. De este modo, contabilizaremos de manera general quién presenta mejores resultados en cada una de las medidas de bondad de ajuste. Estos resultados se encuentran en las Tablas 38 y 39 en las que se ha separado el horizonte quinquenal proyección de los horizontes anuales para una mayor claridad expositiva y visibilidad de la tabla.

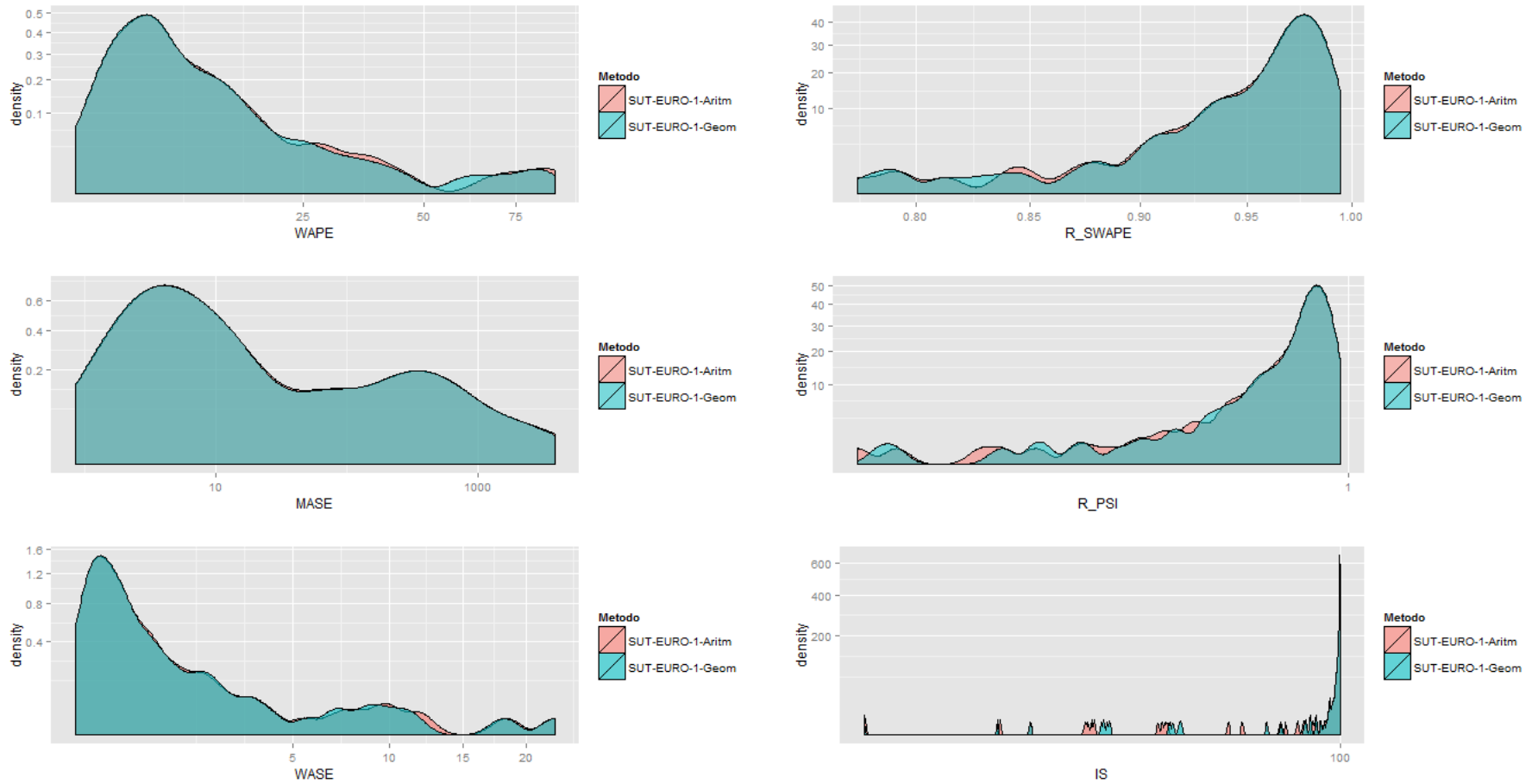
Tabla 38. Porcentaje de situaciones en las que el SUT-EURO-1-Geométrico es superior a su equivalente Aritmético en el horizonte de proyección quinquenal.

		Rango Combinado	WAPE	MASE	WASE	$\rho$ -SWAPE	$\rho$ -PSI	Ind. Simil.
		Horizonte de Proyección	00-05	00-05	00-05	00-05	00-05	00-05
<b>SUT-EURO-1</b>	Austria	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
	Bélgica	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
	España	100%	100%	100%	0%	0%	100%	0%
	Italia	100%	100%	100%	0%	100%	100%	100%
	Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
<b>SUT-EURO-2</b>	Austria	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
	Bélgica	100%	100%	100%	100%	0%	100%	100%
	España	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
	Italia	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
	Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%

Elaboración propia.

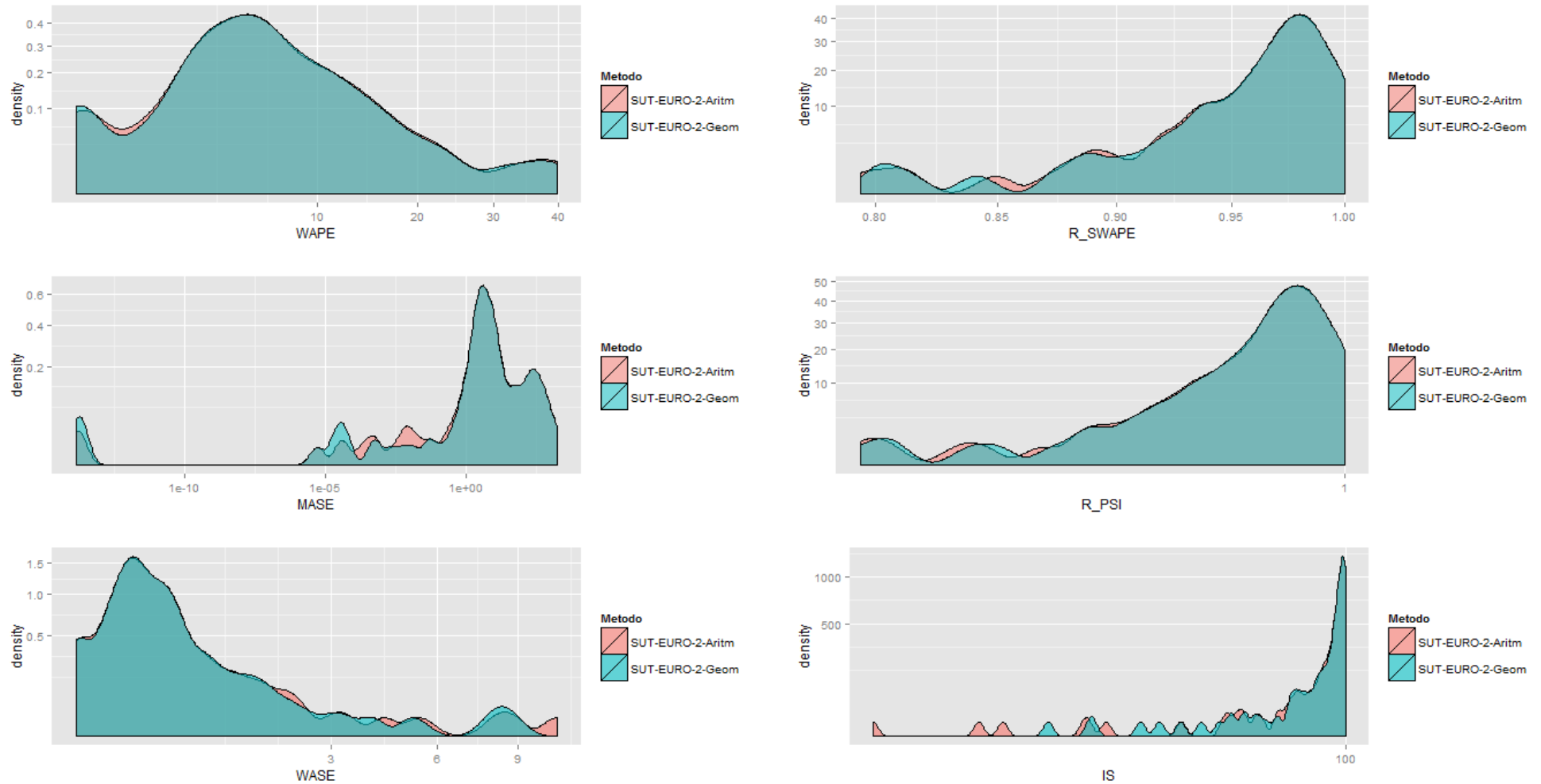
<sup>406</sup> Esta representación gráfica se ha realizado con la instrucción 'geom\_density' perteneciente al paquete 'ggplot2' del programa R. La misma, estima una función de densidad suavizada a partir del histograma de datos. Para más información véase [http://docs.ggplot2.org/0.9.3.1/geom\\_density.html](http://docs.ggplot2.org/0.9.3.1/geom_density.html)

Gráfico 6. Densidades empíricas de las medidas de bondad de ajuste para los métodos SUT-EURO-1



Elaboración propia

Gráfico 7. Densidades empíricas de las medidas de bondad de ajuste para los métodos SUT-EURO-2



Elaboración propia

Como puede verse en la Tabla 38, en lo que respecta a proyecciones a más largo plazo, el resultado no arroja ninguna duda. El método geométrico es claro vencedor frente al aritmético en casi todas las comparativas. Sólo en 5 de las 24 comparativas realizadas con todas las medidas de bondad de ajuste el método aritmético obtiene ligeramente unas mejores proyecciones que el método geométrico. En el rango combinado no queda ninguna duda.

Este resultado es válido tanto en el caso del método SUT-EURO-1 como en el caso del método SUT-EURO-2. En ambos casos es netamente superior el método geométrico frente al aritmético.

En la Tabla 39 se realiza el mismo análisis para los horizontes de proyección anuales.

Tabla 39. Porcentaje de situaciones en las que el SUT-EURO-2-Geométrico es superior a su equivalente Aritmético.

		Rango Combinado	WAPE	MASE	WASE	$\rho$ -SWAPE	$\rho$ -PSI	Ind. Simil.
Horizonte de Proyección		Anual	Anual	Anual	Anual	Anual	Anual	Anual
<b>SUT-EURO-1</b>	Austria	60%	60%	60%	40%	60%	60%	40%
	Bélgica	80%	80%	80%	80%	80%	80%	80%
	España	60%	60%	60%	40%	60%	60%	40%
	Italia	60%	60%	60%	60%	40%	60%	60%
	Total	65%	65%	65%	55%	60%	65%	55%
<b>SUT-EURO-2</b>	Austria	40%	40%	40%	40%	40%	40%	60%
	Bélgica	100%	100%	100%	40%	100%	100%	80%
	España	80%	80%	80%	80%	80%	80%	60%
	Italia	60%	60%	60%	80%	60%	60%	80%
	Total	70%	70%	70%	60%	70%	70%	70%

Elaboración propia.

En este caso, para cada país se han realizado cinco proyecciones anuales (00-01, 01-02, 02-03, 03-04 y 04-05). En la tabla se presenta el porcentaje de situaciones en los que el método geométrico es superior al aritmético de las 5 proyecciones anuales analizadas para cada país y estadístico de bondad de ajuste. En la última fila se tiene los resultados globales sin tener en consideración el país.

Los resultados en este caso, vuelven a situar al método geométrico como superior al método aritmético. Sin embargo, la unanimidad no es tan señalada y existen ciertas desviaciones de esta regla general que merecen ser reseñadas.

En primer lugar, es reseñable que la unanimidad no es tan acentuada, siendo en promedio en 2 de cada 3 veces las situaciones en las que el método geométrico es superior al aritmético. Por tanto, para horizontes anuales no está tan clara la superioridad de aquél sobre éste.

Es singular el hecho de que en el caso de Austria, por lo general, el método aritmético proporciona mejores proyecciones que el método geométrico, especialmente en el método SUT-EURO-2. Sin ser muy acusada la dominancia, es una realidad que en este caso el método aritmético consigue logra poner la balanza de su lado un mayor número de veces en su comparación con su equivalente geométrico.

Es preciso recordar en relación con el hecho anterior, que el método SUT-EURO-2-Aritmético presentaba problemas de convergencia, especialmente en Bélgica y Austria. A pesar de ello, es estos países donde el método aritmético consigue unos resultados mejores que su alternativa geométrica.

Esta situación no es del todo extraña, recordemos que el grado de la divergencia era muy escasa, y con poca relevancia. En el fondo esta situación presenta un gran paralelismo con la teoría de la estimación puntual en la que en algunos casos existen estimadores sesgados que presentan un menor error cuadrático medio que los estimadores insesgados de mínima varianza. Es decir, en algunas ocasiones puede ser preferible un pequeño sesgo (divergencia) si la precisión de la estimación es mayor.

A pesar de todo lo anterior, el método geométrico es mayoritariamente superior al aritmético en los casos de horizonte de proyección anual, en casi todos los países –con la excepción citada de Austria- y para la mayoría de medidas de bondad de ajuste.

A modo de resumen de todo lo anterior, podemos extraer las siguientes conclusiones de este apartado:

- La conclusión general es que el método geométrico es netamente superior en bondad de ajuste al método aritmético tanto para SUT-EURO-1 como en el caso del SUT-EURO-2. Esto unido a que los métodos geométricos no presentan tantos problemas de convergencia en la práctica, conduce a que la recomendación general deba ser que es

más conveniente en la práctica inclinarse por los métodos geométricos frente a los aritméticos.

- Esta superioridad se acentúa en mayor medida cuando el horizonte de proyección es a más largo plazo.
- En horizontes de proyección anuales, el geométrico vuelve a ser superior por lo general, aunque no con tanta prevalencia.
- A pesar de lo anterior, existen situaciones como es el caso de Austria, en las que el método aritmético obtiene unos mejores resultados que en el resto de países. Este hecho es más acentuado en el caso del SUT-EURO-2 en el que método aritmético obtiene mejores resultados que el geométrico para el caso de este país. Por tanto, a pesar de la regla general dada en el primer apartado, en el caso de una aplicación particular para un territorio, sería conveniente llevar a cabo un análisis previo de cada situación, que incluyera la ejecución de ambos métodos y la comparación de los resultados para una serie histórica de tablas ya publicadas, antes de decantarse inicialmente por un método u otro.

### **5.5.3 ¿Qué método de proyección es más adecuado dependiendo de la información exógena de que dispongamos?**

En los apartados anteriores hemos concluido que, por un lado, los métodos Tipo 2 son superiores a los métodos Tipo 1. Este hecho es más que razonable ya que el volumen de información con el que cuentan es superior. Del mismo modo, por otro lado, también hemos visto que con información homogénea, ciñéndonos únicamente al método SUT-EURO, el método geométrico suele proporcionar unas mejores proyecciones que el método aritmético dentro de cada grupo de métodos (Tipo 1 ó Tipo 2).

En este apartado vamos a determinar si podemos extraer una regla general que nos permita decidir qué método es el más adecuado para realizar la proyección en función de la información exógena de que dispongamos.

Vamos a analizar por separado los métodos Tipo 1 de los métodos Tipo 2 por un doble motivo:

- Por un lado son situaciones no comparables, ya que ambos funcionan con distinto grado de información exógena. Indudablemente ha quedado claro que, para los casos abordados en este trabajo, es preferible disponer de mayor información exógena a no disponerla. Sin embargo, en la práctica se da la circunstancia de que no siempre es



posible disponer de toda la información exógena que requieren los métodos Tipo 2. Esto implica que los métodos Tipo 1 son útiles en aquellas situaciones en las que la producción exógena por ramas no es un dato disponible. Esto es habitual en aquellos casos en los que queremos obtener un marco para dimensiones territoriales reducidas, o en países con sistemas estadísticos poco desarrollados, en los que las estimaciones oficiales no proporcionen toda la información necesaria. Por ejemplo, si quisiéramos proyectar marcos Input-Output provinciales a partir de un marco regional, a este nivel de desagregación territorial las macromagnitudes económicas de las que disponemos información no suelen ir más allá del VAB y a lo más que podríamos aspirar es a aplicar un método Tipo 1.

- Por otro lado, las conclusiones van a ser diferentes como se verá a continuación. En el caso de los métodos Tipo 2, el método SUT-RAS va a ser el que mejor proyecciones va a realizar; y en el caso de los métodos Tipo 1, van a ser los métodos basados en la metodología SUT-EURO los que presentan mejores proyecciones.

#### ***Determinación del mejor método de proyección en los métodos Tipo 2.***

Esta cuestión es fácil de delimitar, y queda reflejada de manera bastante clara en la Tabla 36 que presentamos en un epígrafe anterior.

El método SUT-RAS-2 es el método que arroja mejores proyecciones de entre los métodos Tipo 2 con una gran generalidad. En 22 de la 24 proyecciones realizadas, el método SUT-RAS-2 queda en primera posición del ranking, con independencia de la medida de bondad de ajuste considerada. A pesar de esta neta superioridad del SUT-RAS-2, la bondad de ajuste de los métodos SUT-EURO-2 realizan proyecciones de un nivel de bondad de ajuste muy similar, aunque ligeramente por debajo del método SUT-RAS-2.

Con el objeto de ilustrar de manera simple estas ideas, en las Tablas 40 a 45 se presentan los rangos combinados y su varianza o unanimidad<sup>407</sup>, de manera diferenciada para los horizontes de proyección quinquenal y cada horizonte de proyección anual.

Como puede observarse en la Tabla 40, el método SUT-RAS-2 es el mejor método en el horizonte de proyección quinquenal de los métodos de Tipo 2. Además lo es de manera

---

<sup>407</sup> Una varianza igual a 0 implica que el rango asignado por todos los estadísticos de bondad de ajuste son coincidentes. Cuanto mayor sea la varianza, menor será la unanimidad y más divergencias encontramos en los rangos asignados por los diferentes estadísticos de bondad de ajuste.

unánime, con independencia del estadístico de bondad de ajuste considerado. A continuación vendría el SUT-EURO-2-Geométrico y por último el SUT-EURO-2-Aritmético, como quedó patente ya en el apartado anterior.

Tabla 40. Ranking combinado de los métodos Tipo 2 por países para el horizonte de proyección 2000-2005.

País	Método	Rango Combinado	Varianza (Unanimidad)
Austria	SUT-RAS-2	1	0
Bélgica	SUT-RAS-2	1	0
España	SUT-RAS-2	1	0
Italia	SUT-RAS-2	1	0
Austria	SUT-EURO-2-Geom	2	0
Bélgica	SUT-EURO-2-Geom	2	0.3
España	SUT-EURO-2-Geom	2	0
Italia	SUT-EURO-2-Geom	2	0
Austria	SUT-EURO-2-Aritm	3	0
Bélgica	SUT-EURO-2-Aritm	3	0.3
España	SUT-EURO-2-Aritm	3	0
Italia	SUT-EURO-2-Aritm	3	0

Elaboración propia.

En las Tablas 41 a 45, encontramos la misma información pero para los horizontes de proyección anuales. Como puede observarse en las mismas, los resultados son análogos, aunque con algo más de variabilidad.

Tabla 41. Ranking combinado de los métodos Tipo 2 por países para el horizonte de proyección 2000-2001.

País	Método	Periodo	Rango Combinado	Unanimidad
Austria	SUT-RAS-2	00_01	1	0
Bélgica	SUT-RAS-2	00_01	1	0.9
España	SUT-RAS-2	00_01	1	0
Italia	SUT-RAS-2	00_01	1	0
Austria	SUT-EURO-2-Aritm	00_01	2	0.3
Bélgica	SUT-EURO-2-Geom	00_01	2	0.3
España	SUT-EURO-2-Geom	00_01	2	0
Italia	SUT-EURO-2-Geom	00_01	2	0
Austria	SUT-EURO-2-Geom	00_01	3	0.3
Bélgica	SUT-EURO-2-Aritm	00_01	3	0.7
España	SUT-EURO-2-Aritm	00_01	3	0
Italia	SUT-EURO-2-Aritm	00_01	3	0

Elaboración propia.

Tabla 42. Ranking combinado de los métodos Tipo 2 por países para el horizonte de proyección 2001-2002.

País	Método	Periodo	Rango Combinado	Unanimidad
Austria	SUT-RAS-2	01_02	1	0
Bélgica	SUT-RAS-2	01_02	1	0
España	SUT-RAS-2	01_02	1	0.3
Italia	SUT-RAS-2	01_02	1	0
Austria	SUT-EURO-2-Aritm	01_02	2	0
Bélgica	SUT-EURO-2-Geom	01_02	2	0.5
España	SUT-EURO-2-Geom	01_02	2	0.3
Italia	SUT-EURO-2-Aritm	01_02	2	0.3
Austria	SUT-EURO-2-Geom	01_02	3	0
Bélgica	SUT-EURO-2-Aritm	01_02	3	0.5
España	SUT-EURO-2-Aritm	01_02	3	0
Italia	SUT-EURO-2-Geom	01_02	3	0.3

Elaboración propia.

Tabla 43. Ranking combinado de los métodos Tipo 2 por países para el horizonte de proyección 2002-2003.

País	Método	Periodo	Rango Combinado	Unanimidad
Austria	SUT-RAS-2	02_03	1	0
Bélgica	SUT-RAS-2	02_03	1	0
España	SUT-RAS-2	02_03	1	0.7
Italia	SUT-RAS-2	02_03	1	0
Austria	SUT-EURO-2-Geom	02_03	2	0
Bélgica	SUT-EURO-2-Geom	02_03	2	1.0
España	SUT-EURO-2-Geom	02_03	2	0.3
Italia	SUT-EURO-2-Geom	02_03	2	0
Austria	SUT-EURO-2-Aritm	02_03	3	0
Bélgica	SUT-EURO-2-Aritm	02_03	3	1.2
España	SUT-EURO-2-Aritm	02_03	3	0.3
Italia	SUT-EURO-2-Aritm	02_03	3	0

Elaboración propia.

Tabla 44. Ranking combinado de los métodos de proyección Tipo 2 por países para el horizonte de proyección 2003-2004.

País	Método	Periodo	Rango Combinado	Unanimidad
Austria	SUT-RAS-2	03_04	1	0
Bélgica	SUT-RAS-2	03_04	1	0
España	SUT-RAS-2	03_04	1	0
Italia	SUT-EURO-2-Aritm	03_04	1	0.3
Austria	SUT-EURO-2-Geom	03_04	2	0
Bélgica	SUT-EURO-2-Geom	03_04	2	0
España	SUT-EURO-2-Aritm	03_04	2	0
Italia	SUT-EURO-2-Geom	03_04	2	0.7
Italia	SUT-RAS-2	03_04	2	0.5
Austria	SUT-EURO-2-Aritm	03_04	3	0
Bélgica	SUT-EURO-2-Aritm	03_04	3	0
España	SUT-EURO-2-Geom	03_04	3	0

Elaboración propia.

Tabla 45. Ranking combinado de los métodos Tipo 2 por países para el horizonte de proyección 2004-2005.

País	Método	Periodo	Rango Combinado	Unanimidad
Austria	SUT-RAS-2	04_05	1	0
Bélgica	SUT-EURO-2-Geom	04_05	1	0.3
España	SUT-RAS-2	04_05	1	0.7
Italia	SUT-RAS-2	04_05	1	0
Austria	SUT-EURO-2-Aritm	04_05	2	0
Bélgica	SUT-RAS-2	04_05	2	0.5
España	SUT-EURO-2-Geom	04_05	2	0.5
Italia	SUT-EURO-2-Geom	04_05	2	0
Austria	SUT-EURO-2-Geom	04_05	3	0
Bélgica	SUT-EURO-2-Aritm	04_05	3	0.3
España	SUT-EURO-2-Aritm	04_05	3	0.5
Italia	SUT-EURO-2-Aritm	04_05	3	0

Elaboración propia.

En la Tabla 46 resumimos toda esta información, indicando en qué porcentaje de ocasiones queda cada método en primera posición en el Rango Combinado desagregando los resultados para cada país y para el conjunto de todos los países.

Tabla 46. Porcentaje de casos en el que el método de proyección alcanza el primer puesto del Ranking Combinado.

		<i>Horizonte Quinquenal</i>	<i>Horizonte Anual</i>	<i>Global</i>
Austria	SUT-EURO-2-Geom	0%	0%	0%
	SUT-EURO-2-Aritm	0%	0%	0%
	SUT-RAS-2	100%	100%	100%
Bélgica	SUT-EURO-2-Geom	0%	20%	17%
	SUT-EURO-2-Aritm	0%	0%	0%
	SUT-RAS-2	100%	80%	83%
España	SUT-EURO-2-Geom	0%	0%	0%
	SUT-EURO-2-Aritm	0%	0%	0%
	SUT-RAS-2	100%	100%	100%
Italia	SUT-EURO-2-Geom	0%	0%	0%
	SUT-EURO-2-Aritm	0%	20%	17%
	SUT-RAS-2	100%	80%	83%
Total	SUT-EURO-2-Geom	0%	5%	4%
	SUT-EURO-2-Aritm	0%	5%	4%
	SUT-RAS-2	100%	90%	92%

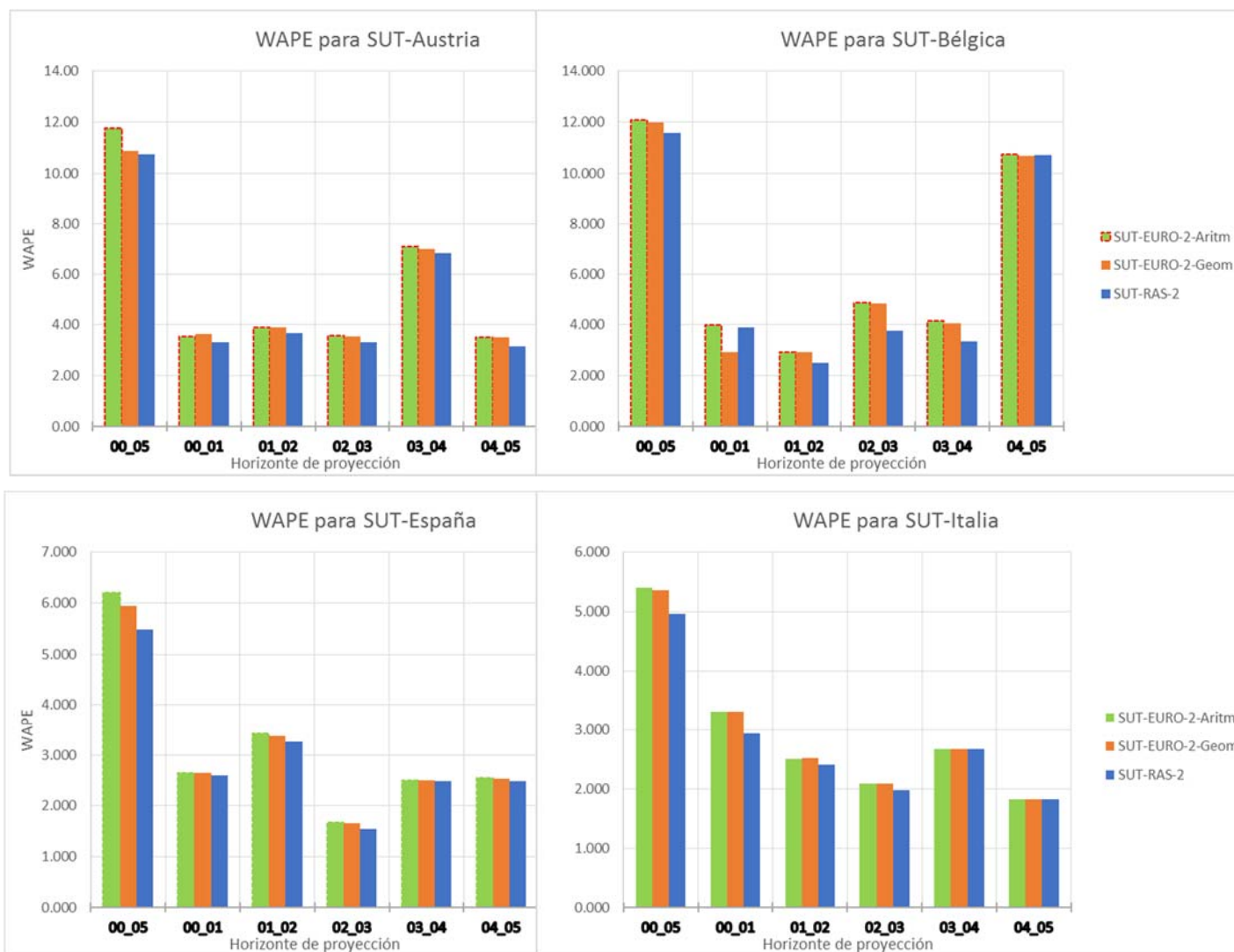
Elaboración propia.

Para los horizontes de proyección anuales, de nuevo, el método SUT-RAS-2 es el mejor de todos los métodos Tipo 2. Sin embargo, en este caso, la unanimidad no es absoluta y, en dos ocasiones, Italia 03-04 y Bélgica 04-05, el SUT-EURO-2 Aritmético y el SUT-EURO-2-Geométrico, respectivamente, son ligeramente superiores al SUT-RAS-2.

En resumen, El SUT-RAS-2 es el mejor método de proyección en todos los países para la proyección quinquenal. A nivel anual la situación es análoga, aunque no unánime. Existe una clara ventaja del SUT-RAS-2 frente a los demás, aunque en algunas ocasiones el método SUT-EURO-2-Geométrico se erige en la mejor opción.

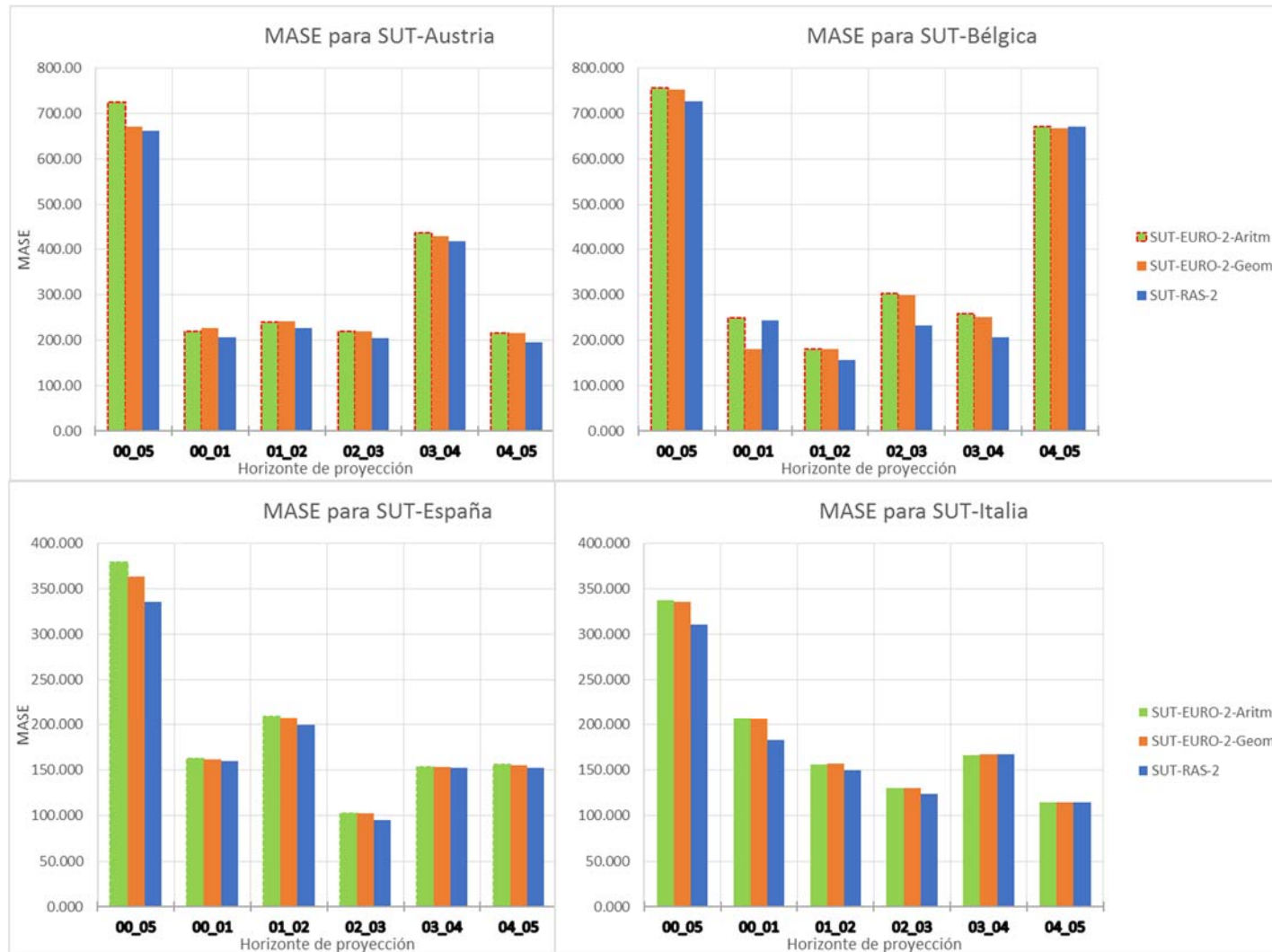
A pesar de la superioridad cualitativa del método SUT-RAS-2 frente a sus alternativas de la familia SUT-EURO-2, en términos cuantitativos la diferencia no es tan elevada. Como puede verse en los Gráficos 8 al 13, los resultados de los estadísticos de bondad de ajuste son muy próximos entre sí, aunque de manera sistemática los correspondientes al SUT-RAS-2 logren mejores registros.

Gráfico 8. Resultados del WAPE por países y horizontes de proyección para los métodos Tipo 2.



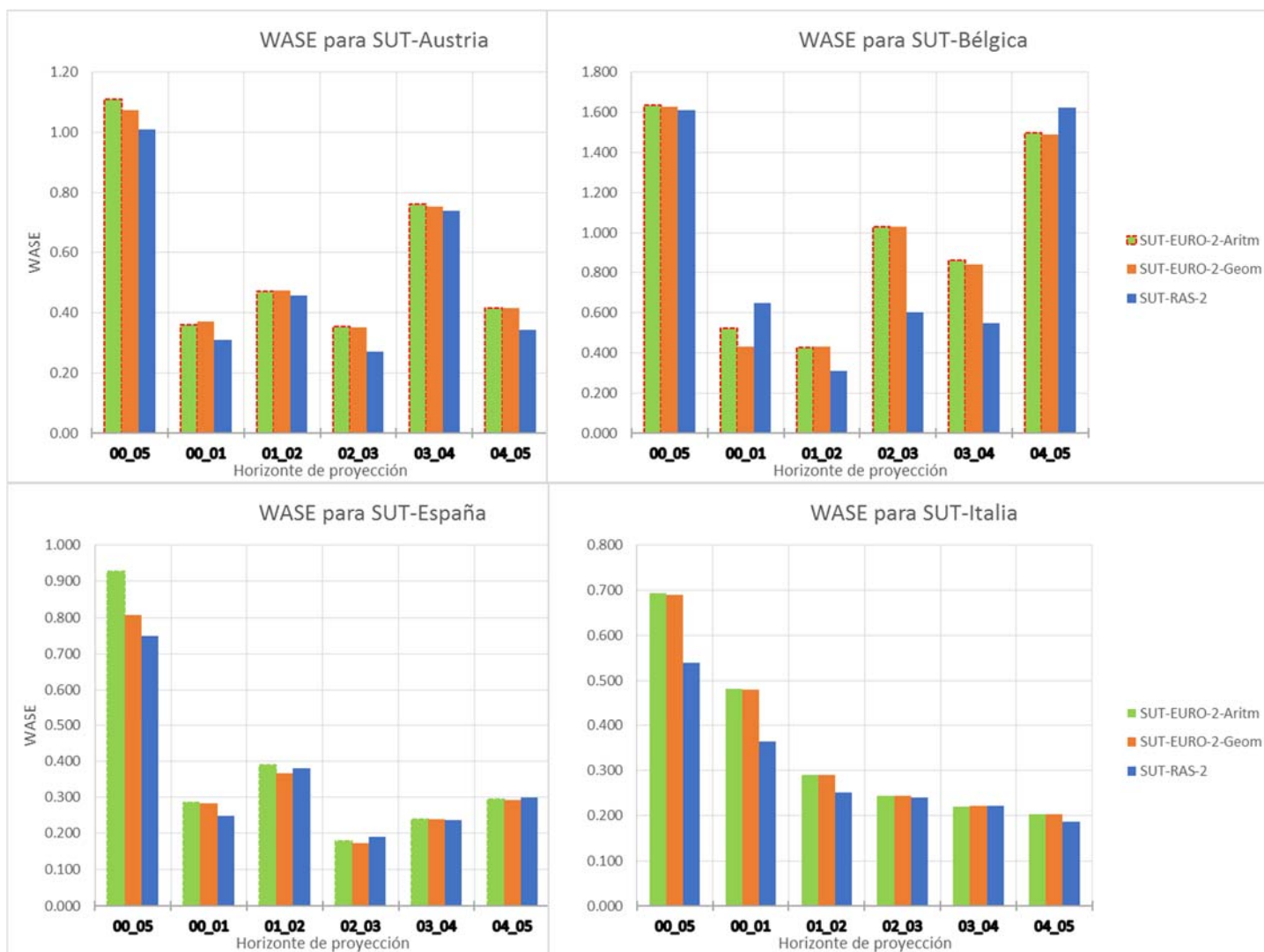
Elaboración propia.

Gráfico 9. Resultados del MASE por países y horizontes de proyección para los métodos Tipo 2.



Elaboración propia.

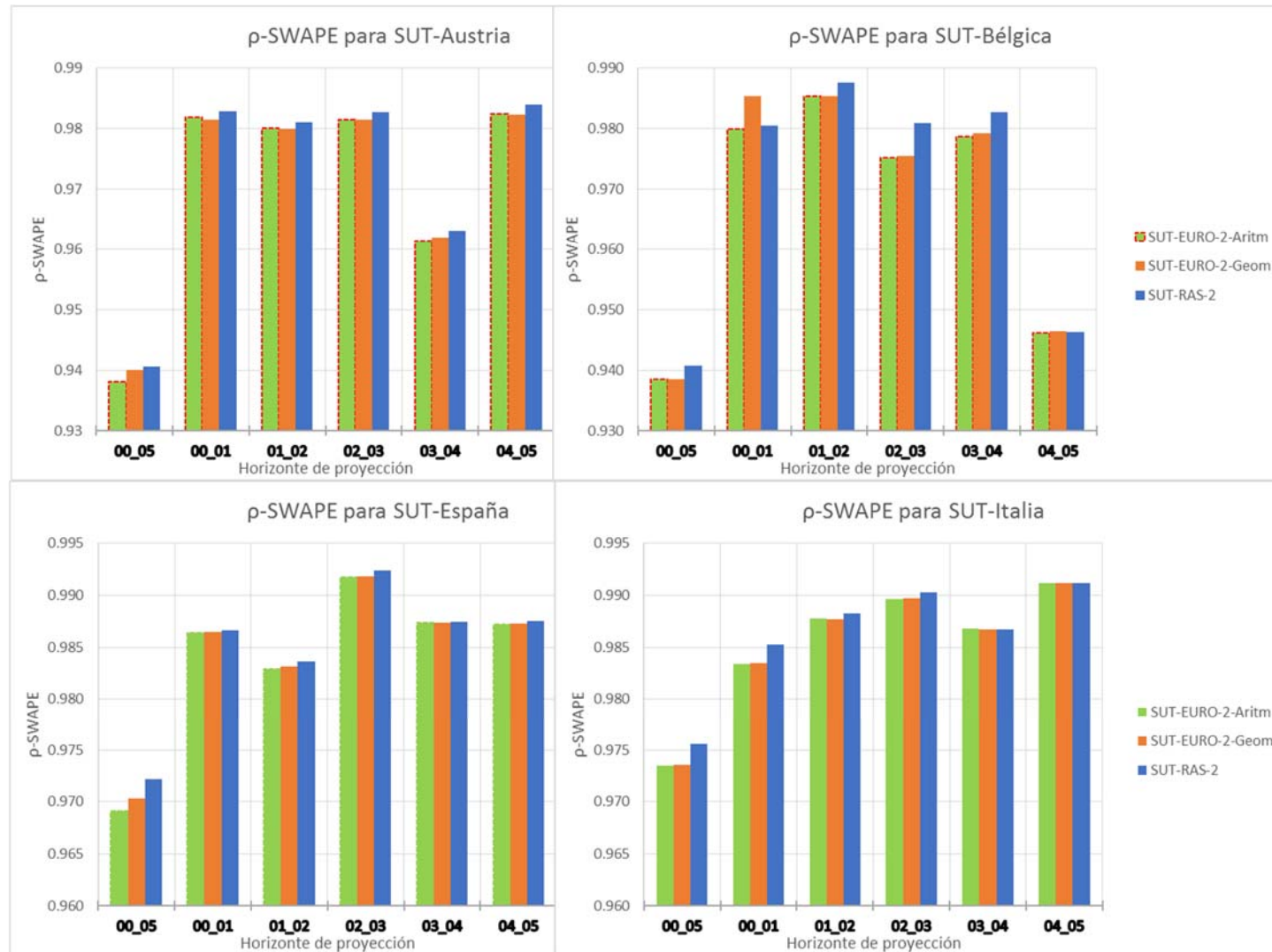
Gráfico 10. Resultados del WASE por países y horizontes de proyección para los métodos Tipo 2.



Elaboración propia.

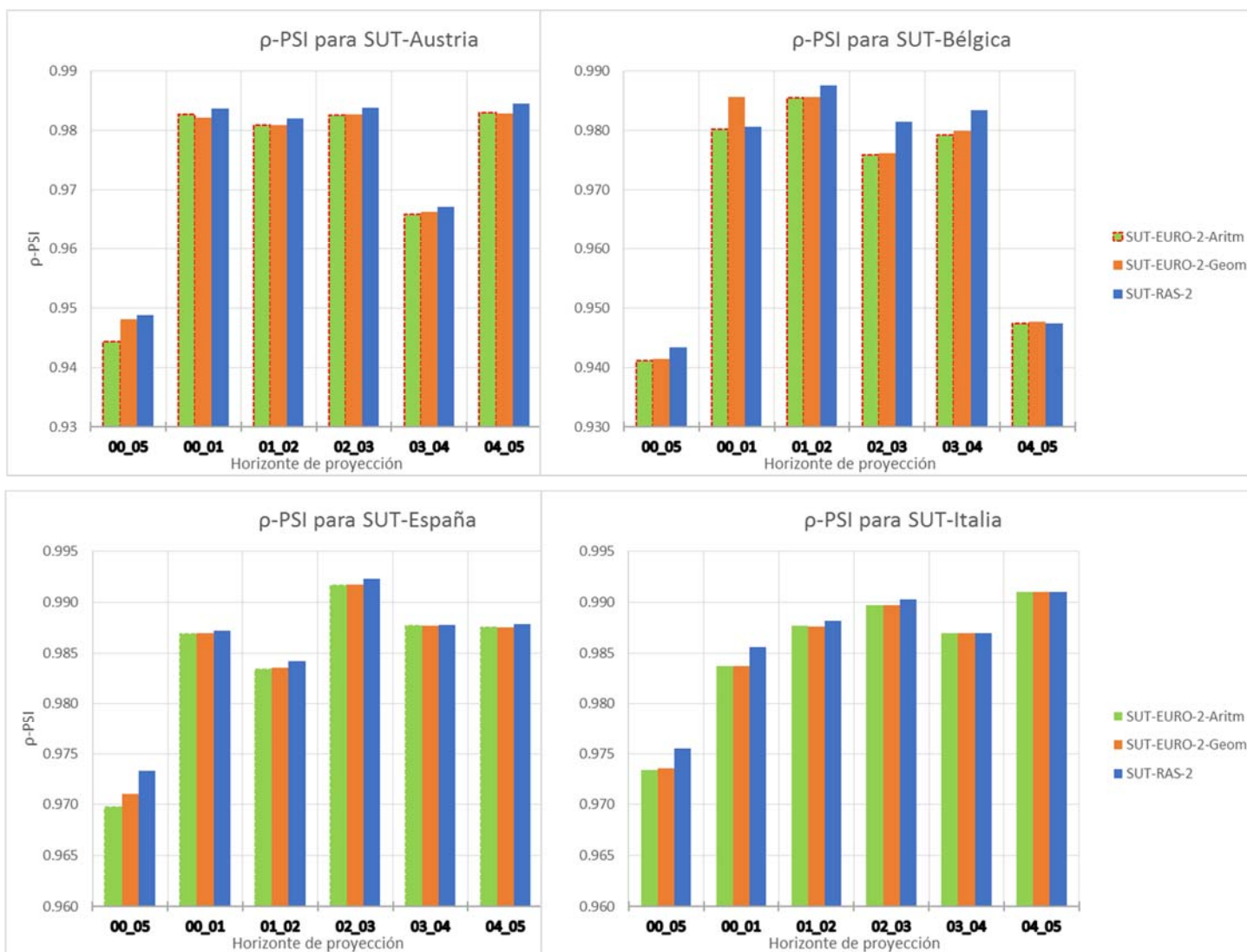


Gráfico 11. Resultados del  $\rho$ -SWAPE por países y horizontes de proyección para los métodos Tipo 2.



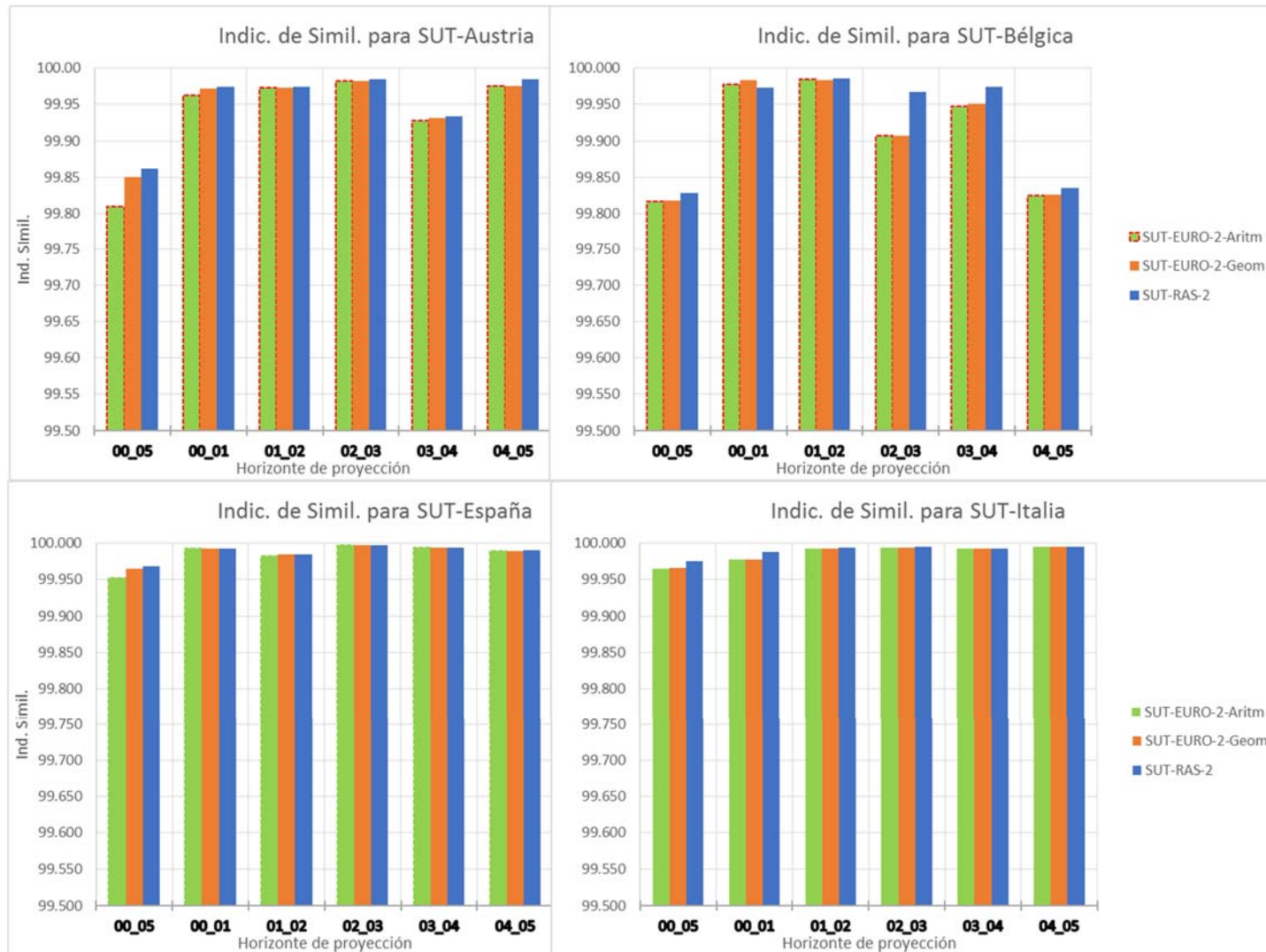
Elaboración propia.

Gráfico 12. Resultados del  $\rho$ -PSI por países y horizontes de proyección para los métodos Tipo 2.



Elaboración propia.

Gráfico 13. Resultados del Indicador de Similitud por países y horizontes de proyección para los métodos Tipo 2.



Elaboración propia.

**Determinación del mejor método de proyección en los métodos Tipo 1.**

Repetimos en este apartado el análisis que hemos realizado en el epígrafe anterior para los métodos Tipo 2, pero en este caso aplicados a los métodos Tipo 1.

En este caso, el resultado principal es diferente a lo visto en los métodos Tipo 2, ya que en este caso los métodos de la familia SUT-EURO, ambos, presentan mejores resultados globales que el SUT-RAS-1, erigiéndose el método de proyección SUT-EURO-1-Geométrico como el más adecuado en entornos con menor información exógena.

De nuevo, para ilustrar esta importante conclusión, presentamos los resultados de los métodos de proyección distinguiendo entre los horizontes de proyección a cinco años frente a los horizontes de proyección anuales.

En la Tabla 47 tenemos el ranking combinado para todas las proyecciones quinquenales por país, junto a la unanimidad de este rango combinado.

*Tabla 47. Ranking combinado de los métodos de proyección Tipo 1 por países para el horizonte de proyección 2000-2005.*

País	Método	Rango Combinado	Unanimidad
Austria	SUT-RAS-1	1	0.7
Bélgica	SUT-EURO-1-Geom	1	0
España	SUT-EURO-1-Geom	1	0.5
Italia	SUT-EURO-1-Geom	1	0.3
Austria	SUT-EURO-1-Geom	2	0.3
Bélgica	SUT-EURO-1-Aritm	2	0
España	SUT-EURO-1-Aritm	2	0.5
Italia	SUT-EURO-1-Aritm	2	0.3
Austria	SUT-EURO-1-Aritm	3	0.3
Bélgica	SUT-RAS-1	3	0
España	SUT-RAS-1	3	0
Italia	SUT-RAS-1	3	0

Elaboración propia.

Una primera conclusión que puede extraerse a tenor de la información presente en la Tabla 47 es que, en el caso de los métodos Tipo 1, los resultados no son tan unánimes como en el caso de los métodos Tipo 2.

Aun así, estos resultados muestran la superioridad de los métodos SUT-EURO-1 en general, y del método geométrico en particular, frente al SUT-RAS-1. Sólo existe una excepción a esta afirmación y corresponde al caso de las tablas de Origen y Destino de Austria en el horizonte de proyección 2000-2005. En este caso, el SUT-RAS-1 supera en bondad de ajuste de acuerdo con el rango combinado, tanto al SUT-EURO-1-Geométrico como al SUT-EURO-1-Aritmético.

En lo que respecta a los horizontes de proyección anuales, los resultados representados en las Tablas 48 a 52 confirman la tendencia ya mostrada en los horizontes de proyección quinquenal. De nuevo, el método SUT-EURO-1-Geométrico presenta las mejores bondades de ajuste con la única excepción, de nuevo, de la proyección de las tablas de Origen y de Destino de Austria para el horizonte de proyección 2000-2001.

Sin embargo, en comparación con la proyección quinquenal, los resultados no son tan unánimes, y en algunos casos se presenta como más adecuado el SUT-EURO-1-Aritmético. De manera residual, en un 10% de las ocasiones el SUT-RAS-1 es el que mejores bondades de ajuste presenta frente a SUT-EURO-1-Geométrico y SUT-EURO-1-Aritmético.

*Tabla 48. Ranking combinado de los métodos de proyección Tipo 1 por países para el horizonte de proyección 2000-2001.*

País	Método	Periodo	Rango Combinado	Unanimidad
Austria	SUT-RAS-1	00_01	1	0
Bélgica	SUT-EURO-1-Aritm	00_01	1	0.3
España	SUT-EURO-1-Geom	00_01	1	0.3
Italia	SUT-EURO-1-Geom	00_01	1	0
Austria	SUT-EURO-1-Geom	00_01	2	0
Bélgica	SUT-EURO-1-Geom	00_01	2	0.3
España	SUT-EURO-1-Aritm	00_01	2	0.3
Italia	SUT-EURO-1-Aritm	00_01	2	0.3
Austria	SUT-EURO-1-Aritm	00_01	3	0
Bélgica	SUT-RAS-1	00_01	3	0
España	SUT-RAS-1	00_01	3	0
Italia	SUT-RAS-1	00_01	3	0.3

Elaboración propia

Tabla 49. Ranking combinado de los métodos de proyección Tipo 1 por países para el horizonte de proyección 2001-2002.

País	Método	Periodo	Rango Combinado	Unanimidad
Austria	SUT-EURO-1-Geom	01_02	1	0.5
Bélgica	SUT-EURO-1-Aritm	01_02	1	0.5
España	SUT-EURO-1-Aritm	01_02	1	0
Italia	SUT-EURO-1-Aritm	01_02	1	0
Austria	SUT-EURO-1-Aritm	01_02	2	0.5
Bélgica	SUT-EURO-1-Geom	01_02	2	0.5
España	SUT-EURO-1-Geom	01_02	2	0
Italia	SUT-EURO-1-Geom	01_02	2	0
Austria	SUT-RAS-1	01_02	3	0
Bélgica	SUT-RAS-1	01_02	3	0
España	SUT-RAS-1	01_02	3	0
Italia	SUT-RAS-1	01_02	3	0

Elaboración propia.

Tabla 50. Ranking combinado de los métodos de proyección Tipo 1 por países para el horizonte de proyección 2002-2003.

País	Método	Periodo	Rango Combinado	Unanimidad
Austria	SUT-EURO-1-Aritm	02_03	1	0
Bélgica	SUT-RAS-1	02_03	1	0.7
España	SUT-EURO-1-Geom	02_03	1	0
Italia	SUT-EURO-1-Geom	02_03	1	0.3
Austria	SUT-EURO-1-Geom	02_03	2	0
Bélgica	SUT-EURO-1-Geom	02_03	2	0.7
España	SUT-EURO-1-Aritm	02_03	2	0
Italia	SUT-EURO-1-Aritm	02_03	2	0.3
Austria	SUT-RAS-1	02_03	3	0
Bélgica	SUT-EURO-1-Aritm	02_03	3	0.7
España	SUT-RAS-1	02_03	3	0
Italia	SUT-RAS-1	02_03	3	0

Elaboración propia.

Tabla 51. Ranking combinado de los métodos de proyección Tipo 2 por países para el horizonte de proyección 2003-2004.

País	Método	Periodo	Rango Combinado	Unanimidad
Austria	SUT-EURO-1-Geom	03_04	1	0
Bélgica	SUT-EURO-1-Geom	03_04	1	0.3
España	SUT-EURO-1-Geom	03_04	1	0.7
Italia	SUT-EURO-1-Geom	03_04	1	0
Austria	SUT-EURO-1-Aritm	03_04	2	0
Bélgica	SUT-EURO-1-Aritm	03_04	2	0.3
España	SUT-EURO-1-Aritm	03_04	2	0
Italia	SUT-EURO-1-Aritm	03_04	2	0
Austria	SUT-RAS-1	03_04	3	0
Bélgica	SUT-RAS-1	03_04	3	0
España	SUT-RAS-1	03_04	3	0.7
Italia	SUT-RAS-1	03_04	3	0

Elaboración propia.

Tabla 52. Ranking combinado de los métodos de proyección Tipo 2 por países para el horizonte de proyección 2004-2005.

País	Método	Periodo	Rango Combinado	Unanimidad
Austria	SUT-EURO-1-Aritm	04_05	1	0.3
Bélgica	SUT-EURO-1-Geom	04_05	1	0
España	SUT-EURO-1-Aritm	04_05	1	0
Italia	SUT-EURO-1-Aritm	04_05	1	0
Austria	SUT-EURO-1-Geom	04_05	2	0.3
Bélgica	SUT-EURO-1-Aritm	04_05	2	0
España	SUT-EURO-1-Geom	04_05	2	0
Italia	SUT-EURO-1-Geom	04_05	2	0
Austria	SUT-RAS-1	04_05	3	0.7
Bélgica	SUT-RAS-1	04_05	3	0
España	SUT-RAS-1	04_05	3	0
Italia	SUT-RAS-1	04_05	3	0

Elaboración propia.

En la Tabla 53 se presenta una tabla resumen de todos los resultados por países que confirma todo lo anteriormente dicho.

Tal y como queda reflejado en la Tabla 53, el SUT-EURO-1-Geométrico es el que presenta un mejor nivel de desempeño en el 54% de las proyecciones realizadas, seguido del SUT-EURO-1-Aritmético con un 33% de casos en los que representa la mejor alternativa. Por el último, el SUT-RAS-1 sólo supone el mejor método en el 13% de los casos estudiados.

De nuevo, tal y como sucedió al analizar los métodos SUT-EURO entre sí, son las tablas de Origen y de Destino de Austria en las que el SUT-RAS-1 presenta mejores resultados, no quedando nada claro qué método es el más adecuado para realizar las proyecciones, ya que existe un empate en rankings de los tres métodos Tipo 1.

Tabla 53. Porcentaje de casos en el que el método de proyección alcanza el primer puesto del Ranking Combinado.

		<i>Horizonte Quinquenal</i>	<i>Horizonte Anual</i>	<i>Global</i>
Austria	SUT-EURO-1-Geom	<b>0%</b>	<b>40%</b>	<b>33%</b>
	SUT-EURO-1-Aritm	<b>0%</b>	<b>40%</b>	<b>33%</b>
	SUT-RAS-1	<b>100%</b>	<b>20%</b>	<b>33%</b>
Bélgica	SUT-EURO-1-Geom	<b>100%</b>	<b>40%</b>	<b>50%</b>
	SUT-EURO-1-Aritm	<b>0%</b>	<b>40%</b>	<b>33%</b>
	SUT-RAS-1	<b>0%</b>	<b>20%</b>	<b>17%</b>
España	SUT-EURO-1-Geom	<b>100%</b>	<b>60%</b>	<b>67%</b>
	SUT-EURO-1-Aritm	<b>0%</b>	<b>40%</b>	<b>33%</b>
	SUT-RAS-1	<b>0%</b>	<b>0%</b>	<b>0%</b>
Italia	SUT-EURO-1-Geom	<b>100%</b>	<b>60%</b>	<b>67%</b>
	SUT-EURO-1-Aritm	<b>0%</b>	<b>40%</b>	<b>33%</b>
	SUT-RAS-1	<b>0%</b>	<b>0%</b>	<b>0%</b>
Total	SUT-EURO-1-Geom	<b>75%</b>	<b>50%</b>	<b>54%</b>
	SUT-EURO-1-Aritm	<b>0%</b>	<b>40%</b>	<b>33%</b>
	SUT-RAS-1	<b>25%</b>	<b>10%</b>	<b>13%</b>

Elaboración propia.

Obviando esta singularidad, en el resto de países la superioridad del SUT-EURO-1 con respecto al SUT-RAS-1 sí es más manifiesta, y más particularmente del SUT-EURO-1-Geométrico con respecto al SUT-EURO-1-Aritmético.

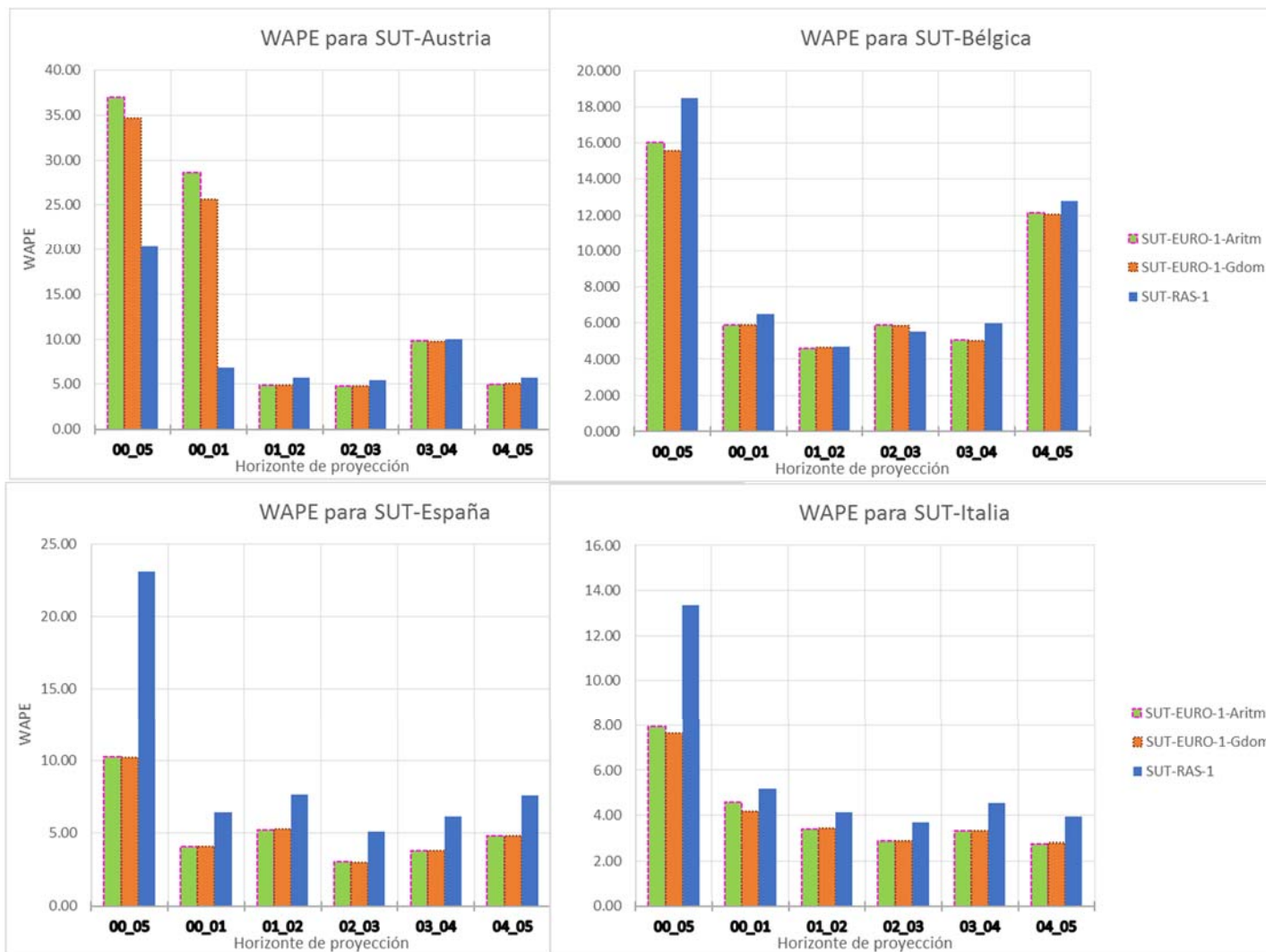


Para concluir este apartado, al igual que hicimos con los métodos Tipo 2, presentamos las gráficas con los resultados individuales de las bondades de ajuste de cada indicador. En ellas, puede observarse que, por lo general, a pesar de las tendencias generales de prelación ya manifestadas, los métodos tienen unas bondades de ajustes muy parejas, por lo que el resultado en cualquier caso es bastante ajustado.

En estos gráficos puede observarse que los resultados del SUT-RAS-1 y el SUT-EURO-1-Aritmético son mucho más parejos entre sí que si los comparamos con respecto al SUT-EURO-1-Geométrico.

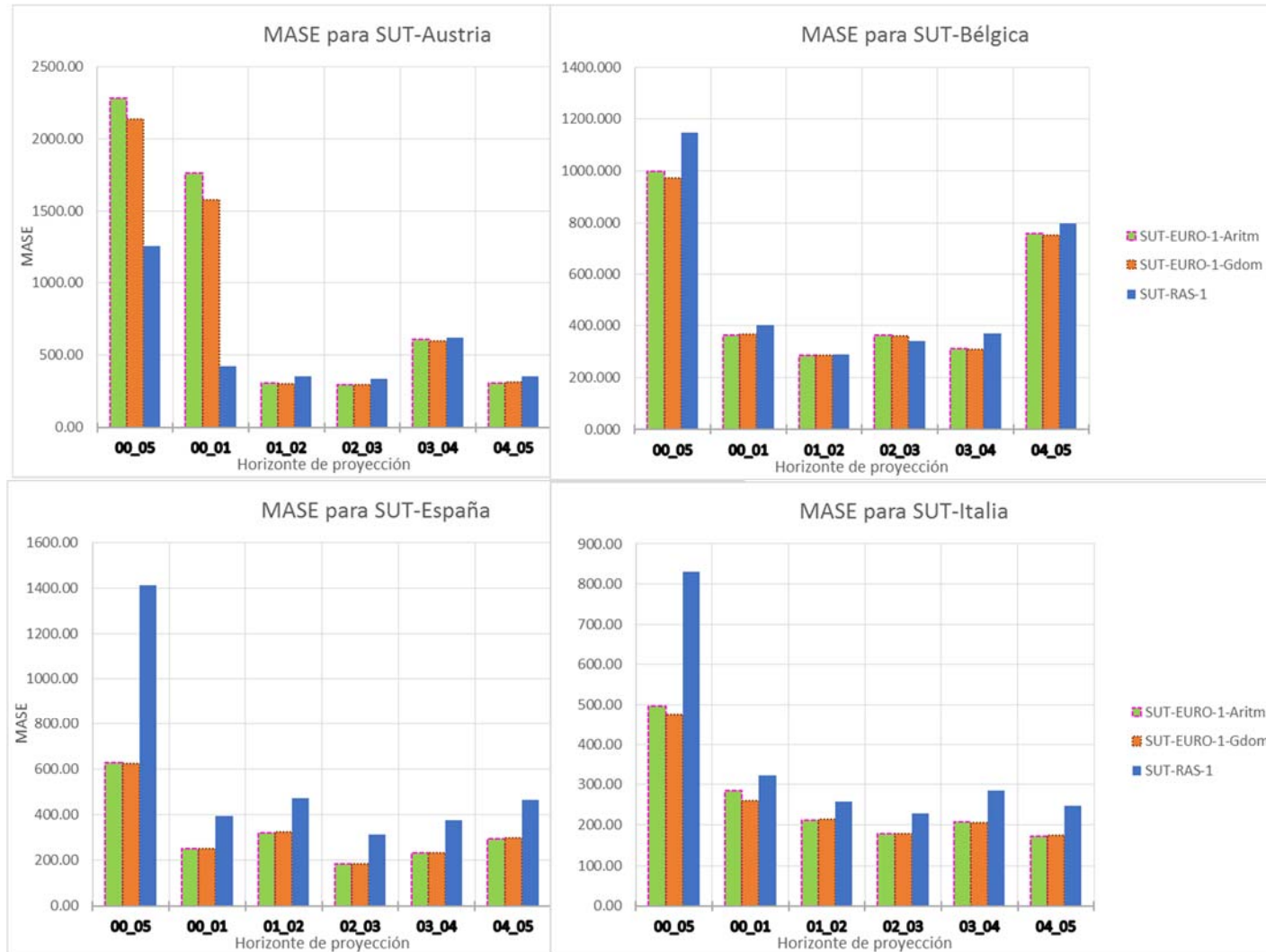
Esto queda de manifiesto en las tablas anteriores, ya en aquellos casos en los que el SUT-RAS-1 suele ser el mejor método, con bastante generalidad está ocurriendo que el SUT-EURO-1-Aritmético es superior al SUT-EURO-1-Geométrico. Podemos concluir por tanto que existe una mayor afinidad en los resultados del SUT-RAS-1 con el SUT-EURO-1-Aritmético.

Gráfico 14. Resultados del WAPE por países y horizontes de proyección para los métodos Tipo 1.



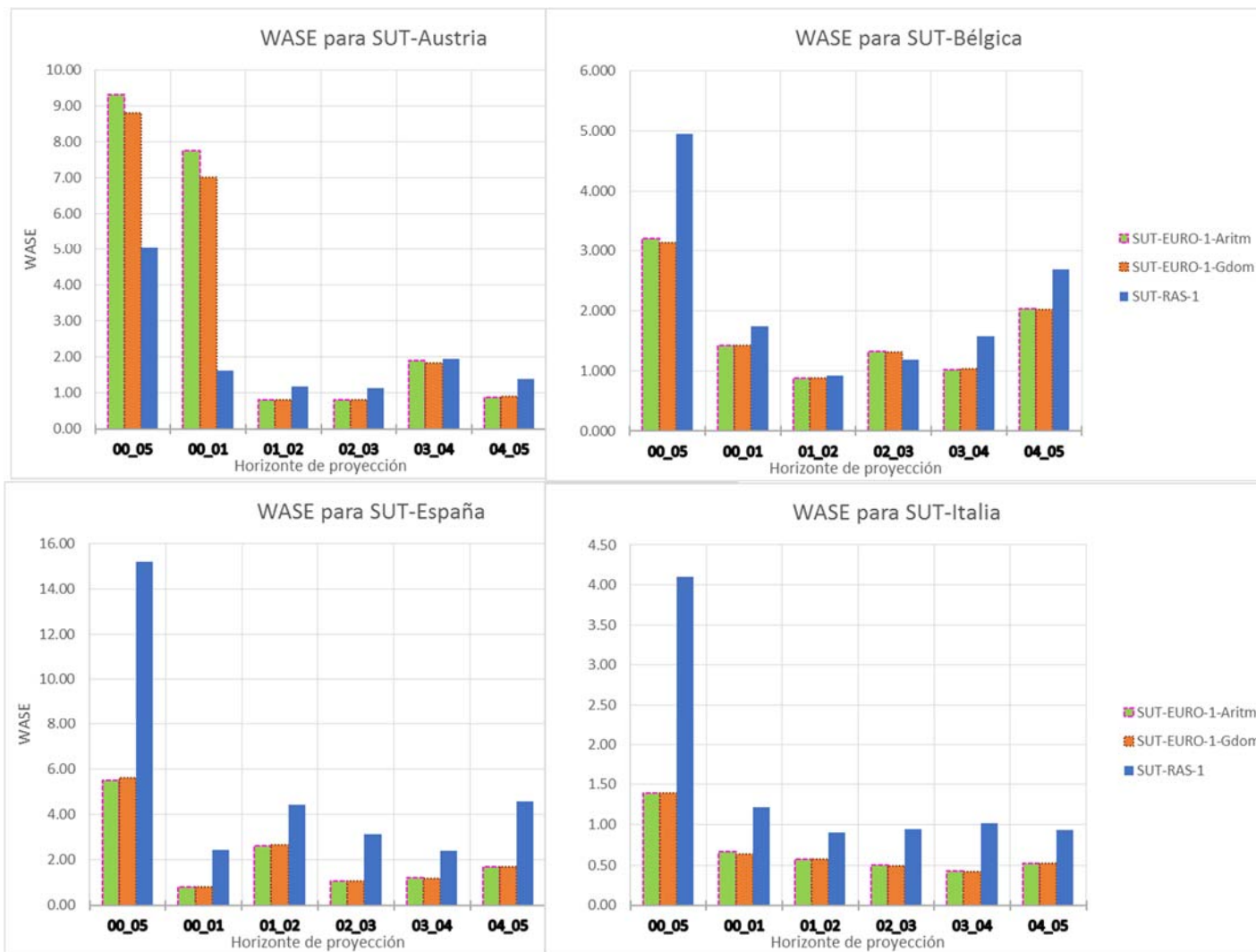
Elaboración propia.

Gráfico 15. Resultados del MASE por países y horizontes de proyección para los métodos Tipo 1.



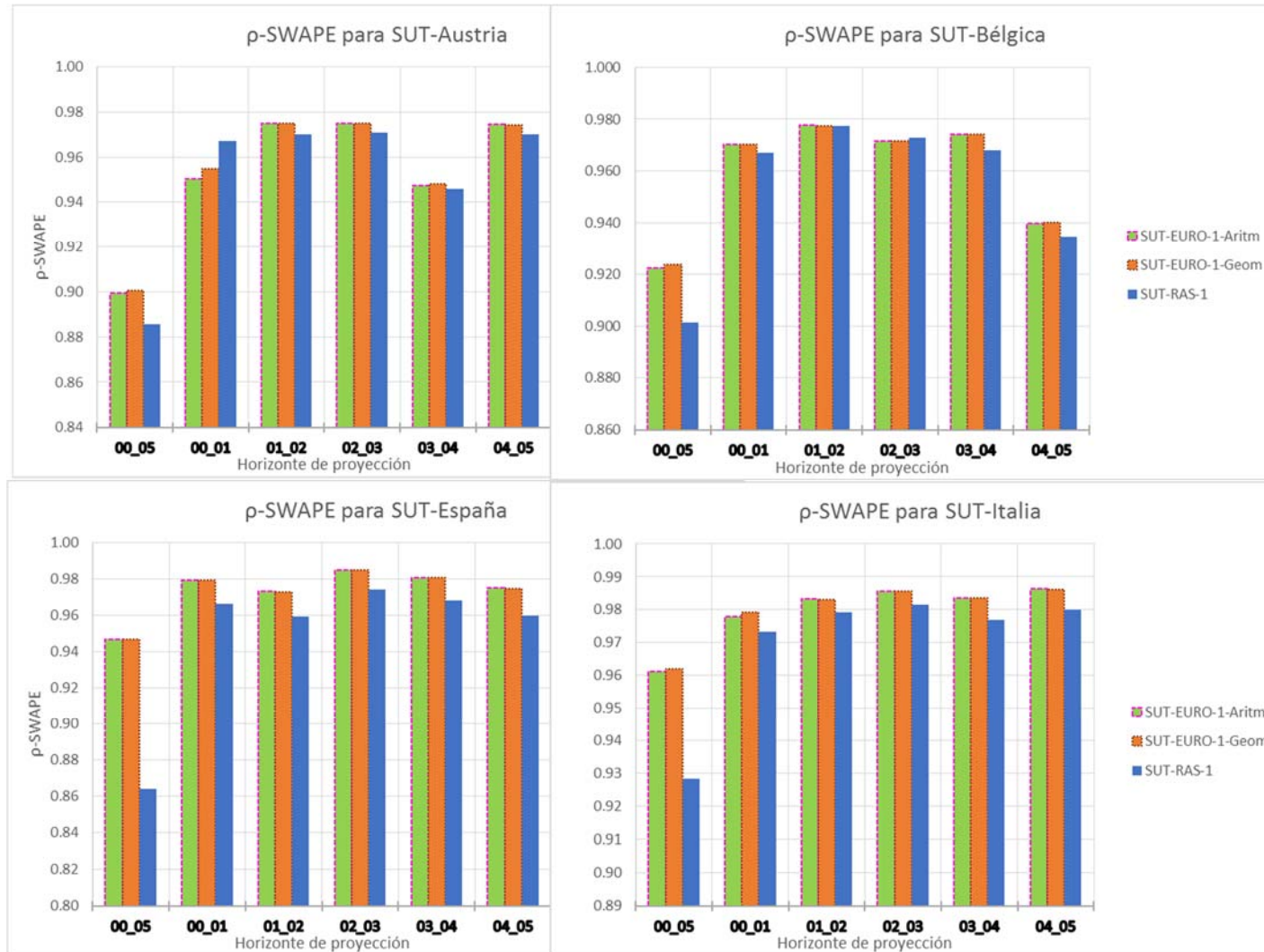
Elaboración propia.

Gráfico 16. Resultados del WASE por países y horizontes de proyección para los métodos Tipo 1.



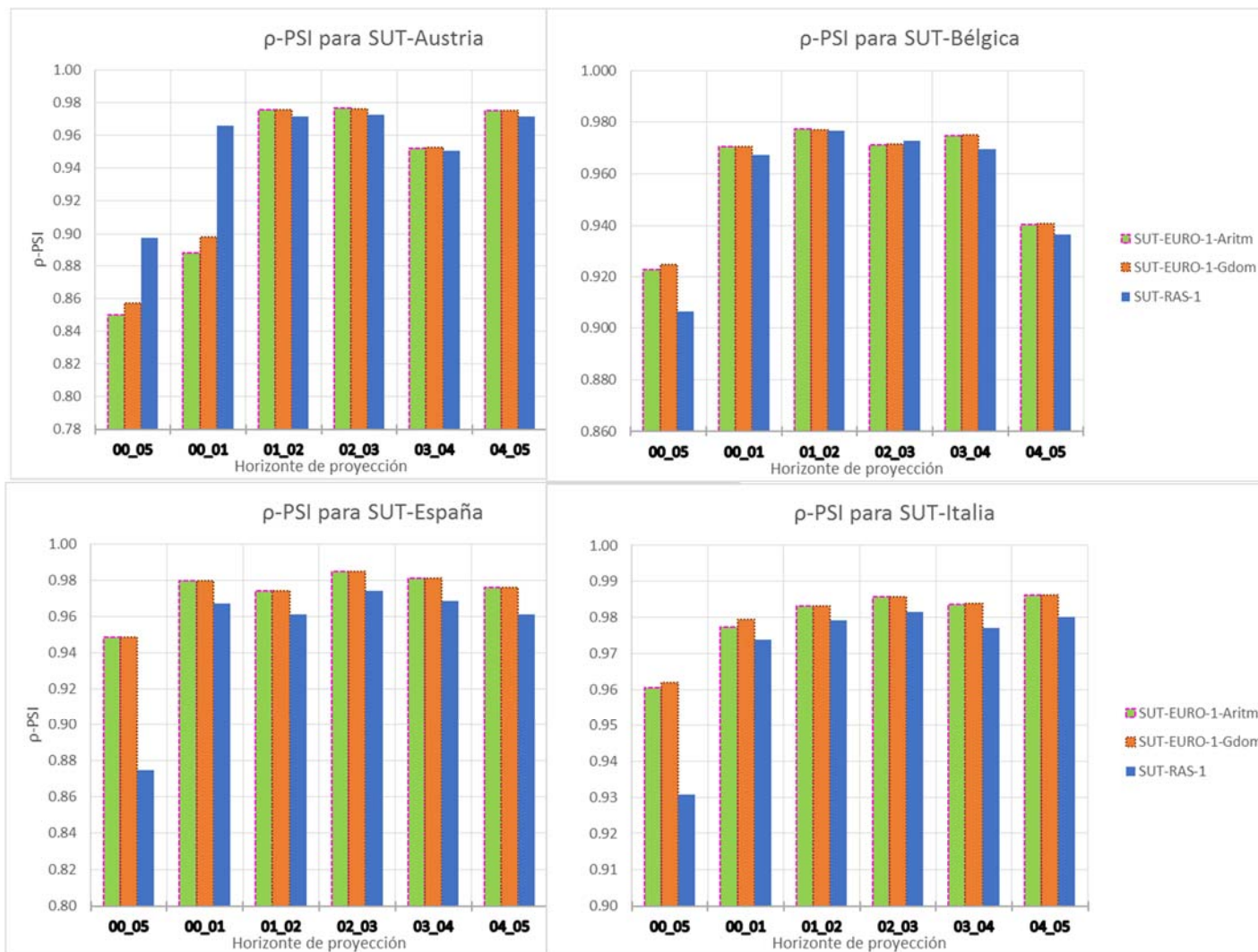
Elaboración propia.

Gráfico 17. Resultados del  $\rho$ -SWAPE por países y horizontes de proyección para los métodos Tipo 1.



Elaboración propia.

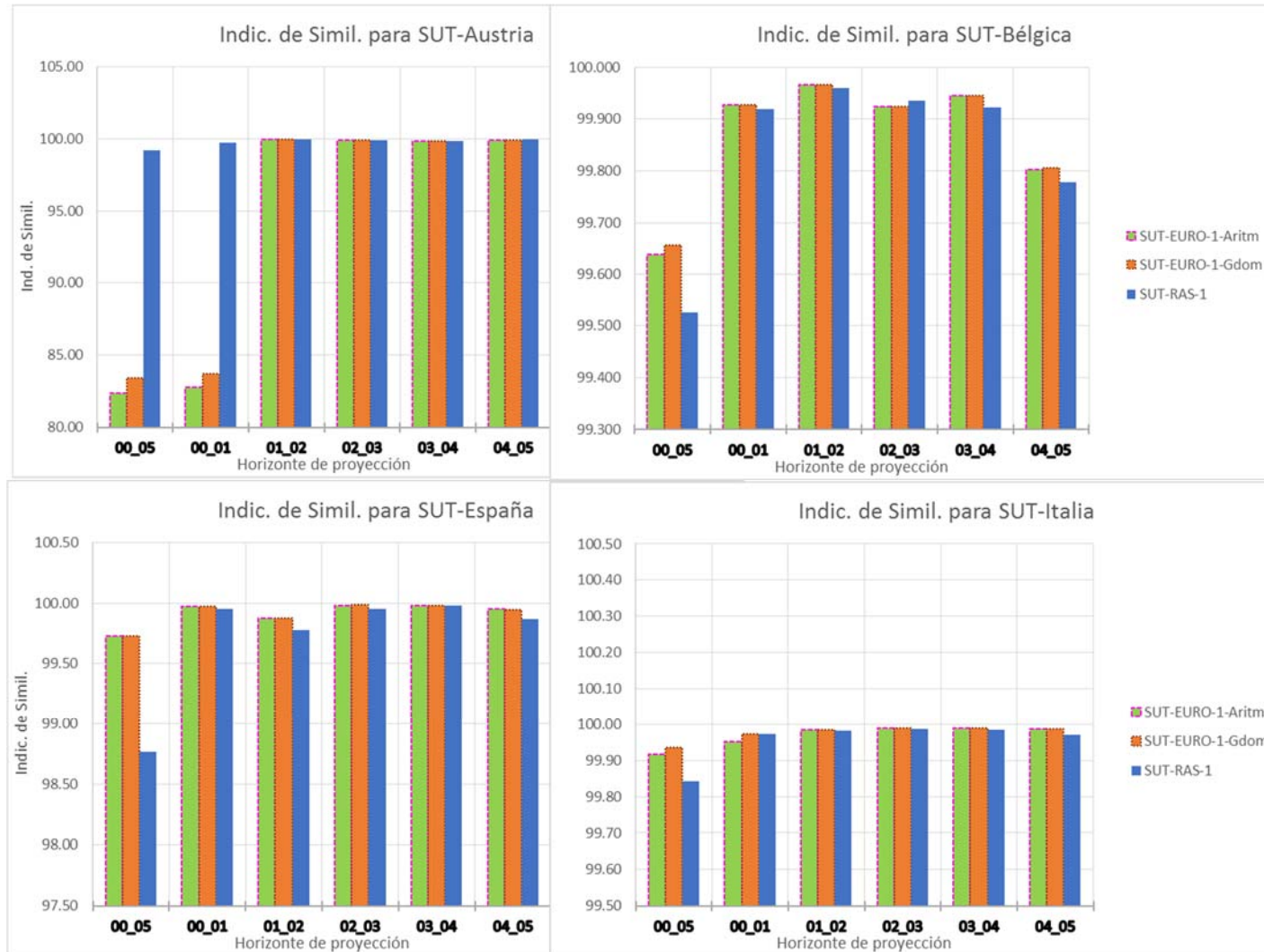
Gráfico 18. Resultados del  $\rho$ -PSI por países y horizontes de proyección para los métodos Tipo 1.



Elaboración propia.



Gráfico 19. Resultados del Indicador de Similitud por países y horizontes de proyección para los métodos Tipo 1.



Elaboración propia.

## 5.6. ANÁLISIS DE LA BONDAD DE AJUSTE POR BLOQUES DE LAS TABLAS DE ORIGEN Y DESTINO.

El objetivo de este apartado es determinar la capacidad de desempeño de los métodos de proyección estudiados, pero no para el marco integrado en su conjunto como hemos venido realizando hasta el momento, sino que vamos a diferenciar entre bloques del mismo:

- La tabla de Origen
- La tabla de Destino, que vamos a dividirla a su vez en dos bloques:
  - o La tabla de Destino correspondiente a la Demanda Intermedia (que denominaremos en lo sucesivo como Tabla de Demanda Intermedia)
  - o La tabla de Destino correspondiente a la Demanda Final (que denominaremos en lo sucesivo Tabla de Demanda Final)

Diferentes aplicaciones del análisis Input-Output sólo requieren el empleo de algunos elementos del marco Input-Output para obtener sus conclusiones. Por ese motivo, es importante ver si existen diferencias significativas en los ajustes para estos bloques que hemos considerado. Algunos métodos con lo que hemos trabajado, llevan implícitas una serie de hipótesis que tienen una influencia determinante en el resultado final de la proyección. Así, por ejemplo, los métodos SUT-EURO suponen que las cuotas de mercado de las tablas de Origen se mantienen constantes para el horizonte de proyección. Del mismo modo, el método SUT-EURO-1 determina la producción final por ramas basándose en el modelo de Leontief. El método SUT-RAS no establece ninguna hipótesis o requisito teórico para determinar los distintos bloques de la tabla de Origen y de Destino más allá de que el resultado final represente un equilibrio contable compatible con la información exógena dada, y que la matriz proyectada presente unas estructuras que no se alejen de la original en la medida de lo posible de acuerdo con la función objetivo dada.

En definitiva, cada método lleva aparejado de manera más o menos implícita una serie de suposiciones que determinan el resultado final.

El objetivo es ver de manera pormenorizada si las diferencias en la metodología de proyección que supone cada método pueden tener influencia en los resultados de cada bloque considerado, y determinar si existen diferencias significativas con respecto a los resultados obtenidos hasta el momento para el global de las tablas de Origen y de Destino.



No es nuestro objetivo repetir todo el análisis realizado hasta el momento para el conjunto de las tablas de Origen y de Destino considerando la dimensión adicional de los distintos bloques, sino que simplificaremos un poco el mismo en aras de una mayor claridad expositiva.

En este apartado realizaremos simplemente un análisis de la bondad de ajuste por bloques de todos los métodos, y trataremos de determinar si pueden extraerse conclusiones generales acerca de qué métodos de los desarrollados son los que mejor ajustan cada uno de los bloques individualmente considerados. En este análisis trataremos de determinar si en las conclusiones existen diferencias significativas con respecto a las obtenidas en el análisis global de las tablas de Origen y Destino (TOD). En este punto, nos ayudaremos del indicador sintético de rango combinado para obtener los rankings y las conclusiones y, por lo general, prescindiremos de la dimensión territorial para presentar resultados cuando los resultados por países no añadan ninguna diferencia significativa a los resultados de los análisis por bloques.

### 5.6.1 Análisis global por bloques de las medidas de bondad de ajuste.

El primer análisis que presentamos aquí es el de los estadísticos de bondad de ajuste aplicados individualmente a cada bloque. Los resultados globales se muestran en la Tabla 54.

*Tabla 54. Promedio de las medidas de bondad de ajuste por bloques para el conjunto de métodos de proyección*

Bloque	WAPE	MASE	WASE	$\rho$ -SWAPE	$\rho$ -PSI	Indic. Simil.
TOD	6,26	387,24	1,40	0,970	0,970	99,45
Tabla Origen	5,96	114,56	1,74	0,971	0,971	99,47
Tabla Demanda Intermedia	17,08	763,22	4,03	0,918	0,919	97,97
Tabla Demanda Final	7,00	17,78	0,23	0,964	0,966	99,86

Elaboración propia.

Como puede verse en la misma, con independencia del estadístico de bondad de ajuste considerado, es la Tabla de Demanda Intermedia la que peores bondades de ajuste cosecha de los tres bloques considerados<sup>408</sup>. Por el contrario, la bondad de ajuste de las Tablas de

<sup>408</sup> Los estadísticos WASE y MASE no son aptos para la comparación de bloques con diferentes números de elementos, ya que no son un promedio sino una suma de los errores escalados. Cuanto mayor sea el número de elementos a proyectar, potencialmente mayor será el valor del estadístico. La tabla de Demanda Final es la que menor número de elementos tiene de todos los bloques considerados, por ese motivo es el bloque que tiene menores valores tanto de MASE como WASE.

Origen y de Demanda Final, suelen presentar mejores bondades de ajuste que el marco integrado<sup>409</sup>.

Como se puede verse en los Gráficos 20 y 21, y se analizará más adelante en este apartado, la consideración del factor "Método de Proyección" no modifica este hecho. Es decir, con independencia del método considerado y de la medida de bondad de ajuste que tomemos, siempre es la Tabla de Demanda Intermedia la que peores resultados arroja a la hora de la proyección.

Existen varias razones desde el punto de vista empírico que justifican el por qué la tabla de Demanda Intermedia es la que peor ajuste obtiene. Desde el punto de vista de la construcción de los métodos es la que contiene un mayor número de elementos en global a proyectar (119x59), y además es la que más elementos diferentes de 0 contiene (aproximadamente unos 4.800 dependiendo del país y del año) y por tanto, en la que existe una mayor número de elementos a proyectar en términos de dimensión tanto absoluta como relativa. Sin embargo, la información exógena con la que se realiza la proyección es prácticamente la misma que en el resto de bloques por lo que potencialmente los errores de ajuste serán mayores.

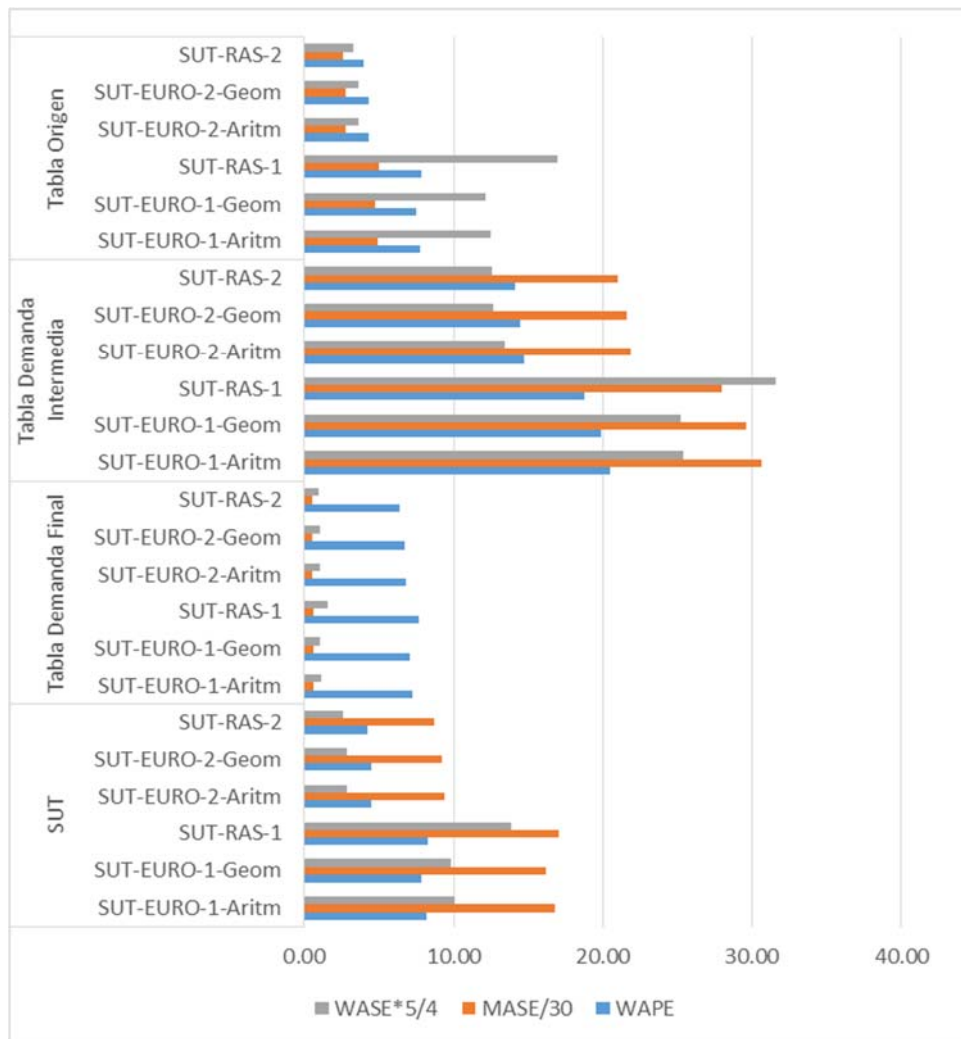
Además, desde un punto de vista económico, en la tabla de Demanda Intermedia es donde en mayor medida se reflejan los cambios estructurales y es, por tanto, el bloque que cualitativamente experimenta las mayores transformaciones (cambios tecnológicos, modificaciones de precios relativos, variaciones en la fiscalidad, cambios en la estructura de insumos interiores e importados...). Todos estos cambios suponen que en este bloque es donde potencialmente puedan existir unas mayores diferencias cualitativas entre la tabla de referencia, a partir de la cual se realiza la proyección, y la tabla objetivo.

Por el contrario, la tabla de Origen (59x60 elementos y aproximadamente unos 900 elementos distintos de cero por término medio) y la tabla de Demanda Final (119x3 elementos, y aproximadamente 200 elementos distintos de cero por término medio), poseen una dimensión más reducida y aunque también suelen verse afectadas por cambios estructurales a lo largo del tiempo, el impacto de estos tiene una menor importancia.

---

<sup>409</sup> Las medidas de bondad de ajuste en este trabajo para las Tablas de Origen y Destino completas se han calculado de manera global, al igual que para los bloques en cuestión. No obstante, las medidas para las tablas de Origen y de Destino completas podrían haberse obtenido como un promedio ponderado –con las ponderaciones dependiendo del número de elementos de cada bloque y del total del valor acumulado de cada tabla- de las medidas de bondad de ajuste de cada bloque.

Gráfico 20. Medidas de Bondad de Ajuste Absolutas para el conjunto de métodos de proyección desagregadas por bloque y por método de proyección.

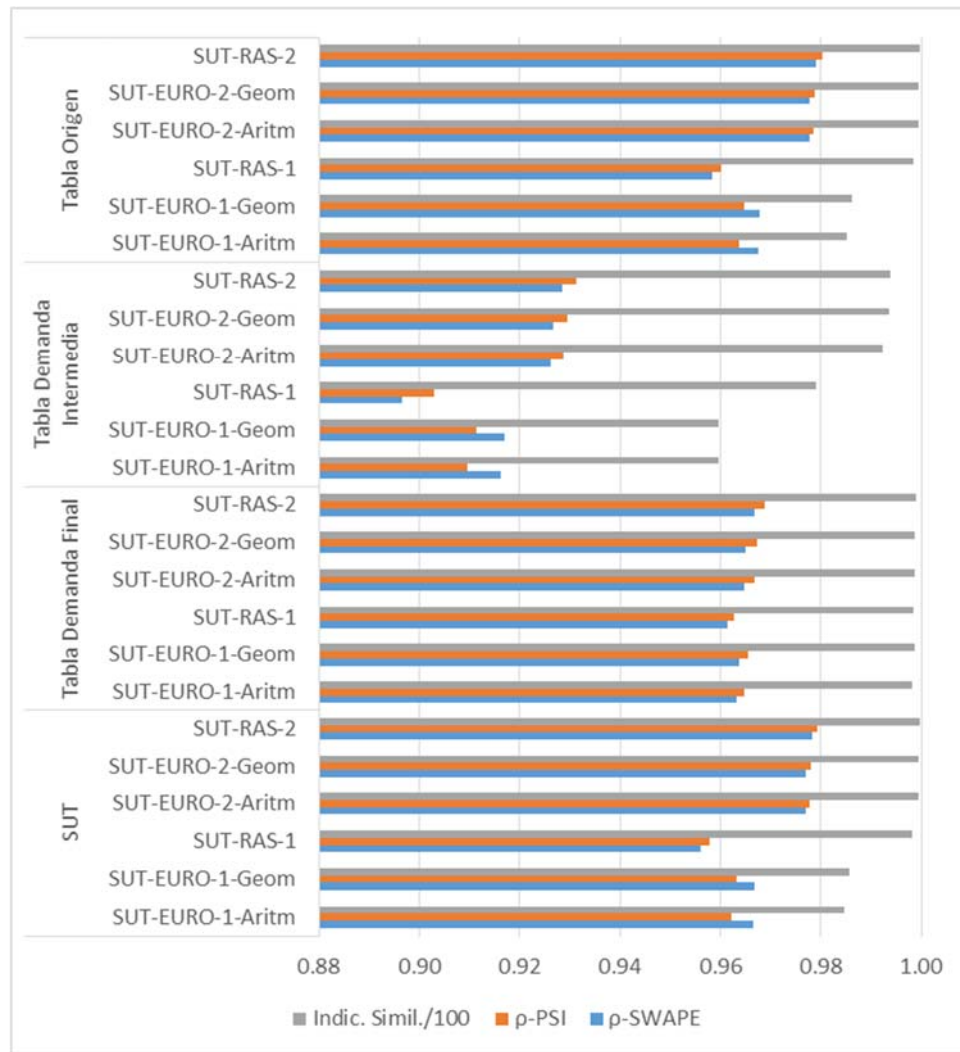


Elaboración propia.

Si tenemos en cuenta en el análisis además del bloque, el factor correspondiente a los métodos de proyección, no existen diferencias significativas a lo anteriormente expuesto; es en la tabla de Demanda Intermedia donde peores bondades de ajuste se obtienen con independencia del método. En los en los Gráficos 20y 21 se muestran los promedios de las medidas de bondad de ajuste por bloque y método. En el primer gráfico tenemos las medidas de bondad de ajuste absolutas. En éste se han transformado linealmente las escalas de los estadísticos de bondad de ajuste para que presenten medias similares y sea más fácil de interpretar los gráficos.

En el segundo gráfico, tenemos las medidas de bondad de ajuste relativas, todas acotadas entre 0 y 1.

Gráfico 21. Medidas de Bondad de Ajuste Absolutas para el conjunto de métodos de proyección desagregadas por bloque y por método de proyección.



Elaboración propia.

Un análisis visual de ambos gráficos nos arroja un par de consecuencias importantes. En primer lugar, como ya se ha comprobado a lo largo de este capítulo en apartados anteriores, los métodos Tipo 2 presentan una mejor bondad de ajuste que los métodos Tipo 1, también en el análisis por bloques.

No obstante, existe un matiz singular en la afirmación anterior que merece ser destacado y que se analizará en mayor profundidad posteriormente.

En el bloque correspondiente a la tabla de Demanda Final, los métodos Tipo 1 y Tipo 2 obtienen unos resultados muy parejos, apenas evidenciándose la ventaja de los métodos Tipo 2 frente a los Tipo 1.

Es fácil encontrar una justificación a este hecho, los métodos Tipo 2 contienen como información adicional con respecto a los métodos Tipo 1 la producción por ramas. Esta información es muy relevante tanto para la proyección de la Demanda Intermedia y para la proyección de la tabla de Origen (en ambos bloques la suma por columnas de ambas tablas es precisamente la producción por ramas). Sin embargo, la producción por ramas no tiene una influencia tan directa en la proyección de la Demanda Final.

Adelantándonos a lo que se verá posteriormente en el epígrafe correspondiente a la prelación de métodos, esta situación de la poca influencia del vector de producción por ramas en la proyección de la Demanda Final dará lugar a situaciones en las que los métodos Tipo 1 pueden ser superiores a los métodos Tipo 2 en las proyecciones correspondiente al bloque de la Demanda Final.

A modo de resumen, de este análisis global de los estadísticos de bondad de ajuste por bloques hemos determinado que:

- Es en el bloque de la Tabla de Demanda Intermedia en dónde peores resultados obtienen los métodos de proyección.
- Este hecho es generalizado para todos los métodos de proyección, tanto Tipo 1 como Tipo 2, y para todos los países.
- Por lo general, los métodos Tipo 2 obtienen resultados mejores que los métodos Tipo 1 en todos los bloques considerados de las tablas de Origen y de Destino.
- En el bloque de Demanda Final, los métodos Tipo 2 y Tipo 1 obtienen resultados muy parejos, ya que la información exógena suministrada en los métodos Tipo 2 no tiene un efecto directo importante sobre la proyección de dicho bloque de Demanda Final.

### **5.6.2 Praelación de métodos por bloques diferenciados en las tablas de Origen y de Destino.**

Para llevar a cabo el análisis por bloques de las tablas de Origen y Destino vamos a considerar conjuntamente tanto los métodos Tipo 1 como Tipo 2 al mismo tiempo. El motivo de hacerlo así es porque es más fácil apreciar las similitudes y diferencias con al análisis realizado para el marco integrado de manera conjunta.

Para realizar el análisis, traemos de nuevo a un primer plano, la prelación de métodos en función del rango combinado que fue obtenida cuando realizamos el análisis de prelación para el marco integrado en su conjunto. Los resultados se encuentran en la Tabla 55, y como puede ya se dedujo en apartados anteriores, los métodos Tipo 2 son por lo general superiores en bondad de ajuste con respecto a los métodos Tipo 1.

El método SUT-RAS-2 se erige como el mejor método de proyección cuando disponemos de una mayor información exógena. Este resultado se da de manera unánime cuando el horizonte de proyección es quinquenal, y de manera prácticamente unánime cuando el horizonte de proyección es el anual. En segunda posición en cuanto a desempeño quedaría el método SUT-EURO-2-Geométrico y en último lugar el SUT-EURO-2-Aritmético.

Tabla 55. Praelación de métodos para las TOD en su conjunto según el rango combinado diferenciando por horizontes de proyección.

Posición Método		Horizonte Quinquenal						Horizonte Anual						Global						
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	
Modelos Tipo 2	SUT-RAS-2	100%						90%	10%					92%	8%					
	SUT-EURO-2-Geom		100%					5%	70%	25%				4%	75%	21%				
	SUT-EURO-2-Aritm			100%				5%	25%	70%				4%	21%	75%				
Modelos Tipo 1	SUT-RAS-1				25%		75%					10%		90%				13%		88%
	SUT-EURO-1-Geom				75%	25%						50%	50%				54%	46%		
	SUT-EURO-1-Aritm					75%	25%					40%	50%	10%				33%	54%	13%

Elaboración propia.

En las Tablas 56 a 58 se tienen los resultados de las prelaaciones de métodos pero cuando se realiza el análisis de manera singularizada por bloque: tabla de Origen, tabla de Demanda Intermedia y tabla de Demanda Final.

Del análisis de la Tabla 56 y la Tabla 57 puede verse que los resultados son muy similares y las conclusiones son prácticamente idénticas cuando analizamos la prelación de métodos en lo que respecta a la tabla de Origen y la tabla de Demanda Intermedia:

- Los métodos Tipo 2 son superiores a los métodos Tipo 1.
- EL SUT-RAS-2 es el mejor método entre los métodos Tipo 2 para los horizontes de proyección quinquenal y anual, seguido a continuación del SUT-EURO-2-Geométrico y, en último lugar, el SUT-EURO-2-Aritmético.
- Entre los métodos Tipo 1, el SUT-EURO-1-Geométrico es el que mejores niveles de desempeño demuestra, aunque no de manera tan generalizada en comparación con la

situación en los métodos Tipo 2. En segundo lugar iría el SUT-EURO-1-Aritmético y por último el SUT-RAS-1.

Tabla 56. Prelación de métodos para la tabla de Origen según el rango combinado diferenciando por horizontes de proyección.

Posición Método		Horizonte Quinquenal						Horizonte Anual						Global					
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
Modelos Tipo 2	SUT-RAS-2	100%						90%	5%	5%				92%	4%	4%			
	SUT-EURO-2-Geom		100%					10%	50%	40%				8%	58%	33%			
	SUT-EURO-2-Aritm			100%				40%	55%	5%				33%	63%	4%			
Modelos Tipo 1	SUT-RAS-1				25%		75%		5%		10%	5%	80%		4%		13%	4%	79%
	SUT-EURO-1-Geom				50%	50%					50%	50%					50%	50%	
	SUT-EURO-1-Aritm				25%	50%	25%				35%	45%	20%				33%	46%	21%

Elaboración propia

Tabla 57. Prelación de métodos para la tabla de Demanda Intermedia según el rango combinado diferenciando por horizontes de proyección.

Posición Método		Horizonte Quinquenal						Horizonte Anual						Global					
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
Modelos Tipo 2	SUT-RAS-2	100%						75%	5%	20%				79%	4%	17%			
	SUT-EURO-2-Geom		100%					10%	80%	10%				8%	83%	8%			
	SUT-EURO-2-Aritm			100%				15%	15%	70%				13%	13%	75%			
Modelos Tipo 1	SUT-RAS-1				25%	25%	50%				5%	10%	85%				8%	13%	79%
	SUT-EURO-1-Geom				75%	25%					50%	50%					54%	46%	
	SUT-EURO-1-Aritm				50%	50%					45%	45%	10%				38%	46%	17%

Elaboración propia.

Sin embargo, si observamos los resultados correspondientes sólo para las Tablas de Demanda Final que se encuentran en la Tabla 58, vemos que la situación presenta diferencias bastantes significativas.

Como se observó en los Gráficos 20 y 21, los niveles de desempeño de los métodos Tipo 1 y Tipo 2 son muy similares aunque con cierta ventaja por parte de los métodos Tipo 2. Si observamos la Tabla 58, podemos deducir que los métodos Tipo 2 son, habitualmente, mejores que los métodos Tipo 1, pero no es una situación que podamos decir que sea generalizada.

En algunos casos los métodos Tipo 1 se clasifican entre los tres primeros puestos, presentando en consecuencia mejor capacidad de desempeño que algún método Tipo 2, llegándose incluso

al punto de que para algunos horizontes de proyección se da la paradoja de que alguno de los métodos Tipo 1 obtienen una bondad de ajuste superior a todos los métodos Tipo 2.

Tabla 58. Prolación de métodos para las Tablas de Demanda Final según el rango combinado diferenciando por horizontes de proyección.

Posición	Método	Horizonte Quinquenal						Horizonte Anual						Global					
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
		<b>Modelos Tipo 2</b>	<b>SUT-RAS-2</b>	75%	25%					65%	15%	20%				67%	17%	17%	
	<b>SUT-EURO-2-Geom</b>		75%		25%			15%	35%	20%	15%	15%	13%	42%	17%	17%	13%		
	<b>SUT-EURO-2-Aritm</b>			50%		50%		5%	30%	40%	5%	5%	15%	4%	25%	42%	4%	13%	13%
<b>Modelos Tipo 1</b>	<b>SUT-RAS-1</b>					25%	75%	5%	5%		25%	20%	45%	4%	4%		21%	21%	50%
	<b>SUT-EURO-1-Geom</b>	25%		25%	50%			5%	10%	10%	20%	40%	15%	8%	8%	13%	25%	33%	13%
	<b>SUT-EURO-1-Aritm</b>			25%	25%	25%	25%	5%	5%	10%	35%	20%	25%	4%	4%	13%	33%	21%	25%

Elaboración propia.

Así, en la Tabla 58 podemos apreciar que en el horizonte de proyección quinquenal en lo que respecta a la tabla de Demanda Final, los métodos Tipo 2 son superiores a los Tipo 1, siendo el SUT-RAS-2 el que mejores resultados globales obtiene. Sin embargo, en uno de los casos (Bélgica 00-05) el mejor método es SUT-EURO-1-Geométrico, por encima de todos los demás. Además, no sólo en el rango combinado, sino de manera unánime como puede verse en la Tabla 59 en la fila correspondiente al método SUT-EURO-1-Geométrico para la proyección de Bélgica 00-05. Por tanto, para esta proyección con independencia del estadístico de bondad de ajuste que considerásemos el SUT-EURO-1-Geométrico es el que realiza las mejores proyecciones de tabla de la Demanda Final.

Si en el horizonte de proyección quinquenal para la Demanda Final nos restringimos a los métodos Tipo 1, la supremacía del SUT-EURO-1-Geométrico es clara frente al SUT-EURO-1-Aritmético, y éste último, a su vez, presenta mejores resultados que el SUT-RAS-1.

Si nos centramos en el horizonte de proyección anual, la situación general es análoga a la de la proyección quinquenal. Los métodos Tipo 2 suelen ser superiores a los métodos Tipo 1, y el método SUT-RAS-2 es el método que mejores resultados alcanza de manera global.

Si nos restringimos únicamente a los métodos Tipo 1, la diferencia entre métodos es menos acentuada, existiendo algunas diferencias en cuanto a las conclusiones. Los métodos SUT-EURO-1 son mejores realizando las proyecciones de la tabla de Demanda Final con respecto al SUT-RAS-1. Sin embargo, las proyecciones realizadas por el SUT-EURO-1-Aritmético y el



SUT-EURO-1-Geométrico son muy parejas, existiendo una leve ventaja a favor para el SUT-EURO-1-Aritmético.

Otro aspecto que resulta del análisis detenido de la Tabla 58, es que ésta nos indica claramente que en algunas situaciones los métodos Tipo 2 pierden su posición de privilegio frente a los métodos Tipo 1. Cuando esto ocurre, es el método SUT-EURO-2 el que es sobrepasado por los métodos Tipo 1. El SUT-RAS-2 en ningún caso deja de estar entre los 3 primeros puestos del rango combinado.

Tabla 59. Situaciones en las que los métodos Tipo 1 obtienen un resultado mejor que los métodos Tipo 2.

<b>País</b>	<b>Método</b>	<b>Periodo</b>	<b>Bloque</b>	<b>Rango Combinado (Global)*</b>	<b>Unanimidad</b>
Austria	SUT-EURO-1-Aritm	01_02	Tabla Demanda Final	3	0.9
Austria	SUT-EURO-1-Aritm	02_03	Tabla Demanda Final	1	0
Austria	SUT-EURO-1-Geom	02_03	Tabla Demanda Final	2	0
Austria	SUT-RAS-1	04_05	Tabla Demanda Final	2	0
Bélgica	SUT-EURO-1-Aritm	00_05	Tabla Demanda Final	3	0.5
Bélgica	SUT-EURO-1-Geom	00_05	Tabla Demanda Final	1	0
Bélgica	SUT-EURO-1-Geom	02_03	Tabla Demanda Final	3	0
Bélgica	SUT-RAS-1	02_03	Tabla Demanda Final	1	0
Bélgica	SUT-EURO-1-Aritm	03_04	Tabla Demanda Final	3	0.3
Bélgica	SUT-EURO-1-Geom	03_04	Tabla Demanda Final	2	0.3
España	SUT-EURO-1-Geom	00_05	Tabla Demanda Final	3	0.5
España	SUT-EURO-1-Aritm	01_02	Tabla Demanda Final	2	0.5
España	SUT-EURO-1-Geom	01_02	Tabla Demanda Final	1	0.5
Italia	SUT-EURO-1-Geom	00_01	Tabla Demanda Final	3	1.0
Bélgica	SUT-RAS-1	02_03	Tabla Origen	2	0.7

\* Es la posición global, considerando tanto los métodos tipo 1 como los métodos tipo 2.

Elaboración propia.

En nuestra opinión, las razones por las que ocurren estos intercambios de órdenes entre los métodos Tipo 1 y Tipo 2 pueden ser múltiples.

Una primera explicación como se ha apuntado anteriormente es que la información exógena adicional que contienen los métodos Tipo 2, la producción por ramas, es en el bloque de la Demanda Final en donde ofrece una menor influencia y en todo caso es de manera indirecta. El hecho de conocer la producción y el VAB por ramas, conduce a una mejor calidad en la

determinación de los consumos intermedios, y esto influye de manera indirecta en que el bloque de la demanda final pueda presentar mejores resultados, si consideramos (lo que no es el caso) a la demanda final por productos como un saldo del output por productos y de los consumos intermedios por productos<sup>410</sup>.

Tabla 60. Situaciones en la que los métodos Tipo 2 obtienen un peor resultado que los métodos Tipo 1.

<b>País</b>	<b>Método</b>	<b>Periodo</b>	<b>Bloque</b>	<b>Rango Combinado (Global)*</b>	<b>Unanimidad</b>
Austria	SUT-EURO-2-Geom	01_02	Tabla Demanda Final	4	0.5
Austria	SUT-EURO-2-Aritm	02_03	Tabla Demanda Final	6	0.3
Austria	SUT-EURO-2-Geom	02_03	Tabla Demanda Final	5	0.3
Austria	SUT-EURO-2-Geom	04_05	Tabla Demanda Final	4	0
Bélgica	SUT-EURO-2-Aritm	00_05	Tabla Demanda Final	5	0.5
Bélgica	SUT-EURO-2-Geom	00_05	Tabla Demanda Final	4	0.5
Bélgica	SUT-EURO-2-Aritm	02_03	Tabla Demanda Final	6	0.3
Bélgica	SUT-EURO-2-Geom	02_03	Tabla Demanda Final	5	0.3
Bélgica	SUT-EURO-2-Aritm	03_04	Tabla Demanda Final	6	0
Bélgica	SUT-EURO-2-Geom	03_04	Tabla Demanda Final	5	0
España	SUT-EURO-2-Aritm	00_05	Tabla Demanda Final	5	0
España	SUT-EURO-2-Aritm	01_02	Tabla Demanda Final	5	0.35
España	SUT-EURO-2-Geom	01_02	Tabla Demanda Final	4	0
Italia	SUT-EURO-2-Aritm	00_01	Tabla Demanda Final	4	0.9
Bélgica	SUT-EURO-2-Aritm	02_03	Tabla Origen	4	0.8

\* Es la posición global, considerando tanto los métodos tipo 1 como los métodos tipo 2.

Elaboración propia.

Otra posible justificación del mal desempeño de los métodos Tipo 2 frente a los métodos Tipo 1 podrían ser los problemas de convergencia, aunque esta explicación sólo serviría para justificar los malos resultados del método SUT-EURO-2-Aritmético, que es el único que presenta problemas de convergencia. Sin embargo, creemos que esta última razón apuntada no es una razón de importancia. La afirmación anterior la basamos en dos hechos:

<sup>410</sup> Realmente en ningún caso la demanda final se obtiene de este modo. Es el output por productos el elemento que se obtiene de manera endógena en todos los métodos de proyección. La demanda final se obtiene a través de las tasas de variación del output e importaciones por producto y los crecimientos de la demanda final por componentes.

- Como ya se ha mencionado anteriormente y puede deducirse de la Tabla 58, en algunas ocasiones los métodos SUT-EURO-2-Geométrico, que no han presentado problemas de convergencia en ningún caso de los analizados, son los que ceden sus posiciones de privilegio a métodos Tipo 1.
- Y por otro lado, como puede verse en la Tabla 60, entre los métodos aritméticos Tipo 2 que se ven superados por los métodos Tipo 1, encontramos métodos que no presentan problemas de convergencia y, por otro lado métodos aritméticos Tipo 2 que sí presentan problemas de convergencia (véase la Tabla 27 en el apartado 5.1) no son superados por métodos Tipo 1 según lo observado en la Tabla 59.

Por tanto, nos inclinamos a pensar que el hecho de que en algunos casos los métodos Tipo 1 sean superiores a los métodos Tipo 2 en las proyecciones de la tabla de Demanda Final se debe fundamentalmente a que la información adicional que tienen los métodos Tipo 2 tiene una menor relevancia relativa en la proyección de este bloque, frente a los problemas que puedan suponer la convergencia o de condicionamiento de los datos.

A modo de resumen de todo lo anterior, las principales conclusiones que se pueden extraer de este análisis realizado por bloques son las siguientes:

- Los análisis de los resultados de la bondad de ajuste por bloques determinan que los métodos Tipo 2 vuelven a ser superiores a los métodos Tipo 1, especialmente en las tablas de Origen y las tablas de Demanda Intermedia.
- En la parte correspondiente la tabla de Demanda Final, las medidas de bondad de ajuste para los métodos Tipo 1 y Tipo 2 son mucho más parejas ocurriendo, en ocasiones, que los métodos Tipo 1 suelen presentar medidas de bondad de ajuste superiores a los métodos Tipo 2. La menor importancia que supone esta información exógena adicional que contienen los métodos Tipo 2 a la hora de la estimación de la tabla de Demanda Final explica por qué en algunos casos los métodos Tipo 1 presentan mejores medidas de bondad de ajuste que los métodos Tipo 2.
- Al igual que en el análisis de las bondades de ajuste para los marcos integrados completos, entre los métodos Tipo 2, en todos los bloques, el SUT-RAS-2 es el que presenta mejores resultados de manera bastante generalizada, tanto en horizontes de proyección quinquenales como anuales. A continuación el método que presentaría mejores resultados es el SUT-EURO-2-Geométrico y por último el SUT-EURO-2-Aritmético.

- Entre los métodos Tipo 1, suele ser el SUT-EURO-1-Geométrico el que presenta mejores resultados, especialmente en proyecciones quinquenales. Le seguiría el SUT-EURO-1-Aritmético y por el último el SUT-RAS-1, aunque en este tipo de métodos las prelaaciones son mucho menos generalizadas que en los métodos Tipo 2.

### *5.7. ANÁLISIS DE ALGUNOS ELEMENTOS PARTICULARES: IMPORTACIONES, PRODUCCIÓN A PRECIOS BÁSICOS Y OUTPUT POR PRODUCTO.*

Para concluir este capítulo, vamos a realizar un breve análisis de la bondad de ajuste de los métodos de proyección para algunos elementos más singulares de las Tablas de Origen y Destino.

En el Anexo 6 de Resultados, pueden encontrarse los resultados de las medidas de bondad de ajuste específicas para una serie de vectores singulares de los marcos Input-Output proyectados. En particular:

- Producción a precios básicos por ramas (PPB)
- Output interior por productos
- Importaciones
- Impuestos Netos de Subvenciones sobre los Productos
- Consumo Final agregado de los Hogares, ISFLSH y Administración Pública
- Exportaciones
- Formación Bruta de Capital
- Total de consumos intermedios Interiores a precios básicos
- Total de consumos intermedios Importados

En este apartado señalamos los aspectos más significativos que hemos encontrado analizando estos resultados. La cantidad de información existente es de tal magnitud que estamos seguros que no hemos sido exhaustivos. Creemos que toda esta información también puede ser muy relevante para implementar líneas de mejoras en los métodos de proyección que se han presentado en este trabajo. Una simple determinación de los elementos en los que existen peores ajustes puede conducir a mejoras de estos métodos, a través de la introducción de información exógena en esos apartados en los que existe un peor ajuste, o incluso modificaciones en la metodología de funcionamiento de los mismos, que sin duda conducirán a versiones mejoradas de los métodos aquí presentados.

Es ese el motivo por el que se ha decidido presentar todos estos resultados en el Anexo correspondiente.

### 5.7.1 Análisis de las proyecciones de la Producción a precios básicos por ramas obtenidas con los métodos Tipo 1.

Los métodos Tipo 1 no contienen información exógena de la PPB por ramas, por lo que la misma debe ser determinada de manera endógena por cada método.

El objetivo de este apartado es dilucidar qué método es el que arroja mejores proyecciones de la PPB de los tres que se han analizado dentro del Tipo 1.

Obviamente, no incluimos en este apartado los métodos Tipo 2, ya que la PPB no se proyecta en esos métodos al ser parte de la información exógena de partida.

Los resultados se encuentran en la Tabla 61 a continuación.

Tabla 61. Prelación de métodos según el Rango Combinado en la proyección de la PPB en los métodos Tipo 1.

Método \ Posición	Horizonte Quinquenal			Horizonte Anual			Global		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
<b>SUT-RAS-1</b>	25%		75%	5%		95%	8%		92%
<b>SUT-EURO-1-Geom</b>	75%	25%		70%	30%		71%	29%	
<b>SUT-EURO-1-Aritm</b>		75%	25%	25%	70%	5%	21%	71%	8%

Elaboración propia.

En la misma, podemos ver que el método que mejores proyecciones proporciona de la PPB es el SUT-EURO-1-Geométrico, tanto para horizontes quinquenales de proyección como para horizontes anuales. En segundo lugar, es el método SUT-EURO-1-Aritmético, y por último, el SUT-RAS-1.

Esto indica la neta superioridad del método de Leontief, que es la forma en que se determina la PPB en los métodos SUT-EURO-1, frente al enfoque metodológico del SUT-RAS en el que se pretende que la tabla proyectada presente una estructura lo más próxima posible a la tabla

de referencia en virtud de la función objetivo del problema de optimización. El SUT-RAS-1 sólo queda por encima de los métodos SUT-EURO en las proyecciones realizadas para Austria en los horizontes de proyección 00-05 y 00-01. En el resto de casos la prelación siempre determina que el SUT-EURO-1-Geométrico es el mejor método para proyectar el vector de PPB por ramas, seguido del SUT-EURO-1-Aritmético y en último lugar el SUT-RAS-1.

Este resultado es, por lo general, bastante unánime, no sólo en el Rango Combinado, sino con independencia del estadístico de bondad de ajuste considerado.

Esto puede verse en la Tabla 62 que resume los valores medios de cada estadístico de bondad de ajuste para la proyección del PPB, y en el Gráfico 22 donde se representan las densidades empíricas de dichos estadísticos.

Tabla 62. Valores medios de los estadísticos de bondad de ajuste para la proyección de la PPB por Ramas.

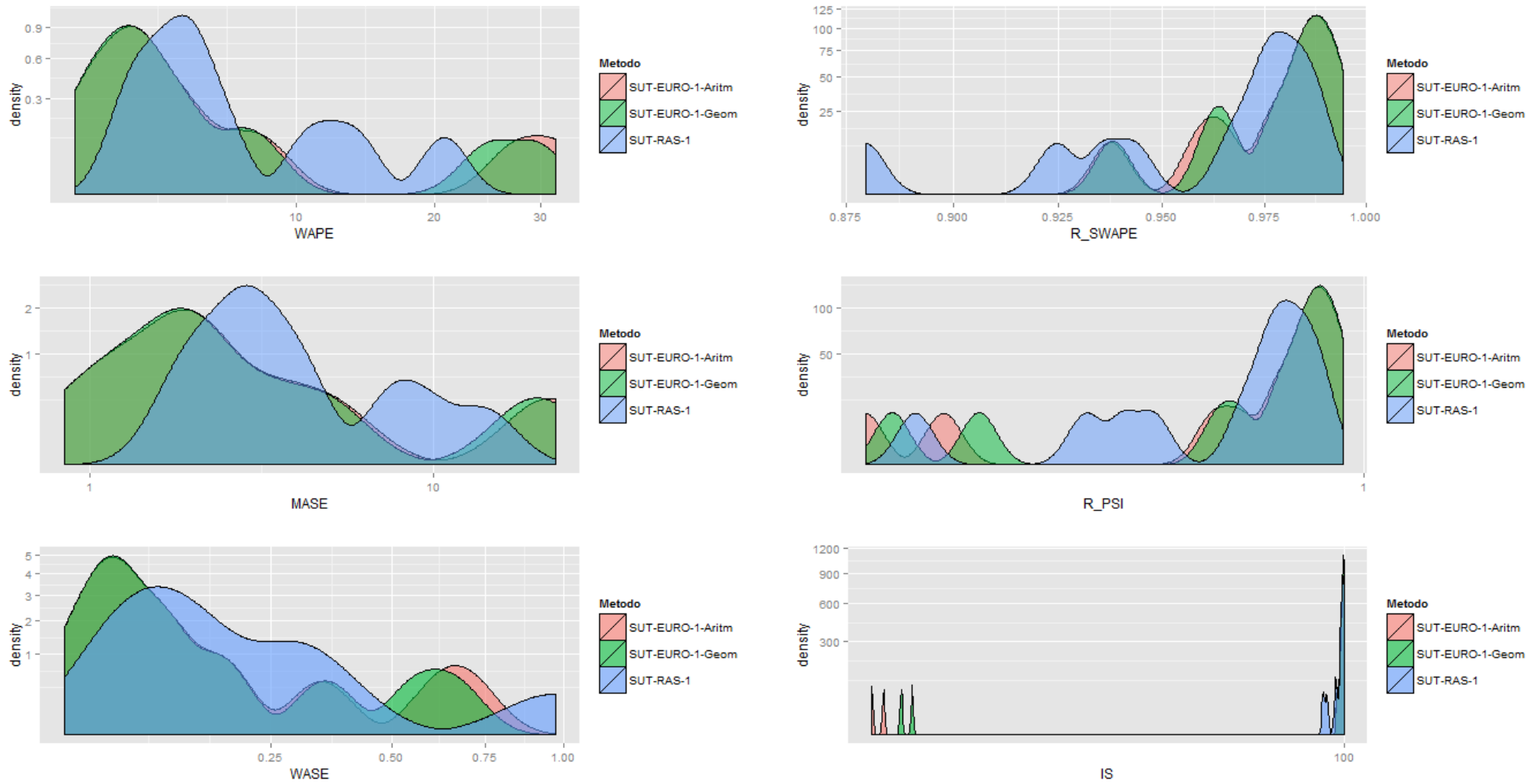
Metodo	WAPE	MASE	WASE	R_SWAPE	R_PSI	Ind. Simil.
SUT-EURO-1-Aritm	5.3	3.8	0.133	0.9816	0.976	98.0
SUT-EURO-1-Geom	<b>5.1</b>	<b>3.6</b>	<b>0.129</b>	<b>0.9819</b>	<b>0.977</b>	98.1
SUT-RAS-1	5.8	4.1	0.181	0.9694	0.970	<b>99.8</b>

Elaboración propia

Como puede verse en el Gráfico 22, en las medidas de bondad de ajuste absoluta los histogramas del SUT-RAS-1 y el SUT-EURO-1-Aritmético están más hacia la derecha que los correspondientes al SUT-EURO-1-Geométrico. Y en el caso de las medidas de bondad de ajuste relativas es justo al revés, encontrándose un poco más hacia la izquierda.

La conclusión de este apartado es clara: la proyección de la producción por ramas en los métodos SUT-EURO-1 que es obtenida a través del método de Leontief arroja mejores resultados que la proporcionada por el método SUT-RAS-1.

Gráfico 22. Densidades empíricas de los estadísticos de bondad de ajuste para la proyección de la Producción a Precios Básicos por Ramas.



Elaboración propia.

### 5.7.2 Análisis de las proyecciones obtenidas del output por productos.

El output por productos es una macromagnitud que es determinada de manera endógena en todos los métodos de proyección analizados en este trabajo.

Es una macromagnitud que no suele formar parte de las estimaciones oficiales de la Contabilidad Nacional. Sólo en algunas encuestas estructurales, como la Encuesta Industrial de Productos, se pueden obtener estimaciones parciales para algunas ramas de la Economía.

Es interesante, en consecuencia, ver qué métodos de los presentados en este trabajo determina una mejor proyección del output por productos. Los resultados globales de prelación pueden verse en la Tabla 63.

En la misma, puede verse que entre los métodos Tipo 2, el SUT-RAS-2 es el método que mejores resultados obtiene en global, sin embargo, no de manera tan clara como en el ajuste realizado para otros bloques.

Como puede verse en la Tabla 63, los métodos SUT-EURO-2 de manera global superan en un tercio de los casos al SUT-RAS-2 y, en nuestra opinión, estos resultados no son mejores por los problemas de convergencia que ocasionalmente presentan los métodos SUT-EURO-2.

De hecho los problemas de convergencia están aparejados con problemas de condicionamiento de los datos y colinealidad aproximada que se presentan en la tabla  $D_0$  correspondiente a la cuota de mercado. Y es esta matriz la que determina de manera directa el output por productos a partir de la producción por ramas.

Tabla 63. Prelación de métodos según el Rango Combinado en la proyección del Output por Productos.

Posición Método		Horizonte Quinquenal						Horizonte Anual						Global					
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
Modelos Tipo 2	SUT-RAS-2	75%	25%					65%	5%	30%				67%	8%	25%			
	SUT-EURO-2-Geom	25%		75%				5%	50%	40%			5%	8%	42%	46%			4%
	SUT-EURO-2-Aritm		75%	25%				30%	40%	20%	5%	5%		25%	46%	21%	4%	4%	
Modelos Tipo 1	SUT-RAS-1				25%		75%		5%		10%		85%		4%		13%		83%
	SUT-EURO-1-Geom				75%	25%			5%	5%	35%	55%			4%	4%	42%	50%	
	SUT-EURO-1-Aritm					75%	25%				50%	40%	10%				42%	46%	13%

Elaboración propia.



En particular, las tres casos en los que los métodos Tipo 1 se encuentran entre las tres primeras posiciones del rango combinado (relegando en consecuencia a algún método Tipo 2 a las últimas) se corresponden con 2 proyecciones que presentan problemas de este tipo: Bélgica 02-03 e Italia 00-01. En el primer caso, tanto el método SUT-EURO-2-Geométrico como el SUT-EURO-2-Aritmético son relegados a las últimas posiciones. En el segundo caso, el SUT-EURO-1-Geométrico supera al SUT-EURO-2-Aritmético.

Aun así, el método SUT-RAS-2 es el que mejores desempeños presenta tanto en el horizonte de proyección quinquenal como anual. Sin embargo, en el horizonte de proyección anual el método SUT-EURO-2 se aproxima mucho en bondad de ajuste al SUT-RAS-2. En la Tabla 64 puede verse que las distancias en término de bondad de ajuste para el vector del output por productos se reducen en gran medida para los métodos Tipo 2. Como puede verse en la misma, aunque el SUT-RAS-2 es el que obtiene mejores resultados medios, las diferencias se han reducido hasta el punto de ser mínimas en algunos estadísticos.

Tabla 64. Valores medios de los estadísticos de bondad de ajuste para la proyección del Output por Productos.

Metodo	WAPE	MASE	WASE	R_SWAPE	R_PSI	Ind. Simil.
SUT-EURO-2-Aritm	2.0	1.4	0.047	0.990	0.990	99.95
SUT-EURO-2-Geom	2.0	1.4	0.047	0.990	0.990	99.95
SUT-RAS-2	1.7	1.2	0.041	0.991	0.991	99.97

Elaboración propia.

Por otro lado, examinando de nuevo la Tabla 63 fijando el objetivo en los métodos Tipo 1, como es habitual, son los métodos correspondientes a la familia SUT-EURO los que presentan mejores resultados que el SUT-RAS-1. El principal rasgo reseñable en este caso es que el método SUT-EURO-1-Aritmético presenta mejores resultados que su equivalente Geométrico para proyecciones con horizonte anual, aunque en términos globales están prácticamente equiparados en nivel de desempeño.

En consecuencia, de las proyecciones del Output por productos se puede concluir lo siguiente:

- El método SUT-RAS-2 es el que arroja mejores proyecciones del output por productos entre los métodos Tipo 2, aunque la distancia con respecto a los métodos SUT-EURO-2 es tan reducida que en un tercio de los casos llegan a ser superiores.
- En lo métodos Tipo 1, el SUT-EURO-1-Aritmético es el que obtiene mejores resultados, pero prácticamente empatado con el SUT-EURO-1-Geométrico.
- De nuevo los métodos Tipo 2 son superiores a los métodos Tipo 1, salvo en algunos casos en los que los problemas de condicionamiento de la tabla de Origen están presentes.

### 5.7.3 Análisis de las proyecciones obtenidas del vector de importaciones CIF.

Para finalizar este capítulo, presentamos los resultados de bondad de ajuste del vector de Importaciones CIF. Traemos aquí este apartado de manera específica porque es en uno de los puntos en los que los métodos SUT-EURO presentan peores resultados.

Los resultados globales se muestran en la Tabla 65. Como puede observarse en la misma, la prelación de métodos se ha visto bastante modificada en este caso, existiendo métodos Tipo 2 relegados a las últimas posiciones, que en consecuencia son abandonadas por los métodos Tipo 1. Este hecho es más acentuado si cabe en las proyecciones anuales en las que además se observan un hecho singular que se analizará a continuación.

Tabla 65. Praelación de métodos según el Rango Combinado en la proyección de las Importaciones CIF.

Posición	Método	Horizonte Quinquenal						Horizonte Anual						Global					
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
		Modelos Tipo 2	<b>SUT-RAS-2</b>	100%						80%		20%				83%		17%	
<b>SUT-EURO-2-Geom</b>			75%	25%				15%		35%	25%	15%	10%	13%	13%	33%	21%	13%	8%
<b>SUT-EURO-2-Aritm</b>				50%	25%	25%			35%	5%	15%	15%	30%		29%	13%	17%	17%	25%
Modelos Tipo 1	<b>SUT-RAS-1</b>				50%		50%		45%	5%	30%		20%		38%	4%	33%		25%
	<b>SUT-EURO-1-Geom</b>			25%	25%	50%			10%	25%	10%	40%	15%		8%	25%	13%	42%	13%
	<b>SUT-EURO-1-Aritm</b>		25%			25%	50%	5%	15%	5%	20%	30%	25%	4%	17%	4%	17%	29%	29%

Elaboración propia.

Para una mejor claridad en la interpretación en la Tabla 66 y la Tabla 67 se tienen las prelaaciones para los métodos Tipo 1 y Tipo 2 por separado.

En lo referente a los métodos Tipo 2, no hay grandes diferencias con respecto al resultado general ya mencionado: el método SUT-RAS-2 es el que mejores resultados presenta, de manera unánime para horizontes de proyección quinquenales, y de manera casi unánime en

horizontes de proyección anuales. Es decir, en los métodos Tipo 2, la hegemonía en la prelación del SUT-RAS-2 para las importaciones se mantiene como en el resto de bloques analizados.

Tabla 66. Praelación de métodos según el Rango Combinado para la proyección de las importaciones en los métodos Tipo 2.

Posición Método	Horizonte Quinquenal			Horizonte Anual			Global		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
<b>SUT-RAS-2</b>	100%			85%		15%	88%		13%
<b>SUT-EURO-2-Geom</b>		100%		15%	50%	35%	13%	58%	29%
<b>SUT-EURO-2-Aritm</b>			100%		50%	50%		42%	58%

Elaboración propia.

Sin embargo, esta imagen oculta una realidad que cuando analizamos los métodos Tipo 1 por separado queda claramente de manifiesto. Si observamos la Tabla 67, vemos que en los métodos Tipo 1, el SUT-RAS-1 es el método que mejores resultados obtiene para proyectar el vector de importaciones<sup>411</sup>.

Tabla 67 Praelación de métodos según el Rango Combinado para la proyección de las Importaciones CIF en los métodos Tipo 1.

Posición Método	Horizonte Quinquenal			Horizonte Anual			Global		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
<b>SUT-RAS-1</b>	50%		50%	70%		30%	67%		33%
<b>SUT-EURO-1-Geom</b>	25%	75%		5%	75%	20%	8%	75%	17%
<b>SUT-EURO-1-Aritm</b>	25%	25%	50%	30%	20%	50%	29%	21%	50%

Elaboración propia.

Es decir, los métodos de la familia SUT-EURO presentan un talón de Aquiles en este punto. Esto se ve claramente en los métodos Tipo 1 pero es igualmente cierto para los métodos Tipo 2. Esto es generalizado no únicamente en el Rango Combinado, sino para todos los estadísticos de bondad de ajuste, como puede verse de manera sintética en el Gráfico 23.

<sup>411</sup> De hecho, como puede observarse en la Tabla 65, en demasiadas ocasiones (aproximadamente el 40% de los casos) el método SUT-RAS-1 es superior a los métodos SUT-EURO-2 en términos de bondad de ajuste correspondiente al vector de importaciones, y eso a pesar de disponer de menor información exógena.

La explicación a este se encuentra en la propia forma de construcción de los métodos de la familia SUT-EURO.

Dado que los métodos SUT-EURO-1 trabajan con muy poca información exógena (crecimiento del VAB por ramas, crecimientos del total de importaciones, crecimiento del total de INSP y crecimiento de la Demanda Final por componentes), Beutel (2008) sugiere que el vector de las importaciones en la primera iteración evolucionará por filas de acuerdo con la tasa de crecimiento del VAB por ramas. Posteriormente, en sucesivas iteraciones, los factores de corrección se realizan en función del crecimiento total de las importaciones, corrigiéndose todos los multiplicadores por filas por un factor único correspondiente al ajuste del total del vector de importaciones.

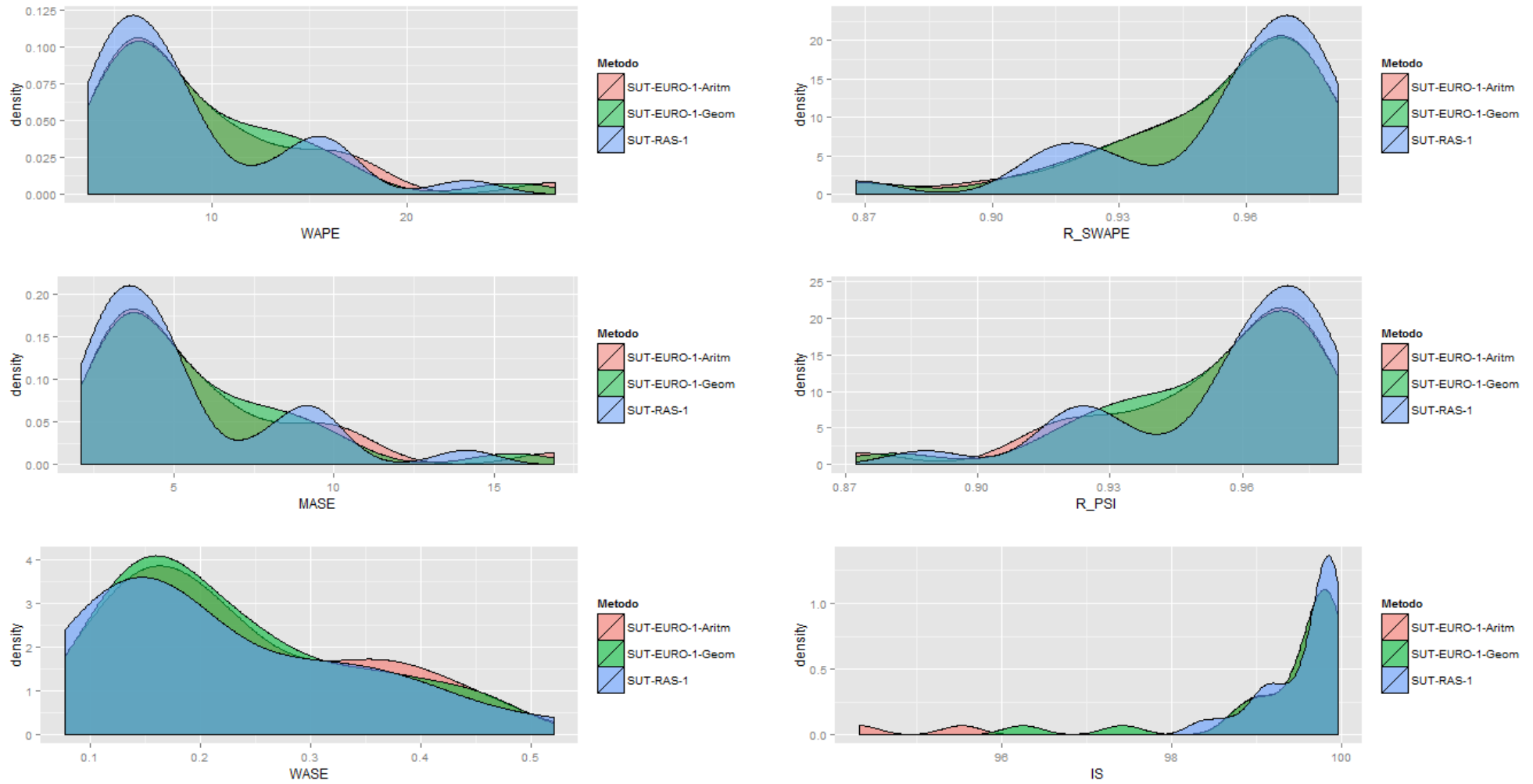
Hemos comprobado empíricamente que la solución que se obtiene con el método SUT-EURO-1, tanto en el caso aritmético como en el caso geométrico, es sensible a la elección del punto de partida para las importaciones. Es decir, que si en lugar del punto de partida establecido por Beutel (2008) relacionando el crecimiento de las importaciones con el VAB, se hubiese escogido otro punto de partida, la solución sería diferente.

En la construcción que hemos realizado del método SUT-EURO-2, situación en la que se dispone de más información exógena y por tanto podrían haberse considerado otras opciones, decidimos de manera deliberada mantener como punto de partida para las importaciones las tasas de crecimiento del VAB por ramas, ya que nuestro objetivo fue ofrecer un método lo más similar posible al SUT-EURO-1 en su planteamiento.

También hemos comprobado que en el SUT-EURO-2 la solución es sensible al punto de partida elegido para las importaciones. Por tanto, en aquellos casos que el crecimiento de las importaciones no esté correlacionado linealmente con el crecimiento del VAB por ramas, estaremos obteniendo una solución a la que podríamos denominar como un óptimo de segunda especie, ya que puede mejorarse eligiendo puntos de partida mejores para el vector de importaciones.

Por tanto, la proyección del vector de importaciones supone con bastante seguridad, en nuestra opinión, el principal talón de Aquiles de la familia de métodos SUT-EURO, y es uno de los aspectos en los que, con la introducción de información exógena para este vector, mayores ganancias en bondad de ajuste se podrían obtener.

Gráfico 23. Densidades empíricas de los estadísticos de bondad de ajuste para los métodos Tipo 1 correspondientes al vector de importaciones.



Elaboración propia.

Hemos realizado algunas comprobaciones tomando como punto de partida vectores de crecimientos aleatorios habiéndose obtenido soluciones que, en algunos casos son mejores al punto de partida sugerido por Beutel, y en otros casos son inferiores. Por tanto, pensamos que este es un punto en el que puede mejorarse el método SUT-EURO-2 y que dejamos para trabajos futuros.

Uno de nuestros objetivos que nos planteamos en este sentido es generalizar estos métodos para aquellos casos en los que se dispone de mayor información exógena. A nivel nacional es muy habitual tener información bastante fidedigna de las importaciones y exportaciones a través de la información correspondiente de la Agencia Tributaria y el Servicio de Aduanas.

Pensamos que el introducir información exógena sobre el vector de importaciones redundará en una gran mejora en cuestiones de bondad de ajuste de los métodos de la familia SUT-EURO. Indudablemente, esto también redundará en una mejora de los métodos de la familia SUT-RAS, por lo tanto es ésta una cuestión abierta sumamente interesante: en estas condiciones ¿qué método es más adecuado para realizar la proyección de las tablas de Origen y de Destino? La respuesta a esta pregunta requerirá, en primer lugar, generalizar los métodos SUT-EURO para dar cabida a esa información exógena adicional. En el caso del SUT-RAS-2 la generalización existe, y es fácilmente adaptable a nuestro SUT-RAS-1. En el caso de SUT-EURO-2 pensamos que también es fácil llevar a cabo la generalización, ya que sólo cabría elegir como punto de partida para el vector de importaciones las tasas de crecimiento observadas del vector de importaciones. En el SUT-EURO-1 pensamos que inicialmente podría trabajarse del mismo modo.

Aunque estas son cuestiones que deberemos examinar con mayor detenimiento en un futuro próximo.

- Así que tu historia sí tiene un final feliz.

- Bueno... eso depende de ti. La historia es tuya ahora; y tener un final feliz depende, por supuesto, de donde quieras que acabe tu historia

(Diálogo imaginario entre Yann Martel –La vida de Pi- y Orson Welles)

## **CAPÍTULO 6**

### **CONCLUSIONES**

#### **6.1. CONCLUSIONES**

Finalizamos este trabajo con una breve exposición de las principales conclusiones que se han obtenido en el mismo y proponiendo, a tenor de los resultados obtenidos, la continuidad del mismo en forma de futura líneas de investigación.

La aportación fundamental de este trabajo ha sido la generalización de los métodos de proyección originales SUT-EURO y SUT-RAS de forma que se adecúen al empleo de una misma información exógena para llevar a cabo proyecciones de las tablas de Origen y de Destino, y que sean directamente aplicables desde el punto de vista práctico con unos requisitos mínimos de desagregación de la información desde el punto de vista de Contabilidad Nacional y de

acuerdo con los criterios establecidos en el Sistema Europeo de Cuentas por una Oficina Estadística Oficial.

De este modo hemos construido dos versiones de cada método, una con mayor información exógena y la otra con menor información, en ambos casos con un tratamiento explícito de los impuestos netos de subvenciones sobre los productos en las proyecciones a realizar. De este modo disponemos de dos parejas de métodos homogéneos, en lo que a la información utilizada para la proyección se refiere. Estos hechos quedan reflejados de manera sintética en la tabla siguiente

Tabla 68. Características de los métodos desarrollados en comparación a los originales.

<b>Método</b>	<b>Diferenciación entre orígenes interiores e importados</b>	<b>Tratamiento explícito de los INSP</b>	<b>Producción a p.b. determinada de modo</b>
SUT-EURO	Sí	No	Endógena
SUT-RAS	Sí	No	Exógena
SUT-EURO-1	Sí	Sí	Endógena
SUT-RAS-1			
SUT-EURO-2	Sí	Sí	Exógena
SUT-RAS-2			

Elaboración propia.

Trabajando con los métodos homogéneos hemos podido evaluar y concluir que cuando nos encontremos en un contexto en el que pretendamos realizar la proyección con los menores requisitos de información exógena exigibles, el método SUT-EURO presenta una mejor capacidad de desempeño que el SUT-RAS. Sin embargo, cuando la información exógena incluye además el vector de producción a precios básicos, es el SUT-RAS el que presenta una mejor capacidad de desempeño en comparación con el SUT-EURO.

Por tanto, no es posible establecer una prelación entre las metodologías que sustentan ambos métodos. Dependiendo de la información exógena con la que trabajemos un método será preferible al otro. La lógica económica que subyace en el modelo de Leontief, que es empleado dentro del método SUT-EURO para determinar la producción total cuando ésta es desconocida parece ser la clave que hace que, ante menores requisitos de información exógena, sea el método SUT-EURO el más adecuado para realizar las proyecciones. Por el contrario, cuando



la información exógena es mayor y no es necesario derivar la producción a partir de la demanda final, porque ésta es conocida, la lógica de programación matemática y de minimización de 'divergencias' del método SUT-RAS se impone al método SUT-EURO.

Otra aportación relevante de este trabajo en lo que respecta al método SUT-EURO, es que hemos trabajado de manera intensiva con aplicaciones que incluyen las dos versiones del mismo para construir la tabla de Destino. En una versión se emplea la media aritmética para obtener las proyecciones de los elementos de la citada tabla, mientras que en la otra se emplea la media geométrica. Empíricamente se ha comprobado que la versión media geométrica presenta mejores resultados que la vertiente aritmética en una doble vertiente:

- En cuestiones de convergencia: la capacidad del procedimiento iterativo para proyectar unas proyecciones que sean plenamente consistentes con los datos de la Contabilidad Anual empleados para realizar la proyección es mucho mayor cuando se emplea la versión geométrica del SUT-EURO que cuando se emplea la versión media aritmética del mismo, con independencia de si estamos trabajando en un contexto con menor información exógena o con mayor información exógena y del horizonte de proyección considerado. De especial importancia nos ha parecido la capacidad del método SUT-EURO Geométrico para alcanzar la convergencia incluso en situaciones en que la tabla de Origen presenta colinealidad aproximada muy elevada.
- En cuestiones de bondad de ajuste: la capacidad de desempeño medida a través de las diversas medidas de bondad de ajuste empleadas en este trabajo arroja que la versión geométrica del método SUT-EURO alcanza mejores resultados que la versión media aritmética.

Igualmente, en este trabajo hemos contrastado que todos los resultados anteriormente descritos son generalizables con una gran regularidad con independencia del país considerado, del horizonte de proyección con el que trabajemos, anual o quinquenal, y de la medida de bondad de ajuste empleada.

En cuanto a la capacidad predictiva, a pesar de que hemos observado diferencias consistentes que nos hacen concluir cuál método es preferible en función de la información exógena disponible, todos los métodos desarrollados tienen un nivel de bondad de ajuste muy elevado, siendo las diferencias entre métodos muy exiguas, especialmente si las comparamos dentro de métodos con el mismo nivel de información exógena, por lo que en cualquier caso este hecho convierte a los métodos en muy recomendables para realizar proyecciones de tablas de

Origen y de Destino, aunque no nos encontremos en la mejor opción de información exógena a nuestra disposición.

Del mismo modo, en los análisis realizados para medir la capacidad de desempeño de los métodos desarrollado en este trabajo, hemos obtenido que en lo que respecta tanto al método SUT-EURO como al método SUT-RAS, de manera generalizada y prácticamente unánime, los métodos Tipo 2 (aquéllos con mayor información exógena) presentan una mejor capacidad de desempeño, en términos de bondad de ajuste, que los métodos Tipo 1 (aquéllos que se implementan con una menor información exógena). Esta última afirmación es cierta tanto de manera global, es decir, comparando el mejor de los métodos Tipo 1 frente al mejor de los métodos Tipo 2, como considerados individualmente, es decir si comparamos uno a uno cada método del Tipo 1 con su alternativa equivalente del Tipo 2, en la práctica de totalidad de proyecciones realizadas y con casi absoluta independencia del estadístico de bondad de ajuste considerado.

En consecuencia, dentro de las dos versiones del método SUT-EURO analizada en lo que a información exógena se refiere, es preferible tener mayor información exógena a tener menos. En el caso de que dispongamos del vector de producción a precios básicos por ramas, es preferible incorporar esa información al método sin temor a que pueda producirse la paradoja de Myernik. Hemos comprobado que este hecho también es cierto para el método SUT-RAS, aunque en este caso el hallazgo más que novedoso, sólo viene a confirmar un tema que se ha abordado de manera recurrente en la literatura académica de métodos de la familia RAS, la preferencia de una situación mayor información exógena para llevar a cabo las proyecciones frente a otra situación con menor información exógena. Por tanto, se puede concluir con bastante determinación que, en lo referente a los métodos analizados en este trabajo, los métodos con mayor información exógena son preferibles a los métodos con menor información exógena para llevar a cabo las proyecciones.

Si los resultados anteriores se singularizan, no ya para las tablas de Origen y de Destino en su conjunto, sino para distintos bloques que la conforman, no existe una gran variación en las conclusiones ya mencionadas hasta el momento, mereciendo especial atención las siguientes peculiaridades:

- En lo que respecta a la proyección de la tabla de Origen, los métodos Tipo 2 presentan mejores niveles de desempeño que los métodos Tipo 1, siendo el SUT-RAS el mejor método para realizar las proyecciones entre los métodos Tipo 2, y el SUT-EURO-Geométrico el mejor entre los métodos Tipo 1.

- Las proyecciones correspondientes a la Demanda Intermedia son las que peores bondades de ajuste alcanzan, tanto en los métodos Tipo 2 como en los métodos Tipo 1. Esto es debido a que, por un lado es la que más elementos a proyectar presenta, y donde hay mayor variabilidad entre estos elementos, mientras que la información exógena disponible es la misma que en el resto de bloques considerados (tabla de Origen y tabla de Demanda Final). Además es en esta parte de la tabla de Destino donde se manifiestan con mayor intensidad los cambios estructurales.
- En las proyecciones correspondientes a la Demanda Final, el nivel de desempeño de los métodos Tipo 1 y Tipo 2 es tan parejo que en algunas ocasiones nos encontramos métodos Tipo 1 con una ligera mejor bondad de ajuste frente a los métodos Tipo 2. Esto se debe a que la información adicional de la que disponen los métodos Tipo 2 no afecta directamente a la Demanda Final, sino a la Demanda Intermedia, por lo que el efecto que esta información adicional supone para la Demanda Final es indirecto, vía una mejor capacidad de ajuste de los elementos por filas correspondientes a la Demanda Intermedia.
- Entre los métodos Tipo 1, donde el vector de producción a precios básicos por ramas no forma parte de la información exógena debiendo ser determinada de manera endógena por el método correspondiente, los métodos SUT-EURO, tanto en su versión geométrica como aritmética, presentan unos mejores resultados a la hora de proyectar dicho vector en comparación con el método SUT-RAS. Este hecho es cierto tanto para los horizontes de proyección quinquenal como en los anuales, con mayor intensidad en estos últimos, con independencia del estadístico de bondad de ajuste considerado y del país seleccionado. Por tanto, esta situación nos confirma que la superioridad del método de Leontief para estimar de manera endógena este vector frente a la lógica de minimización de divergencias del método SUT-RAS.
- En cuanto a la determinación endógena del vector del Output por productos, entre los métodos Tipo 2, el SUT-RAS obtiene mejores resultados que los métodos SUT-EURO. Sin embargo, este resultado no es tan unánime como los que se obtienen en el caso del vector de producción por ramas, por lo que no puede descartarse que la lógica subyacente en el método SUT-EURO –que supone constante la cuota de mercado por

producto a lo largo del periodo de proyección para estimar el vector de output- sea necesariamente peor que la metodología del SUT-RAS.

Entre los métodos Tipo 1, los métodos SUT-EURO realizan mejores proyecciones que el SUT-RAS del vector del output por productos, siendo muy parejas las estimaciones de la versión aritmética y geométrica, con una ligera ventaja del primero frente al segundo.

- A la hora de proyectar el vector de importaciones CIF, los métodos SUT-EURO en general (tanto Tipo 1 como Tipo 2) presentan unos peores resultados en términos de bondad de ajuste en comparación con el método SUT-RAS. Esto es debido a la poca información con la que trabaja el método SUT-EURO y a que la evolución de las importaciones por productos se liga, en los métodos SUT-EURO, al crecimiento del VAB por ramas y a que el total de importaciones por producto converja al total deseado. En estos casos la lógica de equilibrio contable y de estimación endógena establecida por el método SUT-RAS es superior a la hipótesis de ligar el crecimiento de las importaciones al crecimiento del VAB en el método SUT-EURO.

Por último, en lo referente a las medidas de bondad de ajuste empleadas, el propósito fundamental de ellas en este trabajo ha sido llevar a cabo el análisis de la evaluación empírica de los métodos analizados realizada desde diferentes ópticas para una mayor generalidad de las conclusiones extraídas. Sin embargo, en el estudio y análisis de estas medidas de bondad de ajuste hemos obtenido una serie de resultados que son interesantes:

- Se han introducido medidas de bondad de ajuste como el estadístico MASE y el estadístico WASE que, hasta dónde nuestro conocimiento alcanza, no han sido empleadas anteriormente en la literatura académica sobre métodos indirectos.
- En nuestra opinión el estadístico MASE es superior al estadístico WAPE, que es uno de los estadísticos de bondad de ajuste más utilizado en las publicaciones de este campo. Las razones de esta superioridad se basan en que la expresión del MASE conduce a que no sea necesario excluir ningún elemento de la proyección a la hora de su cálculo, ni se tienen que realizar hipótesis arbitrarias para la consideración de algunos de los elementos excluidos en el estadístico WAPE, que de excluirse conducirían a una reducción injustificada del valor del estadístico WAPE lo que induce una mejor bondad de ajuste de manera artificial. Además, hemos comprobado que los rankings derivados

de los estadísticos MASE y WAPE son prácticamente coincidentes en nuestra evaluación empírica.

- Se ha clarificado en este trabajo el valor de la cota máxima del estadístico Psi de Kullback-Leibler en matrices con elementos arbitrarios, permitiendo relativizar el mismo en un estadístico que hemos denominados  $\rho - PSI$  acotado entre 0 y 1.

## 6.2. LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN

En cuanto a las líneas futuras de investigación y de desarrollo de estos métodos que se nos plantean a tenor de este trabajo destacamos las siguientes:

- Profundizar en la cuestión abierta en el método SUT-EURO de cuál es la mejor opción para proyectar el vector de importaciones, estableciéndose en base a un estudio empírico acerca de cuál es el mejor vector de tasas de partida.
- Extender y generalizar los métodos SUT-EURO y SUT-RAS para los casos en que exista mayor nivel de información exógena, y analizar el nivel de desempeño de estos métodos cuando se le añada aún mayor información exógena, especialmente en lo que respecta a los vectores de comercio exterior de los que existen fuentes de información fiables en lo que respecta al comercio internacional.
  - o En el caso del método SUT-RAS en este trabajo se ha presentado una generalización del mismo en este sentido para incluir una matriz de coeficientes de los que se dispone de información exógena. Es necesario profundizar en ese método para incluir información exógena –en forma de combinaciones lineales y no lineales de elementos- sobre subconjuntos de elementos de las matrices a proyectar de manera más generalizada. El método KRAS de Lenzen, Gallego y Wood<sup>412</sup> profundiza en esta senda. Nuestra idea sería generalizar ese planteamiento aplicado a la proyección integrada de tablas de Origen y de Destino y para el tratamiento de las posibles contradicciones y conflictos que surjan como consecuencia del mayor nivel de información exógena introducida.

---

<sup>412</sup> Lenzen, Gallego y Wood (2009) op. cit.

- En lo referente al método SUT-EURO pensamos que el mismo también puede ser generalizable para la inclusión de información exógena en forma de coeficientes singulares de manera análoga a la realizada en el método SUT-RAS, especialmente en aquellos elementos de los que se dispone de los totales por filas y por columnas.
  
- Desarrollar los métodos SUT-EURO y SUT-RAS para la proyección de un marco multi-regional o multi-país. En estos casos el planteamiento debe generalizarse para desagregar los orígenes de los empleos distinguiéndose entre orígenes importados del resto del mundo, y orígenes importados procedentes del resto del resto del país.  
A un nivel regional, existe información fiable de comercio exterior pero sólo para los flujos comerciales de la región con el exterior del país, no disponiéndose de información estadística de base sólida para los flujos comerciales inter-regionales dentro de la frontera del país. Es éste uno de los principales puntos en los que existen mayores dificultades de estimación a la hora de construir un marco regional.  
En estos casos para generalizar nuestro método en esta dirección será necesario disponer, cuando menos una estimación del total de comercio exterior de la región en cuestión con el resto de regiones del país.
  
- Otra línea de trabajo sería repetir este trabajo para los 27 países de la Unión Europea para el periodo 2010-2015, en el que todos los países deberán obtener sus tablas de Origen y de Destino a precios básicos en virtud del programa de transmisión del SEC-2010, con el objetivo de generalizar los resultados en este trabajo.
  
- Por último, y no por ello menos ambicioso, creemos que el método SUT-EURO puede ser un método muy útil para realizar proyecciones de tablas de Origen y de Destino con una menor desagregación territorial<sup>413</sup> o en países con sistemas estadísticos poco desarrollados. En clave regional, con la información macroeconómica disponible a nivel infrarregional, que no suele ir más allá del VAB por ramas y algunos agregados macroeconómicos básicos, creemos que es posible extender el método SUT-EURO para obtener proyecciones provinciales tomando como tabla de referencia la regional.

---

<sup>413</sup> El método SUT-EURO original ya ha sido utilizado para este propósito en el seno del Proyecto MORE (Modelling Rural Economies) con el objeto de obtener de tablas de Origen y de Destino y Matrices de Contabilidad Social a nivel NUTS3 en la UE a partir de las tablas de Origen y de Destino a nivel NUTS1.

## ANEXOS

### ANEXO 1: SCRIPT DEL SUT-EURO-1

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
SCRIPT DEL MÉTODO SUT-EURO-1
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
CON TRATAMIENTO EXPLÍCITO DE LOS IMP. NETOS S/ PRODUCTOS
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Elaborado por Juan Manuel Valderas Jaramillo
% Julio/2015
% Departamento de Economía Aplicada I
% Universidad de Sevilla

% Este programa efectúa la proyección de una Tablas de Origen y Destino a
% precios básicos de acuerdo con la metodología SUT-EURO desarrollada por
% Beutel (2008) en la que los impuestos netos de subvenciones sobre
% los productos son tratados de manera explícita.

% Toda la información para la proyección se obtiene de las siguientes
matrices:

% TO_0 es la Tabla de Origen del año de referencia (Producto x Rama) incluyendo
% en la última columna el vector de importaciones por producto.

% TD_int_0 es la Tabla de Destino de los productos interiores (Producto x
% Rama+DF), contiene tanto la demanda intermedia como final. En las 2 últimas
% filas se incluyen dos vectores: el primero con los TLS para cada rama y la
DF, % y el segundo con el VAB para cada rama.

% TD_imp_0 es la Tabla de Destino de los productos importados (Producto x
% Rama+DF), contiene tanto la demanda intermedia como final.

% TO_t, TD_int_t y TD_imp_t son las mismas matrices pero para el año t

% Información necesaria para el método. Se obtiene a partir de las matrices
% anteriores

```

```

% Información correspondiente al año de referencia (año 0)

% V0 Make-Matrix (traspuesta de la tabla de Origen) (Rama x Producto)
% Ud0 Matriz de empleos interiores de la Demanda Intermedia a p.b. (Producto
x
% Rama)
% Um0 Matriz de empleos importados de la Demanda Intermedia a p.b. (Producto
x
% Rama)
% Yd0 Matriz de empleos interiores de la Demanda Intermedia a p.b. (Producto
x
% Rama)
% Ym0 Matriz de empleos importados de la Demanda Intermedia a p.b. (Producto
x
% Rama)
% VAB0 Vector de total de valores añadidos por rama a p.b. (Rama x 1)
% DF0 Vector con los totales de la Demanda Final por componente a
% p.b.(Componentes de la Demanda Final x 1)
% Sea t0 el vector de impuestos netos de subvenciones sobre los productos
(Rama
% Componentes de la DF x 1)
% m0 vector de importaciones del año base (Productos x 1)
% x0 Vector con la Producción Total por Ramas (Ramas x 1)
% tM0 Escalar con Total de importaciones (1x1)

% Información correspondiente al año de proyección (año t)
% VABt Vector de total de valores añadidos por rama (Rama x 1)
% DFt Vector con los totales de la Demanda Final por componente a
% p.adq.(Componentes de la Demanda Final x 1)
% tMt Escalar con Total de importaciones (1x1)
% TLSt Escalar con el total de INSP (1x1)

% Reseteamos todo
clear all
clc

% Variables auxiliares
% N° de Productos Interiores, Importados y N° de Ramas
p=size(TO_0,1);
r=size(TO_0,2)-1;
m=1;
pimp=size(TD_imp_0,1);

```



```

f=size(TD_int_0,2)-r;
tls=1;

% Vectores Auxiliares de Unos
ir=ones(r,1);
ip=ones(p,1);
idf=ones(f,1);
irf=ones(r+f,1);
im=ones(m,1);
ipimp=ones(pimp,1);
I=eye(p);

% Preparando matrices
V0=TO_0(1:p,1:r)'; % Make matrix
m0=TO_0(:,end);
tM0=ipimp'*m0;
Ud0=TD_int_0(1:p,1:r);
Um0=TD_imp_0(1:pimp,1:r);
Yd0=TD_int_0(1:p,r+1:r+f);
Ym0=TD_imp_0(1:pimp,r+1:r+f);
t0=TD_int_0(p+1,1:r+f)';
VAB0=TD_int_0(p+2,1:r)';
x0=TD_int_0(p+3,1:r)';
DF0=TD_int_0(p+3,r+1:r+f)';
TLS0=irf'*t0;

mt=TO_t(:,end);
tt=TD_int_t(p+1,1:r+f)';
VABt=TD_int_t(p+2,1:r)';
DFt=TD_int_t(p+3,r+1:r+f)';
TLSt=irf'*tt;
tMt=ipimp'*mt;

% Comprobación de coherencia de la información suministrada
if abs(V0*ip-x0)>0.000001;
    error('Tabla de Origen no consistente con Producción por Ramas')
end

if abs(V0'*ir-Ud0*ir-Yd0*idf)>0.000001;
    error('No existe equilibrio entre oferta de productos y demanda de
    productos interiores')
end

```

```
if abs(m0'*ipimp-tM0)>0.000001;
    error('Vector de Importaciones inconsistente con total de importaciones')
end

if abs(m0-Um0*ir-Ym0*idf)>0.000001;
    error('No existe equilibrio entre oferta y demanda de importaciones')
end

if abs(Ud0'*ip+Um0'*ipimp+t0(1:r)-x0+VAB0)>0.000001;
    error('No existe equilibrio entre Consumos Intemedios a Precios de
Adquisición')
end

if abs(Yd0'*ip+Ym0'*ipimp+t0(r+1:r+f)-DF0)>0.000001;
    error('No existe equilibrio en Demanda Final a precios de Adquisición')
end

if abs(t0'*irf-TLS0)>0.000001
    error('No coincide total de INSP con TLS0');
end

if (abs(tMt -( Dft'*idf-VABt'*ir-TLSt))>0.000001)
    error('No existe equilibrio entre oferta y demanda de productos en año
t')
end

% Preparación de matrices para cálculos de proyecciones
% Cálculo de vectores con tasas de variación objetivo
gv=ones(length(VAB0),1);
for i=1:length(VAB0)
    if VAB0(i)==0
        gv(i)=1;
    else gv(i)=VABt(i)/VAB0(i);
    end
end

gy=ones(length(DF0),1);
for i=1:length(DF0)
    if DF0(i)==0
        gy(i)=1;
    end
end
```

```

        else gy(i)=DFt(i)/DF0(i);
        end
    end
end
if tM0==0
    gm=1;
else gm=tMt/tM0;
end
if TLS0==0
    gtls=1;
else gtls=TLSt/TLS0;
end

% Segregación de vectores de impuestos
tDI0=t0(1:r);
tDF0=t0(r+1:r+f);

% Inicio de la primera iteración

% Primera Etapa: Obtención del market-share de la economía
% Output por productos
q0d=Ud0*ir+Yd0*idf;

% Market-share año base
D0=V0/diag(q0d);

% Segunda etapa: Actualización de las tablas de Origen y de Destino
% (Inconsistentes)
% Definición de wf y wc
wf=diag([gv;gv;gtls]);
wc=diag([gv;gy]);

% Construcción de T0
T0=[Ud0 Yd0;Um0 Ym0;tDI0' tDF0'];

% Matrices T1 y T2
T1=wf*T0;
T2=T0*wc;

% Matriz T3
% Versión Media Aritmética
% T3=(T1+T2)/2;

```

```

% Versión Media Geométrica;
T3=(T1.*T2);
T3=T3.^0.5;
T3=T3.*sign(T1);

% Descomposición de T3
Ud1=T3(1:p,1:r);
Yd1=T3(1:p,r+1:r+f);
Um1=T3(p+1:p+pimp,1:r);
Ym1=T3(p+1:p+pimp,r+1:r+f);
tDI1=T3(p+pimp+1,1:r)';
tDF1=T3(p+pimp+1,r+1:r+f)';

% Actualización del VAB
v1=diag(gv)*VAB0;

% Actualización de Make-Matriz
q1d=Ud1*ir+Yd1*idf;
V1=D0*diag(q1d);

% Tercera etapa: Obtención de la producción total por ramas consistente
% Estructuras productivas
xinpl=Ud1'*ip+Um1'*ipimp+v1+tDI1;
Bd1=Ud1/diag(xinpl);
Bm1=Um1/diag(xinpl);
Bt1s1=tDI1./xinpl;
fd1=Yd1*idf;

% Producción de equilibrio
x2=(I-D0*Bd1)\(D0*fd1);

% Cuarta Etapa: Nuevas tablas de Origen y de Destino consistentes
Ud2=Bd1*diag(x2);
Um2=Bm1*diag(x2);
tDI2=Bt1s1.*(x2);
Yd2=Yd1;
Ym2=Ym1;
tDF2=tDF1;
v2=x2-(Ud2'*ip+Um2'*ipimp)-tDI2;
q2d=Ud2*ir+Yd2*idf;
V2=D0*diag(q2d);
m2=(Um2*ir+Ym2*idf);

```

```
% Quinta Etapa: Comprobación de convergencia
% Proyecciones para el VAB por ramas
proyvab=v2;

% Proyecciones para la DF por componentes
proydf=(Yd2'*ip+Ym2'*ipimp+tDF2);

% Proyecciones para el total de importaciones
proym=m2'*ipimp;

% Proyecciones para el total de importaciones
proyTLS=tDI2'*ir+tDF2'*idf;

% Vector de desviaciones y vector de errores
dev=[VABt;DFt;tMt;TLSt]./[proyvab;proydf;proym;proyTLS];
err=dev-1;

% Fin de la primera iteración

% Criterio de convergencia
% Cuenta de Iteraciones
iter = 1;
% Margen para Convergencia
eps = 0.000001;
% Factor de elasticidad del ajuste
c=0.92;
% Error máximo
Maxerror=max(abs(err));

% Comienzo de las segunda y sucesivas iteraciones

% Definimos factores de crecimiento para iteración y los multiplicadores

fv=gV;
fy=gY;
fm=gM;
ftls=gTLS;
corr=ones(length(dev),1);

while Maxerror>eps
```

```

for i=1:length(dev)
    if dev(i)>=1
        corr(i)=1+(abs((dev(i)-1)*100)^c)/100;
    else
        corr(i)=1-(abs((1-dev(i))*100)^c)/100;
    end
end

% Factores corregidos por los multiplicadores
fv=fv.*corr(1:r);
fy=fy.*corr(r+1:r+f);
fm=fm.*corr(r+f+1:r+f+1);
ftls=ftls.*corr(r+f+2:r+f+2);

% Nuevos wf y wc. Nótese que cambia el multiplicador de las importaciones
wf=diag([fv;fm;ftls]);
wc=diag([fv;fy]);

% Repetición del proceso de actualización
T1=wf*T0;
T2=T0*wc;
% T3=(T1+T2)/2;
% Versión Media Geométrica;
T3=(T1.*T2);
T3=T3.^0.5;
T3=T3.*sign(T1);
Ud1=T3(1:p,1:r);
Yd1=T3(1:p,r+1:r+f);
Um1=T3(p+1:p+pimp,1:r);
Ym1=T3(p+1:p+pimp,r+1:r+f);
tDI1=T3(p+pimp+1,1:r)';
tDF1=T3(p+pimp+1,r+1:r+f)';
v1=diag(fv)*VAB0;
q1d=Ud1*ir+Yd1*idf;
V1=D0*diag(q1d);
xinpl=Ud1'*ip+Um1'*ipimp+v1+tDI1;
Bd1=Ud1/diag(xinpl);
Bm1=Um1/diag(xinpl);
Bt1s1=tDI1./xinpl;
fd1=Yd1*idf;
x2=(I-D0*Bd1)\(D0*fd1);

```

```

Ud2=Bd1*diag(x2);
Um2=Bm1*diag(x2);
tDI2=Bt1s1.*x2;
Yd2=Yd1;
Ym2=Ym1;
tDF2=tDF1;
v2=x2-(Ud2'*ip+Um2'*ipimp)-tDI2;
q2d=Ud2*ir+Yd2*idf;
V2=D0*diag(q2d);
m2=(Um2*ir+Ym2*idf);

proyvab=v2;
proydf=(Yd2'*ip+Ym2'*ipimp+tDF2);
proym=m2'*ipimp;
proyTLS=tDI2'*ir+tDF2'*idf;
dev=[VABt;DFt;tMt;TLSt]./[proyvab;proydf;proym;proyTLS];
err=dev-1;
Maxerror = max(abs(err));

iter = iter+1;

```

end

% Comprobación de coherencia de la información proyectada

```

if abs(V2*ip-Ud2'*ip-Um2'*ipimp-tDI2-VABt)>0.001
    error('Matriz de Oferta no consistente con Producción por Ramas')
end

if abs(V2'*ir-Ud2*ir-Yd2*idf)>0.001
    error('No existe equilibrio entre oferta de productos y demanda de
    productos interiores')
end

if abs(m2'*ipimp-tMt)>0.001
    error('Vector de Importaciones inconsistente con total de importaciones')
end

if abs(m2-Um2*ir-Ym2*idf)>0.001
    error('No existe equilibrio entre oferta y demanda de importaciones')
end

if abs(Yd2'*ip+Ym2'*ipimp+tDF2-DFt)>0.001

```

```
error('No existe equilibrio en Demanda Final a precios de Adquisición')
end

if abs(tDI2'*ir+tDF2'*idf-TLSt)>0.001
error('No coincide total de INSP con TLSt');
end

% Reconstruyendo matrices proyectadas
X_TO_t=[V2' m2]; % Matriz de Oferta Proyectada
X_TDu_t=[Ud2;Um2;tDI2']; % Matriz de Destino Interior para DI Proyectada
X_TDy_t=[Yd2;Ym2;tDF2']; % Matriz de Destino Interior para DF Proyectada

% Reconstruyendo matrices de referencia
A_TO_0=TO_0;
A_TDu_0=[TD_int_0(1:p,1:r);TD_imp_0(1:p,1:r);TD_int_0(p+1,1:r)];
A_TDy_0=[TD_int_0(1:p,r+1:r+f);TD_imp_0(1:p,r+1:r+f);TD_int_0(p+1,r+1:r+f)]
;

% Reconstruyendo matrices originales año t
V_TO_t=TO_t;
V_TDu_t=[TD_int_t(1:p,1:r);TD_imp_t(1:p,1:r);TD_int_t(p+1,1:r)];
V_TDy_t=[TD_int_t(1:p,r+1:r+f);TD_imp_t(1:p,r+1:r+f);TD_int_t(p+1,r+1:r+f)]
;
```



## ANEXO 2: SCRIPT DEL SUT-EURO-2

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
SCRIPT DEL MÉTODO SUT-EURO-II
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
CON TRATAMIENTO EXPLÍCITO DE LOS IMP. NETOS S/ PRODUCTOS
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Elaborado por Juan Manuel Valderas Jaramillo
% 13/07/2015
% Departamento de Economía Aplicada I
% Universidad de Sevilla

% Este programa efectúa la proyección de una Tablas de Origen y Destino a
% precios básicos de acuerdo con la metodología SUT-EURO desarrollada por
% Beutel (2008) en la que los impuestos netos de subvenciones sobre
% los productos son tratados de manera explícita. Además cuenta con la
% información exógena adicional de la producción a precios básicos por
% ramas.

% Toda la información para la proyección se obtiene de las siguientes
matrices:

% TO_0 es la Tabla de Origen del año de referencia (Producto x Rama) incluyendo
% en la última columna el vector de importaciones por producto.

% TD_int_0 es la Tabla de Destino de los productos interiores (Producto x
% Rama+DF), contiene tanto la demanda intermedia como final. En las 3 últimas
% filas se incluyen tres vectores: el primero con los TLS para cada rama y la
% DF, el segundo con el VAB para cada rama, y el último los PPB por rama.

% TD_imp_0 es la Tabla de Destino de los productos importados (Producto x
% Rama+DF), contiene tanto la demanda intermedia como final.

% TO_t, TD_int_t y TD_imp_t son las mismas matrices pero para el año t

% Información necesaria para el método

% Información correspondiente al año de referencia (año 0)
% V0 Make-Matrix (traspuesta de la tabla de Origen) (Rama x Producto)

```

```

% Ud0 Matriz de empleos interiores de la Demanda Intermedia a p.b. (Producto
x
% Rama)
% Um0 Matriz de empleos importados de la Demanda Intermedia a p.b. (Producto
x
% Rama)
% Yd0 Matriz de empleos interiores de la Demanda Intermedia a p.b. (Producto
x
% Rama)
% Ym0 Matriz de empleos importados de la Demanda Intermedia a p.b. (Producto
x
% Rama)
% VAB0 Vector de total de valores añadidos por rama a p.b. (Rama x 1)
% DF0 Vector con los totales de la Demanda Final por componente a
% p.b.(Componentes de la Demanda Final x 1)
% t0 Vector de impuestos netos de subvenciones sobre los productos
% (Rama+Componentes de la DF x 1)
% m0 vector de importaciones del año baseo (Productos x 1)
% x0 Vector con la Producción Total por Ramas (Ramas x 1)
% tM0 Escalar con Total de importaciones (1x1)

% Información correspondiente al año de proyección (año t)
% VABt Vector de total de valores añadidos por rama (Rama x 1)
% DFt Vector con los totales de la Demanda Final por componente a
% p.adq.(Componentes de la Demanda Final x 1)
% tMt Escalar con Total de importaciones (1x1)
% TLSt Escalar con el total de INSP (1x1)
% xt Vector con la producción total por ramas a precios básico (Rama x 1)

% Reseteamos todo
clear all
clc
tic

% Variables auxiliares
% N° de Productos Interiores, Importados y N° de Ramas
p=size(TO_0,1);
r=size(TO_0,2)-1;
m=1;
pimp=size(TD_imp_0,1);
f=size(TD_int_0,2)-r;
tls=1;

```

```

% Vectores Auxiliares de Unos
ir=ones(r,1);
ip=ones(p,1);
idf=ones(f,1);
irf=ones(r+f,1);
im=ones(m,1);
ipimp=ones(pimp,1);

% Preparando matrices

V0=TO_0(1:p,1:r)'; % Make matrix
m0=TO_0(:,end);
tM0=ipimp'*m0;
Ud0=TD_int_0(1:p,1:r);
Um0=TD_imp_0(1:pimp,1:r);
Yd0=TD_int_0(1:p,r+1:r+f);
Ym0=TD_imp_0(1:pimp,r+1:r+f);
t0=TD_int_0(p+1,1:r+f)';
VAB0=TD_int_0(p+2,1:r)';
x0=TD_int_0(p+3,1:r)';
DF0=TD_int_0(p+3,r+1:r+f)';
TLS0=irf'*t0;

mt=TO_t(:,end);
tt=TD_int_t(p+1,1:r+f)';
VABt=TD_int_t(p+2,1:r)';
xt=TD_int_t(p+3,1:r)';
DFt=TD_int_t(p+3,r+1:r+f)';
TLSt=irf'*tt;
tMt=ipimp'*mt;

% Comprobación de coherencia de la información suministrada
if abs(V0*ip-x0)>0.000001;
    error('Matriz de Oferta no consistente con Producción por Ramas')
end

if abs(V0'*ir-Ud0*ir-Yd0*idf)>0.000001;
    error('No existe equilibrio entre oferta de productos y demanda de
    productos interiores')
end

```

```
if abs(m0'*ipimp-tM0)>0.000001;
    error('Vector de Importaciones inconsistente con total de importaciones')
end

if abs(m0-Um0*ir-Ym0*idf)>0.000001;
    error('No existe equilibrio entre oferta y demanda de importaciones')
end

if abs(Ud0'*ip+Um0'*ipimp+t0(1:r)-x0+VAB0)>0.000001;
    error('No existe equilibrio entre Consumos Intemerdios a Precios de
    Adquisición')
end

if abs(Yd0'*ip+Ym0'*ipimp+t0(r+1:r+f)-DF0)>0.000001;
    error('No existe equilibrio en Demanda Final a precios de Adquisición')
end

if abs(t0'*irf-TLS0)>0.000001
    error('No coincide total de INSP con TLS0');
end

if (abs(tMt -( Dft'*idf-VABt'*ir-TLSt))>0.000001)
    error('No existe equilibrio entre oferta y demanda de productos en año
    t')
end

% Obtención de la Make-Matrix
% Primera Etapa: Obtención del market-share de la economía
% Output por productos
q0d=Ud0*ir+Yd0*idf;

% q0d=(ip'*V0)';

% Market-share año base
D0=V0/diag(q0d);

% Comprobación rutinaria
if abs(D0*q0d-x0)>0.000001
```

```

        error('Make matrix incompatible con x0 y q0d')
    end
    for i=1:size(D0,1)
        if abs(sum(D0(:,i)))<0.0001
            D0(i,i)=1;
        else D0(i,i)=D0(i,i);
        end
    end
end

```

% Segunda Etapa: deducción de la qtd inducida por D0 y xt

```
qtd=D0\xt;
```

% Tercera etapa: Preparación de matrices para cálculos de proyecciones

% Obtención de tasas de crecimiento de los CI a precios de Adquisición

```
c0=x0-VAB0;
```

```
ct=xt-VABt;
```

% Cálculo de vectores con tasas de variación objetivo

```
gc=ones(length(c0),1);
```

```
for i=1:length(c0)
```

```
    if c0(i)==0
```

```
        gc(i)=1;
```

```
    else gc(i)=ct(i)/c0(i);
```

```
    end
```

```
end
```

```
gv=ones(length(VAB0),1);
```

```
for i=1:length(VAB0)
```

```
    if VAB0(i)==0
```

```
        gv(i)=1;
```

```
    else gv(i)=VABt(i)/VAB0(i);
```

```
    end
```

```
end
```

```
gqd=ones(length(q0d),1);
```

```
for i=1:length(q0d)
```

```
    if abs(q0d(i))<0.000001
        gqd(i)=1;
    else gqd(i)=qtd(i)/q0d(i);
    end
end
gy=ones(length(DF0),1);
for i=1:length(DF0)
    if DF0(i)==0
        gy(i)=1;
    else gy(i)=DFt(i)/DF0(i);
    end
end
if tM0==0
    gm=1;
else gm=tMt/tM0;
end
if TLS0==0
    gtls=1;
else gtls=TLSt/TLS0;
end

% Segregación de vectores de impuestos
tDI0=t0(1:r);
tDF0=t0(r+1:r+f);

% Inicio de la primera iteración

% Cuarta etapa: Primera Actualización de las tablas de Origen y de Destino
% (Inconsistentes)
% Definición de wf y wc
wf=diag([gqd;gv;gtls]);
wc=diag([gc;gy]);

% Construcción de T0
T0=[Ud0 Yd0;Um0 Ym0;tDI0' tDF0'];

% Matrices T1 y T2
T1=wf*T0;
```

```

T2=T0*wc;

% Matriz T3

% Versión Media Geométrica;
T3=(T1.*T2);
T3=T3.^0.5;
T3=T3.*sign(T1);
% Versión Media Aritmética
% T3=(T1+T2)/2;

% Descomposición de T3
Ud1=T3(1:p,1:r);
Yd1=T3(1:p,r+1:r+f);
Um1=T3(p+1:p+pimp,1:r);
Ym1=T3(p+1:p+pimp,r+1:r+f);
tDI1=T3(p+pimp+1,1:r)';
tDF1=T3(p+pimp+1,r+1:r+f)';

% Actualización de Make-Matriz y Vector de importaciones
qld=Ud1*ir+Yd1*idf;
V1=D0*diag(qld);
m1=Um1*ir+Ym1*idf;

% Quinta Etapa: Comprobación de convergencia
% Proyecciones de los CI
proy-ci=Ud1'*ip+Um1'*ipimp+tDI1;

%Proyecciones del Output por productos
proy-qd=Ud1*ir+Yd1*idf;

% Proyecciones para la DF por componentes
proy-df=(Yd1'*ip+Ym1'*ipimp+tDF1);

% Proyecciones para el total de importaciones
proy-m=(Um1*ir+Ym1*idf) '*ipimp;

% Proyecciones para el total de importaciones
proy-TLS=tDI1'*ir+tDF1'*idf;

```

```
% Vector de desviaciones y vector de errores
num=[ct;gtd;DfT;TLSt;tMt];
den=[proyct;proygtd;proydf;proyTLS;proym];
dev=ones(length(den),1);
for i=1:length(den)
    if den(i)==0
        dev(i)=1;
    else dev(i)=num(i)/den(i);
    end
end

err=dev-1;

% Fin de la primera iteración

% Criterio de convergencia
% Cuenta de Iteraciones
iter = 1;
% Margen para Convergencia
eps = 0.000001;
% Factor de elasticidad del ajuste
c=0.92;
% Error máximo
Maxerror=max(abs(err));

% Comienzo de las segunda y sucesivas iteraciones
% Definimos factores de crecimiento para iteración y los multiplicadores
fc=gc;
fqd=gqd;
fy=gy;
fm=gv;
ftls=gtls;
corr=ones(length(dev),1);

while (Maxerror>eps)

    for i=1:length(dev)
        if dev(i)>=1
            corr(i)=1+(((dev(i)-1)*100)^c)/100;
        else
            corr(i)=1-(((1-dev(i))*100)^c)/100;
        end
    end
end
```



```

end

% Factores corregidos por los multiplicadores
fc=fc.*corr(1:r);
fqd=fqd.*corr(r+1:r+p);
fy=fy.*corr(r+p+1:r+p+f);
ftls=ftls.*corr(r+p+f+1:r+p+f+tls);
fm=fm.*corr(r+p+f+tls+1:r+p+f+tls+m);

wf=diag([fqd;fm;ftls]);
wc=diag([fc;fy]);
T1=wf*T0;
T2=T0*wc;
T3=(T1.*T2);
T3=T3.^0.5;
T3=T3.*sign(T1);
%   T3=(T1+T2)/2;
Ud1=T3(1:p,1:r);
Yd1=T3(1:p,r+1:r+f);
Um1=T3(p+1:p+pimp,1:r);
Ym1=T3(p+1:p+pimp,r+1:r+f);
tDI1=T3(p+pimp+1,1:r)';
tDF1=T3(p+pimp+1,r+1:r+f)';
q1d=Ud1*ir+Yd1*idf;
V1=D0*diag(q1d);
m1=Um1*ir+Ym1*idf;
proyCi=Ud1'*ip+Um1'*ipimp+tDI1;
proyQd=Ud1*ir+Yd1*idf;
proyDf=(Yd1'*ip+Ym1'*ipimp+tDF1);
proyM=(Um1*ir+Ym1*idf)'*ipimp;
proyTLS=tDI1'*ir+tDF1'*idf;
num=[ct;qtd;DfT;TLSt;tMt];
den=[proyCi;proyQd;proyDf;proyTLS;proyM];
dev=ones(length(den),1);
    for i=1:length(den)
        if den(i)==0
            dev(i)=1;
        else dev(i)=num(i)/den(i);
        end
    end
err=dev-1;
Maxerror=max(abs(err));

```

```
    iter=iter+1;
end
% Comprobación de coherencia de la información proyectada
    if abs(Vl*ip-xt)>0.000001;
        error('Matriz de Oferta no consistente con Producción por Ramas')
    end

    if abs(Vl'*ir-Ud1*ir-Yd1*idf)>0.000001;
        error('No existe equilibrio entre oferta de productos y demanda
de productos interiores')
    end

    if abs(m1'*ipimp-tMt)>0.000001;
        error('Vector de Importaciones inconsistente con total de
importaciones')
    end

    if abs(m1-Um1*ir-Ym1*idf)>0.000001;
        error('No existe equilibrio entre oferta y demanda de
importaciones')
    end

    if abs(Ud1*ip+Um1*ipimp+tDI1-(xt-VABt))>0.000001;
        error('No existe equilibrio entre Consumos Intemerdios a Precios
de Adquisición')
    end

    if abs(Yd1*ip+Ym1*ipimp+tDF1-DFt)>0.000001;
        error('No existe equilibrio en Demanda Final a precios de
Adquisición')
    end

    if abs(tDI1*ir+tDF1*idf-TLSt)>0.000001;
        error('No coincide total de INSP con TLSt');
    end

% Reconstruyendo matrices proyectadas
X_TO_t=[Vl' m1]; % Matriz de Oferta Proyectada
X_TDu_t=[Ud1;Um1;tDI1']; % Matriz de Destino Interior Proyectada
X_TDy_t=[Yd1;Ym1;tDF1']; % Matriz de Destino Interior Proyectada

% Reconstruyendo matrices de referencia
```

---

```
A_TO_0=TO_0;
A_TDu_0=[TD_int_0(1:p,1:r);TD_imp_0(1:p,1:r);TD_int_0(p+1,1:r)];

A_TDy_0=[TD_int_0(1:p,r+1:r+f);TD_imp_0(1:p,r+1:r+f);TD_int_0(p+1,r+1:r+f)]
;

% Reconstruyendo matrices originales año t
V_TO_t=TO_t;
V_TDu_t=[TD_int_t(1:p,1:r);TD_imp_t(1:p,1:r);TD_int_t(p+1,1:r)];

V_TDy_t=[TD_int_t(1:p,r+1:r+f);TD_imp_t(1:p,r+1:r+f);TD_int_t(p+1,r+1:r+f)]
;
```

### ANEXO 3: SCRIPT DEL SUT-RAS-1

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%% SCRIPT SUT-RAS A PRECIOS BÁSICOS CON DIFERENCIACIÓN DE ORÍGENES Y %%%
%%% TRATAMIENTO EXPLÍCITO DE IMPUESTOS NETOS DE SUBVENCIONES S/PRODUC %%%
%%% SIN INFORMACIÓN EXÓGENA DE LA PRODUCCIÓN FINAL POR RAMAS (SUTRAS1)%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
% Elaborado por Juan Manuel Valderas Jaramillo
% Julio/2015
% Departamento de Economía Aplicada I
% Universidad de Sevilla
```

```
% Este programa realiza una proyección de una Tablas de Origen y Destino a
% precios básicos de acuerdo con la metodología SUT-RAS desarrollada por
% Temurshoev y Timmer (2011). Se diferencia en la Tabla de Destino según el
% origen del input, interior o importado. Para la importaciones sólo se
% considera un único origen. Además, se considera el tratamiento explícito
% de los INSP. En la información exógena para la realización de la
% proyección, se ha eliminado la Producción por ramas para que este método
% sea homogéneo y equiparable en información exógena al SUT-EURO.
```

```
% Toda la información para la proyección se obtiene de las siguientes
matrices:
```

```
% TO_0 es la Tabla de Origen del año de referencia (Producto x Rama) incluyendo
% en la última columna el vector de importaciones por producto.
```

```
% TD_int_0 es la Tabla de Destino de los productos interiores (Producto x
% Rama+DF), contiene tanto la demanda intermedia como final. En las 2 últimas
% filas se incluyen dos vectores: el primero con los TLS para cada rama y la
DF, % y el segundo con el VAB para cada rama.
```

```
% TD_imp_0 es la Tabla de Destino de los productos importados (Producto x
% Rama+DF), contiene tanto la demanda intermedia como final.
```

```
% TO_t, TD_int_t y TD_imp_t son las mismas matrices pero para el año t
```

```
% Información necesaria para el método
```

```
% Información correspondiente al año de referencia (año 0)
```

```
% V0 Make-Matrix (traspuesta de la tabla de Origen) (Rama x Producto)
```

---

```

% m0 Vector de importaciones (Producto x 1)
% Ud0 a p.b. Matriz de empleos interiores de la Demanda Intermedia (Producto
x Rama)
% Um0 a p.b. Matriz de empleos importados de la Demanda Intermedia (Producto
x Rama)
% Yd0 a p.b. Matriz de empleos interiores de la Demanda Final (Producto x
C.F.)
% Ym0 a p.b. Matriz de empleos importados de la Demanda Final (Producto x
C.F.)
% x0 a p.b. Vector con la Producción Total por Ramas (Ramas x 1)
% t0 Vector de Impuestos Netos de Subvenciones sobre los Productos (Rama+C.F.
x 1)
% TLS0 Escalar con total de INSP
% DF0 agregada precios de adquisición
% VAB0 VAB a p.b. (Rama x 1)
% tM0 Escalar con Total de importaciones (1x1)

% Información correspondiente al año de proyección (año t)
% VABt Vector de valores añadidos por rama a precios básicos (Rama x 1)
% Dft Vector con los totales de la Demanda Final a precios adquisición por
componente (Componentes de la Demanda Final x 1)
% tMt Escalar con Total de importaciones (1x1)
% TLSt Escalar con Total de INSP (1x1)

% Reseteamos todo
clear all
clc
tic

% Variables auxiliares
% N° de Productos Interiores, Importados y N° de Ramas
p=size(TO_0,1);
r=size(TO_0,2)-1;
m=1;
pimp=size(TD_imp_0,1);
f=size(TD_int_0,2)-r;
tls=1;

% Vectores Auxiliares de Unos
ir=ones(r,1);
ip=ones(p,1);
idf=ones(f,1);
irf=ones(r+f,1);
im=ones(m,1);

```

```
ipimp=ones(pimp,1);

% Preparando matrices
V0=TO_0(1:p,1:r)'; % Make matrix
m0=TO_0(:,end);
tM0=ipimp'*m0;
Ud0=TD_int_0(1:p,1:r);
Um0=TD_imp_0(1:pimp,1:r);
Yd0=TD_int_0(1:p,r+1:r+f);
Ym0=TD_imp_0(1:pimp,r+1:r+f);
t0=TD_int_0(p+1,1:r+f)';
VAB0=TD_int_0(p+2,1:r)';
x0=TD_int_0(p+3,1:r)';
DF0=TD_int_0(p+3,r+1:r+f)';
TLs0=irf'*t0;

mt=TO_t(:,end);
tt=TD_int_t(p+1,1:r+f)';
VABt=TD_int_t(p+2,1:r)';
xt=TD_int_t(p+3,1:r)';
DFt=TD_int_t(p+3,r+1:r+f)';
TLSt=irf'*tt;
tMt=ipimp'*mt;

% Comprobación de coherencia de la información suministrada
if abs(V0*ip-x0)>0.000001;
    error('Matriz de Oferta no consistente con Producción por Ramas')
end

if abs(V0'*ir-Ud0*ir-Yd0*idf)>0.000001;
    error('No existe equilibrio entre oferta de productos y demanda de
productos interiores')
end

if abs(m0'*ipimp-tM0)>0.000001;
    error('Vector de Importaciones inconsistente con total de importaciones')
end

if abs(m0-Um0*ir-Ym0*idf)>0.000001;
    error('No existe equilibrio entre oferta y demanda de importaciones')
end
```

```

if abs(Ud0'*ip+Um0'*ipimp+t0(1:r)-x0+VAB0)>0.000001;
    error('No existe equilibrio entre Consumos Intemedios a Precios de
Adquisición')
end

if abs(Yd0'*ip+Ym0'*ipimp+t0(r+1:r+f)-DF0)>0.000001;
    error('No existe equilibrio en Demanda Final a precios de Adquisición')
end

if abs(t0'*irf-TLS0)>0.000001
    error('No coincide total de INSP con TLS0');
end

if (abs(tMt -( DFt'*idf-VABt'*ir-TLSt))>0.000001)
    error('No existe equilibrio entre oferta y demanda de productos en año
t')
end

% Preparación de matrices para cálculos de proyecciones
% Segregación de vectores de impuestos
tDI0=t0(1:r);
tDF0=t0(r+1:r+f);

% Tabla de Destino
U0=[Ud0 Yd0;Um0 Ym0;tDI0' tDF0'];

% Matrices de elementos positivos y negativos
N0=zeros(p+pimp+1,r+f);
N0(U0<0)=-U0(U0<0);
P0=U0+N0;
PUd0=P0(1:p,1:r);
PUm0=P0(p+1:p+pimp,1:r);
PtDI0=P0(p+pimp+1,1:r)';
PYd0=P0(1:p,r+1:r+f);
PYm0=P0(p+1:p+pimp,r+1:r+f);
PtDF0=P0(p+pimp+1,r+1:r+f)';

NUd0=N0(1:p,1:r);
NUm0=N0(p+1:p+pimp,1:r);
NtDI0=N0(p+pimp+1,1:r)';
NYd0=N0(1:p,r+1:r+f);

```

```
NYm0=N0(p+1:p+pimp,r+1:r+f);
NtDF0=N0(p+pimp+1,r+1:r+f)';
```

```
% Algoritmo para la obtención de multiplicadores
```

```
% Paso 0: Inicialización
```

```
rimp=im;
su=ir;
sy=idf;
```

```
% Paso 1: Primera actualización de rd, rm y rtls
```

```
Ard=Ud0*su+PYd0*sy;
Crd=-(NYd0*(diag(sy)\idf)+V0'*(diag(su)\ir));
rd=sqrt(-Crd./(Ard));
```

```
Arm=Um0*su+PYm0*sy;
Crm=-(NYm0*(diag(sy)\idf)+m0*rimp);
rm=sqrt(-Crm./(Arm));
```

```
Artls=(PtDI0'*su+PtDF0'*sy);
Brtls=-TLSt;
Crtls=-(NtDI0'*(diag(su)\ir)+NtDF0'*(diag(sy)\idf));
rtls=(-Brtls+sqrt(Brtls^2-4*Artls*Crtls))/(2*Artls);
```

```
% Paso 2: Actualización de rv, rimp, su y sy
```

```
m0rm=(m0'*(diag(rm)\ipimp));
rimp=tMt./m0rm;
```

```
Asu=Ud0'*rd+Um0'*rm+PtDI0*rtls;
Bsu=VABt;
Csu=-(V0*(diag(rd)\ip)+NtDI0*(1/rtls));
su=(-Bsu+sqrt((Bsu.*Bsu)-4*(Asu.*Csu)))/(2*Asu);
```

```
Asy=PYd0'*rd+PYm0'*rm+PtDF0*rtls;
Bsy=-DFt;
Csy=-(NYd0'*(diag(rd)\ip)+NYm0'*(diag(rm)\ipimp)+NtDF0*(1/rtls));
```



```

sy=(-Bsy+sqrt((Bsy.*Bsy)-4*(Asy.*Csy)))/(2*Asy);

% Paso 3: Segunda Actualización de rd, rm y rtls

Ard=Ud0*su+PYd0*sy;
Crd=-(NYd0*(diag(sy)\idf)+V0'*(diag(su)\ir));

rd2=sqrt(-Crd./(Ard));

Arm=Um0*su+PYm0*sy;
Crm=-(NYm0*(diag(sy)\idf)+m0*rimp);

rm2=sqrt(-Crm./(Arm));

Artls=(PtDI0'*su+PtDF0'*sy);
Brtls=-TLSt;
Crtls=-(NtDI0'*(diag(su)\ir)+NtDF0'*(diag(sy)\idf));
rtls2=(-Brtls+sqrt(Brtls^2-4*Artls*Crtls))/(2*Artls);

% Criterio de convergencia
dif = [rd2;rm2;rtls2]-[rd;rm;rtls];
% Cuenta de Iteraciones
iter = 1;
% Margen para Convergencia
eps = 0.00000001;
% Error máximo
Maxerror = max(abs(dif));

% Proceso iterativo
% Mientras el máximo error sea superior al eps dado continuaremos con el
% procedimiento iterativo repitiendo los pasos 2 y 3 hasta alcanzar la
% convergencia
while Maxerror>eps
    rd=rd2;
    rm=rm2;
    rtls=rtls2;

    m0rm=(m0'*(diag(rm)\ipimp));

    rimp=tMt./m0rm;

```

---

```

Asu=Ud0'*rd+Um0'*rm+PtDIO*rtls;
Bsu=VABt;
Csu=-(V0*(diag(rd)\ip)+NtDIO*(1/rtls));

su=(-Bsu+sqrt((Bsu.*Bsu)-4*(Asu.*Csu)))/(2*Asu);

Asy=PYd0'*rd+PYm0'*rm+PtDF0*rtls;
Bsy=-DFt;
Csy=-(NYd0'*(diag(rd)\ip)+NYm0'*(diag(rm)\ipimp)+NtDF0*(1/rtls));

sy=(-Bsy+sqrt((Bsy.*Bsy)-4*(Asy.*Csy)))/(2*Asy);

Ard=Ud0*su+PYd0*sy;
Crd=-(NYd0*(diag(sy)\idf)+V0'*(diag(su)\ir));

rd2=sqrt(-Crd./(Ard));

Arm=Um0*su+PYm0*sy;
Crm=-(NYm0*(diag(sy)\idf)+m0*rimp);

rm2=sqrt(-Crm./(Arm));

Artls=(PtDIO'*su+PtDF0'*sy);
Brtls=-TLSt;
Crtls=-(NtDIO'*(diag(su)\ir)+NtDF0'*(diag(sy)\idf));
rtls2=(-Brtls+sqrt(Brtls^2-4*Artls*Crtls))/(2*Artls);

dif = [rd2;rm2;rtls2]-[rd;rm;rtls];
iter = iter+1;
Maxerror = max(abs(dif));
end

% Paso Final: Computamos los multiplicadores finales y derivamos las

```

```

% matrices proyectadas
rd=rd2;
rm=rm2;
rtls=rtls2;

m0rm=(m0'*(diag(rm)\ipimp));

rimp=tMt./m0rm;

Asu=Ud0'*rd+Um0'*rm+PtDI0*rtls;
Bsu=VABt;
Csu=-(V0*(diag(rd)\ip)+NtDI0*(1/rtls));

su=(-Bsu+sqrt((Bsu.*Bsu)-4*(Asu.*Csu)))/(2*Asu);

Asy=PYd0'*rd+PYm0'*rm+PtDF0*rtls;
Bsy=-DFt;
Csy=-(NYd0'*(diag(rd)\ip)+NYm0'*(diag(rm)\ipimp)+NtDF0*(1/rtls));

sy=(-Bsy+sqrt((Bsy.*Bsy)-4*(Asy.*Csy)))/(2*Asy);

Udt=diag(rd)*Ud0*diag(su);
Umt=diag(rm)*Um0*diag(su);
Ydt=diag(rd)*PYd0*diag(sy)-(diag(rd)\NYd0)/diag(sy);
Ymt=diag(rm)*PYm0*diag(sy)-(diag(rm)\NYm0)/diag(sy);
tDIIt=(rtls*PtDI0'*diag(su)-((1/rtls)*NtDI0')/diag(su))';
tDFt=(rtls*PtDF0'*diag(sy)-((1/rtls)*NtDF0')/diag(sy))';
Vt=diag(su)\(V0/diag(rd));
mt=(rimp*(m0'/diag(rm)))';

% Comprobación de coherencia de la información proyectada
if abs(Vt*ip-Udt'*ip-Umt'*ipimp-tDIIt-VABt)>0.00001;
    error('Matriz de Oferta no consistente con Producción por Ramas')
end

```

```

    if abs(Vt'*ir-Udt*ir-Ydt*idf)>0.00001;
        error('No existe equilibrio entre oferta de productos y demanda
de productos interiores')
    end

    if abs(mt'*ipimp-tMt)>0.00001;
        error('Vector de Importaciones inconsistente con total de
importaciones')
    end

    if abs(mt-Umt*ir-Ymt*idf)>0.00001;
        error('No existe equilibrio entre oferta y demanda de
importaciones')
    end

    if abs(Ydt'*ip+Ymt'*ipimp+tDFt-DFt)>0.000001;
        error('No existe equilibrio en Demanda Final a precios de
Adquisición')
    end

    if abs(tDI t'*ir+tDFt'*idf-TLSt)>0.000001
        error('No coincide total de INSP con TLSt');
    end

    % Reconstruyendo matrices proyectadas
    X_TO_t=[Vt' mt]; % Matriz de Oferta Proyectada
    X_TDu_t=[Udt;Umt;tDI t']; % Matriz de Destino Interior Proyectada
    X_TDy_t=[Ydt;Ymt;tDFt']; % Matriz de Destino Interior Proyectada

    % Reconstruyendo matrices de referencia
    A_TO_0=TO_0;
    A_TDu_0=[TD_int_0(1:p,1:r);TD_imp_0(1:p,1:r);TD_int_0(p+1,1:r)];
    A_TDy_0=[TD_int_0(1:p,r+1:r+f);TD_imp_0(1:p,r+1:r+f);TD_int_0(p+1,r+1:r+f)]
;

    % Reconstruyendo matrices originales año t
    V_TO_t=TO_t;
    V_TDu_t=[TD_int_t(1:p,1:r);TD_imp_t(1:p,1:r);TD_int_t(p+1,1:r)];
    V_TDy_t=[TD_int_t(1:p,r+1:r+f);TD_imp_t(1:p,r+1:r+f);TD_int_t(p+1,r+1:r+f)]
;

```

## ANEXO 4: SCRIPT DEL SUT-RAS-2

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%% SCRIPT SUT-RAS A PRECIOS BÁSICOS CON DIFERENCIACIÓN DE ORÍGENES Y %%%
%%% TRATAMIENTO EXPLÍCITO DE IMPUESTOS NETOS DE SUBVENCIONES S/PRODUCTO %%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Elaborado por Juan Manuel Valderas Jaramillo
% Julio/2015
% Departamento de Economía Aplicada I
% Universidad de Sevilla

% Este programa realiza una proyección de una Tablas de Origen y Destino a
% precios básicos de acuerdo con la metodología SUT-RAS desarrollada por
% Temurshoev y Timmer (2011). Se diferencia en la Tabla de Destino según el
% origen del input, interior o importado. Para la importaciones sólo se
% considera un único origen. Además, se considera el tratamiento explícito
% de los INSP

% Toda la información para la proyección se obtiene de las siguientes
matrices:

% TO_0 es la Tabla de Origen del año de referencia (Producto x Rama) incluyendo
% en la última columna el vector de importaciones por producto.

% TD_int_0 es la Tabla de Destino de los productos interiores (Producto x
% Rama+DF), contiene tanto la demanda intermedia como final. En las 3 últimas
% filas se incluyen tres vectores: el primero con los TLS para cada rama y la
% DF, el segundo con el VAB para cada rama, y el último los PPB por rama.

% TD_imp_0 es la Tabla de Destino de los productos importados (Producto x
% Rama+DF), contiene tanto la demanda intermedia como final.

% TO_t, TD_int_t y TD_imp_t son las mismas matrices pero para el año t

% Información necesaria para el método

% Información correspondiente al año de referencia (año 0)
% V0 Make-Matrix (traspuesta de la tabla de Origen) (Rama x Producto)
% m0 Vector de importaciones (Producto x 1)

```

```
% Ud0 a p.b. Matriz de empleos interiores de la Demanda Intermedia (Producto
x Rama)
% Um0 a p.b. Matriz de empleos importados de la Demanda Intermedia (Producto
x Rama)
% Yd0 a p.b. Matriz de empleos interiores de la Demanda Final (Producto x
C.F.)
% Ym0 a p.b. Matriz de empleos importados de la Demanda Final (Producto x
C.F.)
% x0 a p.b. Vector con la Producción Total por Ramas (Ramas x 1)
% t0 Vector de Impuestos Netos de Subvenciones sobre los Productos(Rama+C.F.
x 1)
% TLS0 Escalar con total de INSP
% DF0 agregada precios de adquisición
% VAB0 VAB a p.b. (Rama x 1)
% tM0 Escalar con Total de importaciones (1x1)

% Información correspondiente al año de proyección (año t)
% VABt Vector de valores añadidos por rama a precios básicos (Rama x 1)
% Dft Vector con los totales de la Demanda Final a precios adquisición por
componente (Componentes de la Demanda Final x 1)
% xt Vector con la Producción Total por Rama (Ramas x 1)
% tMt Escalar con Total de importaciones (1x1)
% TLSt Escalar con Total de INSP (1x1)

% Reseteamos todo
clear all
clc
tic

% Variables auxiliares
% N° de Productos Interiores, Importados y N° de Ramas
p=size(TO_0,1);
r=size(TO_0,2)-1;
m=1;
pimp=size(TD_imp_0,1);
f=size(TD_int_0,2)-r;
tls=1;

% Vectores Auxiliares de Unos
ir=ones(r,1);
ip=ones(p,1);
idf=ones(f,1);
irf=ones(r+f,1);
im=ones(m,1);
```

```

ipimp=ones(pimp,1);

% Preparando matrices

V0=TO_0(1:p,1:r)'; % Make matrix
m0=TO_0(:,end);
tM0=ipimp'*m0;
Ud0=TD_int_0(1:p,1:r);
Um0=TD_imp_0(1:pimp,1:r);
Yd0=TD_int_0(1:p,r+1:r+f);
Ym0=TD_imp_0(1:pimp,r+1:r+f);
t0=TD_int_0(p+1,1:r+f)';
VAB0=TD_int_0(p+2,1:r)';
x0=TD_int_0(p+3,1:r)';
DF0=TD_int_0(p+3,r+1:r+f)';
TLS0=irf'*t0;

mt=TO_t(:,end);
tt=TD_int_t(p+1,1:r+f)';
VABt=TD_int_t(p+2,1:r)';
xt=TD_int_t(p+3,1:r)';
DFt=TD_int_t(p+3,r+1:r+f)';
TLSt=irf'*tt;
tMt=ipimp'*mt;

% Comprobación de coherencia de la información suministrada
if abs(V0*ip-x0)>0.000001;
    error('Matriz de Oferta no consistente con Producción por Ramas')
end

if abs(V0'*ir-Ud0*ir-Yd0*idf)>0.000001;
    error('No existe equilibrio entre oferta de productos y demanda de
    productos interiores')
end

if abs(m0'*ipimp-tM0)>0.000001;
    error('Vector de Importaciones inconsistente con total de importaciones')
end

if abs(m0-Um0*ir-Ym0*idf)>0.000001;
    error('No existe equilibrio entre oferta y demanda de importaciones')
end

```

```
if abs(Ud0'*ip+Um0'*ipimp+t0(1:r)-x0+VAB0)>0.000001;
    error('No existe equilibrio entre Consumos Intemerdios a Precios de
Adquisición')
end

if abs(Yd0'*ip+Ym0'*ipimp+t0(r+1:r+f)-DF0)>0.000001;
    error('No existe equilibrio en Demanda Final a precios de Adquisición')
end

if abs(t0'*irf-TLS0)>0.000001
    error('No coincide total de INSP con TLS0');
end

if (abs(tMt -( DfT'*idf-VABt'*ir-TLSt))>0.000001)
    error('No existe equilibrio entre oferta y demanda de productos en año
t')
end

% Preparación de matrices para cálculos de proyecciones
% Segregación de vectores de impuestos
tDI0=t0(1:r);
tDF0=t0(r+1:r+f);

% Tabla de Destino
U0=[Ud0 Yd0;Um0 Ym0;tDI0' tDF0'];

% Matrices de elementos positivos y negativos
N0=zeros(p+pimp+1,r+f);
N0(U0<0)=-U0(U0<0);
P0=U0+N0;
PUd0=P0(1:p,1:r);
PUm0=P0(p+1:p+pimp,1:r);
PtDI0=P0(p+pimp+1,1:r)';
PYd0=P0(1:p,r+1:r+f);
PYm0=P0(p+1:p+pimp,r+1:r+f);
PtDF0=P0(p+pimp+1,r+1:r+f)';

NUd0=N0(1:p,1:r);
NUm0=N0(p+1:p+pimp,1:r);
```



```

NtDI0=N0(p+pimp+1,1:r)';
NYd0=N0(1:p,r+1:r+f);
NYm0=N0(p+1:p+pimp,r+1:r+f);
NtDF0=N0(p+pimp+1,r+1:r+f)';

% vector con CIt a precios de adquisición
uadq=(xt-VABt);

% Algoritmo para la obtención de multiplicadores

% Paso 0: Inicialización
rv=ir;
rimp=im;
su=ir;
sy=idf;

% Paso 1: Primera actualización de rd, rm y rtls
Ard=Ud0*su+PYd0*sy;
Crd=-(NYd0*(diag(sy)\idf)+V0'*rv);
rd=sqrt(-Crd./(Ard));

Arm=Um0*su+PYm0*sy;
Crm=-(NYm0*(diag(sy)\idf)+m0*rimp);
rm=sqrt(-Crm./(Arm));

Artls=(PtDI0'*su+PtDF0'*sy);
Brtls=-TLSt;
Crtls=-(NtDI0'*(diag(su)\ir)+NtDF0'*(diag(sy)\idf));
rtls=(-Brtls+sqrt(Brtls^2-4*Artls*Crtls))/(2*Artls);

% Paso 2: Actualización de rv, rimp, su y sy
xVr=(diag(xt)\V0)*(diag(rd)\ip);
rv=ir./xVr;

m0rm=(m0'*(diag(rm)\ipimp));
rimp=tMt./m0rm;

Asu=Ud0'*rd+Um0'*rm+PtDI0*rtls;

```

```

Bsu=-uadq;
Csu=-NtDI0*(1/rtls);
su=(-Bsu+sqrt((Bsu.*Bsu)-4*(Asu.*Csu)))/(2*Asu);

Asy=PYd0'*rd+PYm0'*rm+PtDF0*rtls;
Bsy=-DFt;
Csy=-(NYd0*(diag(rd)\ip)+NYm0*(diag(rm)\ipimp)+NtDF0*(1/rtls));
sy=(-Bsy+sqrt((Bsy.*Bsy)-4*(Asy.*Csy)))/(2*Asy);

% Paso 3: Segunda Actualización de rd, rm y rtls

Ard=Ud0*su+PYd0*sy;
Crd=-(NYd0*(diag(sy)\idf)+V0'*rv);
rd2=sqrt(-Crd./(Ard));

Crm=-(NYm0*(diag(sy)\idf)+m0*diag(rimp));
Arm=Um0*su+PYm0*sy;
rm2=sqrt(-Crm./(Arm));

Artls=(PtDI0'*su+PtDF0'*sy);
Brtls=-TLSt;
Crtls=-(NtDI0*(diag(su)\ir)+NtDF0*(diag(sy)\idf));
rtls2=(-Brtls+sqrt(Brtls^2-4*Artls*Crtls))/(2*Artls);

% Criterio de convergencia
dif = [rd2;rm2;rtls2]-[rd;rm;rtls];
% Cuenta de Iteraciones
iter = 1;
% Margen para Convergencia
eps = 1e-07;
% Error máximo
Maxerror = max(abs(dif));

% Proceso iterativo
% Mientras el máximo error sea superior al eps dado continuaremos con el
% procedimiento iterativo repitiendo los pasos 2 y 3 hasta alcanzar la
% convergencia
while Maxerror>eps
    rd=rd2;

```

```

rm=rm2;
rtls=rtls2;

xVr=(diag(xt)\V0)*(diag(rd)\ip);
rv=ir./xVr;

m0rm=(m0'*(diag(rm)\ipimp));
rimp=tMt./m0rm;

Asu=Ud0'*rd+Um0'*rm+PtDI0*rtls;
Bsu=-uadq;
Csu=-NtDI0*(1/rtls);
su=(-Bsu+sqrt((Bsu.*Bsu)-4*(Asu.*Csu)))/(2*Asu);

Asy=PYd0'*rd+PYm0'*rm+PtDF0*rtls;
Bsy=-DFt;
Csy=-(NYd0'*(diag(rd)\ip)+NYm0'*(diag(rm)\ipimp)+NtDF0*(1/rtls));
sy=(-Bsy+sqrt((Bsy.*Bsy)-4*(Asy.*Csy)))/(2*Asy);

Ard=Ud0*su+PYd0*sy;
Crd=-(NYd0*(diag(sy)\idf)+V0'*rv);
rd2=sqrt(-Crd./(Ard));

Crm=-(NYm0*(diag(sy)\idf)+m0*diag(rimp));
Arm=Um0*su+PYm0*sy;
rm2=sqrt(-Crm./(Arm));

Artls=(PtDI0'*su+PtDF0'*sy);
Brtls=-TLSt;
Crtls=-(NtDI0'*(diag(su)\ir)+NtDF0'*(diag(sy)\idf));
rtls2=(-Brtls+sqrt(Brtls^2-4*Artls*Crtls))/(2*Artls);

dif = [rd2;rm2;rtls2]-[rd;rm;rtls];
iter = iter+1;
Maxerror = max(abs(dif));

```

end

```

% Paso Final: Computamos los multiplicadores finales y derivamos las
% matrices proyectadas
rd=rd2;
rm=rm2;
rtls=rtls2;

xVr=(diag(xt)\V0)*(diag(rd)\ip);
rv=ir./xVr;

m0rm=(m0'*(diag(rm)\ipimp));
rimp=tMt./m0rm;

Asu=Ud0'*rd+Um0'*rm+PtDI0*rtls;
Bsu=-uadq;
Csu=-NtDI0*(1/rtls);
su=(-Bsu+sqrt((Bsu.*Bsu)-4*(Asu.*Csu)))/(2*Asu);

Asy=PYd0'*rd+PYm0'*rm+PtDF0*rtls;
Bsy=-DFt;
Csy=-(NYd0'*(diag(rd)\ip)+NYm0'*(diag(rm)\ipimp)+NtDF0*(1/rtls));
sy=(-Bsy+sqrt((Bsy.*Bsy)-4*(Asy.*Csy)))/(2*Asy);

Udt=diag(rd)*Ud0*diag(su);
Umt=diag(rm)*Um0*diag(su);
Ydt=diag(rd)*PYd0*diag(sy)-(diag(rd)\NYd0)/diag(sy);
Ymt=diag(rm)*PYm0*diag(sy)-(diag(rm)\NYm0)/diag(sy);
tDI= (rtls*PtDI0'*diag(su)-((1/rtls)*NtDI0')/diag(su))';
tDF= (rtls*PtDF0'*diag(sy)-((1/rtls)*NtDF0')/diag(sy))';
Vt=diag(rv)*(V0/diag(rd));
mt=(rimp*(m0'/diag(rm)))';

% Comprobación de coherencia de la información proyectada
if abs(Vt*ip-xt)>0.00001;
    error('Matriz de Oferta no consistente con Producción por Ramas')
end

if abs(Vt'*ir-Udt*ir-Ydt*idf)>0.00001;
    error('No existe equilibrio entre oferta de productos y demanda
de productos interiores')
end

if abs(mt'*ipimp-tMt)>0.00001;

```

```

        error('Vector de Importaciones inconsistente con total de
importaciones')
    end

    if abs(mt-Umt*ir-Ymt*idf)>0.00001;
        error('No existe equilibrio entre oferta y demanda de
importaciones')
    end

    if abs(Udt'*ip+Umt'*ipimp+tDIIt-xt+VABt)>0.00001;
        error('No existe equilibrio entre Consumos Intemerdios a Precios
de Adquisición')
    end

    if abs(Ydt'*ip+Ymt'*ipimp+tDFt-DFt)>0.00001;
        error('No existe equilibrio en Demanda Final a precios de
Adquisición')
    end

    if abs(tDIIt'*ir+tDFt'*idf-TLSt)>0.000001
        error('No coincide total de INSP con TLSt');
    end

    % Reconstruyendo matrices proyectadas
    X_TO_t=[Vt' mt]; % Matriz de Oferta Proyectada
    X_TDu_t=[Udt;Umt;tDIIt']; % Matriz de Destino Interior Proyectada
    X_TDy_t=[Ydt;Ymt;tDFt']; % Matriz de Destino Interior Proyectada

    % Reconstruyendo matrices de referencia
    A_TO_0=TO_0;
    A_TDu_0=[TD_int_0(1:p,1:r);TD_imp_0(1:p,1:r);TD_int_0(p+1,1:r)];
A_TDy_0=[TD_int_0(1:p,r+1:r+f);TD_imp_0(1:p,r+1:r+f);TD_int_0(p+1,r+1:r+f)]
;

    % Reconstruyendo matrices originales año t
    V_TO_t=TO_t;
    V_TDu_t=[TD_int_t(1:p,1:r);TD_imp_t(1:p,1:r);TD_int_t(p+1,1:r)];
V_TDy_t=[TD_int_t(1:p,r+1:r+f);TD_imp_t(1:p,r+1:r+f);TD_int_t(p+1,r+1:r+f)]
;

```

---

*ANEXO 5: SCRIPT DE MEDIDAS DE BONDADES DE AJUSTE*

```
% Programa para el cálculo de medidas de Bondad de Ajuste
% Elaborado por Juan Manuel Valderas Jaramillo
% 15/Julio/2015

% X es la matriz proyectada
% V es la matriz objetivo

[m,n]=size(X);
pond=abs(V)/sum(sum(abs(V)));

% D0: elementos que son nulos en X y en V simultáneamente
D0=sum(sum(V==0&X==0));

MAD=sum(sum(abs(X-V)))/(m*n);

APE=zeros(m,n);
for i=1:m
    for j=1:n
        if V(i,j)==0&X(i,j)==0
            APE(i,j)=0;
        elseif V(i,j)==0&X(i,j)~=0
            APE(i,j)=1;
        elseif V(i,j)<0
            APE(i,j)=abs(X(i,j)-V(i,j))/abs(V(i,j));
        else APE(i,j)=abs(X(i,j)-V(i,j))/V(i,j);
        end
    end
end
MAPE=100*sum(sum(APE))/(m*n);
WAPE=100*sum(sum(pond.*APE));

SAPE=zeros(m,n);
pondbis=(abs(V)+abs(X))/sum(sum(abs(X)+abs(V)));

for i=1:m
    for j=1:n
        if V(i,j)==0&X(i,j)==0
            SAPE(i,j)=0;
        end
    end
end
```

```

else
    SAPE(i,j)=abs(abs(X(i,j))-
abs(V(i,j)))/(abs(X(i,j))+abs(V(i,j)));
end
end
end

SMAPE=100*sum(sum(SAPE))/(m*n);
SWAPE1=100*sum(sum(pondbis.*SAPE)); % Es equivalente a SWAPE2 si las matrices
no tienen elementos nulos
SWAPE2=100*sum(sum(pond.*SAPE)); % Para matrices con todos los elementos no
nulos
R_SMAPE=1-SMAPE/200;
R_SWAPE1=1-SWAPE1/200;
R_SWAPE2=1-SWAPE2/200;

naive=mean(mean(abs(V-mean(mean(V)))));
MASE=sum(sum((abs(X-V)))/naive;
WASE=sum(sum((pond.*abs(X-V)))/naive;

% Psi-Kullback
MABS=(abs(X)+abs(V))/2;
KL=zeros(m,n);
for i=1:m
    for j=1:n
        if V(i,j)==0&X(i,j)==0
            KL(i,j)=0;
        elseif V(i,j)==0&X(i,j)~=0
            KL(i,j)=abs(X(i,j))*abs(log(abs(X(i,j))/MABS(i,j)));
        elseif V(i,j)~=0&X(i,j)==0
            KL(i,j)=abs(V(i,j))*abs(log(abs(V(i,j))/MABS(i,j)));
        else
            KL(i,j)=abs(X(i,j))*abs(log(abs(X(i,j))/MABS(i,j)))+abs(V(i,j))*abs(log(abs
(V(i,j))/MABS(i,j)));
        end
    end
end

PSI_KL=sum(sum(KL));
PSI_Max=sum(sum(abs(V)+abs(X)));
R_PSI=1-PSI_KL/PSI_Max;

%Coef_de_Correl
X1=reshape(X,m*n,1);

```

```

V1=reshape(V,m*n,1);
X2=X1(X1~=0|V1~=0);
V2=V1(X1~=0|V1~=0);
Correl=corrcoef(X2,V2);
Correl=Correl(1,2);
IS=50*(1+2*Correl);

% Estadísticos cualitativos
% N0: elementos que son nulos en V pero no lo son en X
N0=sum(sum(V==0&X~=0));
% N1: elementos que son nulos en X pero no lo son en V
N1=sum(sum(V~=0&X==0));
% D0: elementos que son nulos en X y en V simultáneamente
D0=sum(sum(V==0&X==0));
% NP: elementos cambian de signo entre X y V
NP=0;
for i=1:m
    for j=1:n
        if V(i,j)>0 & X(i,j)<0
            NP=NP+1;
        elseif V(i,j)<0 & X(i,j)>0
            NP=NP+1;
        else NP=NP;
        end
    end
end

NPalt=m*n-sum(sum(V>0&X>0))-sum(sum(V<0&X<0))-N0-N1-D0;

% NT: total de elementos de la matriz
NT=m*n;

% Matriz con resultados

Resultados={};
Resultados(1,1)={'MAPE'};
Resultados(1,2)={'WAPE'};
Resultados(1,3)={'SMAPE'};
Resultados(1,4)={'R_SMAPE'};
Resultados(1,5)={'SWAPE'};
Resultados(1,6)={'R_SWAPE'};

```



```
Resultados(1,7)={'MASE'};
Resultados(1,8)={'WASE'};
Resultados(1,9)={'PSI-KL'};
Resultados(1,10)={'R_PSI'};
Resultados(1,11)={'Correl'};
Resultados(1,12)={'ID'};
Resultados(1,13)={'N0'};
Resultados(1,14)={'N1'};
Resultados(1,15)={'D0'};
Resultados(1,16)={'NP'};
Resultados(1,17)={'NPAlt'};
Resultados(1,18)={'NT'};
Resultados(2,1)={MAPE};
Resultados(2,2)={WAPE};
Resultados(2,3)={SMAPE};
Resultados(2,4)={R_SMAPE};
Resultados(2,5)={SWAPE};
Resultados(2,6)={R_SWAPE};
Resultados(2,7)={MASE};
Resultados(2,8)={WASE};
Resultados(2,9)={PSI-KL};
Resultados(2,10)={R_PSI};
Resultados(2,11)={Correl};
Resultados(2,12)={ID};
Resultados(2,13)={N0};
Resultados(2,14)={N1};
Resultados(2,15)={D0};
Resultados(2,16)={NP};
Resultados(2,17)={NPAlt};
Resultados(2,18)={NT};
```

## *ANEXO 6: TABLA DE RESULTADOS*

La tabla de este anexo está en el CD adjunto.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alba Riesco, J.M. (1973) "Análisis Teórico y Numérico de Métodos Estadísticos". Tesina de Licenciatura. Universidad de Sevilla.*
- Allen, R. I. G. y Lecomber, J. R. C. (1975) "Some tests of a generalized version of RAS", pp. 43–56, en Allen, R. I. G y Gossling, W. F. (eds) 'Estimating and Projecting Input–Output Coefficients'. London. Input–Output Publishing Company.*
- Andrew, R.M. y Peters, G.P. (2013): "A Multi-Region Input-Output Table based on the Global Trade Analysis Project Database (GTAP-MRIO)", Economic Systems Research, 25, vol. 1, pp. 99-121.*
- Armstrong, J. S. (1985) "Long-range Forecasting: From Crystal Ball to Computer". Editorial Wiley.*
- Arto, I., Rueda-Cantuche, J.M. y Peters, G.P. "Comparing the GTAP-MRIO and WIOD databases for carbon footprint analysis", Economic Systems Research, vol.26, iss. 3, pp. 327-353.*
- Bacharach, M. (1970) "Biproportional Matrices and Input-Output Change". Cambridge University Press.*
- Beutel, Joerg (2002) "The economic impact of objective 1 interventions for the period 2000-2006". Report to the Directorate-General for Regional Policies, Konstanz. Disponible en [http://ec.europa.eu/regional\\_policy/sources/docgener/studies/pdf/objective1/final\\_report.pdf](http://ec.europa.eu/regional_policy/sources/docgener/studies/pdf/objective1/final_report.pdf).*
- Beutel, Joerg; De March, Marco; Heuschling, Josef; Ungar, Peter. (1994) "Harmonised input-output data for the European Union" en Verband der Automobilindustrie and International Input-Output Association (Ed.) 'The role of the automobile industry as a key sector - An application of input-output analysis'. Frankfurt.*
- Beutel, Joerg (2008) "An Input-Output System of Economic Accounts for the EU Member States". Interim Report for Service Contract Number 150830-2007 FISC-D to European*

Commission. Directorate-General Joint Research Centre. Institute for Prospective Technological Studies.

Bregman, L. M. (1967) "Proof of convergence of Sheleikhovskii's method for a problem with transportation constraints", *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1, pp. 191-204.

Butterfield, M. y Mules, T. (1980) "A testing routine for evaluating cell by cell accuracy in short-cut regional Input-Output tables", *Journal of Regional Science*, vol. 20, no. 3, pp.293-310.

Canning, P. y Wang, Z. (2005) "A Flexible Mathematical Programming Model to Estimate Interregional Input-Output Accounts", *Journal of Regional Science*, vol. 45, pp. 539-563.

Cañada Martínez, A. (1999) "El nuevo sistema de cuentas nacionales (SEC-95) y sus implicaciones para el análisis de la coyuntura", *Tribuna de Economía*, vol. 90, pp. 27-142.

Cardenete, M.A., Delgado, C., Fuentes, P.D., Lima, C., Mainar, A.J., Rueda-Cantucho, J.M., Mary, S., Santini, F. y Gómez, S. (2015) "Rural-urban social accounting matrixes for modelling the impact of rural development policies in the EU", *JRC Science and Policy Reports*. Disponible en [http://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/bitstream/JRC94394/more\\_report\\_final.pdf](http://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/bitstream/JRC94394/more_report_final.pdf)

Chiang, Alpha C. (1984) "Fundamental methods of mathematical economics". 3ª Edición. McGraw-Hill

Claeskens, G. y Hjort, G.L. (2008) "Model Selection and Model Averaging". Cambridge University Press.

Conway, R.S. (1990) "The Washington projection and simulation model: a regional interindustry econometric model", *International Regional Science Review*, vol. 33, pp. 55-76.

Czamanski, S. y Malizia, E. (1969) "Applicability and limitations in the use of national Input-Output Tables for Regional Studies", *Papers in Regional Science*, vol. 23, pp. 65-77.

D'Agostino, R.B. y Stephens, M.A. (1986) "Goodness of Fit Techniques". Editorial Dekker.

- Dalgaard, E. y Gysting, C. (2004) "An Algorithm for Balancing Commodity-flow Systems", *Economic Systems Research*, vol. 16, Iss. 2, pp. 169-180.
- Deming, W.E. y Stephan, F.F. (1940) "On a least squares adjustment of a sampled frequency table when the expected marginal totals are known", *The Annals of Mathematical Statistics*, vol. 11, no. 4, pp. 427-444.
- Del Castillo Cuervo-Arango, F. y de la Grana Fernández. C. (1993) "Bibliografía Input-Output Española". Consejería de Economía de la Comunidad de Madrid.
- De Mesnard, L. (2004) "Biproportional methods of structural change analysis: a typological survey", *Economic Systems Research*, vol. 16, iss. 2, pp. 205-230.
- De Mesnard, L. y Miller, R.E. (2006) "A note on added information in the RAS procedure: reexamination of some evidence", *Journal of Regional Science*, vol. 46, núm. 3, pp. 517-528.
- Dietzenbacher, E., Los, B., Stehrer, R., Timmer, M. y de Vries, G. (2013): "The Construction of World Input-Output Tables in the WIOD Project", *Economic Systems Research*, vol. 25, pp. 71-98.
- Dietzenbacher, E. y Miller, R.E. (2009) "RAS-ing the Transactions or the Coefficients: It Makes No Difference", *Journal of Regional Science*, vol. 49, pp. 555-566.
- EUROSTAT (2008a) "Manual of Supply, Use and Input-Output Tables". European Communities Publications. Disponible en <http://ec.europa.eu/eurostat/documents/3859598/5902113/KS-RA-07-013-EN.PDF/b0b3d71e-3930-4442-94be-70b36cea9b39?version=1.0>
- EUROSTAT (2008b) "NACE Rev. 2: Statistical classification of economic activities in the European Community". European Communities Publications.

EUROSTAT (2011) "Creating consolidated and aggregated EU27 Supply, Use and Input-Output Tables, adding environmental extensions (air emissions) and conducting Leontief-type modelling to approximate carbon and other 'footprints' of EU27 consumption for 2000 to 2006" (Technical Documentation, EUROSTAT, Luxembourg). Disponible en

<http://ec.europa.eu/eurostat/documents/51957/51999/Tech-Doc-eeSUIOT-proj.pdf/14945a20-f2e3-481a-a389-0ab01e18064f>

EUROSTAT (2014) "EUROSTAT review on National Accounts and macroeconomic indicators: special issue on the implementation of the European System of Accounts (ESA 2010)". Publications Office of the European Union.

Fernández Vázquez, E. (2010) "Recovering Matrices of Economic Flows from Incomplete Data and a Composite Prior", *Entropy*, vol. 12, pp. 516-527.

Fernández Vázquez, E., Hewings, G.J.D. y Ramos Carvajal, C. (2015) "Adjustment of Input-Output tables from two initial matrices", *Economic Systems Research*, DOI: 10.1080/09535314.2015.1007839. Publicado online el 16 de Febrero de 2015.

Fieller, E.C., Hartley, H.O. y Pearson, E.S. (1957) "Test for Rank Correlation Coefficients. I", *Biometrika*, vol. 44, no. 3-4, pp. 470-481.

Flores, B.E. (1986) "A Pragmatic View of Accuracy Measurement in Forecasting", *OMEGA International Journal of Management Science*, vol. 14, no. 2, pp. 93-98.

Friedlander, D. (1961) "A technique for estimating contingency tables, given marginal totals and some supplemental data", *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, vol. 124, pp. 412-420.

Gilchrist, D. y St. Louis, L.V. (1999) "Completing input-output tables using partial information with an application to Canadian data", *Economic Systems Research*, vol. 11, pp. 185-193.

Gilchrist, D.A. y St Louis, L.V. (2004) "An Algorithm for the Consistent Inclusion of Partial Information in the Revision of Input-Output Tables", *Economic Systems Research*, vol. 16, pp. 149-156.

- Golan, A., Judge, G. y Robinson, S. (1994) "Recovering information from incomplete or partial multisectoral economic data", *Review of Economics and Statistics*, vol. 76, pp. 541-549.
- Golan, A., Judge, G. y Miller, D. (1996) "Maximum Entropy Econometrics, Robust Estimation with Limited Data". John Wiley & Sons.
- Guimbao Bescós, J. (2003) "El Marco Input-Output: cuestiones relevantes en la aplicación del SEC-95". Ponencia publicada en la XXIX Reunión de Estudios Regionales. Santander. Asociación Española de Ciencia Regional. Disponible en [http://www.aecr.org/web/congresos/2003/Ponencias\\_AT.htm](http://www.aecr.org/web/congresos/2003/Ponencias_AT.htm)
- Günlük-Senesen, G. y Bates, J.M. (1988) "Some Experiments with Methods of Adjusting Unbalanced Data Matrices", *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, vol. 151, n. 3, pp. 473-490.
- Harthoorn, R. y J. van Dalen (1987) "On the Adjustment of Tables with Lagrange Multipliers". NA-024. Central Bureau of Statistics, The Netherlands, National Accounts Research Division. Disponible en <http://www.cbs.nl/NR/rdonlyres/348654AF-9884-4303-B1C1-BB2AD56192CA/0/1987024p30pub.PDF>
- Hewings, G.J.D. (1969) "Regional input-output models using national data: The structure of the West Midlands economy", *The Annals of Regional Science*, vol. 3, pp. 179-191.
- Hewings, G.J.D. (1977) "Evaluating the possibilities for exchanging regional input-output coefficients", *Environment and Planning A*, vol. 9, pp. 927-944.
- Huang, W., Kobayashi, S. y Tanji, H. (2008) "Updating an Input-Output Matrix with Sign-Preservation: Some Improved Objective Functions and their Solutions", *Economic Systems Research*, vol. 20, pp. 111-123.
- Hyndman, R.J. y Koehler, A.B. (2006) "Another look at measures of forecast accuracy", *International Journal of Forecasting*, vol. 22, iss. 4, pp. 679-688.
- Instituto Cántabro de Estadística (2014) "Memoria de Actividades. 2014". Disponible en [http://www.icane.es/c/document\\_library/get\\_file?uuid=f2be2948-2fa0-4d0f-988d-d3af92e0f75e&groupId=10138](http://www.icane.es/c/document_library/get_file?uuid=f2be2948-2fa0-4d0f-988d-d3af92e0f75e&groupId=10138)

Instituto Nacional de Estadística (Año desconocido) "Los sistemas Input-Output en el SEC: SEC79 y SEC95. Nota metodológica". Disponible en <http://www.ine.es/daco/daco42/cne/metodologiaio.pdf>

Instituto Nacional de Estadística (1983) "Sistema Europeo de Cuentas Económicas Integradas (S.E.C.). 2ª Edición 1979". Subdirección General de Cuentas Nacionales. I.N.E. Artes Gráficas. Madrid.

Israilevich, P. R. (1986) "Biproportional Forecasting of Input-Output Tables". Unpublished PhD dissertation (Philadelphia, University of Pennsylvania).

Israilevich, P. R., Hewings, G. J. D., Schindler, G. y Mahidhara, R. (1996) "The choice of an input-output table embedded in regional input-output models", *Papers in Regional Science*, vol. 75, pp. 103-119.

Jackson, R.W. y Murray, A.T. (2004) "Alternative Input-Output Matrix Updating Formulations", *Economic Systems Research*, vol. 16, pp. 135-148.

Jensen, J.L.W.V. (1906) "Sur les fonctions convexes et les inégalités entre les valeurs moyennes", *Acta Mathematica*, vol. 30, pp. 175-193.

Jensen, C.D. y Jackson, R.W. (2010) "Time Dynamics and the Introduction of New Technologies within IO Analysis". RRI Working Paper Series 2010-3. Disponible en [http://rri.wvu.edu/wp-content/uploads/2012/11/wp2010-3\\_Jensen\\_Jackson.pdf](http://rri.wvu.edu/wp-content/uploads/2012/11/wp2010-3_Jensen_Jackson.pdf)

Junius, T. y Oosterhaven, J. (2003) "The solution of updating or regionalizing a matrix with both positive and negatives entries", *Economic Systems Research*, vol. 15, pp. 87-96.

Junta de Andalucía (2013) Ley 3/2013, de 24 de julio del "Plan Estadístico y Cartográfico de Andalucía 2013-2017", publicada en el BOJA número 154, de 7 de agosto de 2013. Disponible en [http://www.juntadeandalucia.es/institutodeestadisticaycartografia/PECA2013-2017/ley3\\_2013\\_web.pdf](http://www.juntadeandalucia.es/institutodeestadisticaycartografia/PECA2013-2017/ley3_2013_web.pdf)

Kapur, J.N. "Maximum Entropy Models in Science and Engineering" (1989). Wiley Eastern Limited



- Knudsen, D.C. y Fotheringham, A.S. (1986) "Matrix Comparison, Goodness of Fit and Spatial Interaction Modelling", *International Regional Science Review*, vol. 10, no. 2, pp.127-147.
- Korovkin, P.P. (1976) "Desigualdades". Colección: Lecciones Populares de Matemáticas. Editorial MIR. Moscú.
- Kratena, K. y Zakarias, G. (2004) "Input Coefficient Change Using Biproportional Econometric Adjustment Functions", *Economic Systems Research*, vol. 16, iss. 2, pp. 191-203.
- Kullback, S. y Leibler, R.A. (1951) "On information and sufficiency", *The Annals of Mathematical Statistics*, vol. 22, no. 1, pp. 79-86.
- Kuroda, M. (1988) "A Method of Estimation for the Updating Transaction Matrix in the Input-Output Relationships", pp. 43-56, en Uno, K. y Shishido, S. (eds.) 'Statistical Data Bank Systems. Socio-Economic database and model building in Japan'. Amsterdam, North Holland.
- Lahr, M. L. (1993) "A review of the literature supporting the hybrid approach to constructing regional input-output models", *Economic Systems Research*, vol. 5, pp. 277-293
- Lahr, M. L. (2001) "A strategy for producing Hybrid Regional Input-Output Tables", pp. 211-242 en Michael L. Lahr y Erik Dietzenbacher (eds.), 'Input-Output Analysis: Frontiers and Extensions'. Basingstoke, Hampshire. Palgrave.
- Lahr, M. L. y de Mesnard, L. (2004), "Biproportional techniques in Input-Output Analysis: Table updating and structural analysis", *Economic Systems Research*, vol. 16, no. 2, p. 115-134.
- Lecomber, J. R. C. (1975) "A critique of methods of adjusting updating and projecting matrices", pp. 1-24 en Allen, R. I. G. y Gosling, W. F. (eds) 'Estimating and Projecting Input-Output Coefficients'. London. Input-Output Publishing Company.
- Lemelin, A. (2009) "A GRAS variant solving for minimum information loss", *Economic Systems Research*, vol. 21, pp. 399-408.
- Lenzen, M., Gallego, B. y Wood, R. (2006) "A flexible approach to matrix balancing under partial information", *Economic Systems Research*, vol. 11, pp. 1-24

Lenzen, M., Wood, R. y Gallego, B. (2007) "Some comments on the GRAS method", *Economic Systems Research*, vol. 19, iss. 3, pp. 461-465.

Lenzen, M., Gallego, B. y Wood, R. (2009) "Matrix balancing under conflicting information", *Economic Systems Research*, vol. 21, iss. 1, pp. 23-44.

Lenzen, M. y Rueda Cantuche, J.M. (2012) "A note on the use of supply-use tables in impact analyses", *SORT*, vol. 36, iss. 2, pp. 139-152.

Lenzen, M., Moran, D., Geschke, A. y Kanemoto, K. (2014): "A non-sign-preserving RAS variant", *Economic Systems Research*, vol. 26, pp. 197-208.

Majahan, S. (2006) "Development, Compilation and Use of Input-Output Supply and Use Tables in the UK National Accounts", *Economic Trends*, vol. 634, pp. 28-46.

Makridakis, S. (1993) "Accuracy measures: theoretical and practical concerns", *International Journal of Forecasting*, vol. 1, pp. 111-153.

Matuszewski, T., Pitts, P. R. y Sawyer, J. A. (1964) "Linear programming estimates of changes in input-output coefficients", *Canadian Journal of Economics and Political Science*, vol. 30, pp. 203-211.

Mesnard, L. y Miller, R.E. (2006) "A note on added information in the RAS procedure: reexamination of some evidence", *Journal of Regional Science*, vol. 46, n.3, pp. 517-528.

Miller, R.E. y Blair, P.D. (1985) "Input-Output Analysis: Foundations and Extensions". 1st Edition. Prentice Hall.

Miller, R.E. y Blair, P.D. (2009) "Input-Output Analysis: Foundations and Extensions". 2nd Edition. Cambridge University Press.

Mínguez, R., Oosterhaven, J. y Escobedo, F. (2009) "Cell-corrected RAS method (CRAS) for updating or regionalizing an Input-Output matrix", *Journal of Regional Science*, vol. 49, no. 2, pp. 329-348.

- Myernik, W.H. (1976) "Comments on Recent Development in Regional Input-Output Analysis", *International Regional Science Review*, vol. 1, pp. 47-55.
- Myernik, W.H. (1977) "The projection of technical coefficients for medium-term forecasting", pp. 29-41 (Proceedings of a 1975 Conference) en William F. Gosling (Ed.) 'Medium-Term Dynamic Forecasting'. London. Input-Output Publishing Company.
- OECD (2008) "Handbook on Constructing Composite Indicators: methodology and user guide". OECD-JRC European Commission. OECD Publishing. Disponible en <http://www.oecd.org/std/42495745.pdf>
- Oosterhaven, J., Piek, G. y Stelder, D. (1986) "Theory and practice of updating regional versus interregional input-output tables", *Papers of the Regional Science Association*, vol. 59, pp. 57-72
- Oosterhaven, J. (2005) "GRAS versus minimizing absolute and squared differences: a comment", *Economic Systems Research*, vol. 17, pp. 327-331.
- Oosterhaven, J y Escobedo-Cardenoso, F. (2011) "A new method to estimate Input-Output tables by means of structural lags, tested on Spanish regions", *Papers in Regional Science*, vol. 90, no. 4, pp. 829-845.
- Paelinck, J. y Waelbroeck, J. (1963) "Etude empirique sur l'évolution de coefficients 'input-output': essai d'application de la procédure RAS de Cambridge au tableau industriel belge", *Economie Appliquée*, vol. 16, pp. 81-111.
- Pardo Llorente, L. (1993) "Teoría de la Información Estadística", *Estadística Española*, vol. 35, núm. 133, pp. 195-268.
- Penzkofer, H., Schmalholz, H., Scholz, L. y Beutel, J. (1989) "Arbeitsmarktwirkungen moderner Technologien". *Innovation, Wachstum und Beschäftigung*. De Gruyter. Berlin.
- Pereira, X., Carrascal, A. y Fernandez, M. (2013) "Advances in updating input-output tables: its relevance for the analysis of regional economies", *Revista Portuguesa de Estudos Regionais*, vol. 33, no. 2, pp. 3-12.

Pereira, X. y Rueda-Cantuche, J. M. (2013) "Methods of global updating of supply and use tables with limited information: the Path-RAS method", presentado en la XXXIX Conferencia de Estudios Regionales, Oviedo (Spain), 21 y 22 de Noviembre de 2013.

Pereira López, X., Quinoá López, J.L. y Carrascal Incera, A. (2015) "¿Es posible aplicar el método RAS directamente sobre la inversa de Leontief?", *Estadística Española*, vol. 57, núm. 186, pp. 67-81.

Polenske, K. R. (1997) "Current uses of the RAS technique: a critical review", pp. 58–88 en Simonovits, A. y Steenge, A.E. (Eds.) 'Proportions, Growth, and Cycles'. London. Macmillan.

Prado Valle, C. y Aramburu Irizar, J.J. (2002) "El Marco Input-Output y la Contabilidad Regional en el SEC95: una aplicación práctica de conversión del SEC79 al SEC95 para la Comunidad Autónoma de Euskadi". *Cuadernos Técnicos de EUSTAT*. Disponible en [http://www.eustat.eus/documentos/datos/nuevojecas\\_c.pdf](http://www.eustat.eus/documentos/datos/nuevojecas_c.pdf)

Pulido, A. y Fontela, E. (1993) "Análisis Input-Output: Modelos, datos y aplicaciones". Editorial Pirámide. Madrid.

Rampa, G. (2008) "Using weighted least squares to deflate input-output tables", *Economic Systems Research*, vol. 20, iss. 3, pp. 259-276.

Robinson, S. (1994) "Recovering information from incomplete or partial multisectoral economic data", *Review of Economics and Statistics*, vol. 76, pp. 541-549.

Robinson, S., Cattaneo, A. y El-Said, M. (2001) "Updating and Estimating a Social Accounting Matrix using Cross-Entropy Methods", *Economic Systems Research*, vol. 13, pp. 47–64.

Robles Teigeiro, L. y Sanjuán Solís, J. (2005) "Análisis comparativo de las tablas Input-Output en el tiempo", *Estadística Española*, vol. 47, núm. 158, pp. 143-177.

Rodrigues, J.F.D. y Rueda Cantuche, J.M. (2013) "A two-stage econometric method for the estimation of carbon multipliers with rectangular Supply and Use tables", *Ecological Economics*, vol. 95, pp. 206-212.

- Rueda-Cantuche, J.M. y Amores, A.F. (2010) "Consistent and unbiased carbon dioxide emission multipliers: Performance of Danish emission reductions via external trade", *Ecological Economics*, vol. 69, pp. 988–998.
- Rueda-Cantuche, J.M. (2011a) "The choice of type of input-output table revisited: moving towards the use of supply-use tables in impact analysis", *SORT*, vol. 35, no. 1, pp. 21-38.
- Rueda-Cantuche, J.M. (2011b) "Econometric analysis of European carbon dioxide emissions based on rectangular Supply-Use tables", *Economic Systems Research*, vol. 23, pp. 261-280.
- Rueda-Cantuche, J. M., Amores, A. F. y Remond-Tiedrez, I. (2013), "Evaluation of different approaches to homogenise supply-use and input-output tables with common product and industry classifications". Report to the European Commission's Joint Research Centre under the Contract Project: "European and Euro Area Time Series of Supply, Use and Input-Output Tables in NACE Rev.2, current and previous year prices (2000-2009)".
- Shannon (1948a) "A mathematical theory of communication", *Bell System Technical Bulletin Journal*, vol. 27, pp.379-423.
- Shannon (1948b) "A mathematical theory of communication", *Bell System Technical Bulletin Journal*, vol. 27, pp. 623-659.
- Snower, D. J. (1990) "New methods of updating input–output matrices", *Economic Systems Research*, vol. 2, pp. 307–324.
- Stone, R. (1961) "Input–Output and National Accounts". Organization for European Economic Cooperation. Paris.
- Stone, R. y Brown, A. (1962) "A Computable Model of Economic Growth", Volume 1 en Stone, R. (Ed.) 'A Programme for Growth'. London. Chapman & Hall.
- Szyrmer, J. (1989) "Trade-Off between Error and Information in the RAS Procedure" en Miller, R.E., Polenske, K.R. y Rose, A.Z. (Eds.) 'Frontiers of Input-Output Analysis'. Oxford University Press

- Tarancón, M.A. y del Río, P. (2005) "Projection of input-output tables by means of mathematical programming based on the hypothesis of stable structural evolution", *Economic Systems Research*, vol. 17, iss. 1, pp. 1-23.
- Ten Raa, T. (2007) "The extraction of technical coefficients from Input and Output data", *Economic Systems Research*, vol. 19, iss. 4, pp. 453-459.
- Ten Raa, T. y Rueda Cantuche, J.M. (2007) "Stochastic analysis of input-output multipliers on the basis of use and make tables", *Review of Income and Wealth*, vol. 53, no. 2, pp. 318-334.
- Temurshoev, U., Yamano, N y Webb, C. (2010) "Projection of Supply and Use tables: methods and their empirical assessment". Working Paper n. 2. WIOD Project. Disponible en <http://www.wiod.org/publications/papers/wiod2.pdf>
- Temurshoev, U., Webb, C. y Yamano, N. (2011) "Projection of Supply and Use tables: methods and their empirical assessment", *Economic Systems Research*, vol. 23, iss. 1, pp. 91-123.
- Temurshoev, U. y Timmer, M.P. (2011) "Joint estimation of supply and use tables", *Papers in Regional Science*, vol. 90, iss. 4, pp. 863-882.
- Temurshoev, U. (2012) "Entropy-based benchmarking methods", Research Memorandum GD-122. Groningen Growth and Development Centre. Universidad de Groningen. Disponible en <https://www.rug.nl/research/portal/files/15517759/gd122.pdf>
- Temurshoev, U., Miller, R. E. y Bouwmeester, M. C. (2013) "A note on the GRAS method", *Economic Systems Research*, vol. 25, pp. 342-361.
- Tilanus, C.B. y Theil, H. (1965) "The Information Approach to the Evaluation of Input-Output Forecasts", *Econometrica*, vol. 33, no. 4, pp. 847-862.
- Tilanus, C.B. (1967) "Marginal Versus Average Input Coefficients in Input-Output Forecasting", *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 81, no. 1, pp. 140-145
- Timmer, M.P., Aulin-Ahmavaara, P. y Ho, M. (2005) "EUKLEMS Road Map. WP1". Disponible en [www.euklems.net/workpackages/roadmap\\_wp1\\_12-10-2005.pdf](http://www.euklems.net/workpackages/roadmap_wp1_12-10-2005.pdf)

- Timmer, M., Erumban, A.A, Gouma, R., Los, B., Temurshoev, U., de Vries, G.J, Arto, I., Andreoni, V., Genty, A., Neuwahl, F., Rueda-Cantuche, J.M., Villanueva, A., Francois, J., Pindyuk, O., Pöschl, J., Stehrer, R. y Streicher, G. (2012) "The World Input-Output Database (WIOD): Contents, Sources and Methods". Working paper n. 10. Disponible en <http://www.wiod.org/publications/papers/wiod10.pdf>
- Toh, M.-H. (1998) "The RAS approach to updating input-output matrices: an instrumental variables interpretation and analysis of structural change", *Economic Systems Research*, vol. 10, pp. 63–78.
- Tukker, A. de Koning, A., Wood, R., Hawkins, T., Lutter, S., Acosta, J., Rueda-Cantuche, J.M., Bouwmeester, M.C., Oosterhaven, J., Drosdowski, T. y Kuenen, J. (2013) "EXIOPOL – Development and Illustrative Analyses of a Detailed Global MR EE SUT/IOT", *Economic Systems Research*, 25, vol. 1, pp. 50-70.
- Unión Europea (1996) "Sistema Europeo de Cuentas de 1995". Reglamento (CE) N° 2223/96 DEL CONSEJO de 25 de junio de 1996, relativo al Sistema Europeo de Cuentas Nacionales y Regionales de la Comunidad.
- Unión Europea (2013) "Sistema Europeo de Cuentas 2010". Reglamento (UE) n° 549/2013 del Parlamento Europeo y del Consejo, de 21 de mayo de 2013, relativo al Sistema Europeo de Cuentas Nacionales y Regionales de la Unión Europea.
- Uribe, P., de Leeuw, C. G. y Theil, H. (1965) "The information theoretic approach to the prediction of interregional trade flows". Report 6507 (Rotterdam, Econometric Institute of the Netherlands School of Economics).
- Van Ark, B. (2005) "Towards an Integrated System of Growth, Productivity and National Accounts for the European Union", presentado en el Workshop on Productivity Measurement organizado por Fundación BBVA e IVIE en Madrid, 17-19 October 2005. Disponible en <http://www.oecd.org/std/productivity-stats/35465383.pdf>.
- Voas, D. y P. Williamson (2001) "Evaluating Goodness-of-Fit Measures for Synthetic Microdata", *Geographical and Environmental Modelling*, vol. 5, pp. 177–200.

*Wasserman, L. (2005). "All of Statistics: A Concise Course in Statistical Inference". Springer. New York.*

*Wilson, A. G. (1970) "Entropy in Urban and Regional Modelling". Pion. Londres.*

*Wood, S.N. (2004) "Stable and efficient multiple smoothing parameter estimation for generalized additive models", Journal of the American Statistical Association, no. 99, pp. 673-686.*

*Yule, G.U. y Kendall, M.G. (1968) "An Introduction to the Theory of Statistics". 14ª Edición. Editorial Charles Griffin & Co.*