

Comparative study of trusses to determine the influence of the geometry in the structural efficiency, according to the directions of the principal stresses. Part II

Señís, Roger¹; Brufau, Robert¹; Sastre, Ramon²; Carbajal, Eusebio Carlos³

ABSTRACT

This study compares flat lattice girders mounted on two supports, based on various design parameters, to determine which have better structural performance and what geometries are more efficient. The fundamental goal is to determine the relationship of performance and structural behavior of each type of framework structure, with respect to the principle of optimization and improvement in the efficiency of the trusses if their geometry adapts to the directions of the principal stresses and, of course, to the trajectory of the isostatic lines of the equivalent continuous structural resistant element under the loading actions. In this study, 256 models of lattice girders, with different triangulations, are analyzed to determine their performance and structural behavior. The results conclude that the trusses gain up to 25-35% efficiency when they identify the trajectory of the isostatic lines generated by the acting loads.

Keywords: Lattice girders (trusses), structural performance, structural optimization, directions of the principal stresses, isostatic lines.

1. INTRODUCCIÓN Y METODOLOGÍA

Con una clara intención continuista del estudio comparativo inicial, ya realizado, sobre el rendimiento estructural de vigas de celosía planas biapoyadas [1], con el presente artículo se presentan dos estudios complementarios sobre armaduras, en base a sus parámetros de diseño, para determinar cuáles tienen un mayor rendimiento y qué geometrías son más eficientes. De igual forma que en el estudio previo, el objetivo fundamental de los dos estudios que se llevan a cabo es determinar la relación de dicho rendimiento estructural, de cada una de las triangulaciones, respecto al principio de optimización y de mejora de la eficiencia estructural de las vigas trianguladas si su geometría, se adapta a las direcciones de las tensiones principales y, en definitiva, a la trayectoria de las líneas isostáticas de los elementos resistentes de alma llena equivalentes bajo las acciones solicitantes. El análisis de las direcciones de las tensiones principales se realiza mediante el modelado en elementos finitos en 2D (MEF), de una viga apoyada en los extremos según la combinación de

¹ Departamento de Estructuras en la Arquitectura, Escuela Técnica Superior de Arquitectura del Vallés (ETSAV), Sant Cugat del Vallès (ESPAÑA).

² Departamento de Construcciones Arquitectónicas I, Escuela Técnica Superior de Arquitectura del Vallés (ETSAV), Sant Cugat del Vallès (ESPAÑA).

³ Departamento de Construcciones Arquitectónicas II, Escuela Politécnica Superior de Edificación de Barcelona (EPSEB), Barcelona (ESPAÑA).

Persona de contacto/Corresponding author: roger.senis@upc.edu (R. Señís)

acciones más desfavorable, de acuerdo a la normativa utilizada, con el fin de determinar la trayectoria de las líneas del elemento estructural en concreto (Fig. 1).

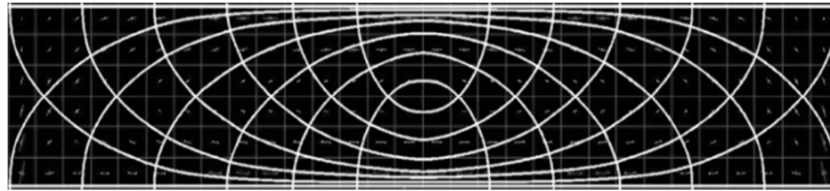


Figura 1. Representación de la trayectoria de las líneas isostáticas de una viga de alma llena biapoyada para cargas verticales. (Imagen propia adaptada del SAP 2000 v.15).

Es de dominio común, en esta temática, la influencia de la forma en la eficiencia y la rigidez de las estructuras, y en definitiva en el comportamiento y el rendimiento estructural como se desprende del estudio básico realizado con ocho estructuras trianguladas simples [2]. Atendiendo a dicha relación entre la forma y la función estructural, así como teniendo en cuenta que las vigas de celosía pueden adoptar varias geometrías, permitiendo distintas triangulaciones, de manera que cada una de ellas tendrá un rendimiento y comportamiento estructural diferente de acuerdo a su forma. Este concepto se muestra en la figura 2 donde se representan los diagramas de esfuerzos axiales de dos vigas de celosía con diagonales “en forma de K”. El esquema de esfuerzos axiales de la figura 2a corresponde a una viga “en K” con las diagonales orientadas para una transmisión “lógica” de los esfuerzos identificando, en la medida de lo posible, las líneas isostáticas que se generan en forma de “arcos” y “catenarias”, mientras que en la figura 2b se muestra el esquema de los esfuerzos axiales de una celosía “en K” con las diagonales invertidas, tal y como exponen [2][3][4].

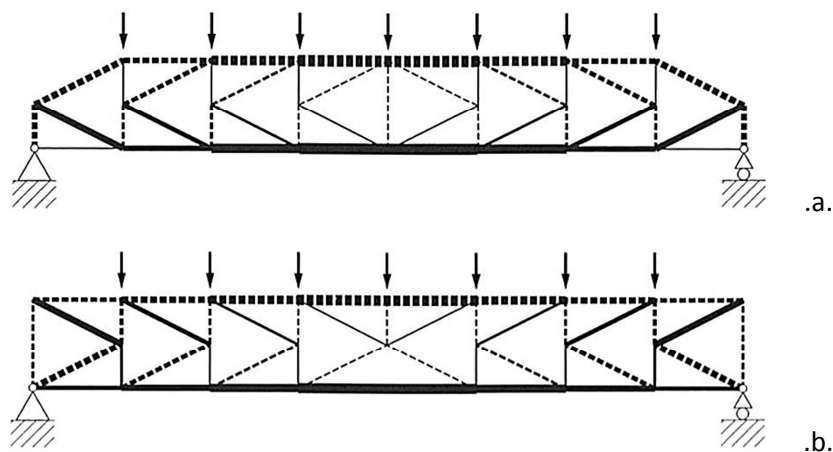


Figura 2. a) Viga “en K” con orientación de las diagonales de acuerdo a la transmisión “lógica” de los esfuerzos, b) Viga “en K” con orientación invertida de las diagonales. (Imágenes tomadas de [2]).

De acuerdo a la argumentación de [3][4] acerca de las geometrías de las vigas de celosía “en K” según la similitud, o no, en la orientación de las diagonales con la transmisión “lógica” de los esfuerzos, cuando se haga mención a dichas geometrías se hará uso de la denominación de viga “en K” para la geometría de la figura 2a, mientras que para hacer referencia a la armadura representada en la figura 2b se utilizará la denominación de viga “en K invertida”, al disponer las diagonales con una orientación invertida, de acuerdo a [2].

De igual forma se observa en la figura 2 que el comportamiento estructural, de acuerdo a los diagramas de esfuerzos representados, es totalmente diferente en ambas celosías y, como se verá en los estudios comparativos de vigas de celosía que se presentan, su rendimiento estructural también es totalmente opuesto, a pesar de ser dos tipologías con los mismos metros lineales de barras y peso propio de la estructura, si se toman las mismas dimensiones en alzado y secciones de barras.

Establecer esta relación, entre el comportamiento y rendimiento estructural de las vigas de celosía con el concepto de optimización expuesto en base a las líneas isostáticas, es el objeto fundamental de los dos estudios que se presentan, como continuación del estudio previo, en el cual el rendimiento estructural se establece en base a las deformaciones (flecha máxima) con los mismos perfiles en los cordones y con los mismos perfiles en las barras de relleno de todas las geometrías analizadas. Los dos estudios que se presentan sobre el rendimiento se describen a continuación:

Estudio comparativo 1: comparativo del rendimiento estructural resistente, R_r , (expresión (1)) en base al peso propio, así como a la carga distribuida máxima, Q , que resiste cada triangulación estudiada para obtener una misma limitación de deformación («parámetro de control») y los mismos perfiles tubulares en los cordones y los mismos perfiles tubulares para las barras de relleno en todas las vigas de celosía analizadas.

Estudio comparativo 2: comparativo del rendimiento estructural resistente, R_r , (expresión (1)) en base al peso propio de cada triangulación estudiada variando el grosor de los perfiles tubulares que conforman los cordones para obtener una misma limitación de deformación («parámetro de control»), así como un mismo estado de cargas.

2. OBJETIVOS DE LOS ESTUDIOS

En cuanto a los objetivos se refiere, no se trata únicamente de un estudio comparativo acerca del rendimiento estructural de las distintas triangulaciones de vigas de celosía, sino que se pretende obtener resultados válidos para el posterior estudio de estructuras tridimensionales como elementos resistentes de edificios singulares. Los objetivos de los estudios sobre vigas de celosía que se llevan a cabo en el presente trabajo, se exponen a continuación.

- Establecer si el «parámetros de control» utilizado, igualando deformaciones para ELS, es válido para determinar el rendimiento y la eficiencia estructural de las vigas de celosía o armaduras.
- Determinar qué triangulaciones o vigas de celosía ofrecen un mejor comportamiento o mayor rendimiento estructural y, en consecuencia, determinar qué geometrías son más eficientes.
- El último objetivo del presente estudio comparativo, y de alto grado de definición en la temática, es determinar y cuantificar el rendimiento estructural de las distintas tipologías de celosías, cuando su geometría se adapta o se asemeja a la trayectoria de las líneas isostáticas de tensiones del elemento estructural equivalente de alma llena. Se pretende establecer la relación entre el rendimiento de una viga de celosía y su geometría en base a la identificación de la dirección de los esfuerzos o tensiones principales. Este objetivo se plantea en base a los conceptos de optimización de estructuras estudiados en [2], de acuerdo a autores como Robert Maillart (1872-1940), Emil Mörsch (1872-1950), Eduardo Torroja (1899-1961), Pier Luigi Nervi (1891-1979), Ricardo Morandi (1902-1989) o Félix Candela (1910-1997), entre otros.

3. ANÁLISIS Y RESULTADOS

Los resultados más relevantes se muestran en las figuras y tablas del presente apartado, de acuerdo a los siguientes parámetros de diseño y de dimensionado genéricos:

- Ocho triangulaciones o geometrías de celosía distintas. Se analizan la viga Pratt, la viga Howe, la viga “en K”, la viga “en K invertida”, la viga “en X”, la viga “en X” sin montantes, la viga Warren con montantes intercalados y la viga Warren con doble montante.
- Armaduras apoyadas en los extremos (armaduras biapoyadas) y uniones articuladas A-A en los extremos de las barras de relleno.
- Cuatro luces consideradas, L: 14,0, 21,0, 28,0 y 35,0 m.
- Limitación de deformación de acuerdo a la normativa: 1/500 (valor flecha/luz).

De acuerdo a los parámetros de diseño, y para una misma limitación de deformación de acuerdo a las bases de cálculo definidas anteriormente, se definen las características y criterios propios de cada estudio:

Estudio comparativo 1: La primera opción de análisis posible consiste en determinar la carga distribuida máxima, Q , que resiste cada una de las vigas de celosía para ELS atendiendo a la normativa utilizada y dimensionado correcto para ELU. Posteriormente, se establece el rendimiento estructural resistente, R_r . Para ellos, se analizan 192 modelos de vigas de celosía biapoyadas, de acuerdo a los siguientes criterios y cantos de las celosías:

- Todos los perfiles tubulares de los cordones y todos los perfiles tubulares de las barras de relleno, son de la misma sección.
- Canto de la celosía. Se analizan seis cantos distintos de viga, H: 1,0, 1,4, 1,8, 2,2, 2,6 y 3,0 m.

Estudio comparativo 2: La segunda opción de análisis se plantea con el mismo fin, rendimiento estructural resistente, R_r , de acuerdo a la expresión (1), para una misma limitación de deformación atendiendo a la normativa. Para ello, se analizan 64 modelos, en este caso variando el grosor de los cordones para obtener la flecha admisible para un mismo estado de carga, de acuerdo a los siguientes criterios y cantos de las celosías:

- Dos cantos distintos entre 1.0-3.0 m según la luz de cada celosía analizada:
 - Viga biapoyada de 14,0 m: 1,4 y 1,6 m de canto.
 - Viga biapoyada de 21,0 m: 1,8 y 2,0 m de canto.
 - Viga biapoyada de 28,0 m: 2,2 y 2,4 m de canto.
 - Viga biapoyada de 35,0 m: 2,6 y 2,8 m de canto.
- La carga aplicada en los nudos del cordón superior será la misma para todos los casos analizados, cambiando únicamente el peso propio de las celosías de acuerdo a la geometría de

éstas, así como las dimensiones y los espesores de los perfiles de las barras que se definirán, en cada caso, para la obtención de la flecha admisible.

- Se predimensionan las barras de acuerdo a las dimensiones de cada caso (luz y canto). Las barras de relleno serán una constante para todas las tipologías de un mismo canto, y se modificará el espesor de los cordones de forma que obtengamos la flecha admisible para cada caso.
- Se dimensionan todas las barras eligiendo el perfil de mínimo peso, dentro de la serie europea de perfiles, que cumpla todas las condiciones de dimensionado para ELS y ELU.

Al tratarse de dos estudios de estructuras trianguladas, es decir, geometrías acordes al principio de las pequeñas deformaciones, se realiza un análisis lineal para determinar las deformaciones máximas (flechas) en estados límite de servicio (ELS), de las distintas armaduras analizadas en los estudios comparativos. De esta forma se limitan los efectos de segundo orden producidos por el pandeo, para realizar la comprobación tensional de los perfiles de dichas vigas de celosía, en estados límite últimos (ELU), tanto a nivel de barra como a nivel de sección, (considerando también las características geométricas y mecánicas de las secciones eficaces de los perfiles de clase 4), de acuerdo a la normativa utilizada.

3.1. Evaluación del rendimiento estructural

En este epígrafe se describe a continuación la expresión para determinar el rendimiento estructural resistente, R_r , de las vigas de celosía, utilizado en [5][6]. El rendimiento estructural resistente, R_r , es un parámetro adimensional que, como se describe en [5], relaciona la carga soportada, Q , y el peso propio de la estructura, P_e , de acuerdo a la siguiente expresión:

$$R_r = \alpha \frac{Q}{P_e} \quad (1)$$

donde,

α , es el coeficiente constante de ajuste a la escala de ordenadas;

Q , es la carga total aplicada en la estructura;

P_e , es el peso total de la armadura analizada.

El coeficiente de ajuste α en la escala de ordenadas es un valor constante que permite visualizar de forma más correcta los resultados en las gráficas representativas de los resultados de los rendimientos de las distintas vigas.

3.2. Acciones consideradas

De acuerdo al Código Técnico de la Edificación, CTE [7] para ELS, se toman las combinaciones característica, frecuente y casi permanente, de acuerdo a la normativa mencionada y descritas en [8].

3.3. Comparación de resultados

A continuación, se presentan y comparan los resultados de rendimiento estructural resistente, R_r , de las armaduras, de acuerdo a los distintos parámetros de diseño considerados.

En las figuras 3 y 4 se presentan todos los resultados R_r del primer estudio comparativo, igualando deformaciones para distintos estados de carga. En concreto, se muestran las ocho celosías, biapoyadas, de 14,0 m y 21,0 m de luz para cargas distribuidas y uniones articuladas A-A en los extremos de las barras de relleno. La tabla 1 corresponde a los resultados para las vigas de H: 1,8 m.

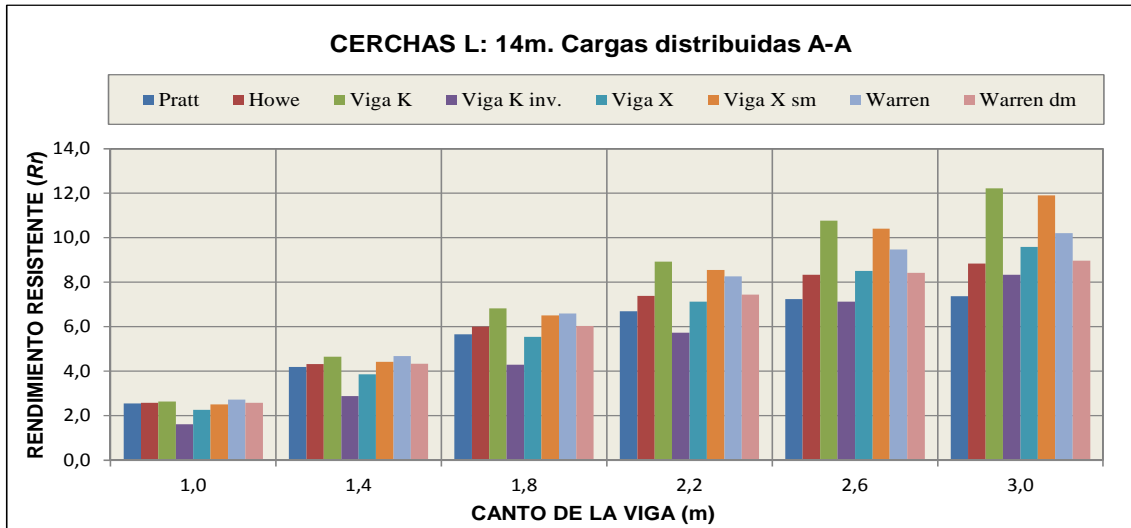


Figura 3. Resultados R_r estudio 1 de ocho triangulaciones de 14,0 m para distintos estados de cargas [2].

Tabla 1. Resultados de L: 14,0m y H: 1,8 m.

L: 14.0 m	Flecha	Cord.	C-150x150x5mm			Diag.	C-125x125x5mm			Peso	Q total	
H: 1.8 m	cm	m	cm ²	kg/ml	kN	m	cm ²	kg/ml	KN	KN	KN/ml	R_r
Pratt	2,800	28,00	29,0	22,31	6,25	36,28	24,0	18,46	6,70	12,95	36,577	5,651
Howe	2,800	28,00	29,0	22,31	6,25	36,28	24,0	18,46	6,70	12,95	38,889	6,008
Viga K	2,800	28,00	29,0	22,31	6,25	47,69	24,0	18,46	8,80	15,05	51,356	6,824
Viga K inv.	2,800	28,00	29,0	22,31	6,25	47,69	24,0	18,46	8,80	15,05	32,275	4,289
Viga X	2,800	28,00	29,0	22,31	6,25	56,37	24,0	18,46	10,41	16,65	46,154	5,543
Viga X sm	2,800	28,00	29,0	22,31	6,25	43,77	24,0	18,46	8,08	14,33	46,599	6,505
Warren	2,800	28,00	29,0	22,31	6,25	30,88	24,0	18,46	5,70	11,95	39,445	6,602
Warren dm	2,800	28,00	29,0	22,31	6,25	36,28	24,0	18,46	6,70	12,95	39,078	6,037

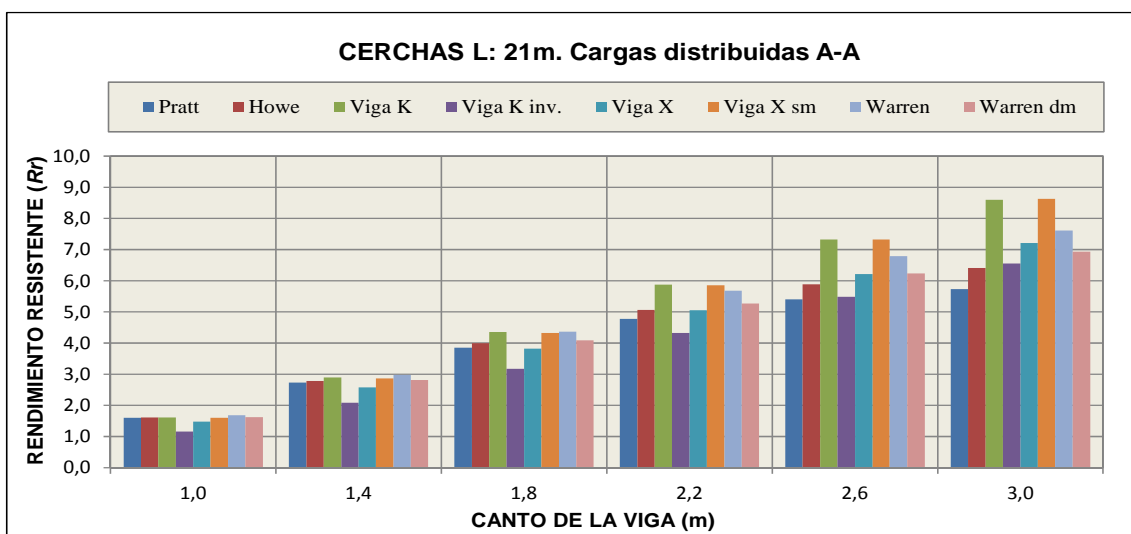


Figura 4. Resultados R_r estudio 1 de ocho triangulaciones de 21,0 m para distintos estados de cargas.

En las figuras 5 y 6 se presentan todos los resultados R_r del primer estudio comparativo, igualando deformaciones para distintos estados de carga. En concreto, se muestran las ocho celosías, biapoyadas, de 28,0 m y 35,0 m de luz para cargas distribuidas y uniones articuladas A-A en los extremos de las barras de relleno. La tabla 2 corresponde a los resultados para las vigas de H: 2,2 m.

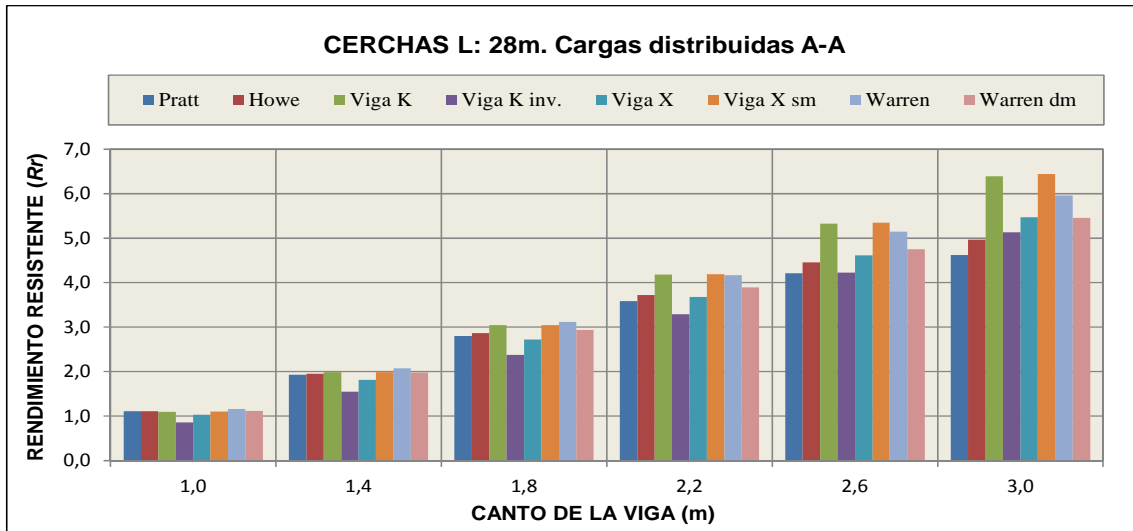


Figura 5. Resultados R_r estudio 1 de ocho triangulaciones de 28,0 m para distintos estados de cargas [2].

Tabla 2. Resultados de L: 28,0m y H: 2,2 m.

L: 28.0 m	Flecha	Cord.	C-260x260x14.2			Diag.	C-200x200x6			Peso	Q total	R_r
H: 2.2 m	cm	m	cm ²	kg/ml	kN	m	cm ²	kg/ml	kN	kN	kN/ml	
Pratt	5,600	56,00	140	107,4	60,15	82,38	46,6	35,82	29,51	89,65	32,173	3,589
Howe	5,600	56,00	140	107,4	60,15	82,38	46,6	35,82	29,51	89,65	33,356	3,721
Viga K	5,600	56,00	140	107,4	60,15	103,5	46,6	35,82	37,09	97,24	40,682	4,184
Viga K inv.	5,600	56,00	140	107,4	60,15	103,5	46,6	35,82	37,09	97,24	31,966	3,287
Viga X	5,600	56,00	140	107,4	60,15	127,4	46,6	35,82	45,62	105,8	38,897	3,678
Viga X sm	5,600	56,00	140	107,4	60,15	94,36	46,6	35,82	33,80	93,94	39,372	4,181
Warren	5,600	56,00	140	107,4	60,15	66,98	46,6	35,82	23,99	84,14	35,108	4,173
Warren dm	5,600	56,00	140	107,4	60,15	82,38	46,6	35,82	29,51	89,65	34,899	3,893

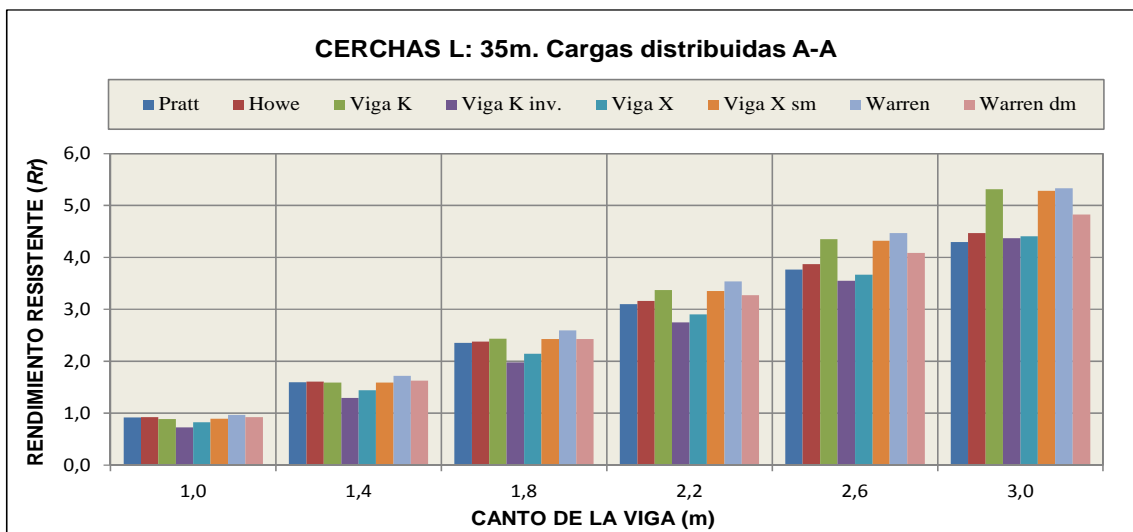


Figura 6. Resultados R_r estudio 1 de ocho triangulaciones de 35,0 m para distintos estados de cargas [2].

En las figuras 7 y 8, se presentan los resultados de rendimiento estructural resistente, R_r , obtenido en el segundo estudio comparativo, igualando deformaciones ajustando el grosor de los perfiles de los cordones, para ocho tipologías de vigas de celosía biapoyadas, de 14,0 m, 21,0 m, 28,0 m y 35,0 m de luz entre apoyos. Se muestran los resultados para las mismas cargas puntuales en los nudos superiores, con las uniones articuladas A-A en los extremos de las barras de relleno.

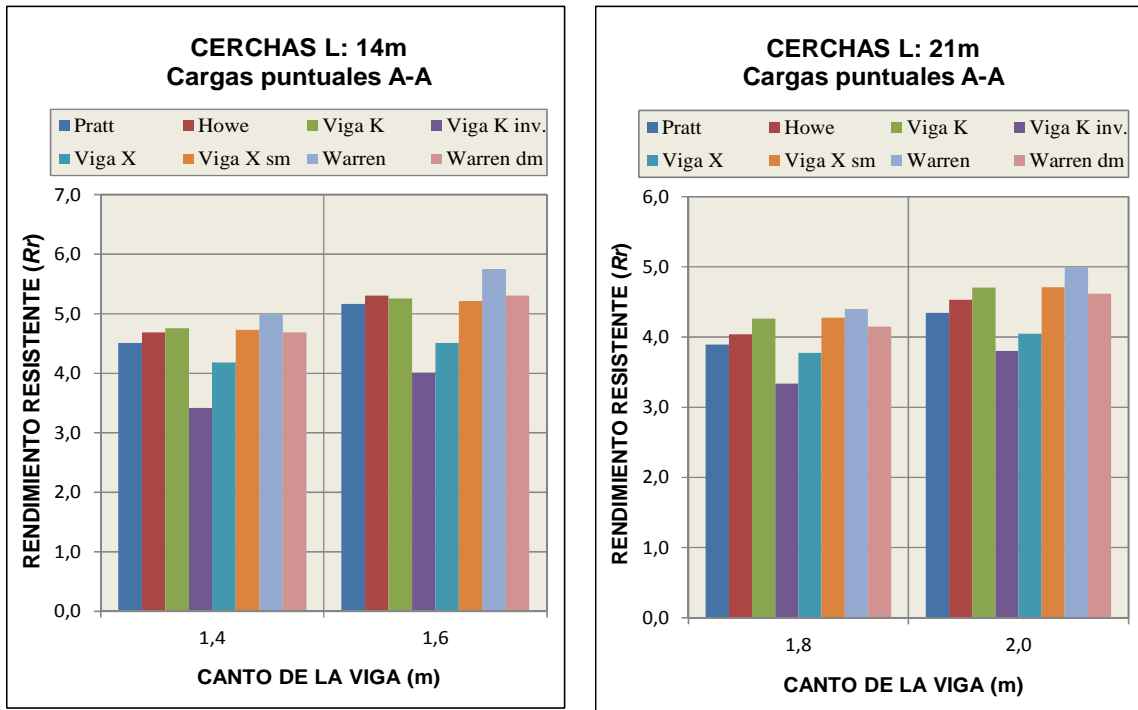


Figura 7. Resultados R_r estudio 2 de ocho triangulaciones de 14,0 y 21,0 m para cargas puntuales [2].

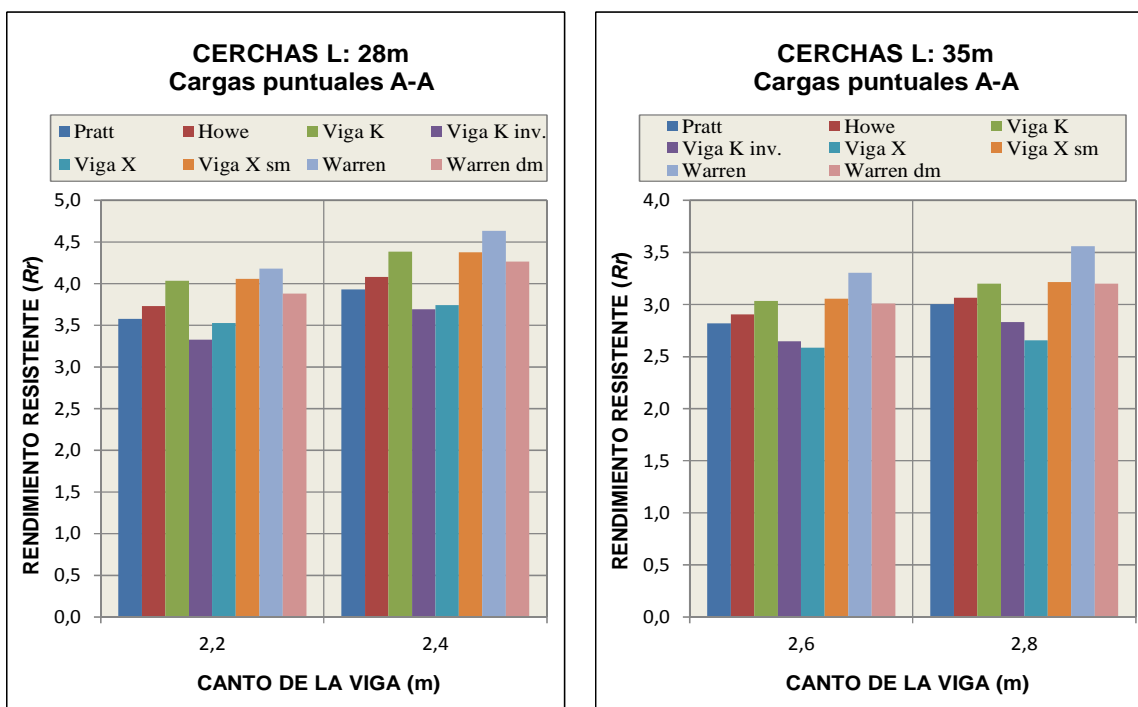


Figura 8. Resultados R_r estudio 2 de ocho triangulaciones de 28,0 y 35,0 m para cargas puntuales [2].

4. CONCLUSIONES

En todos los comparativos realizados, los resultados obtenidos con limitación de deformaciones para ELS en ambos estudios se han obtenido resultados similares de rendimiento para las distintas triangulaciones analizadas. Con ello, se confirma que el «parámetro de control» utilizado es válido para determinar el rendimiento y la eficiencia estructural de de estructuras de entramado, en este caso, para estructuras o vigas de celosía.

Las celosías cuyo diseño identifica las líneas isostáticas de los elementos resistentes de alma llena equivalentes tienen un mejor rendimiento y, por lo tanto, eficiencia estructural. En este sentido, generalmente, las celosías que ofrecen un mejor comportamiento estructural son la viga “en K”, la viga Warren y la viga “en X” sin montantes, con un rendimiento superior de hasta el 30-35% con respecto a las armaduras de menor rendimiento y de un 10-15% con respecto a al rendimiento promediado para todas las triangulaciones de un mismo estudio comparativo.

En la figura 9 se muestra la geometrías de las viga “en K”, la cual ofrece, por lo general, un mejor rendimiento estructural, ya que la orientación de sus barras de relleno permite que los esfuerzos axiales se transmitan de forma más “lógica” y racional, de acuerdo a las líneas isostáticas que forman “arcos” y “catenarias”, las cuales se muestran en la figura 10, obteniendo así, estructuras más óptimas y eficientes.

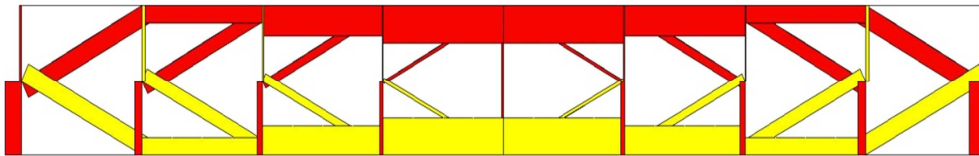


Figura 9. Diagrama de esfuerzos axiales de la viga “en K” con apoyos en los extremos de luz $L: 14.0\text{ m}$ y canto de la viga, $H = 1.8\text{ m}$.

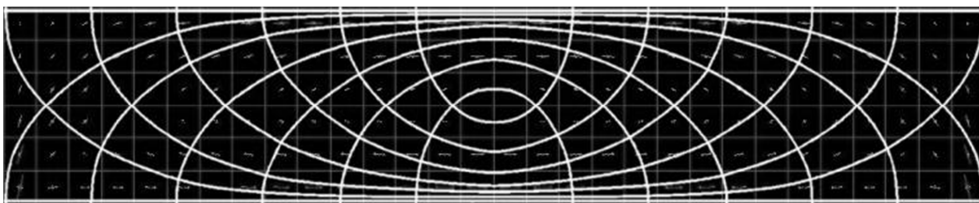


Figura 10. Líneas isostáticas de la viga biapoyada con carga distribuida en la parte superior. (Imagen propia adaptada del SAP 2000 v.15).

En el mismo sentido, la viga Warren, la cual se muestra en la figura 11, merece una mención especial. Debido a su distribución de las barras y ligereza visual, también ofrece un rendimiento estructural elevado, muy parecidos a la viga “en K”, e incluso en algunos casos, aunque de forma aislada, ofrece el mayor rendimiento, al identificar líneas isostáticas de tracción y de compresión.

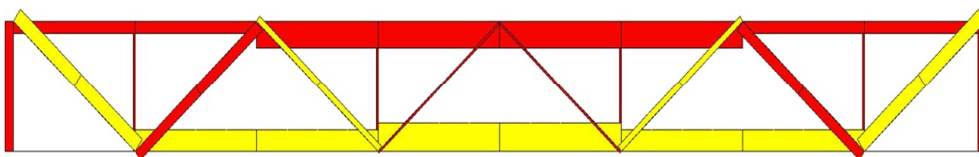


Figura 11. Diagrama de esfuerzos axiales viga Warren con apoyos en los extremos de luz $L: 14.0\text{ m}$ y canto de la viga, $H: 1.8\text{ m}$.

No obstante, es necesario destacar que la viga Warren tiene diagonales de grandes dimensiones, si lo comparamos con el resto de triangulaciones, trabajando a tracción y compresión alternativamente, con la limitación para estados límite últimos que ello conlleva. Sin embargo, el número de nudos que constituyen dicha celosía, hacen de ella, una tipología más económica que triangulaciones como la viga “en K” y la viga “en X”, compensando así el incremento de sección de las barras sometidas a compresión por efectos locales de pandeo.

Finalmente, destacar que las armaduras tienen un mejor comportamiento estructural cuando su geometría identifica la trayectoria de las direcciones principales y, en definitiva de las líneas isostáticas de los elementos resistentes de alma llena equivalentes de acuerdo al estado de cargas actuante.

En este contexto, es sumamente representativo comparar los resultados de la viga “en K” y la viga “en K invertida”. Para un mismo peso propio de las estructuras, el rendimiento de ambas geometrías es meridianamente opuesto, ya que en el caso de la viga “en K”, se obtiene un rendimiento superior del orden del 25-35% con respecto a la viga “en K invertida”, dependiendo de las dimensiones (luz y canto) consideradas.

5. REFERENCIAS

- [1] Señís, R., Brufau, R., Sastre, R., Carbajal, E.C. (2015). Estudio comparativo de vigas de celosía para determinar la influencia de la geometría en la eficiencia estructural, en base a las direcciones principales. *Informes de la Construcción*. [En revisión]
- [2] Señís, R. (2014). Optimización de mallas estructurales de acero envolventes de edificios en altura. Análisis de las direcciones principales identificadas por sus líneas isostáticas. Tesis Doctoral. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya (UPC). Identificador de la Tesis: <http://www.tdx.cat/handle/10803/146178>
- [3] Brufau, R. (2004). La flexió a les estructures metàl·liques. Les encavallades. Barcelona: Escola Professional Josep M^a Sert, COAC.
- [4] Muttoni, A. (2011). The Art of Structures. Introduction to the Functioning of Structures in Architecture. Lausanne: EPFL Press.
- [5] Estévez-Cimadevila, F.J., Martín-Gutiérrez, E. (2002). Influencia de los parámetros de diseño en el rendimiento estructural de vigas de celosía. *Informes de la Construcción*, 54(479), 17-28.
- [6] Estévez-Cimadevila, F.J., Martín-Gutiérrez, E. (2003). Análisis del rendimiento estructural de vigas Vierendeel. *Informes de la Construcción*, 54(483), 27-37.
- [7] CTE. (2006). Documento Básico SE-AE (Seguridad Estructural: Bases de Cálculo y Acciones en la edificación), Madrid: Código Técnico de la Edificación.
- [8] Señís, R., Sastre, R., Brufau, R., Carbajal, E.C. (2014). Estudio para la optimización de mallas estructurales de acero envolventes de edificios en altura según sus solicitaciones, en base al análisis de sus líneas isostáticas. *Informes de la Construcción*, 66 (EXTRA-1): m005, doi: <http://dx.doi.org/10.3989/ic.13.094>.