

# Control de Velocidad de un Motor de Inducción empleando una Estructura Fuzzy-Sliding Mode

A. González

E.P.S. de Jaén, dpto. de Electrónica, agaspar@ujaen.es

F. Barrero

E.S. de Ingenieros de Sevilla, dpto. de Electrónica, fbarrero@gte.esi.us.es

July 12, 2002

## Resumen

*El trabajo presenta un nuevo enfoque al control vectorial indirecto de un motor de inducción, en el que se conjuntarán dos controladores no lineales. El primero empleará técnicas de sliding mode y el segundo está basado en la lógica difusa con características de PI. Un sistema experto basado asimismo en un razonamiento borroso combinará las acciones de ambos controladores aprovechando las ventajas de cada tipo de control. El controlador sliding actuará preferentemente durante los transitorios, aprovechando el mayor margen de estabilidad que ofrece, y el controlador borroso lo hará en régimen permanente, reduciendo el chattering que pudiera provocar el controlador sliding.*

**Palabras clave:** Lógica borrosa, sliding-mode, análisis de estabilidad .

## 1 INTRODUCCIÓN

Hasta hace pocos años, en procesos que requerían un control preciso de la velocidad, era necesario incluir motores de corriente continua a pesar de sus problemas de mantenimiento. Actualmente, y gracias a la mayor fiabilidad, potencia y abaratamiento de los dispositivos electrónicos de potencia, es posible sustituir estos motores de corriente continua por mo-

tores de inducción, mucho más robustos y pequeños. El control vectorial se ha perfilado como el método de control preferido cuando se buscan requerimientos dinámicos más exigentes, sin los problemas de acoplamiento que presenta el control escalar y con la simplicidad que supone controlar el motor de inducción como si fuera un motor de corriente continua de excitación independiente [1]. Dentro del control vectorial, el método indirecto desacopla las componentes de intensidad del motor estimando la velocidad de deslizamiento  $\omega_{sl}$ , para lo que es necesario conocer la constante de tiempo del rotor  $T_r$ .

Una vez que el control vectorial indirecto permite desacoplar las componentes de intensidad productora de par y de campo, se puede emplear un control clásico PI para controlar la velocidad. Este presenta el inconveniente del desafinamiento del control ante variaciones en los parámetros del sistema, principalmente de la constante de tiempo rotórica. Además, la respuesta ante perturbaciones externas o cambios en la carga es inadecuada. Ante estas situaciones, se están introduciendo sistemas de control no lineales en el control de accionamientos eléctricos, entre ellos el control *sliding-mode* (SLMC) y el control basado en lógica borrosa (FLBC).

El control *sliding-mode* es un control de estructura variable de elevada ganancia. Esta característica hace de SLMC un control con una rápida respuesta dinámica, estable y muy robusto, poco sensible a la

incertidumbre de los parámetros y a los cambios en el par de carga. El inconveniente de este método es el excesivo par provocado por la elevada ganancia y la fluctuación del mismo debido al carácter de estructura variable.

Los esquemas de control basados en lógica borrosa, sin embargo, se han asociado desde sus orígenes a sistemas donde se persigue la suavidad en la respuesta. Una de las causas de la enorme expansión de estos esquemas es la facilidad de definir unas reglas de actuación deseable ante determinadas situaciones del sistema a controlar. Este conocimiento que un programador experto introduce en el control da lugar a notables mejoras en el comportamiento de sistemas, especialmente si estos son no lineales. Estos razonamientos han venido con frecuencia incluidos dentro de otro controlador más general, sirviendo para sintetizarlo [2].

En este trabajo, se presentan los dos controladores por separado, para los que se ha comprobado su buen funcionamiento en las situaciones en las que su actuación prevalecerá sobre la del otro controlador; esto es, se ajustará el controlador *sliding* para que la respuesta en los transitorios sea la adecuada, y lo mismo se hará con el controlador borroso de carácter PI durante el régimen permanente. La decisión de si debe actuar un controlador u otro por separado o si deben conjuntarse, y con qué peso, la tomará un sistema experto basado en un razonamiento borroso. A la vez que se programa este sistema experto, se reajustarán los controladores individuales SLMC y PI-FLBC para que el resultado del controlador global sea satisfactorio.

Con esta estructura, se consigue mejorar notablemente el régimen permanente respecto al que se obtendría con un SLMC. La respuesta resulta similar a la obtenida con un controlador borroso de tipo proporcional más integral, pero con la ventaja de que es posible asegurar la estabilidad del sistema. El esquema del controlador se presenta en la figura 1.

## 2 ESQUEMA DEL CONTROLADOR

En una máquina de corriente continua, despreciando el efecto de reacción de inducido, el par viene dado por

$$T_e = K I_a I_f \quad (1)$$

donde  $I_a$  es la intensidad de inducido o componente de par de la corriente e  $I_f$  es la intensidad de excitación o componente de flujo de la corriente. Para motores de excitación derivación, en condiciones normales,  $I_f$  se ajusta para mantener el flujo en su valor nominal y el par se modifica actuando sobre la intensidad de inducido. Las técnicas de control vectorial buscan este desacoplamiento transformando las intensidades  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  en las componentes sobre un sistema de referencia que gira con velocidad síncrona. Estas componentes sobre los ejes de referencia transversal  $i_{qs}$  y directo  $i_{ds}$  de este nuevo sistema de referencia aparecen como valores continuos, en vez de valores senoidales, y son análogas a las intensidades de inducido y de excitación respectivamente de un motor de corriente continua de excitación independiente. El par mecánico interno, por consiguiente, se puede expresar como

$$T_e = K i_{qs} i_{ds} \quad (2)$$

El controlador global proporcionará un valor para la componente de la intensidad productora de par  $i_{qs}^{ref}$  que, junto con un valor constante de la componente productora de flujo  $i_{ds}^{ref}$ , se descompondrá en las intensidades de referencia  $i_a^{ref}$ ,  $i_b^{ref}$  e  $i_c^{ref}$  empleando las técnicas de control vectorial indirecto. Un inversor alimentará el motor a controlar con unas intensidades que seguirán las de referencia calculadas por el sistema de control. Con el par mecánico interno que se induce de esta forma, la velocidad de rotación del accionamiento  $\omega_m$  evolucionará de acuerdo a

$$K_\phi i_{qs} = J \frac{d\omega_m}{dt} + B\omega_m + T_L \quad (3)$$

donde  $K_\phi$  engloba la constante de proporcionalidad  $K$  y la intensidad  $i_{ds}$  de la ecuación (2),  $J$  y  $B$  son

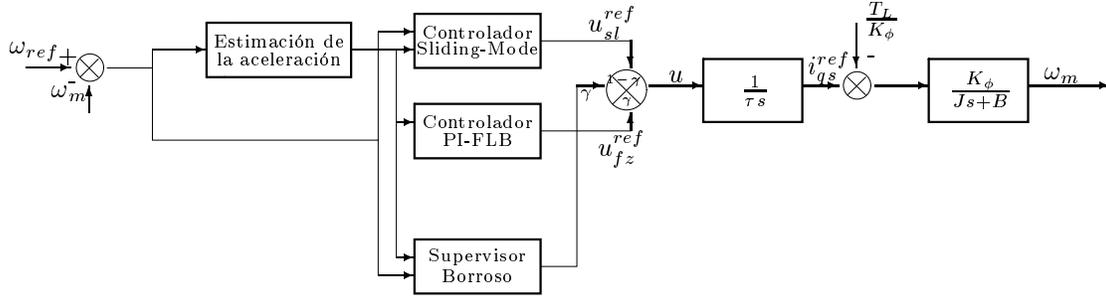


Figura 1: Estructura del controlador propuesto

las constantes de inercia y fricción respectivamente y  $T_L$  es el par de carga y que podría incluir el término de fricción constante.

## 2.1 CONTROLADOR *SLIDING*

Las leyes de actuación de un controlador *sliding-mode* son discontinuas por naturaleza y su aplicación directa da lugar a un excesivo *chattering* que incrementa el esfuerzo de control y puede excitar resonancias mecánicas [3]. Aunque este fenómeno se hace más patente en régimen permanente, también se produce en las proximidades de éste, por lo que es conveniente introducir una compensación integral que promedia la señal de actuación anulando la componente de alta frecuencia original. Esto también suavizará el comportamiento del sistema en régimen permanente ante las desviaciones del punto de equilibrio que se puedan producir.

Así, las leyes de control *sliding* determinarán acciones de control  $u_{sl}$  que, en ausencia de otro controlador, darán lugar a una intensidad que será

$$i_{qs}^{ref-sl} = \frac{1}{\tau} \int_0^t u_{sl} dt \quad (4)$$

siendo  $\tau$  la constante de tiempo de integración de la acción de control.

La trayectoria que el sistema se verá forzado a seguir por la actuación del SLMC es la línea recta

$$\sigma = c x_1 + x_2 = 0 \quad (5)$$

donde  $x_1$  es el opuesto del error en velocidad y  $x_2$  su derivada. La constante  $c$  es el inverso de la constante de tiempo del sistema de primer orden al que el controlador *sliding* intentará llevar el accionamiento.

$$x_1 = \omega_m - \omega_{ref} \quad (6)$$

$$x_2 = \dot{x}_1 \quad (7)$$

La ley de control utilizada será la de [3] donde el sumando  $k_\sigma \sigma$  se ha añadido para aumentar la actuación del controlador cuando el sistema está aún lejos de la trayectoria *sliding*

$$u_{sl} = \psi_1 x_1 + \psi_2 x_2 + k_\sigma \sigma \quad (8)$$

donde  $\psi_1$  y  $\psi_2$  son coeficientes cuyo valor será

$$\psi_1 = \begin{cases} \alpha_1, & \text{si } \sigma x_1 > 0 \\ \beta_1, & \text{si } \sigma x_1 < 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$\psi_2 = \begin{cases} \alpha_2, & \text{si } \sigma x_2 > 0 \\ \beta_2, & \text{si } \sigma x_2 < 0 \end{cases}$$

$$k_\sigma \in \mathbb{R}$$

siendo  $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$  y  $k_\sigma$  constantes cuyo valor se calculará de manera que la estabilidad esté garantizada.

## 2.2 CONTROLADOR BORROSO BASADO EN PI (PI-FLBC)

Una de las características que un controlador basado en lógica borrosa puede conferir a un sistema es la

suavidad en la respuesta. Con el objetivo de potenciar esta característica, particularmente en el régimen permanente se ha buscado la definición idónea para las forma y dominio de las funciones de pertenencia y para las reglas. El resultado se refleja en la figura 2

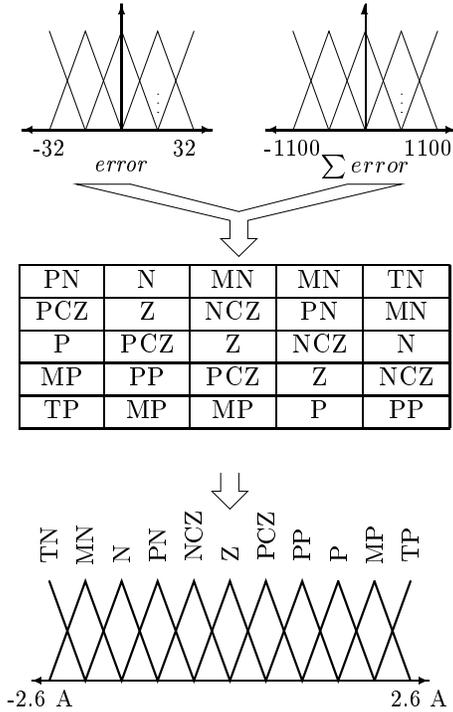


Figura 2: Funciones de pertenencia y reglas

donde, como se observa, las entradas son el error  $\omega_m - \omega_{ref}$  y la integral (sumatorio a efectos prácticos) del error con saturación. La salida es la intensidad  $i_{qs}^{ref-fz}$ . Como mecanismo de inferencia se ha optado por el método mínimo-producto-suma, cuyo proceso se representa en la figura 3.

Como método de *defuzzificación* se ha utilizado el método del centroide, sensible a todas las reglas con algo de verdad y que contribuye a que la salida se mueva más suavemente a lo largo de la superficie de control.

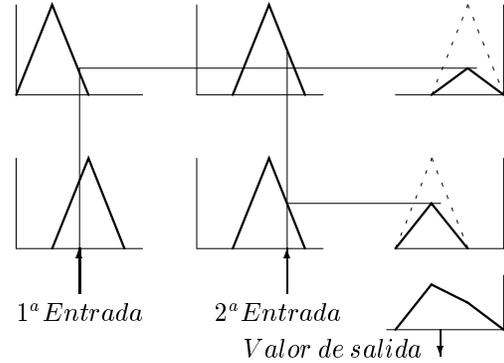


Figura 3: Método Mínimo Producto Suma

### 2.3 SISTEMA SUPERVISOR BORROSO

La entrada para el sistema de control global es la velocidad. De ella, se obtiene el error y su derivada, que serán las entradas para SLMC, y, por otro lado, el sumatorio de errores, que junto con el error son las entradas para el PI-FLBC.

Sin embargo, las respectivas acciones de control no se pueden combinar directamente, pues una acción presenta compensación integral y la otra es una salida directa. Para conjuntar ambos controladores adecuadamente, se ha definido

$$u_{fz} = i_{qs}^{ref-fz} - i_{qs}^{ref ant} \quad (10)$$

siendo  $i_{qs}^{ref ant}$  la salida final del controlador global en el paso anterior.

Estos incrementos de la intensidad debidos a los dos controladores serán entonces combinados de acuerdo a un factor de ponderación  $\gamma$ , deducido por el sistema experto basado en lógica borrosa en función del error y de la derivada del mismo. Este factor de ponderación se calcula en función de la distancia al régimen permanente, es decir, en función del error y de su derivada en valores absolutos. Esto queda representado en la figura 4 donde en la esquina superior izquierda de la tabla de reglas de inferencia está el régimen permanente, con salida *Todo Fuzzy* y en la inferior izquierda, *Todo Sliding*.

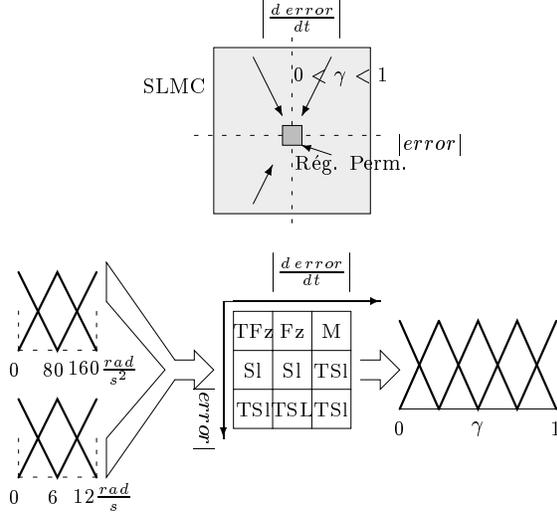


Figura 4: Funciones de pertenencia y reglas

Este incremento ponderado se sumará a la anterior intensidad  $i_{qs}^{ref}$ , para actualizar el valor de intensidad productora de par.

$$u = (1 - \gamma) u_{sl} + \gamma \cdot u_{fz} \quad (11)$$

$$i_{qs}^{ref} = i_{qs}^{ref-ant} + u \quad (12)$$

## 2.4 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

Para el análisis de estabilidad se empleará el método de estabilidad generalizado de Lyapunov utilizando la función  $0.5 \cdot \sigma^2$ , donde  $\sigma$  es descrita en (5).

Para garantizar que la trayectoria del sistema siempre se dirige hacia la línea *sliding*, debe satisfacerse que

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \sigma \dot{\sigma} \leq 0 \quad (13)$$

lo que significa que en las cercanías de la trayectoria *sliding*

$$\sigma \dot{\sigma} = \sigma(c \cdot \dot{x}_1 + \dot{x}_2) \leq 0 \quad (14)$$

Derivando (3), y considerando el par de carga como constante, se obtiene la representación en variables

de estado de la dinámica del accionamiento

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} \cdot u \quad (15)$$

donde  $a = B/J$  y  $b = K_\phi/J\tau$ . Por tanto, la expresión (14) también puede escribirse como

$$\sigma(c \cdot x_2 - a \cdot x_2 + b \cdot u) \leq 0 \quad (16)$$

Por otro lado, de (11), (8) y (5) se tiene

$$\begin{aligned} u &= (1 - \gamma)[\psi_1 x_1 + \psi_2 x_2 + k_\sigma \cdot (c \cdot x_1 + x_2)] \\ &+ \gamma \left( \frac{u_{fz}}{2} + \frac{u_{fz}}{2} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

Sustituyendo (17) en(16) se llega a:

$$\begin{aligned} \sigma x_2 [c - a + (1 - \gamma)b(\psi_2 + k_\sigma) + b\gamma \frac{u_{ref}}{2x_2}] \\ + \sigma x_1 [(1 - \gamma)b(\psi_1 + c \cdot k_\sigma) + b\gamma \frac{u_{ref}}{2x_1}] < 0 \end{aligned} \quad (18)$$

Para garantizar la estabilidad, y con el beneficioso efecto añadido de disminuir el *chattering*, se ha acotado el incremento  $u_{fz}$  de manera que

$$K_1^{inf} < \frac{u_{fz}}{2x_1} < K_1^{sup} \quad (19)$$

$$K_2^{inf} < \frac{u_{fz}}{2x_2} < K_2^{sup}$$

Una condición suficiente para que se cumpla la inecuación (18) es que ambos sumandos sean menores que cero. Incluyendo la acotación superior y sustituyendo para  $\sigma \cdot x_1 > 0$ ,  $\sigma \cdot x_1 < 0$ ,  $\sigma \cdot x_2 > 0$  y  $\sigma \cdot x_2 < 0$  respectivamente se tendría

$$\begin{aligned} \alpha_1 &< \min_{c, \gamma, k_\sigma, K_1^{sup}} \left[ c |k_\sigma| - \frac{\gamma}{1 - \gamma} K_1^{sup} \right] \\ \beta_1 &> \max_{c, \gamma, k_\sigma, K_1^{inf}} \left[ c |k_\sigma| - \frac{\gamma}{1 - \gamma} K_1^{inf} \right] \\ \alpha_2 &< \min_{b, c, \gamma, k_\sigma, K_2^{sup}} \left[ \frac{a - c}{b(1 - \gamma)} + |k_\sigma| - \frac{\gamma}{1 - \gamma} K_2^{sup} \right] \\ \beta_2 &> \min_{b, c, \gamma, k_\sigma, K_2^{inf}} \left[ \frac{a - c}{b(1 - \gamma)} + |k_\sigma| - \frac{\gamma}{1 - \gamma} K_2^{inf} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

donde se ha tenido en cuenta que  $k_\sigma$  es un valor negativo.

Como se observa, para asignar valores a los coeficientes de la ley de control *sliding* es necesario restringir el coeficiente de ponderación  $\gamma$  a valores menores que 1. Este valor correspondería al régimen permanente donde, en principio, sólo actuaría el controlador borroso. De este modo, para garantizar la estabilidad, se limitará la salida del supervisor borroso a un intervalo  $[0, \alpha_{max}] \subset [0, 1)$ .

### 3 RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Previo a la comprobación experimental, se ha simulado el sistema con un programa realizado en lenguaje C, introduciendo diferentes controladores: PI optimizado, SLMC, PI-FLBC y el sistema propuesto que combina los dos últimos. Para comparar estos controladores se ha analizado la respuesta de cada controlador ante cambios en la referencia de velocidad y en el par como los que se muestran en la figura 5.

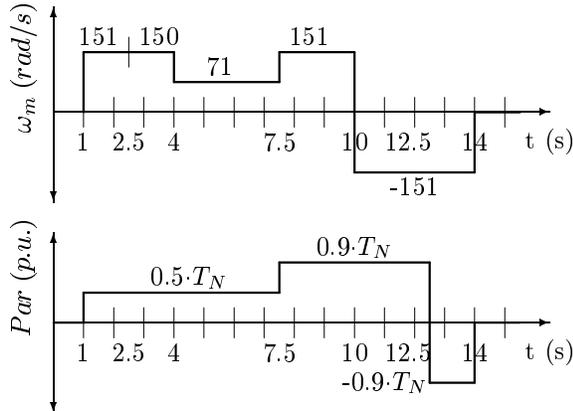


Figura 5: Referencia de velocidad y cambios en el par de carga

Se han utilizado principalmente velocidades impares porque resultan referencias más difíciles de

seguir para el encoder utilizado, de precisión 2 rad/s. Las referencias de par de carga se refieren al par nominal, siendo resistentes para valores positivos y en la dirección del movimiento para valores negativos.

Los valores para los parámetros eléctricos y mecánicos empleados en la simulación del motor de inducción trifásico son los que se estimaron para el motor de 1/4 HP que se empleará en las pruebas experimentales y que se muestran en la tabla 1.

Tabla 1: Parámetros del motor de 190 W

$R_s = 25.45 \Omega$	$L_s = 2.089 H$
$R_r = 41.774 \Omega$	$L_r = 2.089 H$
$L_m = 2.064 H$	$K_\phi \in [0.54, 2.7]$
$J = 0.00546 \frac{kg}{m^2}$	$B = 0.00085 \frac{kg}{m^2 s}$
$V_L = 380 V$	$2p = 4$

En la figura 6 se muestra como la respuesta en velocidad de todos los controladores es similar, aunque en el caso del control PI mejorado, el sistema es más lento y más sensible a los cambios en el par. En la figura 7 se observa un excesivo esfuerzo de control para el controlador PI y *sliding*, y cómo la aparición del control borroso en régimen permanente reduce el *chattering* para el controlador propuesto.

### 4 RESULTADOS EXPERIMENTALES

Una vez simulado el sistema, se ha aplicado el controlador al mismo motor del que se estimaron los valores de la tabla 1.

La velocidad del motor se mide con suficiente precisión gracias a un encoder digital de precisión  $2 \frac{rad}{s}$ , pero su derivada es difícil de estimar con exactitud. Se ha empleado finalmente un diferenciador no ideal [3].

En la tabla 2 se muestran los coeficientes de la ley de control *sliding* así como la pendiente de la línea en el espacio de estados a seguir por el ac-

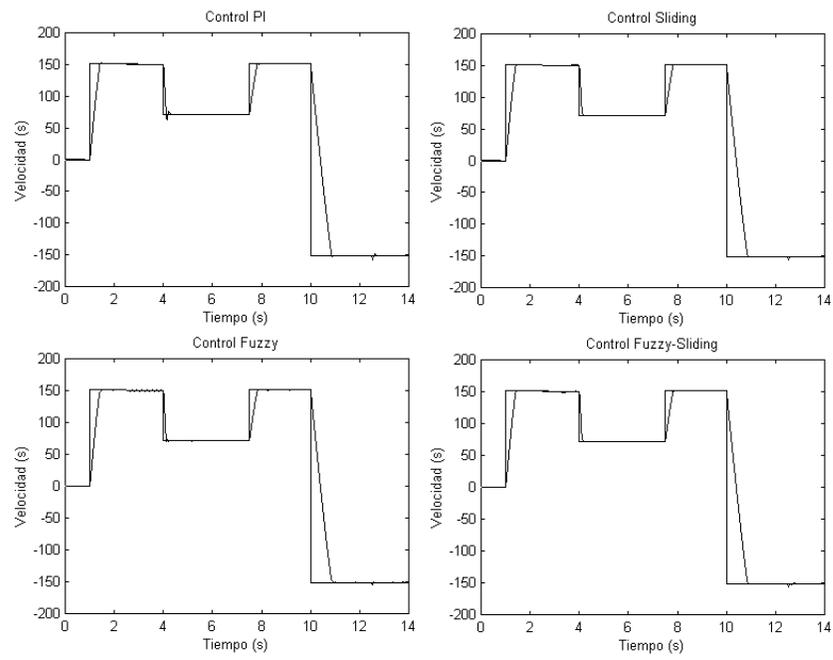


Figura 6: Respuesta en velocidad ante cambios de referencia y de par

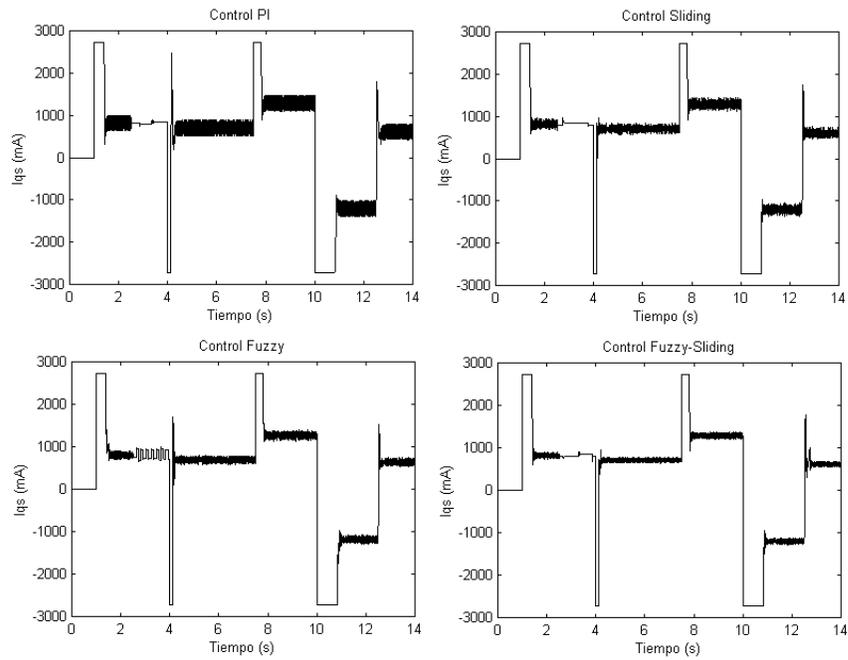


Figura 7: Intensidad  $i_{qs}$  ante cambios de referencia y de par

cionamiento. Estos valores se han ajustado de manera que cumplan los criterios de estabilidad de (20) considerando una constante de tiempo de integración  $\tau = 1$ , un valor máximo para el coeficiente de ponderación  $\gamma_{max} = 0.9$ , y unos límites para la acción  $u_{fz}$  iguales a  $K_1^{sup} = 0.15 \frac{A}{rad}$ ,  $K_1^{inf} = -0.15 \frac{A}{rad}$ ,  $K_2^{sup} = 0.03 \frac{A \cdot s}{rad}$  y  $K_2^{inf} = -0.03 \frac{A \cdot s}{rad}$ .

Tabla 2: Parámetros de la ley de control *sliding*

$c = 20$	$K_{\sigma} = -0.02083$
$\alpha_1 = -0.6667$	$\beta_1 = 0.4167$
$\alpha_2 = -0.1667$	$\beta_2 = 0.1667$

Las figuras 8-11 inciden en las diferencias entre las respuestas originadas por los distintos controladores.

En la figura 8 se observa que el controlador propuesto alcanza la referencia en menos tiempo (1.397 s) que el controlador PI (1.715 s).

También presenta una mayor insensibilidad ante cambios en el par externo (figura 9).

Respecto a un SLMC, el controlador propuesto disminuye el esfuerzo de control en régimen permanente.

En la figura 10 se observa el valor de  $i_{qs}^{ref}$  para un SLMC y para el controlador propuesto ante variaciones en el par como las mostradas en la figura anterior.

Esta disminución del *chattering* también queda patente en la figura 11 correspondiente a la distribución de la densidad de potencias para las diferentes frecuencias. Para el controlador propuesto, la potencia se concentra en la frecuencia eléctrica del motor. En un controlador exclusivamente *sliding* la oscilación en la señal de actuación da lugar a la aparición de picos a otras frecuencias.

En cuanto a un controlador PI-FLBC, se ha observado una menor fluctuación en el control para velocidades pares del controlador propuesto, aunque no se ha podido establecer si esta diferencia se mantendría para otros accionamientos. Lo que realmente supone una aportación importante respecto al controlador PI-FLBC es que el esquema propuesto asegura robustez y una estabilidad global de todo el sistema.

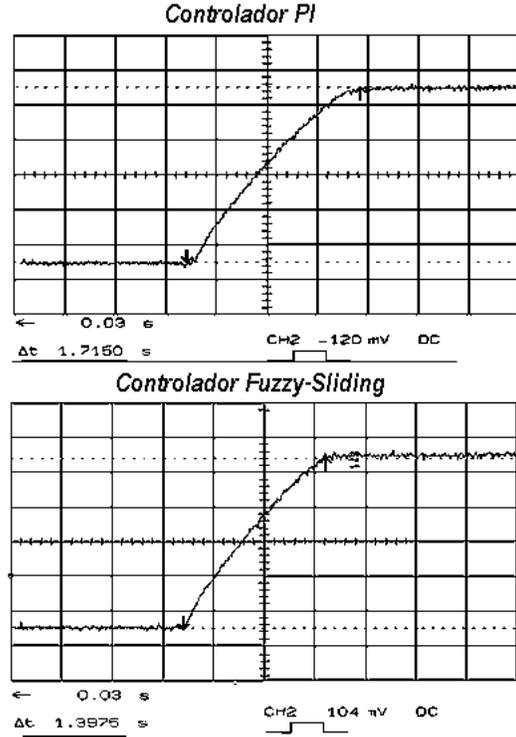


Figura 8: Cambio en  $\omega_{ref}$  de 0 a 1500 rpm

## 5 CONCLUSIONES

Se ha presentado un controlador con un esquema que combina un controlador basado en las técnicas de *sliding mode* y en el razonamiento borroso. Las acciones de ambos controladores son ponderadas por un motor de inferencia que origina una división borrosa del espacio de estados. Se han simulado y realizado pruebas experimentales con esta estructura comparándose los resultados con los obtenidos de un controlador PI, SLMC y PI-FLBC. Se observa una mejor respuesta dinámica que el controlador clásico y una disminución del *chattering* respecto al controlador *sliding* con compensación integral. En relación al controlador borroso, este esquema mejora la robustez del accionamiento y asegura la estabilidad global.

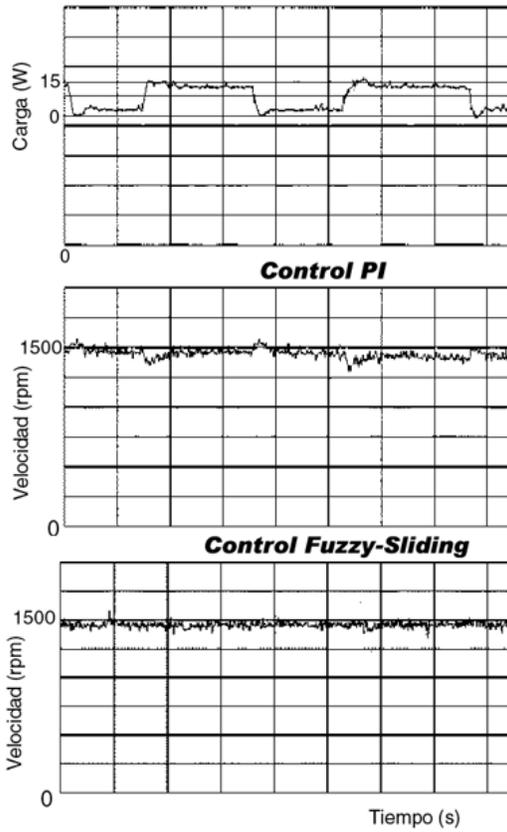


Figura 9: Variaciones de velocidad ante cambios en el par aplicado

## Referencias

- [1] B.K. Bose, (1987) Power Electronic and AC Drives, Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.
- [2] Z. Hakan Akpolat and Greg M. Asher and Jon C. Clare, "A Practical Approach to the Design of Robust Speed Controllers for Machine Drives", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol .47, No 2, April 2000, pp 315-324
- [3] Edward Y.Y. Ho and Paresh C. Sen, "Control Dynamics of Speed Drive Systems using Sliding Mode Controllers with Integral Compensation", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.27, No 5, September/October 1991, pp 883-892

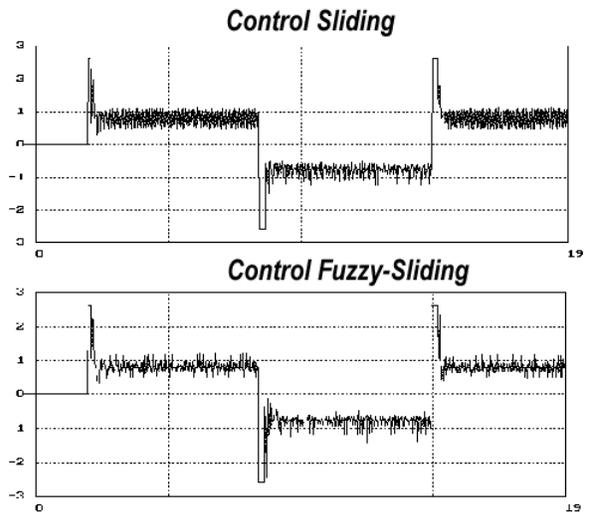


Figura 10: Intensidad  $i_{qs}^{ref}$  para velocidades impares

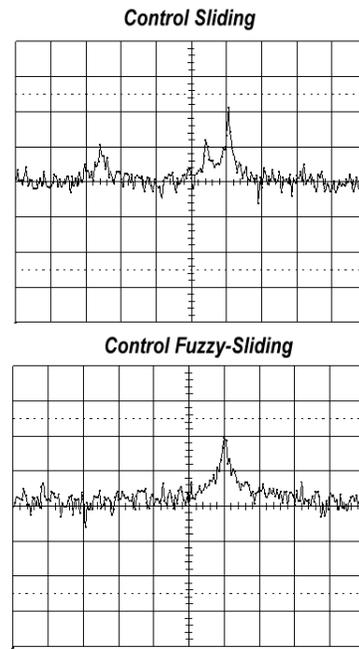


Figura 11: Distribución de la densidad de potencia