

**UNIVERSIDAD DE SEVILLA**  
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**



**TRABAJO POR PROYECTO DE ESTADÍSTICA EN EL TERCER CICLO DE  
PRIMARIA CON GEOGEBRA**

**Autor:** Candelaria García de Alvear Gómez de Terreros

**Tutor:** Carlos Aguilera Blanco

Aurora Fernández León

**Titulación:** Grado en Educación Primaria

**Mención:** Lengua Extranjera

**Curso:** 2014/2015

## Índice

1. Resumen.....	2
2. Introducción-Justificación.....	3
3. Objetivos.....	4
4. Marco teórico.....	5
4.1 ¿Qué es el aprendizaje basado en proyectos.....	6
4.2 El aprendizaje basado en proyectos en la asignatura de matemáticas .....	8
4.3 La Estadística en primaria.....	10
4.4 El uso de las TIC como herramienta para apoyar el proyecto: GeoGebra.....	16
5. Metodología.....	18
6. Desarrollo y análisis del material diseñado.....	20
6.1 Proyecto de Estadística: El ticket de la compra.....	21
6.2 Objetivos de las actividades.....	28
6.3 Metodología.....	29
6.4 Desarrollo de las actividades con GeoGebra.....	30
6.5 Evaluación del proyecto.....	66
7. Conclusiones.....	68
8. Referencias bibliográficas.....	70

## 1. Resumen

En el presente trabajo se diseña un proyecto de investigación sobre el consumo alimentario, como apoyo a la enseñanza y el aprendizaje de la Estadística en el tercer ciclo de primaria.

Esta propuesta se basa principalmente en las ideas de Dewey o Kilpatrick sobre el método de aprendizaje por proyectos; y en las obras de Bishop: *Enculturación Matemática* y de Batanero y Godino: *Estocástica y su didáctica para maestros*, donde se habla del papel de ésta en la sociedad, así como su aplicación en los diferentes campos. La metodología es innovadora, pues se trata de estudiar diferentes características de la compra del hogar y del consumo alimentario, a partir de los datos contenidos en diferentes tickets de la compra. Además, el eje principal del proyecto es el desarrollo de las actividades utilizando las TIC (el programa GeoGebra en concreto), como herramienta para lograr un aprendizaje significativo.

**Palabras clave:** Estadística, Educación Primaria, aprendizaje basado en proyectos, GeoGebra.

## Abstract

In the present work a research project on the food consumption is designed, as a support to the teaching and learning of the statistics in the third cycle of primary school.

This approach is focused principally on the ideas of Dewey or Kilpatrick on the method of project-based learning and in Bishop's work: *Mathematical enculturation* and Batanero and Godino: *Stochastic and it's didactics for teachers*, where they speak about the rol of the statistics in the society, as well as its application in the different contexts. This methodology is innovative, since it is a question of studying

different characteristics of the purchase at home and of the food consumption through the information contained in different tickets of the supermarket. In addition, the main axis of the project is the development of activities using the ICT (specifically the GeoGebra program), as a tool to achieve a significant learning.

**Key words:** Statistical, Primary School, project-based learning, GeoGebra.

## 2. Introducción-Justificación

El presente Trabajo Fin de Grado (TFG) lleva como título: *Proyecto de investigación para la enseñanza-aprendizaje de la Estadística en el Tercer Ciclo de Primaria.*

Se ha elegido este tema principalmente, porque se considera que la Estadística está presente constantemente en nuestro día a día, por ejemplo: en las noticias (ya sea en televisión o en cualquier otro medio) siempre se dice algo como: “*la tasa de paro o de natalidad ha disminuido un tanto por ciento...*” o “*el programa X tuvo una media de X espectadores*” ; en los teléfonos móviles y otros aparatos en los que se muestra el nivel de la batería en porcentaje y representado en un gráfico, y muchos otros ejemplos como estos que contienen datos estadísticos y representaciones gráficas, en los que se encuentra el sentido o el por qué del aprendizaje de las matemáticas en la escuela, en concreto, la Estadística. Esto hace que se reflexione sobre la importancia de adquirir unos conocimientos para poder comprender e interpretar la realidad en la que se vive. Por lo tanto, si se aplica un contenido matemático a una situación de la vida cotidiana cercana a la realidad del alumno, este aprende más y de forma significativa.

Por otro lado, se piensa que la realización de proyectos de investigación, son necesarios para que se dé un aprendizaje significativo en el alumno, porque no sólo sirven para repasar conceptos, si no para cuestionarlos, investigarlos y aplicarlos.

El tema de este TFG es muy interesante también porque se puede trabajar con las TIC en programas como *Excel*, Open Office o GeoGebra, este último es con el que se trabajará en este proyecto. Con este software matemático, el alumno aprender Estadística de forma diferente, siendo capaz de: agrupar datos estadísticos en tablas de frecuencias, realizar tablas de datos en la **Hoja de Cálculo**, crear gráficos y calcular las medidas de centralización. A su vez, el profesor aprende a programar con el software desarrollando la competencia digital, fundamental en la actualidad, debido a la importancia que tienen hoy día en que todo se hace a través de los medios tecnológicos.

Lo que se pretende con en la realización de este TFG es que el proyecto o método que se propone, sirva como modelo para trabajar en las aulas de 5º y 6º de primaria sobre todo, aunque se podría implementar en cursos menores adaptando algunas actividades.

Si se aplicara el proyecto diseñado más adelante en este TFG, ¿cómo se llevaría a cabo en el aula?

### **3. Objetivos**

Los objetivos generales que se pretenden alcanzar con la realización de este trabajo son los siguientes:

- Plantear e investigar sobre un tema de relevancia en el ámbito de la educación.
- Buscar, analizar y sintetizar la información.
- Reflexionar acerca de teorías relacionadas con la educación.
- Comunicar oralmente y por escrito con orden y claridad en la propia lengua.
- Exponer las ideas generales de un tema.

- Presentar información usando medios tecnológicos avanzados.

Los objetivos específicos que se pretenden en este Trabajo de Fin de Grado son los siguientes:

- Conocer y reflexionar sobre la metodología basada en el aprendizaje por proyectos y su aplicación a las matemáticas.
- Manejar los conceptos matemáticos propios de la Estadística (frecuencia, análisis de datos, y otros), así como las representaciones gráficas, los parámetros estadísticos, etc.
- Conocer en detalle los contenidos estadísticos que se imparten en Primaria y su didáctica.
- Diseñar un proyecto de investigación en un contexto estadístico para alumnos del tercer ciclo de Primaria.
- Aprender a manejar el software GeoGebra, siendo capaz de programar actividades de Estadística que impliquen la realización de tablas de frecuencias, gráficos y el cálculo de medidas de centralización como la media y la mediana.

#### **4. Marco teórico**

En este apartado se hará un recorrido por todos los conceptos y teorías que fundamentan este trabajo, comenzando por la definición del aprendizaje basado en proyectos, para después abordar las diferentes teorías que lo defienden como método de aprendizaje eficaz. Posteriormente, interesa su aplicación al área de las matemáticas.

Debido a que el proyecto que se elaborará en el apartado 6. *Desarrollo y análisis del material diseñado* está centrado en el aprendizaje de la Estadística, se harán

algunos comentarios acerca de la didáctica de este contenido matemático en primaria, haciendo referencia al marco legal del mismo, dentro del tercer ciclo de esta etapa (5º y 6º de Primaria). Finalmente, se señalarán algunas de las características del software *GeoGebra*, el cual se utilizará como herramienta digital para completar el proyecto de estadística que se presenta. En concreto, este programa ayudará a realizar cálculos estadísticos y permitirá representar gráficamente las variables estudiadas en el proyecto. Se hará referencia de nuevo al marco legal en lo que a la competencia digital se refiere, argumentando la importancia del uso de las TIC en el aula, y finalmente se expondrán las razones por las que se ha elegido el software *GeoGebra*, así como las ventajas de su uso.

#### **4.1 ¿Qué es el aprendizaje basado en proyectos?**

"El Aprendizaje basado en proyectos es un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos" (Barrows, 1986).

Son varios los autores que han escrito acerca de este método de aprendizaje, el cual tiene su origen en la enseñanza técnica y superior, y posteriormente, debido a su éxito, se aplicó en la enseñanza primaria. Esto supuso la reforma de los métodos tradicionales, (basados generalmente en la memorización) implementando una nueva forma de aprendizaje basada en la resolución de problemas cercanos a la realidad del alumno, abordando los temas curriculares desde un punto de vista globalizador.

A finales del siglo XIX se extendió en los Estados Unidos de América (EEUU) una nueva corriente pedagógica: *la educación progresista*, basada en la idea de John

Dewey sobre *aprender haciendo*. Este expuso sus pensamientos sobre la educación en la obra: *Mi credo pedagógico* de 1967:

*“El maestro no está en la escuela para imponer ciertas ideas o para formar ciertos hábitos en el niño, sino que está allí como un miembro de la comunidad para seleccionar las influencias que deberán afectar al niño y para ayudarlo a responder correctamente a éstas... creo, por lo tanto, en las denominadas actividades expresivas o constructivas como el centro de correlación”* (pp. 44).

Hacia 1876, el coronel William Parker (citado en Dewey, 1967) fundó en EEUU, cerca de Boston, una escuela revolucionaria, cuya máxima era *aprender haciendo*, pero fue su amigo Dewey (1967) quien empezó a poner en práctica estos principios, los que fueron difundidos más ampliamente gracias a William Kilpatrick, creador del *Método de Proyectos*, y que consideraba, que un proyecto es un plan de trabajo libremente elegido, con el objeto de realizar algo que nos interesa. Utilizando sus palabras: *“una actividad intencional hecha con todo el corazón y que se desenvuelve en un contexto social”* (Kilpatrick, 1918).

La idea de un plan de trabajo basado en un proyecto se organiza en diferentes etapas que van desde la búsqueda de un tema a investigar hasta su planificación, ejecución y plasmación del resultado.

Según Blumenfeld et al. (1991), la base del aprendizaje basado en proyectos se encuentra en la autenticidad o en la aplicación de la investigación a la vida real. Los estudiantes trabajan en equipo y se les asigna una *cuestión de conducción* para resolver o contestar, dirigida a diseñar un cierto material o materiales con los que presentar su conocimiento adquirido. Los materiales pueden incluir una variedad de



medios, tales como escritos, arte, dibujos, representaciones tridimensionales, videos, fotografía, o presentaciones de base tecnológica.

El método de aprendizaje basado en proyectos busca que el alumno sea capaz de plantear y hacer frente a una problemática cercana a su realidad y a sus necesidades, de manera que emplee sus conocimientos en la resolución de un trabajo complejo de investigación y aprenda a organizar los pensamientos, adquiriendo nuevos conocimientos y habilidades. Además, esta forma de trabajo tiene como ventajas: fomentar el trabajo cooperativo y la creatividad, la motivación por aprender y conocer, el enfrentamiento a situaciones de la realidad, el desarrollo de la capacidad crítica y reflexiva, entre otras. En cuanto al docente, es un guía que incentiva el aprendizaje en los alumnos.

Para poner en marcha un proyecto, se han de tener en cuenta siempre las demandas del alumnado, sus intereses, aquello que les motiva y despierta en ellos el deseo de aprender. Es por ello que se fomenta que las temáticas de los proyectos sean planteadas por los propios alumnos. Se debe tratar de incluir siempre propuestas de aprendizaje motivadoras y activas para que ellos se sientan siempre partícipes de lo que es importante dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje (Moreno y López, 2013).

#### **4.2 El aprendizaje basado en proyectos en la asignatura de matemáticas**

Para que los alumnos conozcan el desarrollo matemático y su empleo en la sociedad (en el pasado, presente y en la actualidad), puede ser útil presentarles situaciones paradigmáticas para que sean capaces de comprender y analizar mejor la información. Como dice Bishop (1991) en su obra *Enculturación Matemática*:

*“La manera más adecuada de hacer que los niños participen de una manera apropiada en estas situaciones paradigmáticas es el empleo de proyectos. Para mí, un proyecto es un trabajo de una investigación personal emprendida por el alumno, empleando materiales de referencia y redactada en forma de informe. Necesitará una cantidad considerable de tiempo, digamos una o dos semanas, se llevará a cabo individualmente o en grupos pequeños, será supervisada por el enseñante y su énfasis dependerá del interés y las aptitudes del alumno.” (p. 144).*

En esta obra, Bishop (1991) propone un currículo de Matemáticas basado en un proceso cultural que tiene tres componentes (simbólica, societal y cultural), de los cuales destacamos el componente societal, ya que se desarrolla a través de los proyectos. Este autor considera que es un gran error no emplear en la actualidad los proyectos en la educación Matemática, y propone posibles temas para proyectos en relación al pasado, al presente y al futuro que considera importantes para este componente social.

Los proyectos basados en la sociedad del pasado deberían indicar al alumno situaciones históricas significativas para el desarrollo Matemático (por ejemplo, proyectos sobre los planetas, los yacimientos arqueológicos... o bien, ahondar en antiguas biografías de matemáticos ilustres). Los proyectos basados en la sociedad actual deben hacer que los alumnos puedan ser más conscientes del concepto societal en el que viven, y de la medida en que está controlado por las Matemáticas. Para los proyectos en la sociedad del futuro, la naturaleza hipotética del razonamiento matemático puede pasar a un primer plano justo con consideraciones acerca de los tipos de sociedad hacia los cuales podríamos desear dirigirnos, y

acerca de las ventajas y los inconvenientes ofrecidos por las Matemáticas en consecución de tal sociedad.

Esta concepción de Bishop (1991) se ve reflejada, en concreto, en el punto “g” de los Objetivos de la Educación Primaria que aparecen en el Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, que dice así: *“Desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana.”* Cuando el objetivo anterior se refiere a la aplicación de las matemáticas a la vida cotidiana, está haciendo referencia indirectamente al componente social del que habla Bishop (1991) y a las situaciones pragmáticas que subraya.

### **4.3 La Estadística en Primaria**

El proyecto que se diseña en este trabajo en el apartado 6. *Desarrollo y análisis del material diseñado*, se titula: *Trabajo por proyecto de estadística en el tercer ciclo de primaria con GeoGebra* y trata de acercar a los alumnos los contenidos matemáticos básicos de esta disciplina.

Según el Anexo II del Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, los contenidos matemáticos básicos de naturaleza Estadística son los que se contemplan en el primer apartado del bloque 4 del tercer ciclo de primaria *Gráficos y parámetros Estadísticos* y son los siguientes (Anexo II RD 1513/2006, de 7 de diciembre):

- *“Recogida y registro de datos utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición.*
- *Distintas formas de representar la información. Tipos de gráficos Estadísticos.*

- *Valoración de la importancia de analizar críticamente las informaciones que se presentan a través de gráficos estadísticos.*
- *La media aritmética, la moda y el rango, aplicación a situaciones familiares.*
- *Disposición a la elaboración y presentación de gráficos y tablas de forma ordenada y clara.*
- *Obtención y utilización de información para la realización de gráficos”.*

Es importante la adquisición de estos contenidos estadísticos por parte del alumnado a fin de cumplir con el objetivo específico de etapa número 8: *“Utilizar técnicas elementales de recogida de datos para obtener información sobre fenómenos y situaciones de su entorno; representarla de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre la misma”* (Anexo II RD 1513/2006, de 7 de diciembre).

Los contenidos matemáticos (de tipo estadístico) que se han manejado en este proyecto contribuyen también en gran medida a la adquisición de competencias básicas. Según el RD 1513/2006, de 7 de diciembre, en su Anexo II:

*“Las Matemáticas contribuyen a la adquisición de la competencia en tratamiento de la información y competencia digital, en varios sentidos. Por una parte porque proporcionan destrezas asociadas al uso de los números, tales como la comparación, la aproximación o las relaciones entre las diferentes formas de expresarlos, facilitando así la comprensión de informaciones que incorporan cantidades o medidas. Por otra parte, a través de los contenidos del bloque cuyo nombre es precisamente tratamiento de la información se contribuye a la utilización de los lenguajes gráfico y Estadístico, esenciales para interpretar la información sobre la realidad. En menor escala, la iniciación al uso de calculadoras y de herramientas*

*tecnológicas para facilitar la comprensión de contenidos matemáticos, está también unida al desarrollo de la competencia digital”.*

A continuación, se van a mencionar los conceptos estadísticos básicos que se trabajan en el proyecto desarrollado en el apartado "6. *Desarrollo y análisis del material diseñado*", para posteriormente hablar de la Estadística y su didáctica.

Los conceptos que se trabajan, descritos algunos por Vallecillos (2008), son los siguientes: población (conjunto de todos los datos bajo estudio, variable cuantitativa (característica que se puede medir y expresar por una cantidad numérica), variable cualitativa (características de interés que no pueden medirse ni expresarse numéricamente y sólo es posible clasificar a los individuos de la población en grupos o categorías), frecuencia absoluta: recuento de casos), frecuencia relativa (razón de casos sobre el total de ellos), diagrama de barras (representación gráfica para cada dato y su frecuencia), diagrama de sectores (cada sector resultante es el porcentaje correspondiente a cada frecuencia relativa), media (la suma de todos los datos divididos por el número total de ellos), mediana (es un dato *central* de la distribución de un conjunto de datos, es un número que la divide en *dos mitades* exactamente iguales), la moda (es el dato más frecuente de la distribución de las frecuencias) y el rango (diferencia entre el valor mayor y el menor de la distribución de frecuencias).

Vallecillos (2008) expresa: "*De manera general la Estadística es la ciencia que permite recoger, organizar, resumir y analizar datos para poder sacar de ellos conclusiones válidas y tomar decisiones informadas*" (pp.560).

Se pueden, por tanto, a partir de su obra, considerar tres aspectos distintos en la Estadística: el Análisis de datos, que abarca la organización y la descripción de los datos experimentales que permitirán obtener informaciones útiles; la Obtención de datos, donde se consideran los distintos procedimientos de recogida de datos

necesarios para la resolución de problemas concretos (por ejemplo, la selección de las muestras), y el diseño de los experimentos adecuados para ello.

Los orígenes de la Estadística son muy antiguos, ya que se han encontrado pruebas de recogida de datos sobre población, bienes y producción en civilizaciones como la china (aproximadamente 1000 años a. C.), sumeria y egipcia. Los censos propiamente dichos eran ya una institución del siglo IV a.C. en el imperio romano. Posteriormente, se llevaron a cabo registros y recuentos de bienes en Europa durante la Edad Media y la Edad Moderna.

Sólo muy recientemente la Estadística ha adquirido la categoría de ciencia. La difusión de tablas numéricas permitió observar la frecuencia de distintos sucesos y el descubrimiento de leyes estadísticas. Son ejemplos importantes los estudios de Graunt sobre tablas de mortalidad y esperanza de vida a partir de los registros estadísticos de Londres desde 1592 a 1603, o los de Halley entre 1687 y 1691 para resolver el problema de las rentas vitalicias en las compañías de seguros. En el siglo XIX se descubren las leyes de los grandes números con Bernouilli y Poisson. Con estos descubrimientos, la Estadística logra una relevancia científica creciente, siendo reconocida por la *British Association for the Advancement of Science* como una sección en 1834, naciendo así la Royal Statistical Society (Batanero y Godino, 2002).

Una división clásica de la Estadística ha sido distinguir entre *Estadística descriptiva* y *Estadística inferencial*. La *Estadística descriptiva*, que es la que se va a trabajar en el proyecto propuesto más adelante, tiene como fin presentar resúmenes de un conjunto de datos y poner de manifiesto sus características, mediante sus representaciones gráficas. Se supone que el conjunto de datos analizados es una

muestra de una población y el interés principal es predecir el comportamiento de la población, a partir de los resultados de la muestra.

Cuando se tiene en cuenta el tipo de Estadística que se quiere enseñar y la forma de llevar a cabo esta enseñanza se debe reflexionar sobre sus fines principales, que son los siguientes:

- *“Que los alumnos lleguen a comprender y a apreciar el papel de la Estadística en la sociedad, incluyendo sus diferentes campos de aplicación y el modo en que la Estadística ha contribuido a su desarrollo.*
- *Que los alumnos lleguen a comprender y a valorar el método estadístico, esto es, la clase de preguntas que un uso inteligente de la Estadística puede responder, las formas básicas de razonamiento estadístico, su potencia y limitaciones”* (Batanero y Godino, 2008, pp. 719).

Los resultados de diversas investigaciones proporcionan orientaciones acerca de cómo ayudar a los niños en el desarrollo del razonamiento estadístico. Algunas de estas orientaciones son las siguientes:

1. *Involucrar a los niños en el desarrollo de proyectos sencillos en los que deban recoger sus propios datos a partir de la observación (¿de qué color son los ojos de los niños de la clase?), encuesta (¿qué tipos de trabajo hacen las madres y los padres de los niños?) y medida (¿tienen los pies, manos, hombros más grandes los niños que las niñas?).*
2. *Concienciar a los niños de que cada dato aislado forma parte de un todo (distribución de los datos) y que hay preguntas que no pueden contestarse con un sólo dato, sino con una distribución de datos.*

3. *Concienciar a los niños de las tendencias y variabilidad en los datos y cómo éstos pueden usarse para responder preguntas sobre los datos o comparar varios conjuntos de datos.*
4. *Visualizar progresivamente que los datos recogidos son una muestra de una población más amplia y sobre cuáles son las condiciones para que los datos de la muestra puedan representar los datos de toda la población.*
5. *Animar a los niños a representar sus datos en tablas y gráficos, cuidando las cualidades estéticas y matemáticas de los gráficos de modo que los datos queden correctamente representados en ellos. Advertirles de la facilidad con que un gráfico puede ser engañoso” (Batanero y Godino, 2008, pp. 722).*

La Estadística es hoy día una materia interdisciplinar que se utiliza no sólo en la clase de matemáticas, sino en otras disciplinas donde se convierte en herramienta de resolución de problemas.

Los proyectos en la clase de Estadística se conciben como verdaderas investigaciones asequibles al nivel del alumno, donde se trata de integrar la Estadística dentro del proceso más general de investigación. Es decir, se plantean unos objetivos y preguntas que el alumno debe tratar de contestar. Para ello el alumno necesita recoger datos, que pueden provenir de diversas fuentes (Internet o a través de ellos), ser obtenidos mediante diferentes técnicas (encuesta, experimentos, etc.), y corresponder a diversas escalas de medida y tipos de variables estadísticas.

La obra colectiva “*Proyectos de Estadística en Primaria*” que pertenece al Instituto Canario de Estadística (INSTAC), ha sido un referente para el diseño del proyecto de investigación que se en este trabajo, concretamente en el apartado 6 “Desarrollo y análisis del material diseñado”.



#### **4.4 El uso de las TIC como herramienta para apoyar el proyecto: GeoGebra**

En el apartado anterior, se hace referencia al Real Decreto 1513/2006 en cuanto a las competencias básicas en el tratamiento de la información y la competencia digital. Esta última, la competencia digital, se adquiere con el uso de herramientas tecnológicas como el software que se va a utilizar para el diseño de este proyecto de Estadística: GeoGebra.

Como se recoge en el Preámbulo (XI) de la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa:

*“... Las Tecnologías de la Información y la Comunicación serán una pieza fundamental para producir el cambio metodológico que lleve a conseguir el objetivo de mejora de la calidad educativa. Asimismo, el uso responsable y ordenado de estas nuevas tecnologías por parte de los alumnos y alumnas debe estar presente en todo el sistema educativo. Las Tecnologías de la Información y la Comunicación serán también una herramienta clave en la formación del profesorado y en el aprendizaje de los ciudadanos a lo largo de la vida, al permitirles compatibilizar la formación con las obligaciones personales o laborales y, asimismo, lo serán en la gestión de los procesos.”*

(LO 8/2013, de 9 de diciembre)

Cuando se habla actualmente de métodos de aprendizaje, suele salir a relucir el concepto *TIC*, el cual hace referencia a las nuevas tecnologías aplicadas a la educación. Estas nuevas tecnologías actualizan la enseñanza y el aprendizaje, haciendo de soporte en este proceso. Es por ello que es importante incorporar esta herramienta en el aprendizaje basado en proyectos de matemáticas, en concreto, en el proyecto de Estadística que se expondrá en este trabajo.

Algunas de las tareas que proponemos en este proyecto se resolverán utilizando el programa informático GeoGebra. Éste nos permitirá realizar cálculos estadísticos básicos de forma rápida, así como representar gráficos clásicos de este ámbito.

GeoGebra es un software interactivo y dinámico para el aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles. En concreto, sirve para realizar construcciones de tipo: geométricas, tratamiento algebraico, representaciones gráficas y el cálculo de funciones reales (integrales, derivadas...). Mezcla de forma dinámica la geometría, el álgebra, el análisis y la Estadística. Además, proporciona diferentes imágenes de los objetos desde diversos puntos de vista: vistas gráficas, algebraicas, estadísticas y de organización en tablas y planillas, y hojas de datos activamente relacionadas.

Este programa será una herramienta necesaria para los alumnos que vayan a poner en práctica el proyecto que presentamos más adelante. Lo utilizarán en concreto para realizar representaciones gráficas y estadísticas, mostrar tablas, el análisis de datos, los cálculos y las medidas.

Se ha escogido GeoGebra frente a otro software educativo como Cabri, Matlab o Excel por ser éste un programa libre (gratuito) que permite realizar diversas construcciones que se pueden exportar a formato web, permitiendo que el alumno desarrolle su propio conocimiento. Además, GeoGebra se puede utilizar teniendo pocos conocimientos de informática, por lo que es adecuado para alumnos de Primaria. Existen en Internet varios tutoriales, guías, investigaciones y prácticas de aula con los que se puede aprender a manejar fácilmente este software y hay un depósito oficial de recursos donde se encuentran diferentes applets ya diseñadas con diversas construcciones matemáticas: GeoGebratube. A día de hoy, GeoGebra es el software más aceptado por los docentes de matemáticas, ya que se considera

muy versátil y permite trabajar en diferentes áreas como el Cálculo o el Álgebra, a diferencia de otros software como Cabri, que se centran solo en la Geometría.

Se han creado varios Institutos de GeoGebra en España y uno de ellos es el de Andalucía, el cual fomenta la difusión, el uso y la formación en la herramienta de enseñanza-aprendizaje GeoGebra. El uso de éste software educativo es ya una realidad en el entorno educativo, tanto que se convocan encuentros y jornadas para el alumnado y el profesorado en las que se imparten cursos, se realizan talleres y se organizan concursos.

## **5. Metodología**

Para la elaboración de este trabajo, se puede hablar de tres procesos importantes: primero, la búsqueda, selección y estudio de información que sustenta o que está relacionada con el tema elegido o lo que se va a trabajar; segundo, el desarrollo de un trabajo por proyecto de estadística con actividades que reflejan los conceptos básicos aprendidos sobre Estadística y puedan realizarse en el programa GeoGebra; y por último, la realización de las actividades para el aula con una metodología basada en el estudio de una recopilación de documentos, libros, artículos e investigaciones de otros autores.

Una vez recopilado el material –mediante tanto a buscadores en Internet, como otros más específicos, como puede ser el catálogo Fama o las bases de datos de la Universidad de Sevilla, así como diversos documentos y bibliografía facilitados por el tutor al comienzo de la elaboración de este trabajo-, se ha trabajado en la selección de información y teorías publicadas, reflexionando sobre lo que puede interesar teniendo en cuenta el ámbito en el que se puede aplicar este proyecto.

Se han consultado tanto documentos actuales como históricos, con el fin de que permitieran una amplia visión en la comparación de las corrientes actuales de la enseñanza–aprendizaje de la Estadística con estudios anteriores.

Con la recopilación del material y la realización del presente trabajo, se ha pretendido poner en evidencia las necesidades que tienen hoy en día la enseñanza de las Matemáticas –y la Estadística en concreto- para llegar e interesar a los alumnos de educación primaria.

Otro recurso utilizado para ha sido el seguimiento (tutorización) por parte del profesor de la Universidad de Sevilla. Este seguimiento ha consistido en la asistencia a tutorías individuales, en las que el alumno/a expone sus dudas y el tutor aclara las dudas, corrige y guía hacia donde se debe encaminar el trabajo, además de facilitar nuevos recursos, bibliografía y materiales específico de constatada veracidad al alumno, para continuar con la elaboración de dicho trabajo.

Una vez trabajado el material y averiguadas las necesidades que presumiblemente tienen tanto los alumnos como los profesores para llevar a cabo el proceso de enseñanza–aprendizaje, se ha realizado un proyecto de investigación sobre la Estadística basado en la investigación del consumo alimentario a través de un ticket de la compra, el cual se ha elaborado con el fin de aportar algo nuevo a la metodología tradicional y rutinaria, la cual, no se para a plantear, investigar y analizar situaciones de la realidad susceptibles a la Estadística.

Además se intenta poder corregir y solucionar todos los problemas detectados en el desarrollo del proyecto en cuanto a los conocimientos de Estadística a los que tienen acceso los alumnos de primaria.

Este proyecto se ha realizado tomando como referencia los contenidos fundamentales ya citados en el marco teórico y además una implementación del

desarrollo del proyecto con las TICs, en concreto con el software GeoGebra, ya que se consideran necesarias por la facilidad de trabajo que los alumnos pueden experimentar y descubrir al hacer uso de ellas en el progreso del proyecto. Antes de desarrollar las actividades, se les explicará a los alumnos cómo se construyen los diferentes elementos de la Estadística en GeoGebra.

Para poder comprobar el resultado que este proyecto tendría en el aula, se propone una evaluación final, la cual deberá ser estudiada por el profesor para determinar si se han alcanzado los objetivos propuestos.

## **6. Desarrollo y análisis del material diseñado**

En el proyecto de estadística que aquí se expone, desarrollaremos una serie de actividades que sirvan de repaso de los conceptos vistos en el aula y su aplicación a un tema de la realidad como es el consumo alimentario y la compra del hogar. Además, como se ha dicho anteriormente, el eje principal de este proyecto es el trabajo con GeoGebra.

Para ello se indicará a los alumnos cuándo deben utilizar este software, además de que tengan una toma de contacto primero, de manera que no se encuentren ante una dificultad.

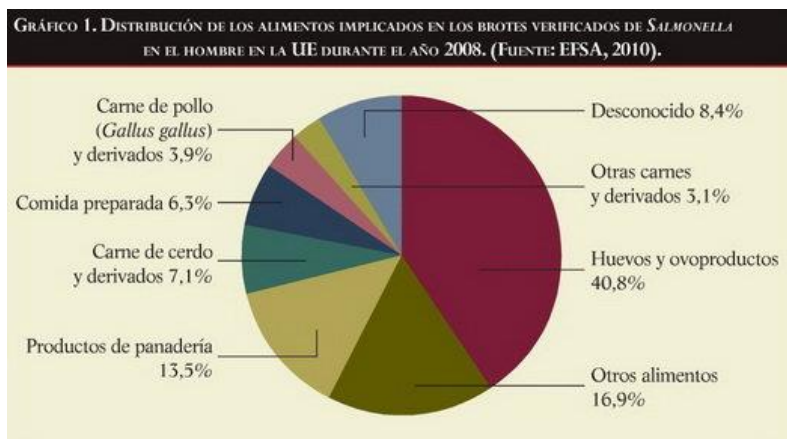
Se trabajará en grupos de 4 o 5 de manera que cada grupo trabaje variables distintas, para que luego puedan exponer los resultados al resto de la clase.

Se pretende que haya una dinámica de trabajo en equipo y colaborativo, así como la interacción del profesor con el alumno a través del software matemático GeoGebra y su aplicación al tema de estudio. Es importante que los alumnos trabajen por sí solos, siendo sólo guiados por el docente.

Se pretende inculcar la importancia de la Estadística tanto en el ámbito escolar como en su vida diaria, haciendo al alumno/a parte activa en el proceso de enseñanza-aprendizaje, permitiendo que aprendan descubriendo y experimentando los nuevos conocimientos. Además, otro punto importante del presente proyecto es el dotar al alumno/a de la capacidad para desarrollar y utilizar herramientas que les sirvan para: la recogida de datos, cálculo de los parámetros propiamente dichos y representación de los resultados, mediante el uso de recursos informáticos, muy extendido y generalizado su uso hoy en día, tanto en la escuela como fuera de ella.

## 6.1 Proyecto de Estadística: El ticket de la compra

### Proyecto de Estadística: “El ticket de la compra”



Según los datos de consumo alimentario recopilados por el Ministerio de Agricultura, Alimentación y Medio Ambiente del Gobierno de España, durante el año

2013, el gasto alimentario total se incrementó en un 0,6%, rompiéndose la tendencia al descenso de los dos años anteriores: 102.498 M€ en 2009, 103.830 M€ en 2010, 101.991 M€ en 2011, 100.678 M€ en 2012 y 101.250 M€ en 2013. Y tú, ¿Qué puedes decir de esta imagen?, ¿Qué significa y qué representa?, ¿Qué te dicen los datos? Pues bien, vamos a convertirnos en investigadores de la compra para saber más acerca del consumo alimentario en nuestros propios hogares.

**¡Comienza nuestro proyecto de investigación!**

1. Trae de casa un ticket de la compra del hogar (a poder ser que contenga varios productos, supermercado).

Lee el ticket y analiza los datos que aparecen en él para después ponerlo en común con tu equipo. ¿Qué podemos saber con la lectura del ticket? ¿Qué datos nos proporciona el ticket de la compra? ¿Son iguales los datos en todos los tickets?

Trata de responder a las preguntas siguientes:

¿Has hecho alguna vez la compra del hogar o has ayudado a alguien a hacerla?

.....  
.....

¿Dónde se suele hacer la compra de tu hogar? ¿Sabrías decir qué tipo de establecimiento es? (Hipermercado, supermercado, etc.)

.....  
.....

¿Qué productos y alimentos son los que sueles comprar o no faltan en tu carro de la compra? ¿Qué número de productos sueles comprar en total? ¿Te fijas en las etiquetas, las marcas o los precios?

.....  
.....

¿Qué sueles gastar cuando haces la compra? ¿Cuántos vivís en tu casa?

.....  
.....

¿Qué días sueles hacer la compra? ¿Cuántas veces a la semana o al mes? (o al mes)

.....

- .....
- La encuesta es una forma de recopilar información con preguntas dirigidas a un grupo de personas para conocer características, datos, tendencias, etc. sobre un tema.

2. ¿Se te ocurren otras formas de investigar acerca del consumo y la compra del hogar?

.....  
.....

3. Teniendo en cuenta las preguntas y respuestas en las actividades anteriores:

¿Qué quieres saber acerca de la compra y el consumo alimentario? ¿Podrías convertir las preguntas de la actividad en variables que puede estudiar? ¿Son variables cualitativas o cuantitativas? ¿por qué?

“Cantidad de frutas en kilogramos (kg)” es una variable cuantitativa porque...

- 
- 
- 
- 

- Las características de la compra se denominan “variables” y las diferentes respuestas o datos son los “valores”

4. Estudia con tu equipo una variable cualitativa como por ejemplo el “tipo de aceite comprado”, el “tipo de leche comprada”, “productos más comprados”, etc. Ponte de acuerdo con toda la clase y el profesor para decidir qué variable vas a estudiar y definir sus valores.

Observa en tu ticket la fecha y con la ayuda de un calendario, mira a qué día de la semana corresponde (lunes, martes, miércoles, etc.)



Pregunta a cada compañero de tu equipo y anota en tu cuaderno el valor o la respuesta de cada compañero, debe haber tantos datos como tickets o alumnos haya en tu equipo.

5. Agrupa los datos en una tabla donde aparezca cada valor y su frecuencia absoluta (utilizando a partir de aquí GeoGebra):

Día de la compra	Nº de compras/veces que se repite

TOTAL \_\_\_\_\_ = N

6. Responde a las siguientes preguntas:

¿Cuántas compras se hacen un lunes?

¿Qué dato o valor es el que menos se repite?

¿Qué día de la semana es el elegido por más hogares para hacer la compra?

¿Cuántas compras se hacen en total?

- La frecuencia absoluta es el número de veces que se repite un dato y la suma de todas las frecuencias absolutas se denomina N, que se refiere al total de la población o muestra.

7. Representa los datos de la tabla de frecuencias en un diagrama de barras y responde:

¿Cuál es la moda?

.....

- La moda es el dato que tiene mayor frecuencia

8. Haz otra tabla de frecuencias que contenga también la frecuencia relativa y el porcentaje, por ejemplo:

Nombre del supermercado...	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Porcentaje
Carrefour	2	$2/13= 0,15$	$0,15 \times 100= 15\%$
...	...	...	...
Total	13		

- La frecuencia relativa: es el tanto por ciento de casos de un mismo valor, se calcula dividiendo la frecuencia absoluta de un dato entre el total de datos(N) y resultar ser un cociente decimal o porcentaje.

9. Elabora un gráfico de sectores con el porcentaje de cada valor y contesta a las siguientes preguntas a modo de conclusión:

¿Qué porcentaje de hogares compra los lunes?

.....

¿A qué día corresponde el mayor porcentaje?

.....

¿Qué día es el que menos se compra?

.....

10. Fíjate en tu ticket y en los de tus compañeros y elige dos o tres variables cuantitativas a estudiar, por ejemplo: el nº de huevos, nº de envases de leche, nº de productos comprados, nº de productos de limpieza o domésticos, etc. Una vez que se proponen diferentes variables, se decide cuáles se van a estudiar con la ayuda del profesor.

11. Escribe en la pizarra los distintos valores que hay en los tickets de la clase para las distintas variables, por ejemplo: “nº de huevos”, “nº de productos comprados” y “nº de litros/envases de leche”

Variables:

Nº de productos

Nº de huevos

Litros/envases de leche

Valores	Valores	Valores

12. Haz otra tabla con la frecuencia absoluta de cada valor, es decir, el número de tickets para cada valor:

Variables:

1. Nº de productos

2. Nº de huevos

3. Litros/nº envases de leche

Valores	Frecuencia absoluta	Valores	Frecuencia absoluta	Valores	Frecuencia absoluta

13. Haz un diagrama de barras que represente la tabla de frecuencia de una de las variables.

14. Halla las medidas de centralización para cada una de las variables junto con tu equipo. Realiza la actividad con GeoGebra, utilizando la *barra de entrada* y escribe los resultados en una tabla como ésta o bien, en la misma *Hoja de Cálculo*:

VARIABLES	MODA	MEDIANA	MEDIA	RANGO
Nº de productos				
Nº de huevos				
litros/nº de envases de leche				

- **Moda:** el valor de la variable que tiene la mayor frecuencia, es decir, el que más se repite.
- **Mediana:** es el valor de la variable que se encuentra en la mitad del valor mínimo y del máximo de los datos. Si el nº de valores es par, la mediana es el promedio de los dos valores centrales, es decir, la suma de los valores centrales dividida entre dos.
- **Media:** es el promedio de un conjunto de valores o la suma de todos los valores (frecuencias absolutas) dividida entre el nº de valores.
- **Rango:** es la diferencia del dato mayor y el menor, es decir el resultado de la resta del dato menor al dato mayor.

15. Haz una presentación con tu equipo que contenga el resultado del estudio, así como del trabajo con GeoGebra.

## 6.2 Objetivos de las actividades

- Contemplar la Estadística como herramienta para estudiar características de la vida cotidiana.
- Practicar los conocimientos previos y adquiridos sobre Estadística de manera que haya un aprendizaje significativo.
- Conocer diferentes formas de recopilar datos para hacer Estadística.
- Hallar las características de la compra y el consumo alimentario que se puedan estudiar a través de la observación y el análisis de un ticket de la compra del hogar.
- Definir las variables a estudiar y sus valores.
- Diferenciar los tipos de variables.
- Trabajar en equipo siendo capaz de colaborar y tomar decisiones de manera ordenada y consensuada.
- Ordenar los datos para hacer tablas de variables.
- Organizar los datos en tablas de frecuencias.
- Identificar e interpretar un gráfico.
- Elaborar diferentes tipos de gráficos (diagrama de barras y sectores) a partir de tablas de frecuencias.
- Sacar conclusiones a partir de las tablas y los gráficos.
- Conocer y distinguir las medidas de centralización.
- Calcular las medidas de centralización.
- Conocer el uso de las nuevas tecnologías aplicadas al aprendizaje de las matemáticas.
- Trabajar la Estadística con un software matemático (GeoGebra).
- Aprender a trabajar con la hoja de cálculo.

- Elaborar tablas de cálculo y gráficos con GeoGebra
- Calcular las medidas de centralización con GeoGebra

### **6.3 Metodología**

El proyecto de investigación que se propone lleva como título: *Trabajo por proyecto de estadística en el tercer ciclo de primaria con GeoGebra* parte de la problemática de diseñar un proyecto que nos permita enseñar e inculcar a alumnos/as de 5º y 6º de primaria la importancia y la utilidad de la Estadística, tanto en el ámbito escolar como en su vida diaria, haciendo al alumno parte activa en el proceso de enseñanza-aprendizaje, permitiendo que aprendan descubriendo y experimentando los nuevos conocimientos.

No obstante, se pretende conseguir con este proyecto que los discentes sean capaces de beneficiarse de los nuevos conocimientos en su vida diaria, siendo capaces de identificar dónde está presente la Estadística, por qué se ha hecho uso de ella y qué parámetro concreto se utilizado.

Otro punto importante del presente proyecto es el dotar al alumno de la capacidad para desarrollar y utilizar herramientas que les sirvan para: la recogida de datos y el orden de éstos, su representación, el cálculo de las medidas de centralización y comunicación de los resultados, mediante el uso de recursos informáticos, muy extendido y generalizado su uso hoy en día, tanto en la escuela como fuera de ella.

Este proyecto se va a desarrollar en el aula, por grupos de 4 o 5 componentes cada uno.

Cada grupo estudiará una variable diferente, las cuales se acordarán al principio del proyecto, de manera que no se repitan. Así será más interesante para todos, ya que cada grupo se sentirá protagonista en su particular investigación.

Finalmente se pretende que desarrollen las actividades con GeoGebra para posteriormente exponer los resultados al resto de la clase.


Para desarrollarlo se requiere de un material adecuado que consiste en: un aula informatizada, pizarra digital, y ordenadores personales. Además deben traer un recibo (o ticket) de una compra –a poder ser cuantiosa- realizada en un comercio de alimentación, de tal manera que permita un mejor análisis de los datos.

#### **6.4 Desarrollo de las actividades con GeoGebra**

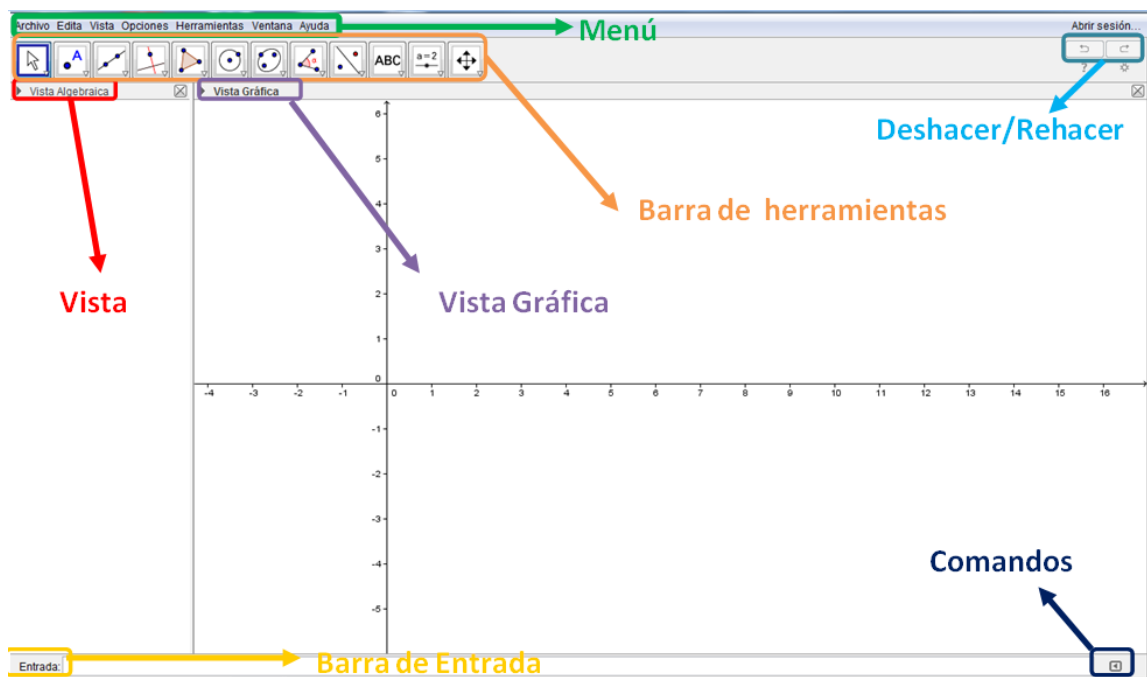
**Objetivo:** Aprender a manejar Estadística dentro de GeoGebra.

En este software vamos a trabajar con la hoja de cálculo para realizar tablas de frecuencias, gráficos y calcular las medidas de centralización (media, moda y mediana).

Empezaremos buscando el programa en el escritorio, el cual, viene con su nombre

indicado GeoGebra debajo de este símbolo:  y seleccionamos en él para abrirlo.

Una vez que abrimos el programa nos encontramos con esta ventana con algunas funciones y herramientas señaladas:

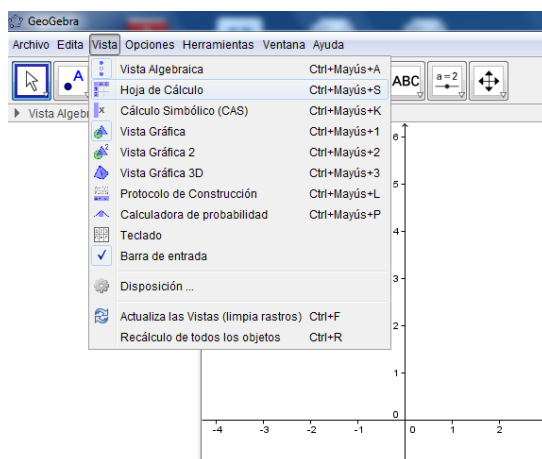


- El *Menú* (en color verde) tiene diferentes opciones que nos servirán para abrir un nuevo proyecto o guardarlo, elegir el tipo de vista, modificar la barra de herramientas entre otros.
- En la *Barra de Herramientas* (en color naranja), están las diferentes herramientas para realizar diferentes construcciones en la *Vista Gráfica* (en color morado).
- Las construcciones se pueden realizar en la *Barra de Entrada* introduciendo las listas, las coordenadas, los comandos, etc. que aparecerán en la *Vista Algebraica* (en color rojo) también.
- Los diferentes comandos que el programa puede realizar (operaciones, construcciones, cálculos, etc.) aparecen en el borde inferior en icono que es un cuadrado pequeño con un triángulo dentro (en color azul oscuro).
- Si nos equivocamos y queremos volver hacia atrás o hacia delante, tenemos en el borde superior a la derecha la opción *Deshacer/Rehacer* (en color azul claro).



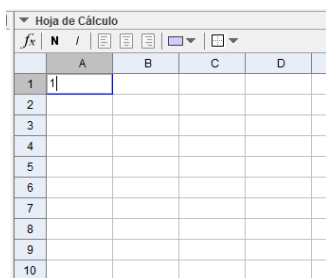
## 1. Agrupar los datos en una tabla de frecuencias

Para empezar a trabajar, seleccionamos “*Vista*” en el “menú” y seleccionamos sobre la herramienta ***Hoja de Cálculo***:



Se nos abre una vista con celdas (columnas y filas), la cual, podemos ampliar o disminuir pinchando el borde y arrastrándolo hacia dentro o fuera según el tamaño que queramos:

Para empezar a escribir en la hoja, sólo tenemos que pinchar una celda:

A screenshot of the 'Hoja de Cálculo' (Spreadsheet) view in GeoGebra. The spreadsheet has columns labeled A, B, C, and D, and rows numbered 1 through 10. The cell in row 1, column A contains the number '1'. The cell is highlighted with a blue border.

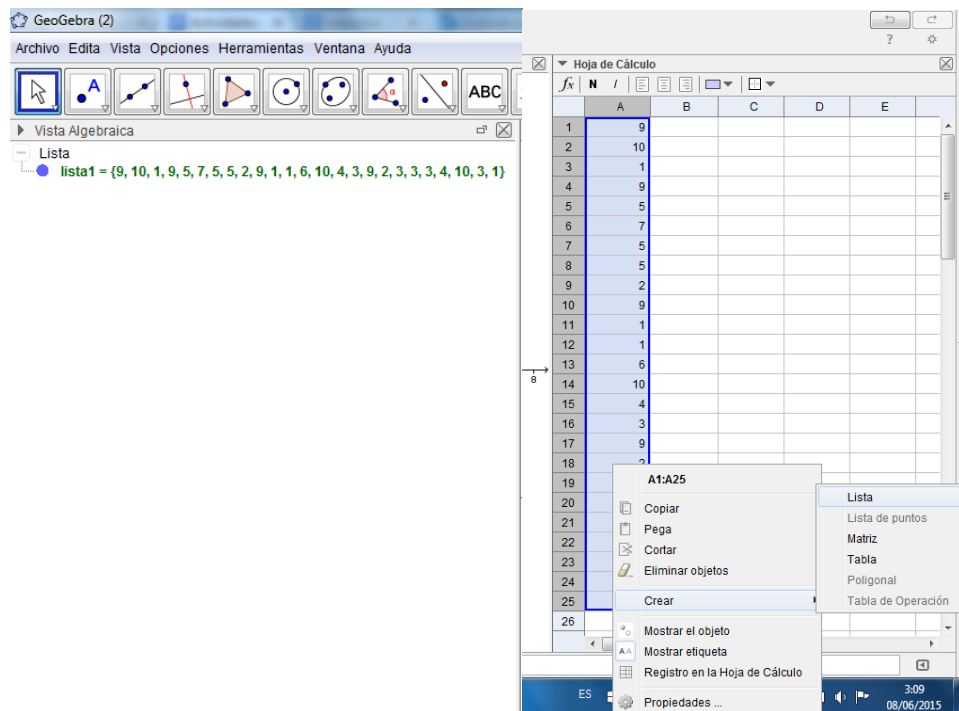
Imaginaos que tenemos que analizar la variable *nº de bebidas compradas en 25 tickets* (25 alumnos: un ticket por alumno) y estos son los datos que anotamos:

	A	B	C	D	E
1	9				
2	10				
3	1				
4	9				
5	5				
6	7				
7	5				
8	5				
9	2				
10	9				
11	1				
12	1				
13	6				
14	10				
15	4				
16	3				
17	9				
18	2				
19	3				
20	3				
21	3				
22	4				
23	10				
24	3				
25	1				
26					

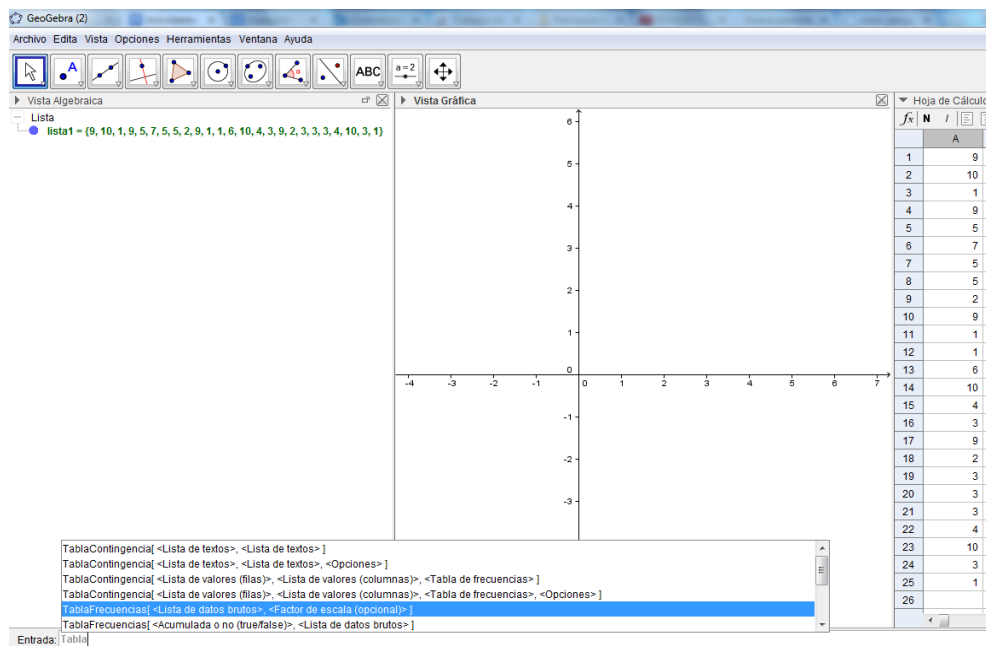
Sólo con seleccionar todos los datos, el programa realiza el diagrama de barras y la tabla de frecuencias.

Podemos realizar la tabla de frecuencias, el diagrama de barras y las medidas de centralización de dos formas: rápida y fácil o manual.

La forma *manual* de crear una tabla de frecuencias con los datos anteriores se realiza así: seleccionamos todos los datos, seleccionamos en el botón derecho (del ratón), seleccionamos *Crear*, luego *Lista* y nos aparece la lista en color verde en la **Vista algebraica** con el nombre de lista 1:



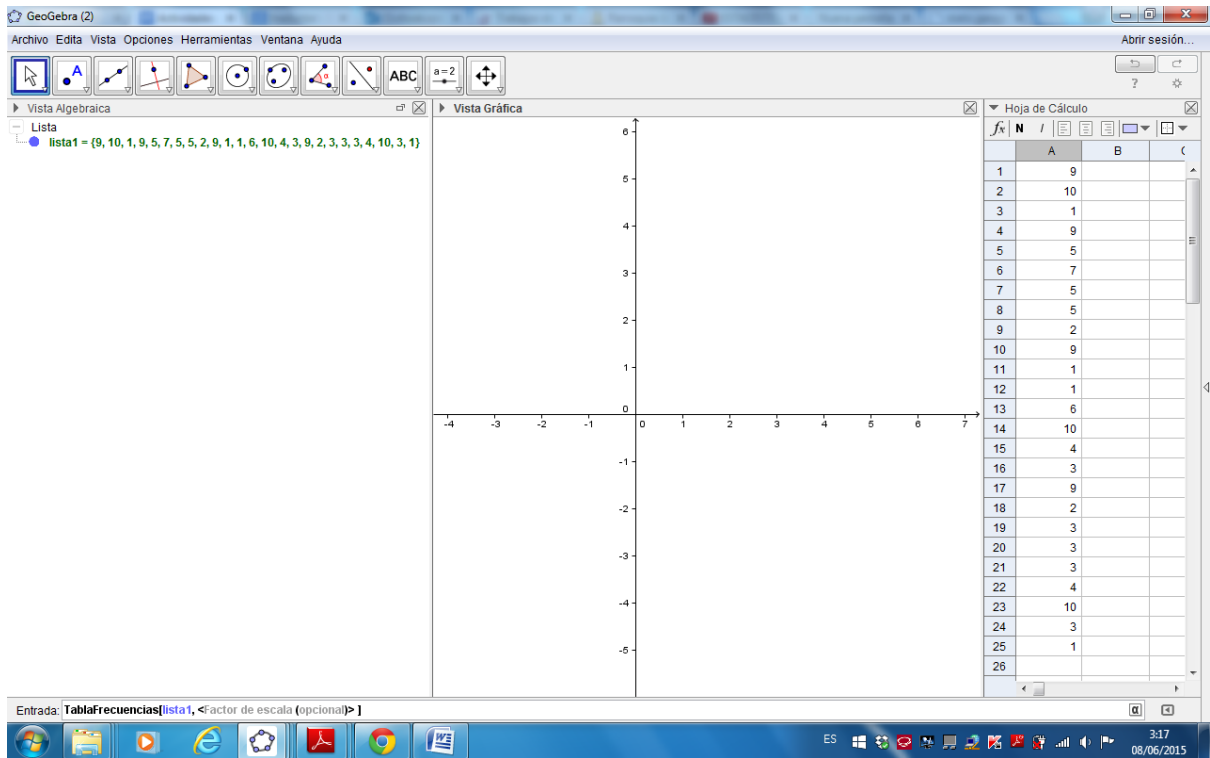
Una vez que tenemos la lista de datos hecha, introducimos el comando *Tabla* en la barra de *Entrada* que aparece debajo del todo y seleccionamos la siguiente opción:



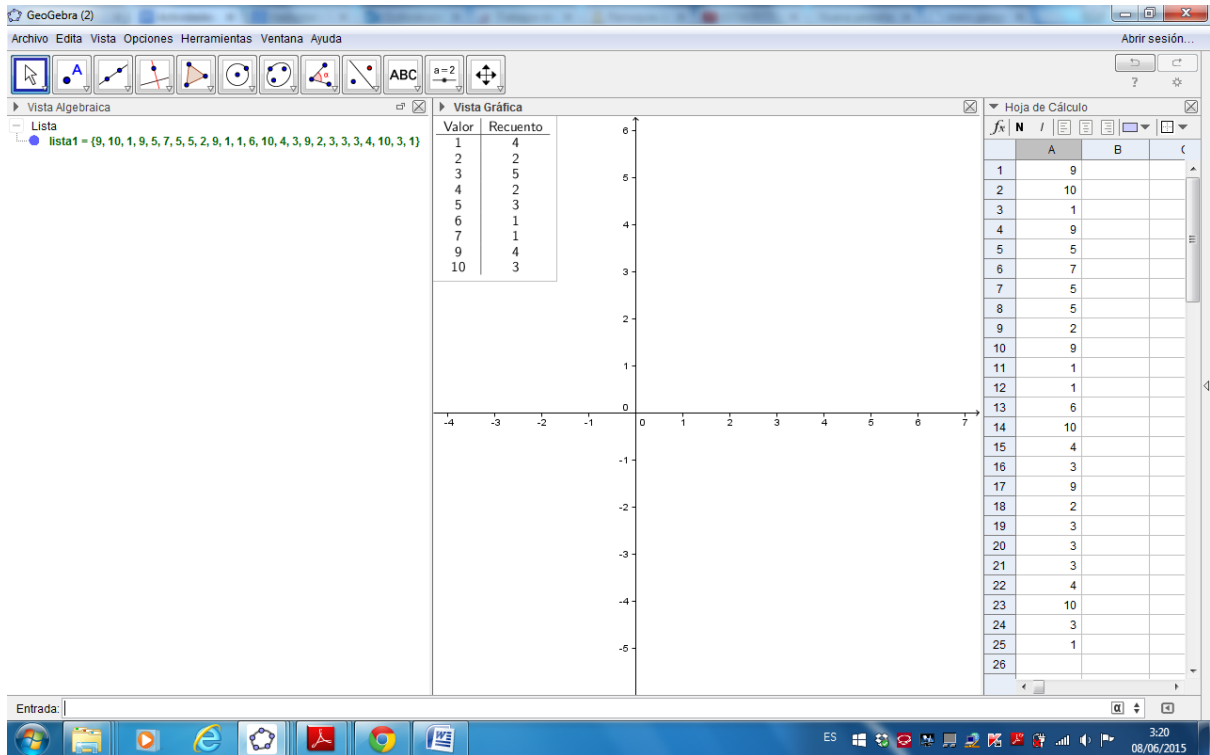
Borramos el texto que está seleccionado en azul *Lista de frecuencias* y lo que aparece en color gris:



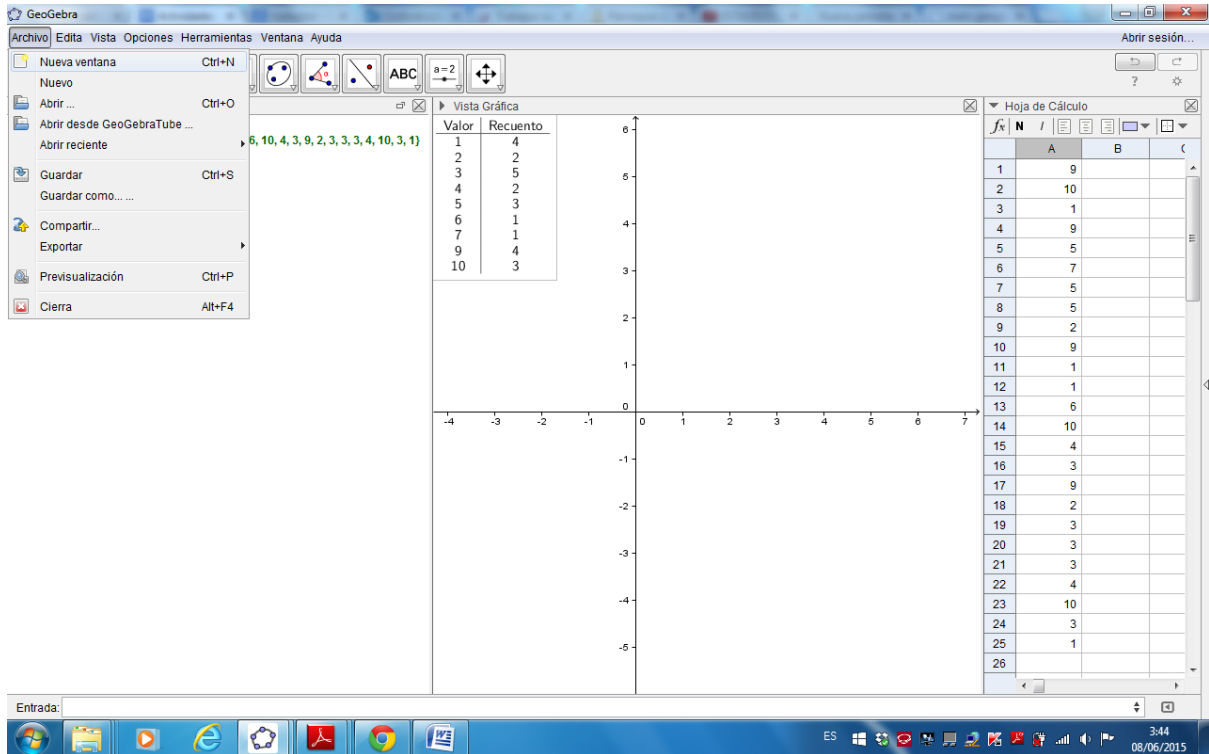
Lo sustituimos y escribimos *lista1*:



Pulsamos *ENTER* y nos aparece la lista (de color verde) en la **Vista Algebraica** y la tabla de frecuencias en la **Vista gráfica**:

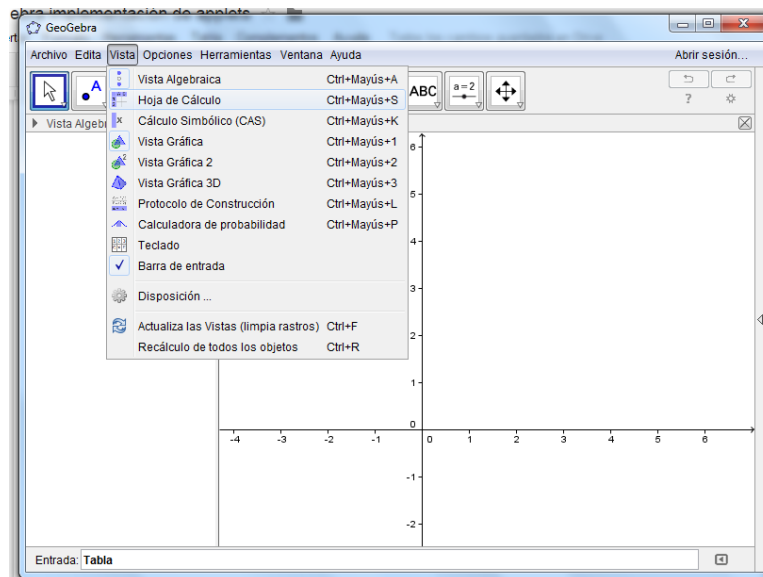


Si queremos construir directamente una tabla de frecuencias porque ya tenemos los datos ordenados, abrimos una ventana nueva en *Archivo* pinchando en *Nueva ventana*:



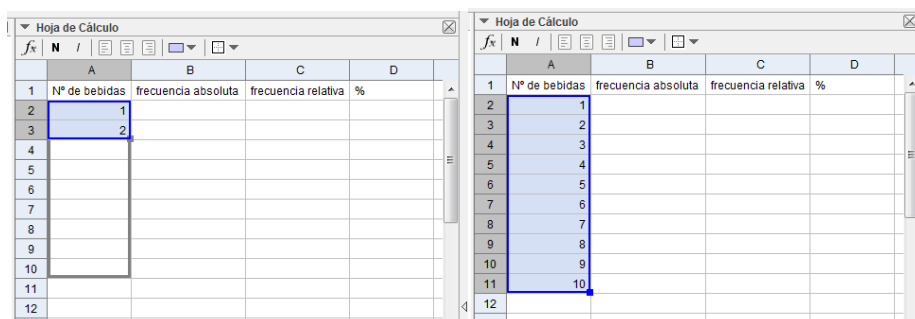
### Tabla de frecuencias en la Hoja de Cálculo

En esta ventana, utilizamos de nuevo la herramienta **Hoja de Cálculo**, la cual abriremos pinchando en *Vista*:

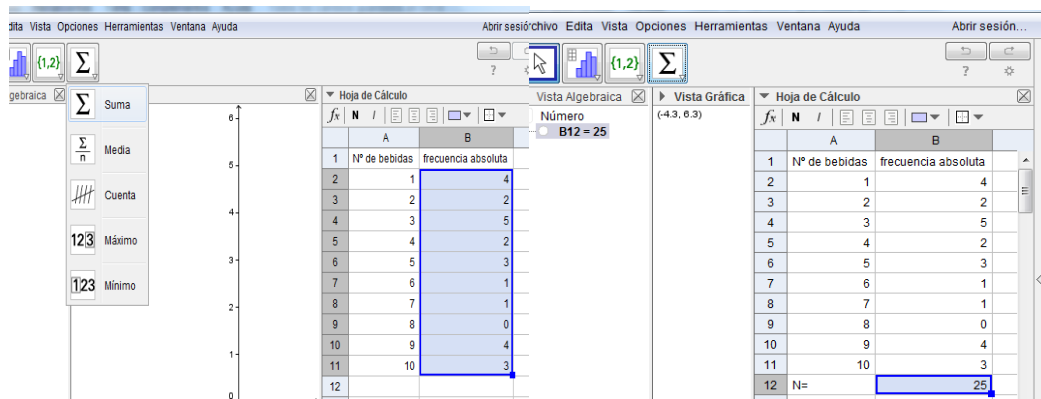


Si queremos realizar una tabla de frecuencias en la **Hoja de Cálculo**, primero tenemos que escribir los valores y sus frecuencias.

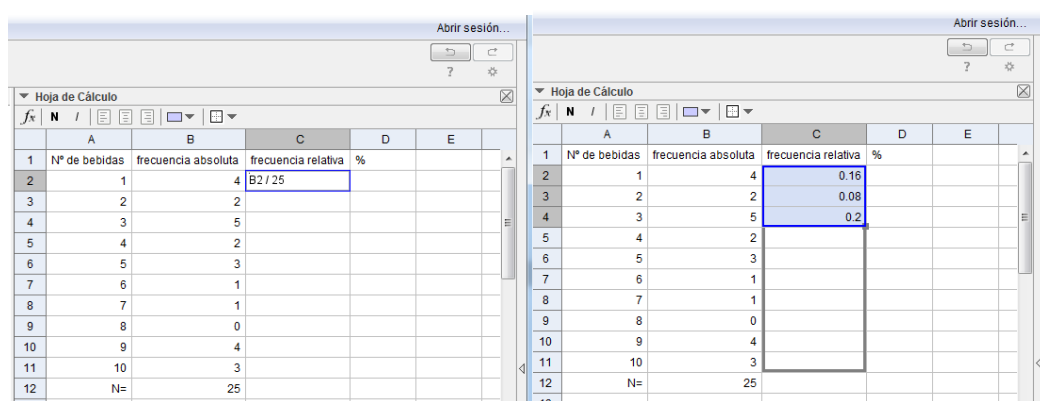
Si los valores van ordenados (por ejemplo del 1 al 10), basta con escribir los dos primeros, seleccionarlos y arrastrarlos para abajo (pulsando el cuadrado azul pequeño de la esquina), para que te aparezcan los demás valores:



Una vez escritas las frecuencias absolutas podemos saber el número total de datos (N), seleccionando todas las frecuencias absolutas y luego la herramienta **Sumatorio**:



La frecuencia relativa se calcula como en la imagen de la izquierda. Cuando ya hemos calculado las tres primeras, las seleccionamos, pulsamos sobre el cuadrado pequeño en la esquina y lo arrastramos hacia abajo y soltamos. Cuando dejemos de pulsar el botón derecho del ratón aparecerán al resto de frecuencias relativas:



Para calcular el porcentaje, hacemos lo mismo que con las frecuencias relativas: realizando las tres primeras operaciones en la celda, siendo (\*) el signo de multiplicación. Cuando ya hemos calculado los tres primeros porcentajes, los seleccionamos y arrastramos el *cuadrado* azul pequeño para abajo:

	A	B	C	D	E
1	Nº de bebidas	frecuencia absoluta	frecuencia relativa	%	
2	1	4	0.16	16	
3	2	2	0.08	8	
4	3	5	0.2	20	
5	4	2	0.08	8	
6	5	3	0.12	12	
7	6	1	0.04	4	
8	7	1	0.04	4	
9	8	0	0	0	
10	9	4	0.16	16	
11	10	3	0.12	12	
12	N=	25	1	100	

Dejamos de pulsar el botón derecho del ratón y aparecen el resto de los porcentajes.

Finalmente, seleccionamos todos los porcentajes y realizamos la suma como en los casos anteriores, haciendo *clic* en *Sumatorio* que se encuentra en la *Barra de Herramientas*:

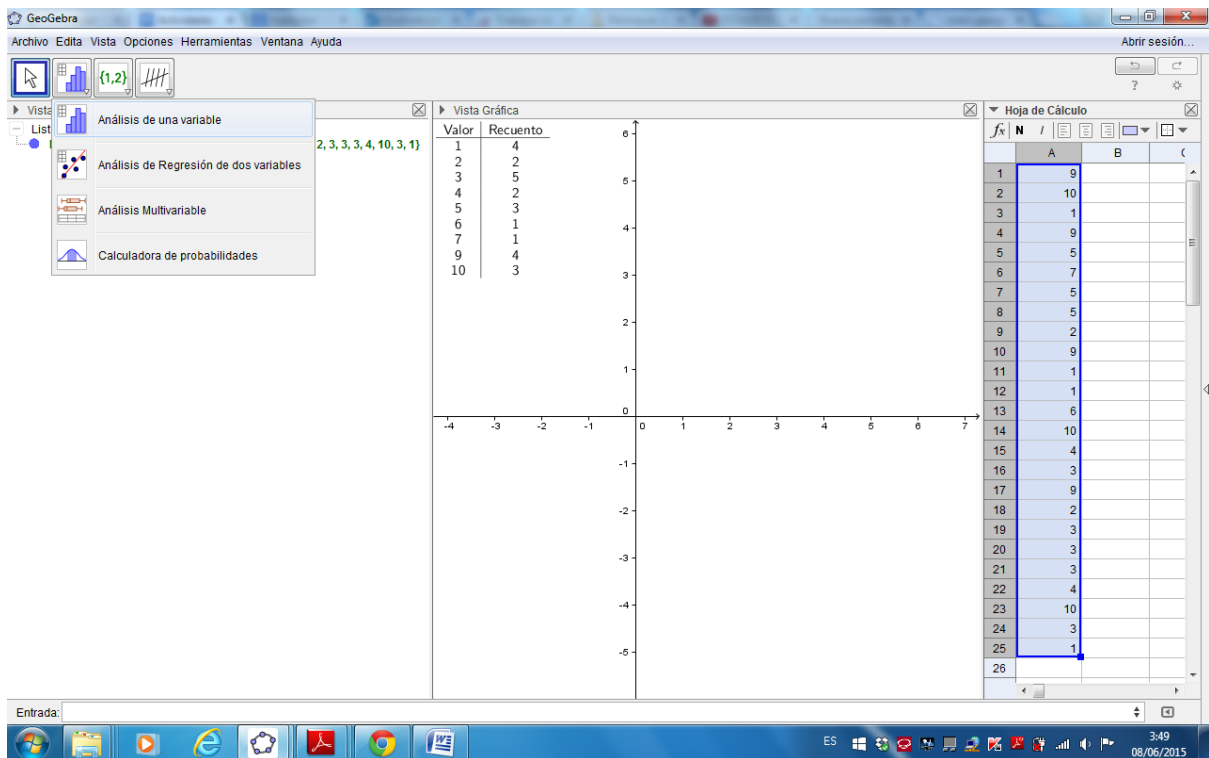
	A	B	C	D	E
1	Nº de be...	frecuenci...	frecuenci...	%	
2	1	4	0.16	16	
3	2	2	0.08	8	
4	3	5	0.2	20	
5	4	2	0.08	8	
6	5	3	0.12	12	
7	6	1	0.04	4	
8	7	1	0.04	4	
9	8	0	0	0	
10	9	4	0.16	16	
11	10	3	0.12	12	
12	N=	25	1	100	

## 2. Diagramas de barras

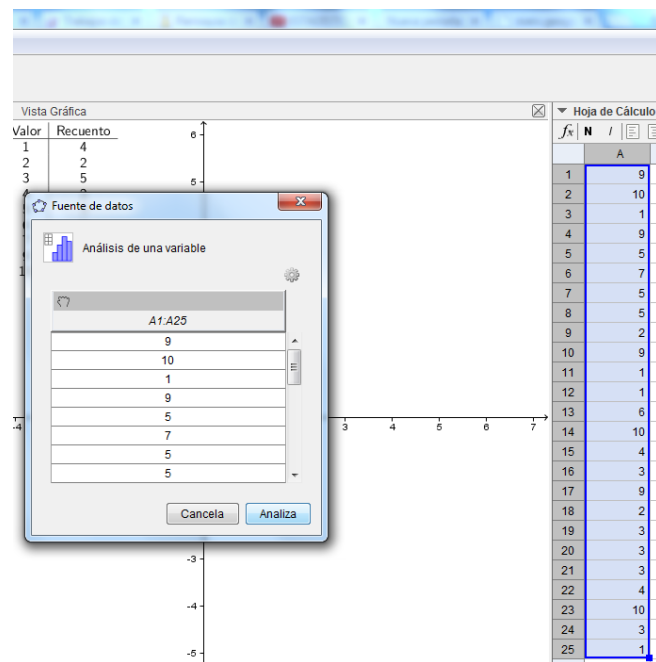
Tanto si tenemos un conjunto de datos (sin contar ni agrupar) anotados de los 25 tickets de la compra, como si tenemos una tabla de frecuencias en la **Hoja de Cálculo**, los pasos para realizar un diagrama de barras son los mismos.

Si se trata de un conjunto de datos, tenemos que seleccionarlos todos y abrir el icono del histograma para pinchar sobre la herramienta *Análisis de una variable*:



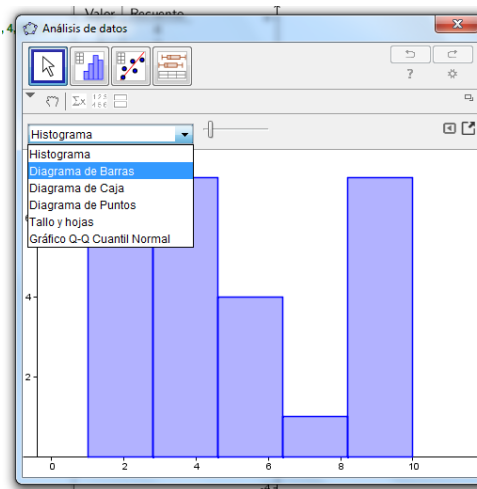


En la ventana siguiente, hacemos *clic* en *Analiza*:

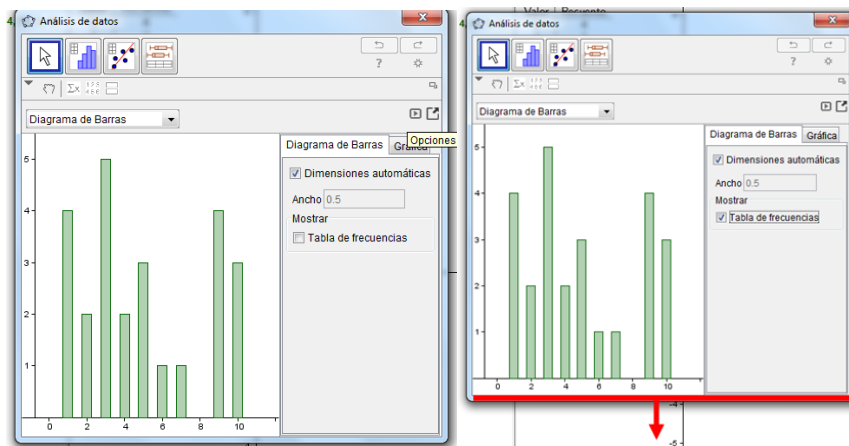


El gráfico que aparece es un histograma, por lo que vamos a pulsar donde dice *Histograma* y elegir *Diagrama de Barras* que es la representación que nos interesa

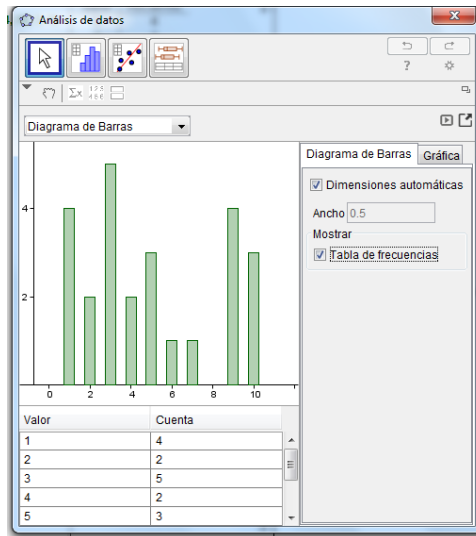
en este caso (pues para las variables que estudiaremos no se puede hacer un histograma):



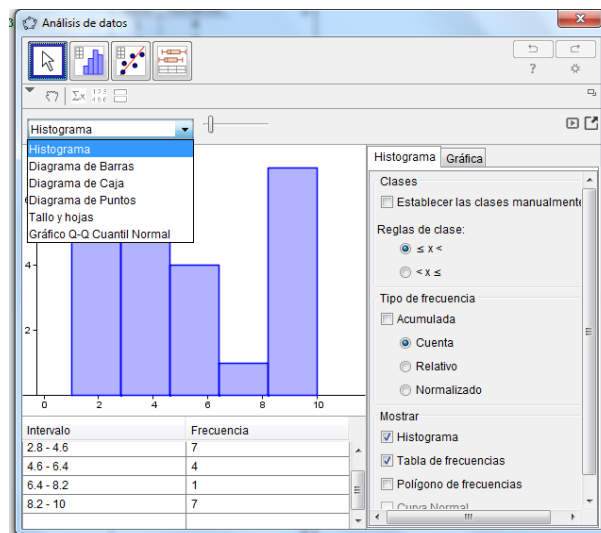
En la esquina derecha de la ventana, hacemos *click* en el icono cuadrado de *Opciones* y seleccionamos *Tabla de frecuencias* y hacemos *click* en el borde inferior de la ventana:



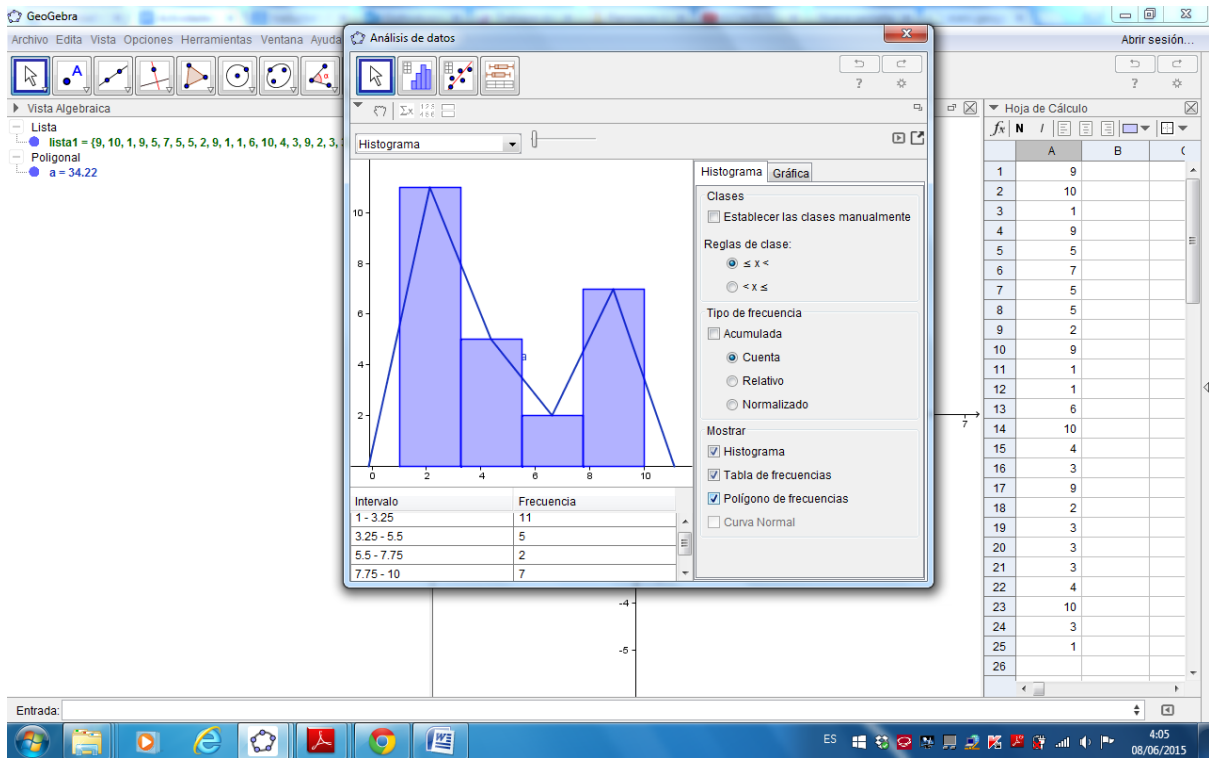
Debajo del gráfico, aparece la tabla con los valores y sus frecuencias:



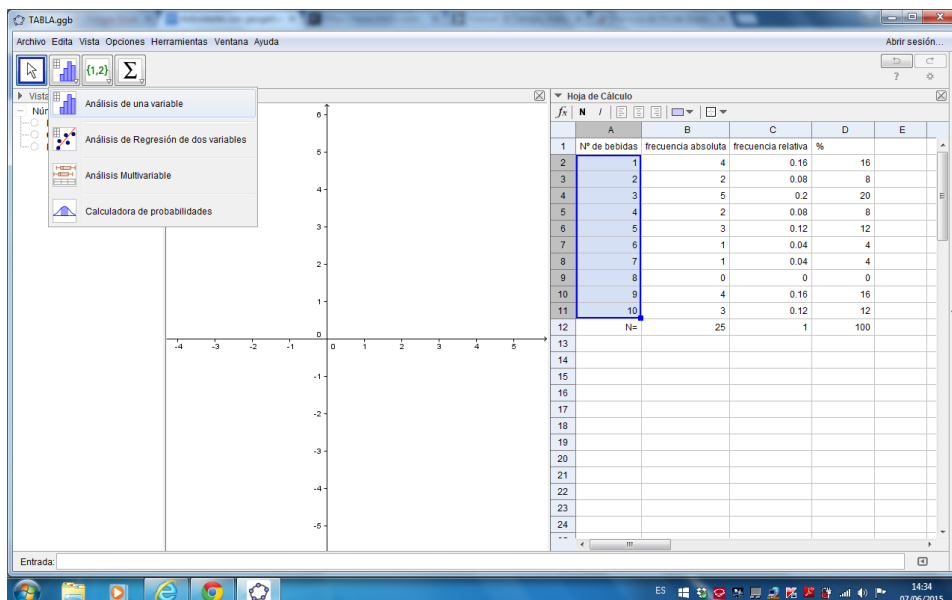
En caso de que estudiásemos una variable con muchos valores que pudiésemos agrupar por intervalos, entonces podemos seleccionar *Histograma* y nos aparecerán los intervalos y sus frecuencias, los cuales se pueden cambiar en el icono de *Opciones* de la derecha haciendo clic en *Histograma*:



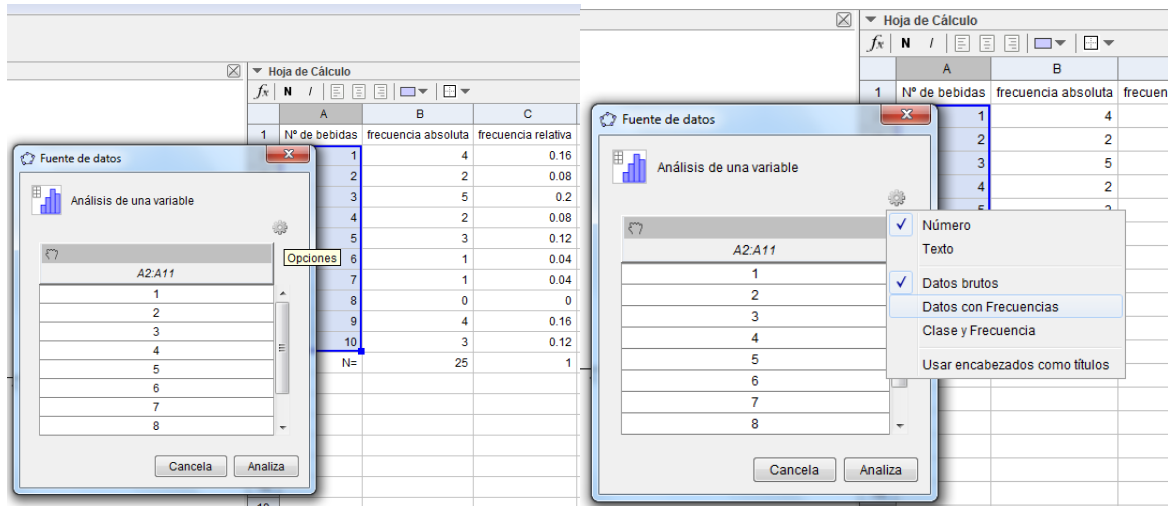
Incluso podemos seleccionar también el *Polígono de frecuencias*:



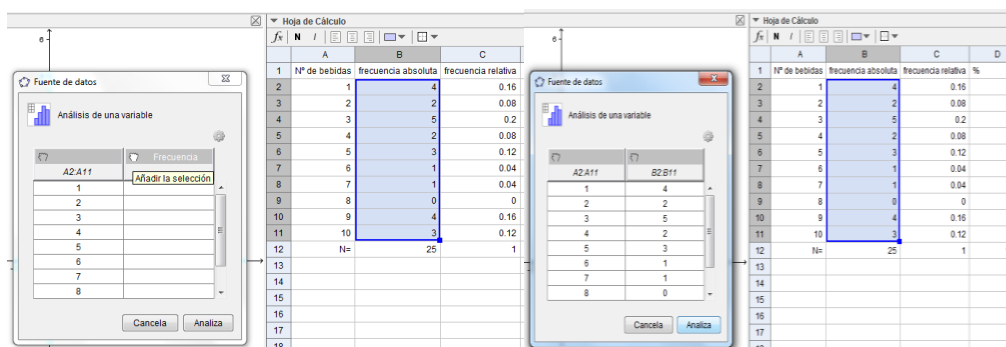
En el caso de querer construir un gráfico a partir de la tabla de frecuencias realizada en la **Hoja de Cálculo**, tenemos que seleccionar la columna de valores (A2-A11) y después la herramienta *Análisis de una variable*:



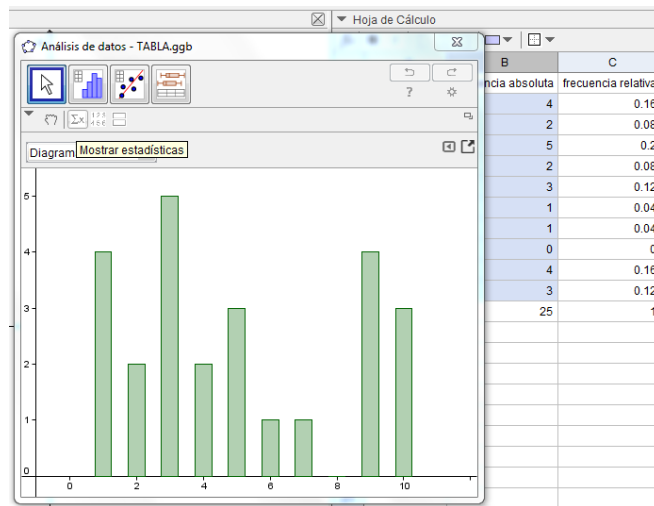
Nos aparecen los valores a los que tenemos que añadir las frecuencias. Para ello, hacemos *clic* en el icono con símbolo de engranaje a la derecha que dice *Opciones* y seleccionamos la opción *Datos y Frecuencias*:



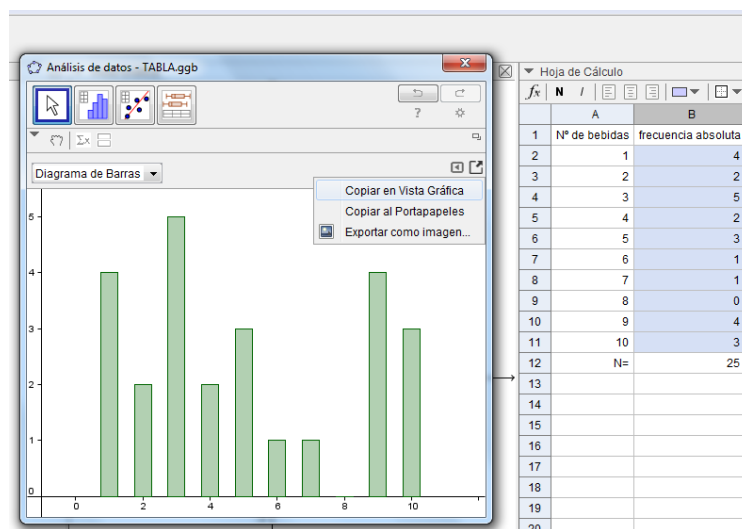
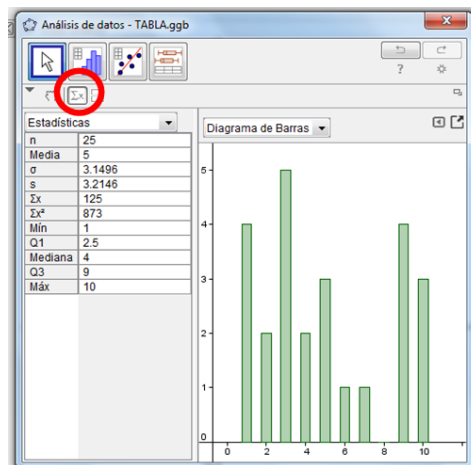
Seleccionamos la columna de frecuencias (B2-B11) y para pegarla en la ventana, tenemos que hacer *clic* sobre el icono con símbolo de mano y luego pulsar en *Analiza*:



Nos aparece el diagrama de barras correspondiente a los valores y sus frecuencias:



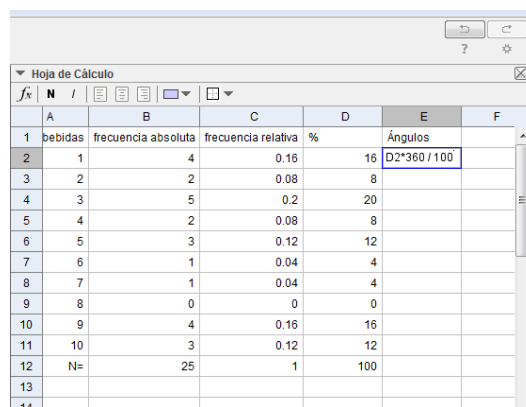
Si hacemos *clic* sobre el icono con símbolo de *Sumatorio*, podemos saber las distintas medidas de centralización, además de otros datos como *N* (total de datos/total de la población):



### 3. Diagrama o gráfico de sectores

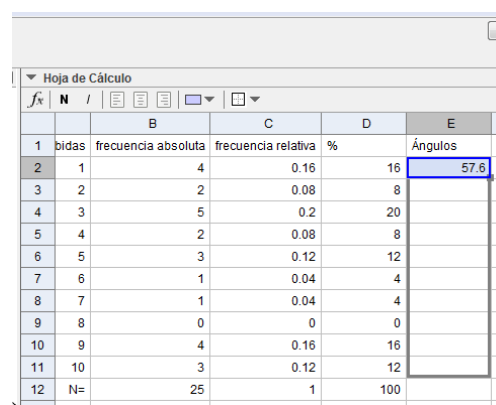
Para construir un gráfico de sectores con los porcentajes, por ejemplo, primero tenemos que añadir otra columna a la tabla de frecuencias con los ángulos equivalentes a cada porcentaje, los cuales se calculan haciendo una *regla de tres*: multiplicando cada porcentaje de la frecuencia relativa por el nº total de grados de una circunferencia ( $360^\circ$ ) y dividiéndolo entre el total de porcentajes (100). El signo de la multiplicación en la **Hoja de Cálculo** es una estrella (\*).

Escribimos la operación o cálculo en la propia celda y al acabar, pulsamos *ENTER* o bien, quitamos la selección de la celda para que aparezca el resultado:



	A	B	C	D	E	F
1	bebidas	frecuencia absoluta	frecuencia relativa	%	Ángulos	
2	1	4	0.16	16	D2*360/100	
3	2	2	0.08	8		
4	3	5	0.2	20		
5	4	2	0.08	8		
6	5	3	0.12	12		
7	6	1	0.04	4		
8	7	1	0.04	4		
9	8	0	0	0		
10	9	4	0.16	16		
11	10	3	0.12	12		
12	N=	25	1	100		
13						
14						

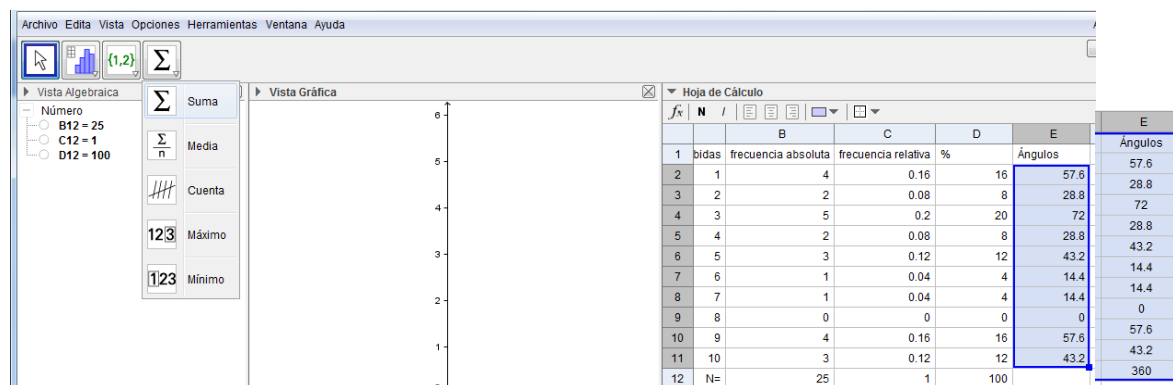
Basta con calcular el primer porcentaje (si se hace de la forma anterior) para obtener el resto. Para ello, seleccionamos el primer ángulo (la celda), hacemos *clic* sobre el cuadrado pequeño en la esquina y lo arrastramos hacia abajo hasta la última celda:



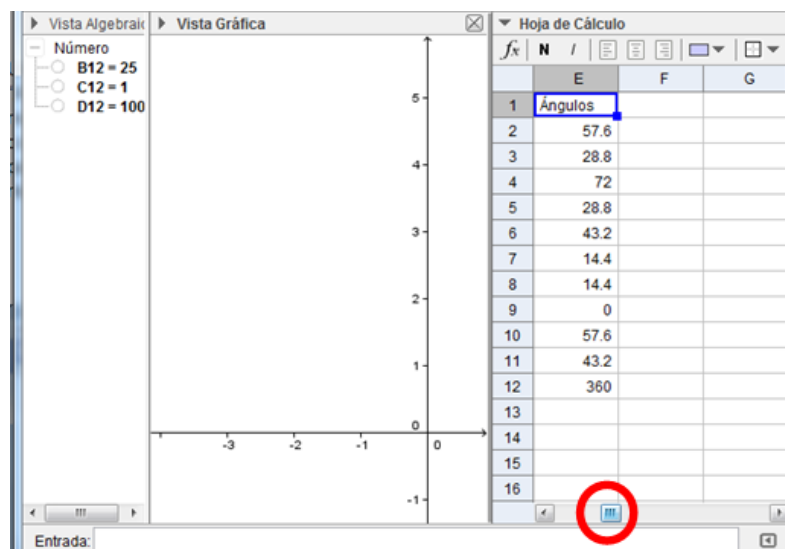
	A	B	C	D	E	F
1	bidas	frecuencia absoluta	frecuencia relativa	%	Ángulos	
2	1	4	0.16	16	57.6	
3	2	2	0.08	8		
4	3	5	0.2	20		
5	4	2	0.08	8		
6	5	3	0.12	12		
7	6	1	0.04	4		
8	7	1	0.04	4		
9	8	0	0	0		
10	9	4	0.16	16		
11	10	3	0.12	12		
12	N=	25	1	100		
13						
14						

Una vez que tengamos todos los ángulos, los sumamos para comprobar si están bien calculados, ya que el total de ángulos debe ser  $360^\circ$ .

Para calcular la suma, seleccionamos todos los ángulos y pulsamos sobre la herramienta *Sumatorio*:

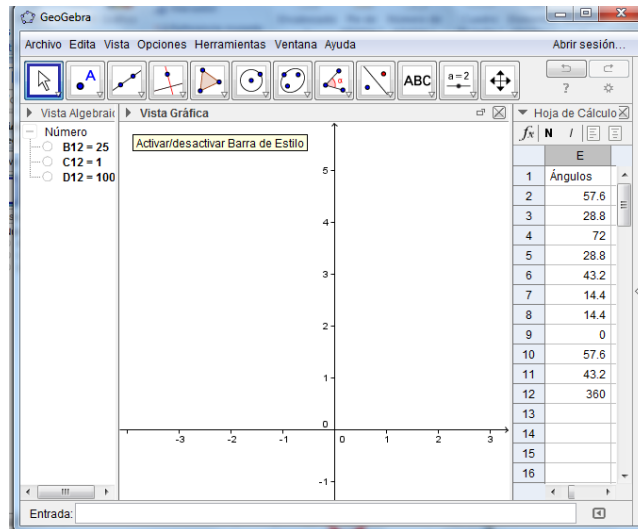


Una vez que tenemos todos los ángulos, hacemos *clic* en el botón que sirve para mover la hoja de cálculo y arrastramos hacia la derecha de manera que se vea bien la columna de ángulos y sea más fácil trabajar luego:

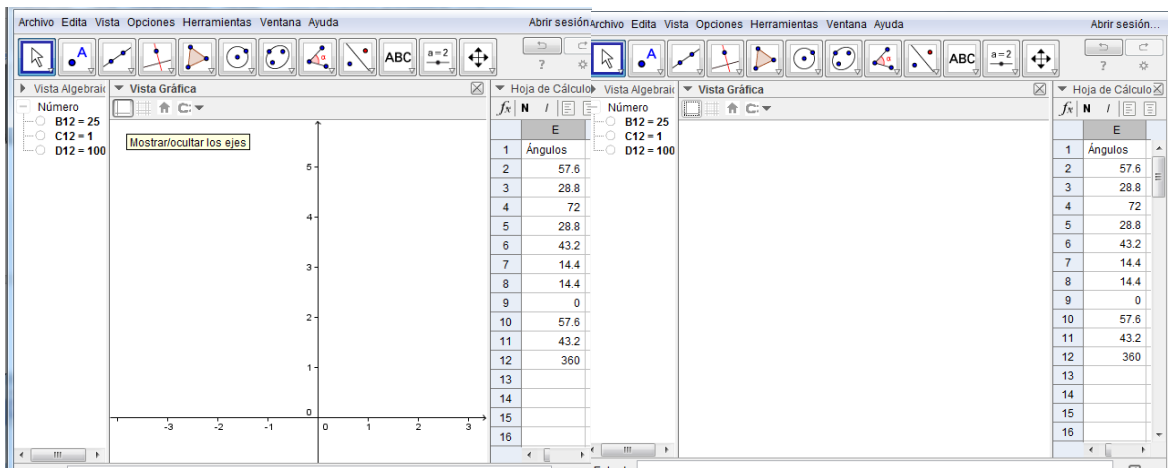


Lo siguiente que vamos a hacer es borrar los ejes de la **Vista Gráfica** haciendo *clic* en el icono de la flecha para activar la *Barra de Estilo*:

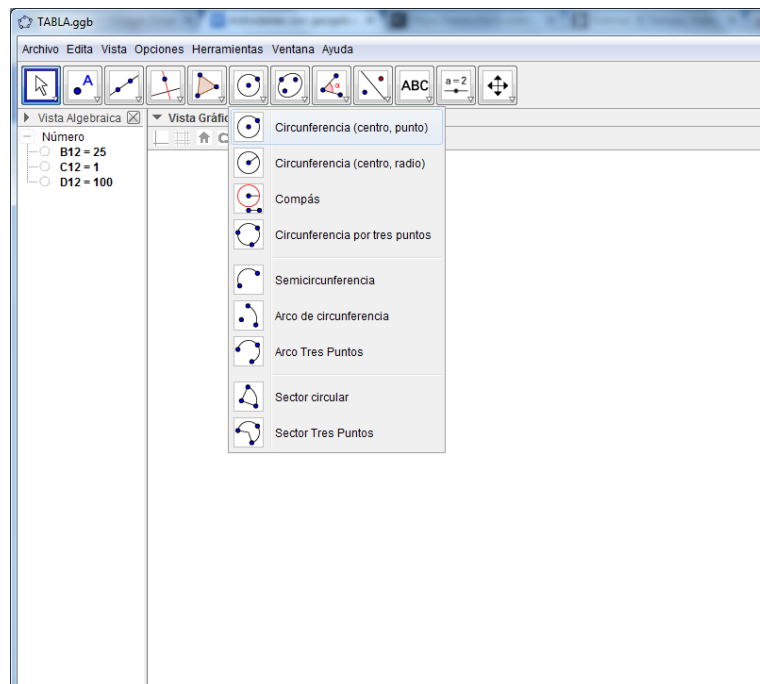




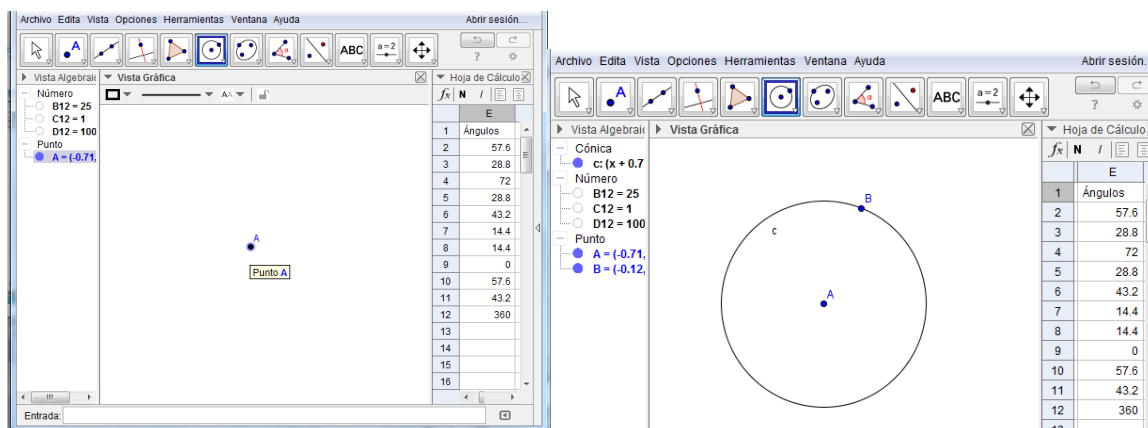
Hacemos clic en la opción *Mostrar/Ocultar los ejes*:



Seleccionamos la herramienta *Circunferencia (centro, punto)*:



Hacemos *click* en un *punto* de la **Vista Gráfica** para crear el *centro* (*punto A*) y arrastramos creando la *circunferencia* (*punto B*):

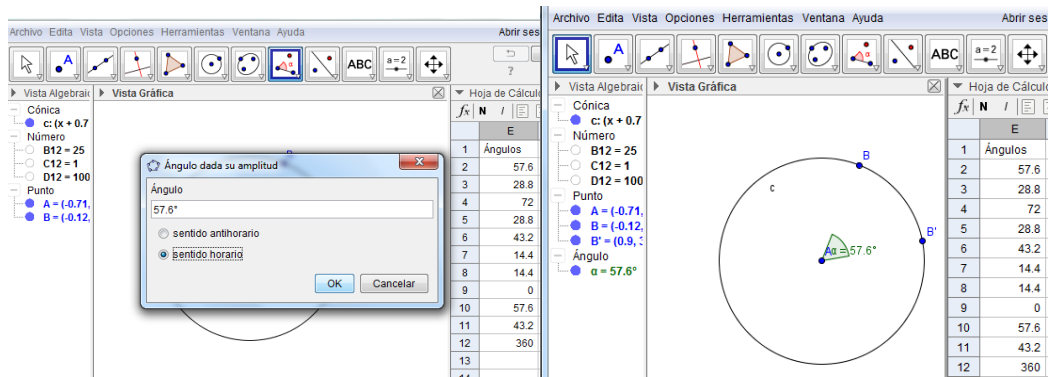


Estos puntos aparecen a la izquierda en la **Vista Algebraica**.

Lo siguiente es construir el primer ángulo.

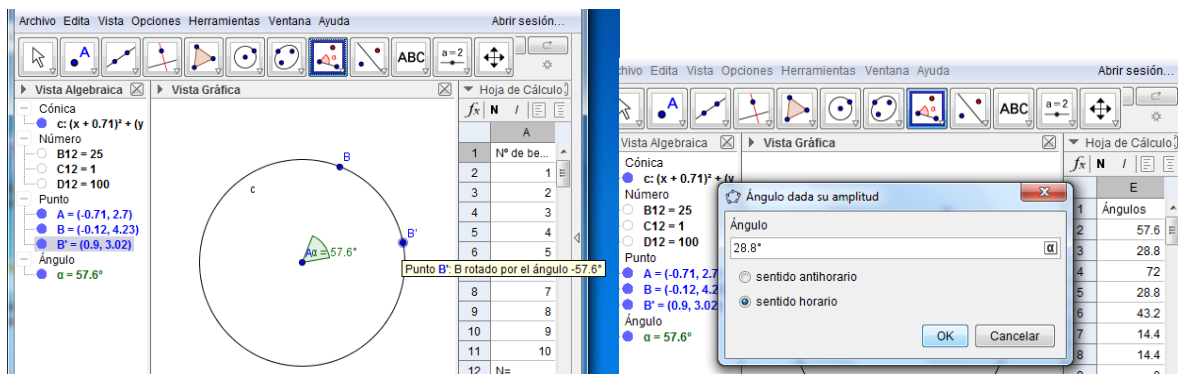
Seleccionamos la herramienta *Ángulo dada su amplitud* y pulsamos sobre dos puntos, primero el *punto B* y luego el *punto A* (en el *centro de la circunferencia*).

En la ventana que nos sale escribimos el primer *ángulo* ( $57.6^\circ$ ), seleccionamos la opción *sentido horario* y hacemos *click* sobre *OK*:

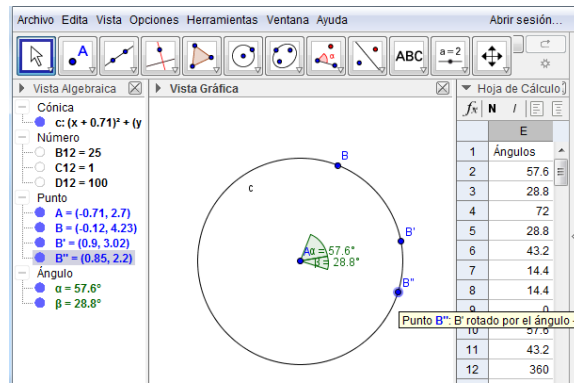


En los siguientes ángulos se hace de la misma forma, pulsando primero sobre un punto de la circunferencia (que en cada caso será el punto rotado por el ángulo anterior) y luego sobre el *punto A* (en el *centro*).

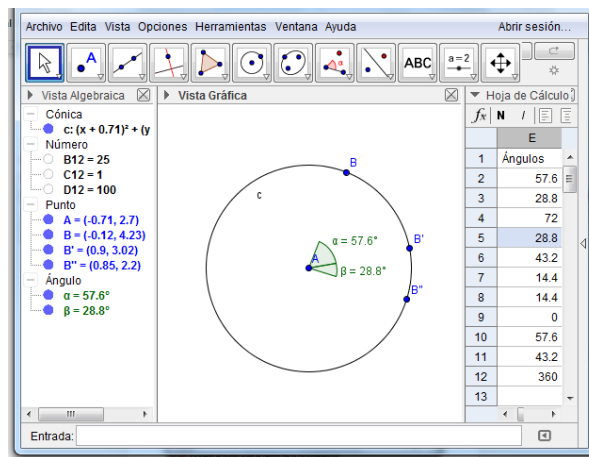
Hacemos lo mismo que antes para construir el segundo ángulo, seleccionamos la herramienta *Ángulo dada su amplitud*, pulsamos primero sobre el punto  $B1'$  y luego sobre el *punto A* (en el *centro de la circunferencia*). Después, escribimos el número correspondiente al segundo ángulo ( $28.8^\circ$ ), seleccionamos “*sentido horario*” y pulsamos sobre “*OK*”:



Ya tenemos el segundo ángulo y el *punto B2* (seleccionado en la imagen) que será el primer punto sobre el que pinchar (antes del *punto A*) para crear el siguiente ángulo.

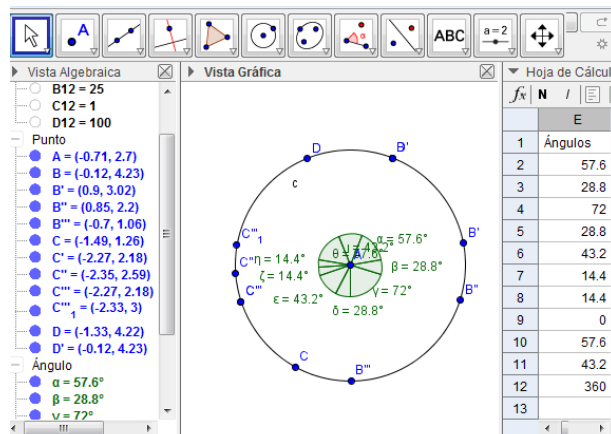


Antes de continuar, seleccionamos la herramienta *Elige y Mueve*, pulsamos sobre la etiqueta de los ángulos y las arrastramos hasta colocarlas bien, de manera que se diferencien los ángulos y la **Vista Gráfica** quede despejada:



En la imagen anterior, vemos que en la **Vista Algebraica** aparecen las etiquetas de los ángulos y el número de grados a medida que los vamos construyendo.

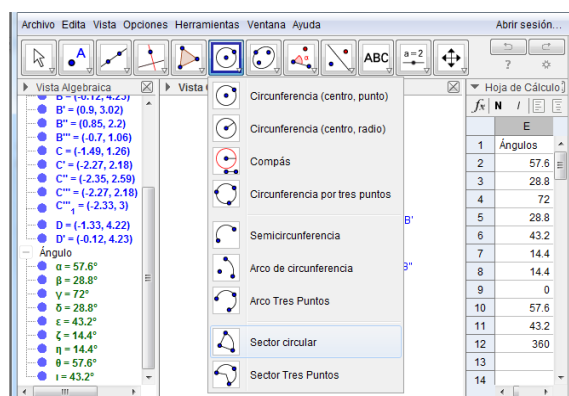
Esta es la **Vista Gráfica** que nos queda cuando hemos construido todos los ángulos:



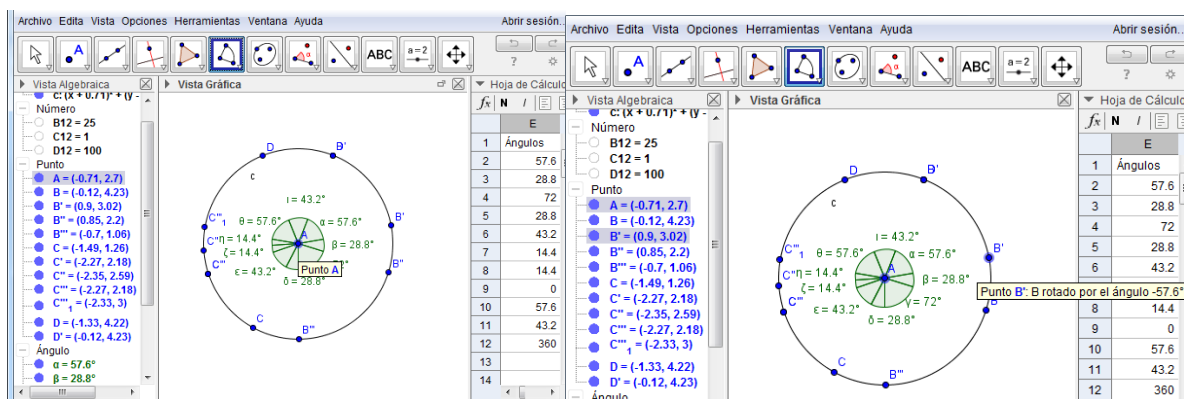
Ahora toca construir los diferentes sectores (correspondientes a cada ángulo), que van a componer el gráfico.

Vamos a indicar los pasos a seguir para construir los dos primeros sectores, ya que los pasos son los mismos. Lo único que varía son los puntos, al igual que con los ángulos.

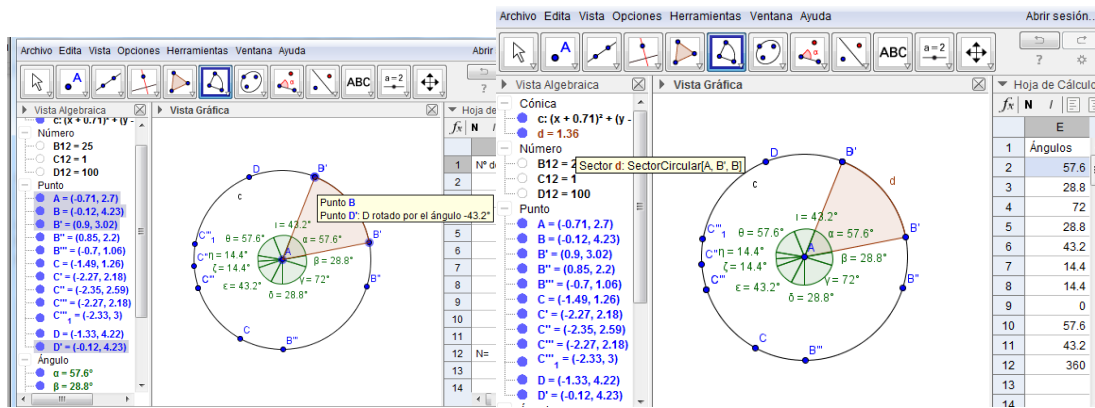
Para empezar a construir el primer sector (correspondiente al ángulo  $57.6^\circ$ ), seleccionamos la herramienta **Sector Circular**.



Hacemos clic sobre el punto A (en el centro) y luego sobre el punto B' (rotado por el ángulo  $57.6^\circ$ ):



Arrastramos el sector en “sentido anti-horario” hacia el punto D' sobre el que hacemos clic y queda construido el primer sector etiquetado con la letra “d” (en color rojo):



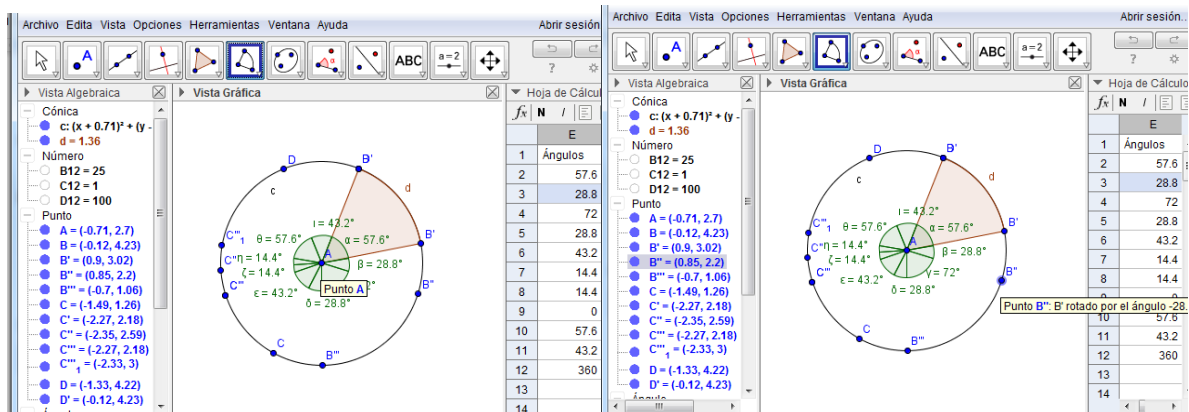
Como vemos en la **Vista Algebraica**, debajo de *Cónica* aparece la *Circunferencia c* y el *Sector d*. A medida que los vayamos haciendo irán apareciendo los demás sectores.

Vamos a construir el segundo sector circular (correspondiente al *Ángulo 28.8º*) siguiendo los pasos anteriores.

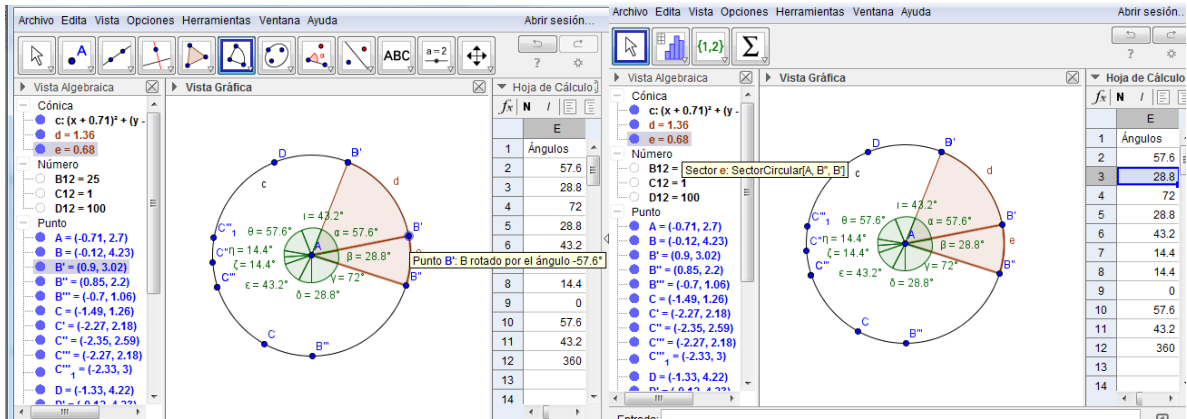
Debemos estar atentos, ya que podemos equivocarnos si no pulsamos sobre los puntos correspondientes.

Al igual que antes, seleccionamos la herramienta *Sector circular*.

Hacemos *clic* en el *punto A* (en el centro) y luego en el punto *B'*.



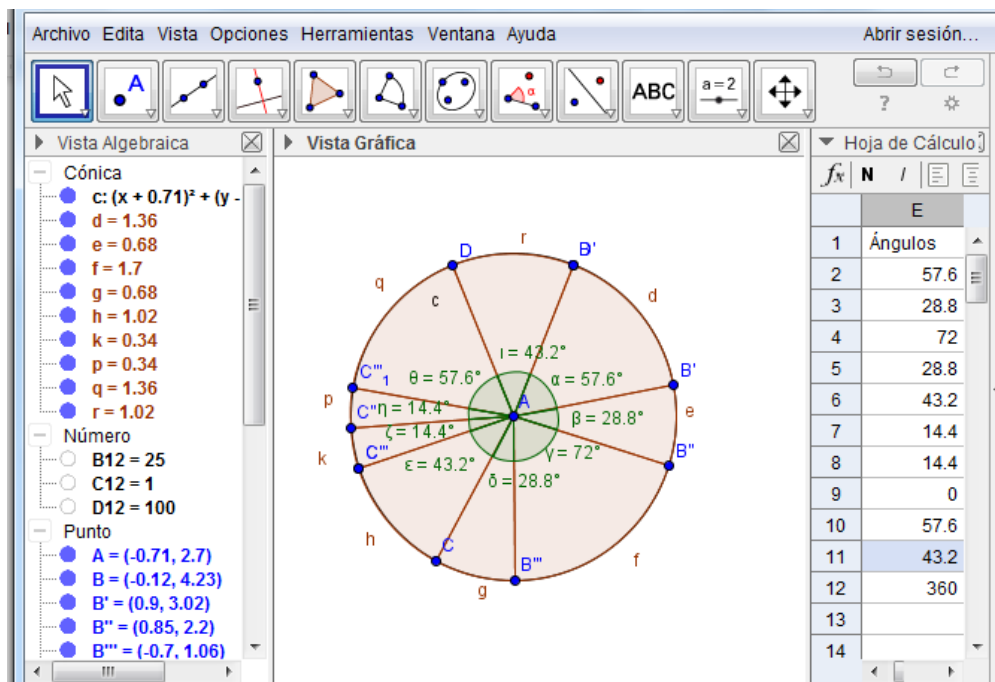
Arrastramos el sector hasta el *punto B'* y nos queda delimitado el sector con la letra e en color rojo:



Si nos perdemos en algún momento del proceso de construcción, podemos hacer uso de la herramienta *Deshacer/Hacer* y de los puntos que aparecen en la **Vista Algebraica**.

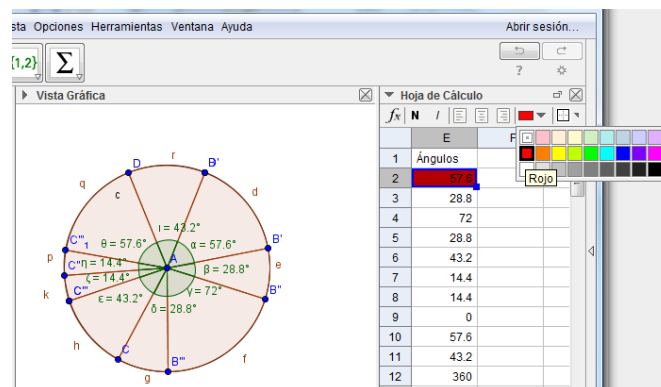
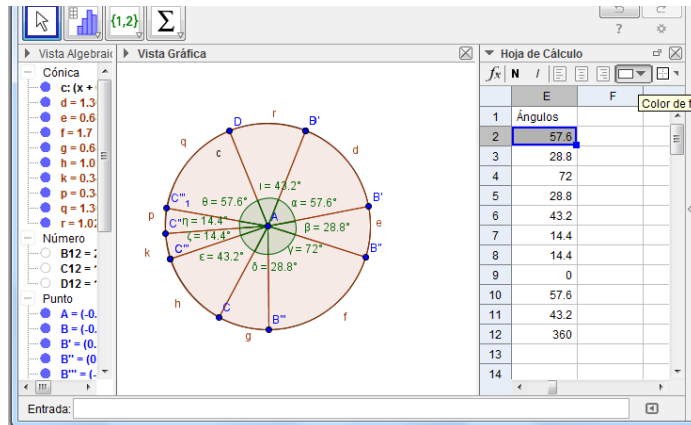
Debemos tener en cuenta la herramienta *Elige y Mueve* con la que podemos seleccionar las etiquetas (letras) de los sectores y ordenarlas o colocarlas de manera que se puedan diferenciar.

Una vez que hayamos construido todos los sectores, la **Vista Gráfica** debe quedar así:

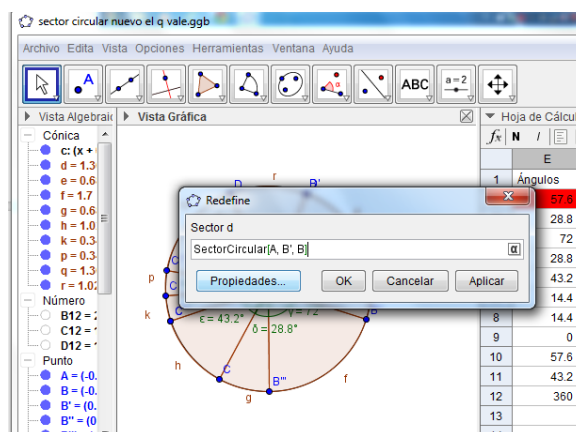


Ahora vamos a colorear el ángulo de cada celda y su sector correspondiente del mismo color.

Seleccionamos la celda con el primer ángulo, pulsamos sobre *Color de fondo* y elegimos el color *Rojo*, por ejemplo:

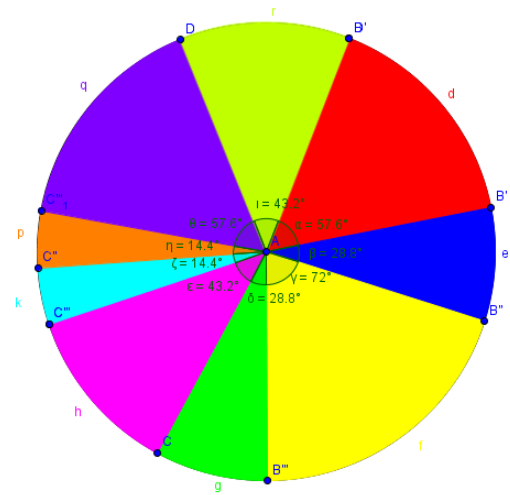


Una vez que tenemos la primera celda coloreada, nos dirigimos a su sector correspondiente sobre el que hacemos *double clic*. Pulsamos sobre *Propiedades...*:





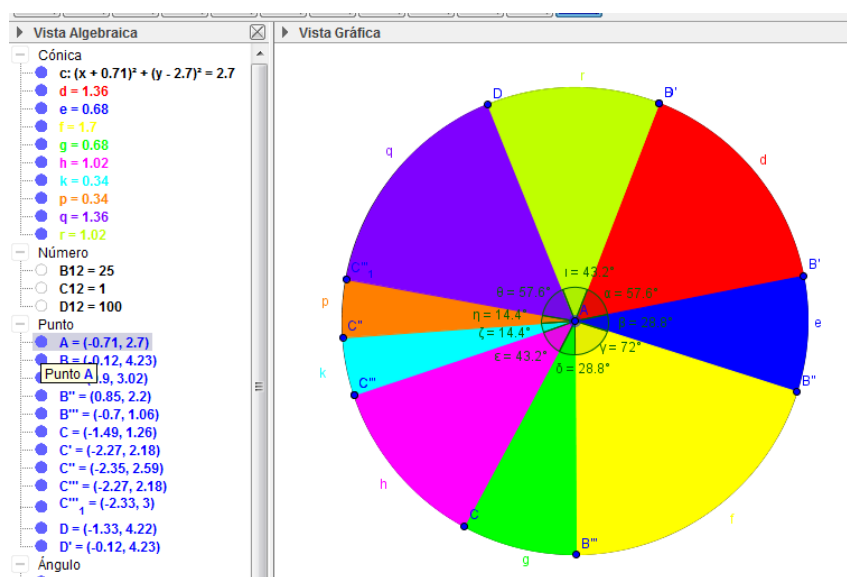
Repetimos el mismo paso para colorear los siguientes sectores y sus celdas, menos la celda que contiene un 0. Cuando terminemos la **Vista Gráfica** quedará así:

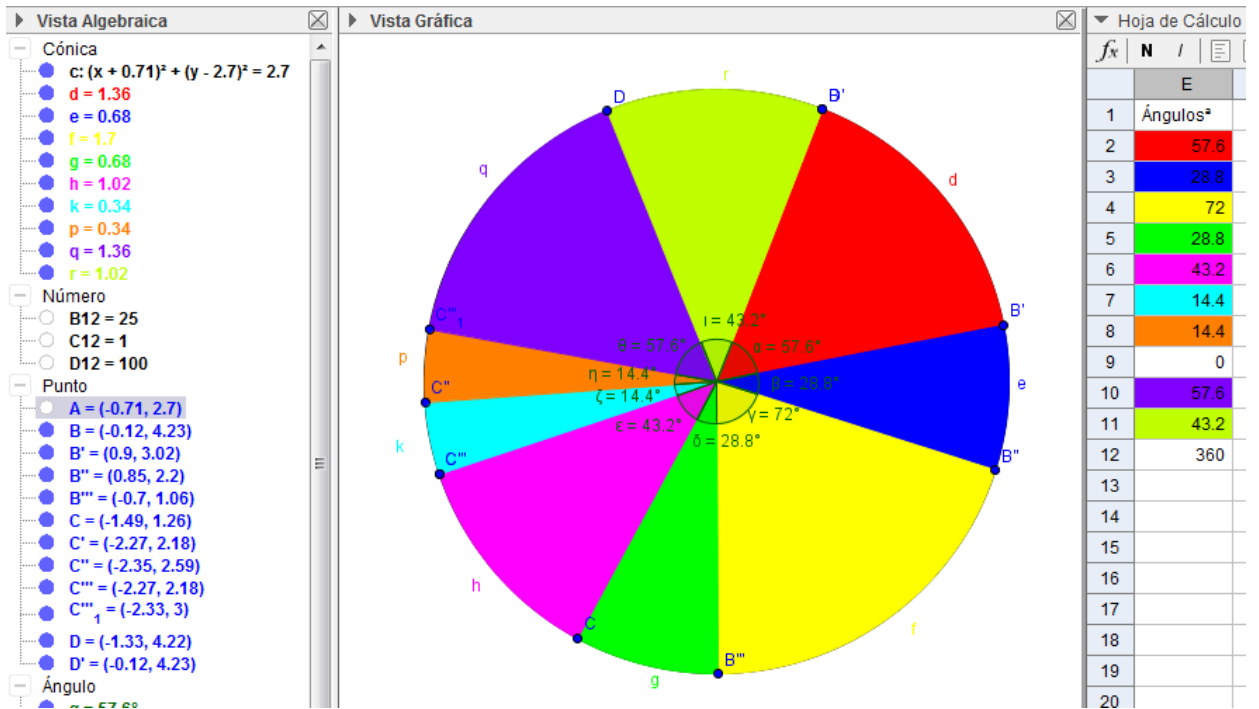


1	Ángulos*
2	57.6
3	28.8
4	72
5	28.8
6	43.2
7	14.4
8	14.4
9	0
10	57.6
11	43.2
12	360
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	

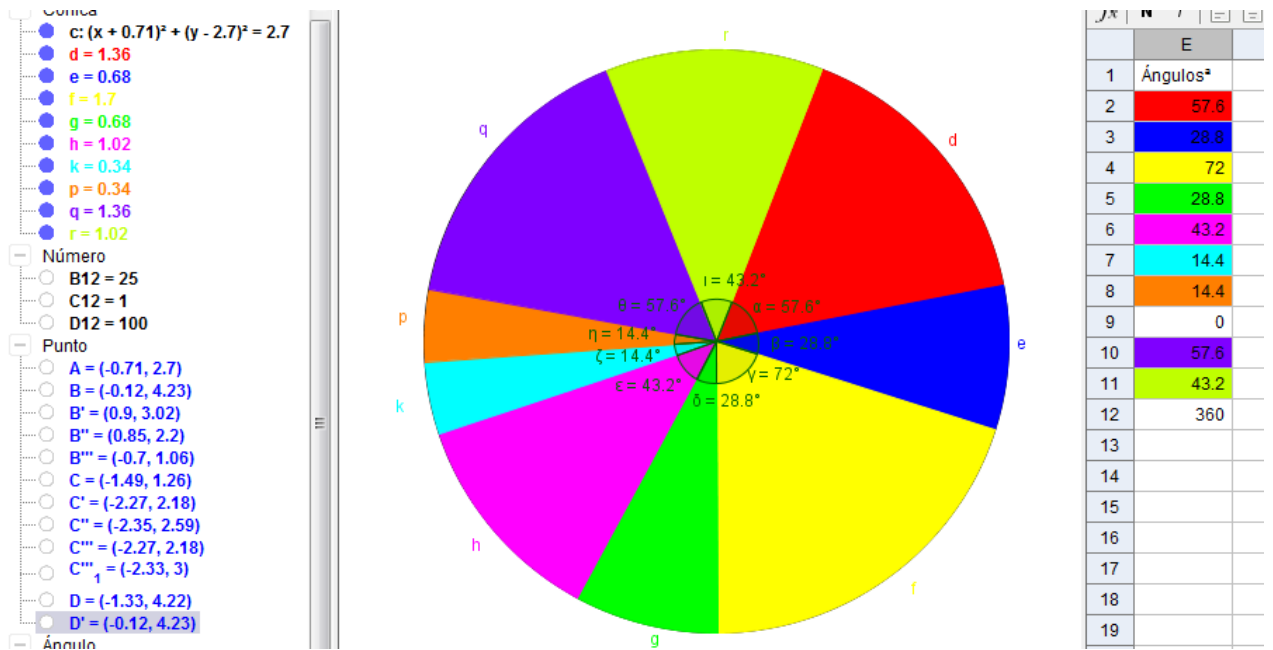
Ahora eliminaremos los puntos, los ángulos, las etiquetas... De manera que solo se vean los sectores de colores.

Para eliminar las letras y números que aparecen en la **Vista Gráfica**, nos dirigimos a la **Vista Algebraica** y pulsamos sobre objeto azul del punto A de manera que éste desaparece de la **Vista Gráfica**:

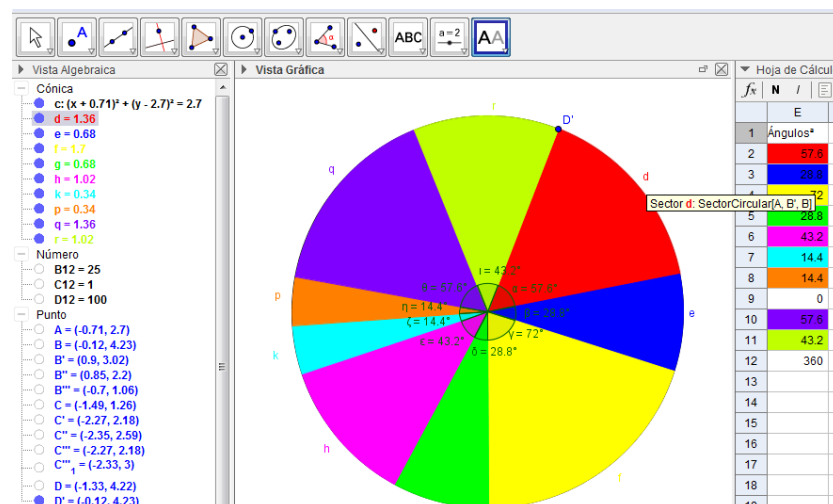
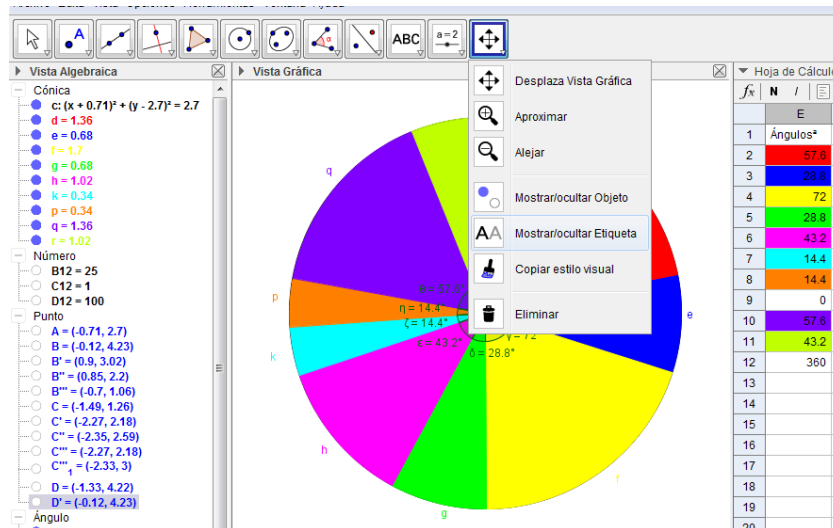




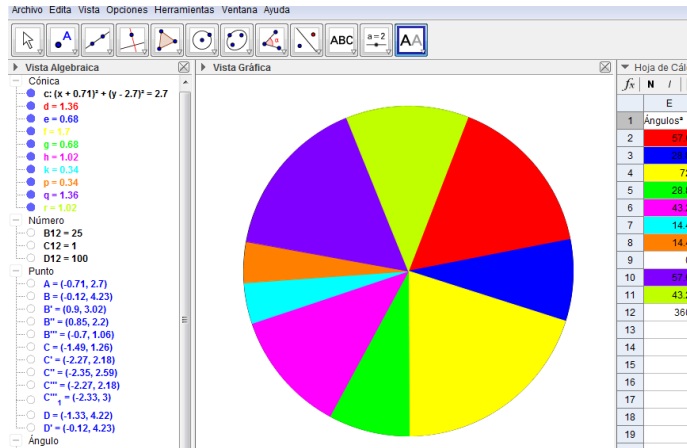
Hacemos lo mismo para los siguientes puntos, de manera que debe quedar así:



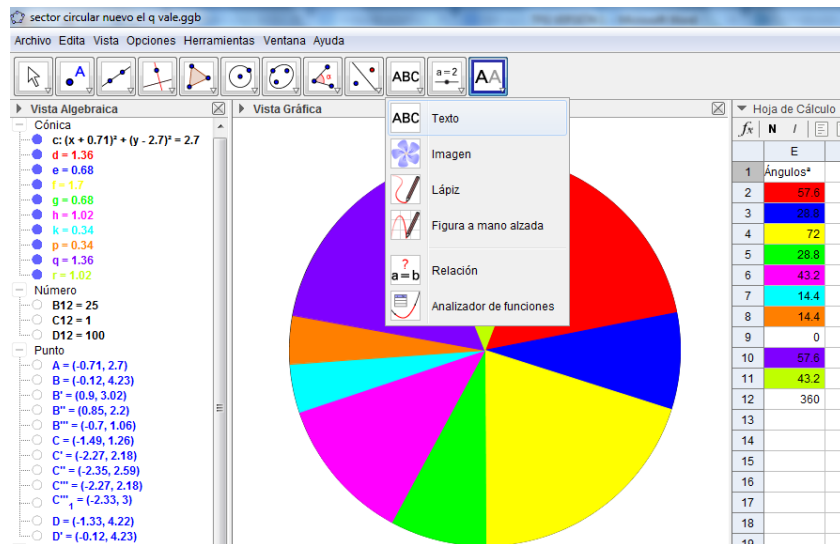
Eliminamos las letras de colores correspondientes a cada sector seleccionando la herramienta *Mostrar/Ocultar etiqueta* y pulsando sobre la letra que queremos eliminar:



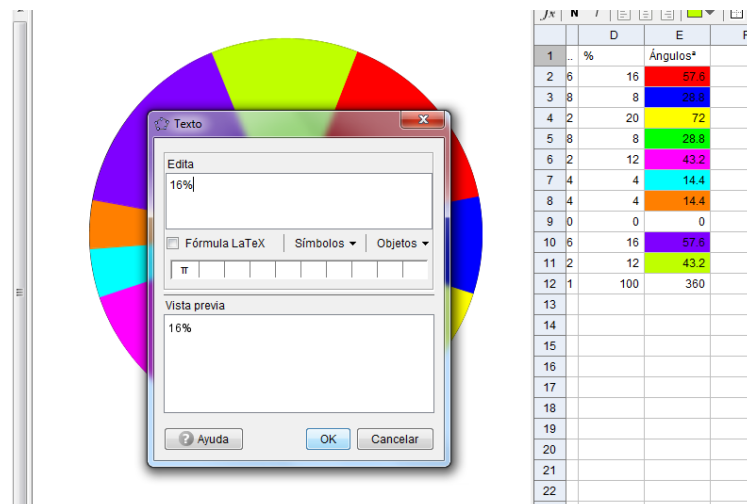
Finalmente, eliminamos los ángulos de la **Vista Gráfica** haciendo lo mismo que con los puntos, pulsando sobre el objeto (punto de color azul) de manera que queda de color blanco y desaparece de la **Vista Gráfica**. Finalmente, el sector nos quedará así:



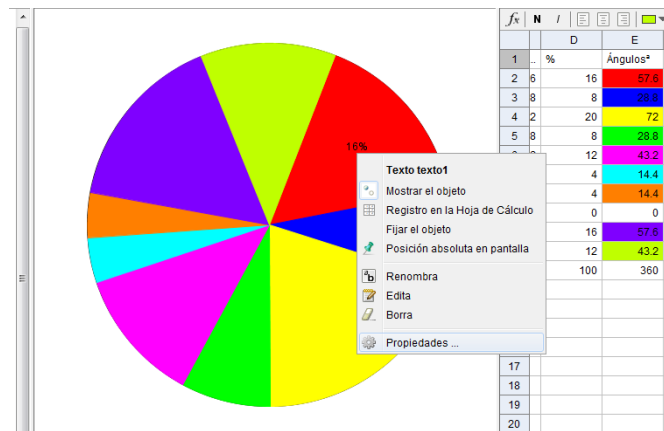
Si queremos añadir un texto para indicar el porcentaje de cada sector o escribir el dato al que se refiere pulsamos sobre la herramienta *Texto* y hacemos clic en el punto de la gráfica donde queremos introducir el texto.



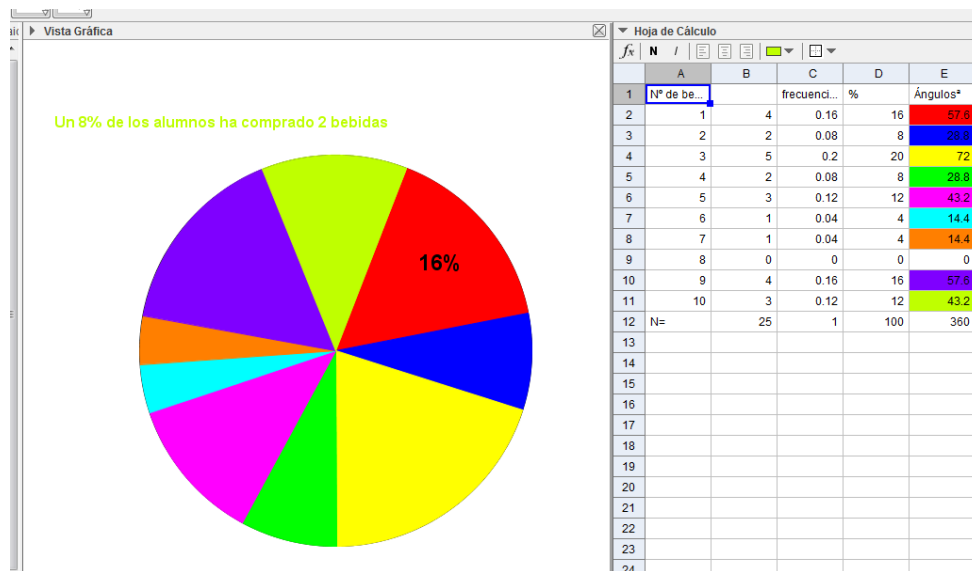
Introducimos lo que queremos poner, por ejemplo el primer porcentaje 16%:



Y para editar el *Color*, la *Letra* y otras propiedades, hacemos *clic derecho* sobre el texto y seleccionamos *Propiedades*:



Estos son dos ejemplos de texto que he puesto:



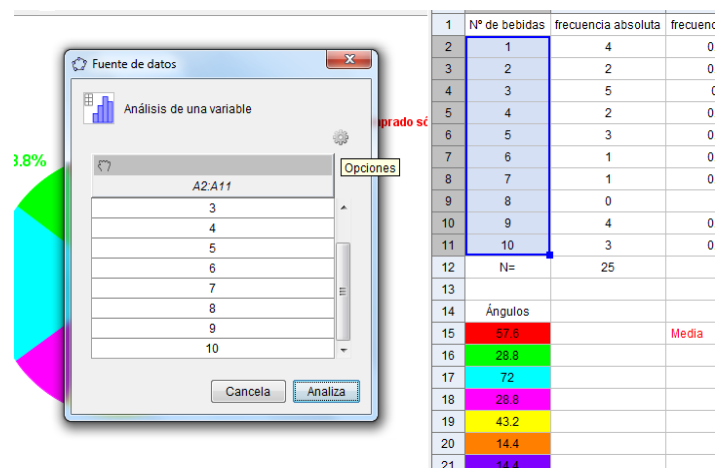
Presentamos el gráfico de sectores como preferamos utilizando las diferentes herramientas, funciones y propiedades.

Recordamos que se puede guardar un proyecto cuando termines o exportar la **Vista Gráfica** en forma de imagen.

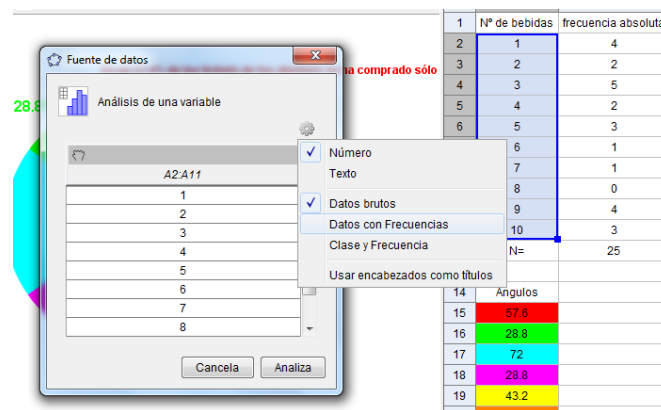
#### 4. Medidas de centralización:

Como hemos visto antes, el programa nos calcula algunas medidas como la media y la mediana. Para ello, seleccionamos la columna de valores (A2-A11) en la hoja de cálculo y seleccionamos en la herramienta Análisis de la variable:

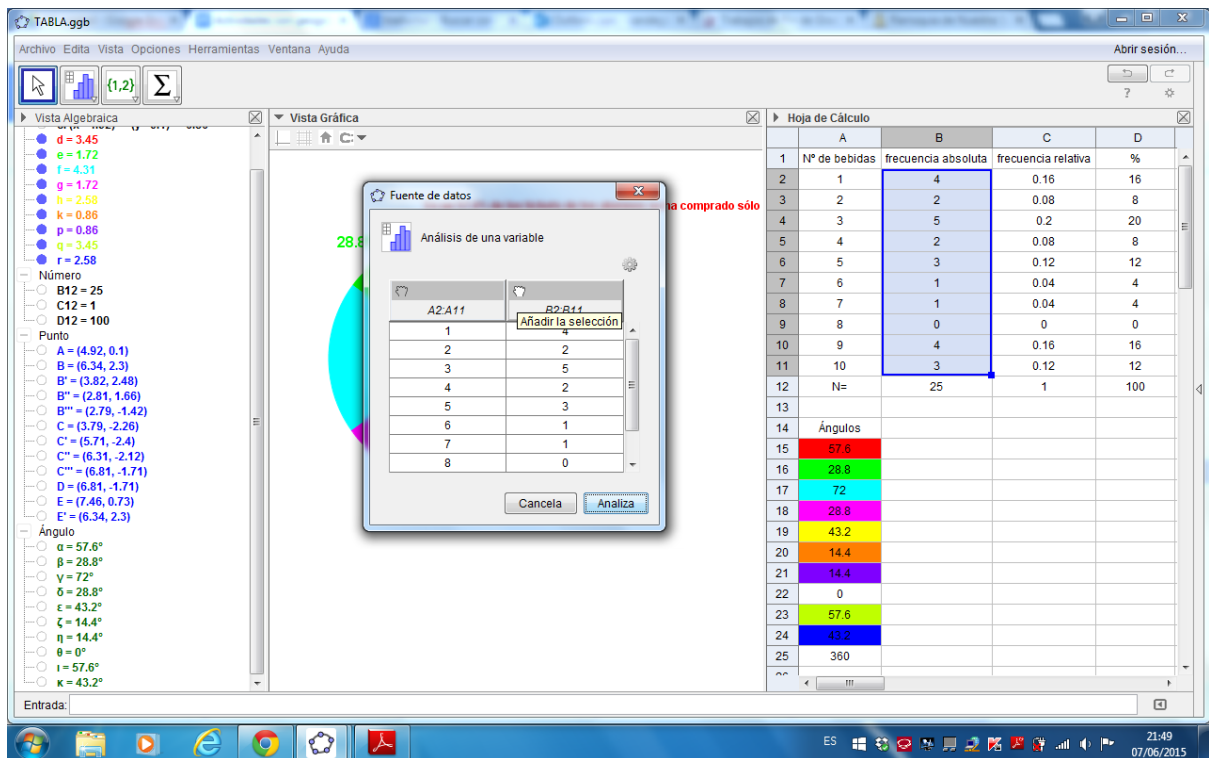
En la ventanilla que nos sale, seleccionamos en el icono de *Opciones* a la derecha que aparece como un engranaje:



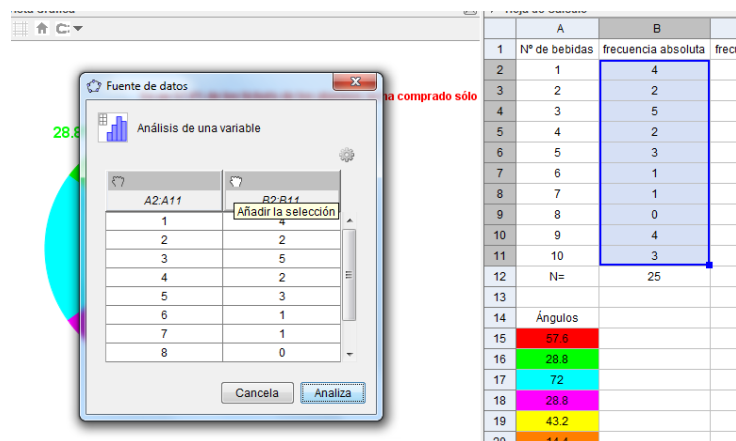
Y en la lista de opciones pincho en *Datos con Frecuencias*:



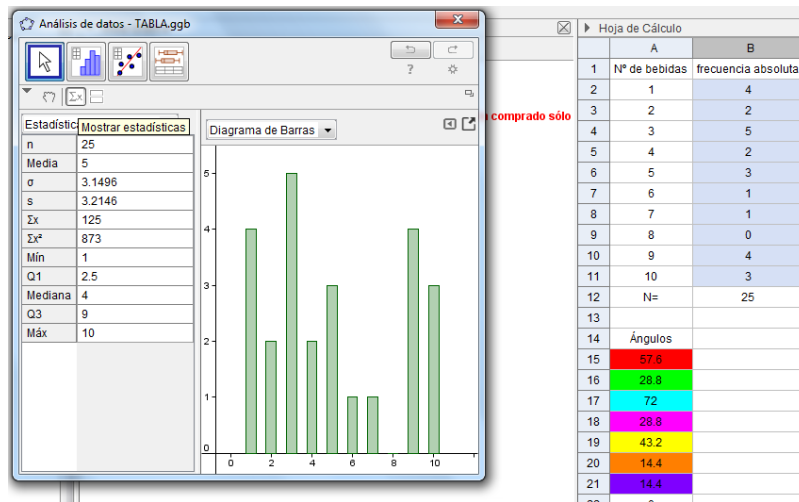
Vemos que nos sale otra columna para las frecuencias de los valores. Para añadir las frecuencias, seleccionamos la columna que las contiene (B2-B11) y seleccionamos en el icono de la mano. Una vez que tenemos la tabla seleccionamos en *Analiza*:



Vemos que nos sale otra columna para las frecuencias de los valores. Para añadir las frecuencias, seleccionamos la columna que las contiene (B2-B11) y seleccionamos en el icono de la mano. Una vez que tenemos la tabla seleccionamos en *Analiza*:



Nos sale el diagrama de barras con los valores y sus frecuencias correspondientes. Si seleccionamos en *Mostrar Estadísticas* podemos ver las medidas de centralización:

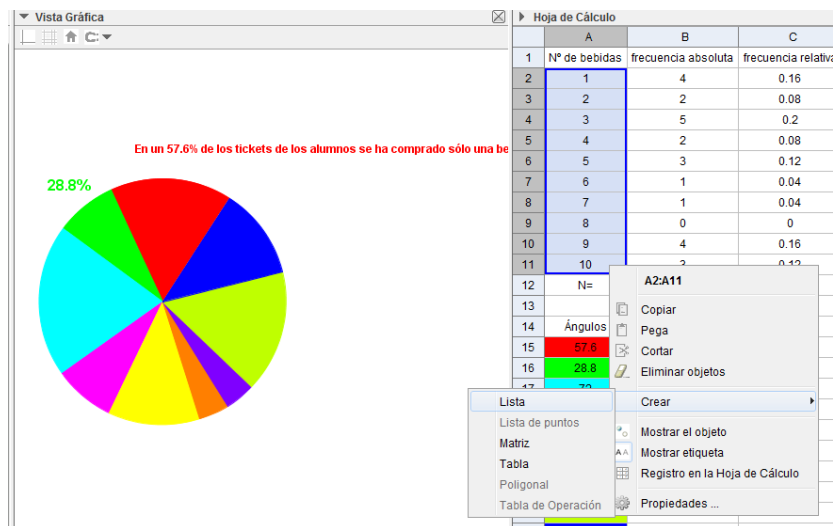


Ya que sólo aparecen la *Media* y la *Mediana* en la tabla:

¿Sabéis qué nº de bebidas es la *Moda*? Y ¿Cuál es el *Rango*?

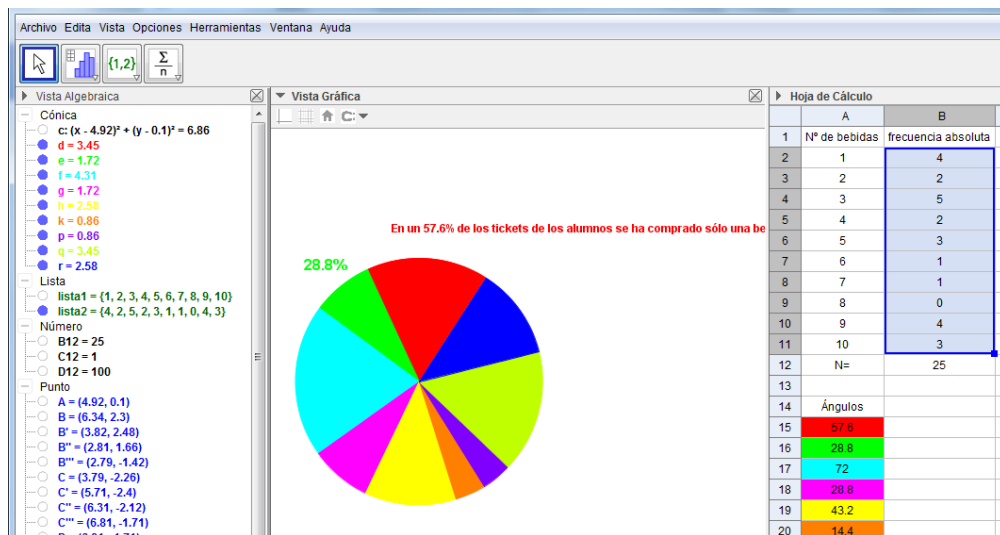
### Cálculo “manual” de las medidas de centralización

Seleccionamos la columna de valores, hacemos clic derecho y elegimos la opción *Crear* y después *Lista*:



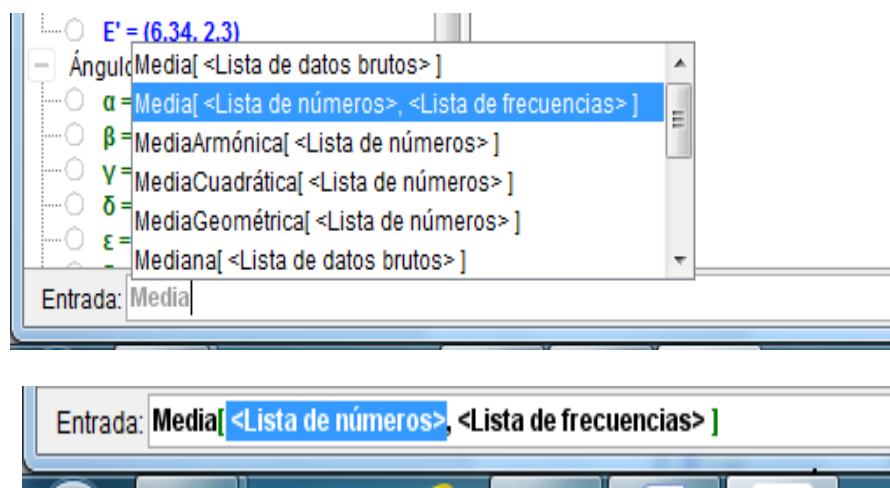
Hacemos lo mismo con la columna de frecuencias y vemos que nos aparecen las dos listas en la **Vista Algebraica** a la izquierda:



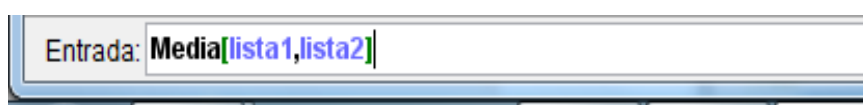


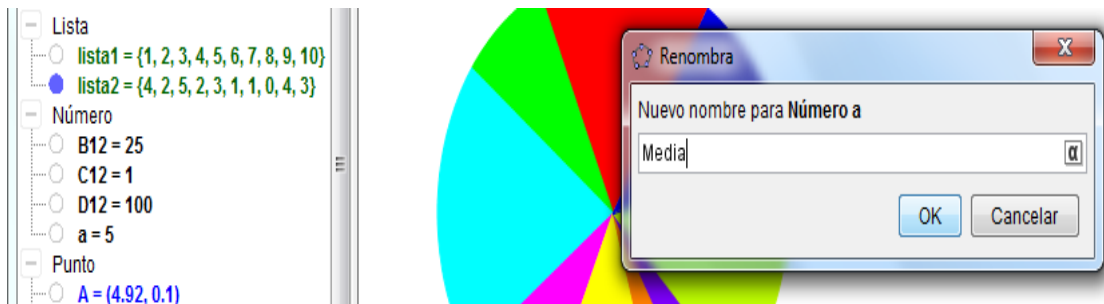
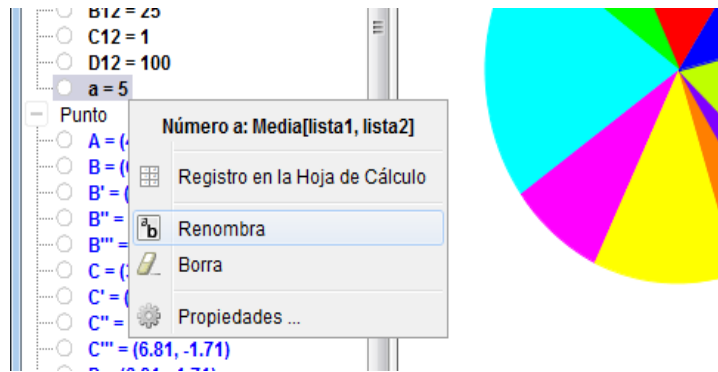
Para calcular las diferentes medidas, introducimos en la barra de *Entrada* el nombre de la medida que queremos calcular y colocamos la correspondiente *Lista* donde corresponda.

Para calcular la *Media* elegimos la segunda opción *lista de números*, *lista de frecuencias*:



Borramos las *listas* y escribimos *lista1* que son los números y *lista2* que son las frecuencias y le damos a *ENTER*:

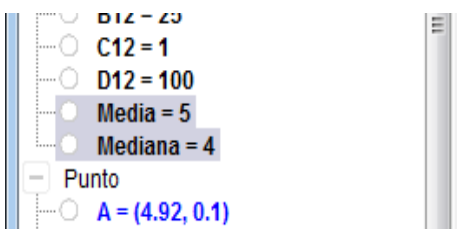




Seguimos los mismos pasos para calcular la *Mediana*: buscamos en la barra de Entrada *Mediana* y seleccionamos la opción que diga *lista de números, lista de frecuencias* y las sustituimos por las listas 1 y 2, pulsamos *ENTER*:



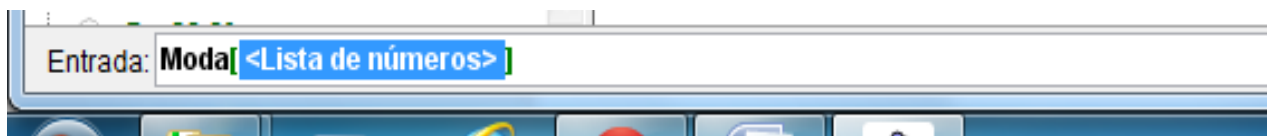
Renombramos el número y escribimos *Mediana*, de manera que nos quedan así las medidas en la **Vista Algebraica**:



Aunque no hace falta calcular la *Moda*, el programa también te facilita este número.

Para obtener la *Moda*, escribimos *Moda* en la barra de Entrada inferior y

seleccionamos la única opción que hay borrando *lista de números* y poniendo los 25 datos uno a uno:

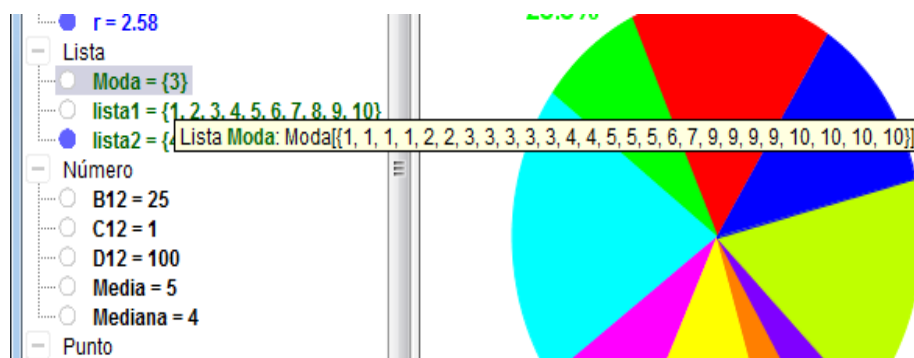


Una vez escritos los 25 datos le damos a *ENTER*:



Una vez que tenemos la lista con la moda del nº de bebidas entre corchetes (3), seleccionamos la lista en el botón derecho para *renombrar* la lista y escribimos

*Moda*:



## 6.5 Evaluación del proyecto

A la hora de evaluar el proyecto, se tendrá en cuenta la correcta realización de las actividades así como la actitud de los alumnos en el trabajo individual y en equipo.

Además, se propone la realización de un cuestionario al finalizar el proyecto, de manera que se vea en qué han fallado los alumnos o el profesor.

El cuestionario es el siguiente:

A la hora de evaluar el proyecto, se tendrá en cuenta la correcta realización de las actividades así como la actitud de los alumnos en el trabajo individual y en equipo.

Además, se propone la realización de un cuestionario al finalizar el proyecto, de manera que se vea en qué han fallado los alumnos o el profesor.

El cuestionario es el siguiente:

### **Cuestionario de autoevaluación**

Señala la casilla con la respuesta que creas correcta

1. La población es...

- a) una variable
- b) el conjunto total de datos
- c) una variable cualitativa

2. Una variable es...

- a) una característica del objeto de estudio
- b) un dato del objeto de estudio
- c) una forma de ordenar los datos

3. El número de veces que se repite un dato es...

- a) la frecuencia relativa
- b) la frecuencia absoluta
- c) el porcentaje

4. Los datos se pueden ordenar en tablas de frecuencias asignando a cada dato su...

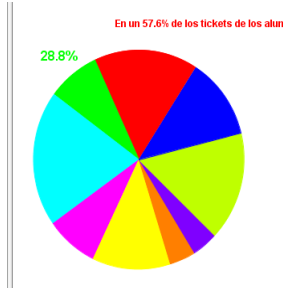
- a) frecuencia relativa
- b) porcentaje
- c) frecuencia

5. El porcentaje de un dato es el resultado de...

- a) multiplicar su frecuencia relativa por 100

- b) multiplicar su frecuencia absoluta por 100
- c) dividir su frecuencia relativa entre su frecuencia absoluta

6. El gráfico que se muestra es...



- a) un diagrama de barras
- b) un sector de diagramas
- c) un pictograma

7. En un diagrama de barras se representa cada...

- a) valor y su frecuencia
- b) valor y su frecuencia relativa
- c) dato y su porcentaje

8. La media...

- a) se calcula ordenando todos los datos de menor a mayor
- b) se calcula restando el dato menor al dato mayor (máximo – mínimo)
- c) se calcula sumando todos los valores de la variable y dividiéndolo entre el número total de datos (N)

## 7. Conclusiones

Este estudio aporta una revisión de contenidos que sirven para ampliar y repasar los conocimientos acerca de la Estadística y de los procesos de enseñanza-aprendizaje en el tercer ciclo de educación primaria. Asimismo, desarrolla un método de trabajo

innovador en el aula, elaborado en base a investigaciones de autores de prestigio, y que serán, sin duda alguna, de gran utilidad en la futura labor docente.

Además este trabajo, al llevar inmerso un proyecto de clase o aula en el que se trabaja con las TIC, y donde se ha recurrido a materiales cotidianos, ayuda a los alumnos a encontrar sentido práctico a los conceptos matemáticos.

Como hecho significativo, destacar que las referencias bibliográficas, al ser tan numerosas, suponen un reto para su selección. Del mismo modo, al buscar información sobre el tema de trabajar la Estadística con las TIC en primaria, se han encontrado materiales multimedia de gran interés.

Atendiendo a la metodología de trabajo por proyectos, sería interesante elaborar un cuestionario de conocimientos previos antes de poner en práctica las actividades, ya que el material diseñado es un material de apoyo que se puede modificar y que se realiza suponiendo tales conocimientos previos por parte del alumnado.

Como ventajas de este trabajo, se observan tanto la interacción del alumno con las TICs, como la facilidad o rapidez de trabajar con ellas y la ayuda que esto supone para el tratamiento de los datos estadísticos. Motivan al estudiante y ofrecen múltiples posibilidades para la creación de actividades por parte del profesorado y del alumnado, quienes pueden crear sus propios proyectos de investigación. Además, el uso de las aplicaciones informáticas –como GeoGebra-, permite ampliar los conocimientos coordinándolos con los procedentes de otras disciplinas. Por ejemplo, en el caso de la elaboración de diagramas de sectores, se pueden estudiar conceptos de la Geometría.

Otra posible ventaja sería que las aplicaciones informáticas permiten ampliar los conocimientos Matemáticos en el caso de que el profesorado pueda necesitarlo,

mediante el estudio de variables continuas, creación de intervalos, comparación entre variables, polígonos de frecuencias, entre otros.

Como limitaciones cabría mencionar las dificultades de la temporalización, debido a la imposición de objetivos, actividades... que tienen los profesores y que suponen una restricción ya que no pueden libremente disponer, en ocasiones, del tiempo necesario para implementar estos proyectos. Otra limitación podría ser el que en colegios de bajos recursos puede necesitarse de más ayuda material para poder optimizar este tipo de metodología.

Para finalizar, por no tener la posibilidad de llevar a cabo nuestra propuesta, dejamos abierto el campo de investigación a la puesta en práctica de este proyecto, para así saber qué debemos mejorar del mismo.

## **8. Referencias bibliográficas**

- Barrows, H.S. (1986). A Taxonomy of Problem-Based Learning Methods. *Medical Education*, 20: 481-486.
- Batanero, C. y Godino, J. D. (2002). Estocástica y su didáctica para maestros. *Estadística y sus aplicaciones*. Recuperado en [http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/6\\_Estocastica.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/6_Estocastica.pdf)
- Bishop, A. J. (1999). *Enculturación Matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Editorial Paidós.
- Blumenfeld, P. C., Soloway, E., Marx, R. W., Krajcik, J. S., Guzdial, M. y Palincsar, A. (1991). Motivating Project-Based Learning: Sustaining the Doing, Supporting the Learning. *Educational Psychologist*, 26: 369-398.

- ESPAÑA. 2006. Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación primaria. *Boletín Oficial del Estado*, 8 de diciembre de 2006, 293, pp. 43053-43102
- ESPAÑA. 2013. Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. *Boletín Oficial del Estado*, 10 de diciembre, 295, pp. 97858-97921.
- ESPAÑA. 2014. Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. *Boletín Oficial del Estado*, 1 marzo, 52, pp. 19349-19420.
- Dewey, J. (1967). *El niño y el programa escolar. Mi credo pedagógico*. Buenos Aires: Editorial Losada S.A.
- Kilpatrick, W.H. (1918). The project method. *Teachers College Record* 19, p.p. 319-334. <http://historymatters.gmu.edu/d/4954/>.
- Moreno Latorre, E. y López Calderón, C. (2013). *El aprendizaje por proyectos como estrategia metodológica en el área de conocimiento del medio. Una experiencia didáctica sobre el río Turia*. Universidad Católica de Valencia: San Vicente Mártir. Recuperado de [http://congres.manners.es/congres\\_ciencia/gestio/creacioCD/cd/articulos/art\\_858.pdf](http://congres.manners.es/congres_ciencia/gestio/creacioCD/cd/articulos/art_858.pdf)
- Vallecillos, A. (2013). Análisis exploratorio de datos. En E. Castro (Ed.): *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria*. (pp.559-589). Madrid: Síntesis.