

**AUTORES:** CRIADO PÉREZ, A. M. y CRIADO G<sup>a</sup>-LEGAZ, A.M.  
**TITULO:** Análisis crítico e histórico del concepto de potencial eléctrico.  
**TIPO DE PARTICIPACIÓN:**  
**CONGRESO:** IX Encuentro de Didáctica de Ciencias Experimentales.  
**PUBLICACIÓN:** Actas pp.32.1-32.5.  
**LUGAR DE CELEBRACIÓN:** E.U.Magisterio Univ. Tarragona.  
**AÑO:** 1988



## IX ENCUENTROS DE DIDÁCTICA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES

Escola Universitària del Magisteri de Tarragona  
12 - 17 de septiembre de 1988

ANALISIS CRITICO E HISTORICO DEL CONCEPTO DE POTENCIAL ELECTRICO

Antonio Criado y Ana Criado

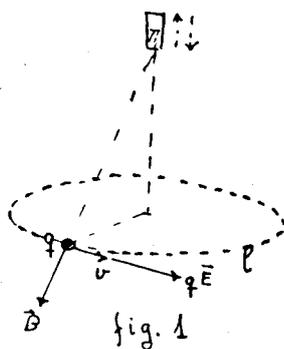
E.U. Informática y E.U. Magisterio

Universidad de Sevilla

1.- Introducción

El presente trabajo pretende realizar un análisis crítico, a nivel elemental, de los conceptos de campo eléctrico  $\vec{E}$  y potencial. Nos limitaremos al estudio de un ejemplo concreto, que evidencie alguna de las complejidades que aparecen en las relaciones campo-potencial, y a la consideración de un primer estudio histórico de la génesis y desarrollo del concepto de potencial. Concluiremos haciendo notar el carácter de magnitud primaria, universal y unívoca de  $\vec{E}$ , en contraste con el carácter auxiliar, particular y no unívoco del potencial.

2.- A cerca de una corriente permanente que recorre un conductor equipotencial y otras aparentes anomalías



El movimiento de una carga  $q$  en un anillo de Thomson, en un betatrón..., etc, se puede modelizar en el esquema de la figura 1. A lo largo de un eje de un aro  $Q$  conductor y homogéneo, se mueve un imán que genera a través del aro un flujo magnético variable  $\Phi(t)$  y una corriente inducida por el anillo.

Por razón de simetría, la f.e.m. inducida,  $\mathcal{E}$ , se distribuye de forma continua y el potencial  $V$  es el mismo en todos los puntos del aro.

Sobre  $q$ , de velocidad  $\vec{v}$ , actúa la fuerza de Lorentz

$$\vec{F} = q (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

que resulta de la adición de dos componentes: la fuerza magnética  $q \vec{v} \wedge \vec{B}$  normal a  $\vec{v}$  y la fuerza eléctrica,  $q\vec{E}$  que impele a  $q$  tangencialmente al anillo.  $E$  no deriva de un potencial escalar  $V$ , es rotacional, su circulación a lo largo de  $\ell$  es:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \mathcal{E} = - \frac{\delta \phi}{\delta t} = - \frac{\delta}{\delta t} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \dots (1)$$

Ante la imposibilidad de que  $\vec{E}$  derive de  $V$ , verifiquemos que es necesario introducir un potencial vector  $\vec{A}$  ( $r, t$ ), cuyo origen físico es la variación temporal de  $\phi$  ( $t$ ).

Como  $B$  es un campo solenoidal, su flujo  $\phi = \int_{S_i} \vec{B} \cdot d\vec{s}$  tiene el mismo valor cualquiera que sea el casquete superficial  $S_i$  con tal de que su contorno sea el aro.

Como es sabido la circulación del campo electrostático  $E_e$  entre dos puntos  $P_1$  y  $P_2$  no depende de la forma del arco de trayectoria y su valor es igual a la variación de potencial electrostático:

$$\int_{P_1}^{P_2} \vec{E}_e \cdot d\vec{l} = V(P_1) - V(P_2)$$

Análogamente, el flujo magnético  $\phi$  no depende de la forma del casquete superficial y su valor es igual a la circulación  $\oint_1 \vec{A} \cdot d\vec{l}$  de cierta función  $\vec{A}$  del campo magnético:

$$\frac{\delta}{\delta t} \int_{S_i} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \frac{\delta}{\delta t} \oint_e \vec{A} \cdot d\vec{l} \dots (2)$$

comparando (2) y (1), se sigue:

$$\mathcal{E} = \oint_1 \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{\delta}{\delta t} \oint_1 \vec{A} \cdot d\vec{l} : \vec{E} = - \frac{\delta \vec{A}}{\delta t} = \vec{E}_m$$

En general, el campo eléctrico  $\vec{E}$  tiene dos componentes:

- Una  $\vec{E}_e$  irrotacional,  $\oint \vec{E}_e \cdot d\vec{l} = 0$ , que deriva de un potencial escalar,  $\vec{E}_e = -\nabla V$
- Otra,  $\vec{E}_m$  irrotacional,  $\oint \vec{E}_m \cdot d\vec{l} = - \frac{\delta \phi}{\delta t}$ , que deriva de un potencial vector,  $\vec{E}_m = - \frac{\delta \vec{A}}{\delta t}$

En el ejemplo propuesto,  $\vec{E}$  está constituido exclusivamente por el segundo componente. El campo  $\vec{E} = \vec{E}_m$  genera en el aro:

- una corriente eléctrica de densidad  $\vec{J}$ ,  $\vec{J} = \sigma \vec{E} = -\sigma \frac{\delta \vec{A}}{\delta t}$
- un efecto Joule, tal que por unidad de volumen disipa una potencia:

$$\vec{J} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\sigma} \left( \frac{\delta \vec{A}}{\delta t} \right)^2$$

Evidentemente, en este ejemplo, carecen de sentido las expresiones:

$$V_2 - V_1 = R.I \quad , \quad I (V_2 - V_1) = \oint$$

y por supuesto, las líneas de fuerza de  $\vec{E}$  no nacen en cargas positivas y terminan en negativas, sino que son circunferencias sin principio ni fin.

### 3.- Peripecias históricas del concepto de potencial

Establecidos los conceptos de conductor, aislante y los dos estados de electrización, en el segundo tercio del siglo XVIII, Franklin identifica los rayos atmosféricos con las descargas producidas entre dos puntas, (conectadas a dos conductores electrizados), y formula un concepto aproximado de carga: "cantidad de fluido eléctrico", que es conservativo y que en exceso o defecto origina los dos estados de electrización de los cuerpos.

Se perfeccionan los tres artefactos elementales de la electrostática: máquinas de electrización, botella de Leyden y el electroscoPIO. Con su ayuda se inicia una etapa semicuantitativa de la electrostática, en ella se llegan a caracterizar dos magnitudes: "cantidad de fluido eléctrico" y "grado de electrización", primer esbozo de la idea de potencial electrostático. Un excelente experimentador de esta época, Cavendish, distingue estas magnitudes como se indica: carga una botella de Leyden, con una máquina electrostática, conecta sus armaduras a dos puntas que va acercando progresivamente hasta que se produce la descarga y, aproximadamente, mide la máxima distancia a que se produce la chispa y el volumen y luminosidad de la descarga.

Repita estas experiencias con botellas y máquinas de igual modo pero de distintas dimensiones concluyendo que:

- El "grado de electrización", medido relativamente por el electroscoPIO y por la máxima distancia de descarga, depende de la máquina y es independiente del tamaño de las botellas.

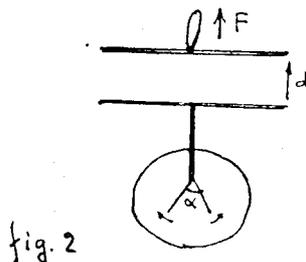
- La "cantidad de fluido eléctrico", medida por la luminosidad y volumen de la descarga, depende del tamaño de las botellas si todas ellas se han electrizado con la misma máquina.

A final de siglo, Coulomb determina con precisión la ley de interacción electrostática, formalmente análoga a la interacción gravitatoria.

En el siglo XIX el concepto de potencial va a ser replanteado desde dos perspectivas, inicialmente inconexas:

Perspectiva electrostática: Establecido el paralelismo formal entre las interacciones gravitatoria y electrostática, resulta adecuado introducir una "función de fuerzas" análoga a la utilizada por Laplace en el campo gravitatorio. Poisson (1812) y más tarde, Green y Gauss utilizan la función  $V(x,y,z)$  que satisface la ecuación  $\nabla^2 V(x,y,z) = -Q/E$  que una vez resuelta y determinado  $V$ , hace posible el cálculo de  $\vec{E}$ :  $\vec{E} = -\nabla V$ .  $v$  se define antes de que se estableciera el principio de conservación de la energía y sin ninguna conexión con ella.

El estudio del comportamiento de su electrómetro condensador, sugirió a Volta el concepto de "tensión", figura 2.



Observó que al aumentar la distancia  $d$  entre las armaduras, hay que aplicar una fuerza  $F$ , y crece la indicación  $\alpha$  del electroscopio. Inversamente, al acercar las placas, disminuye  $\alpha$  y  $F$  cambia de signo.

Volta interpretó este fenómeno, como un proceso de extensión o contracción de invisibles hilos elásticos que llenaban el campo y conectaban las placas, introduciendo la magnitud "tensión".

Perspectiva electrodinámica: En el segundo tercio del siglo XIX se abordó el estudio de las corrientes permanentes. Así como el estudio de Laplace sobre el campo gravitatorio sirvió de guía a los teóricos del campo electrostático, las ideas de Fourier sobre la conducción del calor ( $\frac{dQ}{dt} = k S \nabla T$ ) van a inspirar a los investigadores del proceso de transmisión del fluido eléctrico.

En 1825/27, Ohm estudia el comportamiento de un conductor filiforme conectado entre los bordes de un conjunto de  $n$  pilas en serie. Supone que el gradiente térmico de temperatura  $\nabla T$  es análogo a una magnitud aditiva  $\mathcal{E}$ , "fuerza electroscópica" de la pila -actualmente f.e.m. y verifica la ecuación  $I = n\mathcal{E} / (nr + R)$ .

En principio  $\mathcal{E}$  no tiene ninguna conexión con los anteriores conceptos de  $V$  ni significación energética.

A mediados de siglo, establecida ya la existencia de diversas clases de energía, sus transformaciones y su conservación, Kirchhoff, genial discípulo de Ohm, detecta, con un electroscopio, la diferencia de potencial,  $V_1 - V_2$ , entre los bornes de una resistencia  $R$  por la que circula una corriente de intensidad  $I$  y en la que, según las medidas de Joule, se está disipando una energía  $I^2 R$ .

Sus reflexiones le llevan a la equivalencia energética de las anteriores versiones: "grado de electrificación", "función de fuerza", "potencial", "tensión" y "fuerza electroscópica", y formula las igualdades:

$$\mathcal{P} = I (V_1 - V_2) \quad I = (V_1 - V_2)/R \quad \mathcal{E}I = \mathcal{Q}_t$$

Para Kirchhoff los generadores poseen una f.e.m. que no llega a analizar como una circulación  $\int \vec{E}_m \cdot d\vec{l}$  de la componente irrotacional  $\vec{E}_m$  de  $\vec{E}$ .

Finalmente, Maxwell (1873), en su teoría electromagnética, formula la expresión completa de  $\vec{E}$ .

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= -\delta B / \delta t \\ \vec{B} &= \text{rot } \vec{A} \end{aligned} \right\} \text{rot} \left[ \vec{E} + \frac{\delta \vec{A}}{\delta t} \right] = 0 : \vec{E} + \frac{\delta \vec{A}}{\delta t} = \nabla V$$

distinguiendo los dos potenciales y las dos componentes de  $\vec{E}$

$$\vec{E} = -\left( \nabla V + \frac{\delta \vec{A}}{\delta t} \right) : \vec{E}_e = -\nabla V \quad \vec{E}_m = -\frac{\delta \vec{A}}{\delta t}$$

#### 4.- Conclusiones

1. La existencia de campos eléctricos rotacionales pone restricciones a la utilización de  $V$ .

2. La distribución de la energía en el medio  $\rho = \frac{1}{2} (\epsilon E^2 + B^2 / \mu)$ , las propiedades macroscópicas de los medios dieléctricos y magnéticos (expresadas por  $\vec{P}$  y  $\vec{M}$ ), los fenómenos de propagación de ondas electromagnéticas, los procesos que estas experimentan en las fronteras..., y la pluralidad de los fenómenos electromagnético macroscópicos, se explican en función de  $\vec{E}$  y de  $\vec{B}$  y sus relaciones de variación en el espacio-tiempo y con las cargas, explicitadas por las ecuaciones de Maxwell y Lorentz, ello confiere a  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  su carácter universal mientras que  $V$  y  $\vec{A}$  aparecen como funciones auxiliares útiles en determinadas ocasiones, y por tanto, de validez explicativa particular.

3. El campo queda caracterizado por la fuerza que ejerce sobre una carga situada en él,  $\vec{F} = q (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$ , dos campos son físicamente idénticos si en todo punto son iguales sus intensidades  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$ . Ello no implica la unicidad de los potenciales ya que las intensidades  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  que derivan del par  $V$  y  $\vec{A}$ , son las mismas que se obtienen de otro par  $V'$  y  $\vec{A}'$ :  
 $V' = V - \frac{\delta f}{\delta t} \quad \vec{A}' = \vec{A} + \nabla f \quad \{(\vec{r}, t)\}$  es una función ordinaria cualquiera de  $\vec{r}$  y  $t$ .

4. Desde una perspectiva didáctica, nos parece adecuado la discusión de ejemplos como el propuesto, que clarifiquen las virtualidades y limitaciones de estos conceptos. Asimismo, puede resultar muy útil para la formación de este concepto en el alumno, el recorrido de la secuencia histórica de los enfoques del potencial.