

ISSN 0716-8756



INFORMACION TECNOLOGICA

REVISTA INTERNACIONAL

SEPARATA



El Faro: Símbolo de la belleza turística de La Serena - Chile

PAPEL RECICLADO



COLABORANDO CON EL MEDIO AMBIENTE

INFORMACION TECNOLOGICA

Revista Internacional Arbitrada
Indexada en Indices Internacionales

Edita:

Centro de Información Tecnológica (CIT)

Larraín Alcalde 1120 - Casilla 593

Teléfono: 56-51-213855 Fax: 56-51-215678

La Serena - Chile

EDITORIAL DEL NORTE LTDA. - BRASIL 431 - LA SERENA

DAÑOS EN VIGAS Y BARRAS DE MATERIALES COMPUESTOS. DETERMINACION DE LA CARGA ULTIMA

J. SANCHEZ, J. CAÑAS Y F. PARIS

Universidad de Sevilla, Escuela Superior de Ingenieros Industriales, ESII, Av. Reina Mercedes s/n,
41012 Sevilla - España

DAMAGE IN COMPOSITE BEAMS. DETERMINATION OF ULTIMATE STRENGTH

ABSTRACT

This paper presents a structural analysis on the performance of composite beams. Failure progression models are proposed and analyzed, starting from the general theory of laminates. The validity of the models is verified by performing a series of tests using different stacking sequences. It is concluded that the structural behavior of these composite materials is complex, due to the complex interaction between fibers and matrix of the composite.

Keywords: composites, failure models, structural analysis, ultimate strength

RESUMEN

Este artículo presenta un análisis estructural del comportamiento de barras de materiales compuestos. Se proponen y analizan modelos de progresión de daño, partiendo de la teoría general sobre laminados. La validez de los modelos es verificada a través de una serie de ensayos utilizando diferentes secuencias de apilado. Se concluye que el comportamiento estructural de estos materiales compuestos es complejo, debido a la compleja interacción entre fibras y matriz del material compuesto.

INTRODUCCION

El análisis de estructuras formadas por barras de material compuesto puede realizarse a partir de la teoría general de laminados (Agarwall y Broutman, 1980) (Vinson y Sierakowski, 1986) (Whitney, 1987) mediante la introducción de hipótesis simplificativas acordes con la geometría peculiar del elemento estructural considerado.

Las ecuaciones de gobierno del elemento estructural, equilibrio, compatibilidad y comportamiento pueden ser combinadas en orden a la obtención de la matriz de rigidez elemental del elemento estructural. A partir de ella, se puede realizar un montaje análogo al que se realiza en cálculo matricial en orden a obtener la relación $E=K \underline{u}$ de la cual se puede obtener el campo de desplazamientos y a partir de él los esfuerzos internos y tensiones.

Una vez determinado el estado tensional para la carga considerada, se emplea un criterio de fallo de lámina determinándose así el umbral de rotura de la primera lámina (RUL). El fallo de la lámina es modelado como una degradación de propiedades realizándose posteriormente un nuevo análisis tensional. El proceso se repite hasta la rotura final (RUL).

TEORIA GENERAL DE VIGAS DE MATERIAL COMPUESTO

Hipótesis adoptadas:

- Las dimensiones que definen la sección transversal del elemento son pequeñas en comparación a la longitud.
- Se admite que la sección permanece plana después de la deformación.
- Desplazamientos y rotaciones pequeñas.
- No existe deslizamiento relativo entre las láminas.
- Las cargas actúan en el plano del elemento y se admite que actúan de forma estática o cuasiestática creciendo proporcionalmente hasta la carga última.
- Solo se considera deformación normal a la sección transversal y tensión tangencial en el plano de la sección, variando esta última de forma parabólica.

Ecuaciones de equilibrio:

Supondremos un estado de cargas linealmente repartido a lo largo de toda la longitud del

elemento estructural (L) y actuando en dirección de la barra y/o perpendicular a ella: Se tomarán como magnitudes estáticas internas los esfuerzos internos en el extremo i. Los esfuerzos en el extremo j se pueden obtener por aplicación de las ecuaciones de la estática.

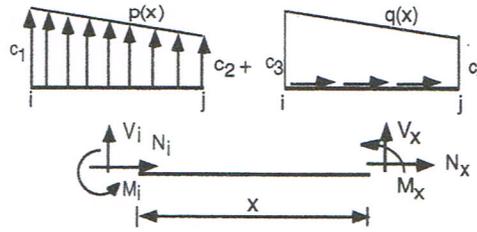


Fig. 1.- Estado de cargas y definición de esfuerzos internos.

$$N_j = -N_i - \frac{L}{2}(c_3 + c_4)$$

$$V_j = -V_i - \frac{L}{2}(c_1 + c_2) \quad (1)$$

$$M_j = -M_i + V_i L + c_1 \frac{L^2}{2} + c_2 \frac{L^2}{6}$$

Estas tres ecuaciones pueden ser escritas en forma matricial:

$$Q_j = C Q_i + f \quad (2)$$

siendo Q_i/Q_j los esfuerzos internos en los extremos i/j, C la matriz de equilibrio y f el vector de cargas externas.

Ecuaciones de compatibilidad:

De acuerdo a las hipótesis adoptadas, las relaciones $\epsilon-u$ se reducen a:

$$\epsilon_x^0(x) = \frac{\partial u_0}{\partial x} \quad ; \quad k_x^0 = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}$$

$$\epsilon_x = \epsilon_x^0 + z k_x^0 \quad (3)$$

siendo k_x^0 la curvatura, ϵ_x^0 la deformación normal, u_0 , w_0 los desplazamientos indicados en la figura 2 y z la coordenada en dirección del espesor del laminado.

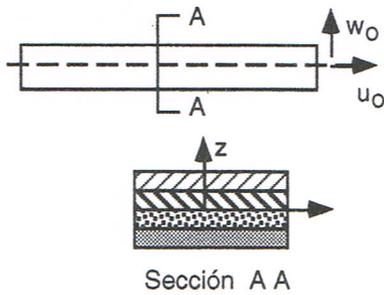


Fig. 2.- Definición de desplazamientos

Ley de comportamiento:

La ley de comportamiento del laminado, se obtiene a partir de la ecuación de comportamiento de una lámina en los ejes principales del material (ejes de ortotropía 1,2).

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (4)$$

donde:

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{1 - \gamma_{12}\gamma_{21}} \quad ; \quad Q_{22} = \frac{E_{22}}{1 - \gamma_{12}\gamma_{21}}$$

$$Q_{12} = \frac{\gamma_{12} E_{22}}{1 - \gamma_{12}\gamma_{21}} \quad ; \quad Q_{66} = G_{12}$$

La ecuación anterior puede ser también escrita en ejes geométricos (x,y)

$$\underline{\sigma}^{xy} = \underline{Q}^{xy} \underline{\epsilon}^{xy} \quad (5)$$

Si la lámina ocupa la posición k dentro del laminado y dista z de la línea media, la ecuación de comportamiento de acuerdo a las hipótesis adoptadas es:

$$\sigma_x^k = Q_{11}^{xy;k} \epsilon_x = Q_{11}^{xy;k} (\epsilon_x^0 + z k_x^0)$$

$$Q_{11}^{xy;k} = Q_{11} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta$$

siendo θ el ángulo que forman las fibras de la lámina k con el eje x. Los esfuerzos internos N_x y M_x (axil y flector) en una sección de la barra se calculan como la resultante de las tensiones:

$$N_x = b \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dz = A_{11} \epsilon_x^0 - D_{11} k_x^0$$

$$M_x = b \int_{-h/2}^{h/2} -\sigma_x z dz = -B_{11} \epsilon_x^0 - D_{11} k_x^0$$

donde:

$$A_{11} = b \sum_{k=1}^n Q_{11}^{xy;k} (z_k - z_{k-1})$$

$$B_{11} = \frac{b}{2} \sum_{k=1}^n Q_{11}^{xy;k} (z_k^2 - z_{k-1}^2)$$

$$D_{11} = \frac{b}{3} \sum_{k=1}^n Q_{11}^{xy;k} (z_k^3 - z_{k-1}^3)$$

Las ecuaciones anteriores pueden expresarse en forma matricial:

$$\begin{pmatrix} N_x \\ M_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & B_{11} \\ -B_{11} & -D_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x^0 \\ k_x^0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Matriz de rigidez:

El conjunto de ecuaciones (2), (3) y (6) constituyen las ecuaciones de campo de la barra. Integrando y combinando adecuadamente estas ecuaciones, se pueden expresar los esfuerzos internos en función de los desplazamientos en los extremos de la barra.

$$E = \underline{k} \underline{u} + \underline{P}_{emp} \quad (7)$$

donde E es el vector de esfuerzos internos en los extremos de la barra, \underline{P}_{emp} el vector de cargas de empotramiento y \underline{k} la matriz de rigidez local de la barra.

A partir de la matriz de rigidez local de la barra, se puede realizar un montaje similar al del cálculo matricial de estructuras de barras isótropas obteniendo la ecuación de rigidez total de la estructura, cuya solución permite obtener los desplazamientos de los nudos a partir de las cargas externas. Conocidos los desplazamientos \underline{u} de los nudos, la ecuación (7) permite obtener los esfuerzos internos en los extremos de cada barra.

A partir de ellos, la ecuación (6) permite obtener las deformaciones en las secciones consideradas y, usando (5), las tensiones.

La expresión de la matriz de rigidez local de una barra es de la forma:

$$\begin{bmatrix} \frac{A_{11}}{L} & 0 & -\frac{B_{11}}{L} & \frac{A_{11}}{L} & 0 & -\frac{B_{11}}{L} \\ 0 & \frac{-12\Delta}{A_{11}L^3} & \frac{-6\Delta}{A_{11}L^2} & 0 & \frac{12\Delta}{A_{11}L^3} & \frac{-6\Delta}{A_{11}L^2} \\ \frac{B_{11}}{L} & \frac{-6\Delta}{A_{11}L^2} & \frac{4A_{11}D_{11}-3B_{11}^2}{A_{11}L} & \frac{B_{11}}{L} & \frac{6\Delta}{A_{11}L^2} & \frac{2A_{11}D_{11}-3B_{11}^2}{A_{11}L} \\ -\frac{A_{11}}{L} & 0 & \frac{B_{11}}{L} & \frac{A_{11}}{L} & 0 & -\frac{B_{11}}{L} \\ 0 & \frac{12\Delta}{A_{11}L^3} & \frac{6\Delta}{A_{11}L^2} & 0 & \frac{-12\Delta}{A_{11}L^3} & \frac{6\Delta}{A_{11}L^2} \\ \frac{B_{11}}{L} & \frac{-6\Delta}{A_{11}L^2} & \frac{2A_{11}D_{11}-3B_{11}^2}{A_{11}L} & -\frac{B_{11}}{L} & \frac{6\Delta}{A_{11}L^2} & \frac{4A_{11}D_{11}-3B_{11}^2}{A_{11}L} \end{bmatrix}$$

siendo $\Delta = B_{11}^2 - A_{11}D_{11}$.

CRITERIO DE RESISTENCIA DE UNA LAMINA

Necesitamos definir un criterio que relacione el estado actual de tensiones con uno permitido. Este estado permitido representa a la vez el fin del comportamiento elástico lineal y la rotura.

Realizando un análisis de tensiones capa a capa y usando un criterio de rotura, puede obtenerse la rotura correspondiente a la primera lámina.

Los criterios utilizados más frecuentemente corresponden a ampliaciones de criterios similares usados para materiales isotropos. En este trabajo se han analizado cuatro criterios de rotura correspondientes a láminas unidireccionales:

- . Teoría de la máxima tensión.
- . Teoría de la máxima deformación.
- . Criterio de Tsai-Hill.
- . Criterio de Tsai-Wu.

Los resultados que se discutirán posteriormente han sido obtenidos utilizando la teoría de máxima tensión, obteniéndose, para los casos analizados, resultados similar con los otros criterios.

Este criterio establece que se producirá la fractura si alguna de las componentes tensionales sobrepasa su resistencia correspondiente; es decir, no se producirá la rotura si:

a) Estado de tracción: b) Estado de compresión:

$$\sigma_{11} < X_t \quad \left| \sigma_{11} \right| < X_c$$

$$\sigma_{22} < Y_t \quad \left| \sigma_{22} \right| < Y_c$$

$$\left| \sigma_{12} \right| < S$$

donde:

- X_t - Resistencia a tracción longitudinal.
- X_c - Resistencia a compresión longitudinal.
- Y_t - Resistencia a tracción transversal.
- Y_c - Resistencia a compresión transversal.
- S - Resistencia a cortadura.

Habitualmente, el cálculo de tensiones no se realizará en el sistema principal del material, sino en un sistema de coordenadas general para todas las capas del laminado. Por ello, el criterio de rotura se establece para unas direcciones arbitrarias:

$$\sigma_x < X_t / \cos^2 \theta \quad \text{ó} \quad \sigma_x < X_c / \cos^2 \theta$$

$$\sigma_x < Y_t / \sin^2 \theta \quad \text{ó} \quad \sigma_x < Y_c / \sin^2 \theta$$

$$\left| \sigma_x \sin \theta \cos \theta \right| < S$$

RESISTENCIA ULTIMA DEL LAMINADO

La predicción de la rotura de la primera lámina (RPL) de un laminado se realiza a partir del estado tensional calculado y aplicando un criterio de rotura determinado. Ahora bien, si las cargas aplicadas sobrepasan la RPL, el laminado podrá o no soportar la carga adicional.

La resistencia última de un laminado (RUL) dependerá de cada estado de carga y se determina analizando el comportamiento de cada lámina hasta que no quede ninguna resistiendo. De esta forma, aunque una lámina falle, puede seguir aportando algo de resistencia al conjunto y, de cualquier modo, las láminas restantes siguen resistiendo.

Vamos a analizar, a continuación, la capacidad de soportar la carga post-RPL de una barra de laminado cualquiera sometida a una carga monótona creciente. Para ello, será necesario proponer una serie de modelos de daño del laminado. Dichos modelos para compuestos laminados de fibras continuas tratan cada lámina compuesta (fibra y matriz) como un único material homogéneo con un tipo de comportamiento antes

de alcanzar el umbral de fallo y con otro comportamiento distinto después de dicho límite.

El uso de un modelo de daño consiste en la ampliación de la teoría general de laminados a la rotura final de la estructura. Es decir, tras realizar un modelado del daño (disminución de propiedades en la lámina que falló) causado por el fallo de alguna lámina, se puede volver a analizar la estructura degradada y realizar un nuevo análisis convencional de tensiones. Con este nuevo estado de tensiones se puede aplicar nuevamente el criterio de fallo y predecir la siguiente lámina de la estructura que alcanzará el fallo y continuar así hasta alcanzar el fallo total (RUL).

Para corroborar los diferentes modelos propuestos se ha ensayado una serie de ejemplos simples cuyos resultados son analizados en el apartado siguiente. La propuesta de los distintos modelos se ha realizado basándose, fundamentalmente, en la comparación de los resultados experimentales con los resultados teóricos que se generaban al aplicar cada modelo. Así, tras analizar los dos primeros modelos (1 y 2), enunciados por Tsai (1988), hemos propuesto en este trabajo otros tres (Sánchez, 1993), con los que se pretende solventar las deficiencias encontradas en los anteriores. Estos cinco modelos se han denominado:

- 1) Modelo de eliminación de láminas
- 2) Modelo de degradación de la matriz
- 3) Modelo de degradaciones parciales sucesivas
- 4) Modelo de degradación y eliminación
- 5) Modelo de degradación de matriz y fibras

Es con este último modelo con el que mejores resultados se han obtenido. En él, se considera que cuando se sobrepasa el umbral de la rotura de la primera lámina (RPL) comienzan a aparecer fisuras en dirección paralela a las fibras propagándose en el interior de la matriz y en la interfase fibra matriz. Este primer fallo de una lámina produce una disminución de las propiedades que vienen gobernadas de forma fundamental por la matriz (E_{22} , G_{12} y ν_{21}).

Ahora bien, cuando se produce el segundo fallo, este no solo afecta a la matriz sino que también se produce un deterioro de las propiedades de las fibras. Dicho daño en las fibras puede considerarse como una reducción del módulo de Young longitudinal E_{11} y del módulo de Poisson ν_{12} .

De esta forma se originaría un nuevo laminado en el que una lámina que ha fallado n veces tiene las siguientes propiedades:

$$E_{11} = R^{n-1} E_{11}^0 ; \nu_{12} = R^{n-1} \nu_{12}^0$$

$$E_{22} = R^n E_{22}^0 ; G_{12} = R^n G_{12}^0 ; \nu_{21} = R^n \nu_{21}^0$$

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} = \frac{R^{n-1} E_{11}^0}{1 - R^{2n-1} \nu_{12}^0 \nu_{21}^0}$$

$$Q_{22} = \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} = \frac{R^n E_{22}^0}{1 - R^{2n-1} \nu_{12}^0 \nu_{21}^0}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12} E_{22}}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} = \frac{R^{2n-1} \nu_{12}^0 E_{22}^0}{1 - R^{2n-1} \nu_{12}^0 \nu_{21}^0}$$

$$Q_{66} = G_{12} = R^n G_{12}^0$$

donde el superíndice 0 indica que son propiedades originales y R es el factor de degradación.

El fallo último del laminado, para este modelo, se producirá cuando, tras haber fallado todas las láminas de una barra, se produce un nuevo fallo de alguna de ellas.

ANÁLISIS EXPERIMENTAL

Con el fin de comprobar la validez de los diferentes modelos de progresión del daño propuestos se ha realizado una serie de ensayos simples utilizando probetas de un material grafito/epoxy fabricados por HTC (High Technology Composites) de denominación AS-4/3501-6 con secuencias de apilado $[0]_8 [(0/90)_2]_s$ y $[45/0/-45/90_2]_s$. Las propiedades de rigidez y resistencia fueron obtenidas experimentalmente a partir de laminados unidireccionales.

El primer ensayo realizado fue el de tracción. En la tabla 1 pueden apreciarse los resultados experimentales comparados con los obtenidos utilizando los diferentes modelos. Como puede observarse, en el caso de laminado unidireccional el resultado coincide con el esperado dado que el fallo del laminado es el de la lámina. Para las

restantes secuencias de apilado, se observa que los resultados son satisfactorios para el modelo de degradación de matriz y fibra (Modelo 5) utilizando un factor de degradación $R=0.5$.

Tabla 1.- Resultados del ensayo de tracción.

	[0]s	[(0/90)2]s	[45/0/-45/90]s
Experimental	2350	1230	730
(1)	2350	1176	588
(2)	R=0.3	2350	1207
	R=0.5	2350	1229
(3)	R=0.3	2350	1207
(4)	R=0.3	2350	1207
	R=0.5	2350	1229
(5)	R=0.3	2350	1207
	R=0.5	2350	1229



Posteriormente se ha realizado un ensayo de flexión con viga biarticulada. Para ello se construyó el dispositivo mostrado en la figura 3.

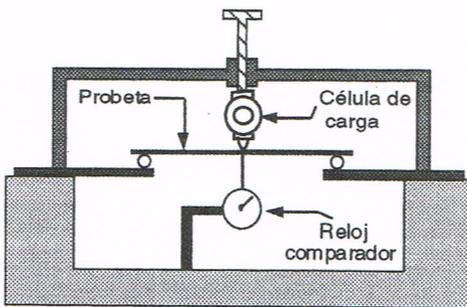


Fig. 3.- Dispositivo para ensayo de flexión

Los resultados experimentales, junto con los que se predicen con los diferentes modelos se suman en la tabla 2 para las tres secuencias de apilado utilizadas.

Nuevamente, se aprecia que el modelo de degradación de fibra y matriz con un factor $R=0.5$ es el que conduce a mejores resultados.

La evolución de la flecha con la carga para una de las secuencias analizadas usando el modelo 5 con diferentes factores de degradación, se muestra en la figura 4.

Tabla 2.- Resultados del ensayo de flexión.

	[0]s	[(0/90)2]s	[45/0/-45/90]s
Experimental	20,7	14,1	8,3
(1)	18,8	13,0	7,3
(2)	R=0.3	18,9	13,2
	R=0.5	18,8	13,3
(3)	R=0.3	74,6	69
(4)	R=0.3	18,9	13,2
	R=0.5	18,8	13,3
(5)	R=0.3	19,5	13,2
	R=0.5	21,6	15,2

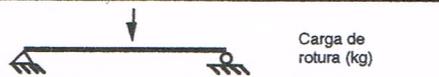
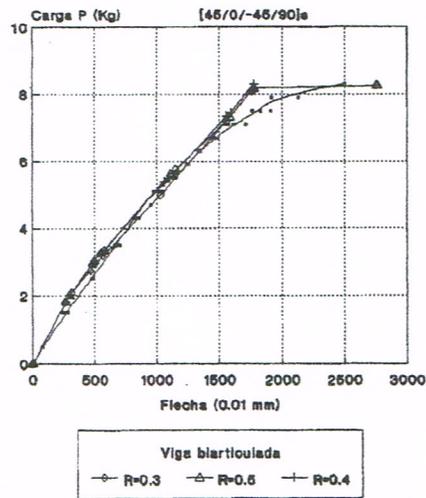



Fig. 4.- Ensayo de flexión. [45/0/-45/90]s

Como puede observarse el acuerdo encontrado entre los ensayos experimentales y los resultados teóricos es satisfactorio.

CONCLUSIONES

Observando los buenos resultados obtenidos en los casos ensayados, se podría utilizar el análisis desarrollado en este trabajo para predecir el comportamiento de barras de material compuesto laminado. Por otro lado, los modelos de progresión del daño propuestos pueden utilizarse para predecir el comportamiento post-RPL y la carga última.

Como conclusión de este trabajo, puede decirse que la predicción de la resistencia de un material compuesto sometido a cargas combinadas es arriesgado. Los criterios de resistencia no pueden ser asociados a algunos principios fundamentales de comportamiento ya que los materiales compuestos tienen un amplio rango de comportamiento que depende de la interacción entre fibra y matriz dando lugar a distintos modos de fallo que actúan interactiva y simultáneamente.

En este trabajo, se ha intentado modelar el comportamiento de estos materiales comprobándose que el modelo denominado de degradación de matriz y fibra, utilizando un factor de degradación $R=0.5$, es el que más se aproxima a la realidad en los ensayos realizados.

En un trabajo posterior (Sánchez, 1993) se ha desarrollado una formulación en segundo orden que permite resolver casos en los que, debido a la esbeltez de las probetas junto a determinadas condiciones de apoyo, como el caso de una barra biempotrada, estos fenómenos tienen importante relevancia.

REFERENCIAS

Agarwall B. D. y Broutman L. J., Analysis and performance of fiber composites. John Wiley & Sons (1980).

Sánchez J., Modelado del daño en estructuras porticadas de material compuesto. Escuela Superior de Ingenieros Industriales de Sevilla (1993).

Tsai S.W., Composites Design. Think Composites (1988).

Vinson J.R. y Sierakowski R.L., The Behavior of Structures Composed of Composite Materials. Martinus Nijhoff Publishers (1986).

Whitney J.M.: Structural Analysis of Laminated Anisotropic Plates. Technomic Publishing Company (1987).