

# UTILIZACIÓN DEL MODELO DE GOMPERTZ EN FORMA DIFERENCIAL PARA LA MODELIZACIÓN DE LA EMERGENCIA DE MALAS HIERBAS

Izquierdo F.<sup>1\*</sup>, Prats C.<sup>2</sup>, López D.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Dept. d'Enginyeria Agroalimentària i Biotecnologia, Escola Superior d'Agricultura de Barcelona, Universitat Politècnica de Catalunya, C/ Esteve Terradas 8, 08860 Castelldefels, España.

<sup>2</sup>Dept. Física i Enginyeria Nuclear, Escola Superior d'Agricultura de Barcelona, Universitat Politècnica de Catalunya, C/ Esteve Terradas 8, 08860 Castelldefels, España.

\*jordi.izquierdo@upc.edu

**Resumen:** Los modelos empíricos que se utilizan para describir y predecir las emergencias de las malas hierbas basados en temperatura y humedad del suelo presentan dos puntos débiles: la ambigüedad que supone tomar como instante inicial de acumulación de grados termales o hidrotermales el día del laboreo y la necesidad de su validación posterior. La utilización de estos modelos en su forma diferencial haría innecesario establecer un día concreto de inicio de la acumulación de grados y podría aportar predicciones sin necesidad de validaciones. Para comprobar estas hipótesis, la ecuación de Gompertz, uno de los modelos más utilizados para describir emergencias, se ha aplicado en su forma diferencial a 35 conjuntos de datos de malas hierbas de diferentes localidades. El ajuste obtenido reproduce de forma satisfactoria la dinámica de emergencias observada en el campo y permite determinar con precisión el momento de aplicación de una medida de control.

**Palabras clave:** Predicción, semillas, modelo matemático, control de malas hierbas.

**Summary:** *The use of the Gompertz model in its differential form for weed emergence modelling.* The Gompertz model, in its differential form, is used for weed emergence modelling. Empirical models that are used to describe the emergence patterns of weeds based on temperature and soil moisture have two weaknesses: the uncertainty of when to start counting and the need for validation. The use of these models in their differential form avoids setting up an ambiguous starting date and also avoids model validation. In order to check these hypotheses, the Gompertz equation, one of the models used most frequently for

weed emergence, was verified in 35 data sets of weed species emergence from different areas within the Iberian Peninsula. In all cases, the emergence pattern and forecast for ideal weed control timing was sufficiently accurate.

**Keywords:** Prediction, seed, mathematical model, weed control.

## INTRODUCCIÓN

En diversos trabajos se han utilizado modelos empíricos en forma integral para describir el patrón de emergencias de malas hierbas con finalidades predictivas (Grundy, 2003; García et al., 2013). En estos trabajos, la variable tiempo  $t$  del modelo corresponde a los grados hidrotérmicos acumulados ( $HTT$ ) en el suelo por las semillas de las especies. Modelos tales como Gompertz o Weibull, entre otros, se han ajustado a las emergencias observadas en campo de diferentes especies con resultados bastante satisfactorios (Izquierdo et al., 2013; Royo-Esnal et al., 2015). A pesar de ello, existen dos problemas aún no resueltos; el primero es el requerimiento de una validación específica para cada modelo y para cada situación geográfica, lo cual requiere unos estudios adicionales, y el segundo es que hay una cierta ambigüedad cuando se toma como instante de inicio de la acumulación de grados hidrotérmicos el momento del laboreo del campo. La utilización de estos modelos en su forma diferencial permitiría ajustar los parámetros de los modelos sin necesidad de validación previa y sin necesidad de definir un instante inicial.

En dinámica de poblaciones se define como velocidad específica de crecimiento a

$$\mu = \frac{1}{P} \frac{dP}{dt} \quad (1)$$

siendo  $P$  la población y  $t$  el tiempo. Si  $\mu$  es constante obtenemos un crecimiento exponencial.

Si tomamos como modelo de emergencia el de Gompertz, la velocidad específica de crecimiento disminuye exponencialmente a lo largo del tiempo:

$$\frac{d\mu}{dt} = -a\mu \quad (2)$$

$$\mu = \mu_m e^{-at} \quad (3)$$

Donde  $\mu_m$  es una constante del modelo que corresponde a la velocidad máxima.

A partir de estas consideraciones integrando la ecuación (1), utilizando la ecuación (3) podemos expresar el modelo de Gompertz en su forma integral.

$$P = K e^{-\ln \frac{K}{P_0}} e^{-a t} \quad (4)$$

Y diferenciando podemos expresarla en su forma diferencial.

$$\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = -\mu_m \ln P + \mu_m \ln K \quad (5)$$

donde  $K$  es la capacidad de campo, la máxima población que se puede alcanzar.

El objetivo del presente trabajo es comprobar la validez de la metodología propuesta, aplicando un ajuste diferencial de Gompertz a un conjunto de medidas experimentales de emergencia de malas hierbas en cereal con la finalidad de observar si se continúa obteniendo un buen ajuste sin necesidad de validar los datos ni considerar el momento inicial.

## MATERIAL Y MÉTODOS

La metodología propuesta se ha comprobado en 35 series de datos de emergencias de malas hierbas en cereal en función de los grados hidrotérmicos acumulados, con un mínimo de 20 puntos experimentales por serie, procedentes de diferentes ubicaciones de la Península Ibérica y algunos ya publicados en revistas científicas (Dorado et al., 2009; Izquierdo et al., 2009; 2013).

Para realizar el ajuste se realiza un proceso de 5 pasos (Figura 1). En primer lugar se aplica un filtro numérico para minimizar las desviaciones aleatorias propias del trabajo experimental (paso 1).



Figura 1. Procedimientos matemáticos realizados para obtener los parámetros de la cinética de Gompertz para un conjunto de datos experimentales.

Debido a que el número de puntos, desde un punto de vista de cálculo, es muy pequeño no es conveniente utilizar filtros de frecuencias, por lo que se utiliza simplemente un filtro elemental de tres puntos (ecuación 6):

$$\bar{P}_i = \frac{P_{(i-1)} \frac{t_i - t_{(i-1)}}{t_{(i+1)} - t_{(i-1)}} + P_i + P_{(i+1)} \frac{t_{(i+1)} - t_i}{t_{(i+1)} - t_{(i-1)}}}{2} \quad (6)$$

Donde  $\bar{P}_i$  es el valor correspondiente a la emergencia para el punto  $t_i$  obtenido mediante un filtro numérico para minimizar el efecto de las oscilaciones aleatorias y errores experimentales, para el que se consideran los puntos anterior (i-1) y posterior (i+1), y  $t$  son los grados hidrotérmicos acumulados.

Se calcula la derivada numérica como cociente de incrementos (ecuación 7, paso 2).

$$\frac{dP_i}{dt} = \frac{\bar{P}_{i+1} - \bar{P}_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad (7)$$

Se aplica un nuevo filtro numérico a los valores obtenidos (paso 3), con una expresión equivalente a la ecuación 6 pero utilizando los valores de la derivada numérica para minimizar las oscilaciones de la derivada no debidas al comportamiento del sistema. Posteriormente se calcula la derivada específica de crecimiento utilizando la ecuación 1 (paso 4), y finalmente se realiza una regresión lineal para determinar los parámetros de la ecuación 5 (paso 5).

El procedimiento propuesto permite realizar el cálculo sobre el terreno a medida que se van realizando medidas experimentales. A partir del momento en que la variable  $t$  cumpla la condición indicada en la ecuación 8, se repiten los cálculos sucesivamente cada vez que se incorpora un nuevo valor a los resultados experimentales.

$$t \geq 600^\circ\text{C} \quad (8)$$

En el momento que se cumplan simultáneamente las condiciones de las ecuaciones 9 y 10 podemos considerar que tenemos suficiente información experimental, y el ajuste será satisfactorio.

$$t \geq t_j^\circ\text{C} \quad (9)$$

$$\frac{dP}{dt} \leq 0,03(^\circ\text{C})^{-1} \quad (10)$$

donde  $t_j$  será el tiempo hidrotérmico mínimo a considerar. Este parámetro puede tomar valores diferentes en función de la especie  $j$  estudiada.

Los criterios (8) y (10) se han deducido del análisis de los datos experimentales evaluados hasta este momento.

Los algoritmos concretos propuestos (filtro, derivada numérica) podrían ser substituidos por otros con diferentes estrategias de cálculo, siempre que se acabe obteniendo el valor de la velocidad específica de crecimiento.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para mostrar la validez de la metodología se muestran en la Figura 2 los resultados correspondientes a una de las medidas experimentales. En la Figura 2A se constata la bondad del ajuste obtenido ( $R^2=0,99$ ). En la Figura 2B se representa la velocidad específica de crecimiento obtenida, en la que se observa un buen ajuste a una exponencial decreciente ( $R^2=0,98$ ). Se comprueba que, efectivamente, la velocidad específica de crecimiento obedece la ecuación 3. Este resultado es la mejor constatación que el comportamiento del sistema está bien descrito por una función de Gompertz. En la Figura 2C se muestra el ajuste a la ecuación 5 ( $R^2=0,99$ ) a partir de la cual se obtienen los parámetros a utilizar. El comportamiento mostrado en la Figura 2 se ha observado en la mayoría de los otros resultados experimentales.

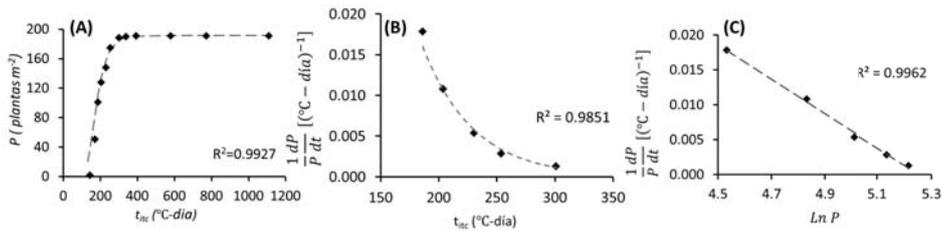


Figura 2. Dinámica de la emergencia de *Papaver rhoeas* (Igalada 07/08). (A) Datos experimentales y ajuste obtenido mediante el procedimiento descrito; (B) Velocidad específica de crecimiento de la emergencia; (C) Ajuste a la ecuación 5 para la obtención de los parámetros.

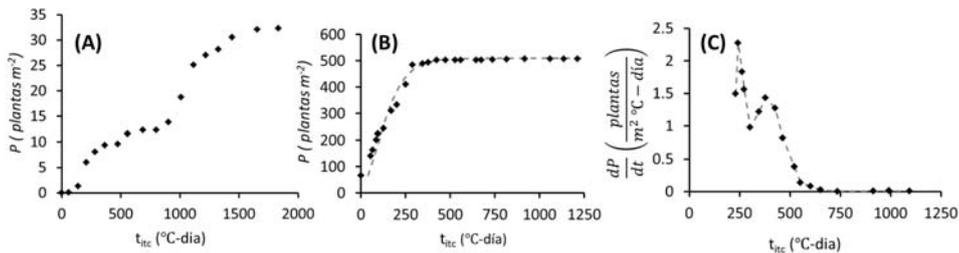


Figura 3. (A) Ejemplo de comportamiento bifásico de *Digitaria sanguinalis* (Arganda 2006). (B) *Papaver rhoeas* (El Encín 07/08). (C) Derivada temporal de la dinámica de la Figura 3B.

Hay algunos casos en los que la emergencia presenta un comportamiento bifásico (Figura 3A). Al representar los datos experimentales (Figura 3B), en ocasiones y dependiendo de la escala del gráfico, no se observa claramente la existencia de este tipo de comportamiento, pero si representamos la derivada se observa claramente su existencia (Figura 3C, derivada temporal de 3B). Si realizamos un ajuste en los casos A y B, siguiendo la metodología propuesta a partir del tiempo hidrotermal correspondiente al mínimo intermedio de la derivada, el resultado que obtenemos es satisfactorio (ver línea discontinua de Figura 3B).

El estudio del patrón de emergencias considerando el modelo de Gompertz en su forma diferencial permite llegar igualmente a conclusiones de interés práctico para la programación de los tratamientos fitosanitarios o cualquier otra medida de gestión de las malas hierbas. Es esperable que resultados similares también se obtengan si en lugar de Gompertz se utiliza la forma diferencial de los otros modelos utilizados comúnmente para describir la emergencia de las malas hierbas.

## **CONCLUSIONES**

La aplicación en forma diferencial del modelo de Gompertz para describir el patrón de emergencias de malas hierbas ha sido satisfactoria. Se comprueba que no es necesario establecer un día específico como punto inicial del cálculo ni es necesaria una validación del modelo para estimar la dinámica y determinar el mejor momento para la aplicación de una medida de control. En los casos de comportamiento bifásico, la metodología utilizada también es aplicable.

## **AGRADECIMIENTOS**

Los autores agradecen la cesión de algunas de las series de datos de emergencia utilizadas en este trabajo por parte del equipo de J. Dorado, E. Sousa e I.M. Calha, obtenidos en campos de Lisboa y Madrid.

## **BIBLIOGRAFÍA**

- DORADO J, SOUSA E, CALHA IM, GONZÁLEZ-ANDÚJAR JL & FERNÁNDEZ-QUINTANILLA C (2009) Predicting weed emergence in maize crops under two contrasting climatic conditions. *Weed Research* 49, 251-260.
- GARCÍA AL, RECASENS J, FORCELLA F, TORRA J & ROYO-ESNAL A (2013) Hydrothermal emergence model for ripgut brome (*Bromus diandrus*). *Weed Science* 61, 146-153.

- GRUNDY AC (2003) Predicting weed emergence: a review of approaches and future challenges. *Weed Research* 43, 1-11.
- IZQUIERDO J, GONZÁLEZ-ANDÚJAR JL, BASTIDA F, LEZAÚN JM & SÁNCHEZ DEL ARCO MJ (2009) A thermal time model to predict corn poppy (*Papaver rhoeas*) emergence in cereal fields. *Weed Science* 57, 660-664.
- IZQUIERDO J, BASTIDA F, LEZAÚN JM, SÁNCHEZ DEL ARCO MJ & GONZÁLEZ-ANDÚJAR JL (2013) Development and evaluation of a model for predicting *Lolium rigidum* emergence in winter cereal crops in the Mediterranean area. *Weed Research* 51, 304-309.
- ROYO-ESNAL A, NECAJEVA J, TORRA J, RECASENS J & GESCH RW (2015) Emergence of field pennycress (*Thlaspi arvense* L.): Comparison of two accessions and modelling. *Industrial Crops and Products* 66, 161-169.