

Vetter, M., Aguilar Alba, M., Mena Berrios, J.B. y Pérez Martínez, T.T. (2010): Modelización del comportamiento de variables limnológicas en relación con el cambio climático en el lago Ammersee (Alemania). En: Ojeda, J., Pita, M.F. y Vallejo, I. (Eds.), *Tecnologías de la Información Geográfica: La Información Geográfica al servicio de los ciudadanos*. Secretariado de Publicaciones de la Universidad de Sevilla. Sevilla. Pp. 1.157-1.167. ISBN: 978-84-472-1294-1

MODELIZACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE VARIABLES LIMNOLÓGICAS EN RELACIÓN CON EL CAMBIO CLIMÁTICO EN EL LAGO AMMERSEE (ALEMANIA)

Mark Vetter¹, Mónica Aguilar Alba², Juan Bta. Mena Berrios³, Teresita Tamara Pérez Martínez⁴

(1) Departamento de Geografía, Universidad de Munich, Luisenstr. 37, D-80333 München, mark.vetter@lmu.de

(2) Departamento de Geografía Física y A.G.R., Universidad de Sevilla, María de Padilla s/n, E-41004 Sevilla, malba@us.es

(3) Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Alcalá de Henares, Ap. De Correos 20, Alcalá de Henares, E-28871 Madrid, juan.mena@uah.es

(4) Estudiante, Departamento de Geografía, Universidad de Alcalá de Henares

RESUMEN

El presente trabajo utiliza diversas técnicas para interpretar y analizar el comportamiento, relación y dependencia de algunas variables limnológicas en relación con el cambio climático en el lago Ammersee en Baviera situado a 40 km al sudoeste de Múnich, en el sur de Alemania. La base de datos del lago contiene registros de diferentes variables tales como temperatura del agua, del aire, contenido en oxígeno, fósforo, nitrógeno, entre otras, tomadas desde la superficie hasta la base del lago. Estas mediciones vienen realizándose desde 1986 hasta la actualidad. Se analizan los datos mediante diferentes procedimientos estadísticos: el vector media y matrices de varianzas y correlación línea, análisis de tendencias en las temperaturas, modelización de superficies 3D y la creación de variogramas para estudiar la autocorrelación entre las variables. Las funciones obtenidas se utilizan para generar superficies 3D con los datos observados que ayudan a comprender los procesos y a estimar la posible evolución de las condiciones ecológicas del lago en el futuro. Toda esta información permitirá establecer escenarios ecológicos futuros y evaluar los posibles impactos del cambio climático.

Palabras claves: Limnología, cambio climático, modelización 3D, tendencias, escenarios.

ABSTRACT

This paper analyzes the behaviour, relationship and dependency of some limnological variables in relation to climate change in Lake Ammersee in Bavaria, 40 km southwest of Munich in southern Germany work using different techniques. The data base used is composed of records from the lake of several variables (water temperature, air, oxygen, phosphorous, nitrogen, etc.). Measures are taken from the surface to the bottom of the lake (83 m) from 1986 up to the present. The techniques are, using it to analyze the vector mean and variance and correlation matrices line, the analysis of trends in temperature, 3D surface modelling and the creation of variograms to examine the autocorrelation between the variables. These functions of the process of generating 3D surfaces with the observed data can be used to better understand the relationship between variables in the lake and to estimate the possible evolution of the ecological conditions in the future. All this

information provides ecological scenarios that can be used to evaluate the impacts of climate change in the lake.

Key Words: Limnology, climate change, modelling 3D, trends, scenarios.

1. INTRODUCCIÓN

Resulta evidente que el cambio climático tiene una gran influencia sobre los ecosistemas acuáticos. El objetivo del presente trabajo es analizar la naturaleza de las modificaciones que se están produciendo provocadas por el clima sobre el lago Ammersee. La influencia térmica ejercida sobre el sistema limnológico puede detectarse a partir de mediciones directas en el lago (Vetter, 2009, Vetter y Aguilar, 2010), o utilizando los resultados obtenidos procedentes de modelos termodinámicos (Vetter, 2010). Los efectos de estos cambios sobre los ecosistemas acuáticos son aún poco conocidos, por lo que las investigaciones en este campo son aún muy necesarias para controlar su incidencia en este tipo de ecosistemas. El segundo objetivo es abordar estas cuestiones analizando, por un lado, la influencia meteorológica ejercida sobre las variables del sistema acuático y, por otro, el tipo y la magnitud de la respuesta que ocasiona en las variables limnológicas (ver figura 1).

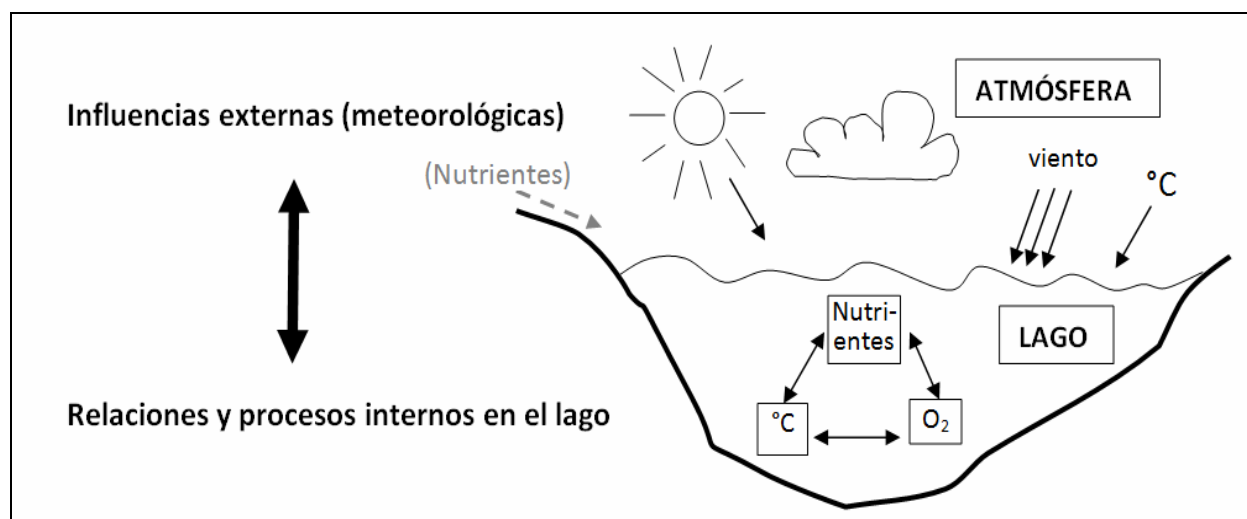


Figura 6. Relaciones e influencias del cambio climático sobre el lago

Los resultados obtenidos pueden ser utilizados, además, para estimar la evolución de las condiciones ecológicas del lago, si combinan con la información procedente de modelos climáticos tales como el regional REMO que proporciona los valores previstos en el futuro de temperatura. Toda esta información permitirá prever posibles escenarios ecológicos del lago y evaluar los impactos del cambio climático sobre el mismo.

2. ZONA DE ESTUDIO Y DATOS

El lago Ammersee se encuentra en Baviera a 40 km al sudoeste de Múnich, al sur de Alemania (ver Figura 2). El lago tiene una superficie de 46,6 km², un volumen de 1750*10⁶ m³, con una profundidad media de 37,5m y una máxima de 82m. Ofrece un gran atractivo turístico y constituye un lugar de recreo muy valorado por la población de Múnich.

Los datos meteorológicos utilizados provienen de varias estaciones cercanas al lago (Obermühlhausen, Dießen, Raisiting y Wielenbach) y de una de las más antiguas de Alemania, el observatorio de Hohenpeißenberg, que viene realizando mediciones desde 1781(Figura 2).

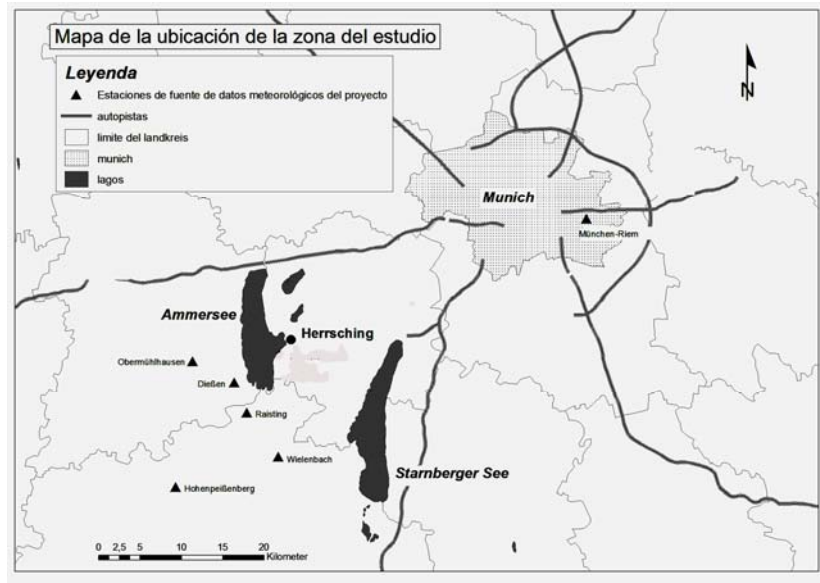


Figura 2. Zona de estudio

En los últimos años el lago Amersee ha sido objeto de investigaciones como las realizadas por el proyecto LAGO (LAGO, 2010) cuyo principal objetivo es analizar los efectos del cambio climático mediante la utilización de modelos climáticos. El estudio del balance térmico sobre la superficie del agua permitirá obtener escenarios sobre la situación ecológica del lago en el futuro. Estos estudios se han llevado a cabo utilizando también los datos obtenidos de una estación flotante en el propio lago, que mide a diferentes profundidades la temperatura del agua y otros parámetros físico-químicos tales como el oxígeno disuelto, nutrientes (fósforo y nitrógeno) y otros parámetros biológicos como la abundancia de algas. Los registros se inician en 1986 y continúan en la actualidad, tomando mediciones desde la superficie del lago hasta su base a 83 m de profundidad.

En los primeros años de la serie, la influencia antrópica sobre la cuenca hidrográfica del lago no permite utilizar los datos, al presentar importantes niveles de contaminación debidos al aportes con altos contenidos en nutrientes del río Ammer. La construcción de plantas de tratamiento de aguas residuales en la cuenca a partir de 1980 ha reducido los niveles de contaminación, y por esta razón nuestro estudio comienza en 1992 cuando se comprueba que los efectos “antrópicos” sobre río han corregido. Esta mejora en la calidad del agua puede apreciarse en la figura 3, que muestra el contenido medio de fósforo anual en todo el perfil del lago, ya que este parámetro es un indicador que permite sacar conclusiones sobre el estado trófico del lago.

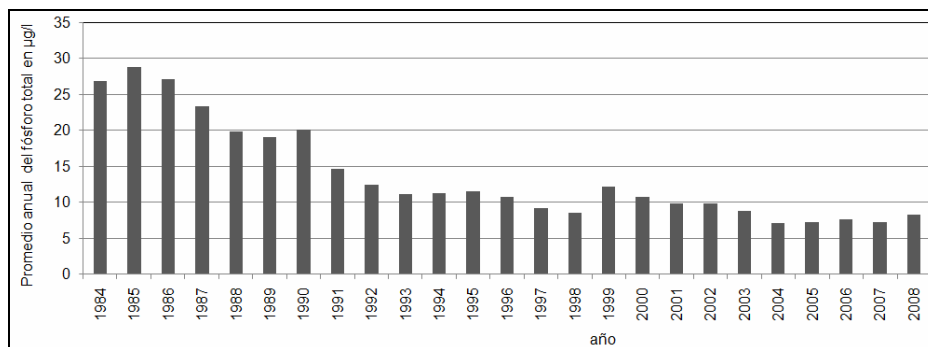


Figura 3. Nivel trófico del Lago Ammersee según los datos de contenido en fósforo

3. METODOS Y RESULTADOS

Con el fin de presentar y evaluar las posibles reacciones limnofísicas y limnoquímicas sobre el lago provocadas por el cambio climático, se utilizan técnicas de modelización estadísticas. El objeto final es la descripción del comportamiento y dependencia entre las variables analizadas, así como la detección de posibles tendencias, para lo que se han utilizado tres aproximaciones estadísticas.

3.1. Vector media y matrices de varianzas y correlación lineal.

Como es sabido, a partir de series n -dimensionales de valores observados podemos obtener una información inicial interesante construyendo el vector de medias, la matriz de varianzas y covarianzas, y la matriz de coeficientes de correlación lineal. Ello nos ha permitido adquirir un primer conocimiento sobre la dispersión y centralización de las observaciones, así como sobre las relaciones existentes entre las distintas variables que se han considerado en nuestra experimentación. Las principales variables observadas han sido las siguientes: contenido en oxígeno, estabilidad (Schmidt, 1928), contenido total en fósforo y nitrógeno, profundidad, temperatura del agua y tiempo.

3.2. Análisis de las tendencias en las temperaturas.

El aumento de la temperatura del aire y el agua en el lago Amersee sólo se constata de forma significativa en los meses de verano, por lo que nuestro estudio se centrará en este periodo. Además de este incremento de las temperaturas, que puede observarse en la figura 2, también se constata la aparición de valores extremos al final de las series, especialmente los años 2003 y 2006, con máximos de temperatura no registrados hasta entonces. La falta de correspondencia en las curvas en el máximo de 2006 tiene una explicación simple: en julio de 2006 las temperaturas del aire alcanzaron un nivel significativo superior el promedio (la anomalía fue alrededor de 1,5 hasta 2 Kelvin más que el promedio de 1960-1990 en dicho mes en la región). En el mes de agosto de 2006 la anomalía de temperatura fue alrededor de 4 Kelvin más bajo que el promedio de 1960-1990 en este mes. Como los datos de la temperatura del agua son sobre todo del mes julio, se aprecia claramente la elevada energía térmica existente en el lago en ese año. Hay que tener en cuenta que estas anomalías térmicas tienen una gran influencia sobre la ecología del lago ya que producen una alta estabilidad en la estratificación de las aguas, limitando la circulación y transporte de oxígeno hacia las zonas más profundas.

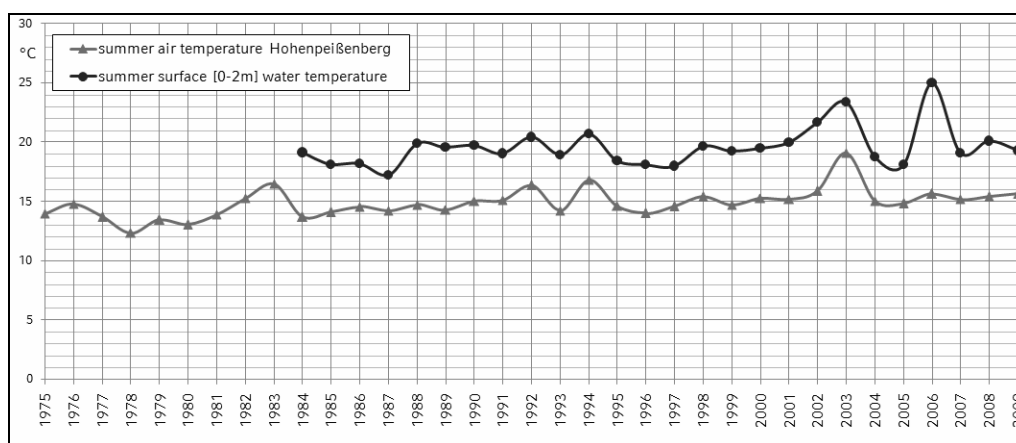


Figura 4. Temperatura del agua y del aire solo en verano (Junio, Julio y Agosto) en el Lago Ammersee entre 1975-2009

La estratificación se puede calcular según los valores de la temperatura del agua en los diferentes puntos de un perfil vertical. Se obtiene la estabilidad utilizando la ecuación de Schmidt (1928) cuyo resultado es el equivalente a la energía hipotética, medida en KJ m^{-2} , que debería entrar en el sistema para alcanzar la homotermia completa en el perfil, es decir, cuál debería ser la circulación de energía para obtener la misma temperatura a cualquier profundidad. Como se puede ver en la figura 5, la estabilidad en el año 2003 tiene el

valor más alto en todo el periodo de estudio. En 1994 también se obtuvo un valor elevado aunque la temperatura del agua no supere a los máximos posteriores, posiblemente debido a la medición de algún valor o valores aislados de la temperatura en la superficie que provocasen el desplazamiento hacia arriba del promedio correspondiente al verano. Esto se refleja en la siguiente gráfica (Figura 5) de estabilidad térmica donde los valores más altos se corresponden con los picos térmicos observados, especialmente notorios son los años 1994, 1998, 2003 y 2006.

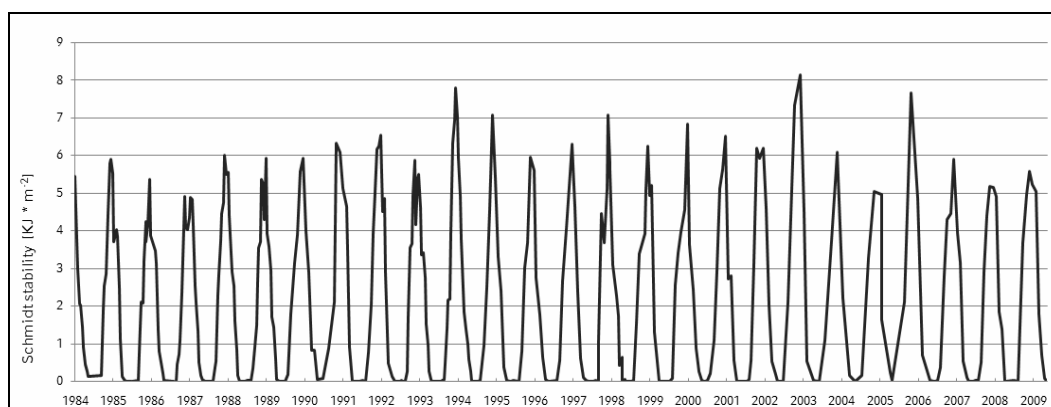


Figura 5. Estabilidad térmica en el perfil del Lago Ammersee en los diferentes años. Las líneas conectan las diferentes fechas de medición sin atender a la frecuencia de medición.

3.3. Generación de superficies 3D

El comportamiento y las relaciones existentes entre las variables del lago y las climáticas se analizan mediante técnicas estadísticas generando superficies 3D al objeto de obtener una expresiva visualización gráfica de los resultados. Las citadas superficies representan el ajuste de una variable considerada como dependiente (coordenada Z), en función de otras dos variables (X e Y) consideradas como variables independientes o parámetros. Como consecuencia podemos generar tantas superficies 3D como queramos eligiendo convenientemente según nuestros intereses la variable Z y las variables independientes X e Y.

Una vez elegidas las tres variables, el ajuste a la superficie correspondiente se construye matemáticamente atendiendo al método de *regresión múltiple* a través del principio de *Mínimos Cuadrados* (MMCC). Ello se realiza a partir del listado de datos observados correspondientes de la variable función y de las variables independientes, lo que proporciona una ecuación polinómica que constituye el modelo funcional de la variable Z como dependiente de X e Y. Para dicho modelo se ha optado por tomar grado 3, toda vez que este valor se considera suficiente para los resultados que se persiguen. Se obtiene por tanto, para cada terna seleccionada de variables, un polinomio de la forma:

$$Z = c_0 + c_1 X + c_2 Y + c_3 X^2 + c_4 XY + c_5 Y^2 + c_6 X^3 + c_7 X^2 Y + c_8 XY^2 + c_9 Y^3 \pm s_0$$

Polinomio donde los valores {c} son los coeficientes numéricos resultantes del modelo y el parámetro s_0 el error medio del ajuste.

Por otra parte, y aunque el ajuste MMCC resulta óptimo en el sentido de hacer mínima la suma de los cuadrados de los residuos (diferencias entre los valores de Z observados y ajustados), la falta de uniformidad en los números de datos correspondientes a los diferentes meses y años de las series temporales, y la posibilidad de existir valores anómalos aislados en ellas, puede motivar efectos no deseables en la superficie resultante. Para afrontar este tema se ha optado por la realización del ajuste en su forma *ponderada* y *robusta*. Como es sabido, esta técnica consiste en asignar un peso inicial a cada uno de los valores dato que

actúan como función, y realizar el ajuste reiteradamente teniendo en cuenta los valores residuales que se obtienen en cada paso. De esta manera, una vez alcanzada la estabilización del proceso se obtiene una superficie de ajuste donde unas observaciones, aquellas con mayor peso, influyen más que otras en el resultado. Como último paso, la bondad del ajuste obtenido se comprueba mediante *contraste de hipótesis* aplicando el *test de Pearson* para un intervalo de confianza del 95% (Peña, 1989).

Para la asignación de los pesos iniciales, y siendo que éste siempre es un tema delicado, se decidió adoptar la solución más simple, es decir, tomar como tal para cada observación el valor inverso de la varianza (cuadrado del error medio) que afecta al mismo. Estos errores medios se construyeron considerando el número de datos observados en cada año y el error de medición del aparato de observación, o sea, la apreciación de éste. Asimismo, y con objeto de escalar y tipificar los pesos, se tuvo en cuenta el valor medio que teóricamente correspondería al número de datos observados por año, valor obtenido como función del número total de muestras y del período en que se llevó a cabo la observación completa.

Como resultado de la indicada asignación de pesos, del modelo funcional elegido y del proceso de ajuste aplicado, se obtuvieron una serie de superficies donde puede apreciarse de forma clara el comportamiento de una variable función cuando varían otras dos consideradas como independientes. Entre tales modelos se construyeron los ajustes siguientes realizados, en su caso, para distintas épocas y diferentes profundidades: el nivel de fosfatos como función de la temperatura y de los niveles de oxígeno, el nivel de nitratos como función de las mismas variables anteriores, el nivel de fosfatos como función del tiempo y del nivel de oxígeno, el índice de estabilidad en función del tiempo y la temperatura en superficie, el nivel de oxígeno como función de la profundidad y la temperatura, etc. La Figura 4 muestra la representación gráfica de una de estas superficies.

En todos estos casos debemos recordar que los ajustes resultantes son fieles, con su error correspondiente, en el interior de la región definida por los intervalos de valores de las variables independientes, pudiéndose utilizar para obtener valores por interpolación. En cuanto al empleo de las superficies para extrapolación han de tenerse en cuenta las deformaciones de las mismas en los extremos, así como el rápido incremento de los errores en los valores estimados cuando nos alejamos de la región de ajuste. (Entre otras referencias, el lector puede encontrar información sobre los procesos aquí aplicados en Peña 1989, Mena 1997 y Mena 2008, Cap 12)

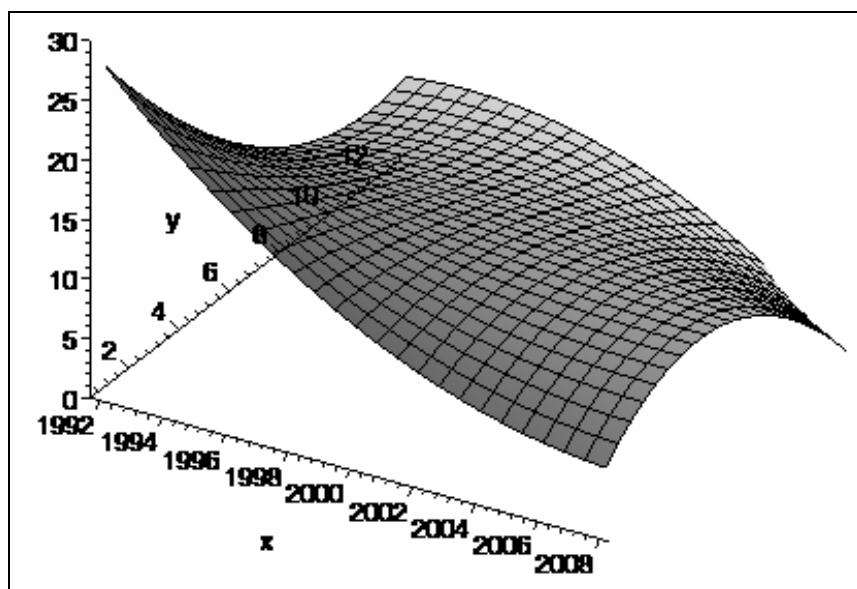


Figura 6: Relación entre tiempo, oxígeno y fosfatos para el periodo 1992-2008. Eje X: tiempo en años. Eje Y: contenido de oxígeno en mg/l. Eje Z: contenido de fosfatos en $\mu\text{g/l}$

En la Figura 6 se ve muy claramente la distribución del fosfato en relación al contenido de oxígeno durante el periodo (1992-2008) en el fondo del lago, a una profundidad de 70-80m. Esta zona tiene una importancia

especial en la ecología del lago ya que en ella se acumulan materia orgánica y nutrientes (sobre todo fosfato, disuelto o como partículas en suspensión). La figura muestra una movilización del fosfato del sedimento del lago cuando el contenido del oxígeno es bajo. El aumento de la estabilidad en la estratificación de las aguas tiene como consecuencia una menor entrada de oxígeno en las zonas más profundas del lago, hecho que ocurre con el aumento de las temperaturas. Por esta razón, aunque aún es pronto para evaluar atribuir estos cambios al a las variaciones en el clima, apunta a estar relacionado con las tendencias térmicas de los últimos años. La figura 6 pone de manifiesto la relación entre el contenido de oxígeno y fósforo, aumentando éste cuando el contenido de oxígeno es bajo. Por otro lado, se aprecia claramente la disminución del contenido en fosfatos como consecuencia de los esfuerzos por mejorar la calidad de las aguas en la cuenca hidrográfica del lago durante los últimos años.

En la siguiente figura 7 se puede apreciar con mayor claridad esta relación, al representar las mismas variables para un periodo más corto de tiempo (desde 1998 hasta 2008) y desde una perspectiva diferente. Esa funcionalidad adicional muestra las posibilidades de las superficies obtenidas por Mena Berrios. Se aprecia un aumento del contenido de fosfato en los últimos años que, aunque aún es prematuro interpretar este comportamiento como una consecuencia del cambio climático, puede estar ligado a una baja concentración del contenido de oxígeno provocado, muy posiblemente, por un aumento de la estabilidad en el lago ligada al aumento de la temperatura.

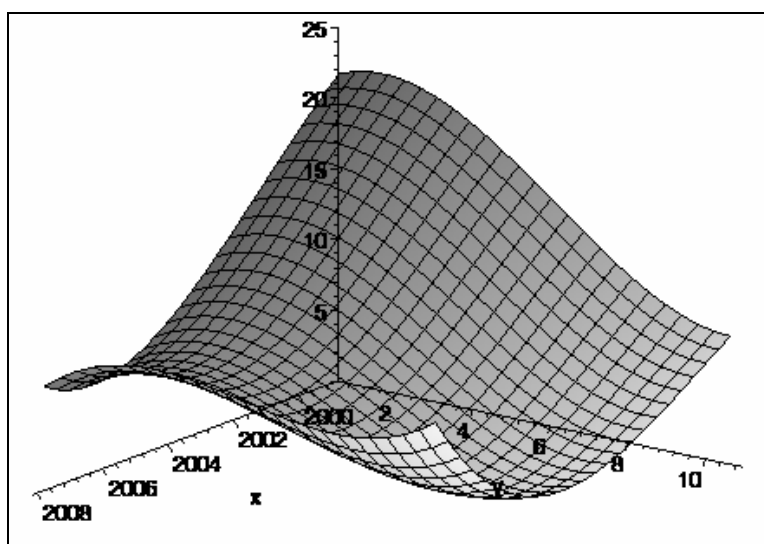


Figura 7: Relación entre tiempo, oxígeno y fósforos para el período 1998-2008. Eje X: tiempo en años. Eje Y: contenido de oxígeno en mg/l. Eje Z: contenido de fósforo total en µg/l

En la figura 8 se ve la dependencia del nitrato en la superficie de las aguas del lago en verano con la temperatura y oxígeno. Durante este periodo los valores de la temperatura del agua se sitúan en un rango entre 13° y 25° Celsius durante el periodo de estudio. Altas temperatura implica una actividad mayor en la producción primaria en el lago y, por lo tanto, un aumento de la concentración de nitrógeno. La existencia de nitrógeno también se relaciona con el contenido en oxígeno ya que la componente biótica del lago necesita oxígeno para la producción primaria. Lógicamente ésta aumenta con la abundancia de oxígeno que se produce cuando las temperaturas son elevadas. Por el contrario, bajas concentraciones de oxígeno disuelto dificultan la presencia de nitrato descendiendo la actividad biótica. Todas estas relaciones entre variables son típicas de los lagos en las zonas templadas, como el Ammersee, bajo condiciones “normales” y responden a las leyes responsables de las reacciones biológicas y abióticas en el agua. Este tipo de figura permite interpretar qué puede ocurrir si se producen cambios en el clima.

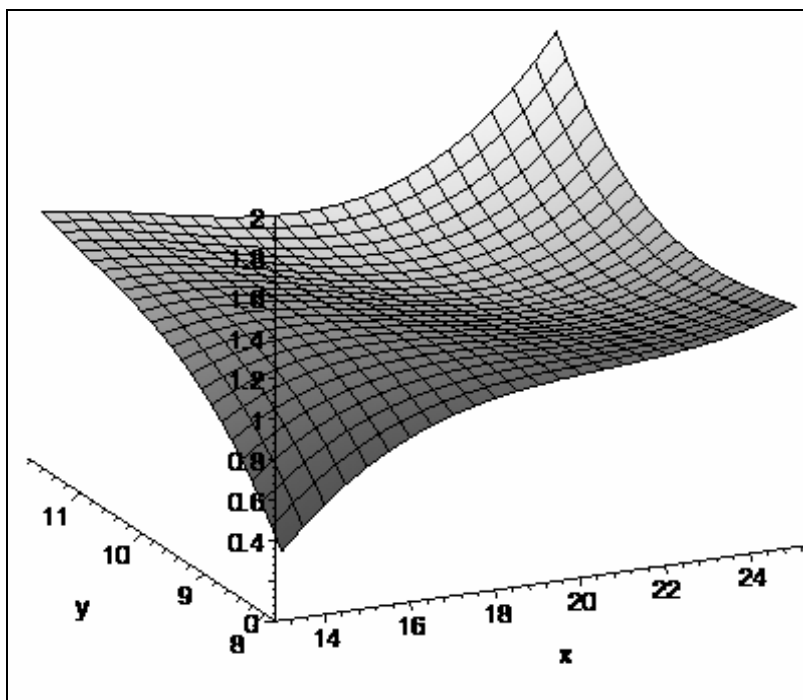


Figura 8: Relación entre temperatura, oxígeno y nitratos para el período 1992-2008. Eje X: temperatura en °C. Eje Y: contenido de oxígeno en mg/l. Eje Z: contenido de nitrato en mg/l

La última visualización de superficies (figura 9) muestra claramente cuáles pueden ser los efectos del cambio climático visualizando la relación entre las variables tiempo, temperatura y estabilidad. La estabilidad aumenta cuando las temperaturas son altas en la superficie (Schmidt, 1928), hecho que se observa con valores muy similares en todo el período.

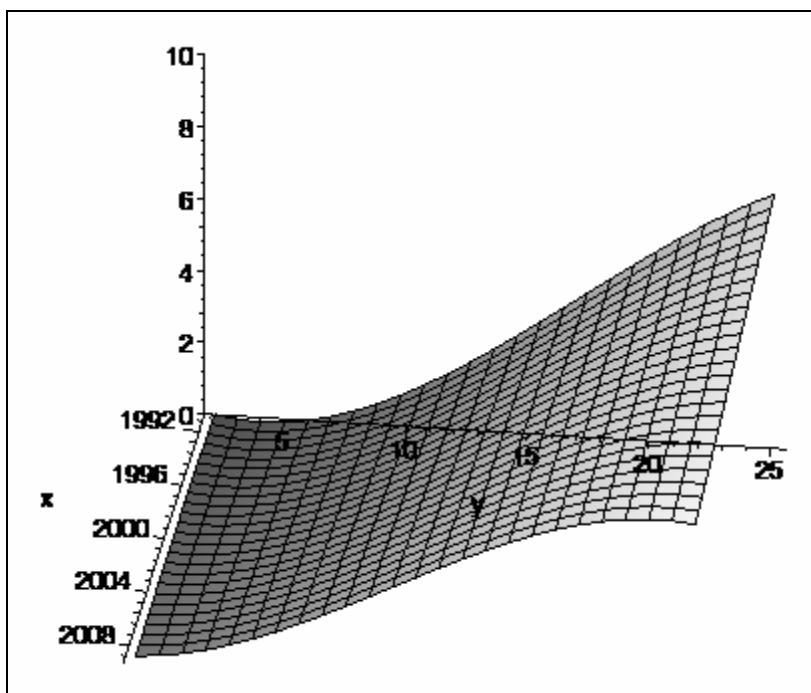


Figura 9: Relación entre tiempo, temperatura en la superficie del lago, oxígeno y nitratos para el período de 1992-2008. Eje X: tiempo en años, Eje Y: temperatura en la superficie en °C. Eje Z: Valor de estabilidad según SCHMIDT en KJ/ m².

3.4. Variogramas para el estudio de la autocorrelación espacial.

A la hora de deducir consecuencias de nuestras observaciones, y como complemento a los índices de correlación y las gráficas 3D, una herramienta de interés que hemos aplicado ha sido la construcción del *variograma* correspondiente a cada una de las series tridimensionales seleccionadas para calcular la respectiva superficie de ajuste.

Es conocido que el variograma viene a expresar la *autocorrelación espacial* existente en los valores observados de una variable que se considera como función, cuando se tiene en cuenta la *distancia* entre los puntos de toma de tales valores. En concreto, el variograma no es otra cosa que una curva plana, la cual se construye tomando como abscisas las distintas distancias, desde 0 hasta el máximo de las mismas, y en ordenadas la *variabilidad* de los correspondientes valores de la variable definida como función. Dicha variabilidad es un estimador inverso de la autocorrelación espacial, de manera que si a cierta distancia la variabilidad de los valores de la función es notable, la autocorrelación espacial será pequeña y viceversa.

Aunque la aplicación más evidente del variograma reside en el estudio de la autocorrelación espacial de altitudes (Z) como función de la distancia euclídea entre los puntos donde la altitud se ha medido (distancia calculada a partir de las coordenadas X e Y), el concepto es fácilmente trasladable a nuestro caso. Aquí la distancia se entiende de forma general como la separación entre dos puntos dados por sus valores X e Y, pudiendo ser estas coordenadas cualquier par de variables tomadas como independientes en el estudio de una función. Un ejemplo pueden ser la temperatura y el nivel de oxígeno a la hora de analizar el ajuste del nivel de fosfatos (Z). De esta manera, dos puntos son próximos cuando tanto la temperatura como el nivel de oxígeno son parecidos, y por el contrario, dos puntos son distantes si la temperatura, el nivel de oxígeno, o ambos valores, son muy diferentes.

El variograma, que tiene en cuenta todas las direcciones y donde se consideran las diferencias en los valores de Z para una serie de intervalos de la distancia entre puntos, se construye calculando los distintos valores de la siguiente función que representamos en el eje de ordenadas:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(r_i) - Z(r_i + h)]^2$$

Aquí N es el número de datos separados por una distancia h , Z el valor de la variable función, y r la posición en el espacio de cada valor observado definida por las coordenadas X e Y correspondientes. Obtenemos así una potente herramienta para saber cómo se relacionan los valores de la variable función cuando se estudian observaciones próximas, a distancias medias, o muy separadas (Clayton, 2002). Ello nos sirve como apoyo para confirmar consecuencias obtenidas mediante las superficies 3D o los coeficientes de correlación lineal. La Figura 6 muestra un ejemplo de este tipo de gráfica.

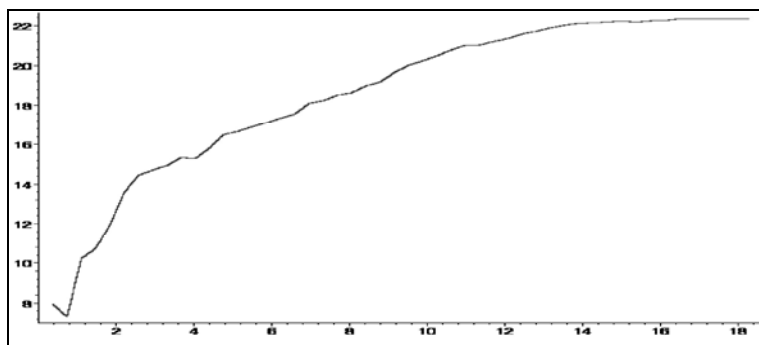


Figura 10: Variograma de la relación entre tiempo, oxígeno y fosfatos para el periodo 1992-2008

Se puede apreciar en la figura 10 la alta dependencia de los niveles de fosfatos en los valores, distancias, más bajas, más cercanas, de oxígeno. Es decir la mayor variabilidad y cambios se producen hasta concentraciones de 12 mg/l de oxígeno. A partir de este valor,

cuando se alcanza la meseta del variograma, aunque aumenten las concentraciones de oxígeno no se producen cambios en los fosfatos y deja de existir correlación entre estas variables. La aplicación de estas técnicas de análisis espacial sobre variables permite determinar la intensidad de relación y variación entre variables, así como los rangos e intervalos más significativos.

CONCLUSIONES

Los métodos empleados de visualización ayudan a interpretar la dimensión y características de las relaciones limnológicas en los sistemas acuáticos, permitiendo observar y estudiar las tendencias recientes. Los resultados obtenidos en nuestro estudio sobre el lago Ammersee analizando el fósforo y oxígeno en el tiempo en relación con las temperaturas, permiten concluir que están relacionados con los cambios que el clima está experimentando. Las concentraciones de oxígeno han variado de forma evidente especialmente en las zonas profundas del lago en las que se observa una clara disminución. Igualmente, puede apreciarse una estrecha relación entre la temperatura del agua en superficie y la estabilidad térmica en el lago. Las figuras ponen de manifiesto la relación térmica existente entre la abundancia de nitrógeno, la temperatura y el contenido en oxígeno.

Las herramientas utilizadas pueden ofrecer otras posibilidades si se generan más superficies 3D desde diferentes perspectivas o combinando otras variables. Explorar estas posibilidades y realizar un seguimiento de los cambios que se están produciendo, serán algunos de los objetivos con los que esta investigación intentará contribuir a un mejor conocimiento de los efectos del cambio climático sobre los lagos.

AGRADECIMIENTOS

Nuestro agradecimiento a la Agencia de la Gestión del Agua Weilheim en Baviera, por proporcionar la información para este estudio de forma gratuita. También mostramos nuestro agradecimiento a todos los colegas, estudiantes y becarios que ayudaron, de uno u otro modo, en las distintas etapas necesarias para que este trabajo llegase a buen término.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Clayton, V.D. (2002): *Geostatistical Reservoir Modelling*. Applied Geostatistics. Oxford University Press.

LAGO (2010): Página Web del Proyecto LAGO, <http://www.lago.geographie.uni-muenchen.de>.

Mena, J.B. (1997). *Teoría del tratamiento matemático de las mediciones experimentales*. Escuela de Geodesia del Ejército. Servicio Geográfico del Ejército. Madrid.

Mena, J.B. (2008). *Geodesia Superior*. Centro Nacional de Información Geográfica (C. N. I. G.). Instituto Geográfico Nacional (I. G. N.). Ministerio de Fomento. Madrid.

Peña, D. (1989). *Estadística. Modelos y métodos*. Alianza Universidad Textos. Universidad Carlos III. Madrid.

Vetter M.; Aguilar Alba, M. (2010): Posibles respuestas del cambio climático en el Lago Ammersee (Sur de Alemania). *Book of abstracts*. Limnología 2010, 5-9 Julio 2010 en Ponta Delgada, Acores, Portugal.

Vetter, M. (2009): Umweltveränderungen am Königssee durch den Klimawandel. Saarbrücken, 84 pp.

Vetter, M. (2010): Modelización del balance de energía en lagos mediante el modelo climático regional REMO en el contexto de un cambio climático. *Extended abstracts*. Conferencia de la Asociación ibérica de climatología. Madrid.