

Trabajo Fin de Grado  
Grado en Ingeniería de las Tecnologías  
Industriales  
Intensificación en Materiales

Diferentes modelos para la simulación del  
comportamiento mecánico del Titanio poroso

Autor: Sandra María Castillo Rivero

Tutor: Sergio Muñoz Moreno

Dep. de Ingeniería y Ciencia de los Materiales y  
del Transporte  
Ciencia de los Materiales e Ingeniería  
Metalúrgica  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2015





Trabajo de Fin de Grado  
Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales  
Intensificación en Materiales

# **Diferentes modelos para la simulación del comportamiento mecánico del Titanio poroso**

Autor:

Sandra María Castillo Rivero

Tutor:

Sergio Muñoz Moreno

Profesor Contratado Doctor

Dep. de Ingeniería y Ciencia de los Materiales y del Transporte

Ciencia de los Materiales e Ingeniería Metalúrgica

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2015



# Agradecimientos

---

A lo largo de mi etapa universitaria, muchas personas han estado a mi lado para ayudarme y darme ánimos para continuar. Por eso, quisiera dedicarles este pequeño espacio de lo que supone la terminación de una etapa.

A Yadir, por creer que era la persona idónea para llevar a cabo este trabajo, sabiendo motivarme para querer superar este reto.

A mi tutor, Sergio, por transmitirme sus conocimientos en estos meses y haber sabido ayudarme en todos los pasos necesarios para realizar este trabajo.

A mis amigos, a mi gente, que con sus risas y bromas han hecho que los momentos tristes se conviertan en auténticas carcajadas.

Por supuesto, a mi familia, que siempre ha creído en mí y en mis posibilidades, incluso cuando yo no lo hacía.

Y a ti, Serafín, que has sabido calmarme, consolarme y hacer que no tirara la toalla, ayudándome a que supere todos los retos que en el último año se me han puesto por delante.

A todos, muchísimas gracias.



<b>I.</b>	<b>INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS.....</b>	<b>9</b>
1.1.	BIOMATERIALES .....	10
1.2.	OBJETIVOS .....	15
1.3.	ESTRUCTURA DE LA MEMORIA DEL TRABAJO DE FIN DE GRADO .....	15
<b>II.</b>	<b>BASES TEÓRICAS .....</b>	<b>17</b>
2.1.	EL HUESO.....	17
2.1.1	Composición ósea.....	18
2.1.2	Estructura ósea .....	18
2.1.3	Propiedades mecánicas.....	20
2.2.	EL TITANIO.....	20
2.2.1	Propiedades mecánicas.....	21
2.2.2	Comportamiento del Titanio como implante.....	21
2.3.	MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS .....	24
2.3.1	Introducción .....	24
2.3.2	El método de los elementos finitos.....	25
2.3.3	Formulación general de los elementos.....	29
2.3.4	Características de la forma de los elementos.....	30
2.3.5	Análisis no lineal. Plastificación. ....	31
2.3.6	Resolución de ecuaciones .....	31
2.3.6.1	Procedimiento iterativo de Newton-Raphson .....	33
<b>III.</b>	<b>TRABAJO EXPERIMENTAL Y RESULTADOS .....</b>	<b>35</b>
<b>IV.</b>	<b>MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS.....</b>	<b>41</b>
4.1.	GENERACIÓN DE LA GEOMETRÍA DEL MATERIAL POROSO .....	42
4.2.	SIMULACIÓN DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DEL TITANIO POROSO .....	49
<b>V.</b>	<b>RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....</b>	<b>52</b>
<b>VI.</b>	<b>CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS .....</b>	<b>80</b>
6.1.	CONCLUSIONES.....	80
6.2.	TRABAJOS FUTUROS .....	81

VII. REFERENCIAS.....82

# I. Introducción y Objetivos

Los trastornos músculo-esqueléticos son uno de los principales problemas de salud en la actualidad (ver figura I.1), lo que supone un coste muy elevado para la sociedad. Es un hecho el deterioro de la calidad de los huesos (reducción de su resistencia) debido a la disminución de su densidad y espesor, lo cual está directamente relacionado con el envejecimiento (ver figura I.2). A esto se le debe añadir la demanda creciente de implantes y prótesis por causas como: (1) el aumento de la esperanza de vida en los países desarrollados (número de personas con más de 65 años en EUA pasará de 4.9 a 39.7 millones entre 2000 y 2010 [1]); (2) el incremento de accidentes en la población joven (los implantes y prótesis estarán sometidos a niveles de esfuerzo mayores durante más tiempo); (3) razones estéticas. En esta línea, se presenta como un reto garantizar la fiabilidad de los implantes durante su vida en servicio, ya que el elevado número de implantes bucales que fallan prematuramente (10-15% durante los primeros 10 años [2]) y de cirugías (20%) que se realizan para reemplazar los implantes que han fallado [2], muestran una necesidad evidente de continuar la investigación en metodologías que mejoren las prestaciones de implantes y prótesis en general. [3]

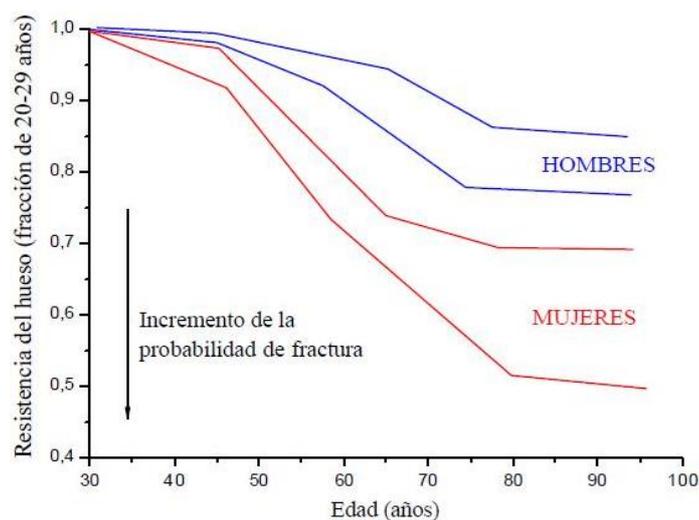


Figura I.1. Calidad del hueso en función de la edad y el sexo del ser humano.

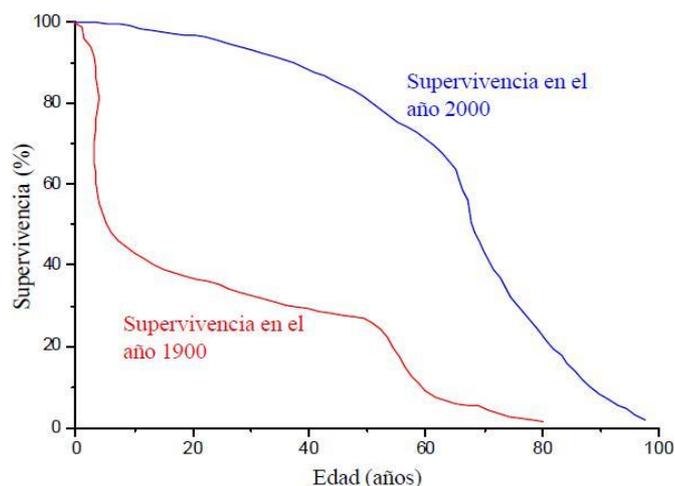


Figura I.2. Esperanza de vida y calidad de los tejidos.

## 1.1. Biomateriales

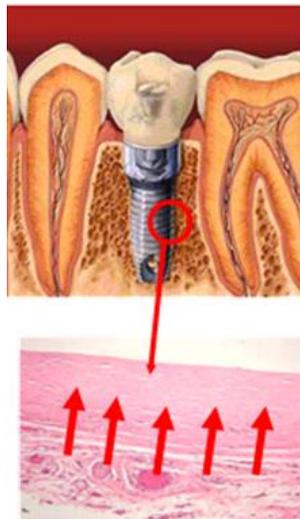
Según el diccionario de la *Real Academia Española*, un biomaterial se define como aquel “material que es tolerado por el organismo, utilizado para prótesis y otros fines”. Si se busca una definición más concreta, se puede encontrar como en la *Conferencia de Chester, Reino Unido*, en 1991 se definió un biomaterial como aquel “material del que se pretende que actúe interfacialmente con sistemas biológicos (tejidos y/o fluidos) con el fin de evaluar, tratar, aumentar o sustituir algún tejido, órgano o función del organismo. Estos materiales pueden ser vivos o no, naturales o artificiales, orgánicos o inorgánicos”.

Es ampliamente reconocido que, entre los biomateriales metálicos utilizados para el reemplazo de tejidos óseos (sistemas de fijación y osteosíntesis, prótesis ortopédicas, implantes dentales, carcasas de marcapasos,...) [4-5], el titanio c.p. y sus aleaciones, concretamente su aleación  $Ti_6Al_4V$ , son los que experimentan un mejor comportamiento *in vivo*. El Ti c.p. es un biomaterial con una biocompatibilidad excelente (tanto *in vitro* como *in vivo*, ISO10993-1) y tiene propiedades mecánicas específicas elevadas: módulo de elasticidad (100-110 GPa), límite elástico (170-483 MPa) y resistencia a la tracción (240-550 MPa (normal ISO 5832-2 y ASTM F67-00)). Además, de su excelente biocompatibilidad, es bioinerte (no reacciona adversamente con el tejido) y es estable químicamente (presenta alta resistencia a la corrosión, especialmente frente a los ambientes fisiológicos). [3]

Sin embargo, a pesar de las excelentes propiedades mencionadas, tanto el titanio como sus aleaciones presentan tres marcadas desventajas que pueden comprometer en muchos de los casos la

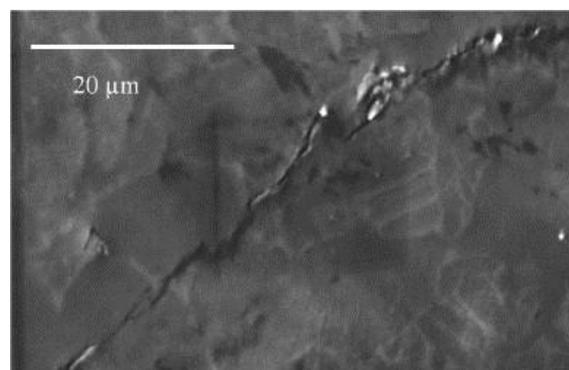
fiabilidad de los implantes y prótesis:

- A pesar de tener una gran capacidad de osteointegración, que es la capacidad de establecer una conexión directa, estructural y funcional, entre el hueso (vivo y ordenado) y la superficie del implante, todavía presenta limitaciones que hacen necesaria su optimización. Los micromovimientos relativos excesivos que ocurren en la intercara biomaterial-tejido, generan a medio y largo plazo, un crecimiento de la fina capa de tejido fibroso ya existente, incrementándose el riesgo de aflojamiento del implante (ver figura I.3).



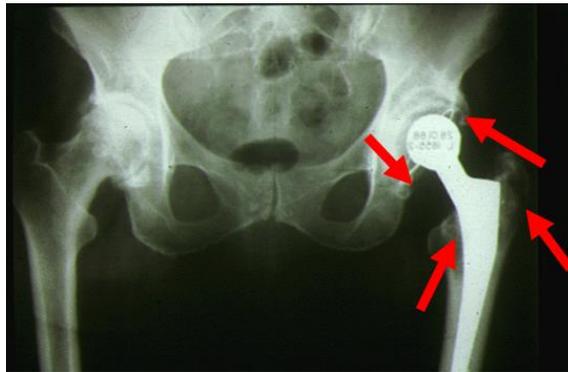
*Figura I.3. Crecimiento de tejido fibroso.*

- El fallo por fatiga (ver figura I.4) es otra de las causas fundamentales que limita la vida en servicio de la mayoría de los implantes y prótesis. Es necesario la implementación de modelos y criterios de diseño más fiables y conservativos, basados en la prevención de daño (único admisible en biomateriales) en vez de tolerancia al daño (empleado comúnmente en ingeniería).



*Figura I.4. Grieta causada en una aleación de Ti por fatiga.*

- El titanio y sus aleaciones presentan una rigidez (55-117 GPa) mucho menor que la de otros metales (aceros inoxidable (189-205 GPa), aleaciones de Co-Cr-Mo (200-253 GPa)) pero sigue siendo muy superior a la de los tejidos óseos que se pretenden sustituir (hueso cortical (aproximadamente 20 GPa) y trabecular o esponjoso (aproximadamente 1 GPa)). Como consecuencia de esta marcada diferencia se produce lo que se conoce como apantallamiento de tensiones (*stress shielding*). Esto provoca la reabsorción el tejido óseo alrededor del implante, con lo que la densidad del hueso adyacente al implante disminuye (ver figura I.5). Esto aumenta de forma considerable la probabilidad de fractura.



*Figura I.5. Efecto del apantallamiento de tensiones.*

Muchos estudios se han esforzado en solventar el apantallamiento de tensiones, intentando desarrollar nuevos biomateriales cuyo módulo de *Young* se asemeje más al del tejido óseo que se pretende sustituir (total o parcial). En esta línea se encuentran los materiales listados a continuación:

- Materiales compuestos de matriz polimérica. Su mayor inconveniente es su bajo resistencia a fatiga y tenacidad en comparación con el hueso (por ejemplo, HAPEX ®) [7].
- Aleaciones de titanio- $\beta$  metaestable. A pesar de presentar menor rigidez que el Ti c.p. y sus aleaciones, continúa siendo superior a la del hueso. Un ejemplo de este tipo de aleaciones es Ti-35Nb-7Zr-5Ta, la cual presenta un módulo de *Young* de valor 55 GPa.
- Magnesio y sus aleaciones. Presenta una resistencia a la compresión insuficiente, 65-100 MPa; cuando la resistencia a la compresión del hueso se encuentra entre 130 y 180 MPa.
- Materiales porosos y espumas (sólidos celulares). Presentan un potencial muy elevado para ser susceptible a reemplazar tejidos óseos pues modificando el tipo de porosidad (cerrada o interconectada), morfología (contornos irregulares o suaves) y tamaño de los poros, distribución

de los mismos (homogénea, variable o gradiente) y la proporción de la porosidad (en torno 40% para el hueso cortical y 70% para el hueso trabecular). Diferentes técnicas de fabricación han sido desarrolladas para la generación de este tipo de materiales, las cuales se muestran a continuación:

- Inyección de un gas directamente al metal líquido o uso de agentes gasificadores en estado sólido [8, 9].
- Moldeo por enfriamiento direccional (*directionally freeze-cast*) para crear porosidades alargadas y dirigidas [10]. El objetivo de esta técnica es intentar mimetizar la arquitectura anisotrópica de los poros del hueso.
- Técnicas para obtener porosidad gradiente:
  - Utilización de estructuras o esqueletos porosos de fácil eliminación (plásticos en su mayoría) para replicar la porosidad gradiente. Este método se mejora con el uso del diseño asistido por ordenador (CAD) y con impresoras en tres dimensiones (*Rapid prototyping*) [11, 12].
  - Sinterización selectiva mediante fusión por láser (SLS) [13-15].
  - Fusión mediante haz de electrones (EBM) [16, 17].
- Técnicas que involucran procesos de sinterización, entre los que destacan:
  - *Loose sintering* (sin compactación previa) [18], límites de la sinterización convencional [19- 22].
  - A partir de la expansión de un gas atrapado se induce el crecimiento de los poros por la deformación plástica de la matriz (termofluencia) [23-26].
  - Técnicas de sinterización asistidas por campo eléctrico (*Field-Assisted Sintering Techniques*, FAST) [27-30].
  - *Space holder* [31-38]. Es ampliamente utilizada, además de estar reconocida su viabilidad para controlar la porosidad (conservar aproximadamente el tamaño y la proporción del espaciador) y la facilidad que presenta para la eliminación casi total del espaciador en el proceso de sinterización en o etapas previas. La mayoría se evaporan prácticamente en su

totalidad a bajas temperaturas. También hay algunos espaciadores que necesitan ser eliminados por medio de procesos de disolución en un líquido (generalmente agua).

El uso del titanio poroso como alternativa para reducir el módulo elástico de los implantes ortopédicos presenta la gran ventaja de poder obtener un módulo de *Young* “a medida”, controlando la proporción y características de la porosidad (tamaño y morfología de los poros). Además, la presencia de porosidad permite al hueso un crecimiento *ingrowth* dentro de estructura porosa, estableciendo una excelente interface entre el hueso y el implante.

Sin embargo, la presencia de porosidad reduce la resistencia mecánica del material debido a los defectos estructurales y a que los poros actúan como concentradores de tensiones. A esto se debe añadir la sensibilidad del titanio poroso a la corrosión debido a la gran cantidad de superficie que se encuentra expuesta a los agentes corrosivos en comparación con el titanio sólido. Una posible solución es la combinación de un metal con un polímero biocompatible, formando un biocompuesto con módulo elástico similar al del hueso cortical y una resistencia mecánica satisfactoria. El relleno de los poros con un polímero reduce el área expuesta al ambiente y, por tanto, reduce la tendencia a la corrosión del material poroso. [3]

En los últimos años, el grupo de Ciencia de los materiales e Ingeniería Metalúrgica ha desarrollado y caracterizado compactos de Ti c.p. porosos tanto con porosidad homogénea y gradiente [39, 40, 41], obtenidos por la técnica *space holder*. En esta línea de investigación, se han evaluado las limitaciones de dicha técnica (en términos de los porcentajes de porosidad obtenidos) y su capacidad de resolver el temido apantallamiento de tensiones. Con la técnica empleada, las propiedades del material poroso dependen de su densidad relativa y la estructura geométrica interna. Por lo tanto, se hace necesario establecer un modelo que permita evaluar el efecto de la estructura de la porosidad y la densidad relativa en la respuesta macroscópica y microscópica del material. Así, el Dr. Sergio Muñoz Moreno, miembro del departamento y tutor del presente Trabajo de Fin de Grado (TFG), desarrolló un modelo de elementos finitos (MEF) en 2D [42] basado en la generación de la geometría a partir de información morfológica del poro, obtenida mediante el estudio del comportamiento mecánico del titanio poroso.

## 1.2. Objetivos

El principal objetivo de este TFG es avanzar en el análisis numérico del comportamiento mecánico del material poroso obtenido mediante el método de *space holder* en un amplio rango de porosidad (desde 30 a 70%). Para conseguir este objetivo, se deben alcanzar retos tales como:

- Mejorar el modelo desarrollado anteriormente y el cual queda plasmado en el trabajo [42].
- Desarrollar un modelo de elementos finitos, el cual ofrezca diferentes versiones con las que abordar el análisis de la respuesta macroscópica del material poroso.
- Comparar los resultados obtenidos a través de las diversas simulaciones con el fin de determinar el modelo más conveniente para estimar la respuesta mecánica del material.

## 1.3. Estructura de la memoria del Trabajo de Fin de Grado

Como se ha podido apreciar, en el Capítulo I de este TFG se ha hecho una pequeña introducción sobre los biomateriales, necesaria para entender los objetivos que se persiguen con la realización de este trabajo.

Seguidamente, en el Capítulo II se describirán los conceptos necesarios para la correcta comprensión del trabajo desarrollado en los últimos meses por esta autora. En los dos primeros apartados de dicho capítulo se realiza una breve descripción de los materiales empleados y los cuales son estudiados, como son el hueso (del cual se debe conocer su comportamiento para lograr reemplazarlo correctamente) y el titanio (biomaterial empleado como sustituto del tejido óseo). En el último apartado del Capítulo II se hace una breve introducción al análisis numérico y los métodos empleados por el programa ANSYS, herramienta fundamental en el desarrollo del trabajo.

Tras la introducción de conceptos realizada, se procede a explicar el trabajo experimental y los resultados obtenidos del mismo en el Capítulo III. Este trabajo, que se realizó en anteriores Proyectos de Fin de Carrera [3, 43], es fundamental en el análisis numérico desarrollado en el presente TFG.

En el Capítulo IV se explica de forma clara y concisa los diferentes modelos de elementos finitos que han sido desarrollados y es en el Capítulo V donde se exponen detalladamente todos los resultados que han sido obtenidos de ellos.

Finalmente, en el Capítulo VI se listan las conclusiones más relevantes que se pueden extraer

del estudio realizado, así como una serie de trabajos futuros con el objetivo de seguir avanzando en esta línea de investigación.

## II. Bases Teóricas

---

### 2.1. El hueso

El hueso es un tejido vivo que, al igual que los demás tejidos del cuerpo, debe alimentarse para estar en buenas condiciones. De esta parte se encargan los osteocitos (células óseas distribuidas en el tejido óseo). Al proceso continuo de destruir el tejido viejo y crear el nuevo se le llama remodelación. En este proceso, los osteoclastos son las células encargadas de destruir el tejido viejo y los osteoblastos de construir el nuevo. La remodelación ósea es muy lenta, de forma que tenemos el equivalente de un esqueleto nuevo cada siete años aproximadamente. Mientras el cuerpo es joven y crece, la principal actividad la tienen los osteoblastos, mientras que después de los cuarenta años los osteoclastos son los más activos; esto explica por qué las personas menguan a medida que envejecen. Estos procesos son graduales y lentos, excepto en los primeros años de vida en los que el crecimiento es muy rápido y después de los ochenta años en los que las personas decrecen rápidamente. Por lo que la edad del paciente es uno de los factores más importantes a la hora de determinar el tipo de prótesis a utilizar, pues de ella se extrae información de la composición ósea del paciente. [3]

Las funciones básicas de los huesos en el cuerpo humano son [44]:

- Soporte: los huesos proveen un cuadro rígido de soporte para los músculos y tejidos blandos.
- Protección: los huesos forman varias cavidades que protegen los órganos internos de posibles traumatismos.
- Movimiento: gracias a los músculos que se insertan en los huesos a través de los tendones y su contracción sincronizada, se produce el movimiento.
- Homeostasis mineral: el tejido óseo almacena una serie de minerales, especialmente calcio y fósforo, necesarios para la contracción muscular y otras muchas funciones.
- Producción de células sanguíneas: dentro de cavidades situadas en ciertos huesos, un tejido conectivo denominado médula ósea roja produce las células sanguíneas rojas o hematíes mediante

el proceso denominado hematopoyesis.

- Almacén de grasas de reserva: la médula amarilla consiste principalmente en adipocitos con unos pocos hematíes dispersos. Es una importante reserva de energía química.

### 2.1.1 Composición ósea

La composición del hueso depende de factores como el tipo de hueso, la localización de la muestra, la edad, el sexo y el tipo de tejido óseo. No obstante, la composición ósea base se puede observar en la figura II.1. Con respecto al componente orgánico, en torno al 95% está constituido por colágeno tipo I, el cual es responsable de la resistencia a la tracción. El componente inorgánico está formado fundamentalmente por fosfato de calcio en forma de cristales nanométricos (diámetros de 20 a 70 Å y longitudes de 50 a 100 Å) de hidroxiapatita biológica no estequiométrica, responsable de la resistencia a la compresión. El agua, es un componente fundamental del hueso ya que tiene una gran influencia en las propiedades mecánicas, permitiendo una mayor ductilidad debido a una mayor facilidad de desplazamiento entre las fibras de colágeno.

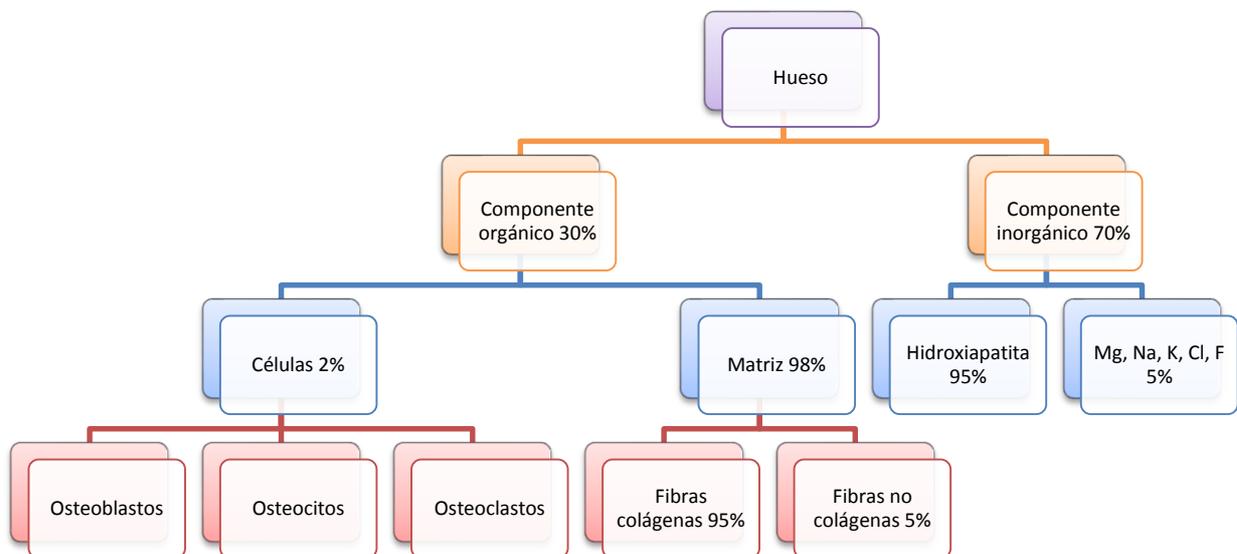


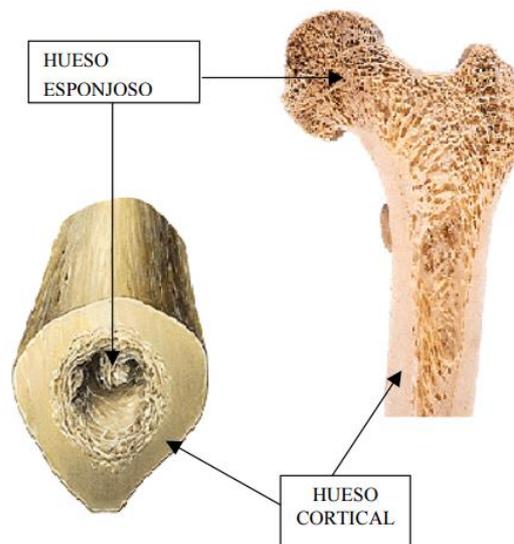
Figura II.1. Composición ósea base, adapta de [45]

### 2.1.2 Estructura ósea

Los huesos del esqueleto presentan diferentes formas y tamaños que se relacionan con su función específica. Respecto a su estructura global, el tejido óseo está constituido por diferentes fases sólidas

y líquidas, que le otorgan la característica de ser junto a la dentina y el esmalte de los dientes, los únicos tejidos duros del organismo (ver figura II.1). Desde el punto de vista macroscópico el tejido óseo puede ser:

- Esponjoso o trabecular: conformado por un entramado tridimensional de tabiques o trabéculas óseas ramificadas que se orientan de manera paralela a las líneas de fuerza y limitan un sistema laberíntico de espacios intercomunicantes, ocupados por médula ósea. El hueso esponjoso se encuentra en el esqueleto axial, en las epífisis y metáfisis de los huesos largos y en los huesos planos y tiene la capacidad de resistir fuerzas de compresión y tensión.
- Cortical: constituido por una masa sólida y continua cruzada por una red de finos conductos longitudinales, denominados canales de Havers, y transversales, conocidos como conductos de Volkmann, que alojan vasos sanguíneos y fibras nerviosas. Predomina en el esqueleto apendicular, conformando la diáfisis de los huesos que adopta la forma de un cilindro hueco para contener la médula ósea. Sus particulares características lo hacen resistente a las fuerzas de flexión, torsión y cizalladura.



*Figura II.2. Morfología del hueso [46]*

### 2.1.3 Propiedades mecánicas

Las propiedades mecánicas del hueso cortical y trabecular (ver tablas II.1 y II.2) son distintas ya que éstos presentan una arquitectura diferente. Por otra parte, también debe considerarse la dirección de aplicación del esfuerzo debido a la marcada anisotropía del tejido óseo.

Propiedades	Tracción	Compresión	Torsión
Resistencia (longitudinal)	78.8-151 MPa	131-224 MPa	-
Resistencia (transversal)	51-56 MPa	106-133 MPa	-
Resistencia (cizalladura)	-	-	53.1-70 MPa
Módulo de Young (longitudinal)	17-20 GPa	11-20 GPa	-
Módulo de Young (longitudinal)	6-13 GPa	6-13 GPa	-
Módulo de Cizalladura	-	-	3.3 GPa

Tabla II.1. Propiedades mecánicas del hueso cortical [45].

Propiedades	Tracción	Compresión	Torsión
Resistencia Mecánica	8 MPa	50 MPa	-
Módulo de Young	0.0 - 0.4 GPa		

Tabla II.2. Propiedades mecánicas del hueso trabecular [45].

## 2.2. El Titanio

El titanio es un elemento metálico, concretamente un metal de transición. El titanio fue descubierto por un clérigo, químico y mineralista británico llamado William Gregor en el año 1791. Obtuvo el óxido de titanio a partir de la ilmenita. Tres años más tarde, Martin Heinrich Klaproth descubrió el mismo elemento en el rutilo y fue él mismo quien le puso el nombre de Titanio. No fue hasta 1946, cuando el luxemburgués Wilhelm Justin Kroll, reconocido internacionalmente como el padre de la industria del titanio, desarrolló el método de Kroll, el cual todavía se utiliza para obtener titanio con un alto grado de pureza.

## 2.2.1 Propiedades mecánicas

A pesar de tener casi el doble de densidad que el aluminio, es considerado un metal ligero. En la tabla II.3 se reflejan algunas características mecánicas del titanio:

Aleación	Módulo de Young (GPa)	Límite elástico (MPa)	Tensión de rotura (MPa)	Deformación (%)
Ti c.p. Grado I	102.7	170	240	24
Ti c.p. Grado II	102.7	275	345	20
Ti c.p. Grado III	103.4	380	450	18
Ti c.p. Grado IV	104.1	485	550	15

Tabla II.3. Propiedades mecánicas del Ti c.p. [47].

Para aclarar el significado de la tabla II.3 respecto al grado del titanio puro, se ha de señalar que el Ti c.p. se comercializa en cuatro grado, designados I, II, III y IV. A medida que el grado aumenta, la composición química se modifica ligeramente para mejorar la resistencia del material, mientras se mantiene el porcentaje de titanio por encima del 99%. En general, cuando se modifica un material para aumentar su resistencia, la ductilidad disminuye. Para ofrecer mayor resistencia y mantener una buena ductilidad, habitualmente se emplea el Ti c.p. de grado IV. Las composiciones de los diferentes grados se muestran en la siguiente tabla:

Grado	Composición (wt%)					
	N	C	O	Fe	H	Ti
Grado I	0.03	0.10	0.18	0.20	0.0125	Bal.
Grado II	0.03	0.10	0.25	0.30	0.0125	Bal.
Grado III	0.05	0.10	0.35	0.30	0.0125	Bal.
Grado IV	0.05	0.10	0.40	0.50	0.0125	Bal.

Tabla II.4. Composición del Ti c.p. según el grado según la norma ASTM F67.

## 2.2.2 Comportamiento del Titanio como implante

Como se comentó en la introducción de este TFG, el Ti c.p. es considerado un biomaterial altamente biocompatible, bioinerte y con gran capacidad de osteointegración, es decir, presenta gran facilidad para establecer una conexión directa, estructural y funcional, entre el hueso (vivo y ordenado) y la superficie del implante. Las leves reacciones que provoca en el medio biológico y sus adecuadas

propiedades mecánicas son los factores determinantes para que sea el material por excelencia en la fabricación de los implantes dentales. Las propiedades fisicoquímicas superficiales del titanio son las responsables de su estabilidad (resistencia a la corrosión) en diferentes medios, especialmente frente a los ambientes fisiológicos. Estas propiedades están determinadas por la naturaleza de la capa de óxido de titanio que se forma de manera natural y espontánea sobre la superficie del Ti c.p. ( $\text{TiO}_2$ , el más estable, distribuido en una densa capa de espesor variable entre 2 y 10 nm), la cual protege el metal de los ataques químicos de ambientes agresivos como del contacto con el aire y otros medios como el fluido corporal. Dicho óxido reacciona en solución acuosa y adsorbe y disocia moléculas orgánicas, actuando en muchos casos como catalizador de un gran número de reacciones químicas [48].

A pesar de las importantes y corroboradas ventajas del Ti c.p. para su utilización como implante dental, las estadísticas de fallo de los implantes en boca muestran una necesidad evidente de continuar la investigación en metodologías que mejoren las prestaciones de los implantes de Ti c.p. La mayoría de estos fallos se inician en la intercara implante-hueso, por lo que la mejora de la fiabilidad de los mismos requiere que se solucionen los siguientes problemas [49-53]:

- Los micromovimientos relativos que ocurren en la intercara biomaterial-tejido generan con el paso del tiempo una fina capa de tejido fibroso.
- Las marcadas diferencias que existen entre el módulo de *Young* del implante y del hueso cortical, implica que no se transmitan correctamente los esfuerzos entre el implante y el hueso, conduciéndose a la reabsorción del hueso con el paso del tiempo y el aflojamiento eventual del implante. Este fenómeno se denomina *stress-shielding induced bone resorption*.

Para solventar el primer problema planteado, se debe mejorar la capacidad de osteointegración del titanio. Existen diversas modificaciones que se le pueden aplicar al titanio:

- Modificación de la naturaleza química superficial: una de las metodologías implementada para mejorar las propiedades superficiales se basa en la modificación de la naturaleza química del titanio, destacando el aporte de un recubrimiento bioactivo como la hidroxiapatita sintética (HA) [54] y los vidrios bioactivos. Sin embargo, éstos no han colmado las expectativas tanto de adherencia y estabilidad del recubrimiento *in vivo*, como de reproducibilidad de las diferentes propiedades mecánicas de los mismos.

- Modificación de la rugosidad y la textura de la superficie: se ha observado que al aumentar la rugosidad del Ti c.p., por encima de la obtenida con el mecanizado, se presenta una mejor respuesta de los osteoblastos *in vitro*, al igual que una mejor fijación mecánica del implante *in vivo*. Son muchos los tratamientos que se han aplicado sobre el Titanio para aplicaciones biomédicas y su descripción se puede abordar desde distintos puntos de vista. En función del efecto que persiguen, se distinguen tres grandes grupos:
  - Limpieza de la superficie y/o eliminación de la capa superficial nativa.
  - Modificación de la estructura y la topografía.
  - Modificación de la composición y la estructura de la capa de óxido o la formación controlada de un nuevo recubrimiento en la superficie.

En lo que se refiere al segundo problema que se plantea, resultan innumerables los esfuerzos que se dedican para comprender y solventar el efecto de la tensión de apantallamiento o *stress-shielding*, tratando de desarrollar materiales nuevos con un módulo de *Young* cercano al del hueso cortical. Entre éstos se encuentran los materiales compuestos basados en polímeros [7, 55-58] (que presentan el inconveniente de que su resistencia a fatiga y tenacidad de fractura es menor que la del hueso), carbón-carbón [59] y aleaciones de titanio- $\beta$  metaestable [60, 61] (que presentan buena resistencia mecánica y un módulo elástico significativamente más bajo, 55 GPa para Ti-35Nb-7Zr-5Ta, que el de las aleaciones convencionales de titanio, pero el módulo elástico es todavía más elevado que el del hueso cortical) [62].

Otra alternativa para reducir el módulo elástico de los implantes ortopédicos es utilizar materiales porosos, ya que controlando su proporción y características (tamaño y morfología) el módulo elástico puede ser hecho “a medida” [63]. Se ha demostrado que los compactos de titanio sinterizados con un 30% de porosidad tienen un módulo de elasticidad cercano al del hueso cortical humano, sin embargo, la presencia de esta porosidad conduce a la degradación de la resistencia mecánica del material debido a los defectos estructurales y a la concentración de esfuerzos alrededor de los poros. Además, el titanio poroso es más susceptible a la corrosión que el titanio sólido debido a la gran superficie expuesta a los agentes corrosivos [62, 64, 65].

Así como los metales tienen excelentes propiedades mecánicas y los polímeros tienen bajo módulo elástico, la combinación de un metal con un polímero biocompatible puede formar un biocompuesto con módulo elástico similar al del hueso cortical y una resistencia mecánica satisfactoria. Por otro lado, el relleno de los poros con un polímero reduce el área expuesta al ambiente y por lo tanto, reduce la tendencia a la corrosión del material poroso [62].

## **2.3. Método de los elementos finitos**

Como se ha mencionado en el apartado 1.2, el principal objetivo de este TFG es el desarrollo de un modelo de elementos finitos capaz de evaluar la respuesta macroscópica del titanio poroso. Para poder comprender como se genera este modelo, es necesario hacer una breve reseña al método de los elementos finitos.

### **2.3.1 Introducción**

La mayor parte de los fenómenos físicos y de la naturaleza en general se pueden describir a través de ecuaciones algebraicas, diferenciales o integrales que relacionan magnitudes asignadas al fenómeno bajo estudio. Si bien puede decirse, sobre todo en la parcela del sólido deformable, que el nivel de conocimiento actual permite formular correctamente problemas complicados, no puede decirse lo mismo respecto a su resolución, en el sentido tradicional de encontrar una expresión analítica de las variables incógnitas asociadas al problema.

Los métodos numéricos han constituido la gran alternativa, sobre todo con la aparición del ordenador, para dar soluciones aproximadas de problemas cuya formulación y/o geometría no permiten encontrar una solución analítica. En concreto, el Método de las Diferencias Finitas ha sido aplicado para resolver diferentes ecuaciones diferenciales. La idea básica consiste en aproximar la derivada de la función en un punto por los valores de la función en puntos próximos. Extendiendo esta idea a todas las derivadas que aparecen en la ecuación diferencial, se consigue transformar ésta en un sistema de ecuaciones algebraicas cuyas incógnitas son los valores de la función en distintos puntos del dominio.

Otra gran alternativa consistía no en cambiar el operador, sino en aplicar el mismo sobre una combinación lineal de funciones,  $c_j\psi_j$ , que pretenden aproximar la función original. Esto se conoce como Método de Residuos Ponderados. Puesto que las  $\psi_j$  son funciones conocidas, elegidas para la aproximación, las incógnitas del problema son las  $c_j$ . Dado que al aplicar el operador sobre  $c_j\psi_j$  se introduce un error, la ponderación de este error de acuerdo a un criterio permite establecer un sistema

de ecuaciones del que se pueden obtener los valores de  $c_j$ . Así, surgen los métodos de aproximación de Galerkin, Mínimos cuadrados, Colocación, etc.

Ambas alternativas genéricas presentan serias limitaciones. Así, en diferencias finitas no resulta fácil imponer condiciones de contorno cuando este no es rectilíneo y tampoco es fácil emplear distribuciones no uniformes de puntos, que pueden ser imprescindibles cuando la variación de la función es muy rápida. En el Método de Residuos Ponderados, el mayor problema consiste en la elección de funciones  $\psi$ , que no siempre resulta intuitiva para conseguir una buena aproximación con pocas funciones. Asimismo cuando el dominio es complejo no resulta fácil encontrar funciones que puedan cumplir las condiciones de contorno. Así, en un caso plano sólo resulta fácil encontrar funciones  $\psi$  sobre dominios rectangulares.

En esta línea surgió el Método de los Elemento Finitos, basado en una aproximación de la forma  $u \approx c_i \psi_i$ , que soslaya estos problemas con una acertada elección de las funciones  $\psi_i$ . El primer trabajo de este método apareció en 1956 cuyos autores Turner, Clough, Martin y Topp se centraron en la rigidez y deformación de estructuras complejas, ampliando así el concepto que se tenía de análisis numérico. Aunque no fue hasta 1960 cuando Clough introdujo el término “elemento finito”.

Actualmente, este método se ha extendido desde el campo para el que fue concebido, problemas de sólidos deformables en régimen elastostático, hasta no sólo otras leyes de comportamiento y sollicitaciones sino a otros campos de la física como Mecánica de Fluidos, Transmisión del calor, Magnetismo, etc. Su uso está ampliamente extendido en la industria y en la investigación en general. [66]

### **2.3.2 El método de los elementos finitos**

El Método de los Elementos Finitos, desde el punto de vista ingenieril, tiene como novedad más importante el concepto de discretización del dominio en estudio. Esta discretización llevará consigo obtener una solución discreta aproximada. Es necesaria la distinción entre la discretización física del dominio y la discretización matemática.

Como primer paso del Método de Elementos Finitos se tiene la discretización física de la geometría del problema. Esto es la división del volumen o volúmenes bajo estudio en una serie de elementos que se analizarán “independientemente”. En función de la geometría del dominio y del tipo de discretización elegida, se tendrá una aproximación mejor o peor de la situación real o, en determinados casos, una reproducción exacta. El hecho de discretizar físicamente la geometría supone

pasar de un dominio continuo con infinitos grados de libertad a un dominio discreto con un número finitos de grados de libertad, lo cual puede suponer una aproximación en mayor o menor medida.

El segundo paso consiste en la definición de la ecuación de cada elemento, es decir, se debe indicar sobre cada elemento un cálculo que permita establecer su colaboración al cálculo final que se pretende realizar. En dicha ecuación se especifican las funciones que aproximan las variables primarias (los desplazamientos en un problema elástico) dentro de cada elemento. Con ello, se estaría analizando cada elemento por separado y dentro de cada uno de ellos se tendría la discretización matemática que representa el uso de las funciones de aproximación.

El último paso a realizar es el ensamblaje del conjunto de elementos y, con éste, la formación de un sistema de ecuaciones que gobierna el comportamiento del conjunto, que finalmente se resuelve para obtener las variables primarias.

El objetivo en la mecánica de los sólidos deformables es establecer una relación entre fuerzas y desplazamientos en el dominio completo. Por lo tanto, a consecuencia de la discretización, se hace necesario establecer esta relación a nivel local, sobre cada elemento, de tal manera que la unión de todos estos comportamientos elementales, reproduzca el comportamiento del dominio total. Llegados a este punto se hace evidente la imposibilidad de una discretización matemática exacta pues el establecimiento de la relación  $F-u$  en el elemento es otro problema elástico difícil de resolver. Se hace preciso hacer una serie de hipótesis razonables sobre la evolución de los desplazamientos (o tensiones) que permita establecer una cierta relación  $F-u$ .

Otra idea fundamental de la aproximación de funciones se basa en el empleo de funciones de pequeño soporte, que aproximan las variables primarias de manera independiente sobre cada elemento, frente a las de soporte completo, que las aproximan sobre todo el dominio. Ello permite una gran versatilidad en la imposición de las condiciones contorno y la resolución del problema, por su adaptabilidad a cualquier discretización. [67]

Con las directrices marcadas en los párrafos anteriores, se puede abarcar el estudio del Método de los Elementos Finitos. Para ello, es necesario establecer las ecuaciones que gobiernan un sólido deformable:

1. Ecuaciones de equilibrio 
$$\sigma_{ij,j} + X_i = 0 \quad (\text{II.1})$$

2. Ecuaciones de compatibilidad 
$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (\text{II.2})$$

### 3. Ley de comportamiento

$$\sigma_{ij} = \lambda\theta\delta_{ij} + 2G\varepsilon_{ij} \quad (\text{II.3})$$

La expresión II.3 representa las ecuaciones de Lamé donde  $\lambda$  es la constante de Lamé,  $G$  es el módulo de elasticidad tangencial y  $\theta$  es el cambio unitario de volumen,  $\theta = \varepsilon_{kk}$ . Añadiendo las condiciones de contorno, el problema elástico queda totalmente planteado:

$$u_i = \bar{u}_i \text{ en } \partial D_u \quad (\text{II.4})$$

$$T_i^{ne} = \bar{t}_i \text{ en } \partial D_t \quad (\text{II.5})$$

$$\partial D = \partial D_u \cup \partial D_t \quad (\text{II.6})$$

$$0 = \partial D_u \cap \partial D_t \quad (\text{II.7})$$

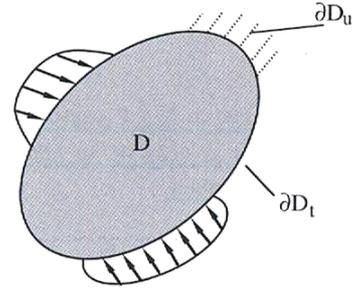


Figura II.3. Definición general del problema elástico.

Enunciando el Teorema de los Trabajos Virtuales en notación matricial:

$$\int_D \varepsilon^{\psi T} \sigma dv = \int_D \psi^T X dv + \int_{\partial D} \psi^{cT} t^c ds \quad (\text{II.8})$$

donde:

- $\sigma$ ,  $X$  y  $t^c$  constituyen un sistema de tensiones, fuerzas de volumen y vectores tensión sobre el contorno en equilibrio.
- $\varepsilon^\psi$ ,  $\psi$  y  $\psi^c$  constituyen un sistema de deformaciones y desplazamientos compatibles entre sí, aunque no necesariamente relacionado con el sistema de tensiones en equilibrio.

Imponiendo las relaciones y condiciones de contorno anteriores sobre el Teorema de los Trabajos Virtuales y operando convenientemente, se llega (en forma matricial) a una ecuación que tiene como incógnita el campo de desplazamientos. A continuación, se realiza la aproximación de los desplazamientos, empleando para todos ellos las mismas funciones de aproximación o funciones de pequeño soporte (lo cual no es necesario pero es la opción habitual):

$$u = \Phi a \quad (\text{II.9})$$

donde  $u$  es el campo de desplazamiento y  $a$  el vector de desplazamientos nodales.

Por tanto, el Teorema de los Trabajos Virtuales da lugar a una expresión integral que podría representarse simbólicamente como  $F = Ka$ , lo que se corresponde con un sistema de  $m \cdot n$  ecuaciones

con  $m \cdot n$  incógnitas, donde  $m$  es el número de grados de libertad por nodo y  $n$  es el número de nodos de la discretización.

En este punto es cuando se pone de manifiesto el Método de los Elementos Finitos, pues hay que definir las elecciones de las funciones de aproximación,  $\Phi$ , y de proyección,  $\psi$ , que son la misma función en elementos isoparamétricos ( $\Phi = \psi$ ). Con ello, el medio continuo, que permite un número infinito de configuraciones, se reduce a un problema discreto con un número acotado de configuraciones deformadas independientes y se garantiza, además, que el vector solución del sistema de ecuaciones es una aproximación a la solución del problema, que tiende a la solución exacta cuando el número de grados de libertad tiende a infinito, si se cumplen ciertas condiciones de estabilidad y convergencia.

De esta manera, el sistema de ecuaciones obtenido posee un marcado carácter físico, ya que el vector solución  $a$  proporciona el desplazamiento de cada uno de los nodos y los términos de la matriz de rigidez  $K$  se corresponden con las distintas rigideces elementales. De este modo, la submatriz  $K_{ij}$  relaciona las fuerzas que aparecen en el nodo  $i$  al dar desplazamiento unidad en el nodo  $j$ . Si la aproximación se realizase mediante funciones de soporte completo, en lugar de emplear funciones de soporte, esta interpretación física no sería posible.

Cabría por último comentar, en lo que se refiere a esta introducción general al Método de los Elementos Finitos, algunas posibilidades de análisis y de operación que pueden resultar muy favorables para el cálculo de estructuras con elementos finitos:

- Un procedimiento de gran interés para optimizar el análisis consiste en la aplicación de condiciones de simetría al problema, lo que reduce de manera importante el tamaño del mismo. El inconveniente que limita su utilización es que requiere de simetría geométrica, de propiedades mecánicas y de condiciones de contorno.
- El cálculo de tensiones y demás variables derivadas en los nodos podría realizarse directamente a partir de los desplazamientos nodales; sin embargo, esto llevaría a valores nodales discontinuos de las tensiones entre elementos adyacentes como consecuencia de la formulación empleada, en la que se exige continuidad a los desplazamientos pero no a las tensiones. Por tanto, el cálculo de tensiones en los nodos se realizará a partir de los valores en los puntos óptimos para dicho cálculo, que están dentro de los elementos y coinciden con los puntos de Gauss. La idea consiste en extrapolar los valores de los puntos de Gauss a los nodos y proceder a un “alisado” (global o local)

posterior.

- Los procedimientos de solución adaptativos se basan en la estimación del error de discretización y en su minimización a partir del refinamiento de la malla. Una condición esencial para la obtención de resultados correctos es la reducción del error de discretización y, para ello, en la obtención del mallado se pueden emplear estrategias de refinamiento adaptativo basadas en una distribución uniforme del error global o del error específico. Otra opción es la de utilizar un mallado controlado y comprobar, una vez resuelto el problema, que el error energético que se comete está acotado dentro de unos valores permitidos. El error energético cometido es del orden de  $h \cdot p$ , donde  $h$  se corresponde con el tamaño del elemento y  $p$  con el orden de la función de aproximación de los elementos.

### 2.3.3 Formulación general de los elementos

En el presente TFG se va a hacer uso del programa ANSYS para llevar a cabo las distintas simulaciones con los distintos modelos de elementos finitos desarrollados. Las formulaciones utilizadas por ANSYS son aplicables a un caso general de grandes desplazamientos y están basadas en el Principio de los Trabajos Virtuales, como ya comentó en el apartado 2.3.2. La característica principal de la situación general de grandes desplazamientos es que la geometría cambia durante la deformación, es decir, el dominio deformado en un instante cualquiera es, como norma general, diferente al dominio indeformado y al deformado en cualquier otro instante de tiempo.

Cuando es necesario considerar grandes deformaciones, las tensiones de Cauchy no se pueden actualizar por la simple adición de su incremento, requieren de un algoritmo particular para tener en cuenta la situación de grandes desplazamientos, o en su caso, utilizar el tensor de Pida-Kirchhoff. Este análisis incremental es necesario para simular el comportamiento no lineal.

Para simular no linealidades geométricas, se estudian los desplazamientos desde el punto de vista Lagrangiano, asumiendo que todas las variables de análisis (coordenadas, desplazamientos, deformaciones, tensiones, etc.) se han resuelto para un determinado instante de tiempo  $t$  y resolviendo un sistema de ecuaciones linealizadas donde las incógnitas son los incrementos de desplazamiento. Esto permite obtener la solución en el instante siguiente ( $t+\Delta t$ ). Las formulaciones elementales se obtienen por diferenciación de la ecuación integral del Principio de los Trabajos Virtuales. Tras esta derivación, sólo se mantienen los términos lineales y los de mayor orden son ignorados, de modo que se obtiene un conjunto lineal de ecuaciones.

Otra consideración fundamental en la formulación de los elementos es el uso de la ley de comportamiento del material para obtener una relación entre los incrementos de tensión y deformación. La ley constitutiva sólo refleja el incremento de tensión debido a la deformación, sin embargo la tensión de Cauchy se ve afectada por la rotación como sólido rígido y no es objetiva. Por tanto, es preciso considerar una tensión objetiva para ser aplicada en la ley constitutiva del material. Una posibilidad es la definición del ratio de Jaumann de la tensión de Cauchy, que independiza la tensión de rotación como sólido rígido.

De acuerdo con las ideas comentadas, se utiliza como norma general la formulación clásica de desplazamientos puros, en la que las variables primarias desconocidas son los desplazamientos o velocidades. El resto de variables (deformaciones, tensiones, variables de estado, etc.) se derivan de los desplazamientos. Esta formulación es computacionalmente eficiente y capaz de dar solución adecuada a la mayoría de los problemas, incluso con deformación no lineal, aunque presenta problemas de precisión y convergencia en situaciones de incompresibilidad. En cualquier caso, para el tipo de problema que se pretende analizar y el material empleado, esta formulación es válida y proporciona resultados eficientes.

#### **2.3.4 Características de la forma de los elementos**

La resolución mediante elementos finitos requiere unas ciertas restricciones sobre la forma geométrica de los elementos. Por ello, después de realizar el mallado del dominio será preciso comprobar que la forma de los elementos generados cumple una serie de restricciones, ya que de lo contrario se podrían obtener resultados poco aproximados. Estas restricciones se definen según la desviación entre lados contiguos, que es la diferencia con el ángulo recto que existe en las aristas de cada elemento debido al mallado de la geometría, la relación entre las distintas dimensiones del elemento también llamada relación de aspecto (ver figura II.4) siendo la característica más sencilla de verificar y normalmente no suele ser determinante por sí sola, puesto que requiere un valor muy extremo para llegar a influir en la precisión de los resultados y la desviación entre caras “paralelas” (opuestas en un elemento), que no es más que el ángulo formado entre caras paralelas para cada pareja de caras opuestas. Existe un valor límite que el programa aconseja no sobrepasar, avisándonos si algún elemento lo ha hecho, y otro límite más restrictivo que da un mensaje de error y no permite la resolución del modelo. Estas restricciones sobre la forma de los elementos se estudian en la cara más desfavorable, aunque para la determinación de la distorsión de los elementos suele resultar más sencillo examinar las secciones transversales.

Otros dos ratios más a considerar son: el jacobiano (para elementos lineales o con nodos perfectamente centrados en las aristas) y el factor de alabeo (evaluado a partir de las posiciones de los nodos de las esquinas del elemento).

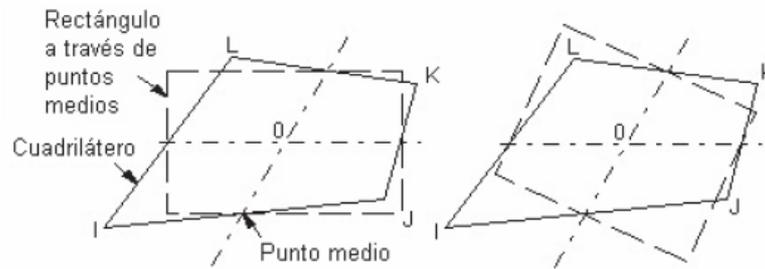


Figura II.4. Relación de aspecto en los elementos.

### 2.3.5 Análisis no lineal. Plastificación.

Es preciso indicar que el análisis efectuado es de tipo estático, con lo que se ignoran los efectos de inercia y amortiguamiento y se asume que las cargas y la respuesta de la estructura varían lentamente con el tiempo.

En cuanto a la no linealidad del análisis se debe a la presencia de plastificación. Para la resolución de problemas no lineales, ANSYS utiliza un algoritmo de Newton-Raphson que se basa en la subdivisión de una acción en una serie de incrementos de carga. Otra característica del análisis no lineal está asociada al número de *substeps*, cuyo incremento proporciona resultados con mayor precisión pero también con mayor tiempo de computación. Existe una opción entre las características de resolución que permite optimizar estos dos requerimientos opuestos.

Una suposición a considerar en el modelo de plastificación seguido por ANSYS consiste en la coincidencia de los límites elásticos y de proporcionalidad, puesto que la diferencia entre ambos puntos es usualmente pequeña.

### 2.3.6 Resolución de ecuaciones

El sistema de ecuaciones lineales generado mediante el método de los elementos finitos se resuelve empleando un procedimiento de eliminación directa o un proceso iterativo. El primero de ellos se basa fundamentalmente en la eliminación Gaussiana obteniendo los desplazamientos a partir del sistema de ecuaciones:  $Ku = F$ , donde  $K$  es la matriz de rigidez global,  $u$  es el vector de desplazamientos nodales y  $F$  es el vector de cargas aplicadas. Para ello, se aplica la factorización  $LU$  de la matriz de rigidez  $K$ . Las técnicas iterativas constan de una serie de cálculos que comienzan

aplicando toda la carga. En cada iteración se emplea un valor aproximado y constante de la rigidez, así el equilibrio no se alcanza en cada iteración. La carga que no está equilibrada se calcula y se aplica en la siguiente iteración para obtener una nueva solución. Este proceso se repite hasta que se alcanza el equilibrio dentro de una cierta tolerancia. Por lo tanto, la técnica iterativa se basa en emplear sucesivas iteraciones de una solución hasta que se alcanza el equilibrio con la carga total aplicada.

Si  $F_0$  y  $\delta_0$  son las cargas y desplazamientos iniciales, no necesariamente nulos en general, entonces el residuo en la  $i$ -ésima iteración del problema se determina mediante:

$$F_i = F - F_{e,i-1} \quad (\text{II.10})$$

donde  $F$  es la carga total a aplicar y  $F_{e,i-1}$  es la carga equilibrada obtenida en el paso anterior. Los incrementos de desplazamientos se obtienen en cada paso mediante la relación:

$$K_{i-1} \cdot \delta_i = F_i \quad (\text{II.11})$$

Y los desplazamientos totales se obtienen en cada iteración mediante:

$$\delta_i = \delta_0 + \sum_{j=1}^i \Delta\delta_j \quad (\text{II.12})$$

Finalmente,  $F_{e,i}$  se calcula como la carga necesaria para mantener los desplazamientos  $\delta_i$  a partir de las deformaciones y de la ley constitutiva del material. El proceso anterior se repite hasta que los incrementos de desplazamientos o la carga se hacen nulos o lo suficientemente pequeños. Típicamente la convergencia de la solución se consigue tras un cierto número de iteraciones si los residuos (fuerzas y/o momentos nodales no equilibrados) y los incrementos experimentados por los grados de libertad en la última iteración están dentro de unos ciertos límites de tolerancia (ver figura II.5).

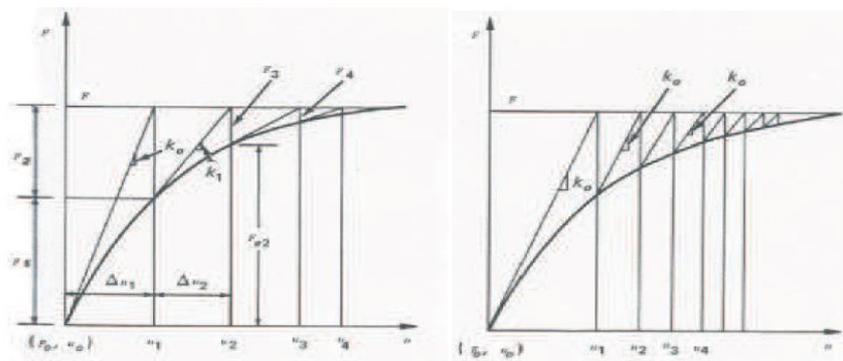


Figura II.5. Método iterativo. Procedimiento: (a) con la matriz de rigidez tangente; (b) con la matriz de rigidez inicial.

### 2.3.6.1 Procedimiento iterativo de Newton-Raphson

La existencia del fenómeno de plasticidad hace que los términos de la matriz de rigidez dependan de los valores de los grados de libertad y que el sistema de ecuaciones sea, por tanto, no lineal.

En un análisis no-lineal, la respuesta no se puede predecir directamente con un conjunto de ecuaciones lineales. La solución se obtiene dividiendo la carga en un número de incrementos y determinando las condiciones de equilibrio para uno de dichos incrementos. Al finalizar el proceso de solución para cada incremento de carga, se ajusta la matriz de rigidez para reflejar la respuesta no-lineal. El problema con una aproximación por incrementos es que los errores se acumulan con cada incremento de carga, dando lugar a que los resultados finales no estén en equilibrio (ver figura II.6) [68].

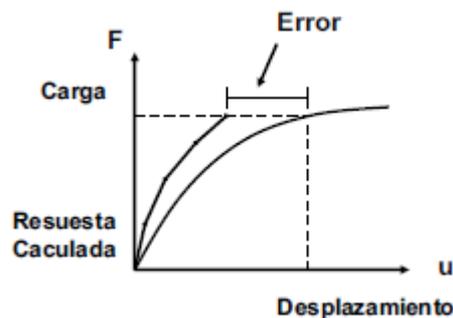


Figura II.6. Repuesta calculada por aproximación de la carga en incrementos.

En el entorno de los elementos finitos, el procedimiento de solución es un proceso de incrementos de carga mediante las *iteraciones de equilibrio de Newton-Raphson*. Las iteraciones de equilibrio llevan la solución al equilibrio al final de cada incremento de carga (ver figura II.7).

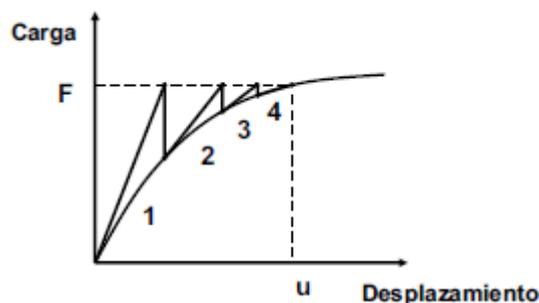


Figura II.7. Solución iterativa para un incremento de carga por el método de Newton-Raphson "total". Se muestran cuatro iteraciones.

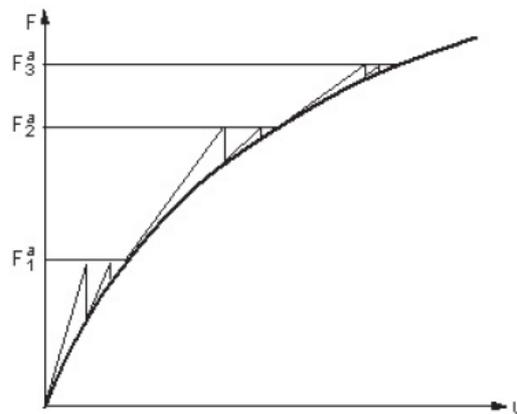
El método de Newton-Raphson podría resumirse de la siguiente forma:

$$K_i^T \Delta u_i = F - F_i^{nr} \quad (\text{II.13})$$

$$u_{i+1} = u_i + \Delta u_i \quad (\text{II.14})$$

donde  $K_i^T$  es la matriz de rigidez tangente,  $i$  es un subíndice que representa la iteración de equilibrio y  $F_i^{nr}$  es el vector de cargas internas no equilibradas en el nodo (residuos).

Se considera que se alcanza la convergencia cuando los residuos y los incrementos experimentados por los grados de libertad en la última iteración se reducen por debajo de un cierto nivel de tolerancia (ver figura II.8).



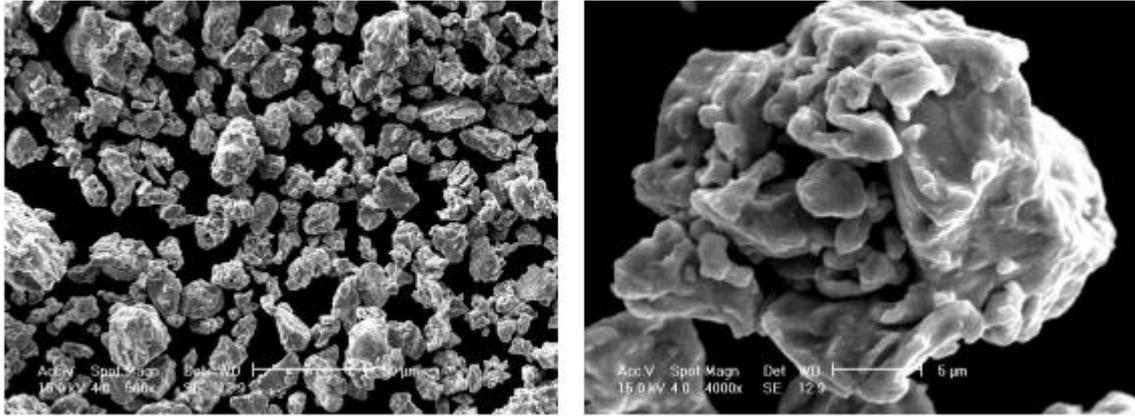
*Figura II.8. Esquema del procedimiento iterativo de Newton-Raphson.*

### III. Trabajo Experimental y Resultados

---

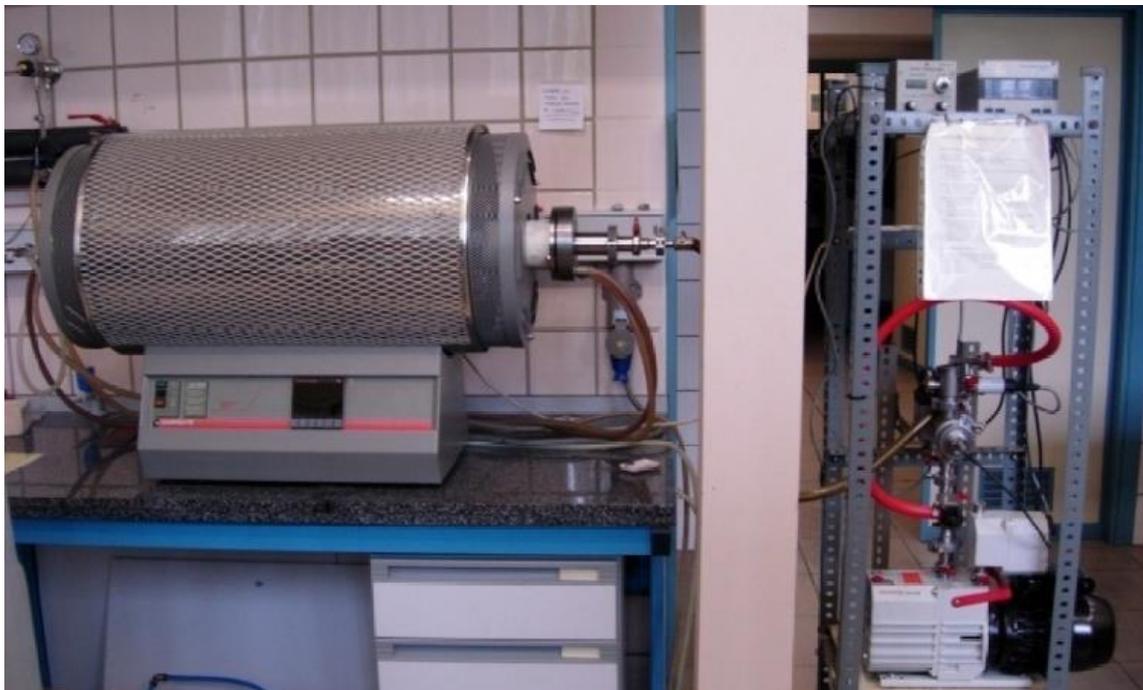
El procedimiento experimental usado en el presente TFG se ha desarrollado en trabajos anteriores [3, 42]. Los compactos de Ti c.p. se han obtenido mediante la técnica *space holder*, usando como espaciador gránulos de bicarbonato,  $\text{NH}_4\text{HCO}_3$  (*Alfa Aesar*). Los polvos de Ti c.p. (*SE-JONG Materials Co. Ltd., Korea*) se mezclan con las proporciones en volumen de  $\text{NH}_4\text{HCO}_3$  granulado necesarias para obtener porosidades correspondientes al rango que se plantea estudiar (30-70%). Se han generado cinco materiales porosos diferente en función de la concentración de  $\text{NH}_4\text{HCO}_3$ : 30, 40, 50, 60 y 70 vol% del concentrador, con lo que se obtiene 28, 37, 47, 57 y 66% de porosidad total ( $\theta$ ), respectivamente. La porosidad total del material es siempre ligeramente menor que la estimada a partir de la concentración del espaciador ya que la eliminación total del espaciador nunca se logra por completo [69]. Las mezclas de polvo de Ti c.p. y  $\text{NH}_4\text{HCO}_3$  son homogeneizadas empleando una *Turbula® T2C Shaker-Mixer*.

Los polvos de Titanio son obtenidos por un proceso de hidrogenización/deshidrogenización. Mediante dicho proceso, se obtienen partículas con una morfología irregular (ver figura III.1) y un tamaño medio de las partículas  $d(0.5)$  es igual a  $23.34 \mu\text{m}$  (es decir, el 50% de las partículas tienen un tamaño inferior a  $23.34 \mu\text{m}$ ). Otros datos referentes al tamaño son  $d(0.1)=9.70 \mu\text{m}$  y  $d(0.9)=48.39 \mu\text{m}$ . La composición química del polvo de Titanio utilizado es equivalente al Ti c.p. de grado IV. Los gránulos de bicarbonato empleados como espaciador tienen un tamaño de partícula correspondiente al 10%, 50% y 90% de los porcentajes de paso de 73, 233 y  $497 \mu\text{m}$ , respectivamente.



*Figura III.1. Morfología de los polvos de Titanio SE-JONG 4 por SEM.*

El material debe adquirir una densificación que permita una resistencia en verde suficiente para ser manejado y colocado en el horno de sinterización. Para ello, se presan los compactos a 800 MPa. Tras dicha compresión se procede a la sinterización del compacto haciendo uso de un horno cerámico con un tubo horizontal fabricado en alúmina de alta pureza de la marca *CARBOLYTE STF 15/75/450* (ver figura III.2), a 1250 °C durante 2 h en alto vacío ( $\sim 5 \times 10^{-5}$  mbar). En la figura III.3 se muestra de forma esquemática la rampa de temperatura empleada.



*Figura III.2. Horno de sinterización CARBOLYTE STF con sistema de vacío.*

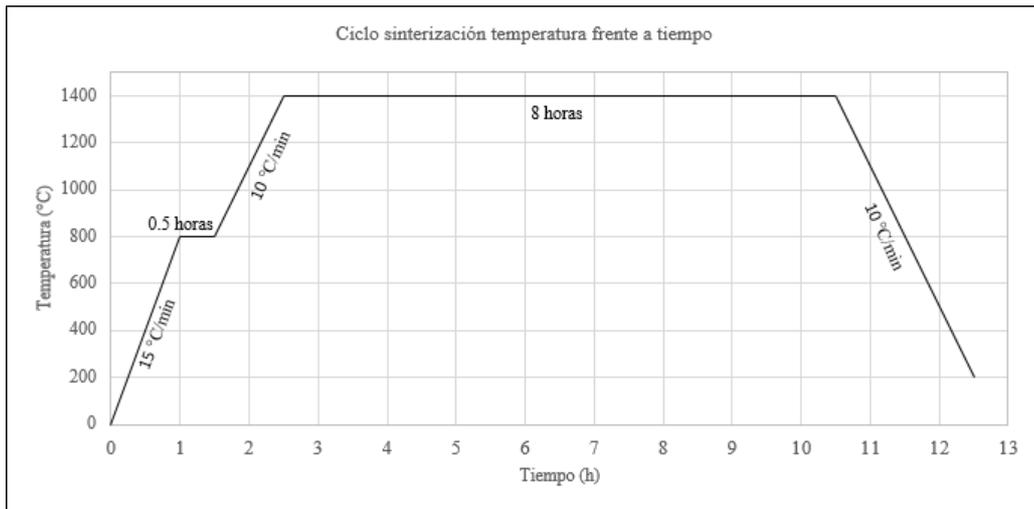


Figura III.3. Esquema del ciclo térmico seguido.

El diámetro de compactación de la matriz (8 mm) y la masa del polvo han sido seleccionados de forma que el efecto de la presión de compactación sea mínimo. Las dimensiones del compacto se han fijado conforme a las recomendaciones estándar para los ensayos de compresión (altura/diámetro=0.8).

Tras generar los compactos, se ha llevado a cabo una caracterización microestructural de los mismos. En primer lugar, se obtuvo la densidad de las probetas haciendo uso del método de Arquímedes por inmersión en agua destilada (ASTM C373-88). Tras obtener la porosidad de las muestras, se evaluó la morfología del poro a través de un análisis de imagen (AI) haciendo uso de microscopio óptico acoplado a una cámara, además de un *software* de análisis adecuado. Dicho análisis fue llevado a cabo a lo largo de todo el compacto cilíndrico dividiéndolo en tres partes: superior, central e inferior. El objetivo de dicha medida fue verificar la homogeneidad del compacto en todo el volumen. Las principales características de la porosidad fueron estimadas a través del AI y los resultados obtenidos para los diferentes materiales porosos de Ti bajo estudio son mostrados en la tabla III.1. Estos resultados son los principales parámetros que definen la morfología porosa del compacto: concentración total del espaciador, porosidad total ( $\theta$ ), diámetro equivalente ( $D_{eq}$ ) y factor de elongación del poro ( $F_e$ , es el ratio entre el mayor y el menos eje de la elipse equivalente al poro).

Concentración espaciador (%)	30	40	50	60	70
$\theta$ (%)	28	37	47	57	66
$D_{eq}$ ( $\mu\text{m}$ )	18	32	38	48	53
$F_e$	$0.75 \pm 0.17$	$0.65 \pm 0.18$	$0.62 \pm 0.18$	$0.64 \pm 0.18$	$0.61 \pm 0.17$

Tabla III.1. Características microestructurales de la porosidad.

Tras la caracterización microestructural de las muestras, se procedió a la caracterización mecánica de las mismas. Para ello, se llevaron a cabo una serie de ensayos de compresión, siguiendo la norma ASTM E9-89a en una máquina electromecánica *INSTRON 5505*. En todos los ensayos realizados se aplicó una velocidad de deformación 0.005 mm/min hasta alcanzar valores de deformación del 50%. A partir de las curvas esfuerzo-deformación obtenidas se determinaron los módulos de *Young*,  $E$  (considerando el efecto de la rigidez de la máquina de ensayo), y los límites elásticos,  $\sigma_y$ , de los compactos estudiados.

Por otro lado, se obtuvo el módulo dinámico de *Young*,  $E_d$ , mediante la técnica de ultrasonidos. Este proceso se realizó con un equipo *KRAUTKRAMER USM 35*, el cual se empleó para estimar la velocidad de propagación de las ondas acústicas tanto longitudinales como transversales. Haciendo uso del valor de la velocidad de propagación de las ondas acústicas longitudinales,  $v_l$  (km/s), y la velocidad de propagación de las ondas acústicas transversales,  $v_t$  (km/h), es posible obtener el valor del módulo de *Young* dinámico según la expresión [70]:

$$E_d = \rho \frac{v_t^2(3v_l^2 - 4v_t^2)}{v_l^2 - v_t^2} \quad (\text{III.1})$$

donde  $\rho$  es la densidad del material en  $\text{g/cm}^3$ .

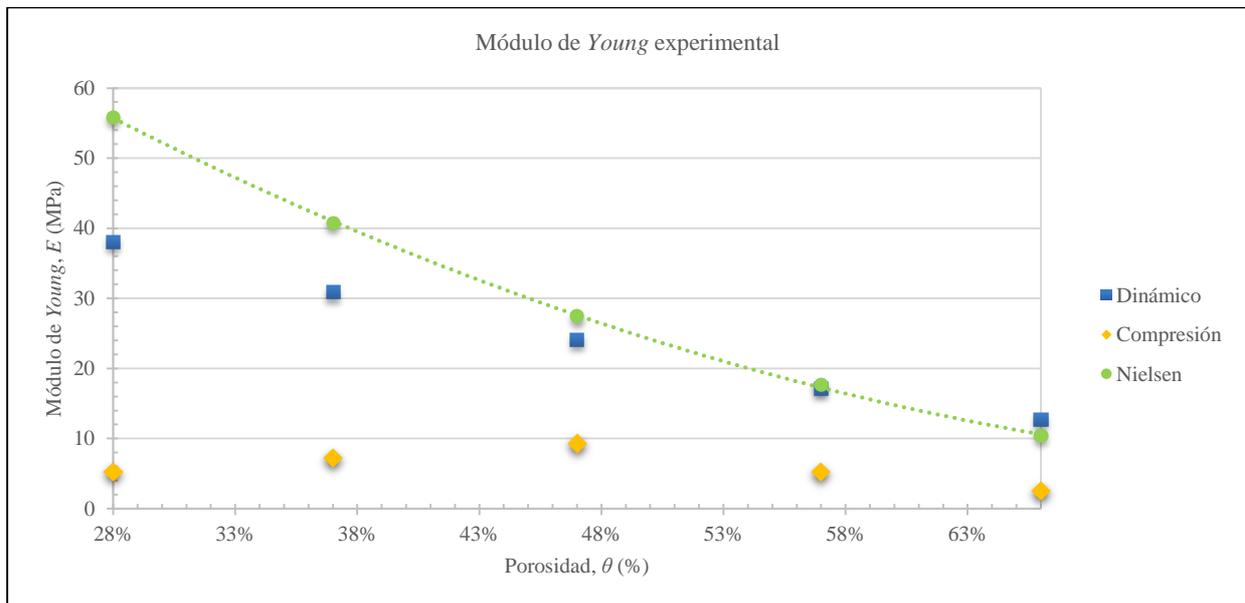
En el trabajo previo realizado por el grupo de Ciencia de los Materiales e Ingeniería Metalúrgica [42], se encontró una importante discrepancia entre los valores obtenidos del módulo de *Young* a través de las dos técnicas llevadas a cabo: ensayos de compresión y técnica de ultrasonidos. Grenier et al. [71] asocian esta discrepancia a la deformación superelástica dentro del rango elástico-lineal del material NiTi. Por otro lado, Torres et al publicaron un artículo [69] en que el obtuvieron resultados similares para el Ti c.p. obtenido mediante el proceso convencional de pulvimetalurgia. En todos estos trabajos, la fiabilidad y el acierto de las medidas obtenidas mediante la técnica de ultrasonidos han sido validadas en comparación con el ampliamente conocido y aceptado modelo de Nielsen para el cálculo del módulo de *Young* de materiales porosos [72]. La expresión por la cual es posible el cálculo del

módulo de *Young* es la que sigue:

$$E_p = E_{Ti} \frac{\left(1 - \frac{P}{100}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{F_f} - 1\right) \frac{P}{100}} \quad (\text{III.2})$$

donde  $E_{Ti}$  es el módulo de *Young* del titanio completamente libre de poros,  $P$  es la porosidad del compacto y  $F_f$  es el factor de forma de los poros del compacto (representa una medida de la redondez de los poros y toma valores entre 0, poros con máxima irregularidad, y 1, poros esféricos).

Como se puede apreciar en la gráfica III.1, el módulo de *Young* dinámico obtenido mediante la técnica de ultrasonidos se asemeja más con el modelo de *Nielsen* que el que se obtiene a través de los ensayos de compresión. A tenor de los resultados obtenidos, se toman como válidos los módulos de *Young* obtenidos mediante la técnica de ultrasonidos y los valores del límite elástico obtenidos a partir del ensayo de compresión. Dichos valores se presentan en la tabla III.2. Estos valores son los que se usarán posteriormente para verificar la bondad de los modelos de elementos finitos propuestos en el presente TFG.



Gráfica III.1. Comparación de los valores del módulo de *Young* experimental obtenidos a través de dos vías: técnica de ultrasonidos (■) ensayo de compresión (◆). Se compara con el que se obtiene a través del modelo de *Nielsen* (●).

Concentración espaciador (%)	30	40	50	60	70
$E$ (GPa)	38.1	30.9	24.1	17.2	12.8
$\sigma_y$ (MPa)	268	198	130	75	33

*Tabla III.2. Valores experimentales del módulo de Young y el límite de elasticidad para los diferentes materiales porosos bajo estudio.*

## IV. Modelos de Elementos Finitos

---

Tal y como se ha señalado en el apartado 1.2, el objetivo del presente trabajo es establecer modelos de elementos finitos (MEF) capaces de predecir el comportamiento mecánico de materiales porosos.

En esta línea, diversos estudios han desarrollado desde MEF 2D basados en una distribución periódica de poros circulares [73] hasta complejos MEF 3D en donde la generación de la geometría se basa en datos extraídos desde la experimentación [74, 75]. Sin embargo, en ambos, ya sea debido a la excesiva simplificación del modelo o la excesiva complejidad que hace imposible una fácil reproducción del mismo, no son capaces de predecir adecuadamente el comportamiento de materiales porosos.

Por esta razón, en este trabajo se han desarrollado tres modelos. El primero de ellos, al cual se le ha denominado “modelo patrón básico”, se trata de un MEF 2D con una distribución periódica de poros circulares. El objetivo del desarrollo de este modelo no es otro que servir de referencia para los modelos restantes, ya que como se ha mencionado anteriormente este tipo de modelos no es adecuado para la estimación de la respuesta mecánica de los materiales porosos. Los dos modelos restantes, “modelo patrón” y “modelo semialeatorio”, aunque se tratan de MEF 2D, involucran la generación de los poros a partir de la información extraída de los procesos experimentales. Esto lleva a una combinación de la simplicidad que otorga un modelo 2D y la compleja información procedente de la experiencia experimental. Como consecuencia, los modelos que se desarrollan en este trabajo conllevan un bajo coste computacional y, por tanto, es posible la realización de un elevado número de simulaciones con lo que se conseguiría obtener resultados más fiables.

La diferencia entre el “modelo patrón” y el “modelo semialeatorio” radica en la generación de la geometría del material poroso, ya que la distribución de poros en la matriz en el primer caso es periódica, no ocurriendo lo mismo en el segundo.

#### 4.1. Generación de la geometría del material poroso

Todos los modelos consisten en una distribución de poros  $n \times n$  dentro de una matriz cuadrada de lado  $a$ . El número de poros a lo largo de un lado de la matriz,  $n$ , se selecciona de forma que se obtenga un volumen elemental representativo (VER) mínimo, el cual será aquel que proporcione unos resultados fiables cuando se lleve a cabo la simulación. Notar que el ratio entre la longitud del lado de la matriz y el diámetro medio equivalente del poro,  $a/D_{eq}$ , determina la porosidad total de la geometría simulada. Una vez establecidos estos parámetros ( $n$ ,  $a$  y  $D_{eq}$ ) se debe determinar el centro de cada poro.

- “Modelo patrón básico” (PB): en este modelo la distribución de poros dentro de la matriz es periódica. Por lo tanto, lo único que se debe establecer es una separación entre los poros consecutivos. Esta viene dada por el ratio entre el lado de la matriz y el número de poros a largo del mismo,  $d = a/n$ . Esto se representa en la figura IV.1.a, donde la posición del centro de los poros es representada por círculos y cruces.
- “Modelo patrón” (P): en este modelo la distribución de poros es periódica, al igual que en el “modelo patrón básico”. Por ello, la determinación del centro del poro se lleva a cabo con la misma metodología que en el caso anterior.
- “Modelo semialeatorio” (SA): con el fin de obtener una distribución aleatoria controlada, la posición del centro de los poros (ver figura IV.1.b representada por círculos) difiere de la posición de los dos modelos anteriores (ver figura IV.1.b representada por cruces) en una cierta longitud en ambas direcciones,  $d_x$  y  $d_y$ . Estas dos nuevas variables,  $d_x$  y  $d_y$ , son factores de aleatoriedad en la dirección  $x$  e  $y$ . Son generadas mediante una distribución uniforme con una desviación estándar determinada por  $r \cdot d$ , siendo  $r$  el factor de aleatoriedad. Variando este factor, es posible controlar el nivel de aleatoriedad en la distribución del poro.

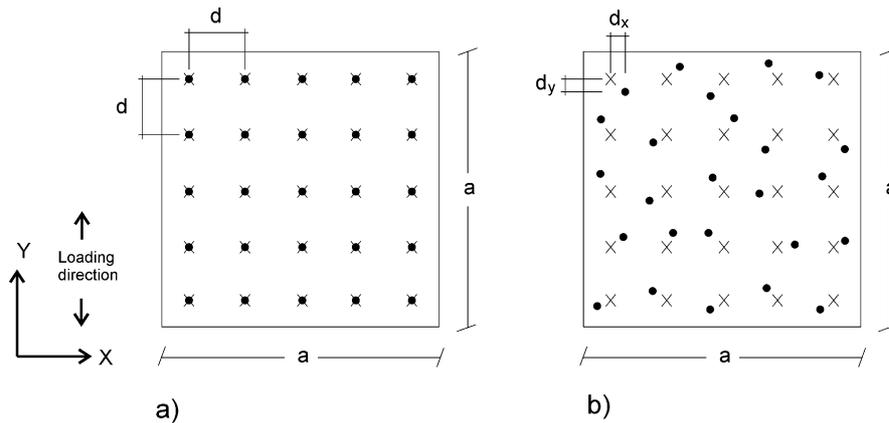


Figura IV.1. Posición de los centros de los poros según (a) “modelo patrón básico” y “modelo patrón”; y (b) “modelo semialeatorio”

Para completar la generación de la geometría a simular, una vez determinados los centros de los poros deben de hallarse los principales factores que intervienen en la morfología del poro: diámetro equivalente,  $D_{eq}$ , factor de elongación del poro,  $F_e$ , y orientación del poro,  $\alpha$ . El diámetro equivalente y el factor de elongación del poro son generados aleatoriamente siguiendo una distribución normal basada en los datos experimentales presentados en la tabla III.1. Notar que en el caso del diámetro equivalente, sólo se ha presentado su valor medio en dicha tabla. Esto es debido a que la desviación estándar de las medidas experimentales es muy elevada, lo que hace imposible su uso en la generación de los poros. Por lo tanto, el valor de la desviación estándar se ha fijado en un 20% del valor medio, en todos los niveles de porosidad. Por último, la orientación del poro también se ha generado aleatoriamente siguiendo una distribución uniforme.

Apreciar que en el caso del “modelo patrón básico”, los factores que determinan la morfología del poro toman unos valores fijos al tratarse de poros circulares. Por tanto, el diámetro equivalente en todos los poros es igual al diámetro equivalente mostrado en la tabla III.1, el factor de elongación es igual a la unidad debido a la geometría circular del poro y, finalmente, la orientación del poro se hace nula ya que carece de sentido en este modelo.

Esta metodología se lleva a cabo a través de un código, el cual se implementa en el programa comercial MATLAB en su versión 7.13.

Siguiendo la metodología anterior, se generan diferentes geometrías para cada nivel de porosidad del material bajo estudio ( $\theta=28, 37, 47, 57$  y  $66\%$ ), con el objeto de simular su comportamiento mecánico. Debido a que las geometrías son originadas a partir de factores generados

aleatoriamente y con el objetivo de evaluar la fiabilidad de los resultados obtenidos de cada modelo, se debe generar un número mínimo de diferentes geometrías para cada nivel de porosidad. En el presente trabajo, se generan cinco geometrías por cada nivel. Sin embargo, existen niveles de porosidad que no permiten generar dicho número de simulaciones, tal y como se verá en el Capítulo V. Indicar que en el “modelo patrón básico” sólo se ha generado una geometría para cada nivel de porosidad, debido a las propias características del modelo ya que no se basa en factores aleatorios. Añadir que para poder evaluar el efecto que produce el factor de aleatoriedad  $r$  en el “modelo semialeatorio”, se han generado geometrías para  $r=0.2$  y  $r=0.5$ .

Una de las geometrías para cada nivel de porosidad del material bajo estudio se ha seleccionado como representativa para cada modelo. Estas son presentadas en las figuras IV.2 – IV.5.

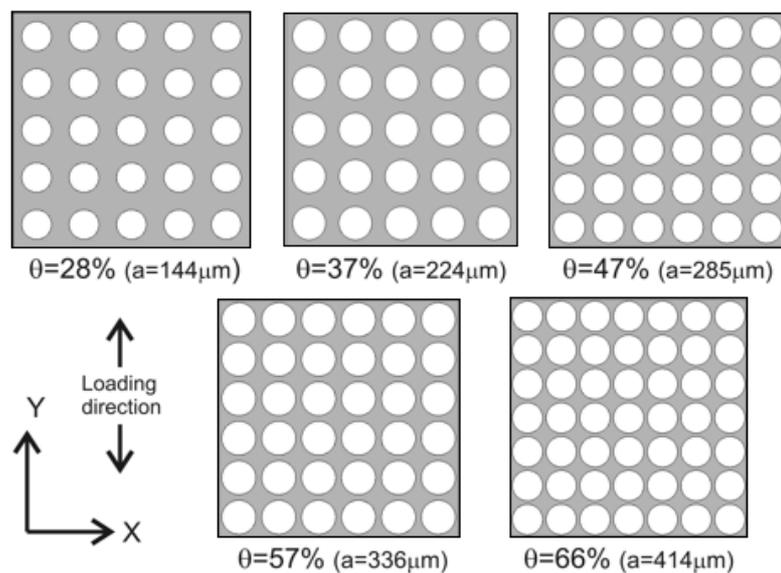


Figura IV.2. Geometrías representativas del “modelo patrón básico” con tamaño del VER mínimo, para el material poroso bajo estudio, con nivel de porosidad  $\theta$  y longitud del lado de la matriz  $a$ .

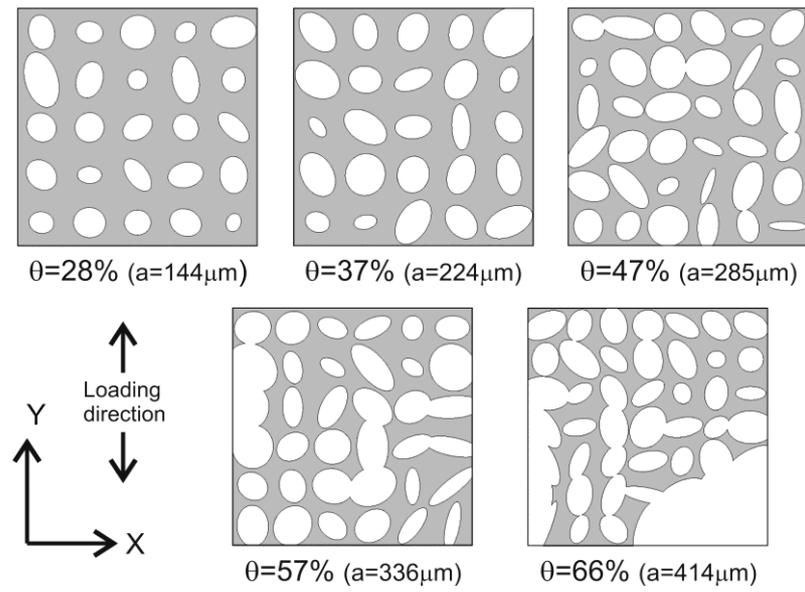


Figura IV.3. Geometrías representativas del “modelo patrón” con tamaño del VER mínimo, para el material poroso bajo estudio, con nivel de porosidad  $\theta$  y longitud del lado de la matriz  $a$ .

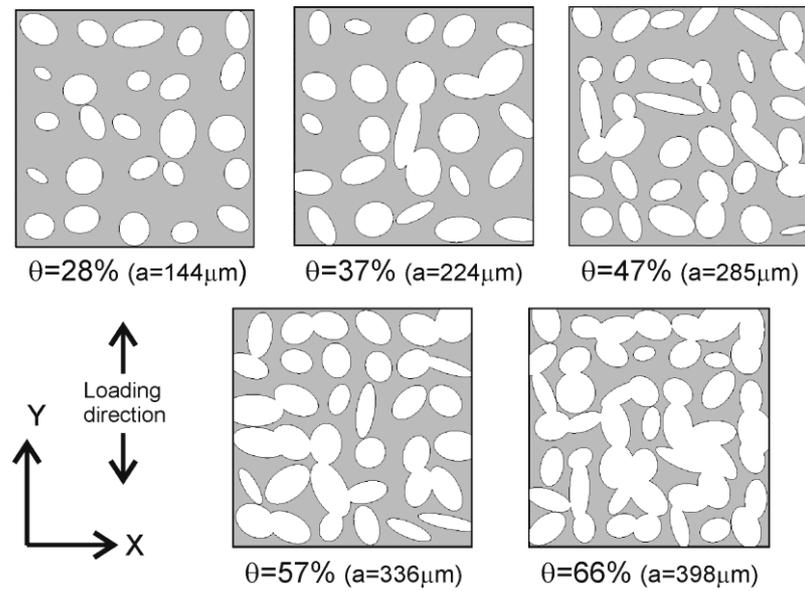


Figura IV.4. Geometrías representativas del “modelo semialeatorio” con tamaño del VER mínimo y  $r=0.2$ , para el material poroso bajo estudio, con nivel de porosidad  $\theta$  y longitud del lado de la matriz  $a$ .

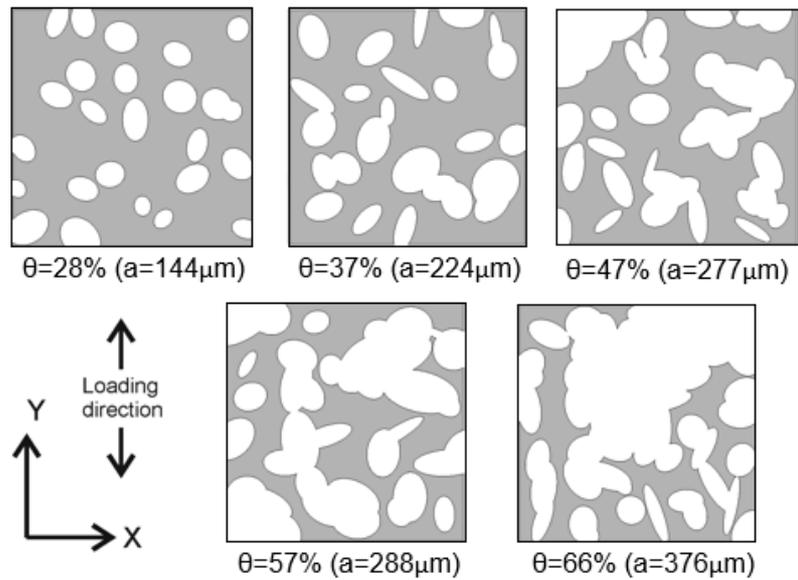


Figura IV.5. Geometrías representativas del “modelo semialeatorio” con tamaño del VER mínimo y  $r=0.5$ , para el material poroso bajo estudio, con nivel de porosidad  $\theta$  y longitud del lado de la matriz  $a$ .

De las figuras IV.3 – IV.5 puede apreciarse como a medida que aumenta el nivel de porosidad del material, la coalescencia de los poros también aumenta. Consecuentemente, a medida que la porosidad aumenta, el tamaño del VER necesario para obtener una respuesta macroscópica representativa aumenta. Por esta razón, para comprobar el efecto que tiene el tamaño del volumen elemental representativo, dentro de cada modelo se han generado dos versiones atendiendo al valor del lado de la matriz  $a$ : “tamaño mínimo del VER”, el mínimo VER que da resultados fiables y es el representado en las figuras IV.2 – IV.5 y el “tamaño doble del VER”.

La versión de cada modelo con tamaño doble del VER se ha generado fijando el número  $n$  de poros a lo largo de un lado de la matriz como el doble que en la versión donde el VER es mínimo. Tras fijar el número de poros como el doble, dependiendo del modelo, se ajusta adecuadamente el tamaño del VER para obtener un nivel de porosidad adecuado. En estos casos también se ha escogido una geometría como “representativa” para cada nivel de porosidad y son representados en las figuras IV.6 – IV.9.

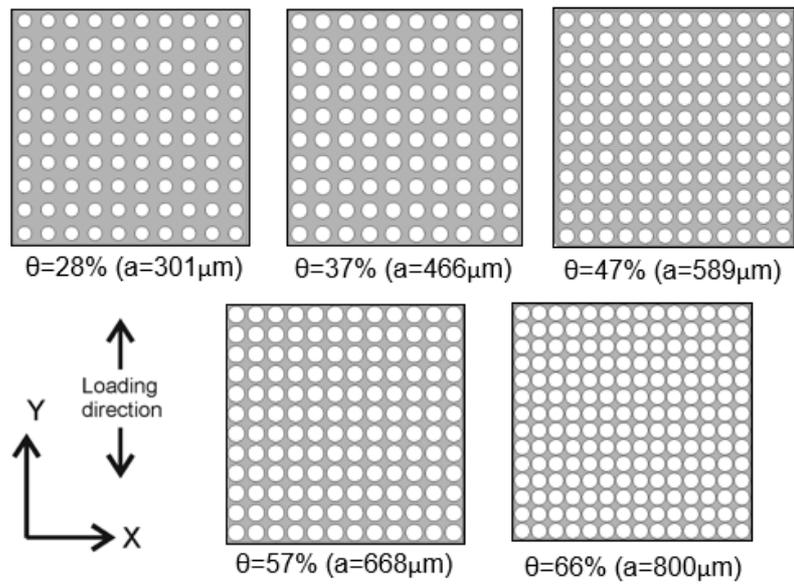


Figura IV.6. Geometrías representativas del “modelo patrón básico” con tamaño VER doble, para el material poroso bajo estudio, con nivel de porosidad  $\theta$  y longitud del lado de la matriz  $a$ .

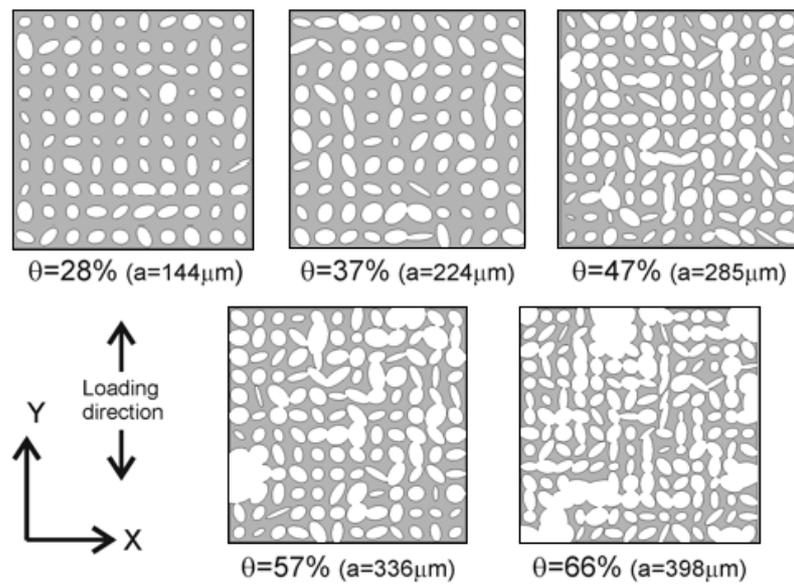


Figura IV.7. Geometrías representativas del “modelo patrón” con tamaño VER doble, para el material poroso bajo estudio, con nivel de porosidad  $\theta$  y longitud del lado de la matriz  $a$ .

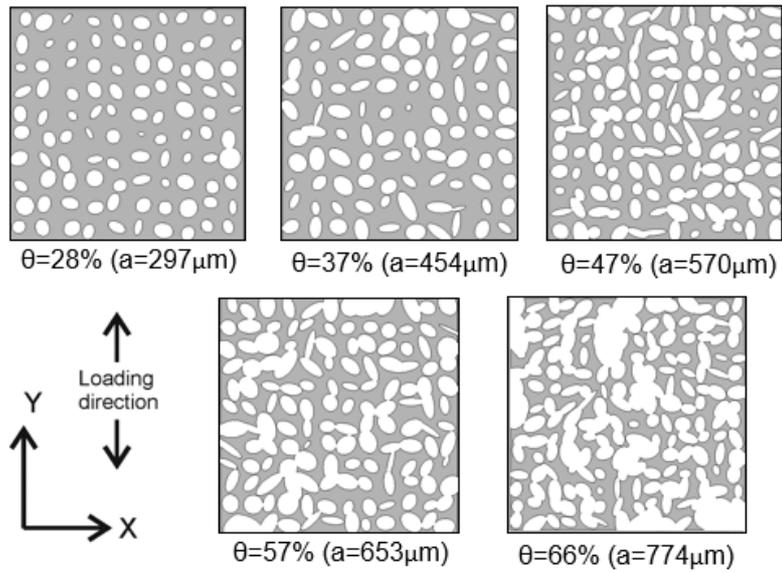


Figura IV.8. Geometrías representativas del “modelo semialeatorio” con tamaño del VER doble y  $r=0.2$ , para el material poroso bajo estudio, con nivel de porosidad  $\theta$  y longitud del lado de la matriz  $a$ .

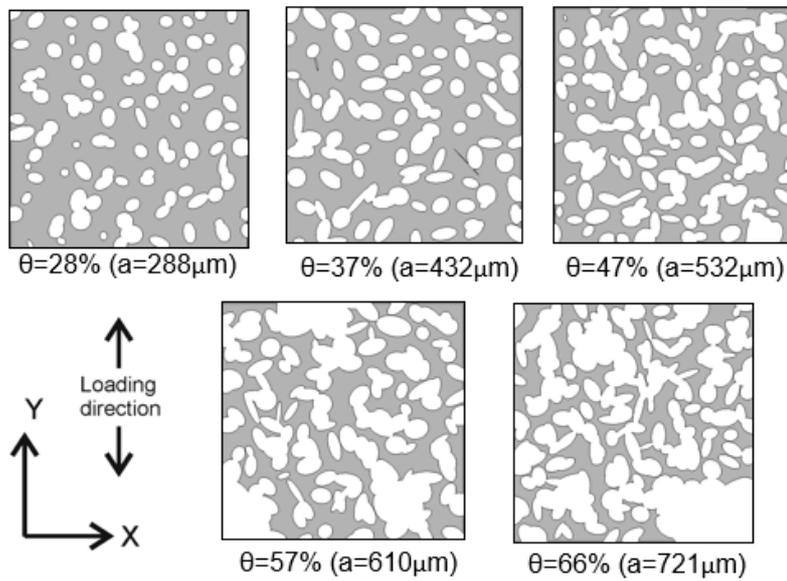


Figura IV.9. Geometrías representativas del “Modelo semialeatorio” con tamaño del VER doble y  $r=0.5$ , para el material poroso bajo estudio, con nivel de porosidad  $\theta$  y longitud del lado de la matriz  $a$ .

Se observa que al aumentar el nivel de porosidad, la coalescencia del poros también aumenta, tal y como ocurre en el caso del que el tamaño del VER sea mínimo.

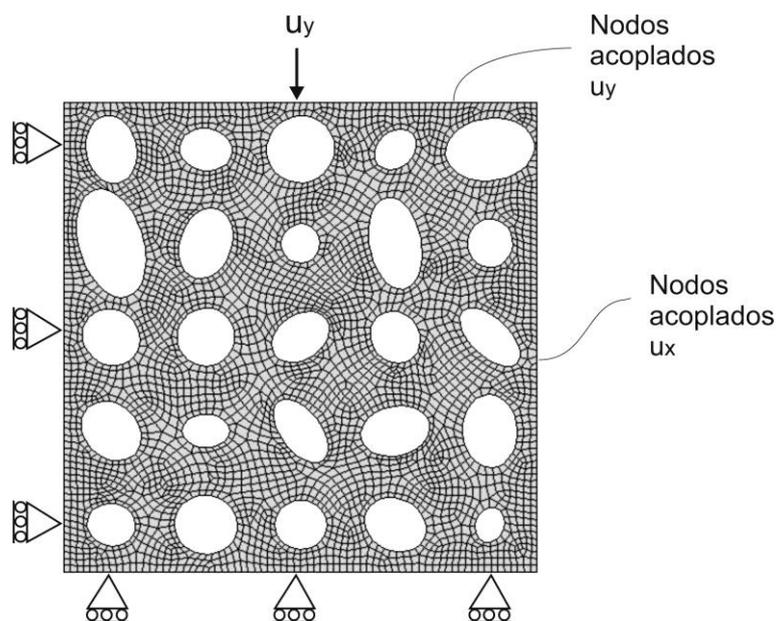
## 4.2. Simulación del comportamiento mecánico del Titanio poroso

Mallando las geometrías generadas mediante la metodología explicada en el apartado 4.3, se obtienen los modelos geométricos de elementos finitos. Mediante dichos modelos, se simulan una serie de ensayos de compresión con control en desplazamiento. Dichas simulaciones se realizan haciendo uso de un código que se implementa en el programa ANSYS, en su versión 15.0.

La probeta sobre la que se realizan los ensayos de compresión tiene forma cilíndrica. Se le aplica el modelo de deformación plana y las condiciones de contorno que ello implica. Dichas condiciones son representadas en la figura IV.10 e impuestas a todos los modelos: en la base de la matriz se restringe el movimiento en la dirección  $y$ , en el lado izquierdo de la misma se restringe el movimiento en la dirección  $x$ , en el lado derecho se limita el desplazamiento en la dirección  $x$  (todos los punto tienen el mismo desplazamiento en la dirección  $x$ ). Además, como se ha mencionado anteriormente, el control del ensayo de compresión se hace en desplazamiento. Para ello, se aplica una deformación macroscópica de 1% en la parte superior de la matriz en la dirección  $y$ . La elección de un control en desplazamiento se debe a que permite un fácil control en el cálculo de los *steps* y, además, es muy útil para obtener información tensión/deformación. Todos los modelos son mallados con elementos bicuadráticos de ocho nodos de deformación plana. La convergencia del mallado se verifica en el valor total y local de las tensiones. Las tensiones globales son calculadas haciendo uso la media en su volumen:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dV = \frac{1}{\sum_{m=1}^N V^m} \sum_{m=1}^N \sigma_{ij}^m \cdot V^m \quad (\text{IV.1})$$

donde  $V^m$  es el volumen del elemento  $m$ ,  $N$  es el número total de elementos y  $\sigma_{ij}$  es la tensión de *Cauchy* de cada componente. Notar que la tensión de cada componente es obtenida a partir del centroide de cada elemento y las variables de salida de cada elemento son obtenidas a partir del punto de integración del mismo.



*Figura IV.10. Modelo geométrico de elementos finitos con las condiciones de contornos aplicadas correspondientes al modelo de deformación plana.*

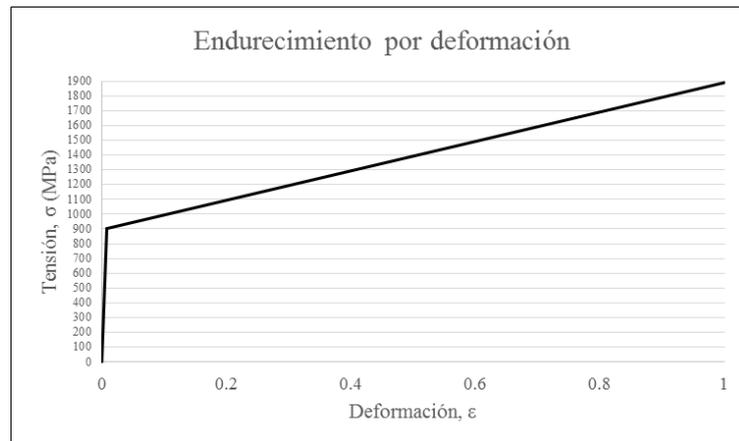
A pesar de que la geometría de los poros en el modelo geométrico se realiza de forma automática, en algunos casos, especialmente para porosidades altas, aparecen problemas en el mallado de dicha geometría. Esto ocurre principalmente cuando existe un cuello entre poros con tan poco espesor que provoca que los elementos estén excesivamente distorsionados; lo cual puede provocar una disminución en la fiabilidad de los resultados e incluso problemas de convergencia.

Para solventar estos problemas, es necesario comprobar si existen elementos distorsionados y, en caso afirmativo, modificar ligeramente la posición o tamaño del poro, con el fin de evitar cuellos estrechos entre poros. Destacar que este último proceso se realiza manualmente y se convierte en una tarea ardua a medida que el nivel de porosidad y el tamaño del VER aumentan.

Por último, también se debe resaltar que a diferencia del modelo que se desarrolló anteriormente por el Dr. Sergio Muñoz, en los modelos desarrollados en este TFG no se han mallado los poros, pues como se puede haber observado no se la ha asignado propiedades de ningún material a los poros. Se comprobó la validez de esta simplificación en el modelo comparándolo con los resultados obtenidos en el trabajo [42]. Al no mallar los poros se consigue disminuir el coste computacional del modelo, lo cual aumenta su importancia a medida que se aumenta el tamaño del VER.

En todos los modelos, las microestructuras simuladas están formadas por dos fases diferentes: una matriz de titanio y los poros. Para describir el comportamiento mecánico de la matriz de titanio se

han usado las propiedades mecánicas del Ti comercialmente puro de grado IV: un módulo de *Young*  $E_{denso}=110$  GPa, un límite de fluencia  $\sigma_{y-denso}=900$  MPa y un coeficiente de *Poisson*  $\nu=0.33$ . Para describir el comportamiento de endurecimiento por deformación del titanio, se adopta un modelo de endurecimiento isotrópico con un pequeño módulo tangente  $E_T=1$  GPa (ver figura IV.11). Estas propiedades del material han sido medidas mediante un ensayo de compresión en el laboratorio del grupo Ciencia de los Materiales e Ingeniería Metalúrgica.

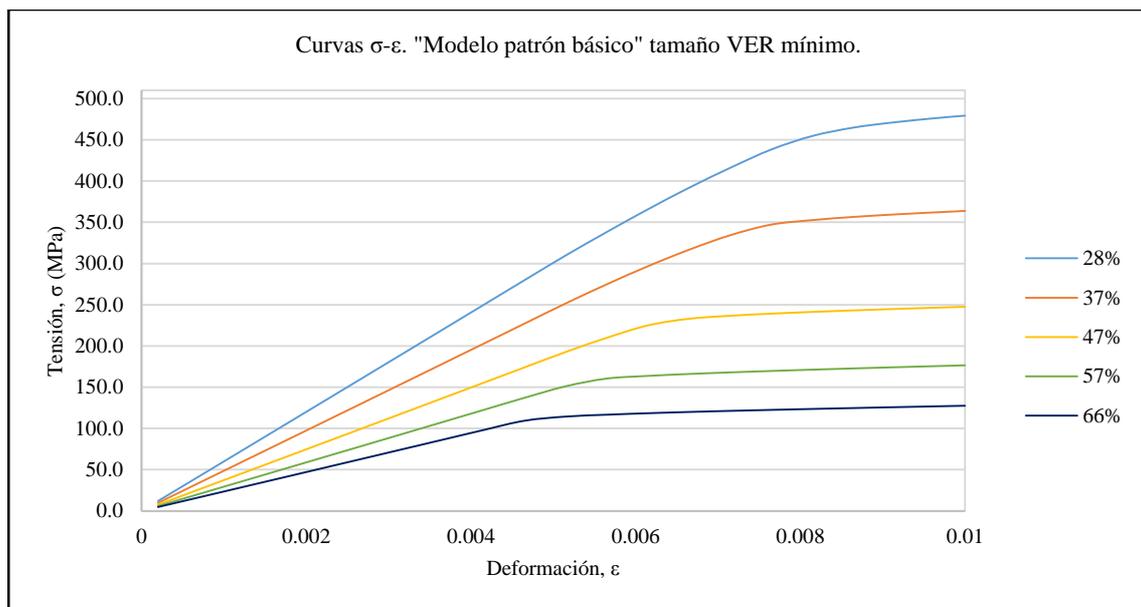


*Figura IV.11. Modelo para el endurecimiento por deformación en el caso uniaxial, con los valores adoptados en el presente trabajo.*

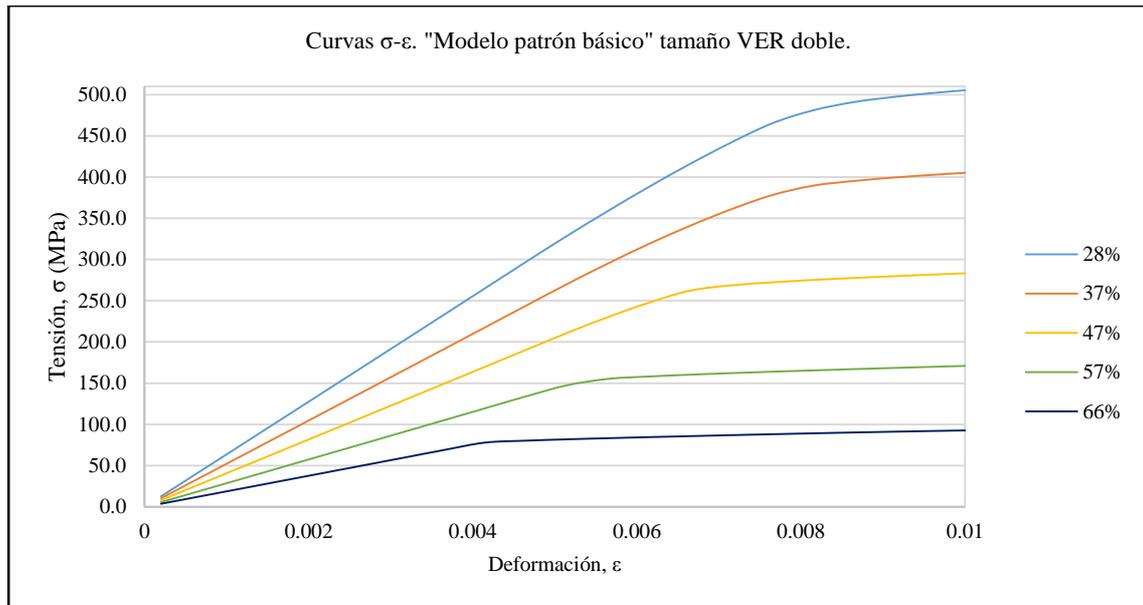
## V. Resultados y Discusión

Como se ha mencionado anteriormente, con el objetivo de estimar el comportamiento mecánico del material bajo estudio, se han simulado ensayos de compresión usando los modelos de elementos finitos propuestos, generados con la metodología explicada en el Capítulo IV.

A partir de dichos modelos es posible obtener una predicción de la respuesta macroscópica del material (curva tensión-deformación) en cada geometría simulada, las cuales son mostradas en las gráficas V.1 – V.4.



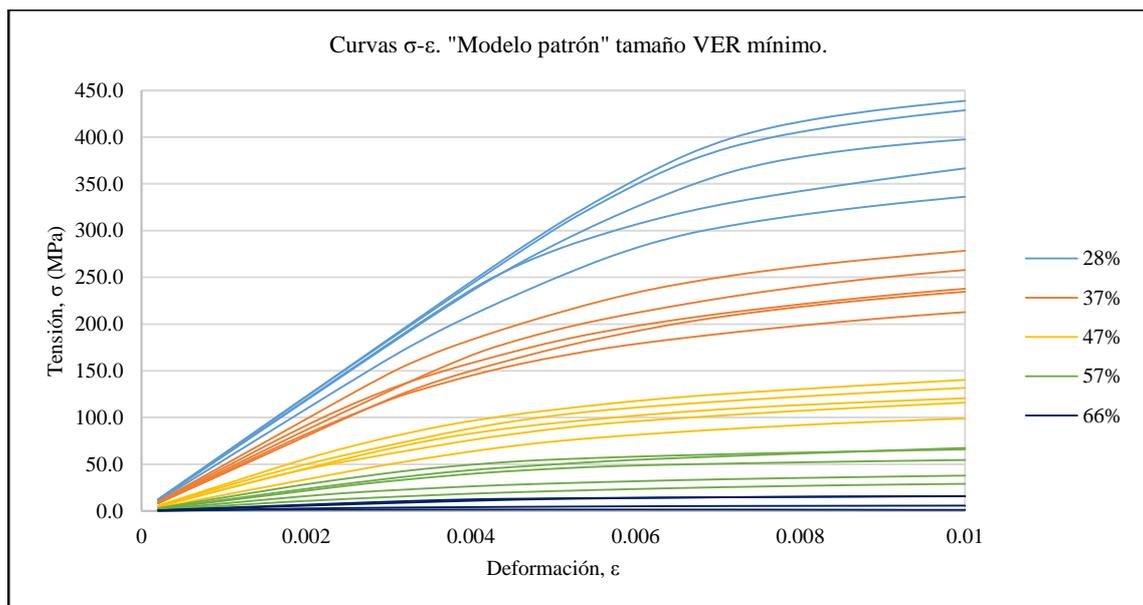
(a)



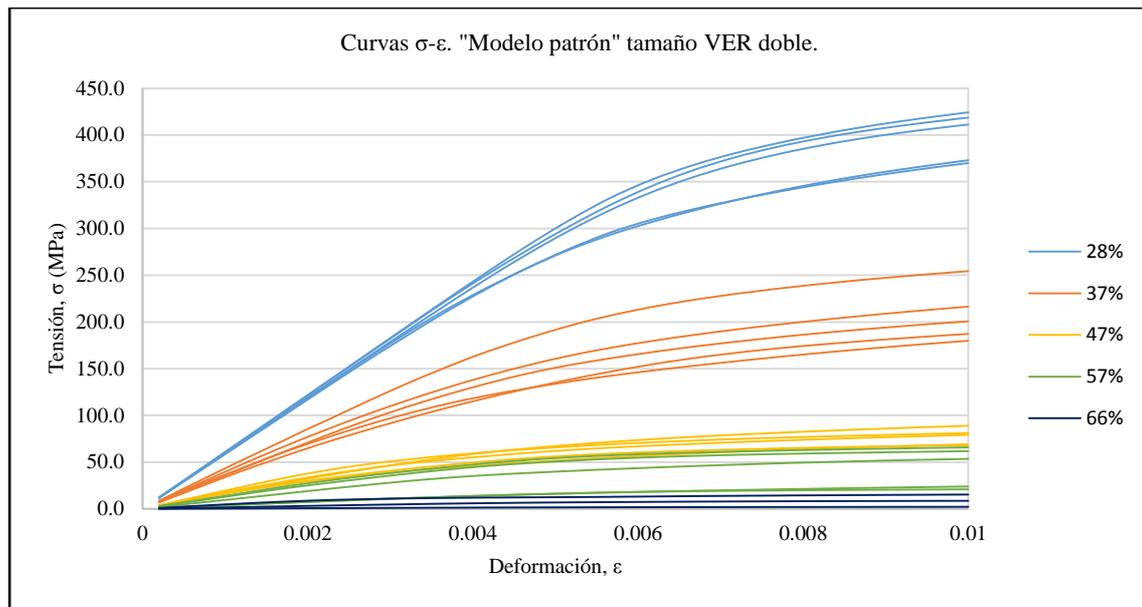
(b)

Gráfica V.1. Respuesta macroscópica tensión-deformación del titanio poroso estimada por el "modelo patrón básico" para diferentes valores de la porosidad total donde (a) tamaño mínimo de VER y (b) tamaño doble de VER

Se puede señalar que en la gráfica V.1 sólo aparece una simulación para cada nivel de porosidad ya que dadas las características del "modelo patrón básico" carece de sentido la realización de más de una para cada nivel de porosidad.



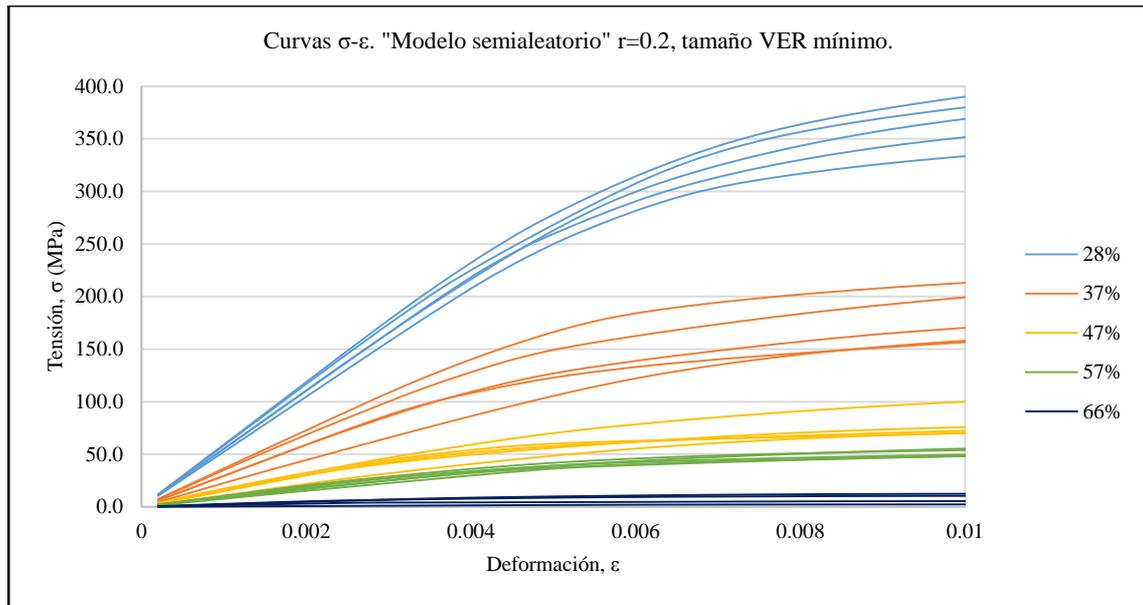
(a)



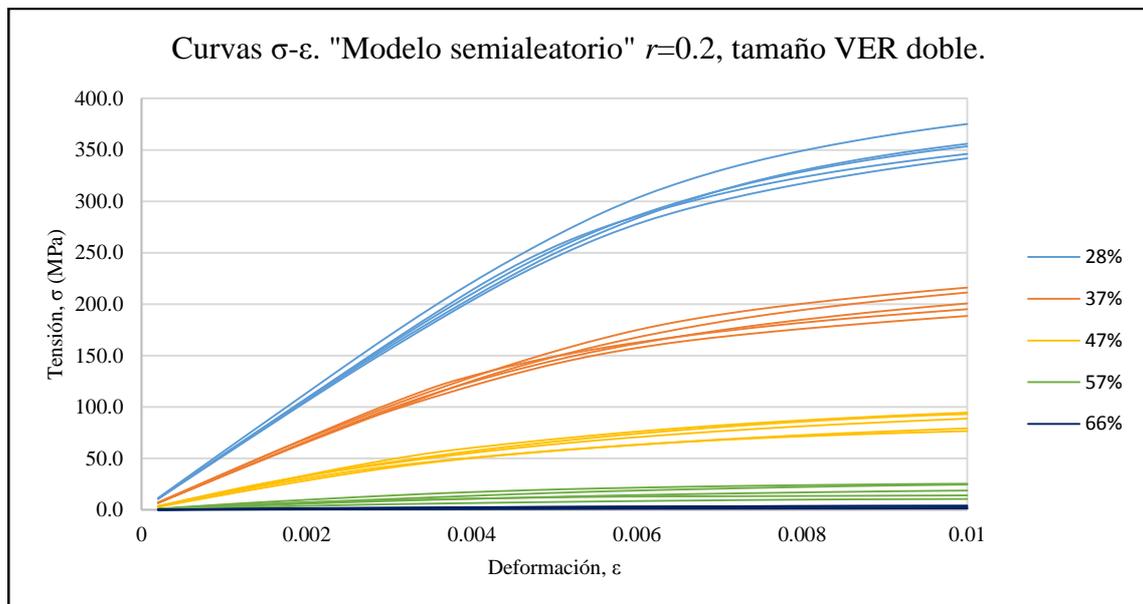
(b)

*Gráfica V.2. Respuesta macroscópica tensión-deformación del titanio poroso estimada por el "modelo patrón" para diferentes valores de la porosidad total donde (a) tamaño mínimo de VER y (b) tamaño doble de VER*

Como se puede apreciar en la gráfica V.2, en algunos casos ( $\theta=66\%$  con tamaño mínimo y doble del VER) no se han llevado a cabo el número de simulaciones propuesta en un principio. Esto se debe a que la desviación estándar obtenida en los resultados, la cual se analizará en detalle en los próximos párrafos, era excesivamente elevada. Además, en este punto es preciso resaltar que es muy difícil controlar el correcto mallado del dominio y la posterior convergencia de la solución en este nivel de porosidad.



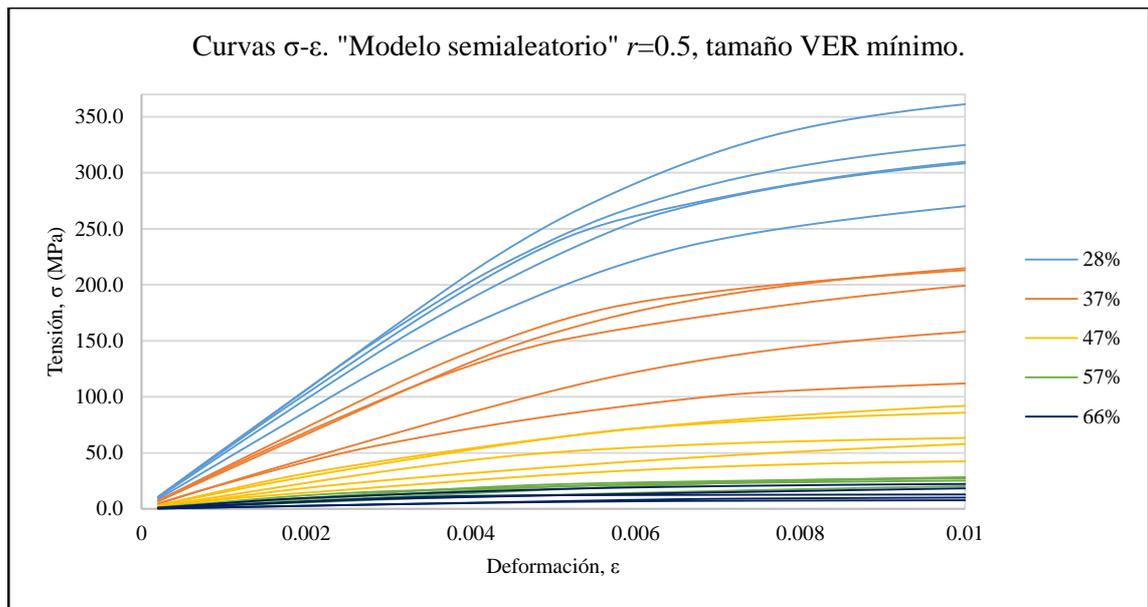
(a)



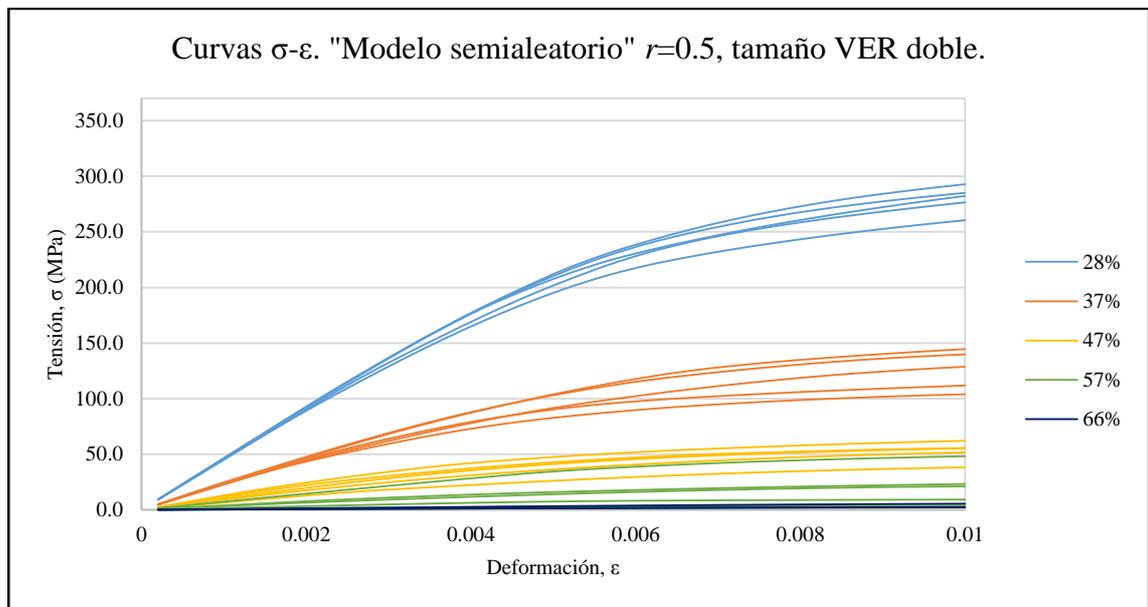
(b)

*Gráfica V.3. Respuesta macroscópica tensión-deformación del titanio poroso estimada por el “modelo semialeatorio” con  $r=0.2$  para diferentes valores de la porosidad total donde (a) tamaño mínimo de VER y (b) tamaño doble de VER*

En la gráfica V.3.a, al igual que ocurría en la gráfica V.2, sólo se han completado cuatro simulaciones para el nivel de porosidad  $\theta=66\%$ , por las mismas razones que han sido explicadas anteriormente.



(a)



(b)

*Gráfica V.4. Respuesta macroscópica tensión-deformación del titanio poroso estimada por el “Modelo semialeatorio” con  $r=0.5$  para diferentes valores de la porosidad total donde (a) tamaño mínimo de VER y (b) tamaño doble de VER*

En este caso, en la gráfica V.4.b, sólo se ha completado 3 simulaciones para el último nivel de porosidad. El grado de aleatoriedad del modelo sumado al tamaño del VER hacía inviable la obtención de resultados óptimos, como será mostrado a continuación.

De las gráficas V.1 – V.4, se pueden extraer varias conclusiones. En primer lugar, como era de esperar, a medida que aumenta la porosidad la pendiente de la curva tensión-deformación disminuye. Y en segundo lugar, en general, al aumentar la aleatoriedad del modelo, las respuestas obtenidas varían más unas de otras. Para analizar esto en profundidad, junto con otros aspectos, se examinará con detalle los valores de la desviación estándar en los resultados obtenidos.

Tras la obtención de las curvas tensión-deformación, se obtiene los parámetros que caracterizan la respuesta macroscópica estimada: módulo elástico,  $E$ ; límite de fluencia,  $\sigma_{y-poroso}$ , el cual se ha fijado para una deformación de 0.2%; tensión final,  $\sigma_{1\%-poroso}$ , la cual se fija para una deformación global de 1%. Estos datos son mostrados en las tablas V.1 – V.3 junto con la porosidad de cada simulación,  $\theta_s$ .

<b>"Modelo patrón básico" tamaño mínimo VER</b>						
$\theta$ (%)	$n$	$a$ ( $\mu\text{m}$ )	$\theta_s$ (%)	$E$ (GPa)	$\sigma_{y-poroso}$ (MPa)	$\sigma_{1\%-poroso}$ (MPa)
<b>28</b>	5	144.0	30.7	60.0	479.0	479.3
<b>37</b>	5	224.0	40.1	49.0	360.0	363.7
<b>47</b>	6	285.0	50.3	37.5	243.0	247.6
<b>57</b>	6	336.0	57.7	30.0	170.0	176.5
<b>66</b>	7	431.4	63.3	23.8	121.0	127.6

(a)

<b>"Modelo patrón básico" tamaño doble VER</b>						
$\theta$ (%)	$n$	$a$ ( $\mu\text{m}$ )	$\theta_s$ (%)	$E$ (GPa)	$\sigma_{y-poroso}$ (MPa)	$\sigma_{1\%-poroso}$ (MPa)
<b>28</b>	10	300.6	28.2	64.0	504.0	505.2
<b>37</b>	10	465.6	37.1	52.0	404.0	405.1
<b>47</b>	12	589.0	47.1	41.0	288.0	283.3
<b>57</b>	12	668.0	58.4	29.0	166.0	171.0
<b>66</b>	14	800.0	67.6	19.0	86.0	92.73

(b)

*Tabla V.1. Resultados de cada simulación haciendo uso del "modelo patrón básico" para (a) tamaño mínimo VER y (b) tamaño doble VER. Se muestra el número de divisiones,  $n$ , la longitud del lado de la matriz,  $a$ , y la porosidad de cada simulación,  $\theta_s$ .*

<b>"Modelo patrón" tamaño mínimo VER</b>						
$\theta$ (%)	$n$	$a$ ( $\mu\text{m}$ )	$\theta_s$ (%)	$E$ (GPa)	$\sigma_{y\text{-poroso}}$ (MPa)	$\sigma_{1\%\text{-poroso}}$ (MPa)
<b>28</b>	5	144.0	25.8	61.0	417.0	428.7
			28.8	54.5	313.0	336.2
			28.5	61.5	430.0	439.0
			27.7	59.7	342.0	366.6
			28.3	59.3	385.0	397.6
<b>37</b>	5	224.0	37.1	41.5	183.0	212.7
			36.8	46.4	202.5	227.2
			37.7	40.0	210.1	234.5
			37.6	43.5	231.0	257.8
			36.9	49.0	248.0	278.4
<b>47</b>	6	285.0	46.9	26.0	112.5	131.7
			47.9	17.0	87.5	98.9
			46.9	23.2	105.2	120.6
			45.2	28.2	119.5	140.2
			47.0	23.1	97.5	115.9
<b>57</b>	6	336.0	54.3	14.5	58.0	65.9
			56.2	12.0	57.5	67.4
			57.4	11.0	49.0	54.5
			57.3	8.0	31.8	37.9
			56.7	5.5	24.0	29.0
<b>66</b>	7	431.4	65.8	3.4	14.3	15.7
			63.2	2.9	14.7	15.9
			65.1	1.1	1.5	1.1
			65.3	1.4	4.8	5.7

(a)

<b>"Modelo patrón" tamaño doble VER</b>						
$\theta$ (%)	$n$	$a$ ( $\mu\text{m}$ )	$\theta_s$ (%)	$E$ (GPa)	$\sigma_{y\text{-poroso}}$ (MPa)	$\sigma_{1\%\text{-poroso}}$ (MPa)
<b>28</b>	10	300.6	28.2	59.0	341.0	370.0
			28.0	59.5	330.0	373.1
			27.8	60.2	404.0	418.7
			28.6	60.2	394.0	411.2
			28.4	60.4	410.0	424.3
<b>37</b>	10	465.6	36.7	37.0	174.0	200.7
			36.8	43.0	233.0	254.3
			36.9	36.0	146.0	179.9
			37.0	34.0	162.0	187.2
			37.0	40.0	185.0	216.4
<b>47</b>	12	589.0	47.2	18.0	65.0	78.2
			47.2	17.0	52.0	69.1
			47.0	16.8	58.5	68.1
			46.8	19.7	68.0	81.1
			47.0	17.3	75.3	89.0
<b>57</b>	12	668.0	56.2	4.0	19.0	20.9
			54.0	13.2	55.0	61.8
			57.6	3.8	20.5	23.9
			53.8	9.7	46.0	53.5
			53.1	14.2	59.0	65.9
<b>66</b>	14	800.0	64.8	1.6	7.8	8.6
			65.8	0.4	2.0	2.2
			62.5	5.0	11.9	15.3

(b)

*Tabla V.2. Resultados de cada simulación haciendo uso del "modelo patrón" para (a) tamaño mínimo VER y (b) tamaño doble VER. Se muestra el número de divisiones,  $n$ , la longitud del lado de la matriz,  $a$ , y la porosidad de cada simulación,  $\theta_s$ .*

<b>"Modelo semialeatorio" tamaño mínimo VER</b>											
$\theta$ (%)	$n$	$r=0.2$					$r=0.5$				
		$a$ ( $\mu\text{m}$ )	$\theta_s$ (%)	$E$ (GPa)	$\sigma_{y\text{-poroso}}$ (MPa)	$\sigma_{1\%\text{-poroso}}$ (MPa)	$a$ ( $\mu\text{m}$ )	$\theta_s$ (%)	$E$ (GPa)	$\sigma_{y\text{-poroso}}$ (MPa)	$\sigma_{1\%\text{-poroso}}$ (MPa)
<b>28</b>	5	144.0	27.4	55.4	347.0	369.0	144.0	26.3	53.0	301.0	324.8
			30.0	52.3	317.0	333.6		29.6	53.0	346.0	361.3
			29.1	55.2	329.0	351.6		28.8	43.5	250.0	270.2
			27.3	59.7	366.0	390.1		26.8	50.0	286.0	308.5
			28.1	58.6	359.0	379.9		26.4	52.0	284.0	309.8
<b>37</b>	5	224.0	39.8	29.5	148.0	170.3	224.0	35.4	23.0	91.0	112.0
			38.5	29.5	138.0	156.6		34.2	33.0	202.0	214.8
			37.0	22.9	148.0	158.1		35.4	38.0	246.0	260.7
			37.5	37.0	197.0	213.1		37.0	28.5	116.0	131.0
			37.0	35.0	174.00	199.3		38.6	30.0	172.0	186.3
<b>47</b>	6	285.0	48.8	10.9	64.8	70.3	277.4	47.6	16.5	76.0	92.0
			46.4	15.0	62.0	72.3		45.1	15.2	77.0	85.9
			45.8	15.2	62.0	75.3		45.0	8.7	34.0	42.4
			46.0	18.5	61.0	70.0		48.5	11.7	58.0	63.4
			46.8	16.0	88.0	100.0		50.0	9.6	46.2	58.0
<b>57</b>	6	336.0	53.8	9.5	45.6	49.6	288.0	58.1	2.9	17.9	20.3
			57.7	9.8	41.1	48.2		59.2	5.0	24.6	27.6
			55.4	7.8	43.9	48.4		57.6	4.4	23.1	25.3
			56.7	9.8	46.5	53.6		60.4	3.6	27.0	27.3
			53.5	10.4	46.5	54.0		52.9	6.3	20.9	28.3
<b>66</b>	7	397.5	63.8	1.6	4.4	5.5	376.3	68.3	3.4	12.3	12.9
			63.4	2.9	8.7	10.5		63.8	1.4	9.8	10.1
			69.1	2.4	11.4	12.4		68.9	5.3	18.6	22.3
			70.1	0.4	2.3	2.4		68.3	3.2	13.8	18.3
								60.6	1.4	7.3	7.7

(a)

"Modelo semialeatorio" tamaño doble VER											
$\theta$ (%)	n	r=0.2					r=0.5				
		a ( $\mu\text{m}$ )	$\theta_s$ (%)	E (GPa)	$\sigma_{y\text{-poroso}}$ (MPa)	$\sigma_{1\%\text{-poroso}}$ (MPa)	a ( $\mu\text{m}$ )	$\theta_s$ (%)	E (GPa)	$\sigma_{y\text{-poroso}}$ (MPa)	$\sigma_{1\%\text{-poroso}}$ (MPa)
28	10	297.0	28.1	57.0	352.0	375.2	288.0	28.2	45.0	235.0	260.5
			28.0	55.0	327.0	353.5		28.0	47.0	269.0	292.8
			28.5	54.3	316.0	346.1		28.4	45.3	258.0	276.5
			28.5	53.6	315.0	341.8		28.1	46.4	253.0	282.3
			28.2	54.0	332.0	355.9		28.0	46.4	264.0	285.1
37	10	454.4	36.9	35.5	172.0	195.1	432.0	36.9	24.4	124.0	139.8
			37.3	33.6	178.0	200.7		37.3	23.0	94.0	103.9
			36.8	33.7	167.0	188.5		37.1	25.0	104.0	128.7
			36.7	33.6	191.0	211.3		36.3	24.0	97.0	111.8
			37.5	35.2	196.0	216.1		37.0	24.0	132.0	144.6
47	12	570.0	46.9	18.0	80.6	94.5	532.0	47.1	13.0	51.9	62.1
			47.6	14.6	65.5	76.6		47.0	10.1	48.2	55.4
			47.0	18.1	69.8	88.7		47.3	11.7	47.0	55.7
			46.6	16.0	63.0	79.2		47.1	6.5	32.2	38.2
			46.7	16.7	78.9	93.1		47.1	10.0	41.0	51.7
57	12	652.8	56.6	5.4	21.5	25.4	609.6	59.5	4.0	19.2	23.2
			56.9	4.0	21.0	24.6		55.2	7.4	44.6	48.2
			57.6	3.0	16.3	18.8		56.5	1.7	8.6	9.2
			57.3	2.0	9.2	10.6		57.7	3.4	18.7	21.1
			57.1	4.5	11.5	14.0		57.6	0.6	3.1	3.7
66	14	773.8	65.9	0.3	1.5	1.8	720.8	66.4	0.7	5.4	5.5
			66.0	0.2	1.2	1.3		65.0	0.4	1.7	2.2
			66.2	0.8	3.2	3.4		65.9	0.3	2.3	2.4
			65.8	0.7	1.4	1.6					
			65.5	0.6	3.9	4.1					

(b)

Tabla V.3. Resultados de cada simulación haciendo uso del "modelo semialeatorio" para (a) tamaño mínimo VER y (b) tamaño doble VER. Se muestra el número de divisiones, n, la longitud del lado de la matriz, a, y la porosidad de cada simulación,  $\theta_s$ .

Cada geometría generada tiene un nivel de porosidad distinto, tal y como se muestra en las tablas V.1 – V.3. Debido a la dificultad de generar una geometría porosa con un nivel determinado de porosidad se ha tomado como válida aquella que se encuentre en un rango de  $\pm 10\%$  del valor de la porosidad experimental mostrada en la tabla III.1.

Además, a medida que aumenta el nivel de porosidad, se hace más complicado el control de la misma en las geometrías, siendo más difícil aún cuando se aumenta la aleatoriedad del modelo. Esta es otra de las razones, por las que como se puede apreciar más claramente en las tablas anteriores, no se han llevado a cabo hasta cinco simulaciones para  $\theta=66\%$  en algunos modelos. Señalar que la variación de los resultados obtenidos en un mismo nivel de porosidad,  $\theta$ , es más sensible a las diferentes  $\theta_s$  en los niveles de porosidad más elevados. Basta con fijarse en la gráfica V.4.b en la que los dos últimos niveles de porosidad llegan a tener curvas con tensiones finales similares. Esto se verá con más claridad más adelante, cuando se analice en detalle la desviación estándar obtenida en los diferentes modelos propuestos.

A partir de estos primeros resultados, se pueden calcular los valores medios de los parámetros que caracterizan la respuesta macroscópica del material bajo estudio ( $E$ ,  $\sigma_{y-poroso}$  y  $\sigma_{1\%-poroso}$ ), así como la porosidad media obtenida en cada nivel,  $\theta_m$ . En las tablas V.4 – V.6 se resumen estos valores medios, expresados junto con la desviación estándar (%) de cada uno de ellos. Señalar que en dichas tablas solo se muestran resultados para el “modelo patrón” y el “modelo semialeatorio”, ya que en el caso del “modelo patrón básico” no existe valores medios al haber sólo una simulación por cada nivel de porosidad.

<b>"Modelo patrón" tamaño mínimo VER</b>						
$\theta$ (%)	$n$	$a$ ( $\mu\text{m}$ )	$\theta_m$ (%)	$E$ (GPa)	$\sigma_{y-poroso}$ (MPa)	$\sigma_{1\%-poroso}$ (MPa)
<b>28</b>	5	144.0	27.8 $\pm$ 4.3%	59.2 $\pm$ 4.7%	374.7 $\pm$ 13.2%	391.7 $\pm$ 10.9%
<b>37</b>	5	224.0	37.2 $\pm$ 1.1%	44.0 $\pm$ 8.3%	213.7 $\pm$ 11.8%	243.2 $\pm$ 10.2%
<b>47</b>	6	285.0	46.8 $\pm$ 2.1%	23.2 $\pm$ 18.2%	103.8 $\pm$ 12.1%	120.6 $\pm$ 13.1%
<b>57</b>	6	336.0	56.4 $\pm$ 2.2%	9.7 $\pm$ 36.3%	41.6 $\pm$ 37.1%	48.4 $\pm$ 35.1%
<b>66</b>	7	413.4	64.9 $\pm$ 1.7%	1.9 $\pm$ 58.2%	6.2 $\pm$ 107.2%	6.4 $\pm$ 116.5%

(a)

<b>"Modelo patrón" tamaño doble VER</b>						
$\theta$ (%)	$n$	$a$ ( $\mu\text{m}$ )	$\theta_m$ (%)	$E$ (GPa)	$\sigma_{y\text{-poroso}}$ (MPa)	$\sigma_{1\%\text{-poroso}}$ (MPa)
<b>28</b>	10	300.6	28.2 $\pm$ 1.1%	59.9 $\pm$ 1.0%	374.3 $\pm$ 10.0%	398.8 $\pm$ 6.5%
<b>37</b>	10	465.6	36.9 $\pm$ 0.4%	37.9 $\pm$ 9.3%	177.7 $\pm$ 18.6%	206.1 $\pm$ 14.3%
<b>47</b>	12	589.0	47.1 $\pm$ 0.4%	17.7 $\pm$ 6.6%	63.3 $\pm$ 14.1%	76.7 $\pm$ 11.3%
<b>57</b>	12	668.0	54.9 $\pm$ 3.4%	7.7 $\pm$ 63.8%	35.7 $\pm$ 53.2%	40.5 $\pm$ 52.6%
<b>66</b>	14	800.0	64.4 $\pm$ 2.7%	1.4 $\pm$ 167.0%	5.7 $\pm$ 88.4%	6.7 $\pm$ 98.7%

(b)

Tabla V.4. Valores medios de los resultados de las simulaciones haciendo uso del "modelo patrón" para (a) tamaño VER mínimo y (b) tamaño VER doble. Se muestra el número de divisiones,  $n$ , la longitud del lado de la matriz,  $a$ , y la porosidad media,  $\theta_m$ .

<b>"Modelo semialeatorio" para <math>r=0.2</math> y tamaño mínimo VER</b>						
$\theta$ (%)	$n$	$a$ ( $\mu\text{m}$ )	$\theta_m$ (%)	$E$ (GPa)	$\sigma_{y\text{-poroso}}$ (MPa)	$\sigma_{1\%\text{-poroso}}$ (MPa)
<b>28</b>	5	144.0	28.4 $\pm$ 4.0%	56.2 $\pm$ 5.3%	343.1 $\pm$ 6.0%	364.3 $\pm$ 6.2%
<b>37</b>	5	224.0	38.0 $\pm$ 3.2%	30.4 $\pm$ 18.2%	159.6 $\pm$ 15.1%	178.1 $\pm$ 14.3%
<b>47</b>	6	285.0	46.8 $\pm$ 2.6%	14.9 $\pm$ 18.4%	66.9 $\pm$ 17.2%	76.9 $\pm$ 16.5%
<b>57</b>	6	336.0	55.4 $\pm$ 3.3%	9.4 $\pm$ 10.5%	44.7 $\pm$ 5.1%	50.7 $\pm$ 5.6%
<b>66</b>	7	397.5	66.6 $\pm$ 5.3%	1.4 $\pm$ 77.7%	5.6 $\pm$ 73.1%	6.4 $\pm$ 71.4%

(a)

<b>"Modelo semialeatorio" para <math>r=0.2</math> y tamaño doble VER</b>						
$\theta$ (%)	$n$	$a$ ( $\mu\text{m}$ )	$\theta_m$ (%)	$E$ (GPa)	$\sigma_{y\text{-poroso}}$ (MPa)	$\sigma_{1\%\text{-poroso}}$ (MPa)
<b>28</b>	10	297.0	28.3 $\pm$ 0.9%	54.8 $\pm$ 2.5%	328.1 $\pm$ 4.6%	354.3 $\pm$ 3.6%
<b>37</b>	10	454.4	37.0 $\pm$ 0.9%	34.3 $\pm$ 2.8%	180.5 $\pm$ 6.9%	202.1 $\pm$ 5.6%
<b>47</b>	12	570.0	47.0 $\pm$ 0.9%	16.6 $\pm$ 8.8%	71.2 $\pm$ 11.1%	86.1 $\pm$ 9.4%
<b>57</b>	12	652.8	57.1 $\pm$ 0.7%	3.6 $\pm$ 36.9%	15.1 $\pm$ 36.6%	17.7 $\pm$ 36.6%
<b>66</b>	14	773.8	65.9 $\pm$ 0.4%	0.5 $\pm$ 53.4%	2.0 $\pm$ 61.5%	2.2 $\pm$ 56.1%

(b)

Tabla V.5. Valores medios de los resultados de las simulaciones haciendo uso del "modelo semialeatorio" con  $r=0.2$ , para (a) tamaño VER mínimo y (b) tamaño VER doble. Se muestra el número de divisiones,  $n$ , la longitud del lado de la matriz,  $a$ , y la porosidad media,  $\theta_m$ .

<b>"Modelo semialeatorio" para <math>r=0.5</math> y tamaño mínimo VER</b>						
$\theta$ (%)	$n$	$a$ ( $\mu\text{m}$ )	$\theta_m$ (%)	$E$ (GPa)	$\sigma_{y\text{-poroso}}$ (MPa)	$\sigma_{1\%\text{-poroso}}$ (MPa)
<b>28</b>	5	144.0	27.5 $\pm$ 5.5%	50.2 $\pm$ 8.0%	291.8 $\pm$ 11.9%	313.6 $\pm$ 10.5%
<b>37</b>	5	224.0	36.1 $\pm$ 4.7%	30.1 $\pm$ 18.4%	155.2 $\pm$ 40.6%	172.6 $\pm$ 35.2%
<b>47</b>	6	277.4	47.2 $\pm$ 4.6%	12.0 $\pm$ 28.6%	55.6 $\pm$ 33.6%	65.8 $\pm$ 31.1%
<b>57</b>	6	288.0	57.6 $\pm$ 5.0%	4.3 $\pm$ 30.9%	22.5 $\pm$ 15.5%	25.6 $\pm$ 12.8%
<b>66</b>	7	376.3	65.9 $\pm$ 5.5%	2.6 $\pm$ 63.5%	11.7 $\pm$ 36.6%	13.2 $\pm$ 45.2%

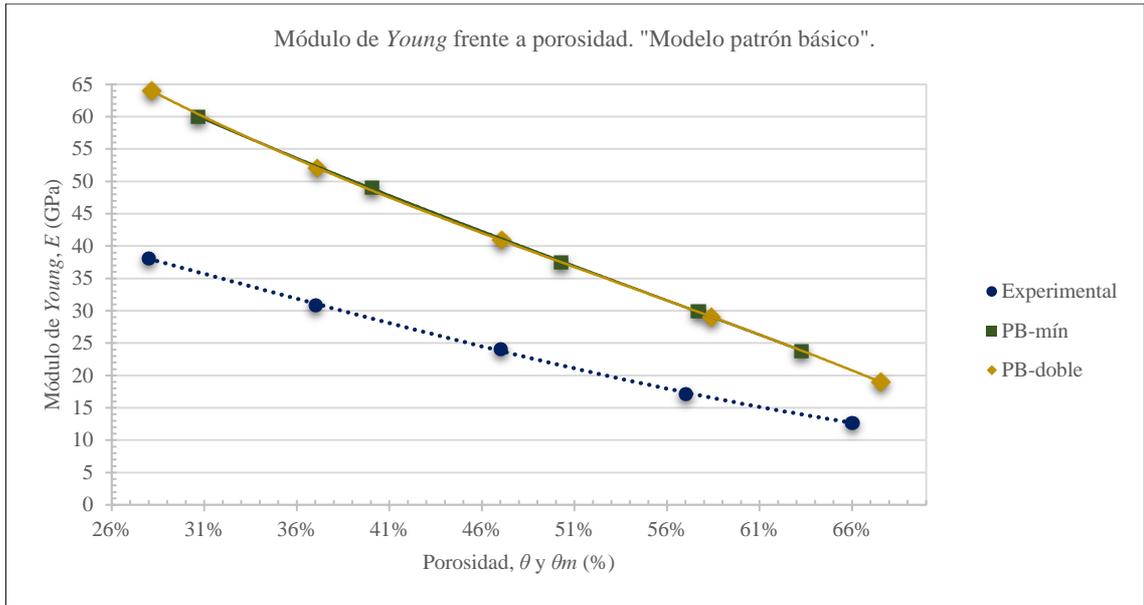
(a)

<b>"Modelo semialeatorio" para <math>r=0.5</math> y tamaño doble VER</b>						
$\theta$ (%)	$n$	$a$ ( $\mu\text{m}$ )	$\theta_m$ (%)	$E$ (GPa)	$\sigma_{y\text{-poroso}}$ (MPa)	$\sigma_{1\%\text{-poroso}}$ (MPa)
<b>28</b>	10	288.0	28.2 $\pm$ 0.6%	46.0 $\pm$ 1.8%	255.5 $\pm$ 5.1%	279.2 $\pm$ 4.3%
<b>37</b>	10	432.0	36.9 $\pm$ 1.0%	24.1 $\pm$ 3.0%	109.2 $\pm$ 15.5%	124.8 $\pm$ 14.1%
<b>47</b>	12	532.0	47.1 $\pm$ 0.2%	10.0 $\pm$ 24.4%	43.5 $\pm$ 17.8%	51.9 $\pm$ 17.1%
<b>57</b>	12	609.6	57.3 $\pm$ 2.8%	2.5 $\pm$ 103.1%	13.4 $\pm$ 119.2%	15.2 $\pm$ 113.5%
<b>66</b>	14	720.8	65.8 $\pm$ 1.1%	0.4 $\pm$ 46.4%	2.8 $\pm$ 72.9%	3.1 $\pm$ 59.4%

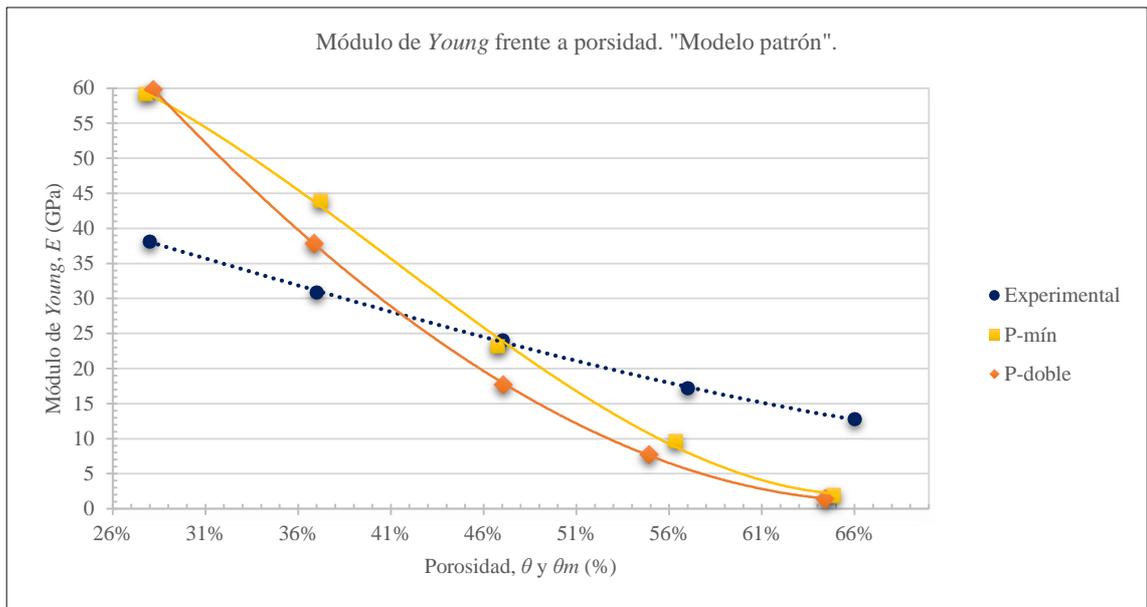
(b)

Tabla V.6. Valores medios de los resultados de las simulaciones haciendo uso del "modelo semialeatorio" con  $r=0.5$ , para (a) tamaño VER mínimo y (b) tamaño VER doble. Se muestra el número de divisiones,  $n$ , la longitud del lado de la matriz,  $a$ , y la porosidad media,  $\theta_m$ .

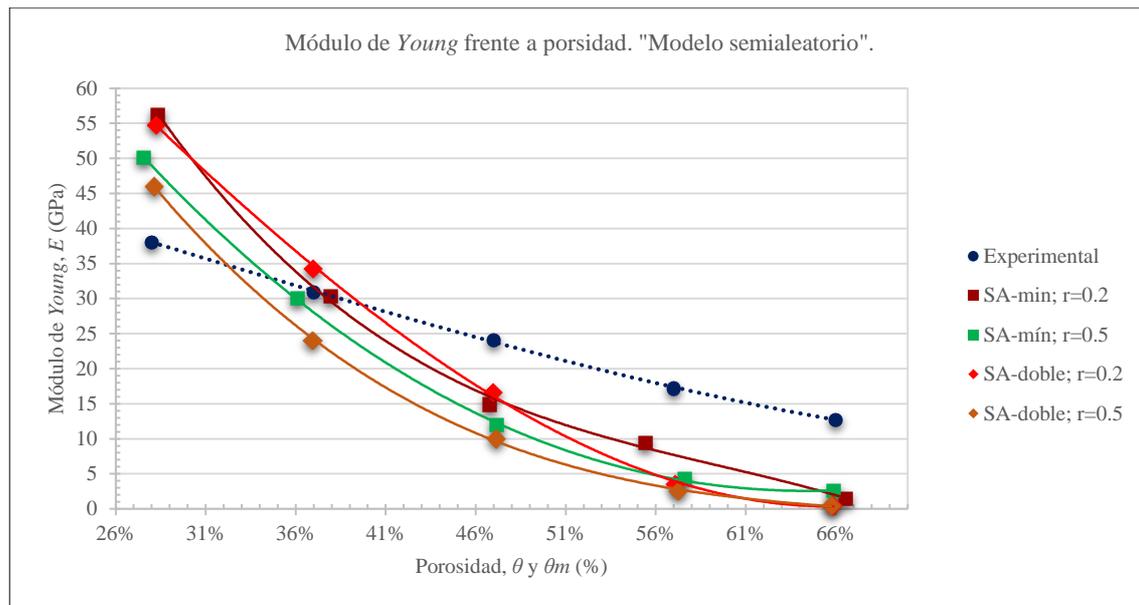
Con el fin de mejorar la comprensión de los resultados, se han representado en distintas gráficas, las cuales se presentan a continuación. Se han representado el módulo de *Young* y el límite elástico frente a la porosidad media de cada nivel simulado, junto con los valores experimentales de estos parámetros (gráficas V.5 y V.7).



(a)



(b)



(c)

Gráfica V.5. Módulo de Young experimental y estimado en valor medio frente a la porosidad experimental y media de cada simulación, haciendo uso de los diferentes MEF's, siendo (a) "modelo patrón básico", (b) "modelo patrón" y (c) "modelo semialeatorio".

A partir de la gráfica V.5 varias conclusiones pueden obtenerse sobre el módulo de Young simulado obtenido a partir de los diferentes modelos propuestos en este trabajo.

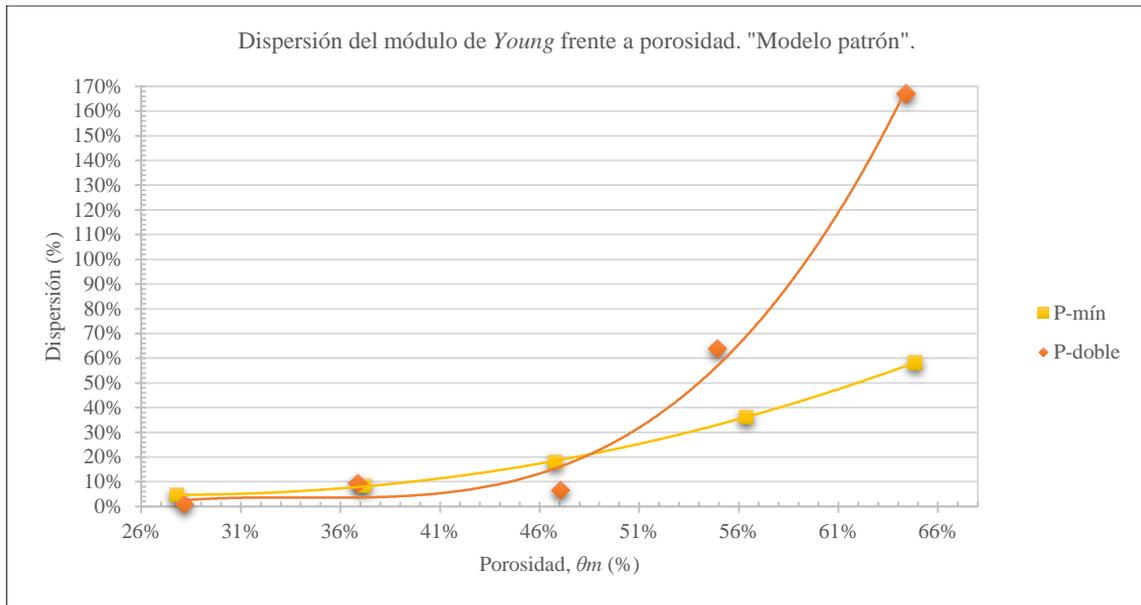
En primer lugar, es necesario destacar que la diferencia en las curvas tensión-deformación del "modelo patrón básico" (ver gráfica V.1) para el mismo nivel de porosidad pero distinto tamaño del VER, que como consecuencia hace obtener valores ligeramente diferentes tanto del módulo de Young como del límite elástico (ver tabla V.1), se debe a la leve disparidad del valor de la porosidad de la geometría obtenida ( $\theta_s$ ). Sin embargo, se puede afirmar que en dicho modelo el tamaño del VER no tiene influencia en los resultados obtenidos a la luz de la gráfica V.5.a, en la que las líneas de tendencia para ambos tamaños del VER coinciden. Se debe a que se toma del mismo patrón geométrico pero un tamaño diferente.

Por otro lado, en el "modelo patrón" (ver gráfica V.5.b), se aprecia cierta influencia del tamaño del VER: los valores en la predicción disminuyen en todo el rango de porosidades. De este modo, para bajas porosidades, el tamaño doble del VER es la versión que proporciona mejores resultados en comparación con el módulo de Young experimental. Para porosidades más elevadas, el tamaño mínimo del VER es el que mejor aproxima el módulo de Young. Aun así, se debe notar que tanto para  $\theta=28\%$

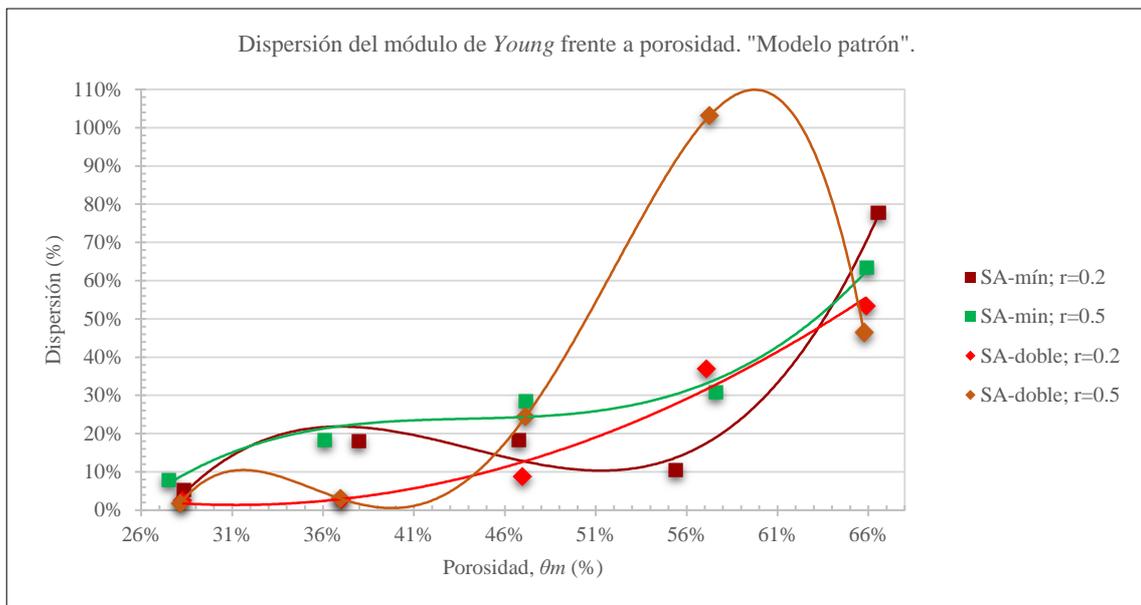
y  $\theta=66\%$  ambos modelos proporcionan valores muy similares.

Por último, en la gráfica V.5.c se han graficado el módulo de *Young* obtenido a través del “modelo semialeatorio” en sus dos versiones para el valor del factor de aleatoriedad,  $r$ . Al igual que ocurre en el “modelo patrón”, se observa cierta influencia del tamaño del VER sobre la estimación de la respuesta. A medida que aumenta el valor del factor de aleatoriedad,  $r$ , se produce una disminución de los valores en todo el rango de porosidad, tanto para el tamaño mínimo como para el doble. Si se fija la atención en el tamaño del VER, cuando  $r=0.5$ , los valores del módulo de *Young* estimado disminuyen en todo el rango de porosidad al aumentar el tamaño. Para  $r=0.2$ , los valores obtenidos en los niveles de porosidad inferiores se asemejan mucho, siendo levemente superior los obtenidos con el tamaño doble del VER. Sin embargo, al aumentar el nivel de porosidad, el valor del módulo de *Young* obtenido con el tamaño mínimo supera al que se alcanza con el tamaño doble, acercándose más éste al que se genera cuando  $r=0.5$  y tamaño doble. A consecuencia de lo anterior, para porosidades pequeñas, puede apreciarse perfectamente como a medida que el tamaño del VER y el valor de  $r$  aumentan, se aproxima mejor el módulo de *Young*. Aunque, cabe señalar que la variación de los resultados en función del tamaño del VER es muy pequeña. En cambio, para porosidades más elevadas ocurre lo contrario. Cuanto menor sea el tamaño del VER y menor sea el factor de aleatoriedad  $r$ , mejores resultados se obtienen.

Con el fin de valorar la bondad de los modelos propuestos, la desviación estándar, tanto de la media del módulo de *Young* como del límite elástico, también ha sido representada frente a la porosidad en las gráficas V.6 y V.8. Para apreciar mejor la tendencia, se ha graficado las líneas de tendencia polinómicas de grado 3 o 4, según requiera el grupo de datos. Este parámetro ayuda a valorar la bondad del modelo y la repetitividad de la geometría porosa.



(a)



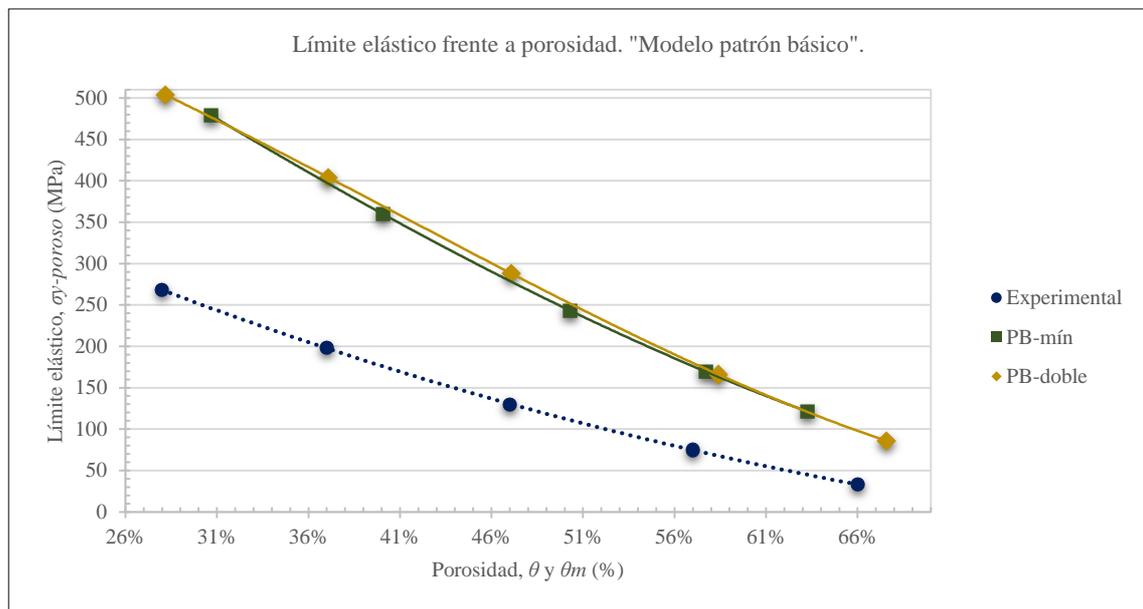
(b)

Gráfica V.6. Dispersión estándar del módulo de Young simulado en función de la porosidad, haciendo uso de los diferentes MEF's (a) "modelo patrón" y (b) "modelo semialeatorio".

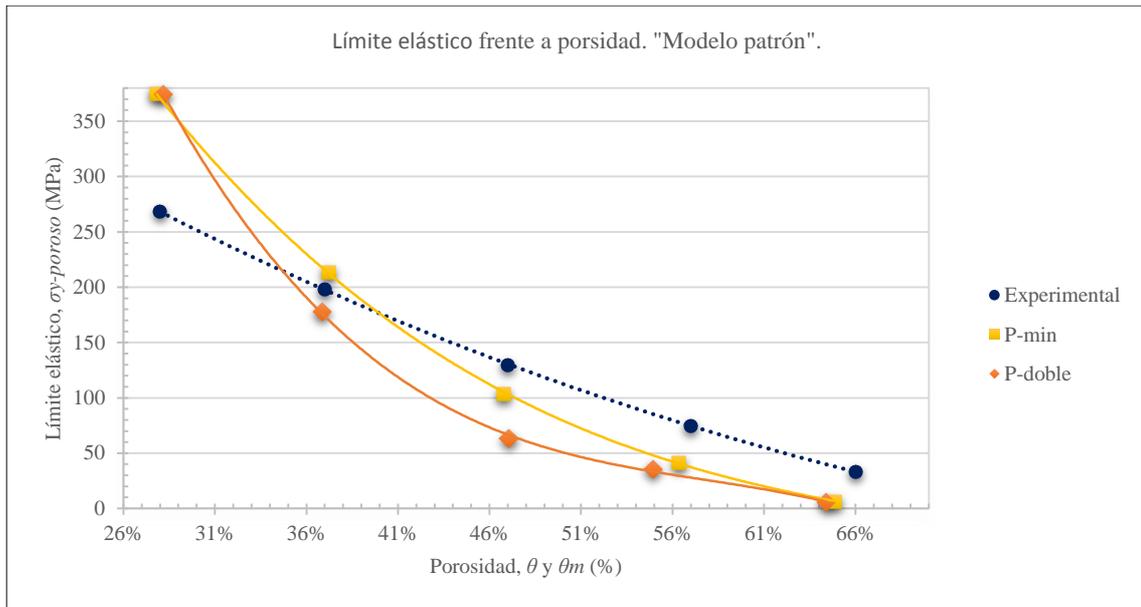
En el caso del "modelo patrón" (ver la gráfica V.6.a), se aprecia como el aumentar la porosidad, se obtiene valores mayores de la desviación estándar, como era de esperar ya que cuando la porosidad aumenta, la morfología de los poros provoca que la geometría difiera cada vez más de un patrón, con lo que cada geometría generada en los niveles altos de porosidad difieren más una de otra que lo que lo hacen las geometrías correspondientes a los niveles inferior de la porosidad. En lo que se refiere al efecto del tamaño del VER, se observa que la desviación no sólo no disminuye al aumentar el tamaño

del VER, sino que aumenta en los niveles de porosidad más elevados. Se concluye de este modo que el tamaño mínimo ofrece mejores resultados en las predicciones del módulo de *Young*.

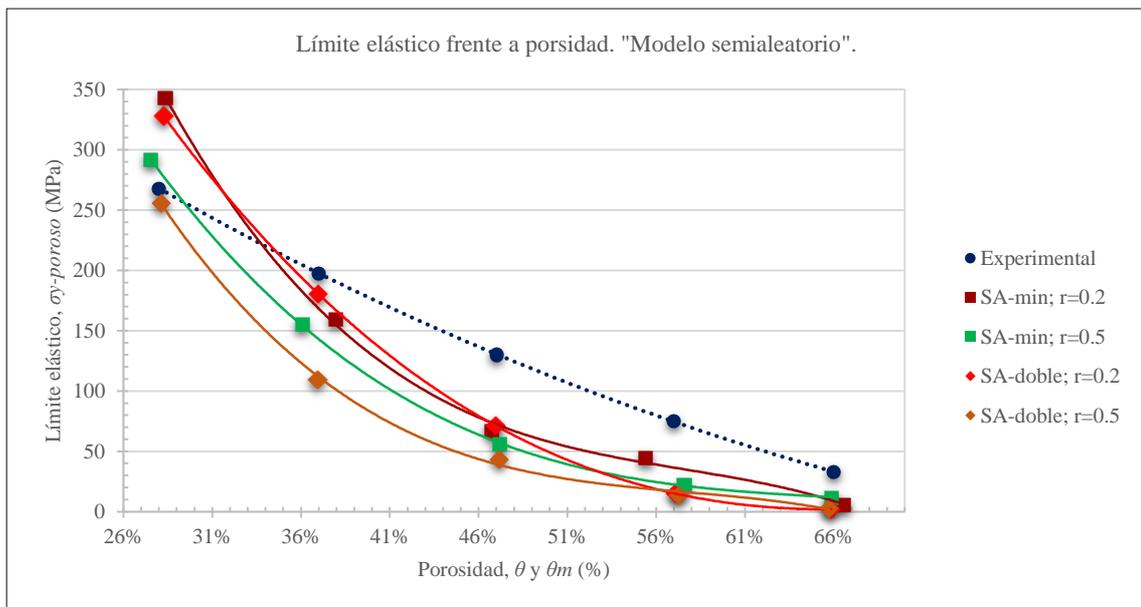
Poniendo ahora atención sobre el “modelo semialeatorio” (ver gráfica V.6.b), se aprecia un comportamiento oscilante en los valores de la desviación estándar obtenida. Esto se debe a que este modelo implica un mayor número de factores (tamaño del VER, factor de aleatoriedad, morfología de los poros) en la generación de las geometrías. Debido a que esta oscilación en la desviación estándar se produce para todas las versiones del modelo, se determina que el tamaño mínimo es el más adecuado para obtener las predicciones del módulo de *Young*, ya que se obtienen resultados muy similares pero el tamaño doble del VER implica un mayor coste computacional.



(a)



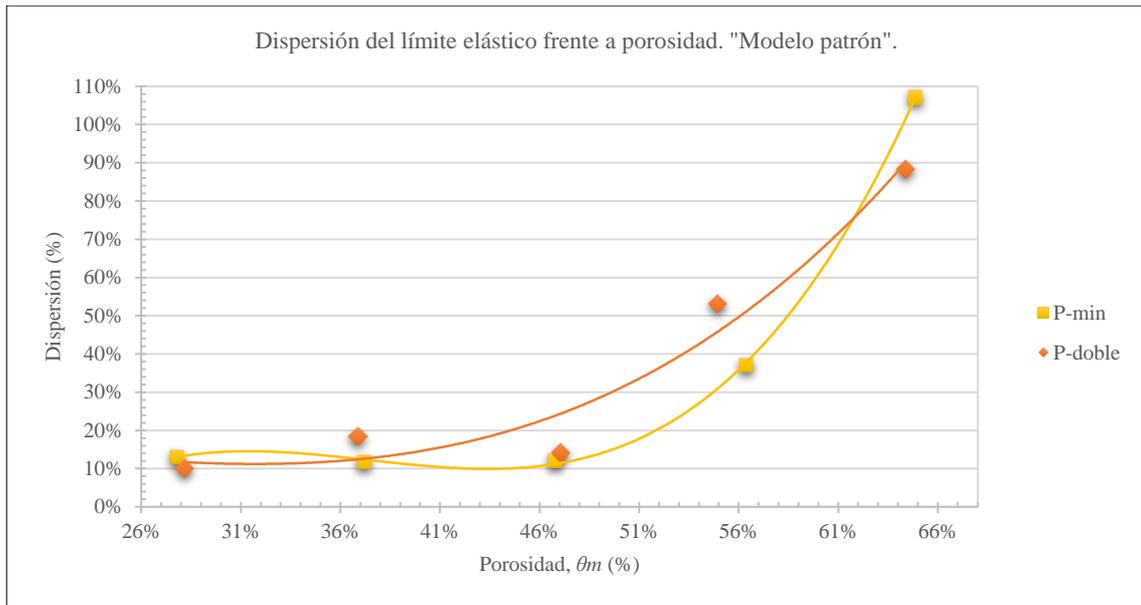
(b)



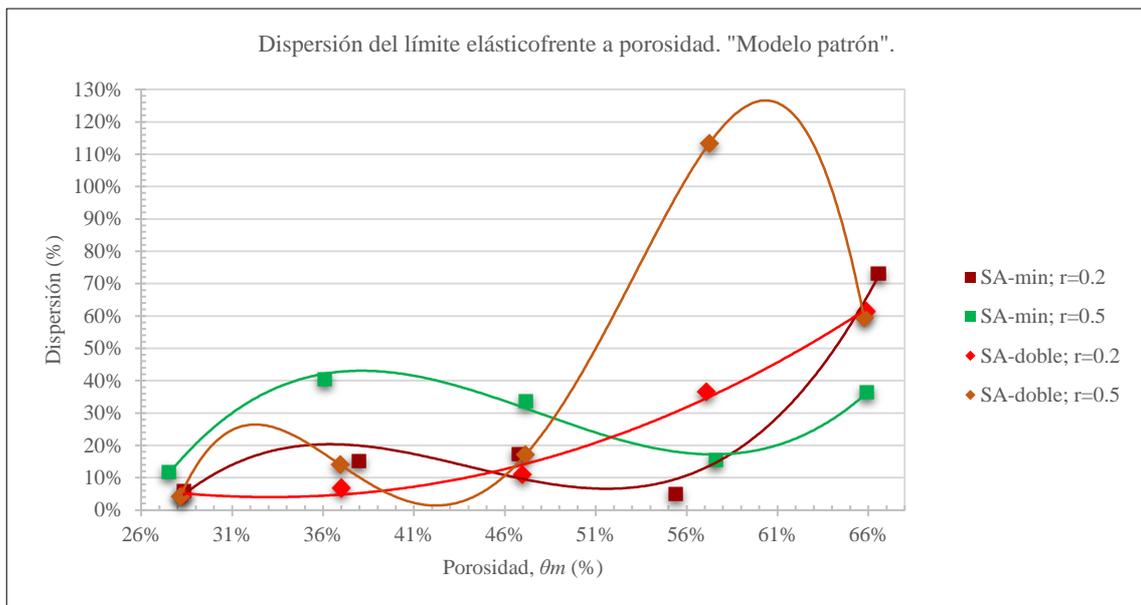
(c)

Gráfica V.7. Límite elástico experimental y estimado en valor medio frente a la porosidad experimental y media de cada simulación, haciendo uso de los diferentes MEF's, siendo (a) "modelo patrón básico", (b) "modelo patrón" y (c) "modelo semialeatorio".

En lo que se refiere al límite elástico, los resultados estimados a través de los modelos propuestos se han representado en la gráfica V.7. Es posible notar que la tendencia del límite elástico en todos los modelos y en todas sus versiones coincide con la tendencia explicada en párrafos anteriores seguida por el módulo de Young.



(a)



(b)

Gráfica V.8. Dispersión estándar del límite elástico simulada en función de la porosidad media de cada nivel de porosidad, haciendo uso de los diferentes MEF's (a) "modelo patrón" y (b) "modelo semialeatorio".

Se aprecia en el "modelo patrón" (ver gráfica V.8.a) que al aumentar la porosidad, la desviación estándar aumenta. Sin embargo, en este caso, la diferencia incluso para los niveles más elevados de porosidad no difiere de forma destacable, ya que la desviación en el tamaño mínimo del VER aumenta en la misma proporción que el tamaño doble. Por tanto, en cuanto al efecto del tamaño, no se aprecian cambios significativos porque se puede concluir que el tamaño mínimo del VER ofrece mejores

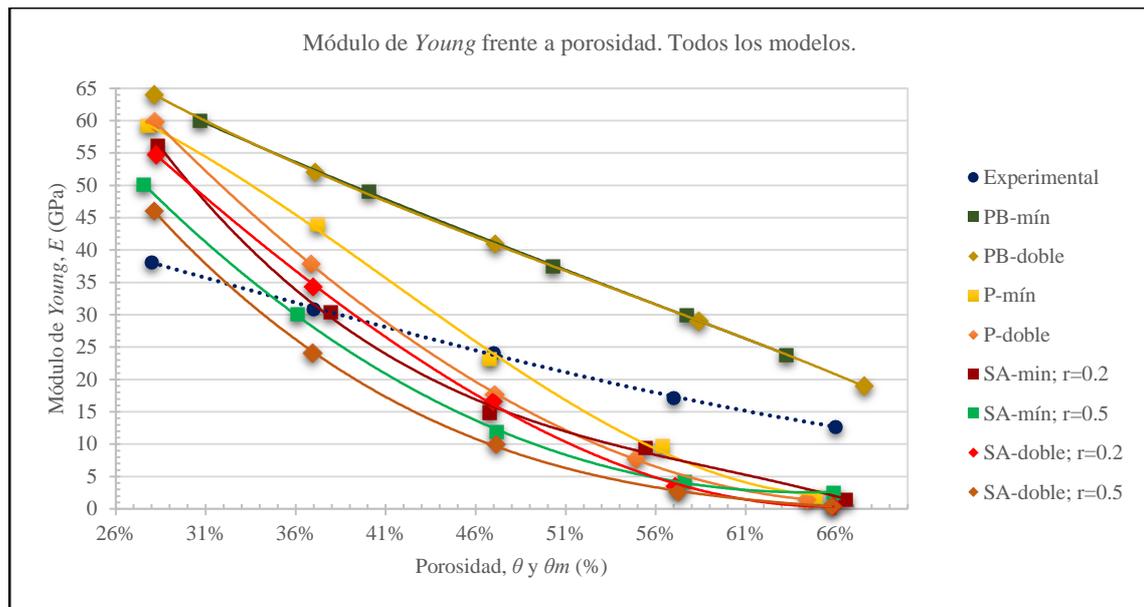
resultados del límite elástico estimado.

Por otro lado, en la desviación estándar del límite elástico en el “modelo semialeatorio” se aprecia el mismo comportamiento oscilante que se producía en la desviación del módulo *Young*. Esto se debe por las mismas razones expuestas en dicho caso, es decir, a la aleatoriedad del modelo. Por tanto, como el tamaño doble no ofrece una desviación menor que el mínimo, el tamaño mínimo se postula más adecuado para la aproximación del comportamiento del material poroso.

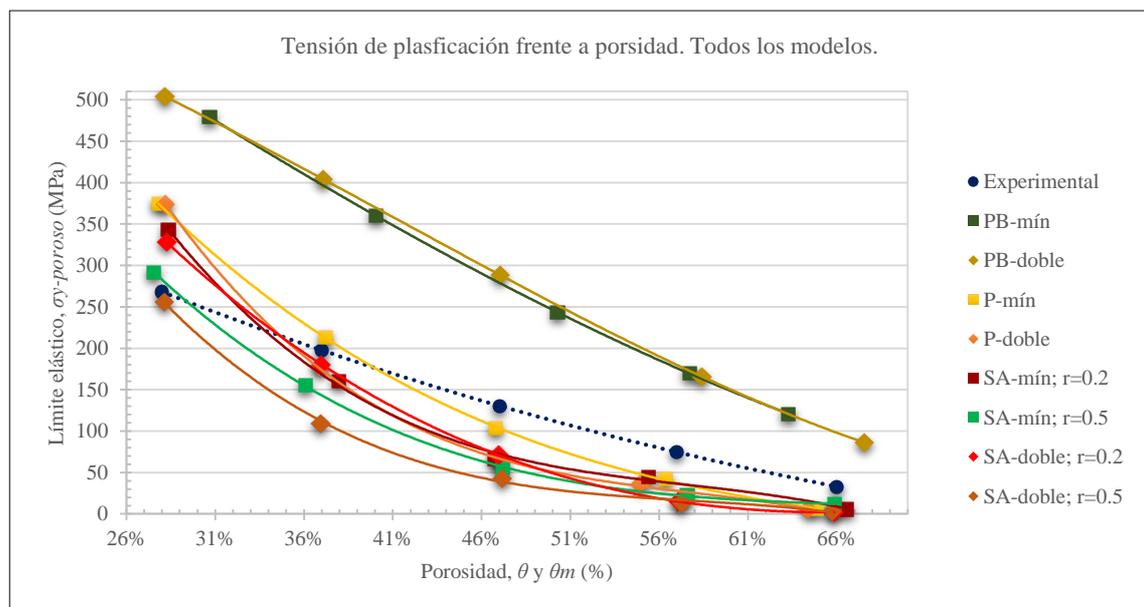
Para concluir, puede afirmarse en líneas generales, que al aumentar la aleatoriedad en el “modelo semialeatorio” aumentando el valor de  $r$ , la desviación estándar del límite elástico aumenta, siendo la diferencia más significativa cuando el tamaño del VER es mínimo. Debería de apreciarse que los resultados obtenidos aproximan mejor en los niveles más bajo de porosidad. Además, es en estos niveles donde el nivel de la desviación estándar es menor y más fácil de controlar.

Hasta el momento, se han representado los resultados de cada modelo por separado, con el fin de analizar detalladamente el efecto de los parámetros involucrados en cada uno de ellos. Sin embargo, con el objetivo de comparar los diferentes modelos entre sí, es necesario representa los resultados obtenidos con cada modelo en una misma gráfica (ver gráfica V.9). Varias conclusiones pueden extraerse a partir de dicha representación. En primer lugar, se percibe el efecto que produce los factores que intervienen en la morfología del poro. El “modelo patrón básico”, en el que todos los poros son circulares, está muy alejado de los resultados que se obtienen con los otros dos modelos, donde si se considera la morfología del poro distinta de la circular, tal y como se explicó en el apartado 4.1.

En cuanto al comportamiento del “modelo patrón” y del “modelo semialeatorio”, puede afirmarse que el modelo semialeatorio aproxima con mayor eficacia el valor tanto del módulo de *Young* como del límite elástico en los niveles de porosidad menores. Teniendo en cuenta, que en este último modelo se han simulado dos versiones en función del factor de aleatoriedad  $r$ , puede concluirse que en este rango de porosidad da un mejor resultado una aleatoriedad elevada ( $r=0.5$ ). Para los niveles de porosidades mayores, se observa como el “modelo patrón” y el “modelo semialeatorio” con un factor de aleatoriedad menor,  $r=0.2$ , ofrecen los mejores resultados.



(a)



(b)

Gráfica V.9. Comparación de (a) módulo de Young y (b) límite elástico a partir de todos los MEF's desarrollados en el presente trabajo.

El que haya un claro cambio en el comportamiento de los modelos desarrollados en este trabajo en función de si se encuentra en niveles elevados o bajos de porosidad se explica de la siguiente forma. Cuando aplicamos carga en la parte superior de la matriz, es necesario que la tensión que se induce en el VER se transmita hasta la base de la misma. De no encontrar la tensión un “camino” por el que transmitirse hasta la base, esa zona de la matriz quedará descargada, viéndose más afectada aquella zona por la que sí se transmite tensión de la zona superior a la inferior. Para comprobarlo, se ha

representado la distribución de la tensión de Von-Misses en las geometrías seleccionadas como representativas para  $\theta=28$  y  $57\%$  (ver figuras V.1 – V.4), para cada uno de los modelos propuestos.

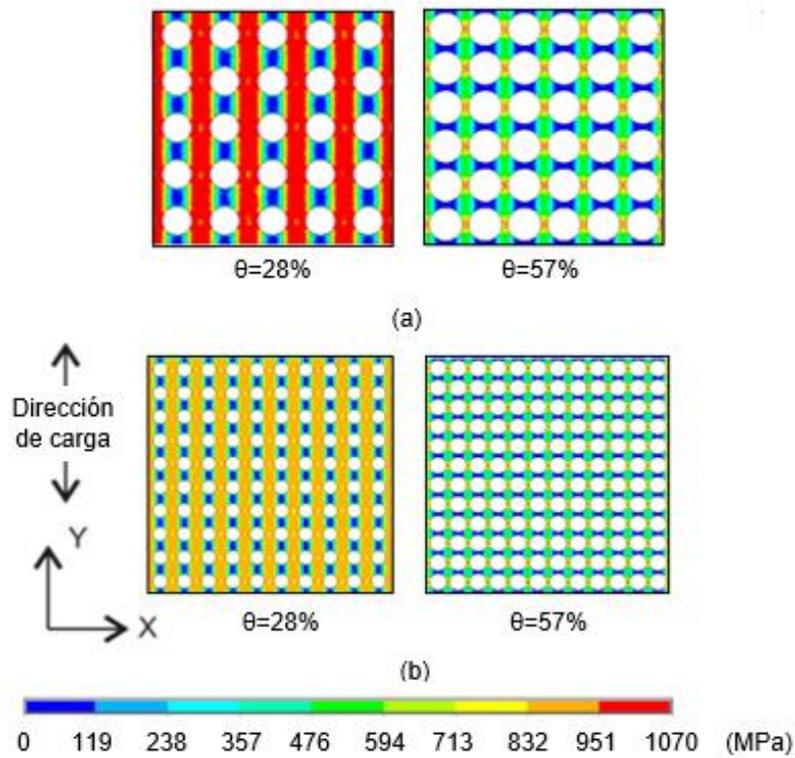


Figura V.1. Distribución de tensiones de Von Misses en el interior de la matriz para las geometría con porosidad  $\theta$  (28 y 57%) generadas a partir del “modelo patrón básico” para (a) tamaño mínimo del VER y (b) tamaño doble del VER.

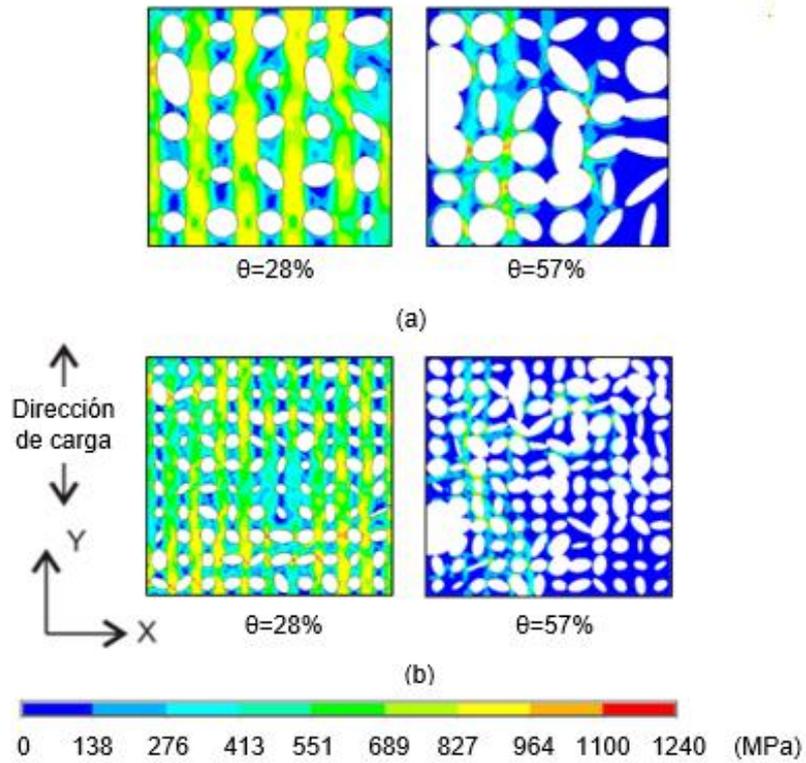


Figura V.2. Distribución de tensiones de Von Misses en el interior de la matriz para las geometría con porosidad  $\theta$  (28 y 57%) generadas a partir del “modelo patrón” para (a) tamaño mínimo del VER y (b) tamaño doble del VER.

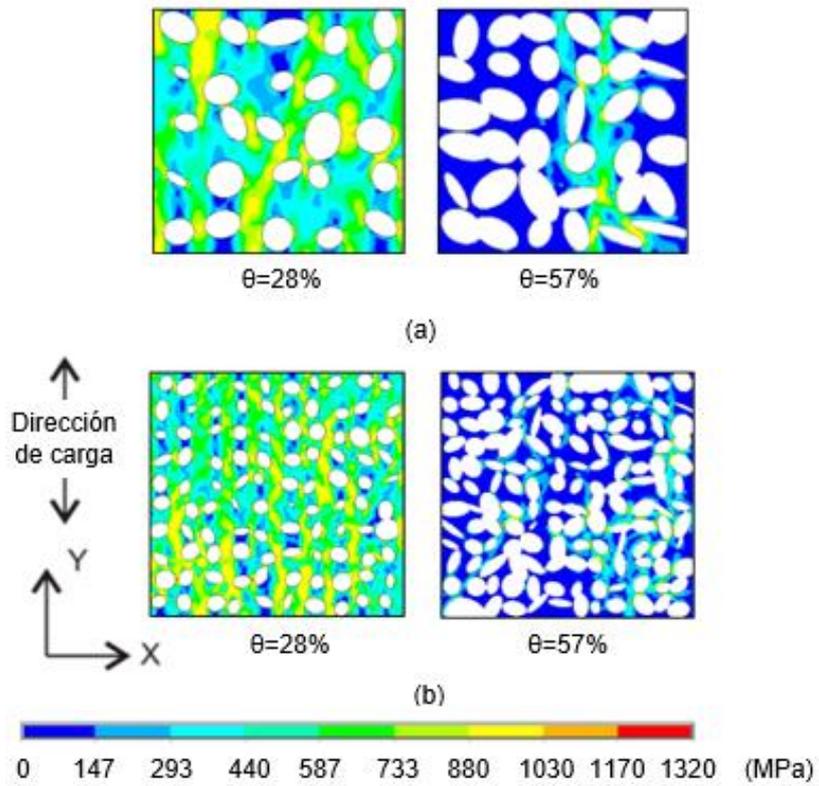


Figura V.3. Distribución de tensiones de Von Mises en el interior de la matriz para las geometría con porosidad  $\theta$  (28 y 57%) generadas a partir del “modelo semialeatorio” con  $r=0.2$  y para (a) tamaño mínimo del VER y (b) tamaño doble del VER.

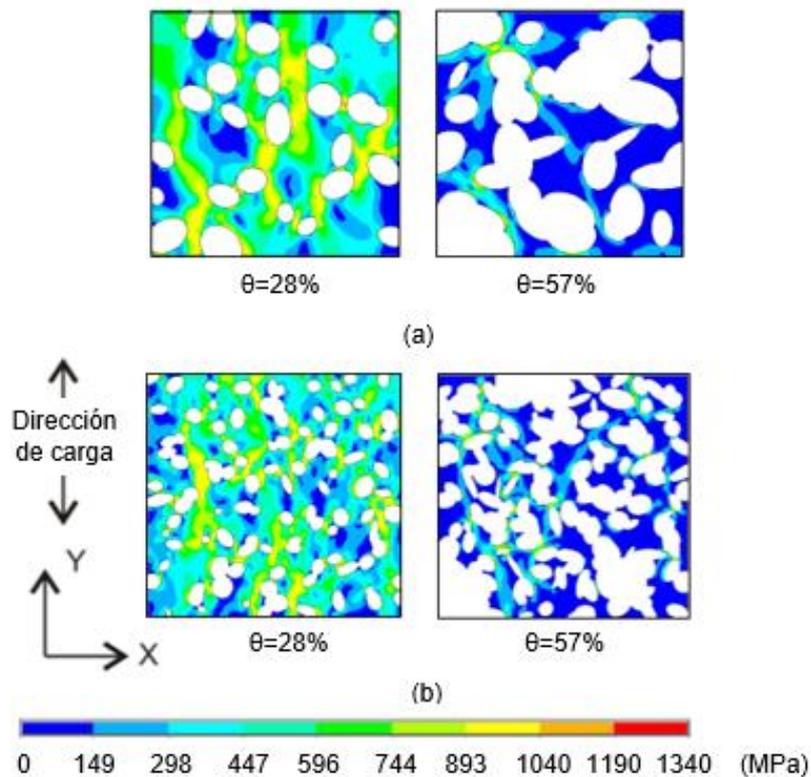


Figura V.4. Distribución de tensiones de Von Mises en el interior de la matriz para las geometría con porosidad  $\theta$  (28 y 57%) generadas a partir del “modelo semialeatorio” con  $r=0.5$  y para (a) tamaño mínimo del VER y (b) tamaño doble del VER.

Esto influye de forma decisiva en el tamaño del VER necesario en cada nivel de porosidad. En el “modelo patrón básico” no hay diferencia entre el tamaño mínimo y doble del VER debido a que, como se puede apreciar en la figura V.1, la tensión se transmite por la misma zona creando unas “columnas” (zonas rojas y naranjas de las figuras) donde no se encuentra ningún “obstáculo” que desvíe la transmisión de la tensión, pues se trata de un patrón perfecto. La diferencia entre las geometrías con mayor o menor porosidad es el diámetro equivalente de los poros y se debe notar que en ningún caso se produce la coalescencia de los mismos. Por esta razón, las geometrías con mayor porosidad tienen un módulo de *Young* menor, al haber menos material resistente. En conclusión, tal y como se había comentado anteriormente, no existe diferencia alguna entre el tamaño mínimo y doble del VER en este modelo.

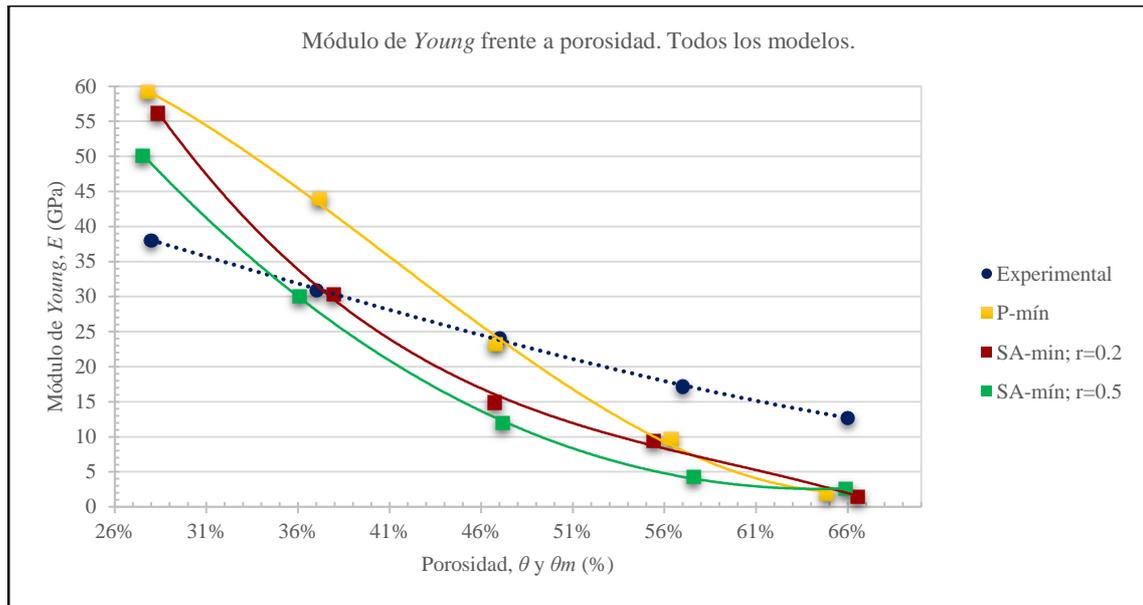
Sin embargo, cuando se comienza a modificar los parámetros que afectan a la morfología de los poros ( $D_{eq}$ ,  $F_e$  y  $\alpha$ ), tal y como se hace en el “modelo patrón”, esas “columnas” comienzan a atenuarse al no haber un “camino” directo por donde la tensión pueda transmitirse. Esto es más notable para mayores porosidades debido a que la coalescencia de los poros aumenta, lo que lleva al aumento de la

zona descargada (zona azul); esto se puede observar en la figura V.2. En este mismo sentido, al aumentar la aleatoriedad de la geometría, tal y como se hace en el “modelo semialeatorio”, la zona por la cual la tensión se transmite se atenúa más aún, tal y como puede apreciarse en la figura V.3 y V.4.

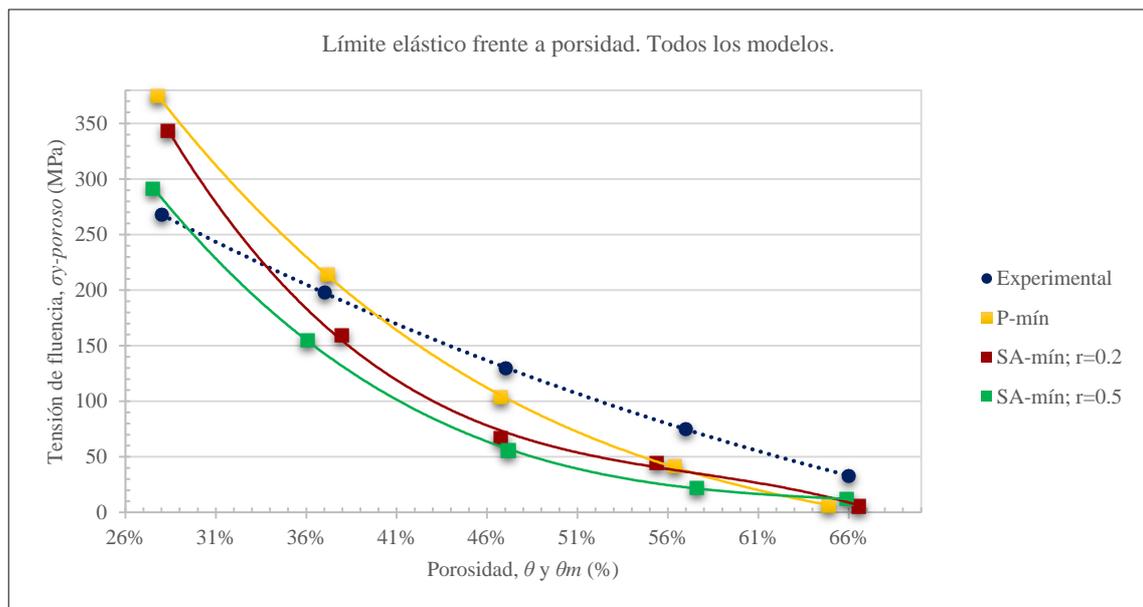
Cabría esperar que al aumentar el tamaño del VER, la probabilidad de que la tensión “encuentre más caminos” por los que poder transmitirse aumentara, llegando a una estabilización de los resultados y disminuyendo la dispersión. Sin embargo, tal y como se puede apreciar en las figuras y gráficas anteriores, esto no ocurre. Es debido a que es necesario llegar a tamaños bastante mayores pero son inviables dada la complejidad computacional requerida, pues se pretende conseguir un modelo capaz de estimar convenientemente el comportamiento del titanio poroso a la vez que sea sencillo de manipular. Por todo ello, para concluir con la discusión de los resultados, se puede afirmar que los valores más fiables, con menor dispersión, se obtienen haciendo uso del tamaño mínimo del VER.

Una vez fijados dicho tamaño como óptimo, es necesario comparar los resultados de los modelos que ofrecen mejores estimaciones de los mismos. A través de las gráficas V.9 se puede afirmar que dichos modelos son el “modelo semialeatorio” para bajas porosidades y el “modelo patrón” para porosidades más elevadas. En la gráfica V.10 se aprecia claramente que el aumento de la aleatoriedad en la generación de la geometría provoca una disminución de los valores que se obtienen. Esto se apoya en la transmisión de la tensión explicada anteriormente. Aumentar la aleatoriedad supone disminuir la probabilidad de encontrar un “camino” directo por el que la tensión pueda transmitirse. Cuando la porosidad es baja, esto favorece la estimación de los resultados al hacer que se asemeje más al comportamiento del material poroso real. Sin embargo, cuando la porosidad aumenta, disminuir la zona directa de transmisión de la tensión, aleja al modelo del comportamiento real pues el tamaño del material real con porosidad elevada provoca que la existencia de dicha zona de transmisión de la tensión sea más probable. Este efecto puede observarse si se compara la figura V.2 y V.4 para  $\theta=57\%$ . En la primera figura se ve como la zona descargada es menor que en la segunda y, además, como la zona por la cual se transmite la tensión se asemeja más a una “columna”.

Para concluir, para bajas porosidades el “modelo semialeatorio” con  $r=0.5$  es el óptimo para estimar la respuesta macroscópica del material poroso. Cuando la porosidad aumenta, se hace más adecuado el “modelo patrón”. Aunque el “modelo semialeatorio” con  $r=0.2$  también ofrece buenos resultados, el “modelo patrón” ofrece además un menor coste computacional.



(a)



(b)

Gráfica V.10. Resultados estimados a partir del “modelo patrón” y el “modelo semialeatorio” para el tamaño mínimo del VER, siendo (a) el módulo de Young y (b) el límite elástico.

# VI. Conclusiones y Trabajos Futuros

---

## 6.1. Conclusiones

Los resultados obtenidos a través de las diferentes simulaciones del material poroso bajo estudio generadas mediante el uso de los distintos modelos propuestos llevan a hacer las siguientes conclusiones:

- El presente TFG se basa en un trabajo previo [42], en el que se propone un modelo de elementos finitos para la predicción del comportamiento mecánico del material poroso (módulo de *Young*,  $E$ , y límite elástico,  $\sigma_y$ ). Se ha conseguido optimizar dicho modelo disminuyendo su coste computacional gracias al no mallado de los poros.
- Se han propuesto tres modelos: “modelo patrón básico”, “modelo patrón” y “modelo semialeatorio”. Tienen un bajo coste computacional, al tratarse de modelos 2D pero combinan la compleja información referente a la morfología del poro extraída desde la experimentación. Para todos se han desarrollado dos versiones en función del tamaño del VER.
- El tamaño mínimo del VER genera unos resultados (módulo de *Young* y límite elástico) suficientemente buenos. Esto lleva a que no merezca la pena la realización de modelos mayores que aumentan tanto el coste computacional como manual del modelo.
- En lo referente al “modelo semialeatorio” se ha concluido que el factor de aleatoriedad  $r$  es una variable decisiva para obtener buenas predicciones de la respuesta macroscópica del material.
  - Una baja aleatoriedad del modelo ( $r=0.2$ ) es adecuada para elevados niveles de porosidad.
  - Al aumentar la aleatoriedad del modelo ( $r=0.5$ ) el modelo se hace más adecuado para estimar la respuesta del material poroso con un nivel de porosidad menor.

- Es necesario señalar que la distribución de tensiones dentro de la matriz es más irregular a medida que aumenta la porosidad y la aleatoriedad de la geometría.
- Entrando en la comparación entre los diferentes modelos propuestos, se concluye que:
  - Para los niveles inferiores de porosidad, se obtienen predicciones del módulo de *Young* y del límite elástico más óptimas haciendo uso del “modelo semialeatorio” para  $r=0.5$ .
  - Para los niveles superiores de porosidad, se obtienen predicciones del módulo de *Young* y del límite elástico más óptimas haciendo uso del “modelo patrón”.

## 6.2. Trabajos futuros

El desarrollo de este TFG se enmarca en el Proyecto de Investigación del campo de los Biomateriales Metálicos porosos realizado por el grupo de Ciencia de los Materiales e Ingeniería Metalúrgica de la Universidad de Sevilla. En esta línea se plantean como trabajos futuros:

- Disminuir la desviación estándar obtenida en los niveles más altos de porosidad.
- Estudiar la respuesta microscópica del material poroso a través de la simulación numérica.
- Generar un modelo de elementos finitos totalmente aleatorio capaz de asemejarse más con la realidad que se pretende modelar.
- Generar un modelo de elementos finitos en 3D que analice el comportamiento del material poroso.

## VII. Referencias

---

- [1] [www.datamonitor.com](http://www.datamonitor.com)
- [2] **Ritchie, R. O.** ASM. St. Paul. Minnesota 2004.
- [3] **Inés Nieto León.** 2010. Proyecto de Fin de Carrera: *Implementación de ruta PM para la obtención de Ti c.p. poroso: influencia en las características microestructurales y en las propiedades mecánicas.* Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla.
- [4] [www.biomet.es](http://www.biomet.es)
- [5] [www.lafitt-sa.com](http://www.lafitt-sa.com)
- [6] **Wehmöller, M. y otros.** CAD/CAM - *prefabricated titanium implants for large skull defects-clinical experience with 166 patients from 1994 to 2000.* International Congress series. 2004. Vol. 1268. págs. 667-672.
- [7] **Bonfield, W. et al.** 1981. *Biomaterials*, Vol. 2, págs. 185-186.
- [8] **Banhart, J. 6.** 2001. *Progress in Materials Science*, Vol. 46, págs. 559-632.
- [9] **Körner, C. y Singer, R.F. 4.** 2000. *Advanced Engineering Materials*, Vol. 2, págs. 159-165.
- [10] **Chino, Y. y Dunand, D. C. 1.** 2008. *Acta Materialia*, Vol. 56, págs. 105-113.
- [11] **Ryan, G. E. y al., et. 27.** 2008. *Biomaterials*, Vol. 29, págs. 3625-3635.
- [12] **Thieme, M. y al., et. 3.** 2001. *Journal of Materials Science: Materials in Medicine*, Vol. 12, págs. 225-231
- [13] **Vamsi Krishna, B. y al., et. 3.** 2008. *Acta Biomaterialia*, Vol. 4, págs. 697-706.
- [14] **Deckard, C. y Beaman, J. J.** 1988. *American Society of Mechanical Engineers, Production*

*Engineering Division (PED)*, Vol. 33, págs. 191-197.

- [15] **Traini, T. y al.**, et. 11. 2008. *Dental Materials*, Vol. 24, págs. 1525-1533.
- [16] **Xiang, L., y otros.** 2009. *Materials Letters*, Vol. 63, págs. 403-405.
- [17] **Parthasarathy, J., y otros.** 3. 2010. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, Vol. 3, págs. 249-259.
- [18] **Asaoka, K. y al.**, et. 6, 1985, *Journal of Biomedical Materials Research*, Vol. 19, págs. 699-173.
- [19] **Cirincione, R. y al.**, et. 2002. *Processing and Properties of Lightweight Cellular Metals and Structures*, pág. 189.
- [20] **Dunand, D. C.** 6, 2004. *Advanced Engineering Materials*, Vol. 6, págs. 369-376.
- [21] **Schuh, C. y et.al.** 8, 2000. *Acta Materialia*, Vol. 48, págs. 1639-1653.
- [22] **Taylor, N. y al.**, et. 3, 1993. *Acta Metallurgica Et Materialia*, Vol. 41, págs. 955-965.
- [23] **Spoerke, E. D. y al.**, et. 2, 2008. *Journal of Biomedical Materials Research - Part A*, Vol. 84, págs. 402-412.
- [24] **Davis, N. G. y al.**, et. 5, 2001. *Journal of Materials Research*, Vol. 16, págs. 1508-1519.
- [25] **Kearns, M. W. y al.**, et. 2, 1987. *Metals and Materials*, Vol. 3, págs. 85-88.
- [26] **Ricceri, R. y Matteazzi, P.** 3, 2003. *International Journal of Powder Metallurgy*, Vol. 39, págs. 53-61.
- [27] **Okazaki, K.** 1994. *Reviews in Particulate Materials*, Vol. 2, págs. 215-269.
- [28] **Okasaki, K. y al.**, et. 12, 1991. *Journal of Biomedical Materials Research*, Vol. 25, págs. 14717-1430.
- [29] **Lee, W. H. y Hyun, C. Y.** 1-3, 2007. *Journal of Biomedical Processing Technology*, Vol. 18925, págs. 219-223.
- [30] **Miyao, R.** 6, 2001. *J. Dent. Mater.*, Vol. 20, págs. 344-355.

- [31] **Andersen, O. y al.**, et. 4, 2000. *Advanced Engineering Materials*, Vol. 2, págs. 192-195.
- [32] **Tuchinskiy, L. y Loutfy, R.** 2003. *Materials and Processes for Medical Devices* ASM, pág. 1.
- [33] **Wen, C. E. y al.**, et. 10, 2001, *Scripta Materialia*, Vol. 45, págs. 1147-1153.
- [34] **Wen, C. E. y al.**, et. 4, 2002, *Journal of Materials Science: Materials in Medicine*, Vol. 13, págs. 397-401.
- [35] **Wen, C.E. y al.**, et. 10, 2002. *Journal of Materials Research*, Vol. 17, págs. 2633-2639.
- [36] **Niu, W. y al.**, et. 1-2, 2009. *Materials Science and Engineering*, Vol. 506, págs. 148-151.
- [37] **Bansiddhi, A. y Dunand, D. C.** s.l. : 4, 2008. *Acta Biomaterialia*, Vol. 6, págs. 1996-2007.
- [38] **Köhl, M., y otros.** 12, 2009. *Advanced Engineering Materials*, Vol. 11, págs. 959-968.
- [39] **Yadir Torre et al.**, *Development of porous titanium for biomedical applications: a comparison between loose sintering and space-holder techniques*, *Materials Science and Engineering C* 37 (2014) pag. 148-155.
- [40] **Yadir Torres et al.**, 2011. *Conventional Powder Metallurgy Process and Characterization of porous titanium for biomedical applications*, The Mineral, Metals & Materials Society and ASM International.
- [41] **Yadir Torres et al.** 2012. *Diseño, obtención y caracterización de titanio con porosidad gradiente implementando la técnica de espaciadores*, IV Congreso Nacional de Pulvimetalurgia.
- [42] **S. Muñoz, J.A. Rodríguez, J.J. Pavón, P. Zavattieri, Y. Torres.** 2012. *Numerical analysis of stress distribution in porous titanium compacts: influence of microstructure*. IV Congreso Nacional de Pulvimetalurgia, Sevilla.
- [43] **Manuel Jesús Sevilla Ramos**, 2011. Proyecto de Fin de Carrera. *Diseño y fabricación de materiales con porosidad gradiente para aplicaciones biomédicas: influencia en el comportamiento mecánico*. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla.
- [44] [www.iqb.es/cbasicas/fisio/cap06/cap6\\_1.htm](http://www.iqb.es/cbasicas/fisio/cap06/cap6_1.htm)

- [45] **Pavón Palacio, J.J.** *Biomecánica del cuerpo humano: comportamiento mecánico del hueso.*
- [46] *Tecnología y Desarrollo.* Revista de Ciencia, Tecnología y Medio Ambiente. Vol. II. 2004. *Caracterización mecánica del material óseo.* Universidad Alfonso X El Sabio.
- [47] [www.feppd.org/ICB-Dent/campus/biomechanics\\_in\\_dentistry/ldv\\_data/mech/basic\\_titanium.htm](http://www.feppd.org/ICB-Dent/campus/biomechanics_in_dentistry/ldv_data/mech/basic_titanium.htm)
- [48] **Henrich, V. E. y Cox, P.A.** *The Surface Science of Metal Oxides.* New York : Cambrigge University Press., 1994. pág. 478.
- [49] **Cheal, E.J., Spector, M. y Hayes, W. C.** 3, 1992. *Journal of Orthopaedic Research*, Vol. 10, págs. 405-422.
- [50] **Dujovne, A. R., y otros.** 1, 1993. *Journal of Arthroplasty*, Vol. 8, págs. 7-22.
- [51] **Huiskes, R., Weinans, H. y Vanrietbergen, B.** 1992. *Clinical Orthopaedics and Related Research*, Vol. 274, págs. 124-134.
- [52] **Summer, D.R. y Galante, J. O.** 1992. *Clinical Orthopaedics and Related Research*, Vol. 274, págs. 202-212.
- [53] **Spoerke, E. D., y otros.** 5, 2005. *Acta Biomaterialia*, Vol. 1, págs. 523-533.
- [54] **Cook, S.D., y otros.** 1988. *Clinical Orthopaedics and Related Research*, Vol. 232, págs. 225-243.
- [55] **Chang, F.K., Perez, J.L. y Davidson, J.A.** 7, 2002. *Journal o Biomedical Materials Research*, Vol. 24, págs. 873-899.
- [56] **Stamboulis, A.G., Boccaccini, A.R. y Hench, L.L.** 3, 2002. *Advanced Engineering Materials*, Vol. 4, págs. 105-109.
- [57] **Wang, M.** 13, 2003. *Biomaterials*, Vol. 24, págs. 2133-2151.
- [58] **Wang, M., Hench, L.L. y Bonfield, W.** 4, 1998. *Journal of Biomedical Materials Research*, Vol. 42, págs. 577-586.
- [59] **Christel, P., y otros.** A2, 1987. *Journal of Biomedical Materials Research - Applied Biomaterials*, Vol. 21, págs. 191-218.

- [60] **Long, M. y Rack, H.J.** 18, 1998. *Biomaterials*, Vol. 19, págs. 1621-1639.
- [61] **Qazi, J.I., Marquardt, B. y Rack, H.J.** 11, 2004. *Journal of Materials*, Vol. 56, págs. 49-51.
- [62] **Wang, J.F., Liu, X.Y. y Luan, B.** *Fabrication of Ti/Polymer biocomposites for load-bearing implant applications*. 1-3, 2008, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 197, págs. 428-433.
- [63] **Gibson, L. y Ashby, M.** 1997. *Cellular Solids: Structure and Properties*. Cambridge : Cambridge University Press.
- [64] **Oh, I.H., Nomura, N. y Hanada, S.** 3, 2002. *Materials Transactions*, Vol. 43, págs. 443-446.
- [65] **Oh, I.H., y otros.** 12, 2003. *Scripta Materialia*, Vol. 49, págs. 1197-1202.
- [66] **Federico París.** *Teoría de la Elasticidad*, Capítulo 12: *El método de los elementos finitos*.
- [67] **Jorge Moreno Bruzón.** Proyecto de Fin de Carrera, *Simulación por elementos finitos del comportamiento mecánico de compactos de Titanio con porosidad gradiente*.
- [68] **D. Honorato Girau Alonso.** *Curso modular de Teoría y aplicación práctica del método de los elementos finitos y simulación. Curso de análisis no lineales. Aplicación con el programa de prácticas*.
- [69] **Y. Torres, J.J. Pavón, J.A. Rodríguez.** 2012. *Processing and characterization of porous titanium for implants by using NaCl as space holder*, *Journal of Materials Processing Technology* 212 1061-1069
- [70] **José Manuel Recio López.** 2009. Proyecto de Fin de Carrera, *Obtención y caracterización de Titanio poroso para implantes dentales*.
- [71] **C. Greiner, S.M. Oppenheimer, D.C. Dunand.** 2005. *High strength, low stiffness, porous NiTi with superelastic properties*, *Acta Biomater.* 1 705-716.
- [72] **L.F. Nielsen.** 1983. *Elasticity and damping of porous materials and impregnated*. *J. Am. Ceram. Soc.* 67 93-98.

- [73] **H. Li, S.M. Oppenheimer, S.I Stupp, D.C. Dunand, L.C. Brinson**, 2004. *Effects of pore morphology and bone ingrowth on mechanical properties of microporous titanium as an orthopaedic implant material*. Materials Transactions 45 1124–1131.
- [74] **H. Shen, S.M. Oppenheimer, D.C. Dunand, L.C. Brinson**, 2006. *Numerical modeling of pore size and distribution in foamed titanium*. Mechanics of Materials 38 933–944.
- [75] **H. Shen, L.C. Brinson**, 2007. *Finite element modeling of porous foam*. International Journal of Solids and Structures 44 320–335.