LEIBNIZ Y LAS CIENCIAS HUMANAS

María Sol de Mora Charles. Universidad del País Vasco

Resumen: «Si, como hacen los geómetras, ordenamos y demostramos los principales axiomas y si las experiencias estuvieran bien ordenadas y ligadas con los axiomas, creo que podríamos distinguir lo verdadero, lo probable y lo dudoso, y, en las materias en que no se puede rebasar la probabilidad, bastaría con demostrar el grado de probabilidad y hacer ver de qué lado debe inclinarse necesariamente la balanza de las apariencias». Leibniz (nota 7)

Abstract: «If, as geometers do, we arrange and demonstrate the principal axioms, and if the experiences should be well ordered and tied with the axioms, then I believe that we could distinguish the true, the probable and the uncertain, and, in the matters where we cannot go beyond the probability, it should be sufficient to prove the degree of probability and to observe wither has necessarily to bend the scale of likeness.» Leibniz (note 7)

¿Qué relación puede tener Leibniz con lo que ahora llamamos ciencias humanas y sociales? Probablemente muy poca. Para Leibniz no tendría sentido hablar de otras ciencias que no fueran humanas, ciencias «puras» o «duras», es decir, teóricas de la manera exclusiva, rabiosa, radical con que se habla ahora de la matemática, la física o incluso la bioquímica. Para Leibniz todas las ciencias eran humanas, puesto que su objetivo principal era hacer felices a los hombres que las cultivaban, todas eran sociales, porque debían procurar un mayor bienestar a todos los hombres. No había solución de continuidad entre la matemática y la metafísica, entre la física y la biología, entre el cálculo y sus aplicaciones a cuestiones como los juegos de azar, los seguros de vida, las pensiones o los préstamos. Estas últimas aplicaciones son las que vamos a considerar aquí «ciencias humanas», ante la evidente imposibilidad de ampliar el territorio hasta los límites que Leibniz le concedería. No obstante, hemos de hacer previamente unas cuantas aclaraciones sobre la ciencia y su forma de avanzar, sobre las verdades que el hombre puede descubrir y aquellas que ya están adquiridas y los diferentes métodos que hemos de aplicar en cada caso, si nos situamos en el mundo de Leibniz.

La imitación de la naturaleza como forma de conocerla mejor es una idea muy antigua. Se trata de analizar los procesos naturales simulándolos con modelos a escala, imitativos o analógicos. Crombie en su última obra *Styles of Scientific Thinking in the European Tradition*, 1994 (Duckworth, London) distingue tres posibilidades: la imitación de la naturaleza (principalmente mediante analogías entre el arte humano y el divino), el método de los modelos hipotéticos, (los modelos propuestos para los sentidos, sobre todo el de la vista) y por último el modelo analógico, que utilizó Leibniz pero sobre todo Descartes. El hombre, para Platón, sólo podía conocer el mundo hipotéticamente, pero incluso si pensamos que el hombre puede conocer las esencias de las cosas naturales, no podría fabricar todo lo que conoce, porque hay una diferencia insalvable, como señaló Aristóteles, entre lo que el hombre puede realizar «por arte» y lo que encuentra hecho en la naturaleza.

Según la filosofía tradicional cristiana, sólo Dios puede conocer por completo el mundo natural porque lo diseñó y lo fabricó y sabe por qué está hecho así. No obstante, el supremo Bien no puede engañarnos y ha creado un mundo racional y a los hombres a semejanza suya, de forma que puedan comprender ese mundo. Descartes diría más tarde que Dios, habiendo escogido libremente una determinada matemática y una determinada materia, implantó en nuestra mente las ideas que les correspondían. Estas analogías entre la fabricación de conceptos y artefactos y la fabricación divina aparecen ya en el siglo XII. Uno de los modelos analógicos más usados era el reloj, que representaba tanto a los animales como los movimientos de los cuerpos celestes. Nicolás de Cusa sugiere las consecuencias epistemológicas de esta analogía entre el arte divino y el humano y afronta la cuestión desde las matemáticas como una de las creaciones de la razón humana. Así un círculo, que es un ente de razón, se define en su ser racional como el lugar geométrico de los puntos que equidistan de uno fijo, pero en el mundo sensible los círculos son diferentes, sus radios no son todos exactamente iguales, no encontramos nunca el círculo de la geometría. A pesar de estos problemas epistemológicos, la confianza en las matemáticas no decayó y Raimond Llull, por ejemplo, en su *Tractatus* (1292) basándose, no en la geometría sino en su combinatoria simbólica, nos ofrece un método universal capaz de demostrar la verdad. Su lógica simbólica puede enseñarnos la forma de encontrar (*modus inveniendi*) el objeto específico deseado.

El sueño de un Lenguaje Universal es particularmente vivo en estos años y tanto Descartes como Leibniz tuvieron que lidiar con él. Mersenne envió a Descartes en 1629 uno de tales proyectos de lenguaje universal, pero Descartes lo rechazó. Un lenguaje universal realmente efectivo que proviniese de un verdadero análisis tanto del conocimiento humano como de su objeto no podía basarse en los lenguajes existentes, sino en las Matemáticas. «Pero la invención de este lenguaje depende de la verdadera filosofía, pues es imposible enumerar de otro modo todos los pensamientos de los hombres y ponerlos en orden.» Leibniz objetará a esto que aunque tal lenguaje depende de la verdadera filosofía, no depende de su perfección. El lenguaje puede establecerse, aunque la filosofía o el saber, no sea perfecto: a medida que crezca el conocimiento humano, el lenguaje también se desarrollará. Mientras tanto será una maravillosa ayuda, tanto para lo que conocemos como para ver lo que nos falta y para inventar los medios de alcanzarlo, pero sobre todo para eliminar las controversias en temas que dependen del conocimiento. Pues entonces razonar y calcular serán la misma cosa.

Los intentos de Wilkins y otros para construir un lenguaje universal presuponían una naturaleza que no era matemática sino esencialmente cualitativa, como la de Aristóteles o Bacon. Éste no era el objetivo de Descartes ni de Leibniz. Hooke discutió con Leibniz la posibilidad de desarrollar un lenguaje universal como instrumento para el análisis y el descubrimiento. Leibniz insistió en que los caracteres reales que facilitarían esta labor debían parecerse lo más posible a los caracteres del álgebra y que el estilo de la argumentación de ese lenguaje universal filosófico debía ser el de las matemáticas y no el de la taxonomía.

La ciencia y la filosofía occidentales comenzaron (si es que aceptamos sus comienzos en el mundo griego) rechazando el azar en la naturaleza. Ese problema fundamental que consiste en aplicar el pensamiento, que se supone fijo y estable, a la fluidez de las cosas, es un problema constante en todas las épocas, pero los hombres se han ido convenciendo de que la ciencia se mueve en el ámbito de lo contingente y no, desgraciadamente, en el de lo necesario, lo seguro, lo garantizado. No obstante, durante muchos siglos se pensó que lo contingente, aquello cuyo resultado no sabemos prever, en realidad no es tal, y sólo nuestra ignorancia hace que no podamos comprenderlo, pues la naturaleza sigue ciegamente unas leyes inmutables, promulgadas por un Dios, un creador, o un primer motor inmóvil desde el comienzo de los tiempos. La teoría de la probabilidad no es una excepción en esta evolución y precisamente es en el siglo XX cuando aparece por primera vez, asociada con la física, la idea de que la naturaleza, el mundo, (ahora decimos más bien el universo), puede ser en realidad aleatorio, es decir, no estar sujeto a otras leyes que las del azar. Este cambio de la teoría clásica de la probabilidad a lo que podríamos llamar la probabilidad moderna comienza con el cambio de siglo y para los años treinta ya se había convertido en una rama autónoma de las matemáticas.

No obstante, antes de dar este último y decisivo paso, los hombres del siglo XX ya se habían tenido que enfrentar con la realidad de que vivimos en un mundo contingente, que si hay leyes, no las conocemos y probablemente nunca las conoceremos por completo, porque la complejidad de la realidad es enorme y nuestras posibilidades de lograr encerrarla en el marco de la demostración fiable y definitiva son muy pequeñas.

El paso del determinismo al indeterminismo no es en ningún modo trivial y requiere un cierto gusto por el riesgo. Los físicos se convirtieron al indeterminismo alrededor de 1925. Los cambios comenzaron cuando Werner Heisenberg inventó la mecánica cuántica y en 1926 Max Born proporcionó el método para derivar las leyes de la probabilidad que gobiernan los procesos de la mecánica cuántica.

Junto a estas posiciones y a las características formalistas que predominan hoy en la teoría matemática de la probabilidad, se mantiene un grupo de teóricos de la probabilidad y estadísticos que son llamados bayesianos y que desarrollan un modo sofisticado de subjetivismo. Como decíamos al principio, el origen de este término está en el famoso «Teorema de Bayes», que se encontraba en el artículo «Essay towards solving a problem in the Doctrine of Chances» publicado póstumamente (1763) en las *Philosophical Transactions de la Royal Society* de Londres (y presentado por Richard Price, amigo de Bayes y un distinguido autor de filosofía moral), como solución al problema de asegurar un fundamento para todos nuestros razonamientos referentes a los hechos pasados y lo que es probable que suceda en el futuro. Dicho problema es de obligada consideración para cualquiera que pretenda dar cuenta de la fuerza de un razonamiento de tipo analógico o inductivo. Por lo tanto, ya desde el comienzo, la idea de Bayes estuvo ligada al problema de la inducción, es decir, a la inferencia en una situación de incertidumbre.

El problema de Bayes, expresado de forma sencilla, se podría reducir a la extracción de unas bolas (blancas o negras) de una urna cuyo contenido no conocemos y tratar de inducir a partir de las extracciones repetidas y de su resultado, cuántas bolas blancas y negras hay en la urna Se puede comprender claramente la dificultad de tal empresa y su analogía con la labor del científico experimental. Desde un comienzo, las causas que llevaron a los diferentes autores (Price, de Moivre, etc.) a considerar la teoría de Bayes fueron más teológicas o sociológicas (podríamos decir filosóficas) que puramente matemáticas. Poisson en su obra de 1837, ya declaraba su identificación con la ciencia moral y hablaba de Laplace, que estudió asimismo la probabilidad de los juicios siguiendo a Condorcet e indirectamente al pionero: Leibniz (1667). Laplace[1] hizo el primer intento de justificar la inducción dentro del cálculo de probabilidades, refiriéndose más a la estimación de las mismas que al establecimiento de leyes. Este autor tiene precisamente como uno de sus resultados principales el método llamado de la probabilidad inversa, lo que ahora llamamos método bayesiano de inferencia estadística. Descubrió esta probabilidad inversa en el curso de su trabajo sobre teoría de errores alrededor de 1770.

También el tratamiento de Gauss del método de los mínimos cuadrados está basado en los procedimientos bayesianos desarrollados por Laplace 35 años antes. La visión bayesiana de la probabilidad, aunque es subjetivista, no está ligada con visiones deterministas de la ciencia pasadas de moda. Como dice Jan von Plato en su detallado estudio *Creating Modern probability* (1994)[2], la forma más pura del bayesianismo, la de Bruno de Finetti, se creó como respuesta a la tendencia al indeterminismo en el desarrollo científico de finales de los años veinte. Sus ideas fundacionales no fueron muy conocidas hasta la estadística bayesiana de L. J. Savage (1954) y hasta que el desarrollo de la Teoría de Juegos y de la Teoría de la Decisión reavivaron el interés por sus contribuciones. Frank Ramsey le dio a la teoría bayesiana de la decisión su primera expresión sofisticada en los años veinte.

Hacia mediados del siglo XX se produce una nueva actividad de los estadísticos bayesianos, que intentaron sin éxito superar la estadística frecuencial institucionalizada. Sin embargo, se desarrollaron modelos bayesianos de cognición y existen interesantes investigaciones acerca de si la intuición es o debería ser bayesiana y en qué condiciones. Así pues, la controversia dentro de la teoría de la probabilidad entre subjetivistas y frecuentistas ha introducido metodologías diferentes para los distintos niveles: las investigaciones casi nunca utilizan la estadística bayesiana para hacer inferencias sobre las hipótesis, pero con frecuencia dan por sentado que sus individuos deben usar estadísticas bayesianas para razonar de forma racional. Un autor actual, Mark Kaplan (1996), ofrece una nueva lectura del bayesianismo con lo que llama «Probabilismo modesto», según el cual debemos adquirir el hábito intelectual de imponer una estructura probabilística a nuestro estado de opinión y de ese modo intenta contrarrestar las acusaciones de apriorismo. Los bayesianos siguen buscando reglas para la dirección del espíritu en la teoría de la preferencia racional, es decir, en una teoría de la decisión racional. Otros han llegado a pensar que las causas de las frecuencias de los fenómenos son más importantes que los fenómenos mismos y, siguiendo a Karl Popper (1959) han desarrollado el concepto de «propensión» de una prueba a producir uno entre varios resultados. Además, existen algunos extremistas en ambas tendencias, como hemos dicho antes, los personalistas y los frecuentistas.

Las definiciones existentes para la probabilidad han ido también complicándose a medida que se ha utilizado un aparato matemático crecientemente complejo. Las primeras definiciones que aparecen en la época clásica de la probabilidad, en Leibniz, Laplace o los Bernoulli, nos dicen que la probabilidad de un suceso es igual al número de casos favorables al mismo dividido por el número de casos (igualmente) posibles. En esta definición

[1] Pierre Simon de Laplace, *Ensayo filosófico sobre las probabilidades*, Madrid, Alianza Ed., 1985.

[2] Jan von Plato, *Creating Modern Probability*, Cambridge U.P., 1994.

prácticamente todo ha sido posteriormente discutido. Se la ha acusado de circularidad, por utilizar el término de valores posibles o equiprobables, se ha negado la posibilidad de conseguir o conocer la condición necesaria de que los sucesos posibles sean todos igualmente posibles, se ha discutido que un suceso imposible tenga probabilidad cero o que un suceso seguro deba tener probabilidad 1, etc. Para salvar estos escollos se han construido definiciones basadas en la teoría de conjuntos o en la teoría de la medida, axiomatizaciones, y así es como la teoría probabilidad, sin salir del ámbito de la matemática aplicada, entró en el de la matemática pura, un caso prácticamente sin precedentes.

La situación se complica aún más si consideramos la posibilidad de un número infinito o indefinido de sucesos. Los teoremas clásicos del límite, en los que la frecuencia de un suceso simple repetitivo tiende a la probabilidad teórica al aumentar el número de pruebas, (Teorema de Bernoulli) mantenían el carácter finitista del cálculo de probabilidades, pero pronto se encontraron los teóricos con conjuntos infinitos e incluso continuos, por ejemplo en relación con las probabilidades geométricas o con las distribuciones de variables aleatorias, en las que se aplica la llamada teoría de errores o la teoría general de la medida. Esto conducirá a definiciones como la de Kolmogorov (1933), que hace uso de un espacio abstracto y una función a la que se llama probabilidad, que se aplica sobre el intervalo cerrado 0,1 que cumple una serie de condiciones. De esta forma, cualquier objeto que cumpla estas condiciones es una probabilidad .

El aspecto epistemológico del concepto de probabilidad ha estado desde muy pronto indisolublemente unido a su aspecto aleatorio y de hecho el término *probable*, o *probabilidad*, llega a la teoría clásica desde la filosofía, siendo el primer lugar donde se encuentran ambos aspectos unidos la Lógica de Port Royal (1662). En esa época comienza el conflicto entre probabilidad en el sentido de grado de credibilidad y probabilidad en el sentido de proporción de las *chances*. Esta dualidad dará lugar a ríos de tinta, que riegan casi todas las obras sobre Cálculo de Probabilidades.

El concepto de probabilidad tiene pues un origen doble, por una parte más bien frívolo e incluso condenado por la sociedad en algunas ocasiones: los juegos de azar, y por otra parte de meditación y profundización filosófica en problemas epistemológicos fundamentales en los que se embarcaron los mejores filósofos del siglo XVII. El aspecto subjetivo o epistemológico de la probabilidad se desarrolla paralelamente al avance de la teoría matemática, e incluso las aplicaciones más técnicas como las tablas de mortalidad [3] o las anualidades, aparecen al principio teñidas de teología o de metafísica.

Ian Hacking, uno de los autores actuales más interesantes en el aspecto filosófico o epistemológico de la probabilidad, hace en su libro *The emergence of Probability* [4] (1975) un circunstanciado estudio del mismo. La opinión era la compañera de la probabilidad en la epistemología medieval. La probabilidad surge de la frecuencia de lo que sucede «casi siempre» o «a menudo». Una de las condiciones previas de la probabilidad fue la formación del concepto de *evidencia*; la que algunos filósofos han llamado evidencia inductiva, que aparece por primera vez en *Vanity of Dogmaticing* de Joseph Granvill, en 1661 y también en los *Elementae Logicae Probabilium* de Kahle en 1735, aunque

[3] Jacques Dupâquier, *Invention de la Table de Mortalité*, Paris, PUF, 1996.

[4] Cambridge U.P., 1975./ *The Taming of Chance*, Cambridge U.P., 1990. Trad.esp.A.L.Bixio, *La domesticación del azar*, Barcelona, Gedisa, 1991.

hasta unos ochenta años después del nacimiento de la probabilidad no aparece francamente el problema de la inducción, porque tampoco existía un concepto adecuado de evidencia. Las personas proporcionaban la evidencia del testimonio y de la autoridad, pero faltaba la evidencia proporcionada por las cosas mismas, que no es la evidencia de los sentidos, sino una inducción. El concepto de evidencia interna es un legado de las ciencias experimentales, como la alquimia, la geología, la astrología o la medicina que, al no poder utilizar demostraciones, tuvieron que recurrir a alguna otra forma de prueba o comprobación. Eran ciencias que se movían en el campo de la opinión.

En la tradición aristotélica la ciencia procedía por la demostración de los efectos a partir de las causas primeras. En la nueva ciencia había que inferir las causas a partir de los experimentos, de las observaciones empíricas, y se trataba de causas eficientes. La inferencia y la decisión aparecen, a partir de la Lógica de Port Royal, por fijar una fecha, como un nuevo tipo de razonamiento no deductivo, que se desarrolla ayudado por un nuevo tipo de evidencia: la evidencia interna. Esta evidencia ya no depende del testimonio de la autoridad. El mundo ya no es evidencia externa, el libro escrito por Dios de Galileo, sino evidencia interna que sólo se explica por la existencia de ese Dios.

El sistema de la naturaleza descubierto por la ciencia era, según señala Leibniz, un modelo matemático y lógico abstracto en el que el razonamiento formal se equiparaba con la causación natural y el orden causal de los sucesos seguía el orden racional del modelo. Para Leibniz toda la ciencia y la filosofía de la naturaleza se movían en el terreno de lo contingente, de lo no necesario, y por ello ensayará diversas maneras de manejarlo, es decir, diversos tipos de matemáticas, desde la Combinatoria [5] a la Teoría de la Probabilidad y por fin a la Característica Universal. Su interés por los problemas de la contingencia había comenzado en el terreno legal, y desde su punto de vista, si las matemáticas eran el modelo para el razonamiento acerca de las verdades necesarias, la jurisprudencia debía ser el modelo cuando se deliberaba acerca de las contingencias. O al menos, un cierto tipo de jurisprudencia matematizado, que él llamaba un «nuevo tipo de lógica». Hay que *pesar* los argumentos, evaluarlos cuantitativamente, pero no se trata de contarlos, es decir de evaluar su número; una razón de peso puede destruir muchas conjeturas. Se trata de la frase de Séneca que le llega a Leibniz por intermedio de Bayle: *rationes non esse numerandas sed ponderandas.* [6]

Tenemos que descubrir toda la verdad posible en relación con los datos, y si no podemos lograrlo, tenemos que determinar al menos el grado mayor de probabilidad:

> «Si, como hacen los geómetras, ordenamos y demostramos los principales axiomas y si las experiencias estuvieran bien ordenadas y ligadas con los axiomas, creo que podríamos distinguir lo verdadero, lo probable y lo dudoso, y en las materias en que no se puede rebasar la probabilidad, bastaría con demostrar el grado de

---

[5] Eberhard Knobloch, 1971, «Zur Herkunft und weiteren Verbreitung des Emblems in der Leibnizschen Dissertatio de Arte combinatoria», *Studia Leibnitiana,* 3, 290-292./ 1974: «Marin Mersenne Beiträge zur Kombinatorik», *Sudhoffs Archiv,* 58, 356-379. Supplementa Band XI./ 1976: *Die Mathematischen Studien... Textband, Studia Leibnitiana Supplementa,* Vol.XVI. Steiner, Stuttgart.

[6] Véase el artículo de Mora Charles: «La balance du droit et le problème des partis», *IV.Internationaler Leibniz Kongress-Vorträge,* 1983, 508-515.

probabilidad y hacer ver de qué lado debe inclinarse necesariamente la balanza de las apariencias.» [7]

Cuando Leibniz publicó en 1665 su trabajo *De conditionibus*, en el que utilizaba números para representar lo que él llamaba «grados de probabilidad», sólo tenía 19 años. Ya en ese primer texto, aparecía una cuantificación de la probabilidad entre dos valores límites: 0 y 1, que corresponden al *jus nullum* y al *jus purum* respectivamente, pero le faltaban los valores intermedios para el *jus conditionale*; cuando una condición es necesaria, Leibniz la denota por la cifra 1, cuando es imposible, utiliza la cifra 0, cuando es incierta (*incerta*), como la llama en la primera versión de su escrito (1665), o contingente (*contingens*), como la llama en la versión de 1672, habrá que denotarla por una fracción; y esa fracción será el «grado de prueba» en el caso de la ley, o el «grado de probabilidad» en general. Está por lo tanto en condiciones de considerar las diferencias cualitativas de los grados de probabilidad y también la existencia de diferencias cuantitativas, pero no puede asignarles los valores numéricos que les corresponden; Leibniz hablaba de un continuo de posibilidades, es decir, de valores o grados de probabilidad, y esperaba que Jacques Bernoulli consiguiese realizar esa cuantificación. Las verdades contingentes, sobre todo las referentes al espacio y al tiempo son para él series continuas que conducen al infinito. Su tesis doctoral, presentada en Nuremberg en 1666, trataba «de casibus perplexis» en la ley. En el *De Casibus*, [8] lo que después sería la Teoría de la Probabilidad, debía ser una «jurisprudencia natural». La probabilidad numérica era para Leibniz una noción primordialmente epistemológica, a diferencia de Pascal, Fermat y los demás, para quienes el cálculo de las «chances» era fundamentalmente aleatorio. Los grados de probabilidad de que habla Leibniz son grados de certeza. La doctrina de las «chances» no trata para Leibniz acerca de las características físicas de una situación de juego, sino acerca de *nuestro conocimiento* de esas situaciones.

Es curioso observar que Leibniz tampoco estableció enseguida la relación entre el arte combinatoria y la probabilidad. En cambio Pascal repite una y otra vez en su correspondencia con Fermat [9] La correspondance Pascal - Fermat. En *Oeuvres de Pierre de Fermat*, P. Tannery & Ch. Henry (eds.), Vol.II, pp. 288-314. Paris, 1894.En castellano, Mora Charles (1989). la relación evidente de ambas teorías, y también en su tratado sobre el Triángulo Aritmético [10]. De hecho Leibniz no leerá ese tratado de Pascal hasta mucho más tarde, en su primera visita a Londres, en 1673, y sólo superficialmente. Después de su estancia en Paris (1672-6), es cuando Leibniz reconocerá la estrecha conexión entre

[7] G.W. Leibniz: «Dialogue entre un politique sagaz et un prêtre à la pieté reconnue», LH1, 1679, en la ed. de E. de Olaso, citada nota 17, p. 227s.

[8] Leibniz, G.W.: *Doctrina conditionum* (1663-67); *De casibus perplexis* (1666), su tesis; *De interpretatione* (1670), en Ascarelli (1966): *Th. Hobbes & G.W. Leibniz*, Paris, Dalloz.

[9] Pascal: 1654-60. La correspondance Pascal-Fermat, en *Oeuvre*, éd. J. Mesnard, Paris, Desclée de Brower, 1964-, 2 vol. También en *Les Cahiers de Fontenay*, 32, septembre 1983.

[10] Blaise Pascal, *Traité du Triangle Arithmétique*, 1654. En *Oeuvres complètes*, ed. Jacques Chevalier, Paris, Gallimard, 1954. También en *Oeuvres*, vol. III. L. Brunschwicg & P. Boutroux (eds.), pp. 433-598, Paris, Hachette, 1980.

probabilidad y combinatoria.[11] Es precisamente la mirada de Leibniz la que puede hacer del libro de Huygens *De Ratiociniis in Ludo Aleae* (1657) (que trata enteramente de juegos de azar, con escasas perspectivas sobre otros campos), «un elegante ejemplo de razonamiento sobre los grados de probabilidad».[12]

Ante una situación contingente, hay que tomar decisiones que no vienen totalmente justificadas por el Arte de la Demostración o del Juicio, sino que pertenecen al Arte de Conjeturar. Leibniz también considera esa situación:

> «1. El hombre se encontraría indeciso en la mayor parte de las acciones de su vida si no tuviera nada para conducirse cuando le falta un conocimiento certero. 2. Con frecuencia es necesario contentarse con un simple crepúsculo de probabilidad.»[13]

Como vemos, los primeros escritos de Leibniz, sus obras sobre derecho de 1664, 1666 y 1670, constituyen un interesante precedente de un cálculo universal de tipo matemático. En el punto de partida, encontramos una preocupación común, la de la certidumbre. Leibniz realiza una investigación centrada sobre la interpretación .La probabilidad de verdad que se podrá descubrir en el derecho positivo no es más que un atisbo de la verdad que le es necesaria al derecho natural. La probabilidad para Leibniz es un criterio objetivo de verdad.

En 1676, de vuelta en Hanover, intentó realizar sus propios cálculos de probabilidades. Parece demostrado que no tuvo la oportunidad de conocer la famosa correspondencia entre Pascal y Fermat, ni siquiera cuando fue publicada entre las obras de Fermat, pues esto le hubiera dado ya el problema resuelto y le hubiera evitado algunos errores en los que incurriría por inadvertencia, aunque parece ser que por intermedio de Huygens pudo ver y estudiar algunos problemas de los que se planteaban en el círculo de Pascal, Fermat, etc. Su relación con Huygens fue muy fructífera y Leibniz recomendaría en varias ocasiones su tratado, *De Ratiociniis in Ludo Aleae.*[14]

Las relaciones de Leibniz en el terreno de la matemática y en el que aquí nos interesa de la Teoría de la Probabilidad, se basan en su amistad con Huygens, los Bernoulli o Montmort[15]. Sobre James (Jacques) Bernoulli (1654-1705), autor del *Ars Conjectandi*[16], Leibniz decía que fue por su causa que Jacques estudió el tema de la probabilidad: «Feu Mr. Bernoulli a cultivé cette matière sur mes exhortations».[17] Aunque esto es discutido por algunos investigadores, que sostienen que en la correspondencia parece que James

---

[11] Leibniz: Ed. Couturat, p. 561.

[12] Dutens, VI, I, p. 318.

[13] *S.S.*, VI, p.438, *Du Jugement*, (*Nouveaux Essais*).

[14] Leibniz: *Opera Omnia*, ed. Dutens, Vol. VI, part 1, p. 318./ Huygens, Ch.: 1657. *De ratiociniis in ludo alea*, en *Oeuvres Complètes*, Nijhoff, La Haya, vol XIV, pp. 1-179, 1888-1950. Société Hollandaise des Sciences.

[15] Leibniz, G.W. 1713-1716. Lettres à Montmort. En *Die Philosophischen Schriften*, vol. III. C.J. Gerhardt (ed.), pp. 597-678. Berlin: Weidmannsche Buchhandlung, 1887. Reedición Hildesheim: Olms, 1965.

[16] Jacques Bernoulli, 1713, ed. por N. Bernoulli, Bâle, Gebt. Thumeisen. Reed. Bruxelles Culture et Civilisation, 1968. Reprod. en *Die Werke*, tome 3, pp.107-286, Bâle, Birkhäuser, 1975.

[17] Leibniz: *Opera Omnia*, Dutens, Vol. VI, part 1, p. 217./ Nicolas Bernoulli: *Dissertatio Inauguralis Mathematico-Juridica de Usu Artis Conjectandi in Jure*, 14 juillet 1709, Basel.

ya casi había terminado su obra antes de conocer a Leibniz, nosotros creemos en la grande (y beneficiosa) influencia de Leibniz sobre Jacques y Nicolás Bernoulli.

Respecto a Pierre Remond de Montmort (1678-1719), al que conoció a través de su hermano, Leibniz mantuvo una interesante correspondencia con él y tenía una opinión muy favorable de su *Essai d'Analyse sur les Jeux de Hazards.* Era la obra que tantas veces había pedido, el tratado que explicara las reglas de los juegos. Sin embargo, no le parecía bastante completo, y en eso tenía razón, pues Montmort lo había escrito en realidad para matemáticos-jugadores [18]:

Pero el interés de Leibniz por los juegos iba más allá de la Teoría de la Probabilidad. Sus aplicaciones al Arte de Inventar y por lo tanto a la construcción de la Característica Universal le parecían del mayor interés. Pensaba además que los hombres nunca mostraban mayor ingenio que en sus diversiones y que incluso los juegos infantiles podían atraer la atención de los más grandes matemáticos. Deseaba tener un tratado sistemático sobre juegos, que comprendiera en primer lugar los que dependen sólo de los números y luego los que dependen de la posición, como el ajedrez, y por último los que dependen del movimiento, como el billar. Así consideraba que se llevaría a la perfección el arte de inventar o incluso el arte de las artes, el arte de pensar. [19] La probabilidad permite pues alcanzar la verdad. Constituye una justificación de la acción y muestra también que en todo acto de voluntad hay necesariamente una apuesta que, ante la imposibilidad de lograr una verdad perfecta, marca al menos la racionalidad de la acción.

En su opúsculo «Historia y elogio de la Lengua o Característica Universal» resume hacia 1680 sus ideas acerca de los cálculos de probabilidades: dos personas enzarzadas en una discusión se parecen para Leibniz a dos comerciantes que tienen grandes deudas el uno con respecto al otro pero que no quieren resolver sus diferencias haciendo un inventario o contabilidad y que exageran sus méritos y la verdad y magnitud de las deudas. De este modo la disputa no terminará nunca. Pero la Característica recurrirá a los números y proporcionará una especie de estática para pesar los razonamientos. Las probabilidades se someten también al cálculo y a la demostración, puesto que siempre es posible evaluar la alternativa más probable en razón de las circunstancias dadas. [20]

Leibniz creía que el principio de contradicción (si en él incluimos al principio de identidad) es suficiente para demostrar todas las verdades independientes de la experiencia, tal como se supone que son las verdades matemáticas o lógicas, es decir las verdades necesarias. [21] Por el contrario, el principio de razón suficiente se aplica a las verdades o situaciones contingentes. Así pues, de un lado está el mundo real, lo contingente, las verdades de hecho que, de la percepción al sentimiento y del sentimiento a la apercepción reflexiva, de lo empírico a lo experimental, de lo probable a lo seguro, se deducen por inducción, mediante

[18] Véase Mora Charles, 1991, «La Bassette et l'Hombre, deux jeux de cartes étudiés par Leibniz dans de manuscrits inédits», *Studia Leibniziana,* 1991, XXIII/2, 207-220./1992, «Quelques jeux de hazard selon Leibniz (manuscrits inédits)», *Historia Mathematica,* 19, 1992, 125-157.

[19] *Opera Omnia,* ed. Dutens, Vol.V, p.17, 22, 28, 29, 203, 206. También Vol.VI part 1, 271, 304. Y Ed. Erdmann, p. 175.

[20] G.W. Leibniz: «Histoire et éloge de la Langue ou Characteristique universelle», G.P. VII, 184 (ca. 1680), en *Escritos filosóficos de W.W. Leibniz,* ed. Ezequiel de Olaso, Buenos Aires, Charcas, p.370-375.

[21] Leibniz a Clarke, Segunda Carta, sec.1, ed. H.G. Alexander, (1956), p.16.

el principio de razón suficiente, y que no nos permiten acabar nunca el análisis; y de otro lado, lo posible, lo necesario, las verdades de razón, «que nunca pueden hacernos ir más allá de lo que está en nuestras ideas distintas.» (N.E. IV.VIII, *5), pero que, deducidas según el principio de contradicción, son resolubles e idénticas.

Otra de las aplicaciones de la Teoría de la Probabilidad en las ciencias humanas o sociales es la llamada, con bastante precisión, Aritmética política. A finales del siglo XVI diversos países de Europa prohibieron los seguros de vida, que no son sino una apuesta sobre las posibilidades de supervivencia de una persona, asunto que se consideraba competencia exclusiva de la Providencia. Sin embargo, el sistema de rentas vitalicias era conocido y practicado desde la antigüedad, con mayor o menor acierto. Lo esencial para calcular uno de estos sistemas es disponer de una tabla de supervivencia lo más completa posible de una determinada población y además es necesario contar con ciertas herramientas matemáticas. En el siglo XVII, con el desarrollo de la teoría de la probabilidad, era posible por primera vez calcular la duración probable de la vida humana, pero antes de esa fecha los cálculos empleados eran proverbialmente inexactos y conducían con frecuencia a la ruina del estado.

En cuanto a las tablas de mortalidad utilizadas para calcular las rentas, aunque eran generalmente datos reservados, podemos suponer que proporcionaban un conocimiento muy aproximado de la esperanza de vida pues observamos que Graunt, que señalaba la necesidad de conocer al menos los años de nacimiento de la población, el número de personas y la edad que tenían al morir, sin embargo no pudo contar para sus cálculos ni con la edad en el momento de la muerte, ni con el sexo, ni con el número de los habitantes de Londres, aunque a pesar de ello consiguió realizar excelentes conjeturas.

Los primeros cálculos, que pronto recibieron el nombre de Aritmética Política (con William Petty[22]), fueron realizados por John Graunt en su libro *Observaciones Naturales y Políticas... realizadas sobre los Boletines de Mortalidad, con referencia al gobierno, religión, comercio, crecimiento, aire, enfermedades y diversos cambios en dicha ciudad* (1662 [23]). Sabemos que Graunt no dispuso más que de esos boletines, que sólo informaban de la causa de la muerte de los individuos en cada parroquia de Londres, sin distinguir la edad o el sexo de los difuntos, y por otra parte enumeraban los niños bautizados en el mismo periodo de tiempo. Con esos escasos datos, Graunt realiza la proeza de inventar una nueva ciencia, deshace muchos errores e ideas preconcebidas sobre las causas de la muerte, por ejemplo establece que la frecuencia de los asesinatos en Londres es más pequeña que en París, al contrario de lo que afirmaban los franceses, en la polémica que mantenían los dos países. También demuestra que algunos de los accidentes más temidos, como ser fulminado por un rayo, son muy poco frecuentes y que el número de hombres y mujeres se mantiene en ligera desigualdad, pero que nacen más hombres, en contra de lo que se creía, que había tres mujeres para cada hombre, y otros muchos curiosos descubrimientos.

---

[22] William Petty, *Another Essay in Political Arithmetic, concerning the Growth of the City of London*, Londres, 1683.

[23] John Graunt, *Natural and Political observations mentioned in a following Index, and made upon the Bills of Mortality, London*, 1662. Baltimore, Ed. W.F. Wilcox, 1939. También reed. en Petty (1899), vol.II. En castellano: Mora Charles, M.S.de (ed.): *Los inicios de la Teoría de la probabilidad. Siglos XVI y XVII*, Bilbao, UPV/EHU Servicio Ed., 1989.

Sus deducciones son también muy acertadas, como cuando explica que aparezcan más muertes que nacimientos (o bautismos) por la inmigración del campo a la ciudad. O cuando establece que la población de Londres es de unas 380.000 personas y no de seis millones, como se afirmaba, y que es menor que la de París, el referente obligado.

La tabla de vida que establece con grandes dificultades por la falta de datos, es admirable aún ahora. Como es sabido, sin embargo la formación de Graunt no era matemática y por ello habrán de llegar otros autores que apliquen fórmulas para los cálculos más elementales y una de esas fórmulas, quizá la más esencial, será la esperanza matemática. Estos instrumentos para mejorar los cálculos comienzan a aparecer gradualmente.

El manuscrito de Cardano de su *Liber de ludo aleae*[24] había sido adquirido y leído en Francia y publicado póstumamente en Lyon en 1663; en él se habla ya de conceptos como «igualdad», que equivale para Cardano a probabilidad ½, o de «circuito o revolución», que parece corresponder al total de casos posibles. En la correspondencia entre Pascal y Fermat (1654-56) encontramos ya más claramente expresada la esperanza matemática, pero será en el libro de Christian Huygens (1657), donde se establecerá que la esperanza matemática o *expectatio* nos da el precio justo para un juego de azar o para una apuesta. Huygens había recibido una copia del libro de Graunt en 1662 y su hermano Ludwig Huygens que estaba interesado en estos temas le propone calcular la esperanza de vida de un recién nacido (o más bien recién concebido) basándose en las tablas de Graunt. Esta esperanza de vida es de hecho la duración media de la vida, pero no la duración probable (o mediana). Como señala Hacking, en nuestros días, debido a la baja mortalidad infantil, ambos conceptos están muy próximos, pero en la época de Graunt la media de edad era de 18,2 años pero la mediana era solamente de 11 años y en todas las familias había muchos hijos que no llegaban a la edad adulta.

Hasta que Graunt publicó su libro, nadie había utilizado los datos que sin embargo ya existían en diversos países, aunque estaban reservados para el cálculo de las rentas vitalicias y eran más o menos secretos. Su amigo William Petty hizo una recensión del libro de Graunt en el *Journal des Sçavans* de 1666[25] y además tras la caída en desgracia de Graunt por su conversión al cristianismo de Roma, asumió su papel y publicó numerosos textos sobre lo que acertadamente llamó Aritmética Política.

Para Graunt hay una probabilidad p constante de morir en un año dado, aunque él no utiliza el término probabilidad. La fórmula sería:

N = tamaño de la población

si la probabilidad de sobrevivir 10 años es 0,5. Y como 1-p será la probabilidad de no morir en un año dado, según estas condiciones, el primer año sobrevivirían N(1-p), en el segundo N(1-p) - pN(1-p) = N(1-p)2 y en 10 años N(1-p)10 = (0,5) N

si q = probabilidad de que al menos un hombre de cada10 muera en un año dado, entonces,

1- q = probabilidad de que no muera nadie en ese año y eso es (1-p)10 = 0,5, luego también q = 0,5.

---

[24] Girolano Cardano, *Opera Omnia*, Amsterdam, 10 vols. (1663). Facsimil reed. en Stuttgart 1966. El vol. I incluye *De ludo aleae*. En castellano, Mora Charles (1989).

[25] William Petty, «Review of Graunt» (1662), *Le Journal des Sçavans*, 2, agosto 1666, 359-70.

Se supone implícitamente que la proporción de defunciones es uniforme a partir de los 6 años de edad, idea que va a ser adoptada también por los hermanos Huygens y Leibniz y ésta es una suposición sorprendente pero que, ante las tablas disponibles, resulta razonable.

Petty sin embargo rechaza la hipótesis de Graunt de que la tasa de mortalidad es uniforme y supone que después de los 16 años aumenta con la edad.

Hubo que esperar a Neumann en 1692, para la ciudad de Breslau y Maitland en 1739 para Londres, que fueron los primeros en disponer de una estadística de los fallecimientos por edades. Será Nicolás Bernoulli quien introducirá la duración de la vida probable, es decir la esperanza matemática en la cual los valores de la variable son ponderados por sus probabilidades y no por sus frecuencias, que nos informa de cuándo habrán desaparecido la mitad de las personas, lo que se llama duración de vida mediana y no media. No obstante, para construir una tabla de mortalidad realista, a los hermanos Bernoulli les faltó disponer de una serie de observaciones, puesto que se contentaron con los datos de Graunt y lo mismo le sucedió a Leibniz.

La Teoría de la Probabilidad estaba en su periodo de creación. La correspondencia entre Pascal y Fermat (1654-60) los muestra como jugadores, hombres de mundo que frecuentaban las tertulias donde se jugaba y a los otros jugadores como el famoso Méré. Su forma de afrontar los problemas de la Teoría de la Probabilidad es la misma que la de Cardano: se trataba de resolver problemas planteados *en* el juego, *por* el juego en su desarrollo.

Pero la trayectoria de Leibniz había comenzado de un modo muy distinto. Cualquiera que fuese la información que Leibniz había recabado en su estancia en París acerca del cálculo de probabilidades, lo cierto es que a partir de 1676 redactó varios manuscritos en torno a esos temas: unos sobre combinatoria, otros sobre el cálculo de los «partis», o interesantes hallazgos teóricos como el del manuscrito «J'ay vu dernierement dans le Journal des Sçavans...» [26] o como las aportaciones señaladas por Biermann [27] sobre la probabilidad en el manuscrito «De numero jactuum in tesseris», donde se ocupaba de las variaciones y combinaciones con repetición y de sus aplicaciones a los problemas de juegos de azar. En el manuscrito «Sur le calcul des partis», que comienza *Le chevalier de Meslé fut le premier...* Leibniz fracasa en encontrar una fórmula general que le permita determinar el reparto de las ganancias entre los jugadores en cualquier momento del juego. Lo ensayará de nuevo en 1678, en el trabajo «De incerti aestimatione», donde introduce la distinción entre los casos favorables y los casos posibles y define la *spes* (esperanza matemática) como *probabilitas habendi*:

[26] Véase Mora Charles, 1986, «Leibniz et le problème des partis, Quelques papiers inédits», *Historia Mathematica*, 13, 352-369.

[27] Véanse los artículos de K. Biermann, 1954. «Über die Untersuchung einer speziellen Frage der Kombinatorik durch G.W.Leibniz», *Forschungen und Fortschritte*, 28, 357-59./ 1955. «Über eine Studie von G.W.Leibniz zu Fragen der Wahrscheinlichkeitsrechnung». *Forschungen und Fortschritte*, 29, 110-113./ 1956. «Spezielle Untersuchungen zur Kombinatorik durch G.W.Leibniz», *Fors. u. Fort.*, 30, 169-172./ 1957. «Eine Aufgabe aus den Anfängen der Wahrscheinlichkeitsrechnung», *Centaurus*, 5, 142-150.

$$S = \frac{aA + bB + cC}{n} \quad \text{donde } n = a+b+c$$

n = número de los sucesos *aeque faciles*
A, B, C, = cantidades a ganar.

Encontramos también en este manuscrito la famosísima definición de probabilidad que se suele atribuir a Laplace: número de casos favorables dividido por el número de casos (igualmente) posibles:

> «Generaliter: si diversos eventus utiles disjunctim habere possit negotium, spei aestimatio erit summa utilitatum possibilium ex omnibus eventibus collectarum, divisa per numerum eventuum».

El último manuscrito de Leibniz sobre el cálculo de probabilidades tiene especial interés debido a sus implicaciones en la matemática de la época. Se trata de un texto escrito en 1686 a propósito de un desafío lanzado por Bernoulli en el *Journal des Sçavans* de 1685, nº 26: «J'ay vu dernierement dans le Journal des Sçavans...»[28] Se trata de diversas variantes de un juego de dados entre dos jugadores A y B, que juegan por turno con diversos ritmos de tiradas de un solo dado y gana el que obtenga un cierto punto prefijado. Es un juego sencillo pero cuya solución general tiene bastante complicación, y sobre todo implica la suma de series del tipo $1 - n + n^2 - n^4 + n^6 - n^9 + ...$

Leibniz, al no poder encontrar la suma de la serie, renuncia a responder al desafío, pero cuando Bernoulli publica su solución en *Acta Eruditorum* en 1690, tras no haber recibido respuesta de ningún matemático en todo ese tiempo, Leibniz se anima también a publicar la suya. Ambas soluciones coinciden en dar el término general de las *chances* de cada jugador.[29] Lo más interesante de este manuscrito de Leibniz es su constante búsqueda de un teorema general, de una solución general, y la aplicación de métodos matemáticos avanzados, como la integración o la suma de series, a la teoría de la probabilidad.

En conclusión, la aportación de Leibniz a la Teoría de la Probabilidad tiene características en cierto modo contradictorias, pues, sin ser capaz de resolver los problemas más sencillos planteados por los juegos de dados, como el problema de los dados o el de la división de las apuestas, resolvió en cambio otros más difíciles, aclaró algunos conceptos, creó y definió otros muchos y señaló las aplicaciones más importantes de la Teoría antes que la mayor parte de sus contemporáneos. Aunque los cálculos efectivos de Leibniz respecto al tema de la demografía y de los seguros no son reconocidos por todos los historiadores, no cabe duda de que su presencia es determinante para el desarrollo de gran parte de estas teorías, sus aportaciones teóricas a la teoría de la probabilidad y a los temas de aritmética política y de anualidades no son en absoluto desdeñables, como intentaremos mostrar aquí.

---

[28] LHs XXXV, 13, Nr.3, Bl.31-32.

[29] Véase Mora Charles, 1986, «Leibniz et le problème des partis. Quelques papiers inédits», *Historia Mathematica*, 13, 352-269.

El propio Ian Hacking, uno de los más relevantes autores actuales sobre temas de historia y filosofía de la ciencia, reconoce que, en su libro *The emergence of probability* (Cambridge, 1975), Leibniz es el testigo filosófico del surgimiento de la probabilidad, alrededor de 1660. El nombre de Leibniz aparece en toda la obra. Pero en otro de sus libros, *The taming of chance* (Cambridge, 1990), añade que Leibniz fue también influyente en el terreno de los seguros y las rentas y recuerda que fue el padrino filosófico de las estadísticas oficiales prusianas, poco tiempo después de la proposición de William Petty en el mismo sentido, para Inglaterra.

Se han publicado recientemente algunos textos de Leibniz traducidos al francés sobre temas de probabilidad y de estadística (Marc Parmentier, Vrin, Paris, 1995, *L'estime des apparences*) y, sobre todo, se ha publicado en el 2000 el volumen de la Academia de Berlín de textos originales de Leibniz sobre seguros y matemáticas financieras, editado por Eberhard Knobloch con prólogos y comentarios de otros especialistas, de forma bilingüe latín o francés/alemán, de manera que contamos ahora con todos los elementos para formarnos una opinión de la influencia de Leibniz sobre estos asuntos.

Sabemos ahora que Leibniz se interesaba por las cuestiones de población y por sus repercusiones políticas. Había visto las tablas de Graunt y la memoria de Jan de Witt[30] sobre el valor de las rentas vitalicias y en consecuencia de sus ideas preconizaba la creación de una Oficina central de registro de los bautizos, matrimonios y entierros.[31]

Leibniz supone que, dados 81 niños recién nacidos, morirán uniformemente, es decir que morirá uno cada año en los 81 años siguientes. Esta es una hipótesis arbitraria, por supuesto, que no se basa en la experiencia de la época, y Leibniz debería saberlo, pero considera que se puede realizar tal simplificación sin falsear sustancialmente los resultados. Para Leibniz pues la población es estacionaria y en este tipo de poblaciones el número de supervivientes decrece en progresión aritmética, siendo la tasa de mortalidad la inversa de la esperanza de vida. Sin embargo parece ser que Leibniz había visitado a Hudde[32] en noviembre de 1676 y que en enero había escrito algunas observaciones acerca de un problema de mortalidad planteado por Roannez. Por otra parte, Hudde había discutido con Witt acerca de que las anualidades deberían calcularse sobre la base de la mortalidad uniforme y pudo dar por supuesto que los datos empíricos confirmaban tal hipótesis; el caso es que los cálculos posteriores de Halley[33] y de Moivre[34] van a darle la razón, en un nuevo ejemplo, como dice Hacking «de su irritante habilidad para obtener la respuesta correcta mediante una inferencia injustificada realizada sobre datos erróneos». En resumen, Graunt simplemente supuso la mortalidad uniforme, Petty trató de corregirle, de Witt supuso que la mortalidad era uniforme sólo en los primeros años de la vida y

[30] Jan de Witt, *Waerdye van lyf-renten naer proportie van los-renten*, S'Gravenhague, 1671.

[31] Véase también Leibniz : «G.G.L. Meditatio Juridico-Mathematica de Interusurio simplice», *Act. Erud.*, m. Oct. 1683, 425-32.

[32] Johannes Hudde, Para la correspondencia sobre anualidades, ver Hendricks (1853-4); para su tabla de anualidades, ver Huygens, *Oeuvres*, VII, 95-6.

[33] Edmond Halley, «An estimate of the degree of mortality of mankind, drawn from curious tables of births and funerals at the city of Breslau: with an attempt to ascertain the price of annuities upon lives», *Philosophical Transactions of the Royal Society*, 17, 596-610; 654-6.

[34] Abraham De Moivre, *Annuities upon Lives*, London, 1725. Existe una segunda edición, corregida, Londres y Dublin, 1730.

que la tasa aumentaba después de los 54. Hudde, como hemos dicho sostenía que debería suponerse la tasa uniforme para calcular las anualidades y Leibniz comienza criticando la uniformidad y más tarde la acepta.

Leibniz además establece en sus escritos al menos cinco cálculos fundamentales para estas teorías: la duración media de la vida humana, la esperanza de vida a una edad determinada, las tasas de mortalidad en función de la edad, las características de una población estacionaria y la tasa bruta de mortalidad, todos ellos de importancia, como podemos ver.

Así pues dice Leibniz: «considerando uno de esos niños en particular, hay tanta apariencia (probabilidad) en decir que morirá en el primer año o en el segundo o en el tercero como en cualquier otro hasta el año 48. Si muere en el primer año, no habrá vivido ninguno entero, y el número de años que concluye es 0. Si muere en el segundo, habrá concluido uno y el número de sus años es 1. Si muere en el tercero, el número de sus años es 2. Y así sucesivamente, pues despreciaremos las fracciones o partes de año. Finalmente si muere en el año 81, su edad o el número de sus años es 80. Así tenemos 81 edades posibles o estimaciones igualmente aparentes (probables) de la vida humana, a saber los años 0, 1, 2, 3, 4 etc. hasta 80. Así pues para encontrar la estimación media, hay que buscar la suma de todas esas estimaciones juntas: 0+ 1+ 2+ 3 + etc. hasta + 80, lo que suma 3.240, como es fácil comprobar, la cual suma hay que dividir por el número de estimaciones igualmente razonables, a saber 81, y lo que nos resultará será 40. Luego podemos decir que 40 años son la duración media de la vida humana.»

De hecho Leibniz está utilizando la fórmula de la esperanza de vida en el momento del nacimiento. Este cálculo resulta correcto dado que partimos de una población estacionaria, en la cual la vida media o esperanza de vida en el nacimiento y la vida mediana o duración probable de la vida, son iguales.

Con estas páginas se ha querido hacer un esbozo de la intensa actividad de Leibniz en estas teorías matemáticas, aunque en el total de su obra no representen una parte muy grande. Pero eso realmente en el caso de Leibniz, cuya obra es monumental, no tiene gran importancia.

* * *

María Sol de Mora
marcharles@inicia.es