Universidad de Sevilla
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Escuela Superior de Ingenieros Industriales

Modelos para la Explotación Óptima de la Generación en Mercados Eléctricos Competitivos

Tesis Doctoral

Autor:
Agustín R. Marulanda Guerra

Director de Tesis:
José Luis Martínez Ramos

Sevilla 2004

Modelos para la Explotación Óptima de la Generación en Mercados Eléctricos Competitivos

Tesis Doctoral

Autor:
Agustín R. Marulanda Guerra

A Anicia y Rafael

Agradecimientos

Ante todo deseo manifestar mis agradecimientos a todas aquellas personas que de una manera u otra han tenido que ver con la realización de esta tesis y en especial a:

La Universidad del Zulia, por la formación que me ha dado como ingeniero, luego como profesor asistente y por su contribución económica que han permitido el financiamiento de este trabajo.

Al profesor Dr. José Luis Martínez Ramos, por su inconmensurable trabajo de dirección y revisión; ya que sin su colaboración y ayuda no hubiese sido posible llegar a feliz término este trabajo.

A mis padres y familia por su invalorable comprensión y apoyo en todos estos años que he estado lejos de ellos, su preocupación por mi salud.

Al personal docente y administrativo del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Sevilla, por su colaboración y ayuda en todo momento.

A la familia Rodriguez Mayorga por su acogida y por tratarme como un hijo más. A Paco, Pilar, Cristina, Pepi, Amer y Ana por esa amistad que me han brindado en todos estos años.

Agustín R. Marulanda Guerra

Resumen

En los últimos años los procesos de liberalización y los mercados eléctricos competitivos son el nuevo paradigma en la industria eléctrica mundial. En los nuevos mercados eléctricos las compañías de generación tienen como principal objetivo maximizar sus beneficios como resultado de la venta de su energía. La tesis a la cual se refiere este documento se engloba en los mercados eléctricos competitivos y en el problema de optimización de los beneficios obtenidos por una empresa de generación que compite en un mercado diario de energía. Este trabajo contempla un mercado eléctrico competitivo con participación de generación hidroeléctrica y predominio de generación térmica. Los modelos matemáticos desarrollados intentan simular las características técnicas y económicas de centrales térmicas, hidroeléctricas y de bombeo. Entre las motivaciones las motivaciones principales se encuentran dos de los problemas fundamentales relacionados con los mercados eléctricos competitivos, como los son:

1. Los mecanismos de subastas.

2. La oferta óptima de venta.

El modelo de mecanismo de subasta de energía presentado propone un nuevo esquema donde se incorporan al algoritmo de subasta las restricciones propias de las centrales hidroeléctricas; en consecuencia las compañías de generación deben realizar ofertas de tipo complejas. El problema se ha presentado como un problema de programación lineal, donde se intenta maximizar el beneficio neto de los productores y consumidores que participan en un mercado diario de energía. El equilibrio de mercado se logra cuando la oferta de los generadores alcanza la curva de oferta de los consumidores. El modelo matemático se ha implementado en la plataforma *General Algebraic Modeling System* (GAMS®) [16] usando el paquete Cplex® 7.0 [17] como optimizador. La particularidad del esquema de subasta presentado se debe a que las restricciones técnicas de los grupos hidráulicos son administradas por el operador del mercado, estableciendo la cantidad de energía que debe suministrar cada central hidroeléctrica al maximizar el beneficio social neto de los agentes participantes. Esto trae como principal ventaja que el programa de generación de las centrales hidroeléctricas se ajuste a las restricciones de volumen de agua almacenada (energía

hidráulica) optimizando así sus recursos hidráulicos. Por lo tanto, evita el problema a las centrales hidroeléctricas de tener que ajustar sus programas de generación para cumplir con las energías asignadas y sus propias restricciones técnicas, acudiendo a mercados de ajustes para comprar o vender la energía o potencia que no pueda cumplir, reduciendo de forma significativa sus beneficios económicos e incrementado el riesgo asociado al participar en los mercados eléctricos competitivos.

Los mercados eléctricos se caracterizan por la tendencia de sus participantes a explorar las imperfecciones que presentan estos mercado, así las compañías de generación pueden influir sobre los precios de la energía; esto motiva a desarrollar una metodología para la elaboración de estrategias de venta en el mercado mayorista de energía basándose en la curva de demanda residual de la compañía de generación, también conocida como curva precio-cuota. Para ello, se asume que el mercado se comporta como un mercado de competencia imperfecta, con una compañía líder de mercado y con varias compañías seguidoras. El modelo de la compañía líder, basándose en la demanda residual de dicha compañía, se plantea como un problema de optimización; donde la función objetivo representa el beneficio diario de la compañía líder. Debido a la dependencia entre precio y cantidad en la función de beneficio diario, el algoritmo desarrollado ha sido implementado por medio de programación no lineal con la particularidad que todas las restricciones se formulan con expresiones lineales o por aproximaciones lineales por tramos; se ha utilizado el software *Discrete Continuous Optimization Package* (DICOPT®) [45] para la optimización no lineal bajo el ambiente *General Algebraic Modeling System* (GAMS®) [16]. Los casos de estudios abordados en la tesis permiten analizar el comportamiento estratégico de una compañía líder y la forma cómo puede modificar sus niveles de producción para influir sobre los precios de mercado. También se analiza la influencia que tienen los modelos adoptados para simular la demanda residual sobre los beneficios esperados por la compañía por la venta de su energía. Un caso de estudio sobre el comportamiento de una central de bombeo en un mercado competitivo también es presentado, al igual que la influencia que tienen los errores en la predicción de precios sobre las oferta de venta de una empresa de generación de tipo seguidora de precios. En conclusión, los objetivos principales se pueden resumir de la siguiente forma:

1. Proponer un mecanismo de casación de tipo compleja que simule el comportamiento real de un mercado eléctrico donde acudan centrales de producción de distintas tecnologías, haciendo uso de la programación lineal entera mixta.

2. Formular e implementar un modelo matemático que maximice la función de beneficio diario de una compañía de generación líder de mercado, por medio de la programación no lineal y restricciones lineales.

3. Elaborar una estrategia óptima de generación para una compañía líder de mercado conociendo su curva de demanda residual.

4. Analizar la Influencia:

   4.1. Sobre los precios de la energía, en relación con los precios de libre competencia, de una compañía líder de mercado cuando decide ejercer su potencial poder de mercado en un mercado de competencia imperfecta.

   4.2. Del modelo adoptado para representar las curvas de demanda residual de una compañía líder sobre la diferencia que se presenta entre el precio óptimo esperado y el precio real de mercado, además del beneficio diario de la compañía.

   4.3. De la exactitud en la estimación de los precios de la energía y la banda de reserva secundaria, en la estrategia de oferta para una compañía seguidora, para lo cual se predicen los precios usando un desarrollo en redes neuronales.

A lo largo de los trabajos realizados en la presente tesis se han obtenido diversas conclusiones, las cuales se pueden resumir en dos grupos:

1. **Mecanismo de subasta de energía:**

   1.1. La implantación de un mecanismo de subasta de tipo complejo, como el propuesto en este trabajo, permite un uso más eficiente de los recursos hidráulicos por parte de las compañías generación; principalmente porque evita el problema del ajuste de sus programas de generación para cumplir con las energías asignadas y sus propias restricciones técnicas, acudiendo a mercados a mercados de ajustes para comprar o vender energía o potencia que no pueda cumplir.

   1.2. La incorporación de centrales hidroeléctricas en cascada permite obtener precios de mercados más cercanos a los de mercado de libre competencia; ajustados a las condiciones reales del mercado. Debido principalmente a que las centrales hidroeléctricas no pueden utilizar en forma estratégicas sus recursos hidráulicos, al no poder influir sobre la decisión de generación de la central aguas abajo por parte de la central ubicada aguas arriba.

2. **Oferta óptima de venta de energía:**

   2.1. Los resultados obtenidos permiten concluir que una compañía de generación líder de mercado es capaz de influir sobre los precios de la energía cuando ejerce su poder de mercado al retirar energía del mismo, esto tiene como objetivo provocar la entrada de centrales con costes de producción más altos en el proceso de subasta, las cuales pueden pertenecer a la propia compañía líder o a las compañías rivales. En conclusión, se trata de un juego de cantidades que sigue el modelo de Cournot, donde cada compañía es consciente que la decisión que tome su rival sobre la cantidad a producir impactará en el precio

de la energía que ella enfrentará y en consecuencia en sus beneficios económicos. En el juego planteado en esta tesis se asume que las compañías seguidoras no reaccionarán a la estrategia de la compañía líder, manteniendo constantes las cantidades de energía en sus ofertas de venta.

2.2. También se ha demostrado que a pesar que la compañía reduce sus niveles de producción, ésta consigue incrementar sus beneficios cómo consecuencia de un incremento de los precios, cómo era de esperarse; lo cual se deduce al comparar los beneficios de la compañía líder entre los esquemas de mercado adoptados.

2.3. En este trabajo se ha estudiado la influencia del modelo de la demanda residual sobre la diferencia que existe entre el precio óptimo calculado y el precio de mercado producto de la casación, así como sobre los beneficios esperados. La curvas de demanda residual de la compañía líder se han modelado de tres formas distintas para analizar la diferencia entre el precio óptimo y el precio de mercado en ambos tipos de curvas. Al comparar la evolución de los precios entre los tres casos de estudios es posible concluir que al utilizar el modelo en escalón de la demanda residual se garantizan precios de mercado más cercanos a los precios óptimos deseados para ejercer el poder de mercado de la compañía líder con lo cual se obtienen beneficios diarios más acorde con los esperados. Por otra parte, se ha demostrado la influencia que tienen los límites de rampas sobre la estrategia de oferta de la compañía líder, donde ésta debe tomar en consideración las límites de rampas de las compañías rivales de generación para elaborar sus propias ofertas óptimas de generación.

2.4. En el caso de las compañías seguidoras, su información principal se refiere a los precios de mercado. En esta tesis se ha evaluado la influencia de la precisión en la estimación de los precios sobre la estrategia óptima de oferta de una compañía de generación de tipo tomadora de precios que participa en un mercado eléctrico de competencia perfecta. Al comparar la influencia de los errores en las estrategias de las centrales modeladas, se concluye que la incertidumbre en los precios tiene una influencia más significativa para la central que utiliza el gas como combustible.

Índice General

Agradecimientos III

Resumen III

Índice General IX

Índice de Figuras XV

Índice de Tablas XXI

Nomenclatura XXIV

1. Introducción 1

1.1. Mecanismos de Subastas en el Mercado Mayorista de Energía 2

1.1.1. Mercados tipo Pool 3

1.1.2. Mercados de Tipo Bolsa de Energía 4

1.2. Elaboración de Ofertas de Venta en el Mercado Mayorista de Energía . . . 6

1.3. Objetivos 7

1.4. Organización de la Memoria 8

2. Mercados Eléctricos Competitivos 11

2.1. Programación Clásica de Centrales Eléctricas 11

2.1.1. Despacho Económico 12

2.1.2. Unit Commitment 15

2.1.3. Coordinación Hidrotérmica 15

2.2. Clasificación de los Mercados 16

2.2.1. Mercados de Competencia Perfecta 17

2.2.2. Mercados de Tipo Monopolio 18

2.2.3. Mercados de Tipo Oligopolio 19

2.3. Teoría de Juegos y Mercados Eléctricos 21

2.3.1. Modelo de Cournot 23
2.3.2. Modelo de Bertrand 25
2.3.3. Modelo de Stackelberg 25
2.3.4. Equilibrio de Nash-Cournot 28
2.4. Poder de Mercado 29
2.4.1. Índices de concentración 29
2.4.2. Modelos de Producción 30
2.4.3. Modelos de Equilibrio 31
2.5. Estrategias de Ofertas de Venta de Energía 31
2.6. Valor del Agua 32

3. Revisión de los Mercados de Electricidad 35
3.1. Agentes de los Mercados 35
3.2. Componentes de los Nuevos Mercados Eléctricos 36
3.2.1. Mercado de Generación 37
3.2.2. Mercado de Transmisión 38
3.2.3. Mercado de Distribución 41
3.3. Estructuras Básicas de Mercado 42
3.3.1. Modelo Tipo Pool 43
3.3.2. Bolsa de Energía 43
3.3.3. Contratos Bilaterales 44
3.4. Comparación entre Pool, Bolsa de Energía y Contratos Bilaterales 45
3.5. Situación Internacional 46
3.5.1. Sector Eléctrico Alemán 47
3.5.2. Mercado de Inglaterra y Gales 47
3.5.3. El Mercado Nórdico de la Electricidad 48
3.5.4. El Modelo PJM 49
3.5.5. California 51
3.5.6. Mercado de Electricidad Español 52
3.6. Revisión Bibliográfica 54

4. Modelos Matemáticos de las Centrales de Generación 65
4.1. Central de Generación Hidroeléctrica 66
4.1.1. Característica Entrada-Salida 66
4.1.2. Desembalse Natural de Agua 70
4.1.3. Balance de Agua 72
4.1.4. Balance de Agua con Acoplamiento Hidráulico 73
4.1.5. Coste de Producción 74

4.1.6. Coste de Arranque . . . 75
4.2. Central de Bombeo . . . 75
4.2.1. Modelo Matemático . . . 77
4.3. Central de Generación Termoeléctrica . . . 79
4.3.1. Límites de Tiempo . . . 80
4.3.2. Límites de Rampa . . . 82
4.3.3. Coste de Arranque . . . 82
4.3.4. Coste de Parada . . . 84
4.3.5. Coste de Producción . . . 84
4.4. Conclusiones . . . 88

5. Mecanismo de Subasta de Energía 89
5.1. Clasificación de las Subastas . . . 91
5.1.1. Tipos de Ofertas de Energía . . . 92
5.2. Mecanismo de Subasta . . . 92
5.2.1. Restricciones Básicas . . . 94
5.2.2. Restricciones Hidráulicas . . . 95
5.3. Subasta con Restricciones Hidráulicas y Acoplamiento Hidráulico . . . 97
5.3.1. Complejidad Computacional . . . 99
5.4. Casos de Estudio . . . 99
5.4.1. Modelo del Mercado . . . 100
5.4.2. Caso A: Acoplamiento Hidráulico . . . 102
5.4.3. Caso B: Sin Restricciones Hidráulicas . . . 108
5.4.4. Caso Base . . . 111
5.5. Conclusiones . . . 113

6. Compañía de Generación en un Mercado de Tipo Oligopolio 117
6.1. Comportamiento de la Demanda . . . 118
6.1.1. Elasticidad de la Demanda . . . 119
6.2. Demanda Residual y Competencia . . . 120
6.2.1. Compañía Seguidora o Precio Aceptante . . . 122
6.2.2. Compañía Líder . . . 122
6.2.3. Modelo Lineal de la Demanda Residual . . . 123
6.2.4. Modelo Lineal por Tramos de la Demanda Residual . . . 124
6.2.5. Modelo Escalón de la Demanda Residual . . . 126
6.3. Beneficio de una Compañía de Generación . . . 128
6.3.1. Formulación Matemática . . . 132
6.3.2. Complejidad Computacional . . . 138

6.4. Casos de Estudio 140
6.4.1. Modelo del Mercado 140
6.4.2. Caso A: Demanda Residual Lineal por Tramos 142
6.4.3. Caso B: Demanda Residual de Tipo Polinomio 146
6.4.4. Caso C: Demanda Residual de Tipo Escalón 149
6.4.5. Comparación de los Modelos 152
6.5. Central de Bombeo en un Mercado Eléctrico 156
6.5.1. Caso de Estudio 156
6.5.2. Central de Bombeo en un Mercado Eléctrico de tipo Oligopolio . . . 158
6.6. Conclusiones 159

7. Poder de Mercado Ejercido por una Compañía Líder 161
7.1. Estrategias de Ofertas de Venta de Energía de una Compañía Líder de Mercado 162
7.2. Modelo de Mercado 163
7.2.1. Modelo de las Compañías Participantes 164
7.2.2. Modelo del Operador del Mercado 165
7.3. Caso de Estudio 165
7.3.1. Competencia Perfecta 165
7.3.2. Competencia Imperfecta 167
7.3.3. Resultados 169
7.4. Conclusiones 173

8. Influencia del Modelo de la Curva de Demanda Residual 175
8.1. Metodología 176
8.2. Modelos de Mercado 178
8.2.1. Compañías Participantes 178
8.2.2. Operador de Mercado 179
8.3. Casos de Estudio 179
8.3.1. Caso A: Polinomio de Segundo Grado 179
8.3.2. Caso B: Aproximación Lineal por Tramos 182
8.3.3. Caso C: Escalón 183
8.4. Beneficios de la Compañía Líder 185
8.5. Conclusiones 186

9. Influencia de la Predicción de Precios sobre la Oferta Óptima 187
9.1. Predicción de Precios 188
9.2. Problema de Optimización de Oferta de Venta 190
9.2.1. Función Objetivo 190

9.2.2. Restricciones . . . 190
9.3. Casos de Estudio . . . 192
9.3.1. Caso A: Central de Carbón . . . 193
9.3.2. Caso B: Central de Gas . . . 195
9.4. Conclusiones . . . 197

10.Conclusiones **199**
10.1. Conclusiones Generales . . . 200
10.2. Aportaciones . . . 204
10.3. Publicaciones . . . 204
10.4. Líneas de Investigación . . . 205

Referencias **207**

A. Parametros Casos Estudio Mecanismo Casación **219**

B. Características de las Centrales de Generación **223**
B.1. Parámetros de las Centrales de Generación . . . 223
B.1.1. Compañía líder . . . 223
B.1.2. Compañías Seguidoras . . . 225
B.1.3. Ofertas de Venta . . . 226
B.1.4. Demanda residual de la compañía líder . . . 227
B.1.5. Programa de Generación . . . 232
B.2. Central de Bombeo en un Mercado Eléctrico . . . 234

C. Predicción de Precios por Redes Neuronales Artificiales **235**
C.1. Comportamiento de los Precios . . . 235
C.1.1. Estructura de la Red Neuronal . . . 237
C.1.2. Predicción de Precios . . . 238

Índice de Figuras

2.1. Coste cuadrático de producción de una central térmica. 12
2.2. Significado del multiplicador de Lagrange en el Despacho Económico. 14
2.3. Precio de equilibrio en un mercado de libre competencia 17
2.4. Maximización de los beneficios de un monopolio 18
2.5. Dilema del Prisionero 22
2.6. Equilibrio de Cournot 24
2.7. Parámetros de la demanda 26
2.8. Equilibrio de Stackelberg 28
2.9. Alternativas para el uso del agua 33

3.1. Estructura de los componentes de los nuevos mercados eléctricos competitivos. 37

4.1. Característica entrada-salida de una central hidroeléctrica. 66
4.2. Aproximación lineal de dos tramos de la característica entrada-salida de una central hidroeléctrica. 67
4.3. Aproximación lineal de K tramos de la característica entrada-salida de una central hidroeléctrica 69
4.4. Características de desembalse de una central hidroeléctrica. 70
4.5. Restricciones hidráulicas asociadas a la central hidroeléctrica. 72
4.6. Unidades hidroeléctricas con acoplamiento hidráulico. 73
4.7. Característica típica entrada salida para una central de bombeo. 76
4.8. Posibles estados de la central de bombeo. 76
4.9. Energía de reserva en función de la potencia de generación o bombeo. . . . 76
4.10. Modelo de la característica de generación-bombeo de la central de bombeo. 78
4.11. Posibles situaciones de los estados de una unidad de generación. 82
4.12. Coste de arranque característico de una central termoeléctrica. 83
4.13. Coste de producción de una central termoeléctrica. 84
4.14. Aproximación lineal de tres tramos del coste de producción de una central termoeléctrica. 85

4.15. Aproximación lineal por tramos del coste de producción de una central termoeléctrica. 86

5.1. Beneficio social neto. 93
5.2. Curva agregada de las ofertas de venta. 102
5.3. Demanda del sistema. 103
5.4. Acoplamiento hidráulico entre centrales hidroeléctricas. 103
5.5. Evolución de los precios de mercado de la energía en el caso con acoplamiento hidráulico. 104
5.6. Evolución del desembalse y volumen del embalse asociado con la central j14 en el caso con acoplamiento hidráulico. 105
5.7. Energía casada y evolución del embalse asociado con la central j14 en el caso con acoplamiento hidráulico. 105
5.8. Evolución del desembalse y volumen del embalse asociado con la central j15 en el caso con acoplamiento hidráulico. 106
5.9. Energía casada y evolución del embalse asociado con la central j15 en el caso con acoplamiento hidráulico. 106
5.10. Evolución del desembalse y volumen del embalse asociado con la central j16 en el caso con acoplamiento hidráulico. 107
5.11. Energía casada y evolución del embalse asociado con la central 16 en el caso con acoplamiento hidráulico. 107
5.12. Plan de Generación de las centrales en el caso con acoplamiento hidráulico. 108
5.13. Evolución de los precios de mercado de la energía en el caso sin restricciones hidráulicas. 109
5.14. Comparación de los precios entre el caso acoplamiento hidráulico y el caso sin restricciones hidráulicas. 110
5.15. Generación hidroeléctrica y termoeléctrica para el caso sin restricciones hidráulicas. 111
5.16. Evolucíon de los precios de mercado y la demanda para el caso base. 112
5.17. Comparación de los precios entre el caso base y el caso sin restricciones hidráulicas. 113

6.1. Curvas agregadas de oferta y demanda para el mercado eléctrico español en una hora y día laborable. 120
6.2. Demanda residual de una compañía seguidora. 122
6.3. Demanda residual de la compañía líder. 123
6.4. Modelo lineal de la demanda residual. 124
6.5. Modelo lineal por tramos para la demanda residual. 125

6.6. Demanda residual en forma de escalón. 127
6.7. Modelo de Demanda residual para cuatro escalones. 127
6.8. Función de beneficios de una compañía de generación. 129
6.9. Demanda residual por hora de una Compañía líder. 131
6.10. Función de beneficio de una compañía líder de mercado. 133
6.11. Acoplamiento hidráulico entre las centrales hidroeléctricas. 140
6.12. Demanda de electricidad del sistema. 141
6.13. Modelo de demanda residual para la hora de menor demanda en el caso de demanda residual lineal por tramos. 142
6.14. Modelo de demanda residual para la hora de mayor demanda en el caso de demanda residual lineal por tramos. 143
6.15. Cantidad y precio óptimo de la compañía líder para el caso de demanda residual lineal por tramos. 143
6.16. Costes y beneficios horario para la compañía líder para el caso de demanda residual lineal por tramos. 144
6.17. Potencia de salida y evolución del volumen del embalse asociado a la central j9 para el caso de demanda residual lineal por tramos. 144
6.18. Potencia de salida y evolución del volumen del embalse asociado a la central j10 para el caso de demanda residual lineal por tramos. 145
6.19. Programación de las centrales de la compañía líder para el caso de demanda residual lineal por tramos. 145
6.20. Modelo de demanda residual para la hora de menor demanda en el caso de demanda residual de tipo polinomio. 146
6.21. Modelo de demanda residual para la hora de mayor demanda en el caso de demanda residual de tipo polinomio. 146
6.22. Cantidad y precio óptimo de la compañía líder para el caso de demanda residual de tipo polinomio. 147
6.23. Costes y beneficios horario para la compañía líder para el caso de demanda residual de tipo polinomio. 147
6.24. Potencia de salida y evolución del volumen del embalse asociado a la central j9 para el caso de demanda residual de tipo polinomio. 148
6.25. Potencia de salida y evolución del volumen del embalse asociado a la central j10 para el caso de demanda residual de tipo polinomio. 148
6.26. Programación de las centrales de la compañía líder para el caso de demanda residual de tipo polinomio. 149
6.27. Modelo de demanda residual para la hora de menor demanda en el caso de demanda residual de tipo escalón. 149

6.28. Modelo de demanda residual para la hora de mayor demanda en el caso de demanda residual de tipo escalón. 150
6.29. Cantidad y precio óptimo de la compañía líder para el caso de demanda residual de tipo escalón. 150
6.30. Costes y beneficios horario para la compañía líder para el caso de demanda residual de tipo polinomio. 151
6.31. Potencia de salida y evolución del volumen del embalse asociado a la central j9 para el caso de demanda residual de tipo escalón. 151
6.32. Potencia de salida y evolución del volumen del embalse asociado a la central j10 para el caso de demanda residual de tipo escalón. 152
6.33. Programación de las centrales de la compañía líder para el caso de demanda residual de tipo escalón. 152
6.34. Porcentaje de tiempo empleado para la resolución de los subproblemas no lineal y entero mixto en el caso de demanda residual lineal por tramos. . . . 153
6.35. Porcentaje de tiempo empleado para la resolución de los subproblemas no lineal y entero mixto en el caso de demanda residual de tipo polinomio. . . 153
6.36. Porcentaje de tiempo empleado para la resolución de los subproblemas no lineal y entero mixto en el caso de demanda residual de tipo escalón. 154
6.37. Tiempo total empleados para los modelos adoptados de la demanda residual.155
6.38. Evolución de los beneficios horarios para los modelos de la demanda residual.156
6.39. Precio de mercado de la energía y precio de banda secundaria. 157
6.40. Potencia generada o consumida por la central de bombeo y evolución del volumen. 158
6.41. Beneficio horario de la central de bombeo. 158

7.1. Estrategia de oferta de una compañía líder en un mercado de tipo oligopolio.162
7.2. Demanda y precio de mercado en competencia perfecta. 166
7.3. Cuota de participación de mercado en competencia perfecta. 166
7.4. Curva agregada de oferta de las compañías seguidoras. 167
7.5. Curvas de demanda residual en las horas de máxima y mínima demanda. . 167
7.6. Cantidad y precios óptimos para la compañía líder. 168
7.7. Ingresos, costes y beneficios horarios de la compañía líder. 169
7.8. Programación de las centrales térmicas e hidráulicas de la empresa líder. . . 169
7.9. Poder de mercado potencial ejercido por la compañía en cada período del horizonte de programación. 170
7.10. Cuota de participación de mercado en competencia imperfecta. 171
7.11. Energía colocada en el mercado por la empresa líder en competencia perfecta y competencia imperfecta 171

7.12. Beneficios obtenidos en competencia perfecta y competencia imperfecta. . . 172

8.1. Metodología para la comparación del precio óptimo y el precio de mercado producto de la estrategia óptima de la compañía. 176
8.2. Demanda residual para la hora de máxima y mínima demanda en el caso de demanda residual en forma de polinomio. 179
8.3. Evolución de los precios para el caso de demanda residual en forma de polinomio considerando las restricciones de rampas. 180
8.4. Evolución de los precios y error porcentual para el caso de la demanda residual en forma de polinomio considerando las restricciones de rampas. . . 180
8.5. Precios y Error porcentual para la demanda residual en forma de polinomio sin considerar las restricciones de rampa. 181
8.6. Demanda residual para la hora de máxima y mínima demanda en el caso de demanda residual lineal por tramos. 182
8.7. Evolución y diferencia de precios para el caso de la demanda residual lineal por tramos. 182
8.8. Evolución de los precios y error porcentual para el caso de la demanda residual lineal por tramos. 183
8.9. Demanda en forma de escalón para las horas de máxima y mínima demanda. 184
8.10. Evolución y diferencia de precios para el caso escalón. 184
8.11. Evolución y diferencia porcentual de precios para el caso escalón. 185

9.1. Media de los precios estimados en el mercado diario de energía (marzo 2001). 188
9.2. Media de los precios estimados para la banda secundaria (marzo 2001). . . 188
9.3. Beneficio diario total de central de carbón. 193
9.4. Beneficio horarios y programación de la energía para la central de carbón. . 194
9.5. Beneficios horarios y programación de la energía para la central de carbón sin considerar los ingresos por la potencia de reserva. 194
9.6. Beneficio diario total de la central de Gas. 195
9.7. Beneficio horario y programa de generación para la central de Gas. 196
9.8. Beneficio horario y programa de generación para la central de gas sin considerar los ingresos por la venta de la banda de reserva. 196

C.1. Precio medio del mercado de energía para el mes de marzo de 2001. 235
C.2. Precio medio de la banda secundaria para el mes de marzo de 2001. 236
C.3. Evolución de los precios para dos días del mes de marzo de 2001. 236
C.4. Error medio de predicción en el precio de la energía. 238
C.5. Error absoluto en la predicción de precios en el mercado de energía. 238
C.6. Media de los precios estimados en el mercado diario de energía (marzo 2001). 239

C.7. Media de los precios estimados para la banda secundaria (marzo 2001). . . 239

Índice de Tablas

5.1. Complejidad Computacional de Modelo. 99
5.2. Complejidad Computacional del Caso de Estudio 99
5.3. Características Técnicas y Económicas de las Centrales Térmicas. 100
5.4. Características de las Centrales Hidroeléctricas. 101
5.5. Parámetros Hidráulicas Asociados a los Embalses. 101
5.6. Características Entrada-Salida de las Centrales Hidroeléctricas. 101
5.7. Característica de Desembalse de las Centrales Hidroeléctricas. 101
5.8. Cantidad de Energía Ofertada por los Consumidores. 102
5.9. Precio de Mercado de la Energía en el Caso con Acoplamiento Hidráulico. . 104
5.10. Precio de Mercado de la Energía en el Caso sin Restricciones Hidráulicas. . 109
5.11. Precio de Mercado de la Energía en el Caso Base. 112

6.1. Ejemplo de Cálculo de la Demanda Residual 121
6.2. Complejidad Computacional de modelo. 139
6.3. Complejidad Computacional del Caso de Estudio. 139
6.4. Demanda Horaria del Sistema. 141
6.5. Precio Medio, Cuota de Mercado, Coste y Beneficio Diario para los Modelos de Demanda Residual. 155
6.6. Características Técnicas la Central de Bombeo. 156

7.1. Cuota de Participación de Mercado de las Compañías de Generación. 166
7.2. Valores Comparativos entre los Modelos de Mercado de Competencia Perfecta y Competencia Imperfecta 172

8.1. Precio medio del precio de mercado, coste de los consumidores, cuota de mercado y beneficio diario de la compañía líder. 185

9.1. Error de Predicción para el Mercado Diario de Energía. 189
9.2. Error de Predicción para la Banda Secundaria. 189
9.3. Principales Parámetros Técnicos y Económicos de las Centrales. 193

A.1. Cantidad y Precio de las Ofertas de Venta de las Centrales Eléctricas. . . . 219
A.2. Programación de las centrales para el caso acoplamiento Hidráulico. 220
A.3. Programación de las Centrales para el Caso sin Restricciones Hidráulicas. . 220
A.4. Programación de las Centrales para el Caso Base. 221

B.1. Parámetros Técnicos de las Centrales de la Compañía Líder. 223
B.2. Parámetros Económicos de las Centrales de la Compañía Líder. 223
B.3. Características Hidráulicas de las Centrales Hidroeléctricas. 224
B.4. Aproximación Lineal por Tramos de la Característica de Generación. 224
B.5. Aproximación Lineal por Tramos de la Característica de Desembalse. 224
B.6. Límites de los tramos del coste variable de producción de las centrales termoeléctricas en MW. 225
B.7. Pendiente de las curvas de coste de producción de las centrales en €/MW. . 225
B.8. Parámetros de las Centrales de la Compañía Seguidora B. 225
B.9. Parámetros de las Centrales de la Compañía Seguidora C. 225
B.10. Cantidad y Precio de las Ofertas de Venta de la Compañía Líder. 226
B.11. Cantidad y Precio de las Ofertas de Venta de la Compañía Seguidora B. . . 226
B.12. Cantidad y Precio de las Ofertas de Venta de la Compañía Seguidora C. . . 226
B.13. Demanda Residual de la Compañía Líder para la horas 1-8 en MWh. 227
B.14. Demanda Residual de la Compañía Líder para la horas 9-16 en MWh. . . . 228
B.15. Demanda Residual de la Compañía Líder para las horas 17-24 en MWh. . . 229
B.16. Valor de la pendiente para la aproximación lineal por tramos de la demanda residual [€/(MWh)^2]. 230
B.17. Límite superior de los tramos para la aproximación lineal por tramos [MWh]. 231
B.18. Modelo Polinomial para la Demanda Residual de la Compañía líder. 231
B.19. Programación de las Centrales de la compañía líder en el caso de la Demanda Residual Lineal por Tramos en MWh. 232
B.20. Programación de las Centrales de la compañía líder en el caso de la Demanda Residual Polinomial en MWh. 233
B.21. Programación de las Centrales de la compañía líder en el caso de la Demanda Residual de tipo Escalón en MWh. 233
B.22. Parámetros de la Característica de Generación de la Central de Bombeo. . . 234
B.23. Parámetros de la Característica de Bombeo de la Central de Bombeo. . . . 234
B.24. Precios de la energía para el Caso de Estudio de la Central de Bombeo. . . 234
B.25. Precios de la Banda Secundaria para el Caso de Estudio de la Central de Bombeo. 234

C.1. Error de Predicción para el Mercado Diario de Energía. 240

C.2. Error de Predicción para la banda Secundaria. 240

Nomenclatura

Conjuntos

B	Conjunto de bloques de energía de las ofertas de venta de energía
D	Conjunto de bloques de energía de las ofertas de compra de energía
H	Conjunto de horas del horizonte de programación
I	Conjunto de Consumidores
J	Conjunto de índices de las centrales eléctricas
JB	Conjunto de índice de las centrales de bombeo, Subconjunto de J
JH	Conjunto de índice de las centrales hidroeléctricas subconjunto de J
K	Conjunto de índices de la aproximación lineal por tramos para la característica entrada-salida de las centrales hidroeléctricas
L	Conjunto de índices de la aproximación lineal por tramos para la característica de desembalse natural de agua de las centrales hidroeléctricas
M	Conjunto de índices de la aproximación lineal por tramos para la característica de generación de las centrales de bombeo
N	Conjunto de índice de la aproximación lineal por tramos de la demanda residual
R	Conjunto de índices de la aproximación lineal por tramos para el coste variable de producción de las centrales eléctricas
T	Número de escalones de la demanda residual

Parámetros

λ_h	Precio de mercado de la energía durante la hora h [€/MWh]

λ_h^0	Precio máximo del primer tramo de la aproximación lineal por tramos de la demanda residual [€/MWh]
μ_h	Precio de mercado de la banda de reserva secundaria durante la hora h [€/MW]
$\triangle\lambda_{t,h}$	Diferencia de precios entre dos escalones consecutivos [€/MWh]
$Carr_j$	Coste de arranque de la central eléctrica j [€]
Cf_j	Coste fijo de la central eléctrica j [€]
$Cpar_j$	Coste de parada de la central eléctrica j [€]
DR_j	Potencia mínima de bajada de la central eléctrica j [MW/h]
DT_j	Tiempo mínimo de parada de la central eléctrica j [h]
f_j	número de horas que la central j debe estar desconectada al inicio del horizonte de planificación debido a que inicialmente llevaba desacoplad a menos horas que el tiempo mínimo de parada [h]
k_j	Número de horas que la central eléctrica j debe estar conectada al inicio del horizonte de planificación debido a que inicialmente lleva menos horas que el tiempo mínimo de funcionamiento [h]
L_h^0	Límite inferior del primer tramo de la demanda residual en la hora h
L_h^n	Límite superior del tramo n en la hora h
$m_{jb,r}^G$	Pendiente del *r-ésimo* tramo de la característica de generación perteneciente a la central de bombeo jb [$MW/(m^3/s)$]
m_{jb}^B	Pendiente de la característica de bombeo perteneciente a la central de bombeo jb [$MW/(m^3/s)$]
m_h^n	Pendiente del tramo n de la aproximación lineal por tramos de la demanda residual en la hora h
mc_j^r	Pendiente del *r-ésimo* tramo del coste variable de la central eléctrica j [€/MW]
mq_{jh}^k	Pendiente del tramo k-ésimo de la característica entrada-salida de la central hidroeléctrica jh [MW/hm^3]
ms_{jh}^l	Pendiente del *l-ésimo* tramo de la característica de desembalse natural de agua de la central hidroeléctrica jh [$(m^3/s)/hm^3$]
P_j^0	Potencia mínima disponible de la central eléctrica j [MW]
P_{jb}^0	Potencia mínima disponible de la central de bombeo jb [MW]

P_{jb}^{M}	Potencia máxima disponible de la central de bombeo jb en el estado de generación $[MW]$
P_{jh}^{0}	Potencia máxima disponible de la central hidroeléctrica jh [MW]
$Pc_{i,h,d}$	Precio del bloque d de la oferta de compra i en la hora h
$Pg_{j,h,b}$	Precio del bloque b de la oferta de venta j en la hora h
PL_{j}^{r}	Límite superior correspondiente al *r-ésimo* tramo del coste variable de producción de la central eléctrica j $[MW]$
q_{jh}^{0}	Caudal mínimo permitido de la central hidroeléctrica jh $[m^3/s]$
$q_{jh}^{i}n$	Caudal turbinado por la central hidroeléctrica jh al inicio del primer periodo del horizonte de programación $[m^3/s]$
q_{jh}^{k}	Límite superior del k-ésimo tramo correspondiente a la aproximación lineal por tramos de la característica de generación de la central hidroeléctrica jh $[m^3/s]$
q_{h}^{t}	Límite superior del *t-ésimo* bloque en la hora h $[MWh]$
$q1_{jb}$	Límite superior del primer tramo de la aproximación lineal de la característica d e generación de la central de bombeo jb durante el estado de generación $[m^3/s]$
$q2_{jb}$	Límite superior del segundo tramo de la aproximación lineal de la característica de generación de la central de bombeo jb durante el estado de generación $[m^3/s]$
$Qc_{i,h,d}$	Cantidad de energía que el consumidor i está dispuesto a comprar a la hora h en el bloque d
$Qg_{j,h,b}$	Cantidad de energía que la central j está dispuesta producir en la hora h del bloque b
$Qmax_{jb}^{B}$	Caudal máximo que puede atravesar la turbina correspondiente a la central de bombeo jb durante el estado de bombeo $[m^3/s]$
$Qmax_{jb}^{G}$	Caudal máximo que puede atravesar la turbina correspondiente a la central de bombeo jb durante el estado de generación $[m^3/s]$
$Qmin_{jb}^{B}$	Caudal mínimo que puede atravesar la turbina correspondiente a la central de bombeo jb durante el estado de bombeo $[m^3/s]$
$Qmin_{jb}^{G}$	Caudal mínimo que puede atravesar la turbina correspondiente a la central de bombeo jb durante el estado de generación $[m^3/s]$
Qr	Factor de conversión de caudal a volumen igual a $3{,}6e^{-03}$ $[(hm^3/h)/(m^3/s)]$

$r_{jh,h}$	Contribución natural de agua sobre el embalse asociado con la central hidroeléctrica jh en la hora h $[m^3/s]$
$S_{j,0}$	Número de horas que la central eléctrica j lleva desacoplada en la hora 0 $[h]$
$U_{j,0}$	Número de horas que la central j al inicio del horizonte de programación $[h]$
UR_j	Potencia máxima de subida de la central eléctrica j $[MW/h]$
UT_j	Tiempo mínimo de funcionamiento de la central eléctrica j $[h]$
$v_{jb}^i n$	Volumen del embalse asociado con la central de bombeo jb al inicio del primer periodo del horizonte de programación $[hm^3]$
v_{jb}^M	Volumen máximo del embalse asociado con la central de bombeo jb $[hm^3]$
v_{jb}^m	Volumen mínimo del embalse asociado con la central de bombeo jb $[hm^3]$
$v_{jh,h}^l$	Límite superior del *l-ésimo* tramo correspondiente a la aproximación lineal por tramos de la característica de desembalse natural de agua de la central jh durante la hora h $[hm^3]$
v_{jh}^f	Volumen del embalse asociado con la central de bombeo jb al final del horizonte de programación $[hm^3]$
v_{jh}^{in}	Volumen del embalse asociado con la central hidroeléctrica jh al final del horizonte de programación $[hm^3]$
v_{jh}^m	Volumen máximo del embalse asociado con la central jh [hm3]
v_{jh}^m	Volumen mínimo del embalse asociado con la central hidroeléctrica jh $[hm^3]$
$X_{j,0}$	Número de horas que la central j ha estado conectada $(+)$ o desconectad a $(-)$ al inicio del horizonte de planificación $[h]$

Variable Continuas

$\alpha_{jh,h}^k$	Caudal que atraviesa la turbina en el *k-ésimo* tramo de la central hidroeléctrica jh durante la hora h $[m^3/s]$
$\delta_{j,h,b}$	Cantidad de energía casada de la oferta de venta j del bloque b en la hora h
$\delta_{t,h}$	Cantidad de energía en el tramo t en la hora h
$\gamma_{jh,h}^l$	Volumen en el *l-ésimo* tramo correspondiente a la central hidroeléctrica jh durante la hora h $[hm^3]$
Γ_h	Cantidad de energía a producir en la hora h [MWh]

$\lambda_h(\Gamma_h)$	Valor de la demanda residual en la hora h en función de la cantidad de energía producida [€/MWh]
$\psi^r_{j,h}$	Potencia de salida en el tramo *r-ésimo* de la central eléctrica j en la hora h [MW]
$\rho^B_{jb,h}$	Caudal turbinado durante el estado de bombeo por la central de bombeo jb en la hora h [m^3/s]
$\rho^G_{jb,r,h}$	Caudal turbinado, en el tramo *r-ésimo*, durante el estado de generación por la central de bombeo jb en la hora h [m^3/s]
σ^n_h	Energía en el tramo n en la hora h de la aproximación lineal por tramos de la demanda residual [MWh]
$\varphi_{i,h,d}$	Cantidad de energía casada de la oferta de compra i del bloque d e n la hora h,
$Cp_{j,h}$	Coste de producción de la central eléctrica j en la hora h [€/ h]
$Cp_{jh,h}$	Coste de producción de la central hidroeléctrica jh durante la hora h [€/h]
$Cv_{j,h}$	Coste variable de la central eléctrica j en la hora h [€/h]
m_{jh}	Coeficiente de la curva de mantenimiento de la central hidroeléctrica jh [€/MWh]
$P_{j,h}$	Potencia media generada la central j en la hora h
$P_{jb,h}$	Potencia media suministrada/consumida por la central de bombeo jb durante la hora h [MW]
$P^B_{jb,h}$	Potencia media consumida por la central de bombeo jb durante la hora h [MW]
$P^G_{jb,h}$	Potencia media suministrada por la central de bombeo jb durante la hora h [MW]
$P_{jh,h}$	Potencia media generada por la central hidroeléctrica jh en la hora h
$Q_{jb,h}$	Caudal neto que atraviesa la turbina correspondiente a la central de bombeo jb durante la hora h [m^3/s]
$Q^G_{jb,h}$	Caudal neto que atraviesa la turbina correspondiente a la central de bombeo jb durante el estado de generación en la hora h [m^3/s]
$Q^B_{jb,h}$	Caudal neto que atraviesa la turbina correspondiente a la central de bombeo jb durante el estado de bombeo en la hora h [m^3/s]
$Q_{jh,h}$	Caudal que atraviesa la turbina de la central hidroeléctrica jh durante la hora h [m^3/s]

$So_{jh,h}$ Descarga natural del embalse asociado con la central jh en la hora h $[m^3/s]$

$v_{jh,h}$ Volumen del embalse asociado con la central del bombeo jb durante la hora h $[hm^3]$

$v_{jh,h}$ Volumen del embalse asociado con la central hidroeléctrica jh durante la hora h $[hm^3]$

Variable Discretas

$\omega^k_{jh,h}$ Variable de control, igual a 1 si el *k-ésimo* tramo d e l a característica entrada-salida de la central hidroeléctrica jh es necesario al inicio de la hora h

$\omega^l_{jh,h}$ Variable de control, igual a 1 si el volumen del *l-ésimo* tramo de la central hidroeléctrica jh es necesario durante la hora h

ϱ^n_h Variable de control, igual a 1 si la energía del tramo n se usa en la hora h

$\zeta^r_{j,h}$ Variable de control, igual a 1 si se activa el *r-ésimo* tram o del coste de producción de la central eléctrica j durante la hora h

$a_{j,h}$ Estado de arranque, igual a 1 si la central eléctrica j arranca al inicio de la hora h

$u^B_{jb,h}$ Estado de bombeo, igual a 1 si la central de bombeo jb se encuentra en el estado de bombeo durante la hora h

$u^D_{jb,h}$ Estado de desconexión, igual a 1 si la central de bombeo jb se encuentra en el estado de desconexión durante la hora h

$u^G_{jb,h}$ Estado de generación, igual a 1 si la central de bombeo jb se encuentra en el estado de generación durante la hora h

$u_{t,h}$ Variable de control, igual a 1 si la energía del tramo $t+1$ se usa en la hora h

$x_{j,h}$ Variable de conexión, igual a 1 si la central eléctrica j se encuentra conectada durante la hora h

Variables Enteras

$s_{j,h}$ Estado de parada, igual a 1 si la central eléctrica j se desconecta al inicio de la hora h

Capítulo 1

Introducción

Tradicionalmente las empresas eléctricas han estado integradas en forma vertical, esto indica que una misma empresa se encarga de todas las etapas del sistema, es decir, generación, transmisión, distribución y comercialización de la energía. Estas compañías, de propiedad privada o pública (municipal, provincial o estatal), coexistían frecuentemente con compañías distribuidoras independientes, pero formando un monopolio al ser consideradas como un servicio público. Bajo este esquema, gran parte de las maniobras de generación, operación y planificación de los sistemas eléctricos es controlada por un organismo centralizado (operadora central), que asegure el suministro y supervisión de la calidad del servicio eléctrico reduciendo los costes de generación, además de los costes de transmisión y distribución.

En el año de 1982 en Chile se produjo una revolución en la forma de ver las compañías eléctricas al crear un *pool* de energía en competencia tras privatizar mayoritariamente el sector. Tuvieron que pasar varios años para que otro país transformara su industria, exactamente en 1990 cuando Inglaterra y Gales liberalizan sus industrias, seguidos muy de cerca por Argentina y Noruega, ambas en el año de 1991.

En los últimos años muchos países han adoptado este modelo de organización para sus industrias eléctricas, incluyendo España (1998) [20], separando los procesos de generación, transmisión y distribución, sustituyendo el operador central por un mercado que obedezca las leyes de libre competencia; bajo este nuevo esquema, además de desaparecer el operador central, surgen nuevos agentes entre los cuales podemos destacar: compañías generadoras, comercializadoras, compañías distribuidoras y sobre todo dos operadores independientes; uno de ellos tiene por función coordinar las transacciones económicas entre los diversos agentes que intervienen en el mercado y un segundo operador que tiene a su cargo el cuidado, administración y explotación de las redes eléctricas y la calidad del servicio.

En los mercados liberalizados, las compañías generadoras no tienen obligación de servicio, su único objetivo es maximizar sus beneficios como producto de la venta de su energía eléctrica. Para ello, dichas compañías elaboran sofisticadas estrategias que garanticen este objetivo, con lo cual complican el análisis de los mercados eléctricos liberalizados.

Una de las consecuencias de la liberalización de la industria eléctrica ha sido la apa-

rición de mercados con características de oligopolio, en muchos casos heredados de la estructura de monopolio anterior a la liberalización [1][43]. En este caso las compañías oligopólicas tienen la posibilidad de alterar los precios de la energía modificando su producción de acuerdo a la cuota de mercado de sus competidores.

La tesis a la cual se refiere este documento se engloba en los mercados eléctricos competitivos y en el problema de optimización de los beneficios obtenidos por una empresa de generación que compite en un mercado diario de energía. Este trabajo contempla un mercado eléctrico competitivo enmarcado en un sistema hidroeléctrico, con predominio de generación térmica.

Es necesario establecer un mecanismo de subasta de energía con el cual se determine el precio de la misma en un sistema hidroeléctrico; los mecanismos de subasta de tipo complejo o semi-complejo existentes en los mercados eléctricos no contemplan la administración de los recursos hidráulicos de forma centralizada, como por ejemplo los mercados de España y de Inglaterra y Gales [20][82], transfiriendo este problema a las compañías de generación. Debido a esto se plantea un modelo matemático para realizar la casación entre las ofertas de compra y venta de energía que realizan los agentes del mercado, incluyendo en el modelo las restricciones que caracterizan las centrales de generación hidroeléctricas y las restricciones técnicas típicas de los grupos de generación térmicos, de esta forma se deja en manos del operador del mercado el problema de la programación óptima de las centrales, disminuyendo el riesgo al cual incurren las compañías de generación al momento de interiorizar sus restricciones técnicas en sus ofertas de venta.

Los mercados eléctricos se caracterizan por la tendencia de sus participantes a explorar las imperfecciones que presentan estos mercado, así las compañías de generación pueden influir sobre los precios de la energía; esto motiva a desarrollar una metodología para la elaboración de estrategias de venta en el mercado mayorista de energía basándose en la curva de demanda residual de la compañía de generación, también conocida como curva precio-cuota. Para ello, se asume que el mercado se comporta como un mercado de competencia imperfecta, con una compañía líder de mercado y con varias compañías seguidoras. Previamente se ha desarrollado el modelo de la compañía líder, basándose en la demanda residual de dicha compañía.

1.1. Mecanismos de Subastas en el Mercado Mayorista de Energía

Básicamente existen dos modelos para organizar los mercados eléctricos liberalizados, Bolsa de Energía (*Power Exchange*) o *Pool* (*Power Pool*). Independiente del modelo que se adopte, en ambos se organiza un mercado mayorista de energía al cual acuden los agentes productores y comercializadores. Para ello es necesario establecer o calcular el precio de la

energía eléctrica para poder realizar las diferentes transacciones comerciales que se llevan a cabo en el mercado.

1.1.1. Mercados tipo Pool

Si el mercado eléctrico está organizado en forma de pool, el precio de la energía, generalmente se determina por medio de un despacho económico clásico centralizado (*Economic Dispatch + Unit Commitment*). Los generadores que compiten remiten al despacho económico sus ofertas de venta de energía, que en muchos casos son iguales a sus curvas de costes o incluyendo parte de sus costes de arranque y costes variables. Algunos autores afirman que este procedimiento no alcanza el equilibrio competitivo ya que no representa un mecanismo transparente y fiable, debido al procedimiento o algoritmo matemático que se emplea en la resolución del problema de despacho económico.

En [79] se argumenta que las subastas en mercados eléctricos, basadas en modelos de *unit commitment* generalmente no alcanza el equilibrio competitivo. También en este trabajo se afirma que el funcionamiento de los *Pool* basados en subastas de energía con *unit commitment*, no siempre es factible, a pesar de ser deseable en un mercado de libre competencia. Es decir, las actuales formulaciones del problema de *unit commitment* no permiten a los generadores que compiten en el mercado maximizar sus beneficios individuales a un precio dado. Tomando esto en cuenta, los autores proponen un mecanismo de subasta para un mercado tipo *pool* donde se involucran dos etapas; una primera etapa donde se resuelve el problema primal del *unit commitment* y la segunda etapa donde se calcula el incremento de precios en la oferta de las centrales necesario para obtener un equilibrio de mercado. La formulación permite a los generadores despachados recobrar sus costes fijos y reales declarados para maximizar sus beneficios, cuando estos participan en un pool centralizado. El modelo matemático se implementa con ayuda la programación entera mixta, incluyendo límites de rampas, costes de arranque y tiempos de arranque y parada.

En [67] se describe las condiciones para la existencia y determinación de equilibrio en un mercado competitivo cuando el mercado se implementa a través de un modelo de despacho económico centralizado. Se afirma que el equilibrio puede no existir si no hay intersección entre la oferta total y la demanda, lo cual ocurre si la función de oferta es discontinua debido a la no-convexidad en los límites de operación de los oferentes. Cuando esta situación ocurre, surgen los problemas de establecer los precios de la energía y de coordinación de las centrales. Para abordar el problema, se asume que cuando no hay equilibrio existe un exceso de oferta en la solución óptima dual, la cual puede usarse para definir alternativas de orden de prioridad y precios para determinar un programa de generación final. En el artículo se usa una variante del método de punto interior (*Interior-point/cutting-plane*) para obtener la solución del problema dual y programación dinámica

para resolver los subproblemas de optimización.

Uno de los casos más estudiados en la literatura, es el mecanismo de subasta implantado en Inglaterra y Gales, donde se utiliza la relajación Lagrangiana para resolver el problema de despacho económico (*Unit Commitment*), donde cada oferta consiste en una función de coste y un grupo de parámetros que definen los limites de operación de las centrales.

1.1.2. Mercados de Tipo Bolsa de Energía

Si por el contrario, se opta por establecer una bolsa de energía y dejar que la administración de la red eléctrica y la calidad del servicio sean administradas por otro organismo, entonces es necesario establecer un mecanismo que decida qué generadores y qué comercializadores deben ser despachados y que comercializadores deben ser servidos, además de determinar el precio de mercado para la energía eléctrica. Es decir, un proceso de casación entre las ofertas de ventas y ofertas de compras que fije el precio de mercado como producto de la intersección de las curvas agregadas de las ofertas de venta y las ofertas de compra, garantizando que sean despachados los agentes productores que oferten por debajo del precio de mercado y los agentes comercializadores que oferten con un precio mayor que el establecido por el proceso de casación.

Desde un punto de vista económico, podemos definir la intersección de ambas curvas como el equilibrio competitivo de la oferta y la demanda en un mercado caracterizado por la competencia perfecta [99]. Asumiendo que los vendedores y los compradores no tienen ningún poder para influir en el mercado, el precio variará hasta el punto en el que sea igual al coste marginal y la utilidad marginal de los participantes.

Tomado en cuenta las consideraciones económicas, el modelo a emplear en la casación debe garantizar la transparencia en las transacciones realizadas por los distintos agentes y que sea equitativo, es decir, que todos los participantes obtengan sus beneficios máximos, con lo cual se garantice el beneficio social neto. El modelo de casación ideal debería combinar la capacidad de modelar las restricciones técnicas propias de los sistemas eléctricos y la transparencia de los modelos económicos. No existen en la industria eléctrica un consenso claro acerca de cómo diseñar un mecanismo de casación que considere las características específicas del mercado eléctrico [110].

Revisando la literatura nos encontramos con dos trabajos que abordan el problema de la casación horaria de energía en el mercado mayorista español. En [41] la casación de las ofertas se realiza mediante un algoritmo basado en casación simple con un conjunto de condiciones adicionales que permiten el tratamiento parcial de las restricciones técnicas propias de los grupos térmicos sin abordar las restricciones concernientes a los grupos de generación hidroeléctricos. El modelo usado plantea la casación como un problema de optimización resuelto mediante programación lineal entera-mixta.

En [2] también se utiliza la programación lineal entera-mixta para modelar un meca-

nismo de casación, esta vez se modela con mayor cuidado las rampas de subida y bajada de potencia de los generadores térmicos así como los tiempos mínimos de funcionamiento y parada, incluyendo éstas en el modelo de casación. Nuevamente, las restricciones concernientes a los grupos hidráulicos se desprecian, modelando solamente los grupos térmicos de generación.

Si en el proceso de casación se desea incluir las restricciones propias de las centrales de generación, es importante también modelar las restricciones de los grupos hidroeléctricos. En este trabajo se utiliza la programación lineal entera-mixta como herramienta matemática para modelar las restricciones técnicas propias de los grupos hidroeléctricos y las restricciones correspondientes a sus cuencas hidráulicas para incorporar estas restricciones al modelo de casación de ofertas en un mercado mayorista de energía, además de garantizar un procedimiento claro y transparente de casación. De esta forma se reduce el riesgo al cual incurren las compañías de generación al momento de elaborar sus ofertas, ya que no es necesario interiorizar sus restricciones técnicas en las ofertas de venta, y en especial las plantas hidroeléctricas, que con este modelo de casación pueden tomar la decisión de cómo administrar sus recurso hídricos basándose en la programación óptima que se le ofrece luego de ejecutar el proceso de casación. Por ejemplo, para centrales en una misma cuenca, constituyendo una única oferta.

En esta tesis se hace uso de los avances que han experimentado los códigos en la programación lineal en los últimos años, con lo cual es posible utilizar la aproximación lineal por tramos [115] para modelar con mayor exactitud las características no lineales y no convexas de las centrales hidroeléctricas. La falta de linealidad es debido a la característica de generación de las centrales hidroeléctricas cuyas salidas son generalmente una función no lineal del caudal de agua que atraviesa la turbina y la altura superior del embalse. La falta de convexidad es causada por la característica de generación bajo su punto de máxima eficiencia.

Las restricciones hidráulicas propias de los embalses asociados a las centrales de generación se modelan con exactitud y nuevamente se hace uso de la aproximación lineal por tramos para incluir la característica de desembalse de agua sin producción de energía eléctrica en el modelo de casación, la cual tiene un comportamiento no lineal y depende de los niveles del embalse.

En un mercado eléctrico liberalizado es crucial para una compañía de generación, que entre sus unidades posean centrales hidroeléctricas, modelar en forma precisa las características de estas centrales para obtener el máximo beneficio como resultado de la venta de su energía al precio del mercado.

Los algoritmos desarrollados en este trabajo se han implementado en el paquete comercial *General Algebraic Modeling System* (GAMS®) [16] utilizando *Cplex® 7.0* [17] como programa optimizador para resolver lo concerniente a la programación lineal entera-mixta basándose en la solución del problema primal.

1.2. Elaboración de Ofertas de Venta en el Mercado Mayorista de Energía

Una de las motivaciones para la aparición de los mercados eléctricos es la competencia entre los generadores, lo cual debería redundar en mejores precios para el consumidor. Para competir en estos nuevos mercados, las empresas de generación deben establecer estrategias que les permitan obtener los máximos beneficios posibles por la venta de su energía. La determinación de una estrategia óptima de oferta de venta en el mercado mayorista de energía depende de varios factores tales como: el tamaño de la compañía, el tipo de tecnología de generación, el tamaño de sus competidores, el precio de mercado, la demanda residual, el comportamiento de la demanda y las restricciones técnicas de las centrales de generación.

También es importante considerar la estrategia que prefiera adoptar la compañía, es decir, si decide competir como líder o seguidor en el mercado. Si prefiere la segunda forma, debe conocer con certeza el comportamiento de los precios en el mercado, ya que estos constituyen una herramienta importante para la elaboración de una oferta óptima de venta. En [71] se estudia la influencia que ejerce la predicción de los precios de la energía, sobre la elaboración de ofertas para mercados de libre competencia en una compañía seguidora.

Otra herramienta crucial es la curva de demanda residual, la cual relaciona la cantidad de energía que una empresa de generación logra colocar en el mercado con el precio de mercado. Típicamente estas curvas tienen formas escalonadas y monótonamente decrecientes; vista por un participante del mercado la curva de demanda residual es igual a la demanda total menos la suma de todas las ofertas precio-cantidad ofertadas por el resto de competidores. Esta curva tiene su mayor repercusión en el caso de que la compañía de generación se comporte como un líder del mercado, ya que dicha curva representaría su influencia sobre el precio de la electricidad para un determinado nivel de su generación. En otras palabras, bajo el esquema de competencia imperfecta las compañías oligopólicas o líder tienen la capacidad de modificar el precio de mercado hasta el punto que maximice su beneficio total, en detrimento de los otros competidores.

A partir de la liberalización de los mercados eléctricos han aumentados los estudios económicos referentes a estos mercados, dichos estudios los clasifican de acuerdo el poder de mercado de uno a varios de sus participantes en: mercados de tipo monopolio, oligopolio o de competencia perfecta. Las experiencias liberalización en Europa, Australia, Nueva Zelanda y California han demostrado que estos mercados tienen comportamiento de oligopolio. Frecuentemente, dos, tres o cuatro compañías dominan el mercado, como es el caso del mercado Español y Británico.

En este trabajo se ha desarrollado un modelo matemático que toma en cuenta la curva de demanda residual para obtener la oferta óptima de una compañía de generación que

se comporta como líder de mercado. El modelo maximiza la función de beneficio diario, esto es los ingresos menos los costes. Debido a la dependencia entre precio y cantidad en la función de beneficio diario, los algoritmos desarrollados han sido implementado por medio de programación no lineal y restricciones lineales; se ha utilizado el software *Discrete Continuous Optimization Package* (DICOPT®) [45] para la optimización no lineal bajo el ambiente *General Algebraic Modeling System* (GAMS®) [16].

En la literatura se encuentran muchos trabajos que se preocupan del problema de la oferta en mercados competitivos considerando como herramienta principal la curva de demanda residual. Para atacar el problema aplican diversas técnicas para modelar estas curvas, tales como: la aproximación lineal por tramos [10] [38], usando procesos iterativos [9], por medio de modelos en términos de funciones probabilistas [74] o usando aproximación por series de Taylor [29].

1.3. Objetivos

Debido al auge e importancia que han tomado en los últimos años los procesos de liberación de los mercados de energía eléctrica, son muchos los problemas que se han planteado para tratar de mejorar estos mercados. Para ello es necesario realizar modelos matemáticos que simulen el comportamiento de las empresas.

En el caso de las empresas de generación es necesario modelar las centrales de generación y analizar el comportamiento de estas centrales en este nuevo entorno competitivo. Además, este tipo de empresas tienen que elaborar ofertas de venta de sus energías para competir en un mercado que se rige por las leyes económicas. La mayoría de los nuevos mercados se comportan como mercados de tipo oligopolio donde una o varias empresas ejercen el papel de "líder", influenciando en forma determinante el comportamiento de los precios, por lo tanto es importante analizar el comportamiento de este tipo de compañías y su impacto en los mercados eléctricos. Tomando todo esto en consideración se han planteado los siguientes objetivos:

1. Proponer modelos matemáticos para simular:

    1.1. Las características de generación de las centrales termoeléctricas.

    1.2. Los costes de generación de las centrales eléctricas, tales cómo: costes de arranque y parada, costes variables y costes fijos.

    1.3. Las características no lineales y no convexas de las centrales de generación hidroeléctricas por medio de la aproximación lineal por tramos.

    1.4. El comportamiento óptimo de las centrales de bombeo en un mercado eléctrico competitivo aplicando la programación lineal entera mixta.

1.5. Un mecanismo de casación compleja que simule, en la forma más precisa posible, el comportamiento real de un mercado eléctrico donde acudan centrales de producción de distintas tecnologías, por medio de la programación lineal entera-mixta y su implementación en el paquete comercial *General Algebraic Modeling System* (GAMS®) [16] utilizando Cplex® 7.0 [17] para resolver lo concerniente al problema de optimización.

1.6. El comportamiento de una compañía de generación líder de mercado, por medio de la programación no lineal y restricciones lineales usando el paquete comercial *General Algebraic Modeling System* (GAMS®) [16] y utilizando *Discrete Continuous Optimization Package* (DICOPT®) [45] para resolver lo concerniente al problema de optimización.

2. Elaborar una estrategia óptima de generación para una compañía oligopólica conociendo la curva de demanda residual de la compañía. El problema consiste en determinar la cantidad de energía que debe ofertar cada una de las centrales de la compañía que maximice su beneficio tomando, en considerado el comportamiento de sus competidores, dicho comportamiento ha se modela usando la curva de demanda residual de la compañía. Dicha curva se obtiene al sustraer de la demanda la oferta agregada de las compañías rivales.

3. Analizar la influencia de:

3.1. Una compañía líder de mercado sobre el comportamiento de los precios de la energía en un mercado diario de tipo oligopolio. El objetivo principal es estudiar el poder de mercado que puede ejercer la compañía líder si dispone de la información sobre el comportamiento estratégico de sus rivales.

3.2. Del modelo adoptado para representar las curvas de demanda residual de una compañía líder, sobre la diferencia que se presenta entre el precio óptimo esperado y el precio real de mercado. El objetivo es comparar los precios que se obtienen en un proceso de casación con los precios óptimos esperados, luego que la compañía líder haya ofertado sus cantidades óptimas de energía.

3.3. La exactitud en la estimación de los precios de la energía y la energía de reserva, en la estrategia de oferta para una compañía seguidora. Para lo cual se predicen los precios usando un desarrollo en redes neuronales.

1.4. Organización de la Memoria

La memoria de esta tesis está estructurada en diez capítulos, los cuales se describen a continuación:

En el capítulo 1 se presenta la introducción del trabajo, mostrando los objetivos y motivaciones de la tesis. El capítulo 2 presenta una revisión de los mercados de electricidad, partiendo de una descripción de los problemas clásicos de programación de las centrales eléctricas. Luego continúa con la clasificación de los mercados eléctricos según el poder que pueden ejercer sus participantes y la relación que existe entre la teoría de juegos y los mercados eléctricos, así como la definición de poder de mercado y los índices de concentración. Por último aborda el problema de la estrategia de oferta de energía y del valor del agua en los mercados competitivos.

El capítulo 3 incluye una descripción de las estructuras básicas de nuevos mercados y una comparación práctica entre los distintos tipos o formas de organizar los mercado de electricidad. el capítulo también muestra la situación internacional de estos mercados, presentando los más representativos e innovadores. El capítulo concluye con una revisión bibliográfica de las publicaciones más significativas que abordan el problema de la estrategia óptima de oferta en mercados eléctricos competitivos.

El capítulo 4 presenta los modelos matemáticos desarrollados para simular las características de las centrales hidráulicas y térmicas utilizandas en la tesis. Primero se plantean modelos de las características no lineal y no convexas de las centrales hidroeléctricas por medio de la aproximación lineal por tramos, incluyendo las centrales de bombeo. Luego se formulan modelos para las características de generación de las centrales termoeléctricas, así como de sus variables de producción, costes de arranque y parada y costes fijos.

En el capítulo 5 se desarrolla un mecanismo de subasta de energía en el cual se incluyen las restricciones hidráulicas. El problema de equilibrio óptimo del mercado es formulado usando un algoritmo de programación lineal entera mixta. En el capítulo también se presenta la validación del modelo simulando la competencia de un grupo de generadores de diferentes tecnologías de generación en un mercado diario haciendo énfasis en las centrales hidráulicas de generación. Los casos de estudios presentan la comparación de los precios y planes de generación que resultan para diferentes esquemas de subastas.

En el capítulo 6 se modelan los beneficios que obtiene una compañía de generación líder de mercado conociendo su demanda residual. El modelo de la compañía se formula como un problema de optimización utilizando programación no lineal con restricciones lineales y variables binarias. Los casos de estudios presentados permiten comparar el plan de generación y los beneficios esperados para una compañía líder de mercado para tres modelos distintos de su demanda residual. El capítulo finaliza con el estudio del comportamiento estratégico de una central de bombeo en un mercado de tipo oligopolio. En este capítulo también se presentan y comparan los distintos modelos que se adoptan para simular las curvas de demanda residual.

El problema del poder de mercado ejercido por una compañía líder en un mercado eléctrico se aborda en el capítulo 7. En este capítulo se presentan las estrategias óptimas de oferta de una compañía líder y se muestra un caso de estudio donde se comparan los

precios de la energía entre un mercado de competencia perfecta y uno de competencia imperfecta.

En el capítulo 8 se estudia la influencia del modelo de la curva de demanda residual, sobre la estrategia óptima de oferta de una compañía líder de mercado, presentando un caso de estudio donde se analiza la variación en los beneficios obtenidos para diferentes modelos de dicha curva.

El capítulo 9 analiza la influencia de la predicción de precios sobre la oferta óptima de una compañía seguidora, para lo cual se utiliza un desarrollo en redes neuronales para estimar los precios en un mercado de competencia perfecta. El capítulo muestra la programación horaria de un grupo de centrales y la influencia que el error en la estimación de los precios tiene sobre los beneficios obtenidos.

En el capítulo 10 se presentan las conclusiones y aportaciones más relevantes que se han obtenido en esta tesis. Además se incluye la propuesta de las futuras líneas de investigación derivadas de los desarrollos y estudios presentados en este trabajo.

Por último se incluyen cuatro apéndices, en los tres primeros se detallan las características de las centrales utilizadas, así como las curvas de demanda residual y otros parámetros necesarios para desarrollar los casos de estudio presentados. Finalmente, en el cuarto apéndice se presentan las publicaciones realizadas durante el desarrollo de esta tesis.

Capítulo 2

Mercados Eléctricos Competitivos

Por todo el mundo se ha extendido la política de liberalización de la industria eléctrica, formando mercados competitivos de energía donde las empresas de generación compiten por colocar en el mercado su producción. Debido a la estructura tradicional de monopolio que ha caracterizado a la industria eléctrica, la implantación de los nuevos mercados ha devenido en mercados competitivos con implicaciones y modelos que se acercan más al conocimiento propio de los economistas que a la formación técnica de los ingenieros eléctricos. Además, para la normal operación de los mercados eléctricos, se presentan muchos de los problemas típicos de los sistemas eléctricos integrados de forma vertical. Es decir, los problemas clásicos de Despacho Económico, *Unit Commitment*, Coordinación Hidrotérmica, etc., también pueden formar parte de los mercados eléctricos competitivos, dependiendo del tipo de mercado.

En este capítulo primero se abordan los problemas clásicos de programación de las centrales eléctricas, luego se expone una revisión de los modelos clásicos en los cuales se clasifican los mercados de acuerdo al poder que puede ejercer uno o varios de sus participantes; también se presentan los conceptos más importantes utilizados en la teoría de juegos basándose en los trabajos realizados por Cournot, Bertrand, Stackelberg y Nash. El objetivo principal es aclarar los conceptos más importantes utilizados en el estudio de los mercados eléctricos competitivos.

2.1. Programación Clásica de Centrales Eléctricas

La programación de centrales en sistemas eléctricos verticales, contempla algunas tareas básicas como Despacho Económico, *Unit Commitment*, Coordinación Hidrotérmica, etc. Estas tareas también forman parte de los mercados competitivos, como por ejemplo el mecanismos de subasta competitivo puede estar basado en algoritmos de *unit commitment* y/o despacho económico de las centrales [79][44]. Un caso representativo es el mercado de energía implementado en Inglaterra y Gales, el cual presenta un algoritmo basado *unit*

commitment para determinar el precio de mercado de la energía [82]. A continuación se exponen los conceptos básicos de dichas tareas.

2.1.1. Despacho Económico

El despacho económico es una de las tareas fundamentales en la operación de los sistemas eléctricos, trata de resolver el problema de coste mínimo de producción de potencia para las centrales termoeléctricas [56]. Consiste básicamente en un problema de optimización con restricciones, donde se intenta determinar la potencia de salida de un grupo de centrales, tal que logren satisfacer la demanda del sistema en un instante concreto a un mínimo coste, esto es:

$$\text{mín} \sum_{j=1}^{n} C_j(P_j) \tag{2.1}$$

sujeto a:

$$\sum_{j=1}^{n} P_j = D \tag{2.2}$$

donde n es el número de centrales eléctricas y $C_j(P_j)$ es el coste de producción de la central j en función de la potencia de salida. D es la demanda del sistema, P_j es la potencia entregada por la central j. Aún cuando las características de costes de producción de las centrales eléctricas son funciones no convexas y no diferenciables, usualmente se aproximan por funciones cuadráticas convexas, tal como se muestra en la figura 2.1; donde puede observarse que se trata de un coste variable, función del consumo de combustible (carbón, fuel, gas o nuclear). Entonces, la ecuación del coste de producción se puede escribir como:

$$C_j(P_j) = a_j P_j^2 + b_j P_j + c_j \tag{2.3}$$

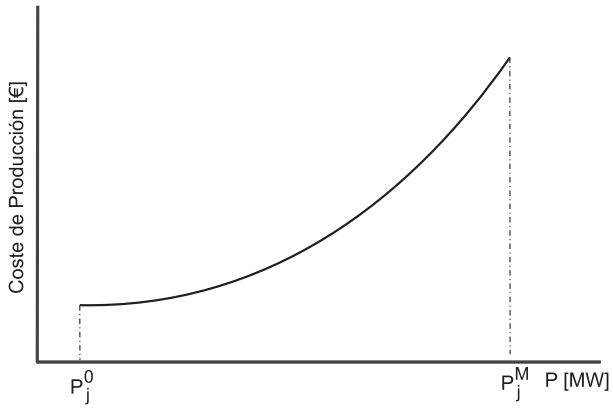

Figura 2.1. Coste cuadrático de producción de una central térmica.

Expresada la curva de coste en forma cuadrática, se define el *Coste Incremental* como la derivada del coste de generación respecto a la potencia generada, en otras palabras el coste incremental de una central proporcional el coste adicional al incrementar la generación en un 1 MW, o el ahorro debido a reducir la generación en la misma cantidad.

$$CI_j = \frac{\partial C_j(P_j)}{\partial P_j} = 2a_j P_j + b_j \tag{2.4}$$

El problema de despacho económico ha sido resuelto por un gran número de métodos, entre los cuales los más extendidos son los métodos que involucran la función de Lagrange. Básicamente esto consiste en agregar la restricción de la ecuación (2.2) a la función objetivo expresada por la ecuación (2.1), multiplicada previamente por un multiplicador indeterminado [115], llamado *multiplicador de Lagrange*. Así, la función de Langrange viene dada por:

$$\mathcal{L}(P_j, \lambda) = \sum_{j=1}^{n} C_j(P_j) + \lambda\left(D - \sum_{j=1}^{n} P_j\right) \tag{2.5}$$

donde λ es el multiplicador de Lagrange.

La condición necesaria para minimizar la función de Lagrange, viene dada por su primera deriva respecto a cada una de sus variables independientes y luego igualar a cero el grupo de ecuaciones resultantes. El número de variables está determinado por el número de centrales que constituyan el sistema, n, más el multiplicador de Lagrange, es decir, $n+1$ variables.

$$\frac{\partial \mathcal{L}(P_j, \lambda)}{\partial P_j} = \frac{\partial C_j(P_j)}{\partial P_j} - \lambda = 0 \tag{2.6}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(P_j, \lambda)}{\partial \lambda_j} = D - \sum_{j=1}^{n} P_j = 0 \tag{2.7}$$

La ecuación (2.6) significa que debe existir un valor del multiplicador de Lagrange que garantice la condición de operación a mínimo coste. Por supuesto, se deben respetar las restricciones impuestas por las ecuaciones (2.2) y (2.7). Obsérvese que de la derivada de la función de Laplace igualada a cero respecto a la potencia se obtienen el valor del coste incremental de cada central para un valor único del coste incremental del sistema (λ), es decir, en el óptimo de explotación el multiplicador de Lagrange es igual a los costes incrementales de cada generador. La figura 2.2 muestra la existencia de una valor único del multiplicador de lagrange, para diferentes valores de los costes de producción de las centrales, que minimiza el coste total del sistema.

Si entre las restricciones se incluye la condición de que las centrales deben generar entre sus límites mínimos y máximos de generación, se estaría incluyendo una restricción con desigualdad, entonces el problema es totalmente diferente al planteado por las ecuaciones

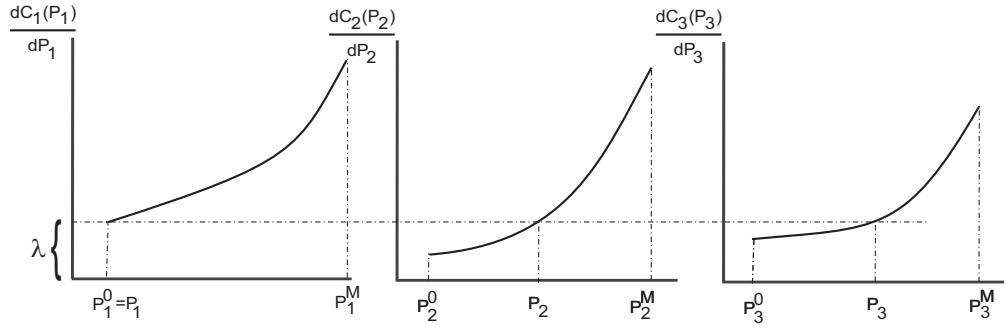

Figura 2.2. Significado del multiplicador de Lagrange en el Despacho Económico.

(2.5)-(2.7), esto es:

$$min \sum_{j=1}^{n} C_j(P_j) \tag{2.8}$$

sujeto a:

$$D - \sum_{j=1}^{n} P_j = 0 \tag{2.9}$$

$$P_j^0 \leqslant P_j \leqslant P_j^M \tag{2.10}$$

La función de Lagrange viene dada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(P_j, \lambda, \mu_j^{max}, \mu_j^{min}) &= \sum_{j=1}^{n} C_j(P_j) + \lambda\left(D - \sum_{j=1}^{n} P_j\right) - \\ &- \sum_{j=1}^{n} \mu_j^{max}\left(P_j - P_j^M\right) - \sum_{j=1}^{n} \mu_j^{min}\left(P_j^0 - P_j\right) \end{aligned} \tag{2.11}$$

aplicando las condiciones de *Karush-Kuhn-Tucker* [75] a la función de Lagrange de la ecuación (2.11), resulta:

$$\frac{\partial \mathcal{L}(P_j, \lambda, \mu_j^{max}, \lambda, \mu_j^{max})}{\partial P_j} = \frac{dC_j(P_j)}{dP_j} = \lambda + \mu_j^{max} - \mu_j^{min} \tag{2.12}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(P_j, \lambda, \mu_j^{max}, \mu_j^{max})}{\partial \lambda} = \sum_{j=1}^{n} P_j - D = 0 \tag{2.13}$$

$$\mu_j^{max}\left(P_j - P_j^{max}\right) = 0 \tag{2.14}$$

$$\mu_j^{max}\left(-P_j + P_j^{min}\right) = 0 \tag{2.15}$$

$$\mu_j^{min} \geqslant 0, \mu_j^{max} \geqslant 0 \tag{2.16}$$

Las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker descritas por las ecuaciones (2.12)-(2.16) pue-

den ser resueltas a través de cualquier técnica de optimización. Las incógnitas en estas ecuaciones incluyen los niveles de generación (P_j) y los multiplicadores de Lagrange ($\lambda, \mu_j^{max}, \mu_j^{min}$), el número total de ecuaciones queda determinado por el número de centrales (n) , es decir ($3n + 1$) ecuaciones.

2.1.2. Unit Commitment

El comportamiento de la demanda depende de: el tipo de carga a la cual se esté sirviendo, las condiciones ambientales, las estaciones del año, etc., además de evolucionar con los hábitos humanos. Para poder satisfacer estos cambio en la demanda es necesario conectar o desconectar de la red a cierto grupo de centrales de forma tal que se cubra la demanda, para un período determinado. El problema clásico de *Unit Commintment* incluye el despacho económico, de modo que se satisfaga la demanda del sistema en un período determinado, se cumplan las condiciones de operación y se minimice el coste de producción. Se encarga entonces de:

- Decidir los arranque y paradas de las centrales y sus niveles de producción en cada nivel de carga.
- Minimizar los costes de producción, arranque y parada.
- Considerar todo el equipo generador y un horizonte temporal significativo. El horizonte puede ser de 24 horas o de una semana.
- Satisfacer las restricciones de producción, rampas, reserva, tiempos mínimos de funcionamiento y parada, límites de combustible y energía disponible.

Al igual que en el caso del problema de despacho económico, el problema de *unit commitment* se ha estudiado por mucho años y son muchos los métodos de solución presentes en la literatura, aún es un problema que require mucha investigación ya que lleva implícito variables binarias debido principalmente al arranque y parada de las centrales y la coordinación que debe existir entre ellas para reducir los costes. En [101] se presenta una revisión de los métodos para abordar el problema de *unit commitment* y en [115] se describen en forma detallada los métodos más utilizados para resolver éste problema. El *unit commitment* es un problema desfasado con los nuevos mercados, con la excepción de su uso en algoritmos de subastas [79] [67].

2.1.3. Coordinación Hidrotérmica

La coordinación hidroeléctrica es una importante actividad para la industria eléctrica debido a su importancia económica. El objetivo es reducir al mínimo el coste de generación

de las unidades térmicas y determinar el despacho de las centrales térmicas e hidráulicas, sujeto a las restricciones térmicas e hidráulicas, de operación del sistema y a la demanda eléctrica. Las restricciones térmicas e hidráulicas pueden incluir límites de generación, rampa de subida/parada, tiempo mínimo de funcionamiento/parada, nivel de almacenamiento de agua, descarga de agua, descarga natural del embalse, etc.

La coordinación hidrotérmica puede tener diferentes horizontes de planificación, donde se suelen agrupar en corto o largo plazo. La coordinación a corto plazo tiene normalmente un horizonte de un día o una semana, y la unidad de medida es de una hora; conociendo generalmente el caudal del río y la demanda de energía eléctrica para el período de estudio, La coordinación a largo plazo engloba períodos mayores a una semana.

Este problema ha sido ampliamente estudiado desde 1980, como un sólo problema [83][64] o como dos sub-problemas de la coordinación hidrotérmica a corto plazo, el cual incluye el problema de arranque y parada de las unidades térmicas. Matemáticamente, este problema es considerado como un problema de gran dimensión, discreto, no lineal y no convexo. La no linealidad es debido a las características de las centrales hidroelécticas, cuya potencia de salida es una función no lineal del caudal que atraviesa sus turbinas y la altura del agua del embalse correspondiente, esta característica también origina la no convexidad del problema, ya que la curva es no convexa cerca del punto de máxima eficiencia de la unidad hidroeléctrica. La parte discreta del problema es causada por la condición de arranque y parada de las unidades.

Muchos son los métodos aplicados para resolver este problema, entre los más usados tenemos la programación dinámica [115][107][65], técnicas de descomposición [49][83], programación de flujo de redes [21][50][63], programación no lineal (gradiente) [55], o combinaciones entre estas o con otras técnicas [73][47]. En los últimos años con los desarrollos experimentados por los códigos de programación lineal, los desarrollos basados en programación lineal entera mixta han sido ampliamente usados para resolver el problema de la coordinación hidrotérmica [88][24][23][39].

2.2. Clasificación de los Mercados

A partir de la liberalización de los mercados eléctricos han aumentado los estudios económicos referentes a estos mercados. Dichos estudios los clasifican de acuerdo al poder que puede ejercer uno o varios de sus participantes en el precio de mercado. Esta clasificación agrupa a los mercados básicamente en tres tipos:

- Competencia Perfecta
- Mercados de tipo Monopolio
- Mercados de tipo Oligopolio

2.2.1. Mercados de Competencia Perfecta

El concepto de competencia perfecta se basa en que ningún agente puede influir en el mercado. El número de compradores y vendedores es muy alto y las cantidades producidas o demandadas por cada uno de ellos son tan pequeñas en relación con el total, que su influencia sobre los precios es inapreciable. Para que este tipo de mercado se de en la práctica, son muchos los factores que deben coincidir, tales como:

- **Libre concurrencia**: Libertad de entrada y salida en la industria, es decir, que no haya barreras que impidan a una empresa dedicarse a producir cualquier cosa.
- **Homogeneidad del producto**: Para que haya libre competencia es necesario que el consumidor sea indiferente a comprar el producto de una empresa o de otra, por tanto los productos tienen que ser exactamente iguales. En otras palabras, es necesario asegurar la indiferencia de los compradores con relación a la producción de loa diversas empresas que participan en el mercado.
- **Información y racionalidad de los agentes**: En los mercados de libre competencia los agentes económicos conocen los precios de todos los productos, sus características y la existencia de posibles sustitutos.

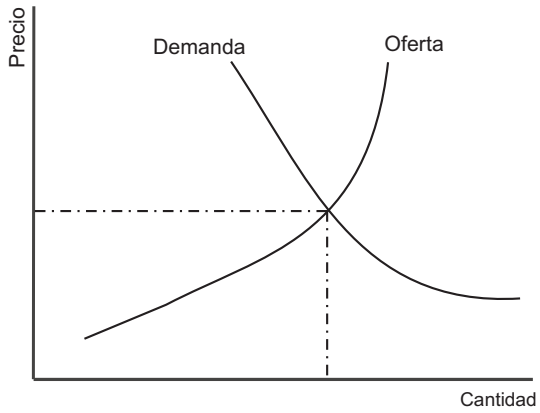

Figura 2.3. Precio de equilibrio en un mercado de libre competencia

En este tipo de mercado la oferta y la demanda del producto determina un precio de equilibrio en el punto donde se cruzan ambas funciones. La figura 2.3 muestra que un mercado de competencia perfecta el precio del producto queda determinado por la intersección de de las curvas de oferta y demanda, y a dicho precio los agentes participantes deciden libremente qué cantidad producir. Por consiguiente, el mercado determina el precio y cada agente acepta este precio como un dato fijo sobre el que no puede influir. A partir del precio de equilibrio cada participante individual producirá la cantidad que le indique

su curva de oferta para ese precio concreto. La curva de oferta de cada empresa está condicionada por su coste de producción.

En la realidad este tipo de mercado no existe, pues en cualquier mercado uno o varios agentes tendrán la capacidad de influir sobre el desenvolvimiento del mercado. Pero permiten medir el grado de competencia que se puede presentar añadiendo ciertas consideraciones.

2.2.2. Mercados de Tipo Monopolio

Como se ha discutido anteriormente, en los mercados de competencia perfecta la producción de cada empresa es tan pequeña en comparación con el total de la industria que el aumento o disminución de su producción no afecta al precio. En cambio cuando se está en presencia de un mercado de tipo monopolio, el monopolista tiene que proveer con el producto de su empresa a todo el mercado, por lo que tendrá que tomar en consideración la forma de la función de demanda. Al aumentar la cantidad producida provocará una reducción en los precios que será mayor o menor dependiendo de cuál sea la elasticidad de la demanda. En la libre competencia, la empresa considera los precios constantes e iguales a sus *ingresos medios*[1], en el monopolio los ingresos medios decrecen al aumentar la cantidad producida. Para el productor monopolista, a diferencia de la competencia perfecta, la demanda vista por él representa la demanda del mercado.

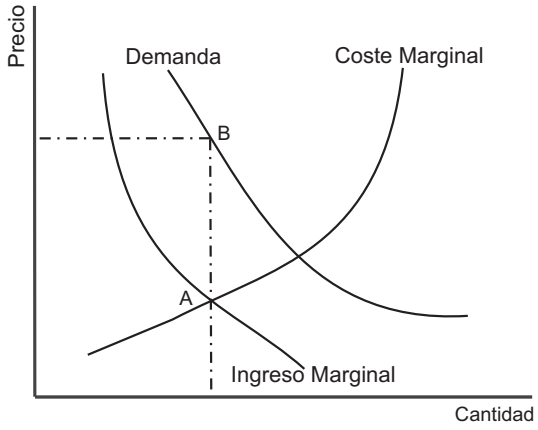

Figura 2.4. Maximización de los beneficios de un monopolio

El monopolista maximiza sus beneficios eligiendo la cantidad con la que el ingreso marginal es igual al coste marginal [69]. En la figura 2.4 puede observarse la forma en la cual el monopolista selecciona su nivel de producción, éste queda determinado por

[1]Se definen los ingresos medios como el resultado de dividir los ingresos totales entre el número de unidades producidas; si todas las unidades se han vendido al mismo precio es evidente que el ingreso medio será igual al precio del producto.

la intersección de la curva de *ingreso marginal*[2] y la de *coste marginal*[3] (punto A), esta intersección define la cantidad que maximiza los beneficios y entonces la curva de demanda muestra el precio monopolístico coherente con esta cantidad (punto B). De esta manera, el monopolista sabe que cantidad debe suministrar a la demanda para obtener un beneficio máximo usando la información obtenida de la curva de coste marginal, ingreso marginal y demanda del mercado.

2.2.3. Mercados de Tipo Oligopolio

En el modelo de monopolio, un solo vendedor confronta a un gran número de compradores; la clave para analizar este caso es entender la información que el monopolista tiene acerca de los compradores, lo cual determina el grado en el que el monopolista puede explotar su potencial poder de mercado.

Pero si existe un pequeño número de vendedores quienes interactúan fuertemente en el mercado, el análisis de la decisión del mercado de la firma individual y el equilibrio correspondiente resulta más complicado. El beneficio correspondiente para cada firma depende no sólo de su propia decisión concerniente a cantidad y precio, sino también en la decisión de sus competidores. Si el número de competidores es alto, por supuesto, la firma tomará las acciones de éstas como conocidas y se obtendrá un equilibrio del mercado. Pero cuando el número de competidores es pequeño, se desarrollan unas relaciones entre los agentes del mercado conocidas en términos económicos como oligopolio.

Como en el oligopolio sólo hay un pequeño número de empresas, éstas pueden elegir entre la cooperación y la no cooperación. Las empresas no cooperan cuando actúan por cuenta propia sin llegar a un acuerdo explícito o implícito con otras, tratando de minimizar la competencia entre ellas [99]. Un acuerdo entre todos los participantes de un mercado puede tomar dos formas: fijando conjuntamente sus precios o estableciendo un reparto de cuota de mercado. En ambos casos la situación se convierte de hecho en un monopolio y las empresas interactuarán, teniendo en cuenta su mutua interdependencia, de manera tal que alcancen sus potenciales beneficios de monopolio. El ejemplo más claro de *colusión*[4] es el cártel [69].

Duopolio

Una forma muy sencilla de simular un oligopolio es el duopolio, donde sólo existen dos firmas que abastecen el mercado y no se puede hacer distinciones entre los diferentes

[2]El ingreso marginal es el aumento de los ingresos totales cuando se vende una unidad más del producto.

[3]El coste marginal se define como el incremento de los costes de producción al aumentar en una unidad la cantidad producida.

[4]Se llama colusión a cualquier acuerdo que restrinja la lucha competitiva entre empresas.

compradores. Por simplicidad asumiremos que ambas firmas tienen el mismo coste y éstos están formados únicamente por sus costes marginales, c, es decir, costes fijos igual a cero. Si $C_i(y_i)$ es la función de coste de la firma i cuando produce la cantidad y_i, los costes vienen dados por:

$$c_1(y_1) = c\, y_1 \tag{2.17}$$

$$c_2(y_2) = c\, y_2 \tag{2.18}$$

Dado que ambas firmas comparten el mercado, y no pueden discriminar, se enfrentan a una curva de demanda descrita por la función $y(p)$, donde p es el precio del producto. Si el precio ofertado por la firma 1 es menor que el precio ofertado por la firma 2, $p_1 < p_2$; entonces la primera firma será capaz de vender la cantidad $y(p_1)$, mientras que la segunda firma no podrá colocar nada de su producción. La función de beneficio de la firma 1 es una función de la cantidad y de los precios de mercado, esto es:

$$\begin{aligned} \pi_1(y_1, p_1, p_2) &= R_1(y_1, p_1, p_2) - C(y_1) \\ &= p_1 y(p_1) - c\, y_1 && \text{si } p_1 < p_2 \\ &= p(y_1 + y_2) y_1 - c\, y_1 && \text{si } p_1 = p_2 \\ &= -c\, y_1 && \text{si } p_1 > p_2 \end{aligned} \tag{2.19}$$

donde π_1 es la función de beneficio de la firma 1 y R_1 representa la *función de respuesta*[5] de la firma 1.

El beneficio para la firma 2 es similar. En esta situación el equilibrio depende críticamente de la estimación que cada firma realice sobre la reacción de su competidor a sus propias políticas.

Colusión

El caso extremo de la cooperación entre las firmas de un oligopolio es el cártel. Para modelar esta situación utilizaremos nuevamente nuestro modelo de duopolio: un cártel puede establecer el precio al nivel de monopolio y dividir el mercado en cuotas iguales, puesto que las dos firmas son idénticas y tienen iguales costes. El equilibrio en el cártel modelado se alcanzará cuando ambas compañías vendan sus productos a un mismo precio, puede ser $p_1^* = p_2^* = p^*$ y la *cuota de mercado* definida por $s_i = y_i/y$, donde $y = y_{1+2}$. El beneficio, π, se define como:

$$\pi^* = p(y^*) y^* - c y^* \tag{2.20}$$

[5]Las funciones de respuesta reflejan la interdependencia estratégica entre empresas u otros agentes económicos, que se encuentran ante situaciones en las que sus decisiones dependen de las estrategias tomadas por los demás.

el máximo de la función se obtiene con la primera derivada, así:

$$\frac{\partial \pi}{\partial y^*} = p'(y^*)y^* \cdot p(y^*) - c = 0 \tag{2.21}$$

$$p(y^*)\left(1 + \frac{p'(y^*)y^*}{p(y^*)}\right) = p(y^*)(1 + \eta_{py}) = c \tag{2.22}$$

$$y_1^* = y_2^* = \frac{y^*}{2} \tag{2.23}$$

$$s_1^* = \frac{y_1^*}{y^*} = s_2^* = \frac{y_2^*}{y^*} = \frac{1}{2} \tag{2.24}$$

La ecuación (2.24) indica que a un mismo precio, las firmas participantes pueden repartirse el mercado en cuotas iguales, donde η_{py} representa la elasticidad del precio con respecto a la cantidad demanda. En otras palabras, un cártel puede actuar como un monopolio: alcanzando todo el beneficio potencial del monopolio al dividir el mercado entre los participantes por medio de la cuota de mercado.

2.3. Teoría de Juegos y Mercados Eléctricos

La teoría de juegos es un desarrollo interdisciplinario para el estudio del comportamiento humano, el cual depende de la interacción de las estrategias de dos o más participantes (jugadores), quienes tienen estrategias opuestas. Samuelson [99] define la teoría de juegos como la disciplina que analiza la forma en que dos o más jugadores o agentes eligen cursos de acciones o estrategias que afectan conjuntamente a cada uno de los participantes. Los conceptos más importantes en esta teoría pueden trazarse con los trabajos de Cournot, Bertrand y Stackelberg [69][103]. La mayor contribución a esta teoría la aportó John Nash al presentar su teoría de equilibrio conocido como *Equilibrio de Nash*. Los economistas clasifican la teoría de juegos en dos áreas: *juegos cooperativos* y *juegos no cooperativos*.

Los juegos no cooperativos pueden ser juegos de suma cero (nula) o juegos de suma distinta a cero (no nula). En los juegos de suma cero, las ganancias de uno de los jugadores es igual a la suma de las pérdidas de los jugadores. En cambio, en los juegos de suma distinta a cero, la ganancia de uno de los jugadores no es igual a las pérdidas de los otros jugadores. La solución para los juegos de suma distinta a cero, que fue formulada por primera vez por Nash, es ahora el concepto de solución universalmente usado.

Los juegos no cooperativos pueden describirse usando dos tipos de formatos. El primer formato es la forma estratégica y la segunda es la forma extensa. En la forma estratégica, considere un juego con un grupo de jugadores, un conjunto de opciones o estrategias disponibles para los jugadores y un conjunto de resultados correspondientes a estas estrategias. El resultado para un determinado jugador, depende no sólo de la estrategia seleccionada

sino también de la estrategia escogida por los otros jugadores. Adicionalmente, se asume que las reglas del juego, las estrategias disponibles de los jugadores y los resultados son informaciones conocidas por todos los jugadores. Se asume que cada jugador actúa racionalmente para maximizar su beneficio. El problema más conocido en la teoría de juego no cooperativo es el *dilema del prisionero*, juego en el cual dos prisioneros capturados muestran por qué es difícil mantener la cooperación incluso cuando ésta es mutuamente beneficiosa [69].

		Preso Y	
		Cooperar	Traición
Preso X	Cooperar	1\1	10\2
	Traición	2\10	5\5

Figura 2.5. Dilema del Prisionero

El ejemplo clásico del dilema del prisionero se puede ilustrar de la siguiente manera: dos personas detenidas y sospechosas de cometer un delito son puestas en celdas separadas de forma que no pueden comunicarse entre ellos. Durante el interrogatorio, cada uno es invitado a *traicionar* a su colega, convirtiéndose en un arrepentido, reduciendo de esta forma su condena. Lo que suceda depende de lo que hagan ambos prisioneros y ninguno sabe lo que ha dicho el otro. Si los dos se callan (*cooperar*), serán condenados a una pena mínima de un año, por falta de pruebas. Si se denuncian uno al otro (*no cooperan*) cumplirán una pena de cinco años. Pero si sólo uno denuncia al otro, recibirá una condena de 2 años, mientras su compañero recibirá el doble de la condena si ambos se denuncian mutuamente. Las alternativas para cada prisionero pueden representarse en forma de matriz de pagos, como se muestra en la figura 2.5, la estrategia *cooperar* consiste en permanecer en silencio y no proporcionar pruebas para acusar al compañero. Llamaremos *traición* a la estrategia alternativa.

Al no conocer la decisión del otro preso, la estrategia más segura es la traición. Si ambos traicionan, el resultado para ambos es peor que si ambos hubieran elegido cooperar. Este resultado es el denominado punto de equilibrio de Nash (ver sección 2.3.4). El dilema del prisionero es un juego de suma no nula y representa el mejor ejemplo de los juegos no cooperativos, los cuales constituyen la teoría básica para el estudio de modelos de mercados eléctricos de competencia imperfecta. Debido principalmente a que los beneficios extras que puede obtener uno de los participantes repercute en forma negativa sobre los beneficios del otro en el caso de un mercado eléctrico de tipo duopolio.

2.3.1. Modelo de Cournot

Cournot desarrolla un modelo matemático con dos productores rivales de un producto homogéneo. Cada productor es consciente que la decisión que tome su rival sobre su cantidad a producir impactará en el precio que él enfrentará y en sus beneficios económicos. Consecuentemente, cada productor escoge una cantidad que maximice sus beneficios sujeta a la cantidad de reacción de su rival. Es decir, en este modelo cada firma asume que si ajusta su producción su competidor no reaccionará, pero dicho rival mantendrá la producción al mismo nivel. El precio que cada firma afrontará viene determinado por el mercado, dado éste por la producción conjunta de ambas firmas, $y = y_1 + y_2$.

Asuma que se conoce la conoce la función de producción de dos firmas, y_1 y y_2, y se desea maximizar el beneficio de una de ellas seleccionada arbitrariamente (digamos la firma 1), asumiendo que la producción de la firma 2, y_2^e, es conocida y constante. Entonces, el precio de mercado bajo este escenario viene dado por la función $p(y_1 + y_2^e)$, así el beneficio de la firma 1 , π_1, depende de su propia producción, y_1, y de la producción conocida de la firma 2, esto es:

$$\pi_1(y_1; y_2^e) = p(y_1 + y_2^e)y_1 - c\, y_1 \tag{2.25}$$

la condición de primer orden para maximizar los beneficios con respecto a y_1 es:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial y_1} = p'(y_1 + y_2^e)y_1 + p(y_1 + y_2^e) = c \tag{2.26}$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial y_1} = \left(\frac{y_1 + y_2^e}{y_1 + y_2^e}\right) p'(y_1 + y_2^e) + p(y_1 + y_2^e) = c \tag{2.27}$$

Si definimos la cuota de mercado con la cual puede contar la firma 1, si la firma 2 no cambia sus niveles de producción, como;

$$s_1^e = \frac{y_1}{y_1 + y_2^e} \tag{2.28}$$

y la elasticidad del precio con respecto a la cantidad demandada, como:

$$\eta_{py} = \frac{p'(y_1 + y_2^e)(y_1 + y_2^e)}{p(y_1 + y_2^e)} \tag{2.29}$$

entonces se puede afirmar que el beneficio de la compañía 1 viene dado por:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial y_1} = p(1 + s_1^e \eta_{py}) = c \tag{2.30}$$

La solución para la ecuación (2.30), para y_1 como una función de y_2^e, esto es $y_1(y_2^e)$, se conoce como función de respuesta de la firma 1. Esto muestra que la firma 1 trata de maximizar sus beneficios si la firma 2 produce al nivel y_2^e. Si y_2^e aumenta, la demanda se

hará menos elástica para cualquier nivel de y_1, así los beneficios maximizando y_1 decaerán. La pendiente de la función de reacción dependerá de la forma como se modele la curva de demanda. De forma similar se puede calcular la función de reacción de la firma dos, $y_2(y_1^e)$.

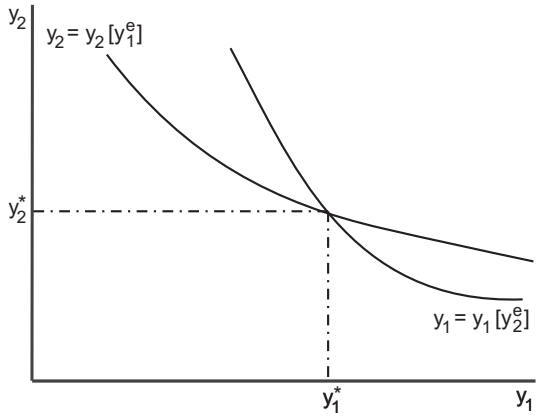

Figura 2.6. Equilibrio de Cournot

Cournot argumenta que el equilibrio bajo estas condiciones ocurrirá cuando los niveles reales de producción de cada duopolista igualen el nivel esperado por el otro, porque en este caso ninguno de los dos tiene un incentivo para cambiarlo. El equilibrio está ilustrado en la figura 2.6. Dado que ambas empresas maximizan sus beneficios en equilibrio y éstos son idénticos, ellas deben tener la misma cuota de mercado. Así en el *Equilibrio de Cournot* el precio y la cantidad de equilibrio vienen dados por la ecuación:

$$p^*(1 + \frac{1}{2}\eta_{py}) = c \tag{2.31}$$

En resumen, el modelo de Cournot envuelve un juego en el cual dos firmas producen un producto idéntico y deben decidir qué cantidad producir sin saber la cantidad que producirá el otro. Por conveniencia se asume que los costes de ambas firmas son iguales y que representan sus costes marginales. Así la estrategia para cada firma es escoger la cantidad a producir que maximice sus beneficios sin conocer la decisión de la otra firma.

El modelo de Cournot es un modelo clásico en el estudio de todo tipo de mercados eléctricos de tipo oligopolio y ha sido ampliamente implementado en trabajos que se han llevado a cabo en el área. En estas investigaciones se ha demostrado que el modelo de Cournot parece ser un apropiado punto de partida para el estudio de los mercados eléctricos. Algunos ejemplos de la utilización de este modelo se pueden observar en [74][109][52][112][91]. Sin embargo, los desarrollos basados en Cournot no permiten modelar en detalle los costes de generación de las centrales [42].

2.3.2. Modelo de Bertrand

En el año 1883, *Joseph Bertrand* publica un artículo en la revista *Journal des Savants* donde revisaba el trabajo publicado por Cournot en 1838 argumentando que lo presentado por Cournot ameritaba ser desechado, debido a que su argumento algebraico era erróneo y que, en consecuencia, Cournot había llegado a una conclusión inadecuada en cuestiones tales como la determinación del precio del duopolio y los efectos del libre comercio.

Bertrand propuso el modelo con precios en vez de cantidades, usando ésta como la variable estratégica, con lo cual asume que cada firma puede cambiar sus propios precios sin que el rival cambie sus precios. Dado que las dos firmas son idénticas, el equilibrio sólo puede ocurrir cuando ellas estén ofreciendo el mismo precio. Pero este precio no debe ser superior al coste marginal; si esto ocurre, cada una de las firmas podría reducir sus precios (asumiendo erróneamente que la otra no reducirá sus precios como respuesta a su reacción) con la intención de apoderarse de todo el mercado. Así el equilibrio de Bertrand se obtiene cuando el precio es igual a los costes marginales, esto es:

$$p^* = c \tag{2.32}$$

$$y^* = y_2^* = \frac{y(p^*)}{2} \tag{2.33}$$

$$s_1^* = \frac{y_1^*}{y^*} = s_2^* = \frac{y_2^*}{y^*} = \frac{1}{2} \tag{2.34}$$

Una competencia salvaje entre dos competidores iguales conducirá a una solución de equilibrio competitivo. Sus cuotas del mercado, s_i, se igualarán a un precio igual a su coste marginal, así que ambos tienen cero beneficio económico. El concepto erróneo es considerar que el rival no reaccionará a los cambios en el precio previstos por el rival para obtener cualquiera de los beneficios potenciales del monopolio al ejercer su control sobre el mercado. El comportamiento bajo la teoría de juegos asume que cada firma escogerá el precio al cual está dispuesta a producir. Ignorando las restricciones de límites de producción, se puede asumir que a precios más bajos la firma capturará cuotas más altas de mercado y que ambas firmas igualan su producción a precios iguales. El juego de Bertrand tiene una estructura similar al dilema del prisionero [69][99]. Si dos jugadores cooperan, pueden obtener los precios de monopolio. Sin embargo, cada jugador tiene un incentivo para reducir ligeramente su precio y capturar así mayor mercado aún cuando sabe que ambos jugadores tendrán peor beneficio si ambos reducen el precio.

2.3.3. Modelo de Stackelberg

Stackelberg (1905-1946) propone que cada participante de un duopolio puede actuar como *líder* o como *seguidor*. Una de las firmas decide actuar en forma más sofisticada que

el modelo Cournot, pero la otra continúa actuando bajo el mismo modelo. El líder es el que decide su propio comportamiento de forma independiente, considerando que es más fuerte y que podrá imponer al competidor este resultado. El seguidor acepta la decisión del líder como un dato y optimiza su producción basándose en el comportamiento del líder. Es decir, el líder selecciona su producción tomando en cuenta la reacción de la otra firma, escoge la cantidad y_1 para maximizar el beneficio.

$$\pi_1(y_1; y_2(y_1)) = p(y_1 + y_2(y_1))y_1 - c\,y_1 \tag{2.35}$$

El modelo de Stackelberg, en resumen, es un juego donde el líder, anticipando la respuesta del otro jugador a la elección de la respuesta del líder, no puede obtener una mejor estrategia para sí mismo cambiando dicha estrategia.

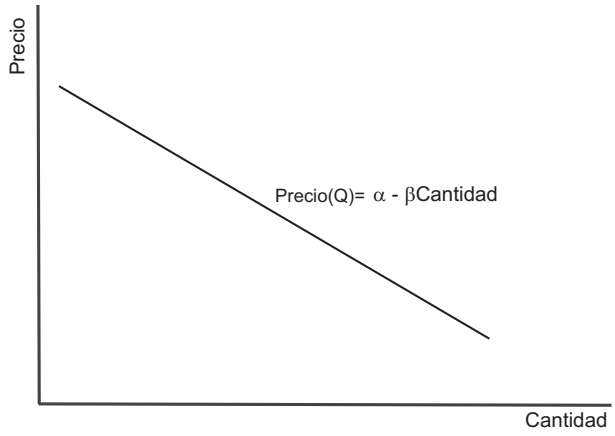

Figura 2.7. Parámetros de la demanda

Siguiendo con el mismo ejemplo de duopolio: Supongamos que la firma 1 actúa antes que la firma 2 y que cuando esta última deba decidir, ya sabe lo que decidió la firma 1. En este caso la firma 1 asume que la 2, cuando le toque moverse, hará lo mejor posible para ella dado lo que hizo la firma 1 en la etapa anterior, es decir, asume que la firma 2 se moverá a lo largo de su función de reacción, digamos:

$$y_2(y_1) = \frac{\alpha - c}{2\beta} - \frac{1}{2}y_1 \tag{2.36}$$

donde α y β son los parámetros de la recta que representa la demanda, tal cómo se muestra en la figura 2.7, y c el coste marginal. Entonces el beneficio de la firma 1 sujeto a esta restricción se puede formalizar como:

$$\max_{y_1} \pi_1 = [\alpha - \beta(y_1 + y_2(y_1))]y_1 - c\,y_1 \tag{2.37}$$

sujeto a:

$$y_2(y_1) = \frac{\alpha - c}{2\beta} - \frac{1}{2}y_1 \tag{2.38}$$

El problema de optimización se puede resolver por muchas vías, utilizaremos la sustitución directa, esto es:

$$\pi_1 = \left[\alpha - \beta\left(y_1 + \frac{\alpha - c}{2\beta} - \frac{1}{2}y_1\right)\right]y_1 - c\,y_1 \tag{2.39}$$

$$\pi_1 = \frac{1}{2}\alpha y_1 - \beta y_1^2 + \frac{1}{2}c\,y_1 + \frac{1}{2}\beta y_1^2 - c\,y_1 \tag{2.40}$$

$$\pi_1 = \frac{1}{2}y_1(\alpha - c) - \frac{1}{2}y_1\beta y_1^2 \tag{2.41}$$

el máximo se obtiene cuando $\frac{\partial \pi_1}{\partial y_1} = 0$, esto es:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial y_1} = \frac{1}{2}(\alpha - c) - \beta y_1 = 0 \tag{2.42}$$

así que: $\frac{\partial \pi_1}{\partial y_1} = 0$, esto es:

$$y_1^s = \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha - c}{\beta}\right) \tag{2.43}$$

y sustituyendo en la ecuación de respuesta de la firma 2, obtenemos la cantidad que ésta debe producir.

$$y_2^s = \frac{1}{4}\left(\frac{\alpha - c}{\beta}\right) \tag{2.44}$$

El equilibrio de Stackelberg viene dado por el punto tangencial de una de las *curvas de iso-beneficios*[6] de la firma 1 con la curva de respuesta de la firma 2, dado que el problema de maximización para la firma 1 requiere ubicar el punto de producción para la firma 2 que represente el mayor beneficio para la firma 1. En otras palabras, el equilibrio de Stackelberg puede determinarse por la intersección de las curvas de reacción de todos los participantes del mercado, tal como se muestra en la figura 2.8.

Nótese que según las ecuaciones (2.43) y (2.44) la firma 1 produce más y obtiene mayores utilidades que la firma 2. Asimismo, nótese que la producción total del mercado es mayor a la de Cournot y que consecuentemente, el precio para los consumidores es menor. Para que la firma 2 tome su decisión en función de lo que produjo la firma 1, se requiere que la firma 1 no pueda redestinar su producción a otro fin, una vez que ya haya producido. Esto está muy relacionado con la denominada ventaja del que se mueve primero y con el concepto de irreversibilidad de las decisiones.

[6]La curva de iso-beneficios para una firma en particular, es el locus de puntos definido por diferentes niveles de producción de todos los participantes en el mercado que mantienen constante el beneficio de dicha firma [68].

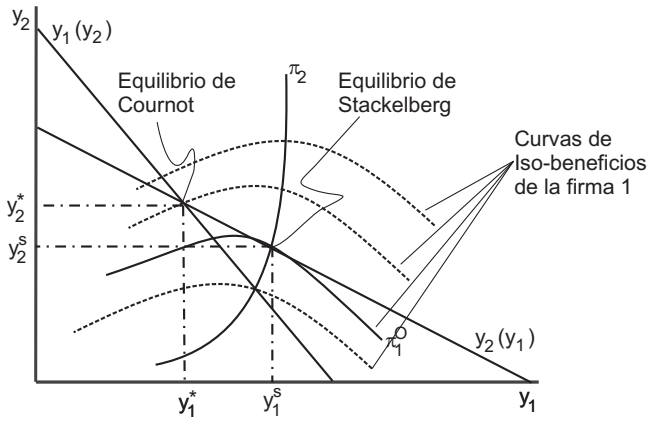

Figura 2.8. Equilibrio de Stackelberg

Un buen ejemplo de la aplicación del modelo de Stackelberg en mercados eléctricos, se encuentra en [117] donde los autores asumen que la oferta total de los productores rivales es insuficiente para satisfacer todo el mercado así que el líder cuenta con margen suficiente para jugar con su estrategia.

2.3.4. Equilibrio de Nash-Cournot

El modelo de Cournot comúnmente se conoce como una competencia de cantidades entre firmas que producen un producto homogéneo. Nash estudió y redefinió dicho modelo interpretándolo como un problema en donde un productor tiene que seleccionar su mejor estrategia asumiendo que los otros productores mantienen fijos sus niveles de producción [105]. A diferencia del modelo de Cournot, el esquema de Nash reconoce la interdependencia mutua de los participantes en el mercado, es decir, asume que los cambios en las cantidades de sus competidores influira en sus decisiones.

El equilibrio de mercado se alcanza cuando todos los productores hayan ajustado sus cantidades basándose en la decisión más reciente de sus competidores, los cuales a su vez han ajustado sus respectivas cantidades. En otras palabras, el punto de equilibrio de Nash es una situación en la que ninguno de los jugadores siente la tentación de cambiar de estrategia ya que cualquier cambio implicaría una disminución en sus beneficios. Este concepto, aplicado a las cantidades como variable estratégica, es también conocido como equilibrio de Nash-Cournot.

Borenstein [14] aplica el concepto de equilibrio de Nash-Cournot para analizar el comportamiento del mercado de Pennsylvania, New Jersey y Maryland (PJM), para ello afirma que en un equilibrio de Nash-Cournot, cada firma toma en cuenta la salida o nivel de generación de todas las otras firmas y ajusta su propia producción de forma tal que maximice sus beneficios cuando vende a un precio que corresponde a su propia curva de demanda

residual. En equilibrio, cada firma produce al nivel que maximiza sus beneficios dado el nivel de producción de todas las otras firmas. Otro ejemplo de la aplicación del equilibrio de Nash-Cournot se presenta en [58].

2.4. Poder de Mercado

El poder de mercado se define como la habilidad de un participante del mercado de incrementar los precios haciéndolos subir del nivel competitivo, restringiendo su producción o la entrada de nuevos agentes [13]. El ejercicio de poder de mercado significa necesariamente una pérdida de beneficios por parte de los consumidores mayor que el aumento de los ingresos de los productores. Por lo tanto, se origina una pérdida de bienestar social, lo que significa una ineficacia económica. Además, este fenómeno conlleva una transferencia injusta de riqueza de los consumidores a los productores. El poder de mercado también se puede ejercer a través de la colusión, en la cual los agentes conspiran para manejar los precios.

El único modo en que ningún agente tenga la posibilidad de ejercer poder de mercado es que se den las condiciones de competencia perfecta. Los mercado eléctricos están lejos de cumplir dicha condición, esto se debe a un sin número de factores, entre los que destacan: la poca cantidad de participantes, la existencia de restricciones técnicas, las tecnologías de generación, etc. En consecuencia, así como la competencia perfecta es generalmente impracticable, tampoco es posible evitar que alguno de los participantes ejerzan su poder de mercado.

Las técnicas para el análisis de poder de mercado se agrupan en tres categorías. Éstas son: Índices de concentración, modelos de simulación para la producción y modelos de equilibrio.

2.4.1. Índices de concentración

Una de las medidas fundamental del ejercicio de poder de mercado es el margen precio-coste marginal, también llamado *índice de Lerner* y que se identifica de la siguiente forma [13]:

$$\mathrm{L}_i = \frac{p - CMg_i}{p} \tag{2.45}$$

donde p es el precio de mercado y CMg_i es el coste marginal del producto i. El mercado puede considerarse competitivo si los precios no exceden sus niveles de competencia perfecta más de un 5 por cien. En competencia perfecta los precios se asumen iguales a los costes marginales.

El índice de concentración más conocido es el de *Hirfindahl-Hirschman Index* (HHI) [86], el cual se define en términos de la cuota de mercado de los participantes, $s_i = y_i/y$,

esto es:

$$\text{HHI} = \sum_{i=1}^{n} s_i^2 \tag{2.46}$$

donde n es el número de firmas y s_i es la cuota de mercado de la firma i. Generalmente se considera un mercado no concentrado si el valor del índice es menor a 1000; moderadamente concentrado si el valor se sitúa entre 1000 y 1800 y altamente concentrado para un índice mayor de 1800.

Ambos índices pueden relacionarse usando un modelo de competencia de Cournot, es decir, costes marginales iguales. Si p representa el precio, CMg_i representa el coste marginal y η_{py} la elasticidad del precio con respecto a la demanda; la relación del índice de Lerner con respecto a HHI puede expresarse como:

$$\frac{p - CMg_i}{p} = \frac{HHI}{\eta_{py}} \tag{2.47}$$

En otras palabras, esta relación permite medir directamente uno de los dos factores que determinan el ejercicio del poder de mercado, como lo es el incremento del precio sobre su valor marginal, si todas las firmas tienen idénticas funciones de coste [14].

Aunque las medidas de concentración están generalmente correlacionadas con el poder de mercado, existen otros factores que influyen en éste, por ejemplo: los incentivos a los productores, la elasticidad del precio de la demanda, la expansión de los competidores, las tecnologías de generación y la potencial entrada de nuevos competidores. Por lo cual, no es tan sencillo sacar conclusiones del poder de mercado conociendo solamente el nivel de concentración.

2.4.2. Modelos de Producción

Los modelos de producción intentan simular el funcionamiento de los mercados eléctricos competitivos, para calcular el impacto del poder de mercado midiendo directamente el precio de mercado y los beneficios de las compañías de generación. Algunos de estos desarrollos intentan modelar los costes de producción e incluyen una representación detallada de las restricciones de las unidades de generación y las características de los costes de arranque y parada. Sin embargo, el cálculo del precio en estos modelos depende del algoritmo específico utilizado y del tratamiento que se le haga a los costes antes mencionados. La mayoría de los modelos permiten seleccionar curvas precio-cantidad que no son necesariamente las mismas que los costes marginales de las unidades.

En [58] [85] se presentan aplicaciones de modelos de producción para medir el poder de mercado en mercados eléctricos competitivos.

2.4.3. Modelos de Equilibrio

Los modelos de equilibrio examinan el comportamiento de las compañías de generación y su interacción basado en la teoría de juegos. Hay dos tipos de modelos de equilibrio que han sido ampliamente utilizados en la literatura. Ambos planteamientos se basan en la obtención del equilibrio del mercado en el sentido de Nash [116].

El primero y más extendido modelo de equilibrio, está basado en la competencia de las compañías de acuerdo a los principios de Bertrand, Cournot, Stackelberg y sus variantes. Estos modelos permiten incorporar con mayor facilidad las especiales características de los agentes de producción que afectan el funcionamiento de los mercados eléctricos. Aplicaciones de estos modelos se pueden hallar en [13][14][116].

El otro modelo que ha tenido un gran uso es el modelo de equilibrio de las funciones de ofertas (*Supply Function Equilibrium*). En este modelo la estrategia de los participantes es hallar el equilibrio de las curvas de oferta (precio-cantidad) que maximice los beneficios de las compañías de generación. Así, la estrategia incluye tanto precio como cantidad. En este juego, la variable de decisión para cada compañía es la cantidad de su función de oferta, esta función describe cuanta energía está dispuesta la compañía a producir a un precio dado. Day [32] afirma que este modelo está más cercano al comportamiento real de una firma que pretende ejercer su poder de mercado para beneficiarse de su posición.

El modelo de equilibrio en funciones de oferta, fue propuesto por Green y Newbery [43] aplicándolo al caso británico; su enfoque es una aplicación del desarrollo de Klemperer y Meyer [59] sobre las características de los mercados oligopolistas basada en el equilibrio de funciones de ofertas.

2.5. Estrategias de Ofertas de Venta de Energía

En un mercado de competencia perfecta se asume que todos los participantes son tomadores de precio, es decir, no tienen capacidad para influir sobre los precios. Este tipo de mercado pocas veces se presenta en los mercados eléctricos, pero sí se da el caso de las centrales o compañías de generación que su capacidad de producción o su cuota de mercado no es lo suficientemente importante como influir sobre el mercado. En consecuencia, se les puede considerar tomadoras de precio o empresas seguidoras.

La estrategia de elaboración de ofertas de venta de energía para este tipo de empresas depende de dos variables distintas, como lo son: el precio de mercado y el coste marginal de producción. Dependiendo de la relación entre éstas dos variables y el esquema óptimo de producción de la central, se pueden establecer tres estrategias de ofertas [28]:

- **Precio igual al coste marginal de producción**: Si la empresa decide ofertar su energía a su coste marginal de producción, se garantiza que recibirá beneficios si el

precio del mercado es mayor a sus costes marginales y que en el caso de que el precio del mercado sea igual al su coste marginal, ésta no tendrá pérdidas.

- **Precio superior al coste marginal de producción**: Este tipo de estrategia es arriesgado y pretende obtener un beneficio mayor que si oferta a precios marginales, para ello es necesario conocer el comportamiento histórico de los precios y además disponer de centrales con costes marginales bajos. Al ofertar con precios mayores que sus costes marginales la central se garantiza que sí es casada y el precio de mercado es mayor o igual a su coste marginal obtendrá beneficios. Si el precio de mercado es menor que su precio de oferta pero mayor que su coste marginal real, la central queda fuera de la casación y por lo tanto pierde la oportunidad de obtener beneficios como producto de su venta.

- **Precio menor al coste marginal de producción**: Obviamente no es ventajoso ofertar por debajo de los precios marginales de producción, este tipo de ofertas sólo se puede implementar en el caso de mecanismos de subastas en el que se reflejen restricciones del sistema, como costes de arranques, restricciones de la red, etc., con lo cual la central pueda garantizar que será seleccionada el mayor tiempo posible para reducir sus costes de arranque o parada.

En el caso de mercados de tipo oligopolio, la estrategia de las compañías participantes es más compleja aún, ésta depende del modelo económico que la compañía adopte para competir. En el siguiente capítulo de este trabajo nos preocuparemos por la forma cómo una compañía líder puede establecer una oferta de venta de energía; dicha compañía se enfrenta a su curva de demanda residual donde la empresa maximiza sus beneficios colocando en el mercado una cantidad tal que pueda influir sobre los precios de mercado.

2.6. Valor del Agua

El valor del agua es un concepto relacionado con el uso que se le dé en un momento determinado al agua almacenada en un embalse, ya que es posible gestionar su uso a lo largo del tiempo. Así, la energía eléctrica generada en un sistema eléctrico depende de la potencia hidráulica instalada, de las aportaciones de agua de los afluentes y de las reservas existentes en los embalses.

La capacidad de almacenar energía de un período a otro con la que cuentan las centrales hidroeléctricas introduce una relación directa entre la decisión de utilizar el agua y su consecuencia futura. Una compañía de generación cuenta con dos alternativas para administrar su energía hidráulica un período determinado, utilizar el agua de sus embalses para generar energía eléctrica o por el contrario almacenarla para su utilización en el próximo período. Si la compañía decide utilizar el agua en dicho período y las aportaciones de agua

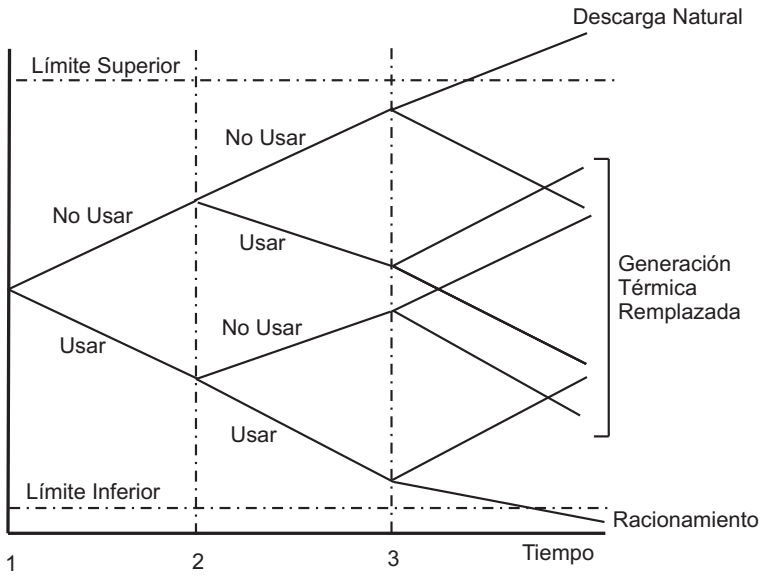

Figura 2.9. Alternativas para el uso del agua

en los períodos siguientes son altas, permitiendo así la recuperación de su embalse, habrá tomado una decisión óptima. Sin embargo, si en los períodos siguientes la aportación de agua de los afluentes es escasa, será necesario recurrir a centrales térmicas con costes de producción más elevados para satisfacer la demanda de energía en los períodos siguientes. En la figura 2.9 se ilustran las alternativas a las cuales se enfrenta la compañía de generación al momento de utilizar su energía hidráulica.

En [87] se afirma que el uso óptimo del agua embalsada corresponde al punto que minimiza la suma de los costes de operación inmediatos y futuros, asociados con el uso del agua. En [18] se presenta un método para calcular el valor del agua; el problema se formula por medio de la función de Lagrange donde el multiplicador de Lagrange representa el valor marginal del agua para la compañía de generación.

En este trabajo se asume conocido el valor del agua y las centrales hidroeléctricas que participan en el mercado eléctrico ofertan sus respectivas energía por medio de la siguiente ecuación:

$$\lambda^{o}_{jh} = \frac{W_{jh}}{\kappa_{jh}} \tag{2.48}$$

donde: λ^{o}_{jh} es el precio de energía ofertada por la central hidroeléctrica jh en $[€/MWh]$, W_{jh} es el valor del agua del embalse correspondiente a la central hidroeléctrica jh en $[€/m^3]$ y κ_{jh} representa el valor marginal al pasar de un nivel de generación a otro, de la curva de generación correspondiente a la central hidroeléctrica jh en $[\mathrm{MWh}/m^3]$.

Capítulo 3

Revisión de los Mercados de Electricidad

El principal objetivo de la liberalización de los mercados eléctricos es estimular la competencia entre las compañías de generación para la formación de mercados eléctricos competitivos. La práctica ha demostrado que a pesar de las nuevas estructuras organizativas, los mercados eléctricos tienden a la existencia de pocas compañías de generación, con una o dos compañías de gran tamaño que dominan el mercado eléctrico. En teoría el diseño de los nuevos mercados intenta mejorar los errores cometidos en los mercados implantados con anterioridad a dicha liberalización, organizando mercados de diversas formas y con características muchas veces distintas que obedecen a las particularidades de sus sistemas eléctricos y a las tecnologías de generación predominantes.

Dada la variedad y grado de sofisticación que han tomado los mercados eléctricos en los últimos años, es necesario revisar sus características principales. Así, los objetivos fundamentales de este capítulo se pueden resumir en los siguientes:

1. Describir los modelos más comunes utilizados para el diseño de mercados eléctricos, presentando los entes, organismos y términos asociados a dichos mercados.

2. Revisar los mercados de electricidad más representativos del sector en el ámbito mundial.

3. Analizar los trabajos más recientes publicados en la literatura especializada en el campo de mercados eléctricos, haciendo énfasis en la estrategia de oferta de la compañía de generación.

3.1. Agentes de los Mercados

Independientemente de la estructura que presente el mercado eléctrico, éste posee agentes bien definidos con características y funciones muy variadas. A continuación se describen

algunos agentes existentes en el mercado eléctrico español, en otros mercados puede que no existan todos los agentes aquí enumerados o tomen una denominación distinta. Así, entre los agentes más importantes tenemos:

- **Generador**: Representa a los generadores de la red y corresponde a las empresas propietarias de las centrales térmicas o hidroeléctricas convencionales.
- **Productor Especial**: Corresponde a productores no convencionales, por ejemplo cogeneración, energía eólica, solar, etc., y auto-productores.
- **Distribuidor**: Corresponde a las empresas distribuidoras con concesión en una zona geográfica.
- **Transportistas**: Se refiere a las empresas de transmisión que operan en niveles de tensión especificados. Transportan energía eléctrica desde los centros de generación a los centros de consumo.
- **Consumidor Regulado**: Corresponde al consumidor final con tarifa regulada.
- **Consumidor Grande**: Corresponde a consumidores sobre un determinado volumen. Puede haber más de un tipo de consumidor grande. Estos consumidores tienen la opción de acceder a precios libremente pactados.
- **Comercializador**: Agente económico con capacidad para comprar y vender energía.
- **Agente Externo**: Se refiere a los actores externos al país que desean participar en el mercado, ya sea como compradores o vendedores de energía.
- **Operador de la Red o Sistema**: Ente que vela por la operación técnica y la seguridad de la red eléctrica.
- **Operador del Mercado**: Ente que administra el mercado financiero de compra y venta de energía.

3.2. Componentes de los Nuevos Mercados Eléctricos

En el ámbito mundial se ha propuesto y desarrollado una gran variedad de modelos de reestructuración del sector eléctrico. Diversas y complejas estructuras tendientes a introducir condiciones de competencia se han experimentado en diferentes países. La distinción entre la generación, transmisión y distribución como negocios separados e independientes, como característica común; tiende a producir mercados que obligan a la competencia

entre los agentes participantes en él. La separación de la etapa de generación de los negocios de transmisión y distribución prevalece entre los diferentes modelos de mercado. Los sectores de transmisión y distribución son considerados como monopolios naturales y en general mantienen formulas regulatorias para permitir un ambiente más competitivo para los participantes.

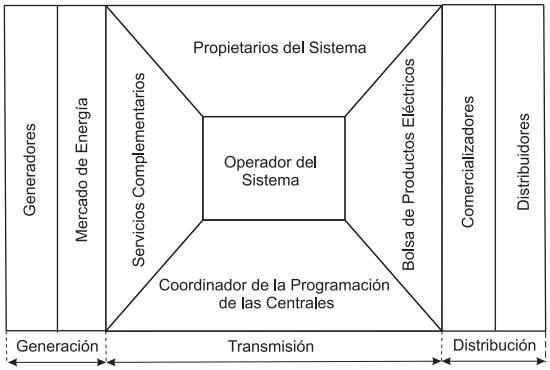

Figura 3.1. Estructura de los componentes de los nuevos mercados eléctricos competitivos.

En [90] se presenta una descripción de los principales componentes que estructuran los nuevos mercados eléctricos, la cual se muestra en la figura 3.1. Cada componente de este modelo representa un segmento de los mercados eléctricos emergentes, donde las compañías de generación y el mercado de energía representan el sector primario y secundario, respectivamente. El sector de distribución está representado por los proveedores de servicios al por menor y los proveedores de servicios de distribución. El sector de transmisión incluye los dueños de la red de transmisión, proveedor de servicios de transmisión (generalmente designada por el Operador del Sistema), los proveedores de servicios complementarios y los usuarios de la red. En ciertas estructuras de mercado, todas estas funciones son desempeñadas por diferentes entidades, pero es muy frecuente que varios de estos roles sean ejercidos a las vez por un solo agente, que posee más de una atribución o la presencia de nuevos agentes que desempeñan nuevos roles y funciones.

3.2.1. Mercado de Generación

El mercado de generación tiene con principal objetivo motivar la competencia entre los generadores y reducir el precio de la energía eléctrica al consumidor. Los esquemas implantados en los nuevos mercados intentan establecer el precio con un día de antelación a partir de mecanismos de subasta donde los agentes (generadores y consumidores) declaran libremente los precios ofertados. Otras estructuras también son posibles, en base a transacciones bilateras a precios libre entre las partes, completadas por un mercado de excedentes y faltantes gestionado por la entidad coordinadora del sistema.

El trabajo realizado en este tesis se basa principalmente en los mercados eléctricos competitivos de generación. En las secciones siguientes se profundizará sobre los aspectos principales de este tipo de mercado.

3.2.2. Mercado de Transmisión

La actividad de transmisión tiene como objetivo transportar la energía producida por los generadores hasta los centros de consumo y permitir el acceso a los consumidores a bloques de energía y potencia en mejores condiciones económicas, de calidad y seguridad de suministro. El problema principal que se presenta en este mercado es la determinación de un sistema de tarificación que motive la competencia y garantice a los dueños de la red de transporte la retribución de sus costes.

Todo coste proviene de la prestación de un servicio determinado. Por lo tanto, es necesario definir los servicios de la red cuyos costes se van a asignar entre los usuarios [97]. A continuación se relacionan los diversos tipos de servicios de transporte que se pueden presentar en este mercado:

Servicio Principal

Consiste en el transporte de energía eléctrica entre los nudos definidos como frontera entre la red de transporte y los agentes. El principal reto que se presenta en este mercado es la selección de un sistema de tarificación que permita a la etapa de generación desarrollarse en un ambiente competitivo. Suelen utilizarse sistemas de peajes donde el dueño de la red de transmisión cobra por el uso de sus instalaciones, uno de los métodos más populares es el conocido como sello de correos (*postage stamp*) que fija un peaje constante a cada MWh inyectado en el sistema del transmisor [95][108]. En los últimos años ha aparecido una nueva tendencia, en la cual tanto los consumidores y generadores tienen libre acceso a la red y a cada uno es necesario cobrarle un peaje en función del servicio que ésta le presta [97].

Servicios Complementarios

Los servicios complementarios son aquellas funciones que sirven de soporte al proceso de generación, transmisión y distribución de la electricidad, de modo de satisfacer las condiciones de seguridad y calidad necesarias. La comisión reguladora de energía de los Estados Unidos (*Federal Energy Regulatory Commission*) [37] los define como aquellos servicios necesarios para soportar la transmisión de electricidad desde los vendedores hasta lo compradores dadas las obligaciones de las áreas de control y las compañías de transmisión, dentro de estas áreas, a mantener las seguridad en la operación de los sistemas interconectados de transmisión.

Las actividades relacionadas con los servicios complementarios tienen un coste para el sistema, por ello es necesario buscar un esquema que retribuya estos servicios, de modo de asegurar su provisión e incentive las inversiones necesarias. En los esquemas tradicionales, estos servicios se proveían de manera agregada en la energía eléctrica como obligaciones técnicas, cuyos costes no eran reconocidos explícitamente. En un mercado competitivo es necesario identificar el sistema, cuantificar el coste de su provisión y establecer quiénes son los consumidores y proveedores de éstos. Así, se puede reconocer quienes pueden proveer servicios complementarios de mejor forma, realizando una asignación más eficiente y segura para el sistema.

Existen muchos tipos de servicios complementarios y distintas clasificaciones de ellos. Establecer cuales son los servicios necesarios depende del funcionamiento de cada mercado, de los aspectos legales que regulen el negocio y de las necesidades particulares de cada sistema eléctrico. A continuación se definen los servicios más comunes presentes en la mayoría de los mercados eléctricos:

1. **Servicios de Coordinación y Operación del Sistema**:

    1.1. **Programación y Despacho**: Consiste en la planificación de la operación utilizando los recursos de la generación y transmisión, que se encuentren disponibles para satisfacer la demanda. Este servicio integra las actividades necesarias para despachar las transacciones contratadas y también va asociado a las acciones en tiempo real para mantener el sistema ante variaciones de carga o demanda. Para ello, debe existir un operador del sistema que se encargue de coordinar todos los recursos de generación, transporte y consumo de energía de forma de abastecer la demanda. Para lo cual, debe mantener la frecuencia, límites técnicos de las centrales de generación y tensiones que aseguren la estabilidad y seguridad del sistema.

    1.2. **Manejo de Saturaciones**: Aunque la saturación en la red de transmisión no siempre se trata como un servicio complementario, puede considerarse así, debido a que es una actividad necesaria para hacer factibles y seguros los intercambios de potencia del sistema. Por lo tanto, ésta es una actividad colateral a la producción de energía y presenta costes asociados al redespacho. Las acciones que componen este servicio son las destinadas a reprogramar el despacho, de forma que cumplan las restricciones por capacidad de transporte de las líneas de transmisión. para ellos debe existir un operador del sistema que coordine la generación en cada punto o zona del sistema. Los generadores que están dispuestos a entregar más potencia debe ser remunerados apropiadamente y se pueden asignar cargos para incentivar a estos agentes a limitar o bajar su producción. También es posible involucrar a los consumidores enviando señales

de precios, según los aportes que puedan hacer en la disminución de su carga para aliviar las líneas que afectan.

2. **Servicios de Control de Frecuencia**:

   2.1. **Regulación Primaria**: Consiste en proveer una adecuada capacidad de respuesta en recursos de generación de energía, con el fin de mantener la frecuencia dentro de su valor nominal. La regulación primaria funciona como control proporcional a la desviación de frecuencia. Las variaciones de frecuencia se originan por desbalances de potencia debido a rápidas fluctuaciones en la generación o en el consumo. Este servicio permite ajustar continuamente los recursos de generación ante variaciones de carga en tiempo real. Para ello, las unidades generadoras deben disponer de reserva necesaria y ajustar sus equipos de control automáticos de velocidad (AVR).

   2.2. **Regulación Secundaria**: Este servicio cubre las necesidades que no han sido satisfechas por la regulación primaria y se diferencia en el tiempo de actuación. Consiste en el uso de la generación en línea, con turbinas equipadas con reguladores de velocidad, para seguir minuto a minuto las fluctuaciones de carga. La energía cinética de los rotores es usada, dentro de un rango limitado, para ajustar los desbalances entre generación y carga. Este servicio actúa mediante equipos automáticos de generación (AGC) en coordinación con el operador del sistema y se realiza con el fin de seguir las tendencias horarias y diarias de la demanda.

   2.3. **Regulación Terciaria**: Tiene las características de la reserva secundaria, pero el tiempo de actuación es mayor. Consiste en generación disponible en el corto plazo para gestionar el desequilibrio entre la producción y el consumo. Este servicio es dirigido de forma manual y bajo la orientación del operador del sistema. Opera luego que la regulación primaria y secundaria han sido accionadas, pero es necesario más reservas para volver a las condiciones normales de operación.

3. **Servicio de Control de Tensión**:

   3.1. **Con Recursos de las Centrales de Generación**: Este servicio se compone de la producción de potencia reactiva por parte de las centrales para solucionar los problemas de baja tensión y de la capacidad de absorber potencia reactiva para niveles altos de tensión. De ambas formas se entrega un servicio de manera continua o dinámica ante cambios de tensiones.

   3.2. **Con Recursos de otras Fuentes**: Consiste en usar otros recursos de suministro de potencia reactiva y de la red de transmisión para mantener la tensión

entre los rangos requeridos. El consumo y la red de transmisión pueden participar de este servicio de modo más estático, corrigiendo el factor de potencia mediante equipos estáticos conmutables de condensadores, equipos de monitorización en los puntos de recepción y ajuste de los taps en los transformadores.

4. **Servicio de Reposición del Sistema**: Este servicio tiene como propósito restaurar el funcionamiento del sistema en el caso de ocurrir una gran perturbación o colapso de éste. Un colapso se produce cuando los parámetros del sistema (tensión, corriente, frecuencia) tienen variaciones inaceptables, rompiendo el equilibrio. Para participar en este servicio las plantas generadores deben tener capacidad de autoarranque *Black-Start*, es decir, empezar a funcionar sin necesidad de suministro externo de energía eléctrica. Además, los generadores deben tener la disponibilidad para consumir y producir reactivos, a fin de controlar la tensión durante el proceso de restauración. También es importante tener los recursos necesarios de comunicación y coordinación, de manera de mantener la flexibilidad y estabilidad del sistema, minimizar la duración y garantizar seguridad durante el proceso.

3.2.3. Mercado de Distribución

El mercado de distribución, al igual que el de transporte, presenta características naturales de monopolio, por lo cual deberá continuar bajo regulación en los nuevos mercados eléctricos competitivos. La forma de regulación tradicional (coste del servicio) se basa en que la remuneración de la compañía se establece por el ente regulador a partir de los costes incurridos justificados más una tasa de retorno de capital invertido. Esta forma está siendo reemplazada por una nueva filosofía de regulación basada en crear incentivos para reducir costes lo que redundará en una reducción de tarifas [40].

Los costes en los que incurren las empresas de distribución se pueden clasificar en:

1. Costes de operación y mantenimiento de las instalaciones de red.
2. Inversiones en refuerzos y nuevas instalaciones de red.
3. Costes de las pérdidas de transporte y distribución de la energía por la red.
4. Costes de comercialización de la energía a consumidores cautivos o regulados asociados a la lectura, facturación, etc.

La evaluación de los costes por los que la distribuidora va a ser remunerada es una difícil tarea del regulador que debe resolver independientemente del mecanismo o modo de regulación elegido. Los ingresos autorizados por el regulador son recuperados por la distribuidora a través de las tarifas que se cargan a los usuarios. A continuación se presentan los dos esquemas de regulación por los cuales se establecen las tarifas con las cuales la empresa de distribución recupera sus inversiones.

Regulación por Costes de Servicio

El esquema de coste de servicio es la forma tradicional de regulación utilizada en el sector eléctrico, donde las tarifas cargadas por la empresa son autorizadas y fijadas por el ente regulador. Las tarifas se revisan de forma periódica, por ejemplo cada año, en un proceso de negociación conocido como caso base. Para la determinación de los costes de servicio los entes reguladores aplican el método de los *ingresos necesarios*. En [57] se explican las partes fundamentales de este método que son la supervisión y control de los costes de operación e inversión, la determinación del capital remunerado y la elección de la tasa de retorno permitida.

Regulación por Incentivos

El principio básico de la regulación por incentivos es aumentar el tiempo entre los procesos de negociación y de revisión de costes entre compañía y el ente regulador [60]. En cada período regulatorio de algunos años, se estable una trayectoria específica para los ingresos o tarifas que la compañía puede cargar y por tanto se incentiva a la reducción de coste para de esta forma obtener beneficios. Es decir, esta regulación debilita el vínculo entre precios y costes, en cierto modo es una regulación de transición entre la regulación de coste del servicio y la deregulation con competencia basada en precios [40].

Los períodos de revisión suelen ser largos, en Estados Unidos las revisiones de costes tienen lugar en promedio una vez cada tres o cinco años, aunque las compañías pueden apelar a la comisión para revisar nuevamente los precios en cualquier instante.

En [7] se presenta un buen trabajo en el cual se resumen los aspectos más importantes del negocio de distribución en los nuevos mercados eléctricos competitivos, indicando en qué medida la regulación puede entregar incentivos de eficiencia que reflejen un comportamiento competitivo para un negocio de tipo monopolio como en el caso del mercado de distribución.

3.3. Estructuras Básicas de Mercado

Desde el punto de vista de su operación, es posible distinguir tres formas básicas para organizar la compra y venta de energía en un mercado de libre competencia, a saber:

- Pool
- Bolsa de Energía (*Power Exchange*)
- Contratos Bilaterales

Los mercados actuales se forman tomando una combinación de alguna de estas modalidades, pudiendo corresponder a una de ellas o a una combinación que contenga a todas en forma simultánea.

3.3.1. Modelo Tipo Pool

El término *Pool* tiene un significado especial en los mercados de electricidad. Por muchos años, las compañías de electricidad interconectadas de diferentes regiones se han organizado en *pool* para organizar el intercambio de energía entre ellas, alguno de los cuales usan un despacho centralizado [115]. En un mercado liberalizado, un *pool* es un organismo en el cual las ofertas de los generadores se realizan de forma compleja y el operador del mercado realiza complicados cálculos para seleccionar el precio y el plan de generación de las centrales [106]. Chao y Wilson [25] definen el *pool* como un sistema donde la participación es obligatoria y el "mercado"incluye la participación en el *unit commintment* y en el *scheduling*. En otras palabras, es un mercado mayorista de energía que funciona por medio de las variaciones hechas a las herramientas tradicionales de despacho económico de potencia eléctrica que utilizan los sistemas de energía eléctrica verticalmente integrados; es decir, haciendo una optimización centralizada y detallada de los recursos de generación para satisfacer la demanda de electricidad de la manera más económica posible. Bajo este esquema los generadores y consumidores renuncian a establecer relaciones directas entre ellos.

La compra y venta de energía es valorada y determinada por un organismo independiente, basándose en una optimización de los costes totales del sistema. Para ello, dependiendo del esquema elegido, generadores y consumidores emiten ofertas o curvas de costes al operador del mercado. El plan de generación resultante se transfiere al operador del sistema, quien verifica la factibilidad técnica del mismo. De esta forma, el operador realiza las correcciones necesarias al plan de operación y determina los servicios auxiliares requeridos. Para las distintas etapas del procedimiento anteriormente descrito, se definen fechas y horarios que deben ser respetados por todos los participantes [110][53].

3.3.2. Bolsa de Energía

Las Bolsas de Energía (*Power Exchange*) o mercados descentralizados son entidades a las que, al igual que en el pool, acuden los generadores y consumidores para realizar compra y venta de energía eléctrica. La experiencia internacional muestra que una Bolsa de Energía puede adquirir estructuras muy variadas. Sin embargo, pueden ser definidas como una parte integral o caso particular de una estructura tipo *Pool*, en la cual sólo se ejecuta la función de operador de mercado.

La Bolsa de Energía estandariza los productos que puedan ser negociados en su merca-

do, este mercado está confinado a la venta y compra de energía separados de los mercados de transmisión. Además, no consideran los aspectos técnicos de la operación del sistema, tales como: Servicios complementarios, saturación, etc.

Generalmente las bolsas de energía fijan el precio de la energía por medio de un mecanismo de subasta o casación, el cual toma en cuenta las ofertas de los generadores y las ofertas de compra de los consumidores para establecer un precio de equilibrio entre la oferta y la demanda. La forma más común de organización es el mercado diario (*Day-ahead*) con subastas para cada una de las 24 horas del día [26][113] ó 48 subastas como el caso de Inglaterra y Gales donde se realiza una subasta cada 30 minutos.

3.3.3. Contratos Bilaterales

En los mercados bilaterales los compradores y vendedores negocian directamente, aunque esto es facilitado típicamente por un broker o agente de bolsa. Tales mercados son extremadamente flexibles ya que se puede realizar cualquier trato que se especifique entre las partes y en los términos que ellos convengan. Pueden ser mercados directos o por medio de agentes de bolsa y pueden ser más o menos centralizados [106][25]. Se pueden diferenciar dos tipos básicos de Mercados Bilaterales, a saber:

Contratos Bilaterales Físicos

En este mercado los compradores y vendedores establecen libremente relaciones de tipo comercial, ya sea en forma directa o a través de un comercializador. Estas relaciones se basan en un intercambio de ofertas entre los participantes del mercado. Lo que caracteriza este tipo de contratos es su estrecha relación con la programación resultante para las centrales de generación. Mediante el contrato de abastecimiento de energía, el suministrador asegura la inyección de potencia al sistema para un determinado plan de generación, por parte de sus centrales de generación. A su vez, el consumidor que quiera tomar parte en el contrato, debe orientar su consumo a la potencia especificada en el contrato pactado.

En resumen, los contratos bilaterales físicos son contratos de suministro de energía eléctrica entre un consumidor y un productor, por el que el vendedor se compromete a proporcionar al comprador una determinada cantidad de energía a un precio acordado por ambos.

Contratos Bilaterales Financieros

En forma análoga a los contratos físicos, los tipos bilaterales financieros son productos de un libre intercambio comercial entre suministradores y consumidores, ya sea en forma directa o a través de un comercializador. Sin embargo, desde el punto de vista de la operación del sistema, los contratos bilaterales financieros no afectan la programación de

las centrales, ya que ellos tienen por objeto manejar, acorde a una estrategia de mercado, el riesgo de variación futuras del precio de la energía eléctrica [53][106].

En el caso del mercado eléctrico español, este tipo de contrato se denominan *Contratos por Diferencias*. Con este instrumento financiero los agentes participantes aseguran un precio de compra/venta para un determinado período (1 día, 1 semana, 1 mes, 1 año, etc.), es un contrato con un perfil plano (el precio no cambia). A su vencimiento, el contrato se ejecuta mediante la liquidación de la cantidad contratada por la diferencia entre el precio pactado y el precio medio del mercado, durante el período de ejercicio.

3.4. Comparación entre Pool, Bolsa de Energía y Contratos Bilaterales

Típicos ejemplos de Pool se pueden conseguir en New England (ISONE), New York (NYISO), Pennsylvania-New Jersey-Meryland (PJM), mercado nórdico (NordPool), entre otros. Otros países han adoptado bolsas de energías públicas o privadas, o combinación de ambas, tales como California, Alemania (LPX), Alberta (AESO). Cada región o país ha seleccionado su modelo de mercado tomando en cuenta la estructura de su industria eléctrica y las ventajas y desventajas que presenta cada modelo.

Las bolsas de energía y los *pool* ofrecen varias ventajas y también algunas desventajas comparadas con los mercados bilaterales. Una de las ventajas es un mercado centralizado que establece un precio de mercado único para las transacciones comerciales de energía que se contratan en el mercado. Además organizan un intercambio oficial de energía con mínimo coste, sin dificultades de acceso para todos los agentes participantes, transparencia en las operaciones que permite la regulación y el escrutinio público y motivación hacia la competencia.

La desventaja se basa en la dependencia de la forma restrictiva de los contratos y la poca flexibilidad de las reglas de procedimientos, y además, si la estructura de organización y gobierno son inadecuadas, estas reglas pueden ir en perjuicio de los participantes. Adicionalmente, muchos de los *Pool* y Bolsas de Energía confían en mercados bilaterales privados para los mercados de servicios auxiliares, tal como contratos financieros para evitar la volatilidad de los precios [25].

Los *pool* se pueden diferenciar de las bolsas de energía por la minuciosa integración de sus mercados de energía, transmisión y de reserva, y más significativamente por un organismo centralizado que optimiza el programa de generación de las centrales (por medio de un programa de ordenador), tomando en cuentas las características de operación, tales como capacidad disponible, mínima generación estable, límites de rampa, ingresos mínimos, costes de operación, etc.

La ventaja de un *Pool* es su marcada integración de todos los aspectos de operación

del sistema, lo cual puede resultar en un mercado más eficiente y menos vulnerable a las uniones imperfectas entre los precios en una secuencia de mercados de energía y transmisión. Su desventaja es consecuencia de una centralización excesiva, puesto que requiere una participación obligatoria y de buena voluntad por parte de los productores con los planes de generación especificados. Generalmente los generadores son reacios a cumplir con el plan de generación y desconfían de los precios obtenidos por un programa de ordenador (generalmente un *Unit Commitment*) en vez de la casación de las ofertas enviadas por ellos [84]. En efectos, ellos pueden percibir el programa como una caja negra cuyas salidas pueden verse afectadas por la información de coste enviada por los generadores [67]. La obligatoriedad de la participación es un problema fundamental, que entorpece el desarrollo de mercados competitivos. Tanto los contratos bilaterales como las bolsas de energía pueden promover o brindar mejores condiciones para la competencia.

Chao y Wilson [25] afirman que comparando las formas de organización, la distinción más sobresaliente de los mercados bilaterales es el proceso continuo de negociación con precio único para cada transacción. Las evidencias experimentales y empíricas indican que, en general, los mercados bilaterales no son menos competitivos o eficientes que las bolsas de energía o los *pool*. Otra ventaja de los mercados bilaterales es la diferenciación de productos representado por la variedad de contratos y términos para su negociación y el mantenimiento de algún grado de continuidad en sus precios. Por otro lado, los mercados bilaterales presentan un problema de fiabilidad en relación con los mercados de transmisión y de energía de reserva [106].

Como hemos visto cada una de las formas de organizar el mercado de energía cuenta con sus ventajas y desventajas. Lo cual obliga a pensar que una combinación de ellos, tomando la parte positiva de cada esquema, constituye la forma más adecuada de organizar un mercado de energía. La tendencia de los mercados eléctricos a escala mundial demuestra que ésta es la solución o por lo menos la mejor forma de motivar la competencia y garantizar la fiabilidad del suministro eléctrico.

3.5. Situación Internacional

En las últimas décadas se han establecidos diversos sistemas de mercados de energía en todo el mundo, algunos de los cuales se distinguen de otros por su particularidad y originalidad o por ser los pioneros en establecer un modelo para determinado producto. En esta sección daremos un pequeño repaso a los mercados de eléctricos más representativos en el ámbito internacional.

3.5.1. Sector Eléctrico Alemán

La Bolsa de Energía de Leipzig (LPX) inicia sus operaciones durante el primer semestre del año 2000, creando en conjunto con EEX (*European Energy Exchange*) un mercado de casación para el sector eléctrico alemán. LPX, asociada estratégicamente a la bolsa NordPool, se enmarca en el proceso de creación de un mercado común de electricidad en Europa, basado en los principios de subsidiaridad y reciprocidad (conjunto de normas obligatorias y alternativas) dejando un espacio importante de autonomía para la creación de un mercado competitivo en cada uno de los países del bloque. En 2001 LPX lanza un mercado financiero de futuro, el *European Energy Exchange Derivatives Market* (EEXDM).

Alemania opta por un sistema basado en el acceso reglamentado (negociación) a las redes de suministro con especial énfasis en la preservación de la confiabilidad y seguridad del sistema. El mercado de electricidad se basa en la existencia de contratos bilaterales físicos de mediano y largo plazo, con la posibilidad de realizar ajustes de corto plazo a través de la bolsa de energía. Para la coordinación de la operación de estos contratos, se introduce el concepto de *Bilanzkreis* o área de balance, el cual corresponde a un conjunto de puntos de inyección y retiro dentro de un área de control, cuya finalidad principal es la de asociarles un plan de inyecciones y retiros de energía de la red.

El modelo de mercado se compone de un mercado físico y un mercado financiero. El mercado físico lo representa *European Energy Exchange* actuando como un operador del mercado, el cual organiza un mercado diario con casación el día antes de la operación del programa (*day-ahead*). *European Energy Exchange Derivatives Market* representa el mercado financiero de futuro proporcionando los mecanismos, personal y aquipamientos para el funcionamiento de dicho mercado. Asimismo, proporciona los fondos para que los agentes cubran los riesgos de dicho mercado. Los futuros eléctricos negociados en el EEXDM son contratos estándar sobre la energía a ser producida o consumida en el futuro a un precio acordado en el momento de establecer el contrato. Una vez cerrado el contrato, los vendedores de la energía se comprometen a producirla y los compradores a consumirla [35].

3.5.2. Mercado de Inglaterra y Gales

El mercado al contado de electricidad o *pool* inglés fue una de las innovaciones más radicales de los años 90. Es un mercado obligatorio en el que todas las empresas generadoras han de ofrecer cada día los precios a los que están dispuestas a vender la energía de cada una de sus centrales para cada media hora del día siguiente. Así, en el mercado de Inglaterra y Gales se determinan precios cada media hora, dividiendo el día en 48 períodos y las ofertas se desglosan por centrales y son de tipo complejo, fijándose un precio de arranque, un precio de mantenimiento en reserva y un precio, normalmente creciente, para

sucesivos tramos de producción. A partir de las ofertas de los generadores, la previsión de la demanda y las reservas necesarias para cada media hora, el *pool* determina un precio marginal (SMP, *System Marginal Price*) o precio mínimo al que se atiende la demanda y que se paga a los productores por la cantidad de generación que les ha sido asignada. El sistema marginal de precios es definido, en pocas palabras, como el precio de la central más cara necesaria para satisfacer la demanda, ya que se despachan las centrales de acuerdo al precio de su electricidad (*Merit Order*) [82]. El *pool* calcula el precio marginal basándose en un despacho económico (*unit commitment*) [67].

El mercado Inglés fue uno de los pioneros en establecer este mecanismo, a través del cual el mercado de energía determina el precio basándose en un algoritmo centralizado de despacho económico. El despacho económico es utilizado como una plataforma de optimización para la casación en el cual los formatos de las ofertas comprenden todas las limitaciones físicas (tales como: límites de potencia, restricciones de rampa, constantes de tiempo) y componentes de costes (costes variables y costes de arranque) de las plantas de generación. Por lo tanto, el *pool* necesita un mecanismo creíble para resolver el problema de despacho económico [66].

3.5.3. El Mercado Nórdico de la Electricidad

El mercado nórdico de energía funciona como una Bolsa de Energía (*Power Exchange*). Este arreglo contribuye significativamente a facilitar los negocios y la información del mercado, además de promover la competencia y la creación de liquidez en todo el mercado de energía. Este mercado inicia su operación oficialmente en 1993 como un mercado para Noruega. Suecia se une en 1996, Finlandia se integra totalmente en marzo de 1999 y Dinamarca en el período 1999-2000.

El mercado conjunto para Noruega, Suecia, Finlandia y Dinamarca, administrado por *Nord Pool*, cuenta en realidad con dos mercado: el mercado al contado, para el día siguiente (*Elspot*), y el mercado a futuros, por semanas hasta un plazo máximo de tres años. El primero conlleva la entrega física de electricidad, no así el segundo que es exclusivamente un mercado financiero. Desde enero de 2002 el *Elspot Market* es administrado por el *Nord Pool Spot AS*.

El mercado spot es un mercado no obligatorio que se basa en las ofertas de compra y venta de energía, a pesar de que la mayoría de la electricidad se negocia fuera de este mercado, por ejemplo, en Noruega y Suecia sólo el 25 por cien de la electricidad es manejada por Nord Pool [51], el resto es manejado por contratos bilaterales. Sin embargo, Nord Pool juega un importante rol, puesto que los tratos comerciales tienen lugar ahí y el precio de mercado (*spot price*) de la electricidad es una referencia importante al determinar el precio en los contratos bilaterales.

El sistema de precios (*Elspot System Price*) para el mercado diario está basado en una

casación o subasta doble (*double-auction*) para cada una de las 24 horas en las cuales está segmentado el mercado del día siguiente (*one-day-ahead*), donde los participantes pueden ofertar para cada una de las horas, hasta las 12 horas previas del inicio del mercado. Para manejar las restricciones de la red, el mercado es dividido en diferentes áreas de subastas. Cuando aparecen restricciones de transmisión en la red, los precios difieren en las distintas áreas con precios elevados en las áreas con déficit de energía y precios bajos en las áreas con excedente.

Los participantes hacen sus ofertas enviando sus curvas de ofertas al Nord Pool, mostrando en ellas cuánta energía están dispuestos a comprar o vender a diferentes precios y en que áreas de subasta. Los participantes no conocen el precio que resulta hasta que todos los participantes hayan enviado sus respectivas ofertas y el precio de equilibrio haya sido calculado. Una vez el precio ha sido calculado, cada participante recibe una cantidad a intercambiar, la cual corresponde a su precio ofertado.

Para calcular el precio, las ofertas de compra y venta son agrupadas en una curva de ofertas (venta) y una curva de demanda (compra). Estas curvas representan las curvas agregadas de oferta y demanda del sistema y el precio de mercado (*Market-Clearing-Price*) se calcula por la intersección de ambas curvas. Si no hay restricciones de transmisión en la red, todas las áreas de subasta se tratan como una sola y si aparecen restricciones en la red, el sistema de precio realiza en cada área una subasta dando lugar a las "áreas de precio". Por lo tanto, el mecanismo de precios también es utilizado para gestionar las restricciones de la red, introduciendo áreas de diferentes precios.

3.5.4. El Modelo PJM

El modelo implantado en Pennsylvania, New Jersey, Delaware, Maryland, Virginia, West Virginia, Ohio y Washigton D.C; también conocido como PJM, es el mayor y más sofisticado mercado de electricidad con despacho centralizado de Norte América y el tercero más grande del mundo. En abril de 1998 entra en funcionamiento el primer mercado de energía basado en Precios Marginales Localizados (LMP) el cual toma en cuenta el coste marginal y la localización física de la central de generación. El LMP emplea un algoritmo de programación lineal para realizar un despacho económico centralizado a través de un área de control independientemente de la propiedad de los generadores.

PJM es el modelo de mercado propuesto por la Comisión Federal Reguladora de Energía (*Federal Energy Reliability Council, FERC*), en el cual conviven varios mercados diferentes. PJM administra el mercado diario (*Day-Ahead Market*), el mercado a tiempo real (*Real-Time Market*), el mercado diario de capacidad (Daily Capacity Market), el mercado de capacidad mensual y multi-mensual (*the Monthly and the Multi-Monthly Capacity Markets*), el mercado de regulación (*Regulation Market*) y el mercado mensual de subasta FTR (*Monthly FTR Auction Market*). PJM introdujo el concepto de precio nodal de energía

con mecanismo de casación (*market-clearing prices*) en abril de 1998 y el precio nodal basado en ofertas competitivas en abril de 1999. En mayo de 1999 se implementa un mercado de subastas para los Derechos Financieros de Transmisión (*Financial Transmisión Rights*, FTRs). Los mercados de capacidad fueron introducidos en enero de 1999 y se ampliaron posteriormente a mediados de 1999 para incluir mercados mensuales y multi-mensuales. El PJM introdujo el mercado diario de energía y el mercado de regulación en junio de 2000, además en 2002 se implementa un mercado para la energía de reserva (*Spinning Reserves*).

PJM consiste básicamente en un sistema del tipo Pool, que maneja cerca de un 8 % de la potencia de Estados Unidos, más de 540 centrales de generación de diferentes tecnologías, suministrando energía a más de 22 millones de personas y una demanda pico cercana a los 64.000 MW. Al igual que otros modelos, considera que la generación es un mercado donde es posible la libre competencia, al contrario de la transmisión y la distribución. Además este modelo, siguiendo una tendencia mundial, agrega un cuarto participante, los comercializadores, los que a diferencia de los distribuidores no poseen líneas propias y se encargan de comprar a los generadores y venderle a los consumidores, pagando el uso de las líneas de transmisión y distribución.

El modelo está organizado en torno a un regulador de mercado y un operador técnico y económico del sistema (PJM-ISO), que recibe ofertas de todos los generadores. La resultante del proceso PJM es el cálculo de los Precios Marginales Localizados (LMP), para cada uno de los más de 2.000 nodos bajo el control del operador PJM. Este método se conoce como *Nodal Mode*.

El PJM-ISO decide el despacho basado en la oferta más barata de los generadores, en la calidad del servicio y capacidad disponible de las líneas, que supervisa minuto a minuto a través de un moderno sistema computacional (*OASIS*) y en los LMP que agregan o restan valor a cada central.

El mercado diario de energía administrado por PJM es un mercado para el día siguiente (*day-ahead*) donde los Precios Marginales Localizados son calculados para cada una de las horas del próximo día de operación basando en las ofertas de los generadores, ofertas de la demanda y las transacciones bilaterales enviadas al mercado diario. El mercado de energía en tiempo real está basado en el día actual de operaciones donde los Precios Marginales Localizados a tiempo real son calculados con intervalos de 5 minutos, tomando en cuenta las condiciones reales de operación del sistema.

Para comprar energía en el mercado spot de PJM, se requiere que el vendedor (generador) conozca el precio marginal localizado en su nudo de generación, y que el comprador (consumidor o comercializador) pague el precio marginal localizado en su nudo de consumo. La diferencia entre los costes localizados en el nudo de generación y los nudos de consumo representan el costo marginal de transmisión. Por lo tanto siempre se paga, al menos, el costo marginal por la transmisión.

Este mecanismo permite que los generadores y los consumidores traten de realizar la

inyección o retiro en puntos "baratos", lo que depende básicamente de la saturación de las líneas. Esto es un estímulo a que los generadores se instalen en zonas descongestionadas, y a la expansión de la transmisión en zonas congestionadas.

Para protegerse de la volatilidad de los precios de los LMP y proveer una "barrera", se crea un complejo sistema de Derechos Financieros de Transmisión (FTRs), según los cuales los usuarios de la transmisión pueden adquirir derechos que permiten disminuir el riesgo por la volatilidad de los precios LMP. El propósito de los FTRs es proveer a todos los participantes del mercado la posibilidad de tener precios seguros cuando entreguen energía a través del sistema de transmisión [89][54] [106] [113].

3.5.5. California

El sector eléctrico de California cuenta con una potencia instalada de 47.949 MW, lo que representa el 6,4 por cien del país y una capacidad instalada muy similar a la española para servir a más de 11 millones de clientes, es decir, unos 30 millones de habitantes.

La reestructuración del mercado californiano comenzó por disolver la integración entre generación, transmisión y distribución de las 3 mayores empresas eléctricas del estado que hasta entonces funcionaban como monopolios integrados regulados: Pacific Gas and Electric Company, primera empresa de Estados Unidos por número de clientes (4,36 millones), que abastecía en el norte y centro de California; Southern California Edison Company, segunda empresa del país por número de clientes (4,12 millones) que abastecía el centro y sur del estado y San Diego Gas and Electric Company con 1,13 millones de clientes al sur del estado. Estas empresas, sin embargo, retuvieron la distribución y una porción menor de la generación.

Acto seguido se procedió a liberar el mercado mayorista. Para su funcionamiento fueron creadas dos figuras separadas: Una Bolsa de Energía (*Power Exchange*, PX) a cargo de operar las ofertas diarias y horarias de compradores y vendedores de energía en mercados diarios y horarios, respectivamente y un Operador Independiente del Sistema (*Independent System Operator*, ISO) a cargo de operar las líneas de transmisión y asegurar la estabilidad del sistema.

La Bolsa de Energía (PX) está concebida como un *pool* voluntario, un mercado en el que inicialmente sólo están obligadas a ofertar y a comprar toda la energía las empresas privadas de ciclo completo, las *utilities*, y ello por un período transitorio de cinco años. El resto de productores públicos e independientes pueden, pero no están obligados a ofrecer su energía al mercado. El PX efectúa una subasta por hora en la que se establecen los esquemas de oferta y demanda para establecer el precio de mercado

Tomando en consideración posibles problemas de saturación, transacciones establecidas en el PX y contratos bilaterales existentes, el ISO debe equilibrar la oferta y la demanda en todo momento, para lo cual utiliza un mercado de energía en tiempo real. Así, toda la oferta

de generadores vendida en el área de control del ISO y toda la demanda de consumidores ubicada en tal área deben ser físicamente despachables de acuerdo a lo establecido por el ISO. Para mantener la estabilidad del sistema, el ISO además administra un mercado de servicios auxiliares (regulación de frecuencia, capacidad de reserva, etc.)

En forma paralela a estos mercados, las empresas comercializadoras de energía son libres de firmar contratos bilaterales de mediano y largo plazo con empresas generadoras como una forma de cubrir parte del riesgo asociado a la volatilidad e incertidumbre de los precios en el PX. Sin embargo, las tradicionales empresas distribuidoras que eran responsables de servir la casi totalidad de los consumidores en un comienzo fueron privadas de participar en el mercado de contratos y obligadas a comprar energía a precio spot en el mercado PX [11] [25] [19].

A pesar de las buenas intenciones de la liberalización del mercado californiano, éste entra en crisis en mayo de 2000 cuando emergen los primeros síntomas en el mercado. Lo cual marca el inicio de una crisis energética en California que continuó hasta mayo de 2001. Durante este período, California se enfrentó a una crisis energética sin precedentes hasta el momento, la cual amenazó con socavar la fiabilidad de su sistema eléctrico, debilitar su economía y la fuerza del mercado de energía en la parte oeste de los Estados Unidos. Varios autores [76] [114] coinciden que entre las principales causas de la crisis en el mercado de energía de California, se encuentran: fallas en la estructura del mercado, una inadecuada regulación y por el excesivo poder de mercado ejercido por algunos de sus participantes.

3.5.6. Mercado de Electricidad Español

A finales de 1997 el mercado eléctrico español atravesó un proceso de reestructuración y liberalización. El nuevo esquema de regulación se caracteriza por la creación de un mercado de generación y demanda, acceso regulado a la red de transporte, la separación de las actividades propias de la industria eléctrica (generación, transmisión y distribución). Además de la creación de dos organismos independientes organizados como sociedades mercantiles, pero sin potestad de comprar o vender electricidad. La Compañía Operadora del Mercado de Electricidad (OM), como operadora del mercado, es la responsable de la gestión económica del sistema, mientras que la Red Eléctrica de España (OS), como operadora del sistema, es la responsable de la gestión técnica del sistema.

El mercado de producción de electricidad está compuesto por varios mercados independientes pero interrelacionados entre ellos que contemplan contratos bilaterales físicos de mediano y largo plazo, mercado diario y mercado intradiario. Asimismo, los servicios auxiliares se negocian en un mercado separado de modo que se respeten las condiciones de calidad, fiabilidad y seguridad establecidas en la ley.

En el Mercado Diario se realizan la mayoría de las transacciones. En dicho mercado deben participar como oferentes todas las centrales de producción disponibles, que no estén

vinculadas a un contrato bilateral físico, así como los agentes externos registrados como vendedores. Por lo cual se considera un mercado de tipo obligatorio. La parte demandante en el mercado diario son los distribuidores, comercializadores, consumidores cualificados y agentes externos registrados como compradores. Se compone de ofertas realizadas el día anterior a la fecha en que se realizan las compras y venta de energía.

Los agentes que desean participar en el mercado diario presentan al Operador del Mercado sus ofertas de compra o venta de energía, las cuales se agrupan en orden ascendente para las ofertas de venta formando la Curva Agregada de Oferta y en orden descendente de precios para las ofertas de compra que representa la Curva Agregada de Demanda. El cálculo de los precios se basa en el punto de corte de ambas curvas que tiene como resultado el precio de venta/compra de cada bloque de energía horario para los agentes del mercado. Es decir, de esta forma se determina el precio marginal de la electricidad y el volumen de energía que se acepta para cada central de compra y venta en cada período horario.

Los agentes que participan en el mercado también celebran contratos bilaterales físicos con duración mínima de un año y que deben ser comunicados al operador del mercado con una periodicidad de tres días de anticipación conjuntamente con los puntos de suministro y consumo, generadores y consumidores involucrados.

Una vez celebrada la sesión del mercado diario, el Operador del Sistema evalúa la viabilidad técnica del programa de funcionamiento de las centrales de producción para garantizar la seguridad y fiabilidad del suministro en la red de transporte. Si el resultado de la casación del mercado diario no respeta los requisitos de calidad y confiabilidad, el procedimiento de solución de restricciones técnicas [33] retira de la casación las ofertas de venta que sean precisas y ordena la entrada de otras ofertas presentadas en dicha sesión, respetando el orden de precedencia económica. Una vez identificadas las restricciones técnicas, el operador del sistema estudia para cada conjunto de períodos horarios consecutivos con restricciones técnicas, la posible solución que técnicamente las resuelvan con un margen de seguridad adecuado.

Los problemas derivados para establecer la reserva para la regulación frecuencia/potencia que permitan al operador del sistema hacer frente a los desequilibrios entre la generación y el consumo se resuelven con medio de dos mercados independientes:

- Un primer mercado para la regulación secundaria, que corresponde al tradicional concepto en el que el regulador secundario puede actuar automáticamente y en los dos sentidos. El margen de potencia, en cada uno de los dos sentidos, se conoce como reserva o banda de regulación a subir o bajar.

- Un segundo mercado para la reserva de regulación terciaria, la cual está constituida por la variación máxima de potencia a subir o a bajar de los grupos del sistema que puede ser movilizada en un tiempo inferior a quince minutos con objeto de

reconstituir la reserva de regulación secundaria.

Por último, el mercado intradiario, es un mercado de ajustes de los desvíos en generación o en demanda que se pueden producir con posterioridad a haberse fijado el Programa Diario Viable Definitivo al que pueden acudir como demandantes y oferentes las centrales de producción, los distribuidores, comercializadores, consumidores cualificados y agentes externos, que tengan la condición de agentes del mercado.

En el caso de los compradores en el mercado diario, para poder acudir al mercado intradiario han de haber participado en la correspondiente sesión del mercado diario o en la ejecución de un contrato bilateral físico. Este mercado está organizado en seis sesiones y debe ser analizado por Red Eléctrica para garantizar el cumplimiento de los criterios de seguridad, tras lo cual se obtiene el Programa Horario Final [26][41][20][1].

3.6. Revisión Bibliográfica

En un mercado eléctrico perfecto, ninguno de los participantes tiene la capacidad de influir sobre los precios, comportándose todos como agentes seguidores. Según las teorías económicas la Estrategia Óptima de Oferta para un agente generador es ofertar a sus costes marginales de producción. Cuando un agente generador oferta a otros precios distintos de sus marginales está explorando las imperfecciones del mercado para incrementar sus ingresos. Podemos afirmar entonces, que una oferta estratégica es el proceso por el cual los participantes en un mercado desarrollan ofertas con la idea de maximizar sus beneficios.

Como se estudiará más adelante los mercados eléctricos están muy lejos de la competencia perfecta, representando buenos ejemplos de mercados imperfectos; como resultado de esto las compañías de generación deben incrementar sus ingresos por medio de ofertas estratégicas, en otras palabras, a través de su poder de mercado.

En la literatura se encuentra una gran cantidad de trabajos que estudian el problema de la oferta estratégica. En este apartado se analiza, en orden cronológico, los trabajos más importantes relacionados a este tema, al tiempo que se discuten los diversos métodos empleados para resolver dicho problema.

[30]: En este trabajo el autor presenta, para el mercado de Inglaterra y Gales, un modelo conceptual de oferta óptima utilizando como método de solución un desarrollo basado en Programación Dinámica (DP). en el cual, cada central oferta un precio para sus respectivos bloque de energía. También modelan las incertidumbres en la demanda, los costes del unit commitment y el comportamiento de los otros competidores.

El problema es solucionado modelando una compañía que oferta su energía en varios bloques (MWh) con un coste fijo de producción ($) para cada uno de los períodos

del horizonte de programación. Los competidores en el mercado se modelan agrupando a éstos en una sola compañía de generación; los cuales ofertan sus energías en bloques con sus respectivos precios, por lo cual se asume que esta información se conoce previamente. La función objetivo maximiza los ingresos de la compañía, al multiplicar la energía ofertada en cada período por la diferencia de precios ofertados por la empresa y la competencia.

En un mercado real, la oferta de las empresas competidoras no se puede conocer de antemano, es decir, es imposible saber la cantidad de energía y el precio a que ofertan las otras compañías. Sin embargo, éstas se pueden estimar o predecir basándose en datos históricos.

[61]: En este trabajo los autores presentan una estrategia cuasi-óptima para una compañía de generación que participa en un mercado. Para ello, desarrollan primero un mercado de energía estableciendo un conjunto de reglas, tales como que el operador del mercado sólo permite transacciones de potencia activa, sólo el operador tienen acceso a estas ofertas y a la información asociada. Además, se asigna la energía a cada agente sin tener en cuenta las restricciones del sistema de transmisión.

La estrategia consiste en elaborar una función de probabilidad para el competidor con un límites superior e inferior, entonces se maximizar el valor esperado del límite inferior en la función de beneficio para la compañía de generación. Esto tiene como efecto mejorar el valor esperado de los beneficios, pero no necesariamente representa su valor máximo. El desarrollo sólo es valido en el caso donde dos compañías compiten en un único bloque de energía. En el caso de múltiples bloques o más de dos compañías es necesario repetir varias veces el modelo. Además, una de las compañías basa su oferta en la premisa de que conoce el comportamiento de su competidor y este comportamiento es igual a una función de densidad de probabilidad de sus costes de producción, asumiendo que estos costes son constantes.

[44]: Los autores formulan un mercado competitivo para generadores incluyendo los aspectos más importantes del concepto de Pool; este concepto de *pool* está basado en el England and Wales Power Pool (EGP). En particular, se concentran en modelar la estrategia óptima de oferta para una compañía de generación tratando de aprovecharse, en la mejor manera posible, de los resultados del mecanismo de casación dados los costes y las restricciones.

El modelo de mercado eléctrico competitivo presentado en este artículo busca obtener el precio de mercado y cantidad de potencia a despachar, para ello cada agente vendedor de energía, típicamente generador, ofrece precios en función de la energía que pueden generar; estas funciones son modeladas como funciones lineales por

tramos entre los límites mínimos y máximos de las centrales oferentes. Usando la información suministrada por los generadores, se determina el esquema de generación para satisfacer la demanda prevista, a mínimo coste para el *pool*.

La coordinación y despacho de las centrales se basa en el procedimiento de subasta competitiva, donde los generadores envían los precios a los cuales estarían dispuestos a vender su energía, luego el mecanismo de casación presentado determina el despacho más económico que satisfaga la demanda prevista y las reservas de energía necesarias sin violar las restricciones físicas y de operación del sistema. Los generadores no están obligados a revelar ninguna información concerniente a sus costes reales. Los precios de la energía, el precio de arranque y el precio ofertado por la capacidad de generación son decisiones estratégicas de los participantes.

Dado que la función objetivo presentada en el articulo no es convexa, se utiliza la Relajación Lagrangiana en la solución del problema del mecanismo de casación. Este desarrollo les conduce a la descomposición en dos subproblemas, uno de ellos en término de los oferentes, en donde no existe acoplamiento entre las centrales en las restricciones. Este subproblema, a su vez, es utilizado para determinar la estrategia óptima de un generador conociendo el resultado del mecanismo de casación.

En la simulación reportada, los autores examinan la variación de los beneficios obtenidos de las ofertas con respecto a la variación en los parámetros y comparan éstos con la estrategia óptima de oferta. Además ignoran el precio de la energía de reserva y se concentran en el sistema de precios marginales. El artículo representa un buen ejemplo del funcionamiento de un mercado competitivo de generación, pero sólo enfoca el caso de competencia perfecta, dejando de lado los modelos de oligopolio. Por otro lado, modelan de forma explícita varias restricciones técnicas de las centrales de generación y de la red, pero no hace referencia al comportamiento de la demanda ni su influencia en la estrategia de la oferta.

[92]: En este artículo los autores simulan un mercado de tipo regional, basándose en el modelo propuesto para California donde las empresas generadoras y comercializadoras envían a un organismo independiente de administración sus ofertas de venta y compra de energía, respectivamente. Estas ofertas están estructuradas en orden ascendente de precios para las compañías de generación y en orden descendente para las empresas comercializadoras. El precio de mercado se obtiene cuando se alcanza un equilibrio de precios entre las ofertas de los agentes participantes.

El mercado se simula usando un Algoritmo Genético [78]. Cada miembro de la población corresponde a una compañía de generación; los autores consideran tres genes para cada una de las compañías de generación. En el ejemplo presentado, el algoritmo se inicia con una población de 24 compañías de generación, donde cada 12

nuevos reemplazan los 12 peores de la población. Asumen que todos los generadores tienen iguales límites mínimos y máximos de generación e igual coste de generación, representado por una función cuadrática.

En el trabajo, los autores no consideran la interrelación de orden económico que existe entre las compañías de generación, es decir; no especifican bajo qué tipo de mercado compiten las compañías de generación. Además, no toman en cuenta las restricciones técnicas de las centrales ni del sistema.

[8]: En este trabajo se ilustran las diferentes maneras como se puede ejercer el poder de mercado usando un modelo de interacción estratégica entre generadores. Los autores se valen de una pequeña red de cuatro nodos y cinco líneas para tomar en cuenta las restricciones de la red. En el modelo se simulan varios generadores y compradores. Cada generador cuenta con una función lineal de coste marginal, por otra parte la demanda también es representada por medio de una función lineal. El precio de la energía lo obtienen aplicado la definición de beneficio total, es decir: la suma de los beneficios totales de los generadores y los beneficios de los compradores, en otras palabras, el punto donde se interceptan las dos rectas.

En el trabajo se modelan tres tipos de competencia entre generadores: competencia perfecta, competencia imperfecta y monopolio. El modelo de la competencia imperfecta se basa en el concepto de equilibrio de las funciones de oferta, en el cual cada generador cree que los cambios en su oferta no motiva a los generadores rivales a modificar la curva de la ofertan que suministran. En el artículo se hace un buen estudio de cómo afectan las restricciones de la red a las estrategias de ofertas de las compañías de generación, además de hacer una exposición clara de los modelos económicos que se utilizan para estudiar el comportamiento estratégico de los generadores en un mercado eléctrico.

[104]: Los autores desarrollan una estrategia óptima de ofertas para competencia entre generadores, modelando la oferta por medio de una función lineal y el comportamiento de los competidores usando modelos probabilísticos.

Presentan un mecanismo de casación para la determinación del precio de mercado de la energía maximizando el beneficio social; el problema de optimización es formulado usando los costes marginales de producción como las curvas de ofertas de energía. Asumen que la maximización del beneficio social se alcanza si todos los generadores ofertan a sus costes marginales, lo cual representa un mercado de competencia perfecta.

Los generadores se simulan maximizando sus beneficios, sujeto a las restricciones del sistema, es decir: límites de energía para generadores y demanda, conservación de energía en cada nodo y las restricciones de transmisión de la red. Las ofertas de

los generadores son funciones lineales de sus costes marginales donde los parámetros de las rectas representan la pendiente y el punto de intersección con el eje de los precios.

Los parámetros de las rectas para los competidores se asumen desconocidas, de la información histórica se construye una función de probabilidad para la curva de oferta de los competidores. Estas funciones de probabilidad se usan para formular distintos escenarios. Para cada escenario se obtiene un precio de mercado y una cantidad a despachar, satisfaciendo las correspondientes restricciones de cada escenario. De esta forma, es posible representar las decisiones de mercado (ecuación de la recta) de los competidores, por la suma ponderada de los correspondientes beneficios en todos los escenarios.

El ejemplo numérico presenta un caso de dos generadores y una oferta de demanda en dos escenarios distintos, el mismo se resuelve por medio de programación no lineal implementado en *MATLAB*®. En el artículo no hay claridad en las restricciones de los generadores, ni las condiciones en el mecanismo de casación de la oferta. Además de asumir un comportamiento lineal de la oferta de los competidores.

[38]: El artículo describe una metodología general para la oferta en un mercado eléctrico liberalizado. Las decisiones de la empresa de generación son clasificadas por su rango temporal, es decir, por el horizonte de programación: el problema de programación semanal, lo cual está relacionado con la selección de las centrales que entrarán en servicio y el problema de programación diaria para hallar la oferta horaria óptima.

El problema semanal se define como la diferencia entre la venta de la energía y los costes durante un horizonte de 168 horas. Este problema determina los arranques y paradas de las centrales de generación formulándolo por medio de la programación lineal entera mixta. Luego se resuelve el problema de programación diaria con lo cual se obtienen las ofertas que serán enviadas al mercado.

El comportamiento de los competidores ha sido representado por medio de la estimación de sus curvas de ofertas. La predicción de estas curvas está basada en resultado del análisis de datos históricos. Utilizan una aproximación lineal de dichas curvas, definiendo una pendiente y un término independiente. Los beneficios de la empresa, que es una función cuadrática que depende de la potencia generada, la aproximan entre intervalos por un grupo de rectas tangentes a dicha curva. Cada tangente está definida por su pendiente y su término independiente.

El ejemplo presentado por los autores contempla una compañía de generación de 28 centrales térmicas, 2 plantas nucleares y 1 hidroeléctrica. Modelando los costes variables de las centrales por medio de rectas con término independiente igual a cero; también incluyen costes de arranque, parada y fijos. El modelo ha sido implementa

en *GAMS*® conjuntamente con *Cplex*®.

[52]: Hobbs, Metzler y Pang representan un mercado eléctrico oligopólico en el cual conviven diferentes compañías dominantes. Cada compañía de generación envía sus ofertas a un operador del sistema, escogiendo la oferta que maximice sus beneficios sujeta a la reacción prevista de sus rivales.

El modelo para una firma es formulado como un problema matemático con restricciones de equilibrio. Los autores presentan un ejemplo numérico basado en una red de 30 nudos incluyendo el equilibrio de Nash en el cual cada participante resuelve su problema de equilibrio. En el modelo de mercado propuesto en el trabajo, los autores asumen que existen varias compañías dueñas de sus propias centrales de producción. Cada central emite una oferta horaria de energía al operador del sistema. Cada oferta es de la forma de una función lineal no decreciente de precio marginal ($\$/MWh$). La demanda la representan como una función lineal con pendiente negativa. El operador del sistema asigna entonces la cantidad de potencia a vender por cada central, la cantidad de potencia a despachar a cada consumidor y a qué precio, basándose en un flujo óptimo de potencia (OPF). El flujo óptimo de potencia se calcula utilizando las ofertas de las centrales en vez de sus costes reales.

Desarrollan dos modelos de funciones de ofertas que representan la interacción de las firmas, análogas al modelo de Cournot. El primero es un modelo de dos niveles que representa el problema individual de una firma: éste determina las ofertas que maximizan los beneficios para esta firma, mientras las ofertas de las otras firmas permanecen constantes. El segundo modelo coordina los resultados del modelo individual de una firma en un intento por hallar un equilibrio entre todos los generadores, el equilibrio de Nash.

El ejemplo presentado para una sola firma incluye una red de 30 nudos, 41 líneas, 12 lazos, 6 nodos de generación y 21 de carga. También consideran los costes de generación, los límites superiores en las cantidades ofertadas y los límites superiores en la transmisión de potencia. El primer nivel del problema consiste en la oferta de la compañía donde la función la plantean como una función cuadrática que representa los ingresos menos los costes, resuelta por el algoritmo de punto interior [72]. El segundo nivel aborda el problema de equilibrio de precios incluyendo las restricciones debidas a las leyes de Kirchhoff, lo cual en realidad es un problema de optimización de flujo de potencia.

[118]: En este trabajo se presenta un modelo y método para la optimización de la oferta y auto-coordinación de las compañías de generación. El modelo considera un operador del sistema que selecciona las ofertas e incertidumbre en las ofertas de los otros participantes en el mercado.

El modelo de las ofertas consiste en parejas precio-cantidad. Para cada nivel de MW corresponde un precio, esta oferta la aproximan por medio de una función cuadrática de coste. La oferta propuesta por los rivales es modelada por medio de una función probabilidad de los parámetros de su correspondiente curva cuadrática de coste.

El operador del sistema modelado en el artículo decide los niveles de generación para cada participante que satisfaga la demanda a mínimo coste para un horizonte de 24 horas. En términos matemáticos esto se resuelve minimizando la sumatoria de las funciones cuadráticas de coste que modela las ofertas de las compañías competidoras. El problema es solucionado usando Relajación Lagrangiana dividiendo el mismo en dos subproblemas: uno para las centrales térmicas de generación y otro para el subproblemas de las ofertas.

El modelo de la compañía en forma individual decide los niveles de generación de cada una de sus centrales y una estrategia de oferta que maximice sus beneficios o minimice sus costes. En el modelo sólo se consideran centrales térmicas de generación.

[74]: Los autores plantean un desarrollo basado en Algoritmos Genéticos para hallar la estrategia óptima de oferta de un participante en un mercado eléctrico incluyendo en el modelo la incertidumbre en el comportamiento de los competidores. Utilizan una función probabilística lineal para la demanda residual con lo cual logran generar diferentes escenarios del comportamiento de los rivales para cada una de las estrategias nominales.

La estrategia de oferta está propuesta como un proceso de dos etapas. Durante el primer paso se utiliza un procedimiento de optimización para identificar el grupo de centrales disponibles o cantidades para luego ordenarlas por sus costes. En la segunda etapa se valen de un algoritmo genético para optimizar la oferta de precio considerando el comportamiento de sus competidores. Dicho comportamiento es modelado utilizando una suma ponderada de funciones probabilísticas, donde cada función es un modelo estocástico que representa la estrategia básica de un competidor. Los pesos son interpretados como la probabilidad de que ocurra esta particular estrategia. Estas estrategias básicas son modeladas en términos de función probabilística lineal de la demanda residual.

El modelo de mercado propuesto por los autores está controlado por un operador de mercado quien determina el precio y la cantidad de energía a despachar. Además asumen que dicho precio puede ser influenciado por la acción de uno de los participantes en el mercado, con lo cual consideran un mercado de tipo oligopolio. Por otro lado, no toman en cuenta restricciones técnicas de las centrales de generación ni del sistema.

[111]: La estrategia presentada por los autores asume que cada participante realiza una oferta por medio de una función lineal y que cada participante selecciona los coeficientes de esta recta que maximice sus beneficios, sujeto a las expectativas de cómo ofertarán sus rivales.

El problema de formular una estrategia óptima de oferta es presentada por una función objetivo que representa los beneficios de una firma en particular como los ingresos menos los costes, este problema se resuelve directamente usando el método de Monte Carlo [96] conjuntamente con una función de densidad de probabilidades para los parámetros de las ecuaciones de ofertas de los rivales.

El ejemplo reportado simula la competencia entre seis generadores conociendo su función de coste de producción y sus límites de generación. La función de probabilidad la utilizan para modelar el comportamiento cuando todas las compañías tienen igual información y cuando una de ellas cuenta con una información más precisa. También analizan los efectos de la elasticidad en la demanda.

[5]: En este trabajo los autores presentan un desarrollo para la estrategia de oferta basándose en programación estocástica para obtener la oferta óptima. En el modelo consideran la influencia que ejercen en el precio las ofertas tanto de la compañía de generación estudiada como de sus rivales, ésta última la representan usando el valor medio de la curva de demanda residual. Con estas curvas plantean una serie de posibles escenarios para luego seleccionar un óptimo por medio de un árbol de decisión.

La función objetivo para investigar la oferta óptima de la compañía se calcula como la diferencia entre los ingresos esperados y los costes esperados. Debido a que la ecuación de los ingresos esperados es una función no-lineal, los autores dividen esta función en secciones convexas y aproximan cada una de ellas a una función lineal por tramos. Consideran que la pendiente obtenida en cada segmento corresponde al ingreso marginal de la compañía para la correspondiente cantidad de energía despachada. Los autores afirman que el procedimiento de oferta estratégica presentado es demasiado complejo debido a la cantidad de variables binarias necesarias para linealizar la función de ingresos por lo cual sugieren una descomposición del mismo.

Por medio de la descomposición de Benders [6] los autores dividen el problema en dos subproblemas: uno para decidir la cantidad total y precio de la energía de la compañía y el otro para decidir cómo producir la cantidad ofertada. Ambos subproblemas trabajan en forma conjunta a través de un procedimiento iterativo que se realimentan mutuamente.

El ejemplo presentado contempla una compañía de generación con una capacidad instalada de 4500 MW de potencia térmica y 1620 MW de potencia hidroeléctrica.

El problema ha sido formulado en el paquete comercial *GAMS*® y resuelto con *Cplex*®.

[29]: En este artículo los autores presentan un modelo para la estrategia de ofertas en un mercado competitivo de electricidad considerando una política global de la empresa de generación, pero especificando la oferta de cada central de generación.

El modelo intenta producir un precio y cantidad óptima por medio de un proceso iterativo usando la demanda residual de la compañía de generación. El modelo de competencia propuesto en el trabajo se basa en el concepto de equilibrio de Cournot, donde una compañía trata de maximizar sus beneficios considerando que los otros competidores mantienen constantes sus comportamientos con respecto a las estrategias de la compañía.

El modelo es una aplicación del teorema cobweb [70] aplicado a mercados eléctricos. El proceso iterativo se inicia con la estimación, por parte del agente, del precio final de mercado. Luego de esto, el agente calcula su cantidad óptima de producción basándose en el precio estimado y entonces observa los efectos de su producción en el precio de mercado que resulta al ofertar su cantidad óptima, esto lo hace observando su curva de demanda residual. Con este nuevo precio el agente calcula su nuevo punto óptimo de producción. El proceso continúa hasta alcanzar una convergencia en el precio.

El ejemplo reportado muestra la aplicación del modelo a una teórica compañía de generación que incluye centrales térmicas e hidroeléctricas asumiendo conocidas las 24 curvas de demanda residual de la compañía, una para cada hora del horizonte de programación. El algoritmo ha sido implementado en lenguaje de programación C y el modulo de optimización *Cplex*® para resolver el problema de programación entera-mixta.

[27]: Los autores presentan en este artículo un modelo matemático para determinar la cantidad de energía que deben producir los generadores de una compañía de generación oligopólica que maximice sus beneficios en un mercado diario de energía. La solución propuesta en una técnica descendente acoplada con técnicas de programación lineal entera mixta. La elaboración de la estrategia óptima de oferta toma en cuenta la reacción de los competidores ante ésta.

En el modelo desarrollado se asume que cada compañía dispone de sus correspondientes curvas de demandas residuales. Esta curva la definen como una función escalonada monótonamente decreciente de la cuota de mercado de la compañía oligopólica de generación. El problema de maximizar los beneficios de la compañía, se plantea como un problema iterativo en el cual se establece un vector inicial de precios de la curva de demanda residual y luego se calcula la energía a producir

por cada una de las centrales de la empresa oligopólica que maximice sus beneficios. Luego se sustituye el vector de precios y se calcula nuevamente la energía a producir; este proceso continúa hasta que el beneficio converja, con lo cual el vector de precios también converge, con lo cual se obtiene la oferta óptima para el mercado diario.

El ejemplo reportado presenta un *pool* compuesto por 80 centrales donde la empresa oligopólica es propietaria de 20 de estas centrales, sin considerar centrales hidroeléctricas. El programa fue desarrollado en *GAMS*® y el problema de optimización ha sido resuelto con *Cplex*®.

Capítulo 4

Modelos Matemáticos de las Centrales de Generación

Diversos son los modelos adoptados para simular las restricciones técnicas de las centrales de generación, muchos de ellos realizan una serie de simplificaciones debido principalmente a las características no lineales que presentan estas centrales, las cuales se simplifican en muchos casos asumiendo una relación lineal. En este capítulo se formularán modelos de las características no lineales de las centrales hidroeléctricas y termoeléctricas valiéndose de la bondad que posee la aproximación lineal por tramos para modelar funciones no lineales y de los avances que ha experimentado en los últimos años la programación lineal entera mixta; lo cual permite modelar funciones, bien sean cóncavas o convexas, con un grado de exactitud bastante aceptable. Los estudios realizados en este trabajo contemplan a centrales tanto de tipo termoeléctrica cómo hidroeléctrica, por lo cual es necesario definir los modelos matemáticos a utilizar para las características de dichas centrales. Así, los objetivos del presente capítulo se pueden plantear cómo:

1. Formular modelos matemáticos de las características no lineales y no convexas de las centrales de generación hidroeléctricas por medio de la aproximación lineal por tramos.

2. Formular modelos matemáticos de las características de generación de las centrales de generación termoeléctricas.

3. Modelar los costes de operación de las centrales eléctricas, tales cómo: costes de arranque y parada, costes variables y costes fijos.

Los modelos matemáticos para las centrales hidroeléctricas se basan principalmente en los trabajos realizados por Piekutowski [88] y Chang [24][23], mientras que los modelos para las características de generación de las centrales térmicas y sus costes de producción se basan en trabajos realizados por diversos autores, entre los cuales se pueden indicar los modelos desarrollados por Arroyo [3], Shoults [102] y Grubb [46].

4.1. Central de Generación Hidroeléctrica

Las centrales hidroeléctricas tienen una ventaja competitiva y es su bajo coste de operación, pero en contrapartida tienen un gran desembolso inicial debido a su elevado coste de instalación. Su principal limitación es el volumen de agua del cual disponen para transformar la energía mecánica en eléctrica, ya que ésta depende del volumen almacenado en los embalses y la contribución de sus afluentes. En un mercado competitivo, es necesario determinar el valor esperado del agua para decidir de forma adecuada en que períodos utilizarla para producir energía eléctrica [18].

La característica entrada-salida y el desembalse de agua sin producción de electricidad, son las dos características no lineales de las centrales hidroeléctricas que contemplan el nivel de agua de los embalses, los cuales se modelan a continuación.

4.1.1. Característica Entrada-Salida

La potencia que una planta hidroeléctrica puede entregar está altamente relacionada con el caudal que pueda circular por su turbina y la altura del salto de agua. Las centrales hidroeléctricas cuentan con unas características entrada-salida, similar al de las plantas térmicas, que relaciona el caudal de agua que atraviesa su turbina para una determinada altura del salto de agua con la potencia que es capaz de entregar la central. La entrada de éstas está en términos de volumen de agua por unidad de tiempo, generalmente expresado en m^3/s ó Hm^3/h, y donde la salida se expresa en términos de potencia eléctrica, MW. La figura 4.1 muestra una curva típica para una planta hidroeléctrica.

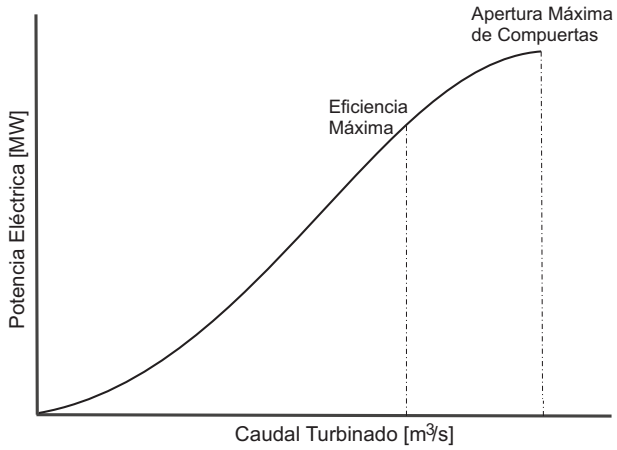

Figura 4.1. Característica entrada-salida de una central hidroeléctrica.

En muchos casos la generación neta de energía eléctrica se calcula como una función de la altura del salto de agua, del caudal de agua que atraviesa la turbina y de la eficiencia

de la máquina, esto es:

$$\begin{aligned} P &= f(Q,h) \\ &= 0{,}00981 \cdot \eta \cdot h \cdot Q \\ &= \rho Q \end{aligned} \tag{4.1}$$

donde ρ es el factor de productividad, η es la eficiencia de la máquina, h es la altura del salto de agua y Q es el caudal que atraviesa la turbina.

El problema de tomar este modelo es que se considera la curva de entrada-salida de la central de generación hidroeléctrica como una curva lineal, cometiéndose errores en el modelo. La característica no lineal usualmente toma la forma mostrada en la figura 4.2, la cual presenta una región convexa cuando la central trabaja a potencia reducida y una región cóncava cuando esta funciona cerca de su punto de máxima eficiencia. En la práctica es inusual que las centrales hidroeléctricas operen en la región inferior de su curva, en cambio operan cerca de sus puntos de máxima eficiencia o de apertura máxima de las compuertas [88]. En un mercado competitivo la central de generación debe modelar sus características con la mayor precisión posible para poder competir en el mercado.

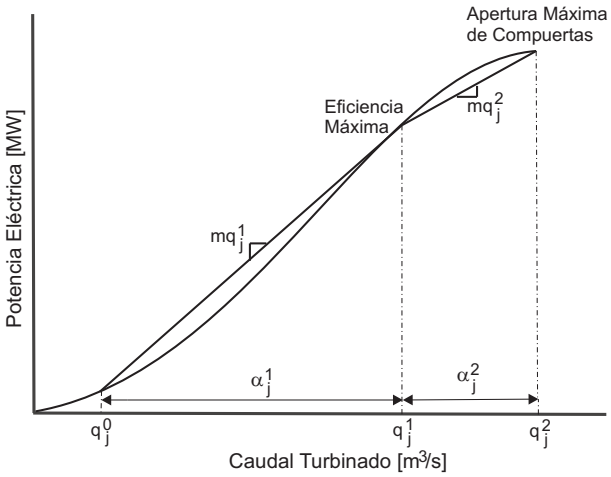

Figura 4.2. Aproximación lineal de dos tramos de la característica entrada-salida de una central hidroeléctrica.

Una solución práctica para modelar esta característica se obtiene al tratar la curva como una función lineal por tramos haciendo uso de los valores correctos de máxima eficiencia y caudal a máxima apertura de compuertas, tal cómo se muestra en la figura 4.2. De esta forma, la característica entrada-salida de las centrales hidroeléctricas pueden expresarse como:

$$P_{jh} = \begin{cases} P_{jh}^0 + mq_{jh}^1 \alpha_{jh}^1 & q_{jh}^0 \leqslant q_{jh}^1 \\ P_{jh}^0 + mq_{jh}^1 \left(q_{jh}^1 - q_{jh}^0\right) + mq_{jh}^2 \alpha_{jh}^2 & q_{jh}^0 \leqslant q_{jh}^1 \end{cases} \tag{4.2}$$

donde P_{jh} y P^0_{jh} representan la potencia de salida y la potencia mínima de la central hidroeléctrica jh, respectivamente. mq^1_{jh} y mq^2_{jh} son el valor de las pendientes del primer y segundo, respectivamente. q^0_{jh} es el caudal mínimo de la central jh, q^1_{jh} y q^2_{jh} son los límites de los tramos y α^1_{jh}, α^2_{jh} son variables continuas que modelan el caudal que atraviesa la turbina en su respectivo tramo.

La ecuación (4.2) puede ser implementada mediante una aproximación lineal de dos tramos con las siguientes expresiones matemáticas:

$$P_{jh,h} = P^0_{jh} x_{jh,h} + \sum_{k=1}^{2} mq^k_{jh} \alpha^k_{jh,h} \qquad \forall jh \epsilon JH, \forall h \in H \tag{4.3}$$

$$Q_{jh,h} = q^0_{jh} x_{jh,h} + \sum_{k=1}^{2} \alpha^k_{jh,h} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{4.4}$$

$$\left(q^1_{jh} - q^0_{jh}\right) w^1_{jh,h} \leqslant \alpha^1_{jh} \leqslant \left(q^1_{jh} - q^0_{jh}\right) x_{jh,h} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{4.5}$$

$$0 \leqslant \alpha^2_{jh} \leqslant \left(q^2_{jh} - q^1_{jh}\right) w_{jh,h} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{4.6}$$

$$w^1_{jh,h} \leqslant x_{jh,h} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{4.7}$$

donde JH es el conjunto de centrales hidroeléctricas y H es el número de horas del horizonte de programación. $P_{jh,h}$ y P^0_{jh} representan la potencia de salida en la hora h y la potencia mínima de la central hidroeléctrica jh, respectivamente. mq^k_{jh} es la pendiente del *k-ésimo* tramo de la característica entrada-salida de central jh. $\alpha^k_{jh,h}$ son variables positivas que representan el caudal que atraviesa la turbina en el *k-ésimo* tramo de la central jh en la hora h. $Q_{jh,h}$ es el caudal que atraviesa la turbina de la central jh en la hora h, q^1_{jh} y q^2_{jh} representan el límite superior del primer y segundo tramo, respectivamente, de la central jh. $w^1_{jh,h}$ es una variable binaria e igual a 1 si el tramo de la central jh, al cual controla, es requerido al inicio de la hora h. $x_{jh,h}$ son variables binarias e iguales a 1 si la central jh está conectada al inicio de la hora h.

Analicemos lo que sucede con las ecuaciones (4.3) a (4.7) para los dos valores que puede tomar la variable de control $w^1_{jh,h}$:

Caso 1: $w^1_{jh,h} = 0$, la ecuación (4.5) obliga a $0 \leqslant \alpha^1_{jh} \leqslant \left(q^1_{jh} - q^0_{jh}\right)$ y la ecuación (4.6) obliga a $0 \leqslant \alpha^2_{jh} \leqslant 0$, por lo tanto, la variable α^1_{jh} toma un valor positivo menor o igual a $q^1_{jh} - q^0_{jh}$, y la variable $\alpha^2_{jh} = 0$. Con lo cual el caudal turbinado es igual a: $Q_{jh,h} = q^0_{jh} + \alpha^1_{jh,h}$ y la potencia generada viene dada por: $P_{jh,h} = P^0_{jh} + mq^1_{jh}\alpha^1_{jh,h}$.

Caso 2: $w^1_{jh,h} = 1$, La ecuación (4.5) obliga a $(q^1_{jh} - q^0_{jh}) \leqslant \alpha^1_{jh} \leqslant (q^1_{jh} - q^0_{jh})$, y la ecuación (4.6) obliga a $0 \leqslant \alpha^2_{jh} \leqslant (q^2_{jh} - q^1_{jh})$, por lo tanto, la variable $\alpha^1_{jh,h}$ es igual a $q^1_{jh} - q^0_{jh}$ y la variable $\alpha^2_{jh,h}$ toma un valor positivo menor o igual que la diferencia $q^2_{jh} - q^1_{jh}$. Con lo que el caudal que atraviesa la turbina es igual a: $Q_{jh,h} = q^0_{jh} + (q^1_{jh} - q^0_{jh}) + \alpha^2_{jh,h}$ y la potencia entregada por la central es: $P_{jh,h} = P^0_{jh} x_{jh,h} + mq^1_{jh}(q^1_{jh} - q^0_{jh}) + mq^2_{jh}\alpha^2_{jh,h}$.

El modelo se puede extender para K tramos, tal cómo se muestra en la figura 4.3, de

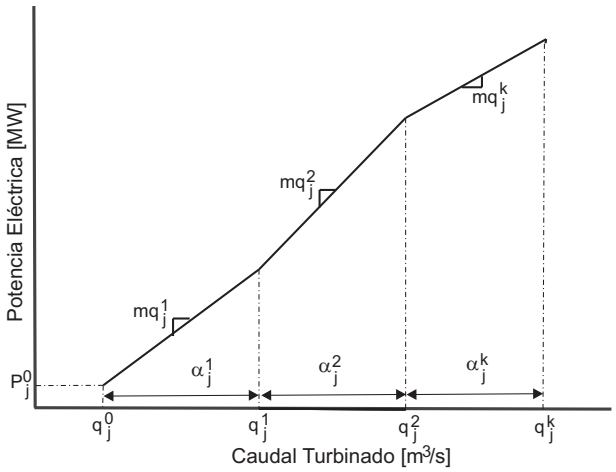

Figura 4.3. Aproximación lineal de K tramos de la característica entrada-salida de una central hidroeléctrica

esta manera la característica entrada-salida puede formularse como:

$$P_{jh,h} = P^0_{jh} x_{jh,h} + \sum_{k=1}^{K} mq^k_{jh} \alpha^k_{jh,h} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{4.8}$$

$$Q_{jh,h} = q^0_{jh} x_{jh,h} + \sum_{k=1}^{K} \alpha^k_{jh,h} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{4.9}$$

$$\left(q^k_{jh} - q^{k-1}_{jh}\right) w^k_{jh,h} \leqslant \alpha^k_{jh} \leqslant \left(q^k_{jh} - q^{k-1}_{jh}\right) x_{jh,h} \qquad k = 1, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{4.10}$$

$$\left(q^k_{jh} - q^{k-1}_{jh}\right) w^k_{jh,h} \leqslant \alpha^k_{jh,h} \leqslant \left(q^k_{jh} - q^{k-1}_{jh}\right) w^{k-1}_{jh,h} \qquad k = 2 \ldots K-1, \quad \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{4.11}$$

$$0 \leqslant \alpha^k_{jh} \leqslant \left(q^k_{jh} - q^{k-1}_{jh}\right) w^{k-1}_{jh,h} \qquad k = K, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{4.12}$$

donde, K es el número de tramos de la aproximación lineal, mq^k_{jh} es la pendiente del *k-ésimo* tramo de la característica entrada-salida de central jh. $\alpha^k_{jh,h}$ son variables positivas que representan el caudal que atraviesa la turbina en el *k-ésimo* tramo de la central jh en la hora h, q^k_{jh} es el límite superior del *k-ésimo* tramo de la central jh. $w^k_{jh,h}$ son variables binarias, las cuales son iguales a 1 si el *k-ésimo* tramo de la central jh es requerido al inicio de la hora h.

Son pocas las contribuciones encontradas en la literatura técnica que aborden este problema. Piekutowski [88] es uno de los primeros en aplicar este modelo en forma sencilla. Posteriormente, Chang [23][24] modela el problema introduciendo variables binarias que controlan el estado de las centrales de generación a diferencia del modelo presentado aquí, que usa las variables binarias para gobernar las variables continuas que modelan el caudal que atraviesa la turbina.

4.1.2. Desembalse Natural de Agua

Los aliviaderos se utilizan para proporcionar adecuada salida al agua sobrante en el embalse. El caudal de agua desembalsado ha sido modelado como una función del volumen del embalse y se asume que el desembalse es nulo si el volumen del agua en el embalse es menor que un límite preestablecido (v^1_{jh}). Esto se puede modelar fácilmente por medio de una aproximación lineal por tramos, tal como se muestra en la figura 4.4, donde el desembalse es igual a cero si el volumen del agua en el embalse es menor que el primer segmento, luego se establecen otros dos segmentos para garantizar que el volumen del embalse no rebase los límites asignados.

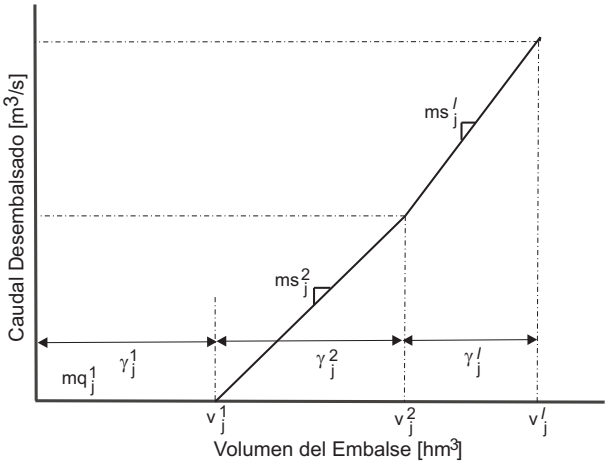

Figura 4.4. Características de desembalse de una central hidroeléctrica.

El comportamiento del desagüe del embalse se puede formular como:

$$So_{jh} = \begin{cases} ms^1_{jh}\gamma^1_{jh} & 0 \leqslant v_{jh} \leqslant v^1_{jh} \\ ms^1_{jh}v^1_{jh} + ms^2_{jh}\gamma^2_{jh} & v^1_{jh} \leqslant v_{jh} \leqslant v^2_{jh} \\ ms^1_{jh}v^1_{jh} + ms^2_{jh}(v^2_{jh} - v^1_{jh}) + ms^3_{jh}\gamma^3_{jh} & v^2_{jh} \leqslant v_{jh} \leqslant v^3_{jh} \end{cases} \tag{4.13}$$

donde So_{jh} es el desembalse natural en función del volumen del embalse correspondiente a la central jh. ms^1_{jh},ms^2_{jh} y ms^3_{jh} son los valores de las pendientes del primer, segundo y tercer tramo de la aproximación para la central jh, respectivamente. v^1_{jh}, v^2_{jh} y γ^3_{jh} son los límites superiores de los tramos. γ^1_{jh}, γ^2_{jh} y γ^3_{jh} son variables positivas que representan el volumen en su correspondiente tramo.

La aproximación lineal por tramos se modela por medio de las siguientes expresiones lineales:

$$So_{jh,h} = \sum_{l=1}^{L} ms^l_{jh}\gamma^l_{jh,h} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{4.14}$$

$$v_{jh,h} = \sum_{l=1}^{L} \gamma^l_{jh,h} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (4.15)$$

$$v^l_{jh} w^l_{jh,h} \leqslant \gamma^l_{jh,h} \leqslant v^l_{jh} \qquad l = 1, \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (4.16)$$

$$\left(v^l_{jh} - v^{l-1}_{jh}\right) w^l_{jh,h} \leqslant \gamma^l_{jh,h} \leqslant \left(v^l_{jh} - v^{l-1}_{jh}\right) w^{l-1}_{jh,h} \qquad l = 2 \ldots L-1, \quad \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (4.17)$$

$$0 \leqslant \gamma^l_{jh} \leqslant \left(v^l_{jh} - v^{l-1}_{jh}\right) w^{l-1}_{jh,h} \qquad l = L, \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (4.18)$$

$$w^k_{jh,h} \leqslant x_{jh,h} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (4.19)$$

donde L es el número de tramos de la aproximación lineal por tramos. $So_{jh,h}$ es el desembalse de la central jh en la hora h. ms^l_{jh} es la pendiente de *l-ésimo* tramo correspondiente a la central jh. $\gamma^l_{jh,h}$ son variables positivas que representan el volumen en el *l-ésimo* tramo correspondiente a la central jh en la hora h. v^l_{jh} son los límites superiores del correspondiente embalse de la central jh. w^l_{jh} son variables binarias e igual a 1 si el volumen del *l-ésimo* tramo de la central jh es requerido en la hora h.

Pasemos a analizar el comportamiento de las ecuaciones anteriores, para los distintos valores que pueden tomar las variables binarias de control w^l_{jh}, w^l_{jh} para una aproximación de tres tramos ($L = 3$):

Caso 1: $w^1_{jh} = 0$ y $w^2_{jh} = 0$. La ecuación (4.16) restringe $0 \leqslant \gamma^1_{jh,h} \leqslant v^1_{jh}$, mientras que las ecuaciones (4.17) y (4.18) obliga a las variables continuas $\gamma^2_{jh,h}$ y $\gamma^3_{jh,h}$ a que sean iguales a cero. Entonces, el caudal desembalsado (ec. (4.14)) viene dado por $So_{jh,h} = ms^1_{jh}\gamma^1_{jh,h}$ y con la ecuación (4.15) obtenemos el volumen en el embalse, $v_{jh,h} = \gamma^1_{jh,h}$.

Caso 2: $w^1_{jh} = 1$ y $w^2_{jh} = 0$. La ecuación (4.16) restringe a que la variable continua $\gamma^1_{jh,h}$ sea igual al primer limite de volumen, $v^1_{jh,h} \leqslant \gamma^1_{jh,h} \leqslant v^1_{jh,h}$. Mientras que la ecuación (4.17) obliga a que la variable continua positiva $\gamma^2_{jh,h}$ sea menor o igual a la diferencia entre los dos primeros limites de volumen, esto es: $0 \leqslant \gamma^2_{jh,h} \leqslant (v^2_{jh,h} - v^1_{jh,h})$. La ecuación (4.18) obliga a la variable $\gamma^3_{jh,h}$ a ser igual a cero. Entonces la ecuación (4.14) es $So_{jh,h} = ms^1_{jh}v^1_{jh,h} + ms^2_{jh}\gamma^2_{jh,h}$ y con la ecuación (4.15) obtenemos el volumen en el embalse, $v_{jh,h} = v^1_{jh} + \gamma^2_{jh,h}$.

Caso 3: $w^1_{jh} = 1$ y $w^2_{jh} = 1$. La ecuación (4.16) obliga a la variable continua $\gamma^1_{jh,h}$ a ser igual al primer limite de volumen, $v^1_{jh,h} \leqslant \gamma^1_{jh,h} \leqslant v^1_{jh,h}$. Mientras que la ecuación (4.17) obliga a la variable continua positiva $\gamma^2_{jh,h}$ a ser igual a la diferencia entre los dos primeros limites de volumen, esto es: $(v^2_{jh,h} - v^1_{jh,h}) \leqslant \gamma^2_{jh,h} \leqslant (v^2_{jh,h} - v^1_{jh,h})$. La ecuación (4.18) obliga a la variable $\gamma^3_{jh,h}$ a tomar un valor positivo menor o igual a la diferencia entre el segundo y tercer limite de tramo, es decir: $0 \leqslant \gamma^3_{jh,h} \leqslant (v^3_{jh,h} - v^2_{jh,h})$. Entonces la ecuación (4.14) viene dada por: $So_{jh,h} = ms^1_{jh}v^1_{jh,h} + ms^2_{jh}(v^2_{jh,h} - v^1_{jh,h}) + ms^3_{jh}\gamma^3_{jh,h}$ y con la ecuación (4.15) obtenemos el volumen en el embalse, $v_{jh,h} = v^1_{jh} + v^2_{jh} + \gamma^3_{jh,h}$.

Caso 4: $w^1_{jh} = 0$ y $w^2_{jh} = 1$. La ecuación (4.16) obliga a la variable continua $\gamma^1_{jh,h}$ a ser igual o menor al primer limite de volumen, $v^1_{jh,h} \leqslant \gamma^1_{jh,h} \leqslant v^1_{jh,h}$. Mientras que la ecuación (4.17) obliga a la variable continua positiva $\gamma^2_{jh,h}$ a ser mayor o igual a la diferencia entre los dos primeros limites de volumen, pero menor que cero; esto es: $(v^2_{jh,h} - v^1_{jh,h}) \leqslant \gamma^2_{jh,h} \leqslant 0$, lo cual es una inconsistencia. Para evitar esta inconsistencia se agrega la ecuación (4.19) con lo cual variable binaria w^1_{jh} siempre será mayor o igual a w^1_{jh} y ambas siempre serán iguales a cero cuando x_{jh} sea igual a cero.

4.1.3. Balance de Agua

El principal recurso con que cuentan las centrales hidroeléctricas es el volumen de agua almacenada en sus embalses, este depende del caudal de agua que ingresa al embalse procedente de los afluentes naturales, el caudal de agua que atraviesa las turbinas para producir energía y el volumen desembalsado sin producción de energía. Además, los embalses de agua tienen límites de capacidad, tanto máximos como mínimos, cada central hidroeléctrica tiene asociada un volumen de agua que corresponde a estos límites. En una

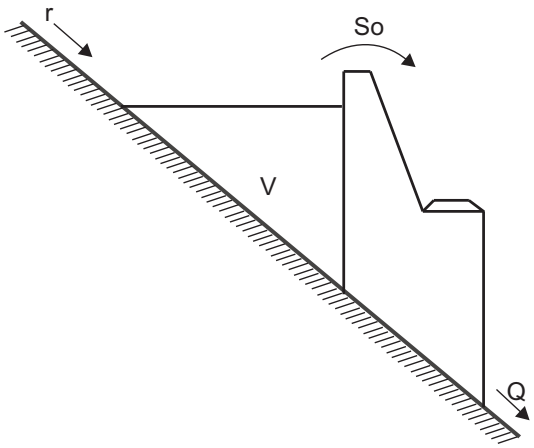

Figura 4.5. Restricciones hidráulicas asociadas a la central hidroeléctrica.

programación horaria el volumen del embalse depende del comportamiento horario de cada uno de los factores enumerados anteriormente. Por otra parte, la contribución de los afluentes naturales tampoco suele ser constante lo cual complica un poco más el problema de simular el comportamiento del embalse. A continuación se formula el balance de agua para una planta aislada, tal como se muestra en la figura 4.5.

$$v^m_{jh} \leqslant v_{jh} \leqslant v^M_{jh} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (4.20)$$

$$v_{jh,h} = v^{in}_{jh} - Qr\big(q^0_{jh} - r_{jh,h}\big) \qquad \forall jh \in JH, h = 1 \qquad (4.21)$$

$$v_{jh,h} = v_{jh,h-1} + Qr\big[r_{jh,h} - \big(Q_{jh,h} + So_{jh,h}\big)\big] \qquad \forall jh \in JH, h = 2 \ldots H \qquad (4.22)$$

donde $v_{jh,h}$ es el volumen correspondiente al embalse jh durante la hora h. v_{jh}^{m} y v_{jh}^{M} son el volumen mínimo y máximo del embalse jh, respectivamente. $r_{jh,h}$ es la contribución natural del afluente que alimenta al embalse jh en la hora h. q_{jh}^{0} es el caudal inicial turbinado por la central jh. v_{jh}^{in} es el volumen inicial del embalse jh. Qr es el factor de conversión de caudal a volumen.

La ecuación (4.20) establece los límites mínimos y máximos del embalse, la ecuación (4.21) establece el volumen para la hora inicial del horizonte de programación mientras que la ecuación (4.22) establece que el volumen al final de la hora h es igual al volumen en el embalse en la hora precedente $(h-1)$ más la contribución del afluente, menos el caudal de agua que atraviesa la turbina y el volumen que desembalsa sin producción de energía eléctrica.

4.1.4. Balance de Agua con Acoplamiento Hidráulico

En muchos casos las plantas hidroeléctricas comparten una misma cuenca hidrográfica, con lo cual interviene otro factor en el balance de agua, ya que las centrales están acopladas hidráulicamente y el caudal de agua que recibe el embalse, ubicado aguas abajo, tiene un retardo de tiempo debido a la demora que experimenta el agua en desplazarse de un embalse a otro.

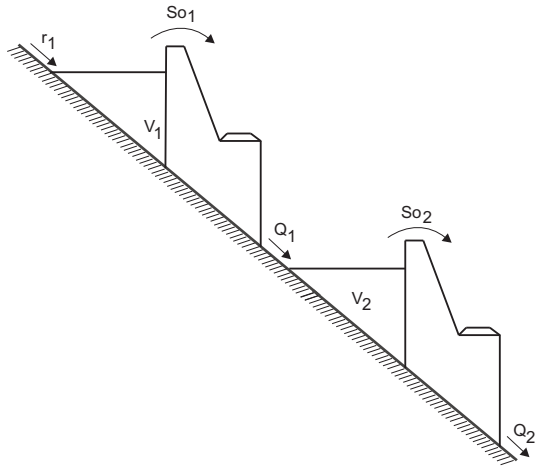

Figura 4.6. Unidades hidroeléctricas con acoplamiento hidráulico.

Considere un sistema acoplado hidráulicamente consistente de dos embalses en serie, como se muestra en la figura 4.6. Cualquier descarga de agua del embalse aguas arriba se asume como una caudal de agua que alimenta al siguiente embalse aguas abajo, con un retardo de tiempo en el caudal de agua que alimenta al segundo embalse (τ). Además, se asume que el segundo embalse cuenta con entrada adicional de agua. La ecuación de

balance de agua para ambos embalses se puede formular como:

Embalse Nº 1.

$$v_{jh,h} = v_{jh}^{in} - Qr\big(q_{jh}^{0} - r_{jh,h}\big) \qquad jh = 1, h = 1 \tag{4.23}$$
$$v_{jh,h} = v_{jh,h-1} + Qr\big[r_{jh,h} - \big(Q_{jh,h} + So_{jh,h}\big)\big] \qquad jh = 1, h = 2 \dots H \tag{4.24}$$

Embalse Nº 2.

$$v_{jh,h} = v_{jh}^{in} - Qr\big(q_{jh}^{0} - r_{jh,h} - Q_{ju,h-\tau} - So_{ju,h-}\big) \qquad jh = 2, h = 1 \tag{4.25}$$
$$v_{jh,h} = v_{jh,h-1} - Qr\big(Q_{jh,h} + So_{jh,h} - r_{jh,h}\big) + \\ + Qr\big(Q_{ju,h-\tau} + So_{ju,h-\tau}\big) \qquad jh = 2, h = 2 \dots H \tag{4.26}$$

donde ju es la central hidroeléctrica ubicada aguas arriba de la central jh. La ecuación (4.26) establece que el volumen del embalse aguas abajo es igual a la suma de las contribuciones de agua menos el volumen de agua turbinado y desembalsado. El modelo puede extenderse en el caso de más de dos centrales acopladas hidráulicamente, esto es:

$$v_{jh,h} = v_{jh,h-1} - Qr\big(Q_{jh,h} + So_{jh,h} - r_{jh,h}\big) + \\ + Qr \sum_{jh \in \Omega_{ju}} \big(Q_{ju,h-\tau} + So_{ju,h-\tau}\big) \qquad \forall jh \in JH \dots H \tag{4.27}$$

donde Ω_{ju} es el conjunto de centrales hidroeléctricas que comparten un mismo afluente, ju es la central aguas arriba con respecto a la central jh.

4.1.5. Coste de Producción

A diferencia de las centrales térmicas, en las plantas hidroeléctricas los costes de combustible y de desconexión no existen. Los costes de operación de estas plantas esta constituidos por el coste de mantenimiento [98], este coste se puede representar como una relación lineal de los niveles de producción. Es decir:

$$Cp_{jh,h} = m_{jh} P_{jh,h} x_{jh,h} \tag{4.28}$$

donde m_{jh} es el coeficiente de la curva de mantenimiento de la central hidroeléctrica jh. Típicamente, en las centrales termoeléctricas, este coste es modelado como parte del coste de combustible. En la práctica, suelen modelarse a las centrales hidroeléctricas con costes de producción iguales a cero o asociarles los costes de operación inmediatos y futuros, involucrados con el uso del agua [87], ver sección 2.6.

4.1.6. Coste de Arranque

Generalmente los costes de mantenimiento no representan costes inmediatos. Sin embargo, es importante considerar estos costes en la planificación a corto plazo dado que el coste de mantenimiento está afectado por la forma en la cual se opera el sistema. Una parte de los costes de mantenimiento pueden ser asignados al coste de arranque de las centrales hidroeléctricas [81].

Diversos son los elementos que componen el coste de arranque en las centrales hidroeléctricas, entre los cuales los más destacados están: la pérdida de agua en el arranque normal o el coste en la mano de obra extra cuando falla el arranque de una central; además de los costes involucrados en el mantenimiento. En [4] se presenta un par de modelos para calcular el coste de arranque. El primer modelo está relacionado directamente con los costes del personal y la pérdida de agua durante un arranque normal, mientras que el segundo esquema propuesto depende del número de horas de operación de la central hidroeléctrica. En este trabajo se asume que el coste de arranque es proporcional al valor del agua, ver sección 2.6, y se desprecia el coste del personal en el arranque.

4.2. Central de Bombeo

Una central de bombeo puede reutilizar su energía hidráulica transportando el agua de un embalse a otro. Para una económica utilización de este recurso la central bombea el agua durante los períodos de baja demanda y bajo coste y realiza la descarga del agua, es decir genera electricidad, en las horas de alta demanda y precios altos. Además, las centrales de bombeo proveen una excelente energía de reserva secundaria, tanto en su estado de generación como en su etapa de bombeo, debido a su capacidad para pasar de forma rápida de un estado a otro y de aumentar o reducir sus niveles de generación.

La programación de este tipo de centrales en un mercado eléctrico es compleja debido a que su funcionamiento se mueve en regiones discontinuas de operación. La figura 4.7 muestra una curva típica de la característica de conversión caudal (Hm^3/s) a potencia (MW) de una central de bombeo; en la curva se puede distinguir una región discontinua en la zona de generación, además de la forma cóncava de la relación descarga-potencia de salida. En este modo de operación la característica de la central de bombeo es similar a las centrales hidroeléctricas, el tratamiento matemático se plantea de igual forma que para el modelo de las centrales hidroeléctricas, es decir, se ha utilizando la aproximación lineal por tramos para modelar la característica entrada-salida de la central. La central de un período a otro puede funcionar en uno de los tres estado naturales a saber: bombeo, generación, desconectada. La figura 4.8 representa los tres estados entre los que tiene que decidir la central al pasar de un período a otro del horizonte de programación.

Las centrales de bombeo tienen un papel importante en los mercados eléctricos debido

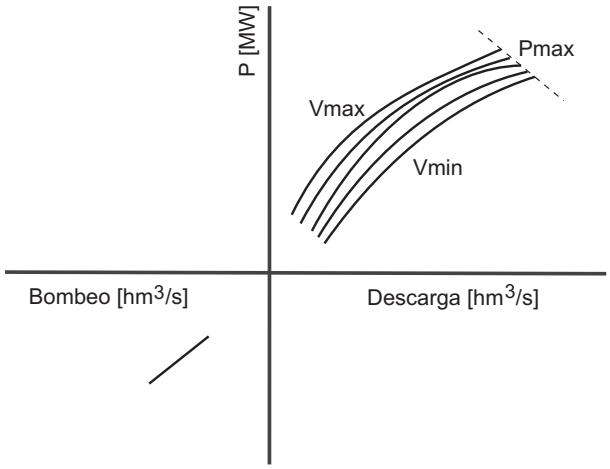

Figura 4.7. Característica típica entrada salida para una central de bombeo.

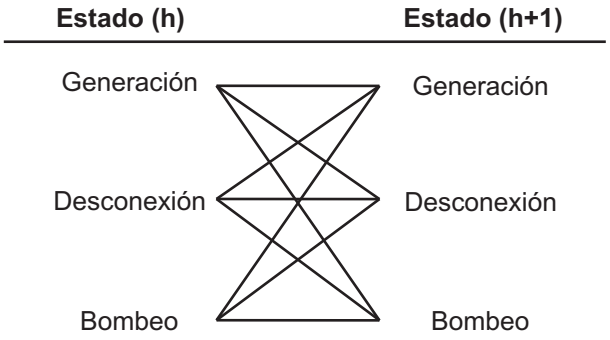

Figura 4.8. Posibles estados de la central de bombeo.

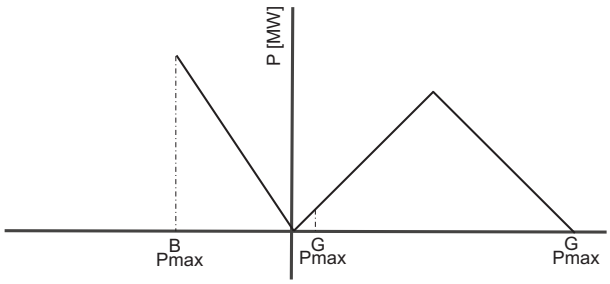

Figura 4.9. Energía de reserva en función de la potencia de generación o bombeo.

al rol que juegan entre la energía y la banda secundaria de reserva. En el estado de bombeo, la contribución de reserva es la misma que el nivel de potencia necesaria usada para bombear el agua, puesto que la central puede desconectarse rápidamente para reducir la demanda. En el estado de generación, la reserva es igual a la capacidad de generación de la central menos el nivel de potencia generada para ese período [80]. La contribución de reserva de una central de bombeo es una función lineal por tramos de la potencia generada

o de la potencia usada para bombear como se muestra en figura 4.9 [48].

4.2.1. Modelo Matemático

Los beneficios que recibe la central se derivan de la venta de energía y de su potencia de reserva secundaria, además sus costes de operación son bajos hasta el punto que se puede asumir despreciables, así el modelo para maximizar los beneficios en un mercado eléctrico se puede formular como un problema de programación lineal entera mixta de la siguiente manera:

$$\text{máx} \sum_{jb \in JB} \left\{ \lambda_h P_{jb,h} + \mu_h \left(P_{jb}^M x_{jb,h} - P_{jb,h} \right) - \mu_h P_{jb,h}^B \right\} \tag{4.29}$$

donde: λ_h es el precio de mercado de la energía en la hora h y μ_h es el precio de la banda secundaria en la hora h. $P_{jb,h}$ es la potencia generada/consumida de la central de bombeo jb en la hora h, P_{jb}^M es la potencia máxima de la central jb en estado de generación, $P_{jb,h}^B$ es la potencia de bombeo de la central jb a la hora h. La función objetivo descrita por la ecuación (4.29) está sujeta a las siguientes restricciones:

- La potencia de la central de bombeo en cada hora h es igual a la potencia generada o a la potencia consumida en el bombeo. Los mismo ocurre con el caudal de agua que atraviesa a la central, ésta debe ser igual al caudal turbinado o bombeado dependiendo del estado en el cual se encuentre, con unos límites máximos y mínimos a respetar, esto es:

$$P_{jb,h} = P_{jb,h}^G + P_{jb,h}^B \qquad \forall jb \in JB, \forall h \in H \tag{4.30}$$
$$Q_{jb,h} = Q_{jb,h}^G + Q_{jb,h}^B \qquad \forall jb \in JB, \forall h \in H \tag{4.31}$$
$$Qmax_{jb}^G \geqslant Q_{jb,h}^G \geqslant Qmin_{jb}^G \qquad \forall jb \in JB, \forall h \in H \tag{4.32}$$
$$Qmax_{jb}^B \geqslant Q_{jb,h}^B \geqslant Qmin_{jb}^B \qquad \forall jb \in JB, \forall h \in H \tag{4.33}$$

  donde; $P_{jb,h}^G$ y $P_{jb,h}^B$ son la potencia generada y potencia consumida durante el estado de generación bombeo, respectivamente, de la central jb en la hora h. $Q_{jb,h}$ es el caudal neto que atraviesa la central jb en la hora h, $Q_{jb,h}^G$ y $Q_{jb,h}^B$ son el caudal que atraviesa la central jb durante la etapa de generación y bombeo, respectivamente, en la hora h. $Qmax_{jb}^G$, $Qmax_{jb}^B$ y $Qmin_{jb}^G$, $Qmin_{jb}^B$ son los caudales máximos y mínimos que pueden atravesar la central jb durante la etapa de generación y bombeo, respectivamente.

- La característica de generación de la central de bombeo ha sido modelada por medio de la aproximación lineal por tramos, tal como se muestra en la figura 4.10 y en las siguientes ecuaciones:

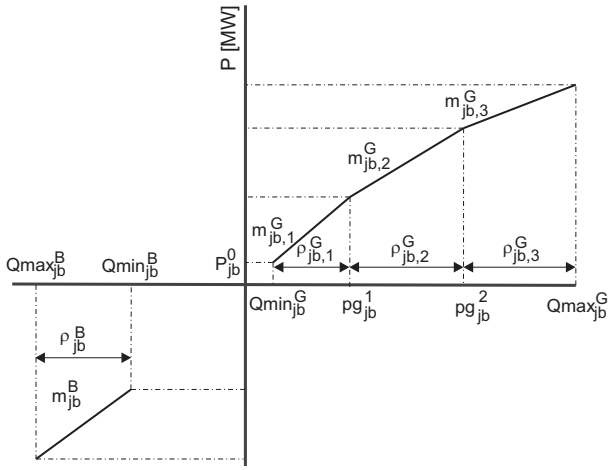

Figura 4.10. Modelo de la característica de generación-bombeo de la central de bombeo.

$$P^G_{jb,h} = P^0_{jb,h} u^G_{jb,h} + \sum_{m \in M} m^G_{jb,m} \rho^G_{jb,m,h} \qquad \forall jb \in JB, \forall h \in H \quad (4.34)$$

$$Q^G_{jb,h} = Qmin^G_{jb} u^G_{jb,h} + \sum_{m \in M} \rho^G_{jb,m,h} \qquad \forall jb \in JB, \forall h \in H \quad (4.35)$$

$$(pg^1_{jb} - Qmin^G_{jb}) r^1_{jb,h} \leqslant \rho^G_{jb,1,h} \qquad \forall jb \in JB, \forall h \in H \quad (4.36)$$

$$\rho^G_{jb,1,h} \leqslant (pg^2_{jb} - Qmin^G_{jb}) u^G_{jb,h} \qquad \forall jb \in JB, \forall h \in H \quad (4.37)$$

$$(pg^2_{jb} - pg^1_{jb}) r^2_{jb,h} \leqslant \rho^G_{jb,2,h} \leqslant (pg^2_{jb} - pg^1_{jb}) r^2_{jb,h} \qquad \forall jb \in JB, \forall h \in H \quad (4.38)$$

$$\rho^G_{jb,3,h} \leqslant (Qmax^G_{jb} - pg^2_{jb}) r^2_{jb,h} \qquad \forall jb \in JB, \forall h \in H \quad (4.39)$$

$$u^G_{jb,h} \geqslant r^1_{jb,h} \geqslant r^2_{jb,h} \qquad \forall jb \in JB, \forall h \in H \quad (4.40)$$

donde R es el conjunto de tramos de la aproximación lineal de la característica de generación de la central de bombeo, P^0_{jb} es la potencia mínima de la central de bombeo jb, $u^G_{jb,h}$ es una variable binaria e igual a 1 si la central de bombeo jb se encuentra en el estado de generación en la hora h, $m^0_{jb,m}$ es la pendiente del *m-ésimo* tramo de la central de bombeo jb. $\rho^G_{jb,m,h}$ son variables positivas que representan el caudal turbinado, en el tramo *m-ésimo*, por la central jb en la hora h. $Qmin^G_{jb}$ es el caudal mínimo que puede atravesar la central jb durante la etapa de generación. pg^1_{jb} y pg^2_{jb} son los límites superiores de los tramos 1 y 2, respectivamente. $r^1_{jb,h}$ y r^2_{jb} son variables binarias que controlan el tramo al cual están asociados.

- La característica de bombeo ha sido modelada por medio de una expresión lineal, como se describe por las siguientes ecuaciones y en la figura 4.10:

$$P^B_{jb,h} = PB^0_{jb} u^B_{jb,h} + m^B_{jb} \rho^B_{jb,h} \qquad \forall jb \in JB, \forall h \in H \quad (4.41)$$

$$Q^B_{jb,h} = Qmin^B_{jb} u^B_{jb,h} + \rho^B_{jb,h} \qquad \forall jb \in JB, \forall h \in H \quad (4.42)$$

$$\rho^B_{jb,h} \leqslant (Qmin^B_{jb} - Qmin^B_{jb})u^B_{jb,h} \qquad \forall jb \in JB, \forall h \in H \tag{4.43}$$

donde m^B_{jb} es la pendiente de la característica de bombeo de la central jb, $\rho^B_{jb,h}$ es una variable positiva que representa el caudal que atraviesa la central jb durante la hora h en el estado de bombeo, $u^B_{jb,h}$ es una variable binaria e igual a 1 si la central se encuentra en el estado de bombeo en la hora h.

- La relación lógica entre los estados de generación, bombeo o desconexión.

$$u^G_{jb,h} + u^B_{jb,h} + u^D_{jb,h} = 1 \qquad \forall jb \in JB, \forall h \in H \tag{4.44}$$

donde $u^G_{jb,h}$, $u^D_{jb,h}$ y $u^B_{jb,h}$ son variables binarias e iguales a 1 si la central se encuentra en el estado de generación, desconexión o bombeo en la hora h.

- Las restricciones que rigen el balance de agua, vienen dadas por:

$$v_{jb,h} = v^{in}_{jb} - QrQ_{jb,h} \qquad \forall jb \in JB, h = 1 \tag{4.45}$$
$$v_{jb,h} = v_{jb,h-1} - QrQ_{jb,h} \qquad \forall jb \in JB, h = 2 \dots H \tag{4.46}$$
$$v_{jb,h} = v^f_{jb} \qquad \forall jb \in JB, h = H \tag{4.47}$$
$$v^m_{jb} \leqslant v_{jb,h} \leqslant v^M_{jb} \qquad \forall jb \in JB, \forall h \in H \tag{4.48}$$

donde $v_{jb,h}$ es el volumen correspondiente a la central jb en la hora h. v^m_{jb} y v^M_{jb} son el volumen mínimo y máximo del embalse correspondiente a la central de bombeo jb, respectivamente. v^{in}_{jb} y v^f_{jb} son el volumen inicial y final del embalse asociado con la central de bombeo jb, respectivamente. $Q_{jb,h}$ es el caudal neto que atraviesa la central de bombeo jb en la hora h y Qr es el factor de conversión de caudal a volumen.

4.3. Central de Generación Termoeléctrica

Las centrales de generación termoeléctricas cuentan con diversas características que las hacen particulares para establecer su modelo matemático. Entre las principales características técnicas tenemos: tiempo mínimo de funcionamiento, tiempo mínimo de parada, rampa de arranque y parada, rampa para cambios en los niveles de generación de energía. Además, hay que incluir características no lineales que complican la formulación de modelos matemáticos como lo son: los costes variables de producción, costes de arranque y costes de parada de las centrales.

4.3.1. Límites de Tiempo

Las centrales termoeléctricas utilizan combustibles tan diversos como carbón, fuel-oil, gas o energía nuclear para alimentar sus calderas. Independientemente del combustible utilizado, estas calderas sólo pueden experimentar cambios graduales de temperatura. Esto cambios graduales obligan a que las centrales permanezcan un tiempo mínimo generando energía después que ellas han sido arrancadas, lo mismo sucede cuando se sacan de servicio, las calderas tienen que disminuir su temperatura gradualmente para evitar daños en los materiales que recubren sus paredes, hasta llegar a un punto que les permita volver a aumentar su temperatura para generar energía eléctrica.

En [115] se define el *tiempo mínimo de parada* como el tiempo que necesita la central, una vez que ha sido desconectada, antes de que pueda ser conectada nuevamente y *el tiempo mínimo de funcionamiento* como el tiempo que necesita estar generando la central una vez que ésta se haya puesto en funcionamiento.

En [3] se establecen un conjunto de ecuaciones lineales que modelan los tiempos mínimos de parada y arranque de las centrales térmicas reemplazando las tradicionales expresiones no lineales de estas restricciones. Dichas expresiones lineales se presentan a continuación:

Tiempo Mínimo de Parada

- Las primeras horas del horizonte de programación están determinadas por el estado inicial de cada central, esto es:

$$\sum_{h=1}^{f_j} x_{j,h} = 0 \qquad \forall j \in J \tag{4.49}$$

  donde $f_j = \text{mín}\{H, (DT_j - S_{j,0})(1 - X_{j,0})\}$ y representa el número de horas que la central j debe estar desconectada al inicio del horizonte de planificación debido a que inicialmente lleva desacoplada menos horas que el tiempo mínimo de parada. H es el número de horas del horizonte de programación, DT_j es el tiempo mínimo de parada de la central j, $S_{j,0}$ es el número de horas que la central j lleva desacoplada en la hora 0. $X_{j,0}$ es el número de horas que la central j ha estado conectada $(+)$ o desconectada $(-)$ al inicio del horizonte de planificación y $x_{j,h}$ es una variable binaria e igual a 1 si la central j está conectada en la hora h.

- El conjunto de horas consecutivas de tamaño igual al tiempo mínimo de parada

viene dado por:

$$\sum_{m=h}^{h+DT_j-1} [1 - x_{j,m}] \geqslant DT_j s_{j,h} \qquad h = f_j + 1 \ldots H - DT_j + 1, \forall j \in J \quad (4.50)$$

donde $s_{j,h}$ es una variable binaria e igual a 1 si la central j se desconecta al inicio de la hora h.

- En las horas finales del horizonte de programación, no hay un número de horas consecutivas igual al tiempo mínimo de parada, esto se formula cómo:

$$\sum_{m=h}^{H} [1 - x_{j,m} - s_{j,h}] \geqslant 0 \qquad h = T - DT_j + 2 \ldots H, \forall j \in J \quad (4.51)$$

Tiempo Mínimo de Funcionamiento

- Las primeras horas del horizonte de programación están determinadas por el estado inicial de cada central, esto es:

$$\sum_{h=1}^{k_j} [1 - x_{j,h}] = 0 \qquad \forall j \in J \quad (4.52)$$

donde $k_j = \text{mín}\{H, (UT_j - U_j^0) X_{j,0})\}$ y representa el número de horas que la central j debe estar conectada al inicio del horizonte de planificación debido a que inicialmente llevaba menos horas que el tiempo mínimo de funcionamiento. UT_j es el tiempo mínimo de funcionamiento de la cantral j. $U_{j,0}$ es el número de horas que la central j ha estado encendida al inicio del horizonte de programación. $x_{j,h}$ es una variable binaria e igual a 1 si la central j está conectada en la hora h.

- El posible conjunto de horas consecutivas de tamaño igual al tiempo mínimo de funcionamiento viene dado por la siguiente expresión:

$$\sum_{m=h}^{h+UT_j-1} x_{j,m} \geqslant UT_j a_{j,h} \qquad h = k_j + 1 \ldots H - UT_j + 1, \forall j \in J \quad (4.53)$$

donde UT_j es el tiempo mínimo de funcionamiento de la central j. $a_{j,h}$ es una variable binaria e igual a 1 si la central j arranca al inicio de la hora h.

- En las horas finales del horizonte de programación, no hay un número de horas

consecutivas igual al tiempo mínimo de funcionamiento, esto es:

$$\sum_{m=h}^{H} [x_{j,m} - a_{j,h}] \geqslant 0 \qquad h = T - UT_j + 2 \ldots H, \forall j \in J \tag{4.54}$$

4.3.2. Límites de Rampa

Debido a que la temperatura y la presión en las calderas de las centrales termoeléctricas debe cambiar progresivamente, los rangos de operación de éstas están restringidos por límites de rampas que no les permiten cambios bruscos en los niveles de generación. La figura 4.11 muestra tres posible situaciones cuando una central está conectada al pasar de una hora $h-1$ a una hora h, La figura 4.11(a) muestra que la central mantiene constante su nivel de generación al pasar de una hora a otra, en la figura 4.11(b) la central aumenta su generación y en la figura 4.11(c) la central reduce su producción.

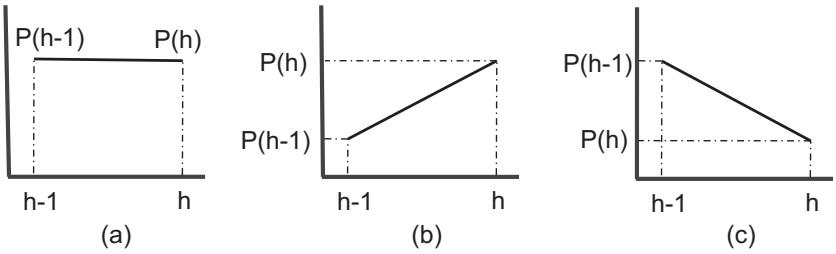

Figura 4.11. Posibles situaciones de los estados de una unidad de generación.

Entonces, las restricciones debido a los límites de rampa están dadas por:

- si la generación aumenta

$$P_{j,h} - P_{j,h-1} \leqslant RS_j \qquad \forall j \in J, h = 2 \ldots H \tag{4.55}$$

- si la generación disminuye

$$P_{j,h-1} - P_{j,h} \leqslant RB_j \qquad \forall j \in J, h = 2 \ldots H \tag{4.56}$$

Tanto la rampa de subida, RS_j, como la rampa de bajada, RB_j, se expresan en MW/h.

4.3.3. Coste de Arranque

El coste involucrado en el arranque de una central termoeléctrica puede dividirse en el coste de arranque de la turbina y el coste de arranque de la caldera.

Los costes de arranque de la turbina están asociados con el incremento de la presión en el sistema para calentar la caldera y el proceso de sincronización de la turbina. Estos costes pueden incluir una componente para la energía utilizada, pero también refleja la estructura de costes asociada con el envejecimiento mecánico y térmico de la central. Los costes de arranque de la turbina son más o menos constantes entre diferentes condiciones de arranque [46].

El otro componente del coste de arranque de una planta es el asociado con mantener a la central a la temperatura de generación. Este coste depende del tiempo al cual la central ha sido desconectada. Si a una central se le permite enfriar su caldera después que ésta haya sido desconectada, el calor decaerá aproximadamente en forma exponencial con una constante de tiempo σ. Entonces el coste viene dado por:

$$Carr_{j,h} = Cc_j\left(1 - e^{-t/\sigma_j}\right) \tag{4.57}$$

donde Cc_j es el coste de arranque en frío de la central y t es el tiempo que la central ha estado desconectada.

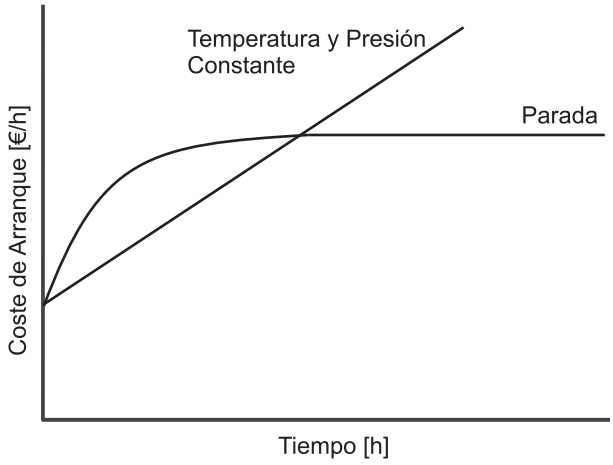

Figura 4.12. Coste de arranque característico de una central termoeléctrica.

En algunos casos, después que las centrales son sacadas del sistema, ellas pueden mantener sus temperaturas y presión hasta que sean requeridas nuevamente, en lugar de permitirles enfriar sus temperaturas [46]. Esto generalmente ocasiona un consumo mayor de combustible, pero evita el envejecimiento térmico de las centrales y permite el arranque en menor tiempo.

La figura 4.12 muestra las curvas típicas de coste de arranque de una central termoeléctrica para ambos casos. Nótese que para el caso de *parada*, a partir de un cierto número de horas el coste de arranque es constante. Por lo cual, con la finalidad de simplificar el modelo, en este trabajo se asumirá constante dicho coste.

4.3.4. Coste de Parada

El procedimiento de parada para cada central esta definido por su nivel mínimo de generación, las pérdidas de temperatura en las cuales se incurre durante la parada de la central son fijas debido a que el nivel de generación también es fijo. En otras palabras, el coste de parada es modelado como un término constante asociado con la variable binaria de parada de la central, como se muestra en la ecuación (4.58). Típicamente el coste de parada es considerablemente menor que el coste de arranque de la central.

$$Cpar_{j,h} = cpar_j y_j \tag{4.58}$$

4.3.5. Coste de Producción

El coste de producción, conformado por el coste del combustible y el coste de mantenimiento, constituye la parte más importante de los costes totales de operación de las centrales termoeléctricas. Este coste relaciona la cantidad de energía generada con el coste

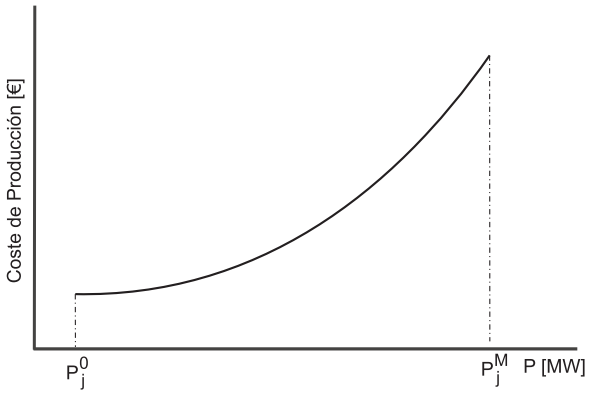

Figura 4.13. Coste de producción de una central termoeléctrica.

del combustible y mantenimiento necesarios para cada nivel de energía. Generalmente se utiliza una función cuadrática para modelar la relación entre el coste [€] y su nivel de generación $[MW]$, tal como se muestra en la ecuación (4.59).

$$Cp_{j,h} = c_j + b_j P_{j,h} + a_j P_{j,h}^2 \tag{4.59}$$

donde c_j, b_j y a_j son constantes del polinomio de segundo grado.

La forma de la curva de coste de producción depende de los valores que tomen las constantes en la ecuación de segundo orden, típicamente se representa como una función cóncava monótonamente creciente, como se muestra en la figura 4.13, donde el coste está limitado por los valores mínimo y máximo de generación de la central. Esto reduce a un nivel más o menos aceptable el error en el modelo, puesto que la parte de la curva por

debajo de la potencia mínima, P_j^0, tiene una influencia mayor en la no linealidad del coste [98].

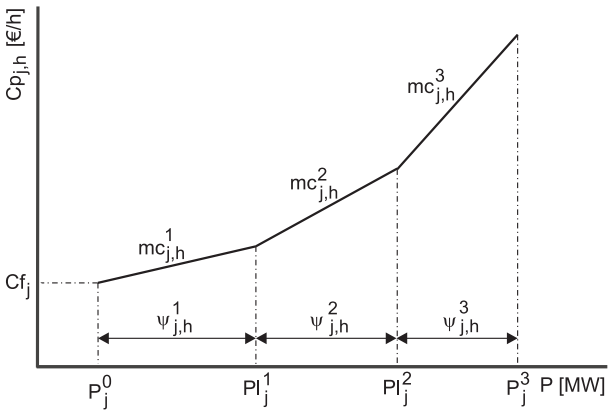

Figura 4.14. Aproximación lineal de tres tramos del coste de producción de una central termoeléctrica.

El coste de producción también puede presentar partes no convexas en su curva, pero independientemente de esto, el coste se puede aproximarse como una relación lineal [77] o como una función lineal por tramos [102] [115] [2], tal cómo se muestra en la figura 4.14, donde la ecuación (4.59) puede escribirse como:

$$Cp_j = \begin{cases} Cf_j + mc_j^1\psi_j^1 & P_j^0 \leqslant P_j \leqslant Pl_j^1 \\ Cf_j + mc_j^1\left(Pl_j^1 - Pl_j^0\right) + mc_j^2\psi_j^2 & P_j^1 \leqslant P_j \leqslant Pl_j^1 \\ cf_j + mc_j^1\left(Pl_j^1 - Pl_j^0\right) + mc_j^2\left(Pl_j^2 - Pl_j^1\right) + mc_j^3\psi_j^3 & P_j^2 \leqslant P_j \leqslant Pl_j^M \end{cases} \quad (4.60)$$

donde Cf_j es el coste fijo de la central j. mc_j^1, mc_j^2 y mc_j^3, son las pendientes del primer, segundo y tercer tramo del coste variable de producción de la central j, respectivamente. Pl_j^0y P_j es la potencia mínima y la potencia de salida de la central j, respectivamente. Pl_j^1, Pl_j^2 y Pl_j^2 es el límite superior correspondiente al primer, segundo y tercer tramo del coste variable de producción de la central j.

Es importante destacar que al realizar la aproximación lineal por tramos del coste variable de producción, se cometen errores debido a que la curva de coste variable de producción sólo coincide con los tramos de la aproximación lineal en sus extremos. Shoults [102] fue uno de los primeros en estudiar el error que se comente al modelar el coste de producción por medio de una aproximación lineal por tramos. En su trabajo demuestra que la mejor aproximación para una curva de segundo orden, usando una representación lineal por tramos, se obtiene al usar segmentos de igual longitud a lo largo del eje de la potencia de salida, es decir de igual MW.

Entonces, el coste variable de producción para las centrales termoeléctricas se modela por medio de la aproximación lineal por tramos, según se muestra en la figura 4.15, usando

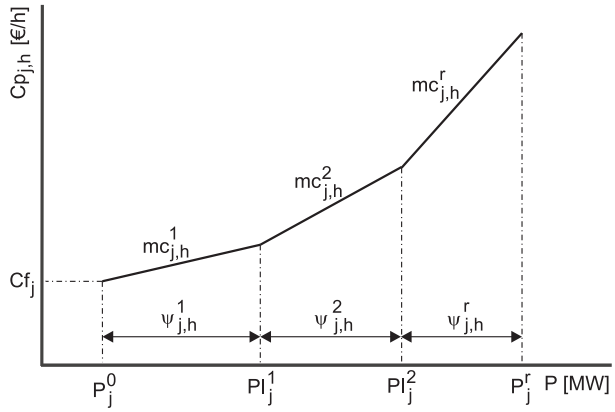

Figura 4.15. Aproximación lineal por tramos del coste de producción de una central termoeléctrica.

las siguientes expresiones lineales:

$$C_{j,h} = Cf_j x_{j,h} + \sum_{r=1}^{R} mc_j^r \psi_j^r \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \qquad (4.61)$$

$$p_{j,h} = P_j^0 + \sum_{r=1}^{R} \psi_{j,h}^r \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \qquad (4.62)$$

$$\left(Pl_j^r - Pl_j^{r-1}\right)\zeta_{j,h}^r \leqslant \psi_{j,h}^r \leqslant \left(Pl_j^r - Pl_j^{r-1}\right)x_{j,h} \qquad r = 1, \forall j \in J, \forall h \in H \qquad (4.63)$$

$$\left(Pl_j^r - Pl_j^{r-1}\right)\zeta_{j,h}^r \leqslant \psi_{j,h}^r \leqslant \left(Pl_j^r - Pl_j^{r-1}\right)\zeta_{j,h}^{r-1} \qquad l = 2 \ldots L-1, \quad \forall j \in J, \forall h \in H \qquad (4.64)$$

$$0 \leqslant \psi_{j,h}^r \leqslant \left(Pl_j^r - Pl_j^{r-1}\right)\zeta_{j,h}^{r-1} \qquad r = R, \forall j \in J, \forall h \in H \qquad (4.65)$$

$$\zeta_{j,h}^k \leqslant \zeta_{j,h}^{k-1} \leqslant x_{j,h} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (4.66)$$

$$(4.67)$$

donde $Cv_{j,h}$ y es el coste variable de producción de la central j en la hora h y Cf_j es el coste fijo de la central j. R es el número de tramos de la aproximación lineal, mc_j^r es la pendiente de *r-ésimo* tramo del coste variable de la central j, $\psi_{j,h}^r$ es una variable positiva que representa la potencia de salida en el tramo *r-ésimo* de la central j en la hora h. P_j^0 y $P_{j,h}$ son la potencia mínima y la potencia de salida de la central j en la hora h, respectivamente. Pl_j^r es el límite superior correspondiente al *r-ésimo* tramo del coste variable de la central j. $\zeta_{j,h}^r$ es una variable binaria en igual a 1 si se activa el tramo al cual está asociada.

Asumiendo que la central se encuentra conectada en la hora h, el comportamiento de las ecuaciones anteriores para los distintos valores que pueden tomar las variables binarias de control $\zeta_{j,h}^1$ y $\zeta_{j,h}^2$ se puede analizar de la siguiente manera para una aproximación lineal de tres tramos ($R = 3$):

Caso 1: $\zeta_{j,h}^1 = 0$ y $\zeta_{j,h}^2 = 0$ La ecuación (4.63) restringe $0 \leqslant \psi_{j,h}^1 (Pl_j^1 - Pl_j^0)$, mientras que

las ecuaciones (4.64) y (4.65) obliga a las variables continuas $\zeta^1_{j,h}$ y $\zeta^2_{j,h}$ a ser iguales a cero. Entonces la ecuación (4.61) es $Cv_{j,h} = Cf_j + mc^1_j \psi^1_{j,h}$ y con la ecuación (4.62) obtenemos la potencia generada en la hora h, $P_{j,h} = P^0_j + \psi^1_{j,h}$.

Caso 2: $\zeta^1_{j,h} = 1$ y $\zeta^2_{j,h} = 0$ La ecuación (4.63) restringe la variable continua $\psi^1_{j,h}$ a ser igual al valor del primer limite de tramo de la aproximación lineal por tramos, $(Pl^1_j - Pl^0_j)$, ya que $(Pl^1_j - Pl^0_j) \leqslant \psi^1_{j,h} \leqslant (Pl^1_j - Pl^0_j)$. Mientras que la ecuación (4.64) obliga a que la variable positiva $\psi^2_{j,h}$ sea igual o menor a la diferencia entre el limite superior del segundo tramo y su limite inferior, esto es: $0 \leqslant \psi^2_{j,h} \leqslant (Pl^1_j - Pl^0_j)$. La ecuación (4.65) obliga a la variable positiva $\psi^2_{j,h}$ a ser igual a cero. Entonces la ecuación (4.61) es: $Cv_{j,h} = Cf_j + mc^1_j(Pl^1_j - Pl^0_j) + mc^2_j \psi^2_{j,h}$ y con la ecuación (4.62) obtenemos la potencia generada por la central en la hora h, $P_{j,h} = P^0_j + (Pl^1_j - Pl^0_j) + \psi^2_{j,h}$.

Caso 3: $\zeta^1_{j,h} = 1$ y $\zeta^2_{j,h} = 1$ La ecuación (4.63) obliga a la variable continua $\psi^1_{j,h}$ a ser igual al valor del primer limite de tramo de la aproximación lineal por tramos,$(Pl^1_j - Pl^0_j)$, ya que $(Pl^1_j - Pl^0_j) \leqslant \psi^1_{j,h} \leqslant (Pl^1_j - Pl^0_j)$. Mientras que la ecuación (4.64) obliga a que la variable positiva $\psi^2_{j,h}$ sea igual a la diferencia entre el limite superior del segundo tramo y su limite inferior, esto es: $(Pl^2_j - Pl^1_j)$, ya que $(Pl^2_j - Pl^1_j) \leqslant \psi^2_{j,h} \leqslant (Pl^2_j - Pl^1_j)$. La ecuación (4.65) restringe a la variable continua $\psi^3_{j,h}$ a tomar un valor positivo menor o igual a la diferencia entre el limite superior del tercer tramo y su limite inferior, es decir: $0 \leqslant \psi^3_{j,h} \leqslant (Pl^3_j - Pl^2_j)$. Entonces la ecuación (4.61) viene dada por la siguiente expresión: $Cv_{j,h} = Cf_j + mc^1_j(Pl^1_j - Pl^0_j) + mc^1_j(Pl^2_j - Pl^1_j) + mc^3_j \psi^3_{j,h}$ y con la ecuación (4.62) obtenemos la potencia generada por la central en la hora h, $P_{j,h} = P^0_j + (Pl^1_j - Pl^0_j) + (Pl^2_j - Pl^1_j) + \psi^3_{j,h}$.

Caso 4: $\zeta^1_{j,h} = 0$ y $\zeta^2_{j,h} = 1$ La ecuación (4.63) obliga a la variable continua $\psi^3_{j,h}$ a ser igual o menor a la diferencia entre el limite superior del primer tramo y la potencia mínima, $(Pl^1_j - Pl^0_j)$, ya que $0 \leqslant \psi^1_{j,h} \leqslant (Pl^1_j - Pl^0_j)$. Mientras que la ecuación (4.64) obliga a que la variable positiva $\psi^2_{j,h}$ sea mayor o igual a la diferencia entre el limite superior del segundo tramo y su limite inferior, $(Pl^2_j - Pl^1_j)$, pero menor que cero ya que: $(Pl^2_j - Pl^1_j) \leqslant \psi^2_{j,h} \leqslant 0$. Dado que $\psi^2_{j,h}$ esta definida como una variable positiva, no se puede permitir que la variable binaria $\zeta^1_{j,h}$ sea menor a $\zeta^2_{j,h}$ ya que se presenta una inconsistencia y para evitarla se adiciona la restricción (4.66) con lo cual la variable binaria $\zeta^1_{j,h}$ siempre será mayor o igual a $\zeta^2_{j,h}$. Además, cuando $x_{j,h}$ es igual a cero, obliga a las variables binarias de control a ser iguales a cero, por lo cual la potencia en todos los tramos es cero.

4.4. Conclusiones

En este capítulo se ha abordado el problema de formular modelos matemáticos para las características fundamentales de las centrales de generación más comunes. Los modelos desarrollados se han dividido en dos grupos; centrales hidráulicas y centrales termoeléctricas.

Para las centrales hidráulicas se ha utilizado la aproximación lineal por tramos como herramienta para modelar el comportamiento no lineal característico de la función de generación de dichas centrales, así como la función que relaciona el caudal desembalsado sin producción de energía eléctrica con el volumen del embalse correspondiente. En el caso de las centrales termoeléctricas, se ha utilizado esta herramienta para modelar el comportamiento no lineal del coste variable de producción. El resto de las características de las centrales se han formulado por medio de ecuaciones lineales.

Los modelos presentados en este capítulo se emplean como restricciones en los esquemas desarrollados y presentados en los capítulos 5 y 6 para simular un mecanismo de subasta de energía y el comportamiento de una compañía líder de mercado, respectivamente.

Capítulo 5

Mecanismo de Subasta de Energía

Las compañías de generación tradicionalmente han estado sujetas a reglas y políticas regulatorias que les garantizaban la recuperación total de sus costes. En la actualidad los procesos de liberalización y los mercados de libre competencia, son el nuevo paradigma en el sector eléctrico. Bajo este nuevo esquema las compañías de generación se ven obligadas a competir para vender su energía eléctrica, tratando de maximizar sus beneficios individuales; para lo cual seleccionan diferentes estrategias que les asegure alcanzar esta meta. Por otra parte, el manejo de la información concerniente a las variaciones de los precios de mercado y el comportamiento de sus propias restricciones técnicas para diferentes condiciones del correspondiente mercado; representa una ayuda importante para decidir la estrategia óptima con la cual ofertar su energía.

Generalmente un Pool o una Bolsa de Energía, son los esquemas seleccionados para organizar los mercados de energía. En una bolsa de energía, un organismo independiente es el responsable de coordinar un mecanismo de subasta en el cual compiten los generadores, haciendo coincidir la generación con la demanda de energía, sin tener en cuenta la demanda servida por los contratos bilaterales que se puedan establecer entre los generadores y los consumidores. En un *pool* clásico pueden existir dos organismo; uno encargado de establece el precio de mercado (*Operador del Mercado*) y otro del funcionamiento del sistema (*Operador del Sistema*). En la mayoría de los casos son mercados diarios (*Day-ahead*) o mercados horarios (*Hour-ahead*) donde el operador del mercado puede tener entre sus funciones, además de establecer el precio de cierre del mercado, asignar la cantidad de energía a vender y comprar por cada participante.

Independientemente del esquema seleccionado, es necesario un mecanismo de subasta que de forma eficiente obtenga el precio de mercado, la cantidad a generar por cada central y la cantidad de energía suministrada a cada agente comercializador. Algunos países han adoptado mecanismos de subastas simples como parte de sus diseños de mercados eléctricos. Sin embargo, los métodos simples fallan al capturar las uniones intertemporales y otros factores complejos que aparecen en los sistemas eléctricos debido a las restricciones técnicas, tales como: los límites de rampa, la potencia mínima estable, etc. Esto ocurre porque las subastas simples sólo contemplan ofertas con la pareja cantidad-precio emitidas

por los generadores y comercializadores al operador del mercado, obligando a las empresas de generación a interiorizar sus restricciones técnicas en las ofertas para poder alcanzar un despacho factible, con lo cual se incrementa el riesgo asociado al mercado.

Los mecanismos simples de subastas pueden ser modificados tomando en cuenta las restricciones técnicas y las no linealidades de los sistemas eléctricos. Por ejemplo, el mecanismo de subasta del mercado eléctrico español, coordinado por un operador de mercado responsable de calcular el precio de cierre del mercado, determina el precio por medio de la intersección de la curva agregada de la demanda con la curva agregada de oferta. Las ofertas emitidas por los generadores pueden contemplar, además de la pareja cantidad-precio, algunas restricciones técnicas como ingreso diario mínimo, rampas de potencia, indivisibilidad de bloque, etc., con lo cual se pueden convertir en ofertas semicomplejas [26].

El pool de Inglaterra y Gales implementa una subasta basada en el *Unit Commitment*, donde los generadores emiten ofertas complejas para suplir la demanda diaria. Cada oferta cosiste en una función de costes y un grupo de parámetros que definen los límites de operación de las centrales. La función de coste contiene el coste variable y el coste de arranque. Los límites operativos incluyen, entre otros, límites de rampa y tiempos mínimos de funcionamiento. El precio marginal se determina como el precio medio de la central casada con el coste más alto [67] [82].

De acuerdo a lo expuesto anteriormente, los objetivos principales del presente capítulo se pueden definir cómo:

1. Formular un mecanismo de casación compleja que simule, en la forma más precisa posible, el comportamiento real de un mercado diario donde acuden centrales de tipo termoeléctricas e hidroeléctricas, basándose en el concepto de beneficio social neto.

2. Observar el comportamiento de las restricciones propias de las centrales hidroeléctricas, cuando éstas son administradas por el operador de mercado.

3. Comparar y analizar los precios de mercado que se obtienen con la subasta compleja y la subasta simple.

El problema de casación compleja ha sido formulado usando un algoritmo de programación lineal entera mixta, aplicando la plataforma comercial *GAMS*® y valiéndose del *Cplex*® para resolver el problema de optimización. La idea es incluir las restricciones hidráulicas más importantes en el mecanismo de subasta además de las principales restricciones de las centrales térmicas, tales como: cantidades no divisibles, límites de rampa de generación, potencia mínima y máxima, característica entrada-salida de las centrales hidroeléctricas, características de desembalse, balance de agua en los embalses, límites hidráulicos y embalses en cascada. De esta forma es posible simular un mercado en el cual

los generadores envíen sus ofertas a costes marginales incluyendo sus restricciones técnicas, disminuyendo el riesgo asociado al interiorizar dichas restricciones en sus ofertas de venta.

El objetivo principal de modelar un mecanismo de subasta con restricciones es comparar los precios de mercado que se obtienen con la subasta compleja y la subasta simple. Para ello, se plantea un caso donde el operador del mercado maneja las restricciones técnicas de las centrales eléctricas, tanto de las centrales termoeléctricas como de las centrales hidroeléctricas, en este primer caso se asume acoplamiento hidráulico entre las centrales hidroeléctricas, para luego eliminar todas restricciones hidráulicas en el segundo caso propuesto. Para el tercer caso, se asume que el organismo encargado de llevar a cabo el mecanismo de subasta realiza una subasta de tipo simple; sólo toma en consideración el balance entre la oferta y la demanda y los estados lógicos de acoplamiento, arranque y parada de las centrales. El comportamiento de las restricciones hidráulicas se reportan sólo para el primer caso de estudio.

5.1. Clasificación de las Subastas

Una subasta es un mecanismo económicamente eficiente para asignar la demanda a los generadores, además de ser una herramienta fundamental en la formación de mercados eléctricos en muchos países [31]. Las subastas se pueden agrupar básicamente en dos categorías; subastas abiertas y subastas de sobre cerrado. Las subastas abiertas contemplan la subasta inglesa o de precio ascendente y la subasta holandesa o de precio descendente. La subasta cerrada incluye la subasta de primer precio y la subasta del segundo precio o subasta Vickrey.

En una subasta inglesa se incrementa el precio sucesivamente hasta que quede uno sólo de los pujadores y éste adquiere el bien al precio final. Esta subasta se puede realizar con los compradores emitiendo ofertas en orden ascendente de precio, empezando por precios bajos y mejorando sus ofertas hasta que ningún comprador pueda superar el precio del último oferente. En cambio, la subasta de precio descendente funciona en forma opuesta, los pujadores inician con un precio sumamente alto y entonces se disminuye el precio paulatinamente. El primer oferente que declare estar dispuesto a aceptar el precio gana el bien en puja.

En la subasta a sobre cerrado de primer precio, cada oferente presenta una oferta única por el bien sin conocer la oferta de sus competidores y en forma simultánea. El ganador del juego es quien haya ofrecido el mayor precio adquiriendo el bien a este precio.

La subasta a sobre cerrado de segundo precio asigna el bien en disputa al participante que haya ofrecido el precio más alto, pero sólo paga el segundo precio ofrecido. Todos los agentes realizan una única oferta en forma simultánea. Esta subasta también es conocida como subasta Vickrey en homenaje a William Vickrey quien la formuló en 1961.

5.1.1. Tipos de Ofertas de Energía

Toda subasta lleva implícita una oferta y una estrategia para la oferta, así como un conjunto de reglas y protocolos, tanto para emitir las ofertas como para realizar la subasta. Un factor importante relativo a la estrategia de oferta es el protocolo de oferta. Dependiendo de las diferentes formas como se haya diseñado el mercado eléctrico, las ofertas de energía pueden incluir diferentes componentes de precio (oferta compleja) o un único componente del precio (*oferta simple*). En ambos casos, las ofertas de energía pueden incluir distintos segmentos de precios, dependiendo de la cantidad de energía a suministrar. Es decir, un precio distinto para cada bloque de energía de la misma central o para un conjunto de centrales.

Una oferta compleja puede incluir, en forma separada, precios para los costes de arranque, coste de desconexión, operación sin carga y para la energía. Este tipo de oferta refleja mejor la estructura de costes y las restricciones técnicas de las centrales de producción. El algoritmo de casación o cierre de mercado debe estar basado en un algoritmo de optimización que determine las ofertas ganadoras y el precio de la energía, tomando en cuenta no sólo el precio de la oferta sino también las restricciones técnicas y la información económica relacionada a ellas [31].

Bajo el esquema de ofertas simples, los generadores sólo pueden ofertar precios independientes para cada hora y se utiliza un mecanismo simple de cierre de mercado basado en la intersección de las curvas de oferta y demanda para determinar la oferta ganadora y la programación de las centrales para cada hora. Este mecanismo es intrínsicamente descentralizado ya que el operador del mercado no toma las decisiones del despacho económico de las centrales. Aquí los generadores necesitan interiorizar todos sus costes involucrados y las restricciones físicas y técnicas en sus ofertas, dado que la estructura de oferta no les permite declarar explícitamente estos costes en sus ofertas [110][31]. Este tipo de oferta incrementa el riesgo asociado a los mercados, debido a que si la compañía de generación realiza una interiorización errónea de las restricciones y costes en las ofertas, puede obligar a las centrales a producir por debajo de sus costes de producción, con lo cual incurrirían en pérdidas o en beneficios poco óptimos.

5.2. Mecanismo de Subasta

El equilibrio entre la oferta y la demanda se puede plantear como aquel punto donde los productores y consumidores maximicen sus beneficios. Esta teoría se puede aplicar para establecer un mecanismo de subasta de energía. El objetivo es maximizar el beneficio total de todos los participantes, maximizar el beneficio de los consumidores y el beneficio de los productores. Así, el problema de establecer un precio de mercado para la energía puede resolverse por medio de la programación lineal para maximizar el beneficio social [36]. En

un mercado sin pérdidas ni restricciones de la red, el beneficio social está sujeto sólo al balance entre la cantidad de energía vendida y la cantidad de energía comprada [12]. En otras palabras, el precio de la energía se determina maximizando el beneficio total de los generadores y consumidores [115], sujeto a las restricciones de operación.

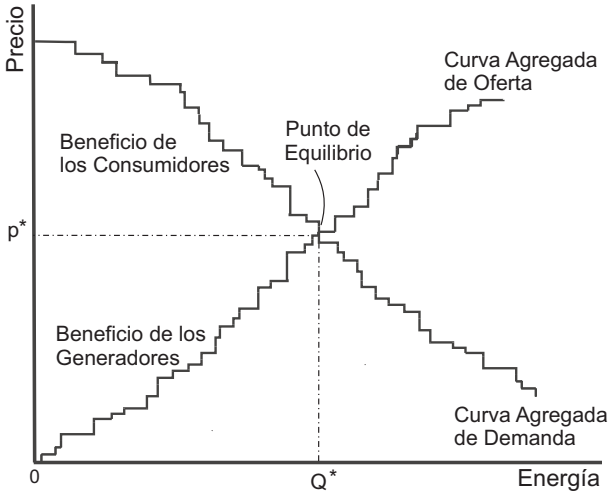

Figura 5.1. Beneficio social neto.

La figura 5.1 muestra el beneficio total como el área que se encuentra ubicada a la izquierda del punto de equilibrio entre la curva agregada de ofertas y la demanda agregada del sistema. El beneficio total de los consumidores es la suma del beneficio individual de cada consumidor al precio de mercado. El beneficio individual para un consumidor viene dado por el área bajo su curva de demanda y sobre el precio de mercado. El beneficio total de los productores es la suma del beneficio de cada generador evaluado al precio de mercado. En contrapartida, el beneficio individual de cada generador es el área sobre su curva de oferta y debajo del precio de mercado. Entonces el beneficio social se puede formular como:

$$\max_{\varphi,\delta} \sum_{h\in H} \left\{ \sum_{i\in I} \sum_{d\in D} \varphi_{i,h,d} Pc_{i,h,d} - \sum_{j\in J} \sum_{b\in B} \delta_{j,h,b} Pg_{j,h,b} \right\} \tag{5.1}$$

donde H es el conjunto de horas que forman el horizonte de programación, J es el conjunto de las centrales eléctricas, I es el conjunto de consumidores, D es el conjunto de bloques de las ofertas de compra de energía, B es el conjunto de bloques de las ofertas de venta de energía. $\varphi_{i,h,d}$ representa la cantidad de energía casada en la subasta de la oferta de compra i del bloque d en el período h, $Pc_{i,h,d}$ representa el precio de la oferta de compra i del bloque d en el período h, $\delta_{j,h,b}$ es la cantidad de energía casada en la subasta de la oferta de venta j del bloque b en el período h, $Pg_{j,h,b}$ es el precio de la oferta de venta j del bloque b en el período h.

La función objetivo descrita por la ecuación (5.1) está sujeta a un grupo de restricciones que dependen del tipo de la estructura de ofertas que se establezca, bien sean simples o complejas. Dichas restricciones se detallan a continuación.

5.2.1. Restricciones Básicas

- En cada una de las horas del horizonte de programación la energía total casada de las ofertas de las centrales de producción deben ser igual a la energía total casada de las ofertas de compra de los agentes comercializadores, con lo cual se impone la igualdad entre la potencia vendida y la adquirida.

$$\sum_{i\in I}\sum_{d\in D}\varphi_{i,h,d} = \sum_{j\in J}\sum_{b\in B}\delta_{j,h,b} \qquad \forall h \in H \tag{5.2}$$

- Para cada una de las horas del horizonte de programación y para cada una de las centrales despachadas, la energía casada de cada bloque debe ser igual o menor a la cantidad ofertada por las centrales de producción. Lo mismo debe suceder en el caso de las ofertas de compra, donde la energía casada en cada bloque de energía debe ser menor o igual a su cantidad oferta.

$$\varphi_{i,h,d} \leqslant Qc_{i,h,d} \qquad \forall i \in I, \forall h \in H, \forall d \in D \tag{5.3}$$

$$\delta_{i,h,d} \leqslant Qg_{i,h,d} \qquad \forall j \in J, \forall h \in H, \forall b \in B \tag{5.4}$$

  donde $Qc_{i,h,d}$ es la cantidad que el consumidor está dispuesto a comprar en el período h en el bloque d y $Qg_{j,h,b}$ es la energía que la central j está dispuesta producir en el período h del bloque b.

- La potencia generada por cada central en una hora es igual a la suma de la energía casada para esa hora, al igual que para el comprador, que necesita conocer el total de la energía a comprar en cada hora.

$$P_{j,h} = \sum_{b\in B}\delta_{j,h,b} \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \tag{5.5}$$

$$C_{i,h} = \sum_{d\in D}\varphi_{i,h,d} \qquad \forall i \in I, \forall h \in H \tag{5.6}$$

  donde $P_{j,h}$, es la energía casada de la central j en el período h y $C_{i,h}$, es la cantidad de energía servida al consumidor j en el período h.

- La potencia de cada central está limitada por sus correspondientes potencias máximas y mínimas y por las relaciones lógicas entre los estados de arranque, parada y

acoplamiento.

$$P_j^0 x_{j,h} \leqslant P_{j,h} \leqslant P_j^M x_{j,h} \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \tag{5.7}$$
$$x_{j,h} - x_{j,h-1} = a_{j,h} - s_{j,h} \qquad \forall j \in J, h = 2 \dots H \tag{5.8}$$
$$a_{j,h} + s_{j,h} \leqslant 1 \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \tag{5.9}$$

donde $x_{j,h}$ es una variable binaria igual a 1 si la central j está conectada en el período h, $a_{j,h}$ es una variable binaria igual a 1 si la central j arranca al inicio del período h y $s_{j,h}$ es una variable entera igual a 1 si la central j se desconecta al inicio del período h. P_j^0 y P_j^M son la potencia mínima y máxima, respectivamente, de la central j.

- Las restricciones técnicas de límites de rampas de subida y bajada de las centrales

$$-DR_j \leqslant P_{j,h} - P_{j,h-1} \leqslant UR_j \qquad \forall j \in J, h = 2 \dots H \tag{5.10}$$

donde UR_j y DR_j son la potencia máxima de subida y bajada, respectivamente, de la central j.

5.2.2. Restricciones Hidráulicas

- La característica de generación de las centrales hidroeléctricas, modelada por medio de la aproximación lineal por tramos viene dada por las siguientes restricciones, según se describen en la sección 4.1.1:

$$P_{jh,h} = P_{jh}^0 x_{jh,h} + \sum_{k=1}^{K} m q_{jh}^k \alpha_{jh,h}^k \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.11}$$
$$Q_{jh,h} = q_{jh}^0 x_{jh,h} + \sum_{k=1}^{K} \alpha_{jh,h}^k \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.12}$$
$$\left(q_{jh}^k - q_{jh}^{k-1}\right) w_{jh,h}^k \leqslant \alpha_{jh}^k \leqslant \left(q_{jh}^k - q_{jh}^{k-1}\right) x_{jh,h} \qquad k = 1, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.13}$$
$$\left(q_{jh}^k - q_{jh}^{k-1}\right) w_{jh,h}^k \leqslant \alpha_{jh,h}^k \leqslant \left(q_{jh}^k - q_{jh}^{k-1}\right) w_{jh,h}^{k-1} \qquad k = 2 \dots K-1, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.14}$$
$$0 \leqslant \alpha_{jh}^k \leqslant \left(q_{jh}^k - q_{jh}^{k-1}\right) w_{jh,h}^{k-1} \qquad k = K, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.15}$$

donde, JH es un subconjunto de J y contempla el conjunto de centrales hidroeléctricas, K es el número de tramos de la aproximación lineal, mq_{jh}^k es la pendiente del *k-ésimo* tramo de la característica entrada-salida de unidad jh. $\alpha_{jh,h}^k$ son variables

positivas que representan el caudal que atraviesa la turbina en el *k-ésimo* tramo de la unidad jh en el período h. q^k_{jh} es el límite superior del *k-ésimo* tramo de la unidad jh. $w^k_{jh,h}$ son variables binarias, las cuales son iguales a 1 si el *k-ésimo* tramo de la unidad jh es requerido al inicio del período h.

- En la sección 4.1.2 se explica el modelo lineal por tramos para la característica de desembalse natural del agua por medio de las siguientes expresiones:

$$So_{jh,h} = \sum_{l=1}^{L} ms^l_{jh}\gamma^l_{jh,h} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.16}$$

$$v_{jh,h} = \sum_{l=1}^{L} \gamma^l_{jh,h} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.17}$$

$$v^l_{jh}\omega^l_{jh,h} \leqslant \gamma^l_{jh,h} \leqslant v^l_{jh} \qquad l = 1, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.18}$$

$$\left(v^l_{jh} - v^{l-1}_{jh}\right)\omega^l_{jh,h} \leqslant \gamma^l_{jh,h} \qquad l = 2 \ldots L-1, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.19}$$

$$\gamma^l_{jh,h} \leqslant \left(v^l_{jh} - v^{l-1}_{jh}\right)\omega^{l-1}_{jh,h} \qquad l = 2 \ldots L-1, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.20}$$

$$0 \leqslant \gamma^l_{jh} \leqslant \left(v^l_{jh} - v^{l-1}_{jh}\right)\omega^{l-1}_{jh,h} \qquad l = L, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.21}$$

$$\omega^k_{jh,h} \leqslant \omega^{k-1}_{jh,h} \leqslant x_{jh,h} \qquad \forall k \in K, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.22}$$

donde L es el número de tramos de la aproximación lineal por tramos. $So_{jh,h}$ es el desembalse de la central jh en el período h. ms^l_{jh} es la pendiente de *l-ésimo* tramo correspondiente a la central jh. $\gamma^l_{jh,h}$ son variables positivas que representan el volumen en el *l-ésimo* tramo correspondiente a la central jh en el período h. v^l_{jh} son los límites superiores del correspondiente embalse de la central jh. w^l_{jh} son variables binarias e igual a 1 si el volumen del *l-ésimo* tramo de la central jh es requerido en el período h.

- El balance de agua con acoplamiento hidráulico se aborda en la sección 4.1.4 y se formula por medio de las siguientes ecuaciones:

$$v^m_{jh} \leqslant v^l_{jh} \leqslant v^M_{jh} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.23}$$

$$v_{jh,h} = v^{in}_{jh} - Qr\left(q^0_{jh} - r_{jh,h}\right) \qquad jh = 1, h = 1 \tag{5.24}$$

$$\begin{aligned} v_{jh,h} = {} & v_{jh,h-1} - Qr\left(Q_{jh,h} + So_{jh,h} - r_{jh,h}\right) \\ & + Qr \sum_{jh \epsilon \Omega_{ju}} \left(Q_{ju,h-\tau} + So_{ju,h-\tau}\right) \end{aligned} \qquad \forall jh \in JH, h = 2 \ldots H \tag{5.25}$$

donde v_{jh} es el volumen correspondiente al embalse jh. v^m_{jh} y v^M_{jh} son el volumen mínimo y máximo del embalse jh. $r_{jh,h}$ es la contribución natural del afluente que alimenta al embalse jh en el período h. v^{in}_{jh} es el volumen del embalse jh al inicio del horizonte de programación. q^0_{jh} es el caudal inicial turbinado por la central jh. Qr es el factor de conversión de caudal a volumen. Ω_{ju} es el conjunto de centrales

hidroeléctricas que comparten un mismo afluente, ju es la central aguas arriba con respecto a la central jh.

5.3. Subasta con Restricciones Hidráulicas y Acoplamiento Hidráulico

A continuación se presenta la formulación completa del modelo propuesto para la casación de las ofertas en un mercado donde las ofertas de las empresas generadores contemplan restricciones de tipo hidráulicas, incluyendo en el modelo acoplamiento hidráulico entre las plantas hidroeléctricas. El modelo se presenta como un problema de optimización por medio de la programación lineal entera mixta, donde la función objetivo viene dada por:

$$\max_{\varphi,\delta} \sum_{h\in H} \left\{ \sum_{i\in I}\sum_{d\in D} \varphi_{i,h,d} Pc_{i,h,d} - \sum_{j\in J}\sum_{b\in B} \delta_{j,h,b} Pg_{j,h,b} \right\} \tag{5.26}$$

sujeto a:

$$\sum_{i\in I}\sum_{d\in D} \varphi_{i,h,d} = \sum_{j\in J}\sum_{b\in B} \delta_{j,h,b} \qquad \forall h \in H \tag{5.27}$$

$$\varphi_{i,h,d} \leqslant Qc_{i,h,d} \qquad \forall i \in I, \forall h \in H, \forall d \in D \tag{5.28}$$

$$\delta_{j,h,d} \leqslant Qg_{j,h,d} \qquad \forall j \in J, \forall h \in H, \forall b \in B \tag{5.29}$$

$$P_{j,h} = \sum_{b\in B} \delta_{j,h,b} \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \tag{5.30}$$

$$C_{i,h} = \sum_{d\in D} \varphi_{i,h,d} \qquad \forall i \in I, \forall h \in H \tag{5.31}$$

$$P_j^0 x_{j,h} \leqslant P_{j,h} \leqslant P_j^M x_{j,h} \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \tag{5.32}$$

$$x_{j,h} - x_{j,h-1} = a_{j,h} - s_{j,h} \qquad \forall j \in J, h = 2 \ldots H \tag{5.33}$$

$$a_{j,h} + s_{j,h} \leqslant 1 \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \tag{5.34}$$

$$-DR_j \leqslant P_{j,h} - P_{j,h-1} \leqslant UR_j \qquad \forall j \in J, h = 2 \ldots H \tag{5.35}$$

$$P_{jh,h} = P_{jh}^0 x_{jh,h} + \sum_{k=1}^{K} m q_{jh}^k \alpha_{jh,h}^k \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.36}$$

$$Q_{jh,h} = q_{jh}^0 x_{jh,h} + \sum_{k=1}^{K} \alpha_{jh,h}^k \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.37}$$

$$\left(q_{jh}^k - q_{jh}^{k-1}\right) w_{jh,h}^k \leqslant \alpha_{jh}^k \leqslant \left(q_{jh}^k - q_{jh}^{k-1}\right) x_{jh,h} \qquad k = 1, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.38}$$

$$\left(q_{jh}^k - q_{jh}^{k-1}\right) w_{jh,h}^k \leqslant \alpha_{jh,h}^k \leqslant \left(q_{jh}^k - q_{jh}^{k-1}\right) w_{jh,h}^{k-1} \qquad k = 2 \ldots K-1, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.39}$$

$$0 \leqslant \alpha_{jh}^k \leqslant \left(q_{jh}^k - q_{jh}^{k-1}\right) w_{jh,h}^{k-1} \qquad k = K, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.40}$$

$$w^k_{jh,h} \leqslant w^{k-1}_{jh,h} \leqslant x_{jh,h} \qquad \forall k \in K, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.41}$$

$$So_{jh,h} = \sum_{l=1}^{L} ms^l_{jh} \gamma^l_{jh,h} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.42}$$

$$v_{jh,h} = \sum_{l=1}^{L} \gamma^l_{jh,h} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.43}$$

$$v^l_{jh}\omega^l_{jh,h} \leqslant \gamma^l_{jh,h} \leqslant v^l_{jh} \qquad l = 1, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.44}$$

$$\left(v^l_{jh} - v^{l-1}_{jh}\right)\omega^l_{jh,h} \leqslant \gamma^l_{jh,h} \leqslant \left(v^l_{jh} - v^{l-1}_{jh}\right)\omega^{l-1}_{jh,h} \qquad l = 2 \ldots L-1, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.45}$$

$$0 \leqslant \gamma^l_{jh} \leqslant \left(v^l_{jh} - v^{l-1}_{jh}\right)\omega^{l-1}_{jh,h} \qquad l = L, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.46}$$

$$\omega^k_{jh,h} \leqslant \omega^{k-1}_{jh,h} \leqslant x_{jh,h} \qquad \forall k \in K, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.47}$$

$$v^m_{jh} \leqslant v^l_{jh} \leqslant v^M_{jh} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{5.48}$$

$$v_{jh,h} = v^{in}_{jh} - Qr\left(q^0_{jh} - r_{jh,h}\right) \qquad jh = 1, h = 1 \tag{5.49}$$

$$v_{jh,h} = v_{jh,h-1} - Qr\left(Q_{jh,h} + So_{jh,h} - r_{jh,h}\right) + Qr \sum_{jh \epsilon \Omega_{ju}} \left(Q_{ju,h-\tau} + So_{ju,h-\tau}\right) \qquad \forall jh \in JH, h = 2 \ldots H \tag{5.50}$$

$$P_{j,h}, C_{j,h}, \varphi_{j,h}, \delta_{j,h}, So_{j,h} \geqslant 0 \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \tag{5.51}$$

$$Q_{j,h},\ v_{j,h},\ \alpha^k_{j,h},\ \zeta^l_{j,h} \geqslant 0 \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \tag{5.52}$$

$$x_{j,h},\ a_{j,h},\ w^k_{j,h},\ \omega^l_{j,h} \in \{0,1\} \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \tag{5.53}$$

$$s_{j,h} \in [0,1] \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \tag{5.54}$$

La restricción (5.27) establece que la cantidad aceptada de la oferta de venta sea igual a la cantidad aceptada de la oferta de compra, las restricciones (5.28) y (5.29) indican que la cantidad casada debe ser menor o igual a la cantidad declarada en la oferta, las restricciones (5.30) y (5.31) representan la cantidad asignada a cada generador y a cada comprador. La restricción (9.2) controla los límites de generación de las centrales. Las restricciones (9.10) y (9.11) representan las restricciones lógicas entre los estados de conexión, parada y arranque de las centrales. La ecuación (5.35) controla los límites de rampa de cada central. Las restricciones (5.36)-(5.41) modelan las características entrada-salida de las plantas hidroeléctricas, mientras que las ecuaciones (5.42)-(5.47) modelan el comportamiento del volumen del agua desembalsado sin producción de energía eléctrica. Las ecuaciones (5.48)-(5.50) manejan el balance del agua y el volumen en los embalses. Las ecuaciones (5.51)-(5.54) designan la naturaleza de cada variable.

La función objetivo descrita por la ecuación 5.26 maximiza el beneficio social neto para el caso de una demanda elástica, en el caso de disponer de una demanda de precio constante, $Pc_{i,h,d}$, la maximización del beneficio social sólo corresponde al beneficio recibido

por los agentes productores debido a la venta de su energía en el mercado [22].

5.3.1. Complejidad Computacional

La complejidad computacional de este problema se puede medir por el número de restricciones, variables binarias y continuas que pueden aparecer en el modelo matemático. A continuación se muestra una tabla que especifica el número de variables y restricciones.

Tabla 5.1. Complejidad Computacional de Modelo.

Restricciones	T[NJ(7+B)+NI(1+D)+2]+JH [19T+(T-1)+2]
Variables Binarias	T[3*NJ+JH(K+M-2)]
Variables Continuas	T[JH(K+M+3)+NJ(1+B)+NI(1+D)]

Para el caso de estudio con 16 centrales de generación (NJ) de las cuales 3 son centrales hidroeléctricas (JH), cuatro bloques en cada oferta de venta (B), una sola empresa comercializadora (NI) que realiza una oferta de compra en un solo bloque (D) para un horizonte de programación de 24 horas (T), con la curva característica de entrada-salida de las centrales hidroeléctricas modelada por medio de una aproximación de dos tramos (k) y la curva de desembalse sin producción de energía eléctrica modelada como una curva lineal de tres tramos (M), para estas características el tamaño del problema es el siguiente:

Tabla 5.2. Complejidad Computacional del Caso de Estudio

Restricciones	5715
Variables Binarias	1368
Variables Continuas	2544

Puede observarse que se trata de un problema de optimización de gran tamaño debido al número de restricciones involucradas en el caso de estudio. Además es lineal ya que tanto la función objetivo como las restricciones han sido formuladas por medio de expresiones lineales y entero mixto debido a las restricciones que relacionan las condiciones lógicas de arranque y parada de las centrales, características de generación de las centrales hidroeléctricas y comportamiento del desembalse de agua.

5.4. Casos de Estudio

En esta sección se presentan los casos de estudio para distintos grados de complejidad de las ofertas de ventas de energía, para un mercado diario de generación.

5.4.1. Modelo del Mercado

Para modelar el mercado se ha asumido que cada compañía de generación oferta de manera individual para cada una de sus centrales y que la potencia de éstas es tan pequeña, en contraste con la demanda, que sus ofertas estratégicas no afectan el precio de mercado de la energía. En otras palabras, se ha simulado un mercado de competencia perfecta, donde ninguna compañía de generación tiene la capacidad de influir sobre el precio de cierre del mercado.

Tabla 5.3. Características Técnicas y Económicas de las Centrales Térmicas.

Central	P_j^M [Mw]	P_j^M [Mw]	RS [MW/h]	RB [MW/h]	c [€]	b [€/MW]	a [€/MW^2]
j1	983	443	120	120	0.00	19.505	0.0000
j2	1025	455	120	120	0.00	21.003	0.0000
j3	138	32	65	65	240.08	21.123	0.0037
j4	351	108	111	111	788.31	25.474	0.0074
j5	225	72	69	69	63.97	29.791	0.0086
j6	74	9	50	50	287.14	19.327	0.0103
j7	290	20	75	75	128.82	29.353	0.0289
j8	289	48	178	178	866.24	25.172	0.0012
j9	140	48	96	96	398.99	29.687	0.0012
j10	145	35	50	50	478.94	14.966	0.0078
j11	197	7	100	100	142.734	10.694	0.0046
j12	210	10	100	100	215.36	21.889	0.0016
j13	163	8	50	50	18.82	37.889	0.0143

La tabla 5.3 muestra las características técnicas y económicas para las centrales térmicas. La tabla 5.4 muestra las características técnicas de las centrales hidroeléctricas, tales como potencia máxima y mínima, caudal máximo que puede atravesar la turbina, valor del agua y contribución natural de los afluentes, mientras que la tabla 5.5 presenta los parámetros hidráulicos asociados a los correspondientes embalses; volumen máximo y mínimo permitido del embalse y los volúmenes al inicio y final del horizonte de programación. Nótese que estos dos últimos valores se han hecho coincidir con el objetivo que la central pueda afrontar el mercado con una capacidad relativamente constante en cada nuevo horizonte de programación.

La curva característica de entrada-salida de las centrales hidroeléctricas se ha modelado usando una curva lineal de dos tramos, según el modelo desarrollado en la sección 4.1.1. Los valores de las pendientes y los límites de los tramos utilizados en el caso de estudio, se muestran en la tabla 5.6, según se representa en la figura 4.3.

La característica de desembalse de agua sin producción de energía eléctrica de las plantas ha sido modelada por medio de una curva lineal de tres tramos utilizando el

Tabla 5.4. Características de las Centrales Hidroeléctricas.

Central	P_{jh}^{M}[Mw]	P_{jh}^{0}[MW]	$Q_{jh}^{M}[m^3/s]$	$Wvjh$ [€/m^3]	$r_{jh}[m^3/s]$
jh14	100	0	20.472	0.0221	9.333
jh15	74	0	11.556	0.0276	8.833
jh16	100	0	23.250	0.0166	12.00

Tabla 5.5. Parámetros Hidráulicas Asociados a los Embalses.

Central	$v_{jh}^{m}[Hm^3]$	$v_{jh}^{M}[Hm^3]$	$v_{jh}^{0}[Hm^3]$	$v_{jh}^{f}[Hm^3]$
jh14	2.980	3.260	3.050	3.050
jh15	1.055	2.500	1.075	1.075
jh16	2.900	3.260	2.950	2.950

Tabla 5.6. Características Entrada-Salida de las Centrales Hidroeléctricas.

Central	$mq_{jh}^{1}[MW/(m^3/s)]$	$mq_{jh}^{2}[MW/(m^3/s)]$	$q_{jh}^{1}[m^3/s]$	$q_{jh}^{2}[m^3/s]$
jh14	5.3333	3.6540	15.00	20.472
jh15	6.7720	5.1937	8.8611	11.556
jh16	5.50	3.6548	17.7778	23.250

modelo desarrollado en la sección 4.1.2. La tabla 5.7 muestra los valores de las pendientes y los límites superiores de los tramos pertenecientes a la aproximación lineal por tramos que corresponde a cada una de las centrales utilizadas en los casos de estudio, tal como se muestra en la figura 4.4, donde se asume que la descarga de agua es igual a cero mientras el nivel del embalse no sea superior al límite superior del primer tramo (v_{jh}^{1}).

Tabla 5.7. Característica de Desembalse de las Centrales Hidroeléctricas.

Central	$ms_{jh}^{1}[(m^3/s)/Hm^3]$	$ms_{jh}^{2}[(m^3/s)/Hm^3]$	$ms_{jh}^{3}[(m^3/s)/Hm^3]$
jh14	0.00	1.3889	3.6667
jh15	0.00	18.9722	20.6111
jh16	0.00	12.5000	17.5556
Central	$v_{jh}^{1}[Hm^3]$	$v_{jh}^{2}[Hm^3]$	$v_{jh}^{3}[Hm^3]$
jh14	3.080	3.250	3.500
jh15	1.085	1.300	2.280
jh16	2.980	3.350	3.500

Cada central de generación elabora una oferta de venta del tipo cantidad-precio, con un máximo de cuatro bloques de energía para cada hora del horizonte de programación con su correspondiente precio. Las centrales térmicas asignan el precio a los bloques de sus ofertas de acuerdo a sus respectivos costes marginales de producción, es decir; cada precio representa el incremento en sus costes por pasar de un nivel de generación a otro (coste

incremental), mientras que las centrales hidroeléctricas ofertan sus energías de acuerdo al valor del agua [18], ver tabla 5.4. La tabla A.1 del apéndice A, muestra los bloques de energía en MWh y sus respectivos precios en $€/MWh$, correspondientes a las ofertas de venta realizadas por las centrales eléctricas que compiten en el mercado diario. Por simplicidad, se asumen iguales las ofertas para cada una de las horas del horizonte de programación; con estas ofertas ordenadas en forma creciente de precios se construye la curva agregada de oferta de venta, tal como se muestra en la figura 5.2.

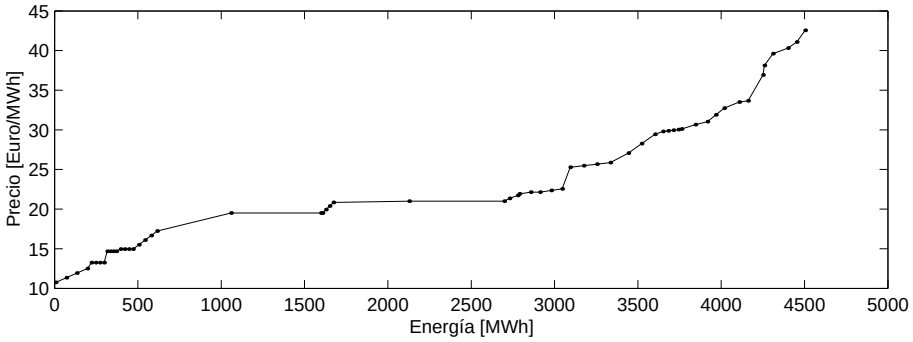

Figura 5.2. Curva agregada de las ofertas de venta.

La cantidad de energía que los agentes compradores están dispuesto ha adquirir a cualquier precio (demanda inelástica) se muestra en la tabla 5.8, se asume que estos valores coinciden con la demanda del sistema. La curva de demanda se muestra en la figura 5.3. En otras palabras, esta curva representa la cantidad de energía que los consumidores están dispuesto a comprar en cada uno de los períodos del horizonte de programación.

Tabla 5.8. Cantidad de Energía Ofertada por los Consumidores.

Hora	Energía [MWh]					
1-6	3153	2793	2703	2748	2838	2973
7-12	3288	3333	3513	3874	4009	3964
13-18	3829	3378	3333	3153	3063	3108
19-24	3153	3378	3829	4099	3738	3288

5.4.2. Caso A: Acoplamiento Hidráulico

Se pretende simular la competencia entre 16 generadores de diferentes tecnologías de producción en un mercado diario dividido en 24 períodos, las centrales hidroeléctricas realizan una oferta de tipo compleja, donde incluyen sus restricciones hidráulicas, dejando al algoritmo de casación la administración de este recurso. El objetivo es determinar el

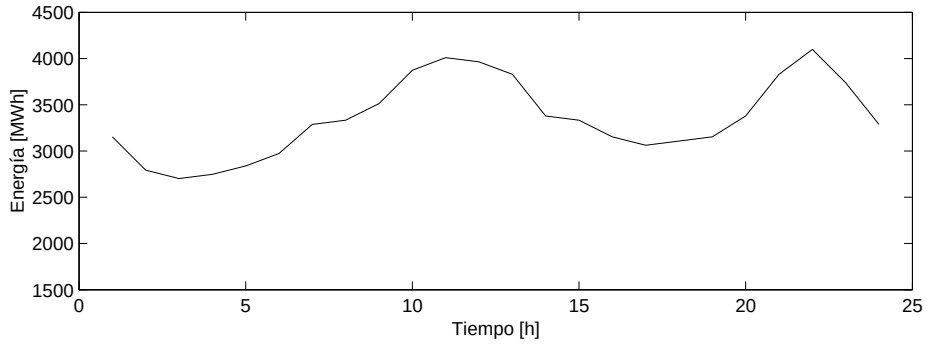

Figura 5.3. Demanda del sistema.

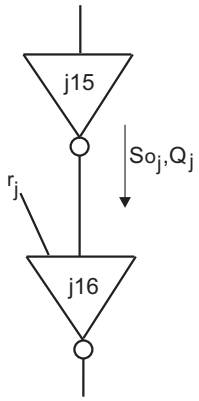

Figura 5.4. Acoplamiento hidráulico entre centrales hidroeléctricas.

precio de mercado y la programación horaria de cada central; también estamos interesados en analizar el comportamiento de las restricciones de las centrales hidráulicas.

Para simular el acoplamiento hidráulico se asume que las centrales $j15$ y $j16$ comparten un mismo afluente, además la central $j16$ cuenta con una contribución lateral. El caudal natural que alimenta cada embalse de agua asociado a su respectiva central hidroeléctrica (r_{jh}) se ha modelado como constantes en el tiempo, pero también es posible simular un comportamiento variable. La tabla 5.4 indica el caudal natural de agua que alimenta cada embalse asociado a la respectiva central.

Resultados

La figura 5.5 muestra la evolución de los precios de la energía y la demanda para el caso de subasta subasta compleja con acoplamiento hidráulico. Al comparar los precios con la curva de demanda se observa cómo el precio sigue el comportamiento de ésta última. Este comportamiento se debe a que un aumento en la demanda implica un aumento en la generación, lo cual conlleva a poner en funcionamiento centrales con costes de generación mayor, originando así un incremento sobre el valor del precio de mercado de la energía.

Este es el caso de las centrales 5, 7, 9 y 13, cuyos costes son los más altos entre todas las centrales; la energía ofertada por estas centrales sólo puede ser casada en las horas con una alta demanda de electricidad, con lo que se incrementa el valor del precio de mercado, tal como se ha comentado anteriormente. En la tabla A.2 se puede observar que las centrales con los costes más altos sólo entran en la subasta cuando el precio de la energía es igual o mayor a 33.51 €/MWh.

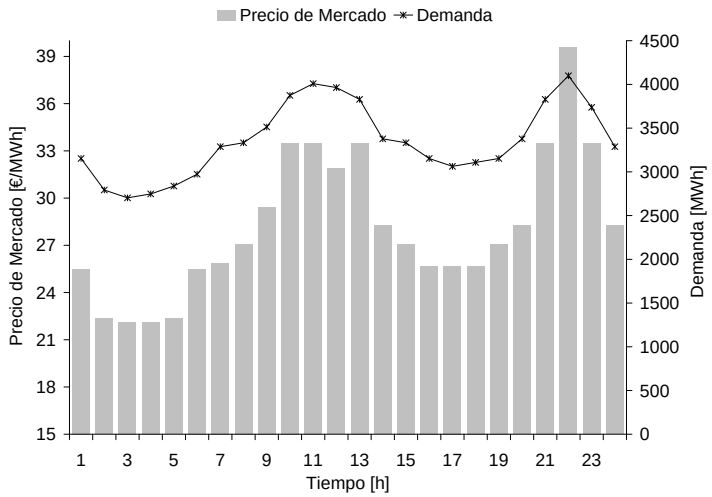

Figura 5.5. Evolución de los precios de mercado de la energía en el caso con acoplamiento hidráulico.

Tabla 5.9. Precio de Mercado de la Energía en el Caso con Acoplamiento Hidráulico.

Hora	Precio de Mercado [€/MWh]					
1-6	25.48	22.35	22.14	22.14	22.35	25.48
7-12	25.87	27.07	29.44	33.51	33.51	31.89
13-18	33.51	28.26	27.07	25.67	25.67	25.67
19-24	27.07	28.26	33.51	39.61	33.51	28.26

La tabla 5.9 muestra el valor del precio de la energía, para cada una de las horas del horizonte de programación. Los precios de cierre de mercado se determinan como el precio del último MW aceptado.

La figura 5.6 muestra el comportamiento del caudal desembalsado sin producir energía eléctrica y la evolución del volumen en el embalse asociado con la central $j14$. Puede observarse que el desembalse de agua se inicia cuando el nivel del embalse alcanza los 3,08 hm^3, que corresponde al limite superior, v^1_{jh}, del primer tramo de la aproximación lineal por tramos de la característica de desembalse de la central.

La figura 5.7 muestra la cantidad de energía casada de la central de producción hidroeléctrica $j14$ y el comportamiento del volumen del embalse asociado a dicha central. Puede

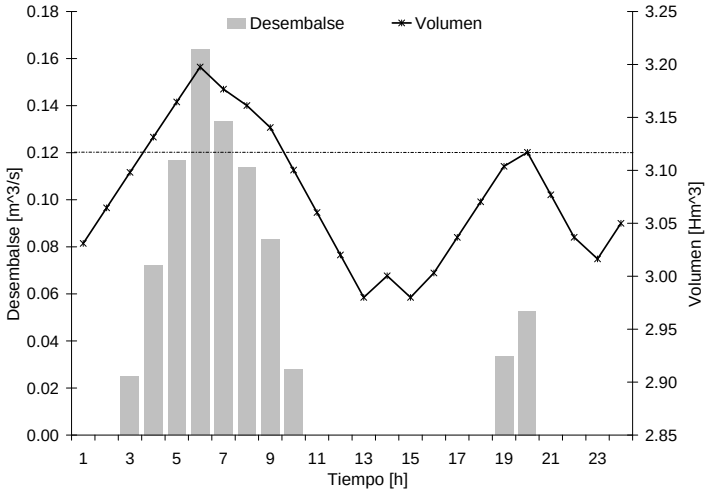

Figura 5.6. Evolución del desembalse y volumen del embalse asociado con la central j14 en el caso con acoplamiento hidráulico.

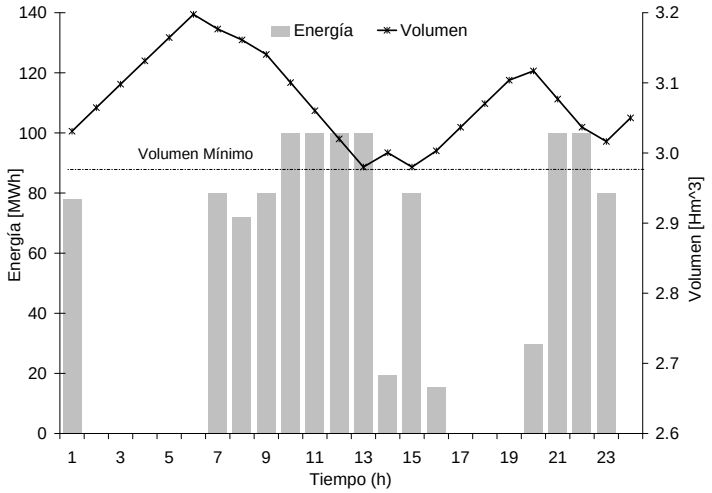

Figura 5.7. Energía casada y evolución del embalse asociado con la central j14 en el caso con acoplamiento hidráulico.

verse cómo se respetan las restricciones de volumen mínimo, 2.98 m^3, y volumen final del embalse, 3.05 m^3). Observe que el embalse alcanza su mínimo permitido en las horas 13 y 15, lo cual obliga a la central a reducir su producción de energía en el período siguiente. En consecuencia, se observa cómo la central optimiza sus recursos hídricos vendiendo su energía en las horas con precio de mercado más elevado.

La figura 5.8 muestra el comportamiento del volumen del embalse asociado con la central $j15$, y el volumen de agua desembalsado sin producir energía eléctrica. Puede observarse que el desembalse de agua se inicia cuando el nivel del embalse alcanza los 1.085 Hm^3, que corresponde al limite superior (v^1_{jh}) del primer tramo de la aproximación

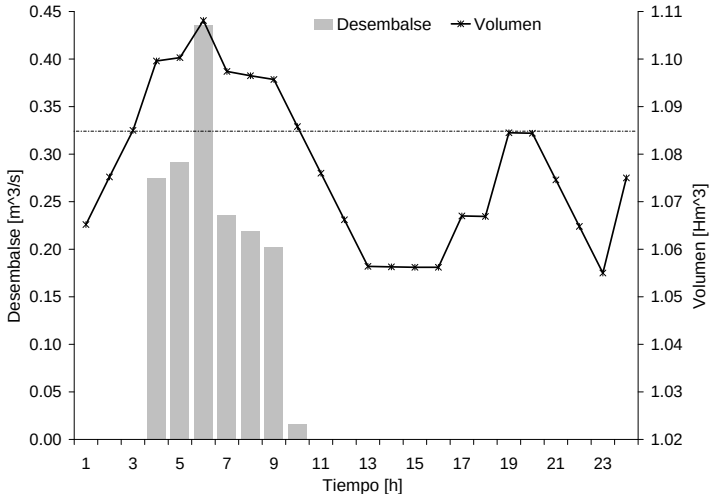

Figura 5.8. Evolución del desembalse y volumen del embalse asociado con la central j15 en el caso con acoplamiento hidráulico.

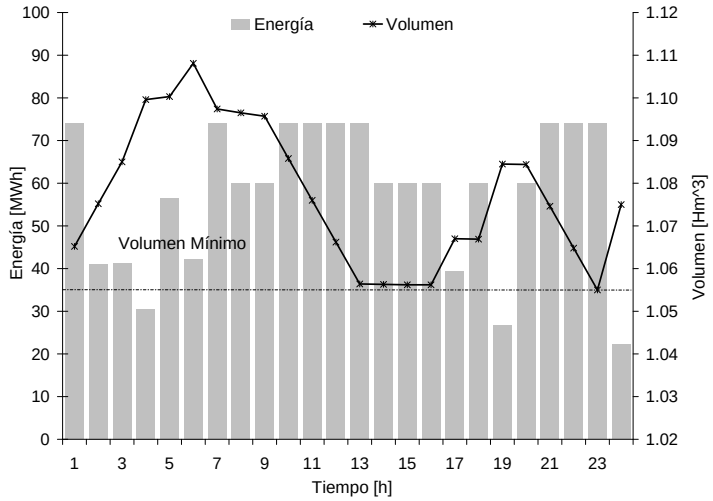

Figura 5.9. Energía casada y evolución del embalse asociado con la central j15 en el caso con acoplamiento hidráulico.

lineal por tramos de la característica de desembalse de la central.

En la figura 5.9 se muestra la cantidad de energía casada de la central de producción hidroeléctrica $j15$ y el comportamiento del volumen del embalse asociado a dicha central. Puede verse cómo se respetan las restricciones de volumen mínimo (1.055 Hm^3) y final del embalse (1.075 Hm^3). Obsérvese también, que el embalse se acerca a su mínimo permitido entre las horas 13-16 y alcanza el mínimo en el período 23, con lo cual la planta se ve obligada a reducir su producción de energía en el período siguiente para no violar la cota inferior del volumen en su embalse. Además se puede observar cómo la mayor cantidad de energía casada se produce durante los períodos donde el precio de mercado es más elevado.

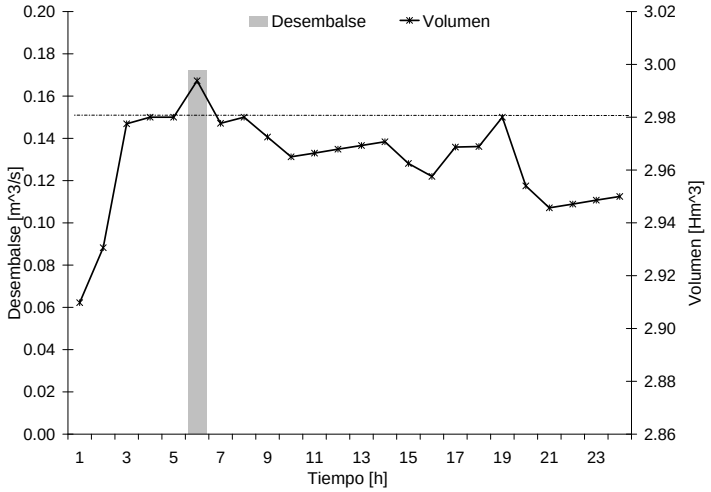

Figura 5.10. Evolución del desembalse y volumen del embalse asociado con la central j16 en el caso con acoplamiento hidráulico.

El comportamiento del volumen del embalse asociado con la central $j16$, y el volumen de agua desembalsado sin producir energía eléctrica se representa en la figura 5.10, en la cual se observa cómo el desembalse de agua se inicia cuando el nivel del embalse alcanza los 2.98 Hm^3, que corresponde al limite superior (v^1_{jh}) del primer tramo de la aproximación lineal por tramos de la característica de desembalse de la central.

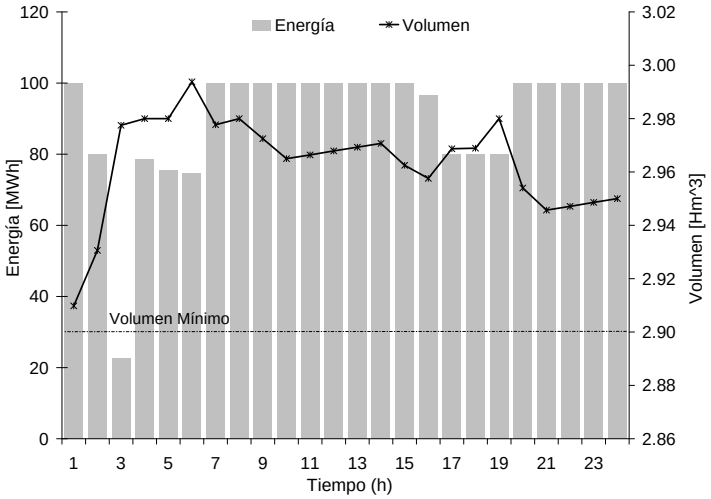

Figura 5.11. Energía casada y evolución del embalse asociado con la central 16 en el caso con acoplamiento hidráulico.

La figura 5.11 muestra la cantidad de energía casada de la central de producción hidroeléctrica $j16$ y el comportamiento del volumen del embalse asociado a dicha central.

Puede verse cómo se respetan las restricciones de volumen máximo, volumen mínimo (1.055 $Hm3$) y final del embalse (1.075 $Hm3$). En este gráfico se puede observar los efectos en el volumen producto de la contribución de agua de la central aguas arriba, observe cómo los niveles del embalse se mantienen altos a pesar de que la central produce a su potencia máxima la mayoría de las horas del horizonte de programación.

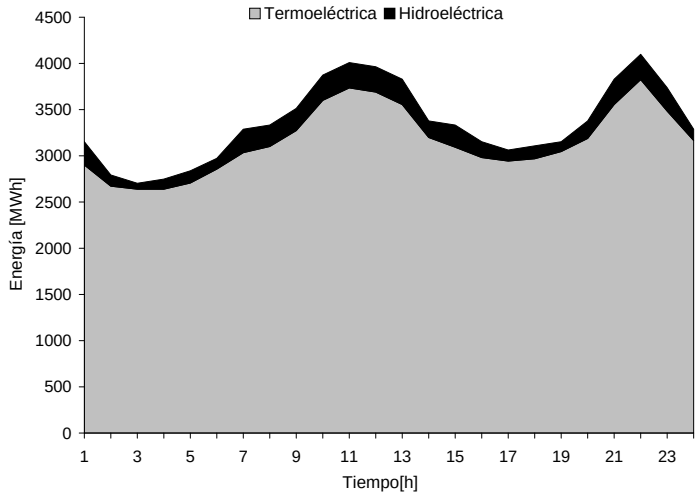

Figura 5.12. Plan de Generación de las centrales en el caso con acoplamiento hidráulico.

La programación de las centrales se muestra en la figura 5.12, y en la tabla A.2 del apéndice A, donde se puede notar que las centrales más económicas siempre están programadas a diferencia de las de costes de producción más elevadas, las cuales entran en la casación cuando la demanda aumenta, incrementando a su vez los precios de la energía.

5.4.3. Caso B: Sin Restricciones Hidráulicas

El objetivo de este caso de estudio es analizar la influencia sobre los precios de las restricciones hidráulicas. En el caso anterior las centrales hidroeléctricas comparten un mismo afluente y sus restricciones son administradas por el operador del mercado; en éste caso de estudio las centrales hidroeléctricas realizan ofertas simples de la forma cantidad-precio, de acuerdo el valor del agua. El modelo de subasta se describe en la sección 5.2, para este caso sólo se consideran las restricciones descritas por las ecuaciones (5.2)-(5.10). Es decir, las restricciones de potencia mínima y máxima, límites en los cambios de potencia de subida y bajada de las centrales participantes, la relación lógica entre los estados de acoplamiento, arranque y parada y el equilibrio entra la oferta de los consumidores y los generadores. El modelo de mercado se describe en la sección 5.4.1.

Resultados

La tabla 5.10 muestra los valores horario para los precios de la energía cuando las centrales eléctricas realizan ofertas de venta de tipo simple, mientras que la figura 5.13 muestra la evolución de estos precios de mercado con respecto a la demanda del sistema.

Tabla 5.10. Precio de Mercado de la Energía en el Caso sin Restricciones Hidráulicas.

Hora	Precio de Mercado [€/MWh]					
1-6	25.48	22.35	21.93	21.73	22.14	22.35
7-12	27.07	27.07	28.26	33.51	33.51	31.89
13-18	33.51	28.26	27.07	25.48	25.29	25.48
19-24	27.07	28.26	33.51	39.61	33.51	28.26

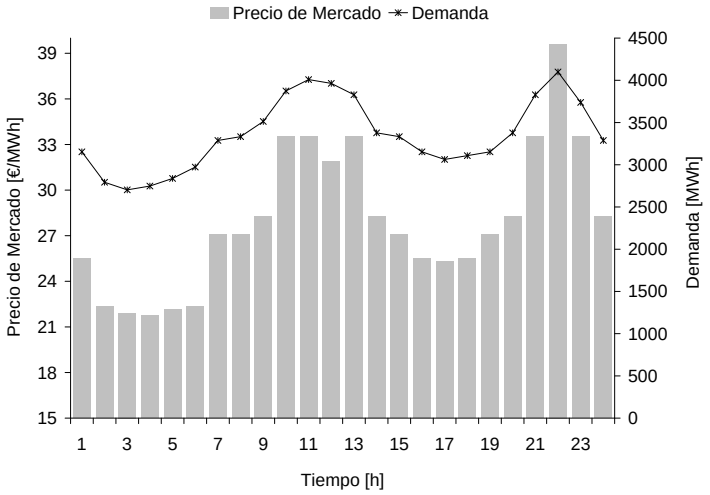

Figura 5.13. Evolución de los precios de mercado de la energía en el caso sin restricciones hidráulicas.

La figura 5.14 muestra la comparación de los precios de mercado para la energía entre el caso de acoplamiento hidráulico y el caso sin restricciones hidráulicas. Nótese cómo el precio de la energía en el caso sin restricciones hidráulicas es menor o igual a los precios para el caso con acoplamiento, a excepción del período 7. El precio medio en este caso es de 28.02 €/MWh, como era de esperar, menor que el precio medio para el caso de restricciones hidráulicas; el cual es de 28.22 €/MWh.

Este resultado se puede considerar ficticio debido a que las centrales hidráulicas que no puedan cumplir lo asignado deberán ir a mercados de ajustes para corregir su programa o hacer uso de servicios de regulación, con lo que su beneficio es menor del esperado y se hace una gestión poco eficiente del agua.

La hora 7 requiere una atención especial, debido al que en esta hora el precio sin restricciones es mayor que el precio para el caso del acoplamiento hidráulico, lo cual se

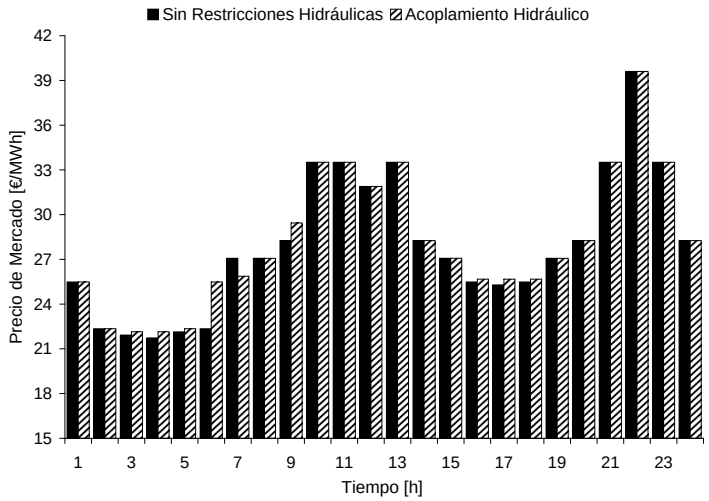

Figura 5.14. Comparación de los precios entre el caso acoplamiento hidráulico y el caso sin restricciones hidráulicas.

contradice con lo expuesto anteriormente; esta diferencia se debe a los límites de rampas incluidas en el modelo de casación (ver ecuación (5.10). Esta situación se puede explicar analizando el comportamiento de las centrales involucradas en la determinación de los precios para el período 7, en nuestro caso corresponden a las centrales $j4$ y $j8$, para lo cual es necesario revisar los cambios en la potencia entregada por las centrales en las horas 6 y 7. Las tablas A.2 muestra la programación de las centrales en el caso de restricciones hidráulicas y la tabla A.3 muestra la misma información para el caso sin restricciones hidráulicas.

En el caso de restricciones hidráulicas la central $j8$ pasa de 84 MW de media en el período 6 a 262 MW en el período 7, respetando su rampa máxima de subida, la cual es igual a 178 MW/h; determinando así el precio de mercado para las hora 7, mientras que la central $j4$ no entra en la subasta. En el caso sin restricciones hidráulicas, la central $j8$ pasa de 0 MW en la hora 6 a 134 MW en el período 7, con lo que satisface su correspondiente rampa de subida; esto obliga a la siguiente central en orden creciente de precios a entrar en el proceso de subasta, lo cual corresponde al primer bloque de energía ofertada por la central $j4$ que determina el precio para el período 7 de 27.07 €/MWh. En otras palabras, a pesar que la central $j8$ oferta energía para el período 7 a precios menores que los ofertados por la central $j4$, no puede colocar toda esta energía en la casación debido a sus limitaciones de rampa de subida, dando como resultado un incremento en el precio de mercado para el período 7.

La figura 5.15 muestra el plan de programación para las centrales que participan en el mercado, obsérvese cómo las centrales hidráulicas generan a su máxima potencia, debido a que el caso de estudio asume que las centrales no cuentan con restricciones hidráulicas, con lo cual son capaces de generar a su plena potencia y colocar toda la energía en el

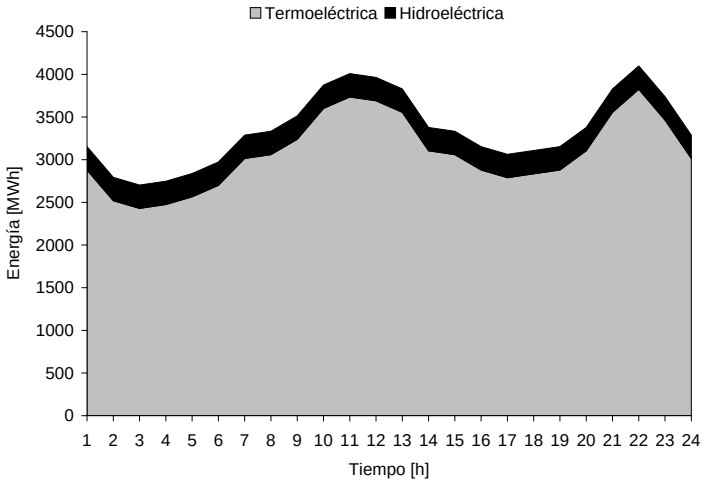

Figura 5.15. Generación hidroeléctrica y termoeléctrica para el caso sin restricciones hidráulicas.

mercado, principalmente por sus bajos costes de producción. Bajo condiciones normales de funcionamiento las centrales no cuentan con una fuente inagotable de energía hidráulica, por el contrario tienen que administrar eficientemente este recurso y colocarlo en las horas donde el beneficio resultante por la venta de su energía sea máximo. Por lo tanto, es evidente que este esquema de subasta obliga a las centrales hidroeléctricas a planificar su generación de acuerdo a los posibles precios que resulten del proceso de subasta y de la cantidad de agua almacenada en sus embalses; administrando cuidadosamente sus recursos hidráulicos. En caso de existir un conflicto entre el plan asignado y sus recursos hidráulicos, las centrales hidroeléctricas se ven obligadas a ajustar sus programas de generación para cumplir con la energía asignada y con sus propias restricciones técnicas, acudiendo a mercados de ajustes para comprar o vender lo que no puedan cumplir, reduciendo de esta forma sus beneficios económicos e incrementado el riesgo asociado al participar en el mercado eléctrico.

5.4.4. Caso Base

Como se ha visto en el caso de estudio anterior, los límites en los cambios de potencia de las centrales tienen un impacto importante en la determinación de los precios de mercado de la energía, con el objetivo de analizar esta influencia se modifica el caso de estudio anterior (sin restricciones hidráulicas) de forma tal que no se incluyan las restricciones que modelan los límites de rampas de subida y rampa de bajada en el mecanismo de subasta. Esto corresponde a la ecuación (5.10); en consecuencia, el caso se asemeja al mecanismo de subasta utilizado en el mercado eléctrico español [20]. En consecuencia, el modelo de subasta queda descrito por las ecuaciones (5.1)- (5.9) presentadas en la sección 5.2. El

modelo de mercado se describe en la sección 8.2.

Resultados

La tabla 5.11 muestra los valores horarios para los precios de la energía cuando las centrales eléctricas realizan ofertas de venta de tipo simple sin considerar los límites de rampas en el mecanismo de casación, mientras que la figura 5.16 muestra la evolución de estos precios de mercado con respecto a la demanda del sistema.

Tabla 5.11. Precio de Mercado de la Energía en el Caso Base.

Hora	Precio de Mercado [€/MWh]					
1-6	25.48	22.14	21.92	21.73	22.14	22.35
7-12	25.87	25.87	28.26	31.03	32.75	31.89
13-18	30.67	27.07	25.87	25.48	25.29	25.48
19-24	25.48	27.07	30.67	33.51	30.23	25.87

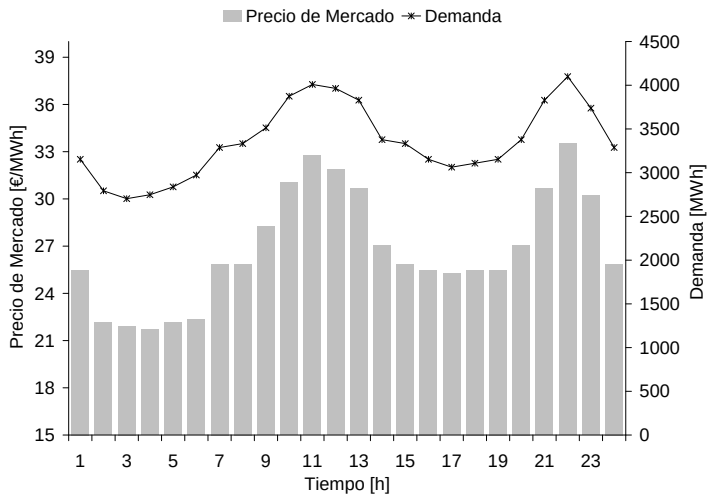

Figura 5.16. Evolucíon de los precios de mercado y la demanda para el caso base.

La figura 5.17 muestra la comparación de los precios de mercado para la energía entre el caso caso base y el caso sin restricciones hidráulicas. Nótese cómo el precio de la energía en el caso base es menor o igual a los precios para el caso sin restricciones hidráulicas. El precio medio en este caso es de 26.84 €/MWh, ampliamente menor que el precio medio para el caso sin restricciones hidráulicas (28.02 €/MWh), como era de esperar.

Es interesante estudiar el comportamiento de los precios en el período 22, para ambos casos de estudio; en dicha hora se observa claramente la influencia de los límites de rampa sobre los precios de mercado de la energía. Para esta hora hay un incremento brusco en la demanda (ver figura 5.16) y en consecuencia las centrales eléctricas intentan aumentar su

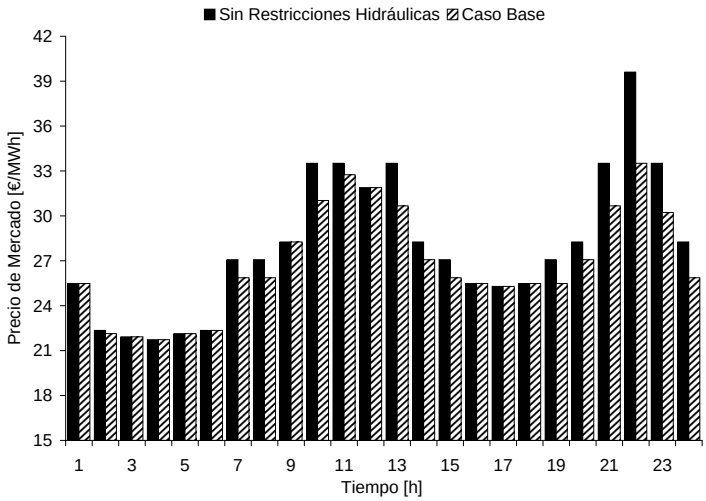

Figura 5.17. Comparación de los precios entre el caso base y el caso sin restricciones hidráulicas.

generación, pero debido a los límites de rampa de subida, tienen que entrar en la subasta centrales con coste de producción mayores, situación que no ocurre cuando en el mecanismo de casación no se incluyen las rampas de subida y bajada de las centrales eléctricas.

Un caso representativo se muestra con la central $j5$ en el período 22, puede observarse en la tabla A.4 del apéndice A, cómo esta central pasa de 0 MW en el período 21 a 172 MW demedia en el período 22, cuando su rampa máxima de subida es de 69 MW/h (ver tabla 5.3), este resultado obliga a la central $j5$ a participar en otros mercados para cubrir los 103 MW que no puede suministrar.

Es importante analizar las implicaciones que tiene no incluir los límites de rampas en el mecanismo de casación. En primer lugar, se obtiene un precio de la energía menor al obtenido si se incluyen las restricciones de rampa. Por otra parte, al ignorar las restricciones de rampas en el mecanismo de subasta, las centrales deberán ajustar sus programas de generación para tratar de cumplir con las cantidades de energía asigna y sus propias restricciones (acoplamiento, rampas), por lo que deberán acudir a mercados de ajuste para comprar o vender lo que no puedan cumplir; con lo que el precio final seguramente será mayor que el obtenido en la subasta simple.

5.5. Conclusiones

Los mercados eléctricos basan su funcionamiento en la competencia que debe existir entre los agentes que participan en dicho mercado, teóricamente se trata de un mercado de libre competencia donde ninguno de los participantes tiene la capacidad de influir o modificar los precios de mercado, pero la práctica demuestra que esta situación ideal pocas

veces se cumple. En estos mercados se lleva a cabo un proceso de subasta de energía para determinar los precios de mercado de la energía, donde se intenta maximizar los beneficios de todos los participantes.

En este capítulo se ha presentado un modelo de subasta para determinar el precio de mercado de la energía y el programa de generación de las centrales eléctricas que participan en un mercado diario de energía. El modelo propuesto asume que el operador del mercado administra las restricciones de las centrales hidroeléctricas. Los resultados obtenidos en los casos de estudios desarrollados permiten formular las siguientes conclusiones:

- El manejo de las restricciones hidráulicas por parte de un organismo independiente permite que el programa de generación de las centrales hidroeléctricas se ajuste a sus correspondientes volumenes de agua almacenada optimizando así sus recursos hidráulicos. Esto evita el problema a las centrales hidroeléctricas de tener que ajustar sus programas de generación para cumplir con las energías asignadas y sus propias restricciones técnicas, acudiendo a mercados de ajustes para comprar o vender lo que no pueda cumplir, reduciendo de esta forma sus beneficios económicos.

- La incorporación de centrales hidroeléctricas en cascada, adiciona complejidad al modelo de subasta. El problema de coordinación entre centrales de una misma firma no representa mayores complicaciones. Sin embargo, la coordinación entre centrales de diferentes compañías que comparten un mismo afluente puede ser muy complejo en el contexto de los mercados eléctricos competitivos. La decisión de generación, sobre la oferta de venta de las centrales aguas abajo, depende de la decisión unilateral de la central aguas arriba; si la compañía rival tiene la capacidad de utilizar estratégicamente su generación para poder ejercer su poder de mercado, puede reducir en forma significativa la capacidad de generación de la central ubicada aguas abajo. El modelo de subasta propuesto en este trabajo permite obtener precios de mercados más cercanos a los de mercado de libre competencia; ajustados a las condiciones reales del mercado. Debido principalmente a que las centrales hidroeléctricas no pueden utilizar en forma estratégica sus recursos hidráulicos.

El modelo también puede ser utilizado por una compañía de generación para analizar sus propias restricciones, bajo diversas situaciones del mercado, estimando o prediciendo las ofertas de venta de las compañías rivales.

Comparando los casos de estudio, también se puede concluir que cuantas más restricciones se incluyan en el modelo de subasta, más alto es el precio de mercado de la energía, como es de esperarse, debido a que bloques de energía de las ofertas más económicas no pueden entrar en la subasta; las restricciones de las centrales eléctricas lo prohíbe. En el caso base se ha observado la influencia de las rampas de subida y bajada de las centrales cuando éstas se modelan o no en el mecanismo de subasta; en el caso de no incluirlas

las centrales deberán, al igual que el caso de las restricciones hidráulicas, acudir a mercados de ajustes para comprar o vender la energía que no puedan cumplir o implementar mecanismos paralelos o auxiliares para sacar de la subasta a aquellas centrales que no puedan suministrar la energía asignada debido a sus restricciones, con lo que el precio final seguramente será mayor que el obtenido inicialmente con el mecanismo de subasta sin restricciones (subasta simple).

El precio resultante de realizar subastas sin restricciones y después acudir a mecanismos de ajuste deberán ser, al menos, el que resulte de incluir las restricciones en la subasta, pudiendo incluso ser superior en función de los mercados de ajuste, con el consiguiente perjuicio económico en el beneficio diario de cada compañía, donde todos pierden de acuerdo a los siguiente casos:

1. Una compañía que debe dar más energía de la cuenta recibe un precio inferior al que obtendría si se hubieran considerado las restricciones y, además, debe comprar energía a otro para suplir la no puede suministrar, con lo que el perjuicio es doble.

2. Una compañía que ve reducida su generación porque no se han tenido en cuenta las rampas de otra compañía recibe además un precio inferior, perdiendo beneficio.

Capítulo 6

Compañía de Generación en un Mercado de Tipo Oligopolio

Bajo el nuevo esquema de organización de los mercados eléctricos las compañías de generación tienen como fin principal maximizar sus beneficios económicos como producto de la venta de su energía eléctrica, dejando al ente operador del sistema lo referente a la calidad y seguridad del servicio eléctrico. Las teorías económicas clasifican en dos tipos a las compañías que participan en los nuevos mercados, de acuerdo a su capacidad para influir sobre los precios de mercado de la energía eléctrica. Por un lado se encuentran las compañías con pequeña capacidad de generación, que se comportan como empresas seguidoras de precios y por el otro lado se encuentran las compañías con gran capacidad de generación y por lo tanto; con la habilidad para influir sobre los precios a través de su poder de mercado [27].

Desgraciadamente, esta habilidad para manipular unilateralmente los precios y la estructura tradicional de la industria eléctrica implica que no es posible alcanzar un modelo de competencia perfecta para este tipo de mercado y que su comportamiento es más cercano al oligopolio, debido a que es característico encontrar unas pocas compañías de generación compitiendo por sus respectivas cuotas de participación en el mercado. Mientras mayor sea la cuota de participación de una compañía de generación, mayor será su influencia en el mercado.

La curva de demanda residual o cuota de mercado relaciona el precio de mercado con la energía que una compañía de generación puede colocar en el mercado. En el caso de una compañía líder de mercado, esta curva mide su capacidad para influir sobre el precio de mercado de la energía eléctrica. La forma característica de la demanda residual está determinada por las ofertas que realizan los agentes del mercado, típicamente formadas por la pareja cantidad-precio, que le dan un comportamiento discreto complicando así su representación matemática. Diversos son los modelos adoptados para modelar la demanda residual, entre los mas usados destacan el modelo lineal por tramos [74] y el modelo en forma d escalón [27]. La motivación principal de este capítulo es analizar el comportamiento

de la función beneficios de una compañía de generación líder de mercado ante diferentes modelos matemáticos de su demanda residual, por lo tanto los objetivos principales se pueden describir como:

1. Formular e implementar el modelo de una compañía de generación líder de mercado conociendo su demanda residual mediante la programación no lineal.

2. Elaborar una estrategia óptima de generación para una compañía líder conociendo su curva de demanda residual. El problema consiste en determinar la cantidad de energía que debe ofertar cada una de las centrales de la compañía que maximice su beneficio tomando en consideración el comportamiento de sus competidores, dicho comportamiento ha se modelado usando la curva de demanda residual de la compañía.

3. Analizar el comportamiento del beneficio diario de una compañía líder para distintos modelos matemáticos de su demanda residual.

4. Analizar el comportamiento de una central de bombeo en un mercado eléctrico competitivo.

Este capítulo está estructurado de la siguiente forma, primero se aborda el comportamiento de la demanda de electricidad y su elasticidad con respecto a los precios, luego se define el concepto de demanda residual y su significado para una compañía seguidora (precio-aceptante) y para una compañía líder. Posteriormente, se describen diversos modelos matemáticos utilizados para simular la demanda residual de la compañía líder. A continuación, se explica el problema de maximizar el beneficio de una compañía líder de mercado y su formulación matemática como un problema de optimización con función objetivo no lineal. Por último, se reportan los casos de estudio desarrollados en el trabajo.

6.1. Comportamiento de la Demanda

La demanda de electricidad es muy particular puesto que la energía no puede ser almacenada y los incrementos repentinos de la demanda deben ser abastecidos por incrementos en la generación. En los mercados diarios de energía, los precios se determinan a partir de la demanda de energía esperada para el día siguiente. Puesto que la demanda varía con el tipo de día y la estación del año, el comportamiento de la demanda es muy variado y en consecuencia es necesario discriminar la demanda en períodos, generalmente de una hora de duración.

6.1.1. Elasticidad de la Demanda

En un mercado donde los consumidores puedan escoger fácilmente entre no consumir un determinado producto o sustituir éste por otro, los productores no pueden incrementar sus precios por arriba de sus costes, sin una significativa reducción de sus ventas. En contrapartida, un productor que sabe que su producto es absolutamente necesario puede aprovecharse de esto para incrementar sus precios [15]. En los mercados eléctricos la elasticidad de los precios con respecto a la cantidad demandada se define como el cambio porcentual en la cantidad de energía demandada como respuesta a un cambio porcentual en el precio de la electricidad. De esta forma, podemos clasificar la demanda en dos tipos básicos:

- **Demanda elástica**: Significa que la variación en el precio causa una variación en la demanda mayor que la variación proporcional del precio, es decir: un incremento del 1 por cien en el precio causa un decremento mayor al 1 por cien en la demanda.

- **Demanda inelástica**: Quiere decir que la variación en el precio causa una variación en la demanda menor que el proporcional a la variación de precios, en otras palabras; un incremento del 1 por cien en el precio causa un decremento menor al 1 por cien en la demanda [12].

Rothkopt [94] argumenta que a largo plazo la demanda tiene un comportamiento más elástico y que debido a que ésta tiene un gran impacto en la vida diaria y en las actividades económicas y su gran dificultad para almacenarla, su comportamiento a corto plazo, especialmente en los mercados diarios u horarios, es esencialmente inelástica. Esta falta de elasticidad significa que si la demanda de electricidad en un momento dado puede ser suplida por uno sólo de los participantes en el mercado, éste puede poner en déficis al mercado y aprovecharse de esta situación para incrementar unilateralmente los precios ejerciendo así su poder de mercado.

En los mercados donde existen centrales de bombeo, el comportamiento de la demanda puede presentar características más elásticas. Las centrales de bombeo en sistemas hidroeléctricos tratan de generar en las horas de mayor precio y de bombear cuando la electricidad es más barata, con lo cual es una demanda que se presenta sólo en las horas de menor precio de la energía. Por lo tanto, se puede afirmar que éste tipo de carga es sensible a los precios presentando un comportamiento más elástico a los cambios de precios.

En este trabajo se considera un comportamiento inelástico de la demanda, siempre y cuando no se consideren centrales de bombeo en los casos de estudio, dado que el mercado a simular es del tipo diario y las subastas de energía se realizan en forma horaria.

6.2. Demanda Residual y Competencia

Son numerosos los modelos desarrollados para el análisis del comportamiento de los mercados eléctricos, pero debido a la naturaleza de esta industria la mayoría de los estudios se orientan hacia los mercados de tipo oligopolio, principalmente debido a la presencia de pocas compañías y la producción de un bien homogéneo. La demanda residual vista por una compañía de generación es una de las teorías más utilizadas para modelar el comportamiento de estas compañías en mercados eléctricos. Ejemplos del uso de estas curvas se puede conseguir en [5][9][27][29][74].

Generalmente, en un mercado eléctrico cada generador envía hacia el organismo encargado de realizar la subasta o casación una lista de cantidad-precio. El operador del mercado organiza todas las ofertas de venta de energía para realizar una casación de tipo simple o compleja, dependiendo del esquema seleccionado en cada mercado. Para ello se construye una *curva agregada de oferta* con todas las ofertas de las unidades de generación, ordenando la misma en orden ascendente de precios. De esta forma, asumiendo que todas las unidades ofertan a sus costes marginales, las unidades con costes mas elevados estarán situadas en la parte superior de la curva agregada de oferta y las más económicas en la parte inferior de la misma.

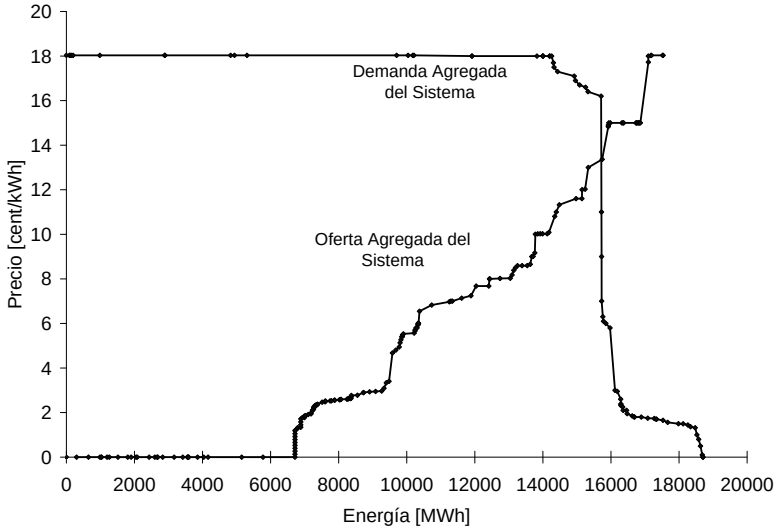

Figura 6.1. Curvas agregadas de oferta y demanda para el mercado eléctrico español en una hora y día laborable.

También se puede suponer que las empresas de generación han decidido realizar sus ofertas de energía en forma estratégica, tomando en cuenta el comportamiento de sus rivales. En este caso, las unidades enviarán sus ofertas con precios mayores, menores o iguales a sus costes marginales, e incluso ofertando precios iguales o cercanos a cero.

Por otra parte, los agentes comercializadores también envían ofertas de compra que son ordenadas en orden descendente de precio, *curva agregada de venta*. La intersección de ambas curvas determinará el precio del mercado. En la figura 6.1 se muestra una curva agregada de venta y de compra de energía para el mercado eléctrico español de un día laborable.

Cada compañía de generación que interviene en el mercado cuenta con una cuota de participación que dependerá de su capacidad de generación y de la estrategia o modelo económico que adopte para competir. Independientemente de esto, cada compañía cuenta con una curva que representa su cuota de mercado o, mejor dicho, la cantidad de demanda que ella puede suplir al precio de mercado. Algunos autores la denominan como *Curva de Demanda Residual*, otros en cambio la denominan *Cuota de Participación* [27].

Definiremos la curva de demanda residual de una compañía de generación como aquella función que relaciona el precio de mercado con la cantidad de demanda que la compañía puede afrontar. Las características de esta curva dependerán del tipo de compañía para la cual se calcule, es decir; si la compañía es un líder de mercado (fijador de precios) o un seguidor (tomador de precios), las características de esta curva tomaran formas diferentes.

La elaboración de la curva de demanda residual no es una tarea sencilla y se necesita información previa del comportamiento de los competidores y de la demanda de electricidad. Además, las curvas de demanda residual son extremadamente difíciles de describir por funciones analíticas. La forma de obtener estas curvas es restar de la demanda, para cada nivel de precio, la oferta agregada de las compañías rivales, es decir; si para un mismo precio se conoce el valor de la demanda y la cantidad ofertada por las compañías rivales, la diferencia entre ambas cantidades produce la demanda residual para ese nivel de precio.

Asuma que se conoce el valor de la demanda y la oferta de las compañías rivales en una hora determina, para los precios de la tabla 6.1. Entonces, la demanda residual para esa hora se determina restando ambos valores para cada nivel de precio. Nótese que cuando la oferta de las compañías rivales es mayor que la demanda, la demanda residual toma valores negativos.

Tabla 6.1. Ejemplo de Cálculo de la Demanda Residual

Precio [€/MWh]	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5
Demanda [MWh]	25	25	25	25	25
Oferta Rivales [MWh]	10	15	20	22	29
Demanda Residual	15	10	5	3	-4

En el caso de una compañía líder de mercado, su demanda residual tiene un significado adicional. La curva de demanda residual para una empresa líder modela la influencia que ejerce su oferta de venta de energía sobre el precio de mercado. A continuación se presentan algunas diferencias de esta curva dependiendo del tipo de compañía que se modele.

6.2.1. Compañía Seguidora o Precio Aceptante

Estas compañías cuentan con poca capacidad de generación en comparación con la demanda, no tienen capacidad de influir sobre los precios de la energía y en algunas horas su participación no es indispensable para cubrir toda la demanda de electricidad. En otras palabras, no están capacitadas para ejercer poder de mercado [14]. Dado que no pueden ejercer poder de mercado, tienen que ofertar sus energías a precios iguales o mayores a sus costes marginales de producción, garantizando así la retribución de sus costes si la energía ofertada es casada. Por lo tanto, las ofertas de estas compañías se modelan en este trabajo por medio de las curvas de costes marginales de producción.

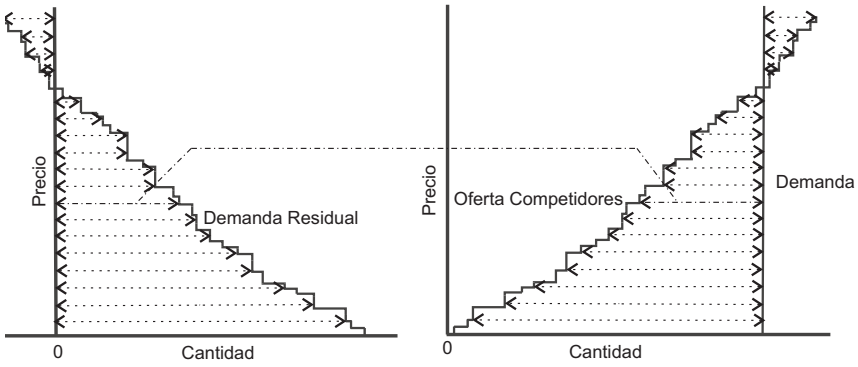

Figura 6.2. Demanda residual de una compañía seguidora.

Otra consideración importante es la característica de su curva de demanda residual, la cual puede presentar una zona negativa. Esto se debe a que la curva agregada de las ofertas de las empresas rivales pueden abastecer al mercado alcanzando y superando la demanda, con lo cual al realizar la diferencia entre las dos curvas, la demanda residual de la compañía seguidora puede presentar cantidades negativas en el caso cuando la oferta de los competidores supere el valor de la demanda. En la figura 6.2 se ha representado ésta situación, en la cual la curva agregada de oferta de los competidores supera el valor de la demanda, en consecuencia al realizar la resta entre ambas curvas la cantidad de energía que supera la curva de demanda, tomará valores negativos al construir la curva de demanda residual. La práctica usual es considerar sólo la región positiva de esta curva.

6.2.2. Compañía Líder

La compañía líder se considera la más fuerte del mercado y su participación es indispensable para satisfacer la demanda de electricidad, Por lo cual, está capacitada para influir unilateralmente sobre los precios, aumentando o reduciendo la cantidad de energía en sus ofertas. La demanda residual vista por esta compañía se forma de igual manera que

para una compañía seguidora, restando las ofertas de las compañías rivales de la demanda para cada nivel de precio.

Dado que su participación es indispensable para cubrir la demanda, la sumatoria de las ofertas de las empresas rivales puede no ser lo suficientemente grande como para alcanzar la demanda en ciertas horas, tal como se muestra en la figura 6.3. En consecuencia, la curva de demanda residual de la compañía líder generalmente presentará sólo valores positivos para todos los niveles de precio; pero en algunos casos también puede tener valores negativos, como en el caso de la demanda residual de una compañía seguidora, debido a que la oferta agregada de las empresas rivales es mayor que el valor de la demanda en un determinado período.

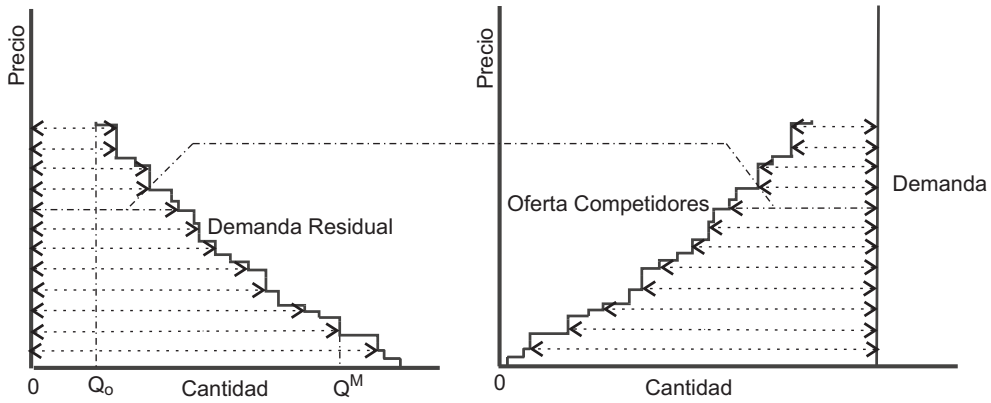

Figura 6.3. Demanda residual de la compañía líder.

La cantidad Qo que se indica en la figura 6.3 representa la energía que falta para que la oferta de las compañías rivales alcance la demanda. Desde el punto de vista de la compañía líder, representa la cantidad de energía a partir de la cual puede influir sobre los precios de mercados. Por otro lado, la curva de demanda residual de la compañía también puede estar limitada por la máxima potencia que puede entregar la compañía, Q^M, en aquellas horas donde el valor de su demanda residual sea mayor a su capacidad instalada de generación. En la figura 6.3 también se puede notar cómo la demanda residual a la cual se enfrenta la compañía líder es más elástica que la demanda del sistema.

6.2.3. Modelo Lineal de la Demanda Residual

La representación lineal de la función de demanda residual de una compañía de generación, expresada en función de la cantidad de energía que puede colocar en el mercado, viene dada por la siguiente expresión matemática:

$$\lambda(q) = \lambda_0 - \frac{\triangle\lambda}{\triangle q} q \qquad\qquad q \leqslant Q^M \tag{6.1}$$

donde q es la cantidad de energía demanda, λ_0 representa el precio cuando la demanda residual es igual a cero, $\triangle\lambda$ es la variación del precio y $\triangle q$ es la variación de la demanda residual, tal cómo se muestra en la figura 6.4. La variación del precio con respecto a la demanda representa la pendiente de la curva. Este tipo de representación posee una precisión muy baja debido a que la demanda residual pocas veces mantiene un pendiente relativamente constante a lo largo de toda su curva. La aproximación lineal por tramos contempla mejor este aspecto.

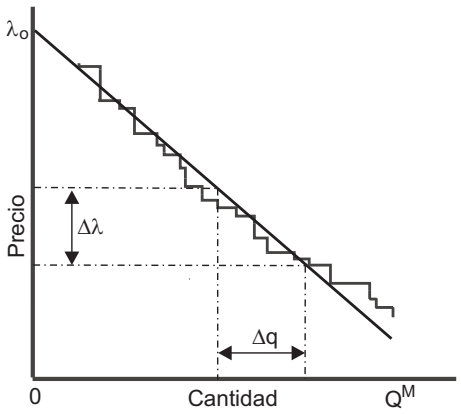

Figura 6.4. Modelo lineal de la demanda residual.

6.2.4. Modelo Lineal por Tramos de la Demanda Residual

Una manera para garantizar que la aproximación lineal por tramos se ajuste lo mejor posible a la forma de la curva de demanda residual es tomar tramos donde los valores de la pendiente sean relativamente constantes. La exactitud de la aproximación depende en gran medida del número de tramos que se utilicen; un gran número de tramos asegura un ajuste más exacto, pero también ocasiona la aparición de un gran número de variables, tanto positivas como binarias, en consecuencia un crecimiento del tamaño del modelo. Por lo tanto, es necesario determinar la cantidad adecuada de tramos para cada modelo de la curva de demanda residual. Otro aspecto a considerar es la tendencia de la programación lineal a ubicar la solución en los puntos extremos de los tramos, lo que indicaría que mientras menores sean estos tramos la diferencia entre un punto y otro para la solución es más pequeña. A continuación se presentan las expresiones para una demanda modelada por medio de una aproximación lineal por tramos, tal cómo se muestra en la figura 6.5:

$$\lambda_h(\Gamma_h) = \lambda_0 + \sum_{n=1}^{N} m_h^n \sigma_h^n \qquad \forall h \in H \tag{6.2}$$

$$\Gamma_h = L_h^0 + \sum_{n=1}^{N} \sigma_h^n \qquad \forall h \in H \tag{6.3}$$

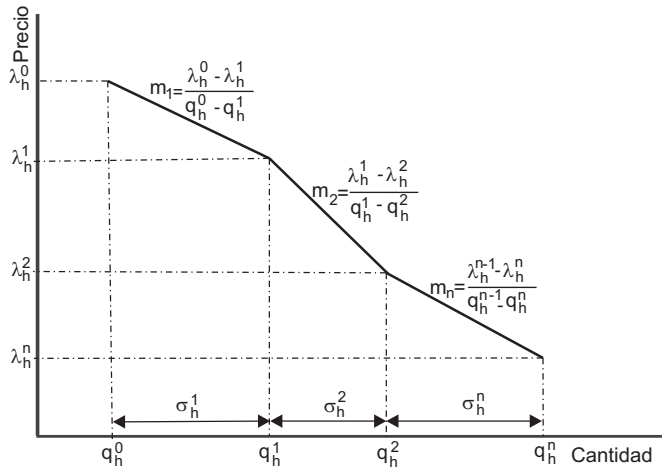

Figura 6.5. Modelo lineal por tramos para la demanda residual.

$$\left(L_h^n - L_h^{n-1}\right)\varrho_h^n \leqslant \sigma_h^n \leqslant \left(L_h^n - L_h^{n-1}\right) \qquad n = 1, \forall h \in H \tag{6.4}$$

$$\left(L_h^n - L_h^{n-1}\right)\varrho_h^n \leqslant \sigma_h^n \leqslant \left(L_h^n - L_h^{n-1}\right)\varrho_h^{n-1} \qquad n = 2 \ldots N-1, \forall h \in H \tag{6.5}$$

$$0 \leqslant \sigma_h^n \leqslant \left(L_h^n - L_h^{n-1}\right)\varrho_h^{n-1} \qquad n = N, \forall h \in H \tag{6.6}$$

$$\varrho_h^{n+1} \leqslant \varrho_h^n \qquad n = 1 \ldots N-1, \forall h \in H \tag{6.7}$$

donde N es el número de tramos de la aproximación, λ_h^0 representa el precio máximo del primer tramo, m_h^n es la pendiente del tramo n de la demanda residual en la hora h. σ_h^n es una variable continua que representa la energía en el tramo n en la hora h. L_h^0 es el límite inferior del primer tramo de la demanda residual en la hora h, L_h^n es el límite superior del tramo n en la hora h. ϱ_h^0 es una variable binaria e igual a 1 si la energía del tramo n se usa en la hora h. La ecuación (6.3) se puede leer como la cantidad de energía que la compañía debe colocar en el mercado para obtener el precio de la ecuación (6.2). Los límites de los tramos se expresan en las ecuaciones (6.4)-(6.6).

El comportamiento de las ecuaciones 6.2-6.7 depende de los estados de la variable binaria ϱ_h^n. Para explicar este comportamiento suponga que estamos en presencia de una curva de demanda residual de 3 tramos ($n = 3$); se presentan cuatro casos para los distintos valores que pueden tomar las variables ϱ_h^1 y ϱ_h^2, los cuales se explican a continuación:

Caso 1 : $\varrho_h^1 = 0$ y $\varrho_h^2 = 0$. La ecuación (6.4) obliga a la variable continua σ_h^1 a tomar un valor tal que satisfaga la siguiente relación $0 \leqslant \sigma_h^1 \leqslant (L_h^1 - L_h^0)$, mientras que las ecuaciones (6.5) y (6.6) obligan a las variables σ_h^2 y σ_h^3, respectivamente, a tomar valores iguales a cero. Entonces, la cantidad de energía viene dada por la ecuación (6.3) $\Gamma_h = L_h^0 + \sigma_h^1$ y el precio para esta cantidad lo determina la siguiente relación: $\lambda_h(\Gamma_h) = \lambda_o + m_1\sigma_h^1$ (ecuación(6.2)).

Caso 2 :$\varrho_h^1 = 1$ y $\varrho_h^2 = 0$. La ecuación (6.4) obliga a la variable continua σ_h^1 a ser igual

a siguiente diferencia $(L_h^1 - L_h^0)$. La ecuación (6.5) obliga a la variable σ_h^2 a tomar un valor que satisfaga la siguiente relación $0 \leqslant \sigma_h^2 \leqslant (L_h^2 - L_h^1)$, mientras que la ecuación (6.6) restringe la variable σ_h^3 a cero. Entonces, la cantidad de energía viene dada por la ecuación (6.3) $\Gamma_h = L_h^0 + \sigma_h^1 + \sigma_h^2$ y el precio para esta cantidad lo determina la siguiente relación: $\lambda_h(\Gamma_h) = \lambda_o + m_1\sigma_h^1 + m_2\sigma_h^2$ (ecuación(6.2)).

Caso 3 :$\varrho_h^1 = 1$ y $\varrho_h^2 = 1$. La ecuación (6.4) obliga a la variable continua σ_h^1 a ser igual a siguiente diferencia $(L_h^1 - L_h^0)$, lo propio ocurre con la ecuación (6.5) que restringe la variable σ_h^2 a ser igual a la siguiente relación $(L_h^2 - L_h^1)$. La ecuación (6.6) obliga a la variable σ_h^3 a tomar un valor que satisfaga la expresión $0 \leqslant \sigma_h^3 \leqslant (L_h^3 - L_h^2)$. Entonces, la cantidad de energía viene dada por la ecuación (6.3) $\Gamma_h = L_h^0 + \sigma_h^1 + \sigma_h^2 + \sigma_h^2$ y el precio para esta cantidad lo determina la siguiente relación: $\lambda_h(\Gamma_h) = \lambda_o + m_1\sigma_h^1 + m_2\sigma_h^2 + m_3\sigma_h^3$ (ecuación(6.2)).

Caso 4 :$\varrho_h^1 = 0$ y $\varrho_h^2 = 1$. La ecuación (6.4) obliga a la variable continua σ_h^1 a tomar un valor tal que satisfaga la siguiente relación $0 \leqslant \sigma_h^1 \leqslant (L_h^1 - L_h^0)$, mientras La ecuación (6.5) obliga a la variable σ_h^2 a tomar un valor que satisfaga la siguiente relación $(L_h^2 - L_h^1) \leqslant \sigma_h^2 \leqslant 0$, lo cual es inconsistente; la ecuación (6.7) previene dicha situación.

6.2.5. Modelo Escalón de la Demanda Residual

La ofertas de venta enviadas por las empresas de generación al operador del mercado están constituidas por la pareja cantidad-precio, es decir, representa la cantidad de energía que la compañía está dispuesta a producir para cada valor del precio. Al ordenar las ofertas en orden creciente de precios, se obtiene una función de forma escalonada y monótonamente creciente. Si la demanda del sistema se comporta de una forma inelástica como se ha comentado anteriormente, la demanda residual de la compañía puede también representarse por medio de un modelo a escalón, tal como se muestra en la figura 6.6.

El modelo lineal por tramos se puede extender para representar la demanda residual en forma escalón por medio de las siguientes ecuaciones:

$$\lambda_h(\Gamma_h) = \lambda_{1,h} - \sum_{t=1}^{T-1} \triangle\lambda_{n,h} u_{t,h} \qquad \forall h \in H \tag{6.8}$$

$$\Gamma_h = \sum_{t=1}^{T} \delta_{t,h} \qquad \forall h \in H \tag{6.9}$$

$$q_h^t u_{t,h} \leqslant \delta_{t,h} \leqslant q_h^t \qquad t = 1, \forall h \in H \tag{6.10}$$

$$\left(q_h^t - q_h^{t-1}\right) u_{t,h} \leqslant \delta_{t,h} \leqslant \left(q_h^t - q_h^{t-1}\right) u_{t-1,h} \qquad t = 2 \ldots T-1, \forall h \in H \tag{6.11}$$

$$0 \leqslant \delta_{t,h} \leqslant \left(q_h^t - q_h^{t-1}\right) u_{t-1,h} \qquad t = T, \forall h \in H \tag{6.12}$$

$$u_{t+1,h} \leqslant u_{t,h} \qquad t = 1 \ldots T-1, \forall h \in H \tag{6.13}$$

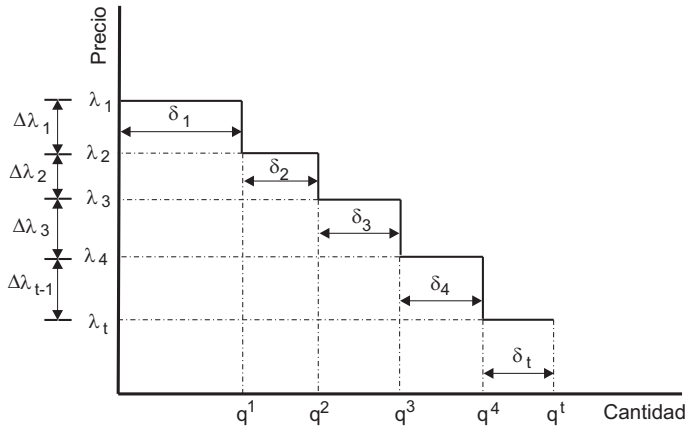

Figura 6.6. Demanda residual en forma de escalón.

donde T es el número de escalones de la demanda residual, $\lambda_h(\Gamma_h)$ es el valor de la demanda residual en la hora h en función de la cantidad de energía producida, Γ_h es la cantidad de energía a producir en la hora h, $\lambda_{1,h}$ es el precio del primer escalón en la hora h, $\triangle\lambda_{t,h}$ es la diferencia de precios entre dos escalones consecutivos, $\delta_{t,h}$ es una variable continua que representa la energía en el tramo t en la hora h. q_h^t es el límite superior del *t-ésimo* bloque en la hora, $u_{t,h}$ es una variable binaria e igual a 1 si la energía del tramo $t+1$ se usa en la hora h.

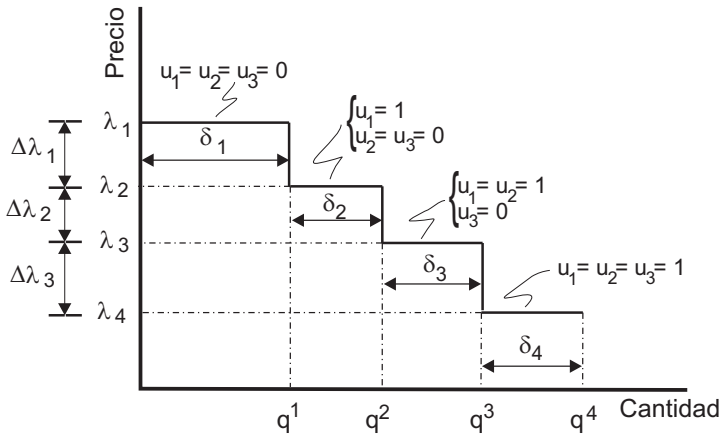

Figura 6.7. Modelo de Demanda residual para cuatro escalones.

El comportamiento de las ecuaciones (6.8)-(6.13) depende de los valores que tomen las variables binarias de control $u_{t,h}$. Asúmase que se una demanda residual está modelada como una curva de cuatro escalones ($t = 4$) como se muestra en la figura 6.7. Entonces, respetando la condición (6.13) se presentan cuatro casos:

Caso 1 : $u_{1,h} = 0$, $u_{2,h} = 0$, $u_{3,h} = 0$. La ecuación (6.10) obliga a la variable $\delta_{1,h}$ a tomar un valor positivo igual o menor a q_h^1, mientras que las ecuaciones (6.11) y (6.12)

restringen a las variables positivas $\delta_{2,h}$, $\delta_{3,h}$ y $\delta_{4,h}$ a cero. Así, la cantidad de energía viene dada según la ecuación (6.9) por $\Gamma_h = \delta_{1,h}$ y el precio determinado por esta cantidad según la ecuación (6.8) es $\lambda_h(\Gamma_h) = \lambda_{1,h}$.

Caso 2 : $u_{1,h} = 1$, $u_{2,h} = 0$, $u_{3,h} = 0$. La ecuación (6.10) obliga a la variable $\delta_{1,h}$ a tomar el valor de q_h^1, mientras que la ecuación (6.11) determina los valores para las variables $\delta_{2,h}$ y $\delta_{3,h}$ de manera distinta; $\delta_{2,h}$ toma un valor que satisfaga la relación $0 \leqslant \delta_{2,h} \leqslant (q_h^2 - q_h^1)$ y $\delta_{3,h}$ es igual a cero debido a que $u_{2,h} = u_{3,h} = 0$, lo propio sucede con $\delta_{4,h}$. Así, la cantidad de energía viene dada según la ecuación (6.9) por $\Gamma_h = q_h^1 + \delta_{2,h}$ y el precio determinado por esta cantidad según la ecuación (6.8) es $\lambda_h(\Gamma_h) = \lambda_{1,h} - \triangle\lambda_{1,h}$.

Caso 3 : $u_{1,h} = 1$, $u_{2,h} = 1$, $u_{3,h} = 0$. La ecuación (6.10) obliga a la variable $\delta_{1,h}$ a tomar el valor de q_h^1, mientras que la ecuación (6.11) determina los valores para las variables $\delta_{2,h}$ y $\delta_{3,h}$; $\delta_{2,h}$ toma el valor de la diferencia de sus dos límites $\delta_{2,h} = (q_h^2 - q_h^1)$, mientras que $\delta_{3,h}$ toma un valor que satisfaga la relación $0 \leqslant \delta_{3,h} \leqslant (q_h^3 - q_h^2)$. La ecuación (6.12) y la variable $u_{3,h}$ determinan el valor de $\delta_{4,h}$ igual a cero. Así, la cantidad de energía viene dada según la ecuación (6.9) por $\Gamma_h = q_h^1 + (q_h^2 - q_h^1) + \delta_{3,h}$ y el precio determinado por esta cantidad según la ecuación (6.8) es $\lambda_h(\Gamma_h) = \lambda_{1,h} - \triangle\lambda_{1,h} - \triangle\lambda_{2,h}$.

Caso 4 : $u_{1,h} = 1$, $u_{2,h} = 1$, $u_{3,h} = 1$. La ecuación (6.10) obliga a la variable $\delta_{1,h}$ a tomar el valor de q_h^1, mientras que la ecuación (6.11) determina los valores para las variables $\delta_{2,h}$ y $\delta_{3,h}$, ambas variables toman el valor de la diferencia entre sus respectivos límites; $\delta_{2,h} = (q_h^2 - q_h^1)$ y $\delta_{3,h} = (q_h^3 - q_h^2)$. La ecuación (6.12) y la variable $u_{3,h}$ determinan el valor de $\delta_{4,h}$ tomando esta un valor que satisfaga la relación $0 \leqslant \delta_{4,h} \leqslant (q_h^4 - q_h^3)$. Así, la cantidad de energía viene dada según la ecuación (6.9) por $\Gamma_h = q_h^1 + (q_h^2 - q_h^1) + (q_h^2 - q_h^1) + \delta_{4,h}$ y el precio determinado por esta cantidad según la ecuación (6.8) es $\lambda_h(\Gamma_h) = \lambda_{1,h} - \triangle\lambda_{1,h} - \triangle\lambda_{2,h} - \triangle\lambda_{3,h}$.

6.3. Beneficio de una Compañía de Generación

Los beneficios de una compañía se pueden formular como sus ingresos menos sus costes, en el caso de una empresa de generación que compite en un mercado de generación, los ingresos vienen dados por el producto del precio de mercado y la energía vendida. Sus costes de producción se pueden generalizar y afirmar que están constituidos principalmente por costes fijos y costes variables, los costes fijos están constituidos principalmente por los costes de mantenimiento y los costes variables puede plantearse como el coste del combustible en función de la potencia media generada durante una hora [98]. Los costes de producción suelen ser representados por medio de un polinomio de segundo grado. En

la figura 6.8, donde el beneficio se representa como la diferencia entre el ingreso y el coste, obsérvese que éste se comporta como una función cóncava, garantizando así un máximo.

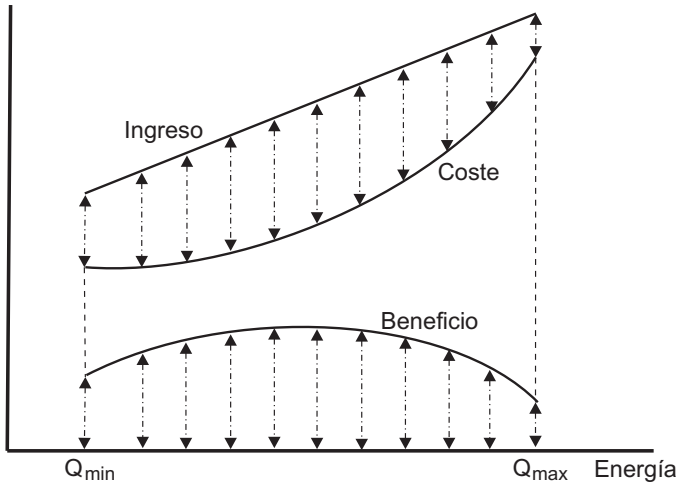

Figura 6.8. Función de beneficios de una compañía de generación.

Generalmente los mercados de electricidad están organizados como mercados diarios (*day-ahead*) divididos en 24 ó 48 períodos, donde los agentes participantes envían sus ofertas, de compra o venta de energía, a un organismo operador del mercado que realiza una subasta de energía obteniendo así el precio de la electricidad para cada período. Con este precio horario se realizarán las transacciones comerciales de energía entre los agentes que acudan al mercado diario. Así, los beneficios que pueden obtener las compañías de generación dependen del precio de mercado que resulte del proceso de cierre de mercado o casación y, por supuesto, de sus propios costes de producción.

El problema de optimización de los beneficios se puede estudiar de dos formas distintas. La primera supone que la central actúa en forma individual, y la segunda, asumiendo que se trata de una compañía de generación que pretende maximizar su beneficio como producto de la programación de todas sus centrales de producción.

Si se asume que las centrales actúan en forma individual, esto implica que no tienen capacidad para influir en el mercado debido a que su producción, en comparación con la demanda, es muy pequeña para modificar el precio de cierre del mecanismo de subasta y su beneficio depende sólo de la cantidad de energía que pueda colocar dentro de la casación. Esto depende, principalmente, de sus costes marginales de producción; si estos son mayores que el precio de mercado sus beneficios serán negativo o su oferta estará por encima del punto de equilibrio. De esta forma, la central de producción sólo puede maximizar su función de beneficio seleccionado la cantidad óptima a producir considerando sus restricciones técnicas y el acoplamiento temporal que existe entre sus ofertas horarias.

Así, el beneficio como función objetivo del problema de maximización se puede formular como:

$$\pi(\varphi) = \sum_{h=1}^{H} \left\{ \lambda_h \varphi_h + \mu_h \left[P^M - \varphi_h \right] - Cp(\varphi_h) - Car\, a_h - Cpa\, s_h \right\} \tag{6.14}$$

donde H es el conjunto de horas del horizonte de programación, $\pi(\varphi)$ es el beneficio diario de la compañía en función de la energía, φ_h es la energía colocada en el mercado en la hora h, λ_h es el precio de mercado de la energía en la hora h, μ_h es el precio de banda secundaria en la hora h, P^M es la potencia máxima que la central puede entregar, $Cp(\varphi_h)$ es la función de coste variable de producción, Car y Cpa son el coste de arranque y parada, respectivamente. a_h y s_h son variables binarias que representan el estado de arranque y parada de la central en la hora h. Nótese que si se maximiza la ecuación (6.14) φ_h es la variable de decisión y representa la cantidad óptima de energía que debe producir la central para maximizar sus beneficios en un horizonte de H horas.

Si se aborda el problema de maximizar los beneficios de una compañía de generación, hay un aspecto económico que se deben contemplar como es la decisión de si esta compañía se modela como una empresa líder o como una compañía seguidora.

En el caso que la compañía de generación se comporte como una empresa seguidora el problema de maximizar sus beneficios es similar al caso de una central individual, según la teoría de juegos este tipo de compañías no tienen capacidad de influir sobre los precios de mercado, limitándose a adecuar su nivel de producción al precio de la electricidad, y coordinando la generación entre sus centrales a los niveles que le resulte más beneficioso para sus intereses económicos. Para este caso, el problema del beneficio de la compañía se obtiene como la sumatoria de los beneficios de todas las centrales que pertenecen a la compañía, considerando las restricciones técnicas de dichas centrales y los acoplamientos temporales que surgen debido a dichas restricciones. La función objetivo para maximizar el beneficio de la compañía puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \pi(\varphi) = \sum_{j \in J} \sum_{h=1}^{H} \left\{ \lambda_h \varphi_{j,h} + \mu_h \left[P_j^M - \varphi_{j,h} \right] \right\} - \\ - \sum_{j \in J} \sum_{h=1}^{24} \left\{ Cp_{j,h}(\varphi_{j,h}) - Car_j\, a_{j,h} - Cpa_j\, s_{j,h} \right\} \end{aligned} \tag{6.15}$$

donde J es el conjunto de las centrales eléctricas que pertenecen a la compañía de generación y H es el conjunto de horas del horizonte de programación. $\varphi_{j,h}$ es la energía colocada en el mercado por la centra j en la hora h, P^M es la potencia máxima que la central j puede entregar, λ_h es el precio de mercado de la energía en la hora h, μ_h es el precio de banda secundaria en la hora h, $Cp_{j,h}(\varphi_{j,h})$ es la función de coste variable de

producción de la central j, Car_j y Cpa_j son el coste de arranque y parada de la central j, respectivamente. $a_{j,h}$ y $s_{j,h}$ son variables binarias que representan el estado de arranque y parada de la central j en la hora h.

Nuevamente, $\varphi_{j,h}$ es la variable de decisión y representa la cantidad óptima de energía que debe producir la central j en la hora h para maximizar el beneficio diario de la compañía. En este caso se trata de coordinar las unidades de producción conociendo de antemano el precio de mercado. Dado que el problema asume que la compañía conoce el precio de la energía y el precio de banda secundaria, un error en la estimación de estos precios puede representar graves perdidas para la compañía. Esto obliga a la empresa a disponer de una herramienta confiable para la predicción de precios. En el capítulo 9 se aborda la influencia de la predicción de precios en la oferta de energía de una compañía seguidora.

Por otra parte, si la compañía de generación se comporta como una empresa líder de mercado, es decir, que su producción es tan importante que puede modificar el precio de mercado al retirar o aumentar la cantidad de energía que oferta en el mercado diario, el problema de maximizar el beneficio de dicha compañía se complica, ya que es necesario incluir en el modelo su capacidad para modificar estos precios.

Para modelar esta capacidad, se asume que el resto de las compañías se comportan como seguidoras y además que mantendrán constantes sus niveles de producción, para lo cual es necesario disponer de la información histórica de las ofertas de venta de energía de las compañías seguidoras, al igual que el comportamiento de la demanda. Las ofertas de venta de las compañías seguidoras representan, en términos económicos, sus funciones de respuesta en el mercado, ver sección 2.3.1. Si de la demanda total se resta la sumatoria de las ofertas de las empresas rivales, obtenemos la demanda a la cual se enfrenta la compañía líder, dicho de otra manera, su demanda residual. De esta forma, a través de la demanda residual es posible modelar el comportamiento de las empresas rivales o compañías seguidoras.

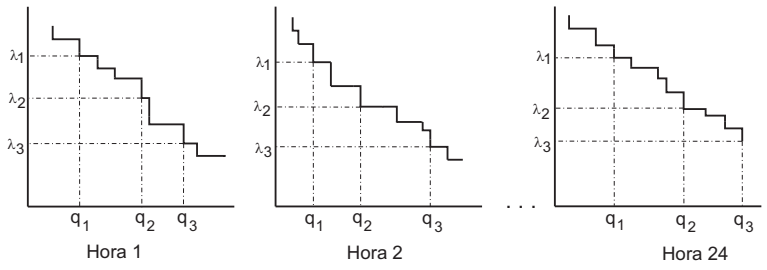

Figura 6.9. Demanda residual por hora de una Compañía líder.

La compañía líder se enfrenta a una familia de curvas de demanda residual que representa su influencia sobre los precios de mercado en cada uno de los períodos del mercado

diario de energía, es decir, debe seleccionar el punto $(\lambda - q)$ de forma tal que pueda ejercer efectivamente su poder de mercado. Dicha situación se ilustra en la figura 6.9, donde se representan las posible opciones con las cuales cuenta la compañía en cada hora h para maximizar su beneficio diario. Bajo este esquema el caso se asemeja al de una compañía de tipo monopolio en el que para maximizar los beneficios elige la cantidad con la que el ingreso marginal sea igual a su coste marginal (ver sección 2.2.2). Por lo tanto, al aumentar o reducir la cantidad de energía a ofertar puede modificar el precio de mercado. Esta capacidad de modificar el precio también se debe considerar en el problema de maximizar los beneficios de la compañía. Así el precio de la energía también es una variable a contemplar en la formulación:

$$\pi(\Gamma) = \sum_{h=1}^{H} \left\{ \lambda_h(\Gamma_h)\Gamma_h + \sum_{j \in J} \mu_h \left[P_j^M - \varphi_{j,h} \right] \right\} - \\ - \sum_{h=1}^{H} \left\{ \sum_{j \in J} \left(Cp_{j,h}(\varphi_{j,h}) + Car_j \, a_{j,h} + Cpa_j \, s_{j,h} \right) \right\} \quad (6.16)$$

donde $\lambda_h(\Gamma_h)$ representa la función de demanda residual de la compañía líder, Γ_h es la cantidad de energía que debe colocar la empresa en el mercado para maximizar su beneficio diario, $\pi(\Gamma)$.

Obsérvese que se trata de un problema combinatorio que consiste en seleccionar, para cada hora, el punto de la curva de demanda residual que maximice el beneficio total de la compañía. Es decir, seleccionar el punto para cada una de las 24 curvas de demanda residual, estableciendo la cantidad que debe colocar la compañía en el mercado para que el precio de la energía maximice su beneficio durante el horizonte de programación. La cantidad total a colocar en el mercado debe ser distribuida entre las centrales más económicas de la compañía contemplando nuevamente las restricciones técnicas y el acoplamiento temporal que ocasionan dichas restricciones.

La diversidad entre las centrales de generación también es una característica importante de una compañía líder. Las unidades hidroeléctricas tienen una ventaja competitiva y es su bajo coste de operación, pero en contrapartida tienen un gran desembolso inicial debido a su elevado coste de instalación. Su principal limitación es el volumen de agua del cual disponen para transformar la energía mecánica en eléctrica, ya que ésta depende del volumen almacenado en los embalses y la contribución de sus afluentes.

6.3.1. Formulación Matemática

Los ingresos de una compañía líder es una función que depende de la cantidad de energía colocada en el mercado y el precio de ésta como resultado de la curva de demanda

residual de la compañía. La cantidad de demanda que la compañía puede afrontar está limitada por su capacidad máxima de generación, además cómo se ha explicado antes, el beneficio de la compañía se puede formular como los ingresos menos los costes totales de producción.

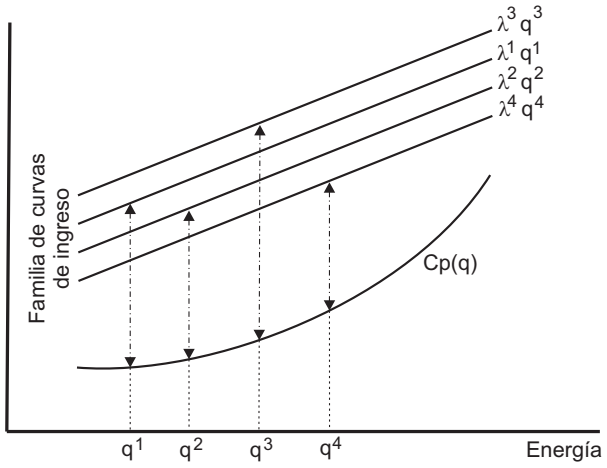

Figura 6.10. Función de beneficio de una compañía líder de mercado.

La figura 6.10 representa una familia de curvas del ingreso de la compañía para diferentes valores del precio de mercado en función de la cuota de mercado para un único período del horizonte de programación. El coste de producción es una función de la cantidad de energía colocada en el mercado, modelada típicamente como un polinomio de segundo grado. La diferencia entre las rectas de ingreso y el coste representa el beneficio de la compañía, beneficio que es máximo cuando la cantidad a producir maximice la diferencia entre el ingreso y el coste, recordando que el ingreso es una función de dos variables, precio y cantidad, por lo cual estamos en presencia de una función objetivo de tipo no lineal y comportamiento cóncavo como se muestra en la figura 6.8.

Entonces, el modelo de una compañía líder de mercado se aborda como un problema de optimización no lineal con restricciones lineales e incluyendo la demanda residual de la compañía por medio de la aproximación lineal por tramos, con la siguiente función objetivo:

$$\pi(\Gamma) = \sum_{h=1}^{H} \left\{ \lambda_h(\Gamma_h)\Gamma_h + \sum_{j\in J} \mu_h \left[P_j^M - \varphi_{j,h} \right] \right\} - \\ - \sum_{h=1}^{H} \left\{ \sum_{j\in J} \left(Cp_{j,h}(\varphi_{j,h}) + Car_j\, a_{j,h} + Cpa_j\, s_{j,h} \right) \right\} \quad (6.17)$$

donde H es el conjunto de horas del horizonte de programación, $Car_j a_{j,h}$ y $Cpa_j s_{j,h}$ son los costes de arranque y parada, respectivamente, de la central j en la hora h. La función

objetivo está sujeta a un grupo de restricciones que se describen a continuación:

- La función de la demanda residual de la compañía líder, tal como se modela en la sección 6.2.4.

$$\lambda_h(\Gamma_h) = \lambda_0 + \sum_{n=1}^{N} m_h^n \sigma_h^n \qquad \forall h \in H \tag{6.18}$$

$$\Gamma_h = L_h^0 + \sum_{n=1}^{N} \sigma_h^n \qquad \forall h \in H \tag{6.19}$$

$$\left(L_h^n - L_h^{n-1}\right)\varrho_h^n \leqslant \sigma_h^n \leqslant \left(L_h^n - L_h^{n-1}\right) \qquad n = 1, \forall h \in H \tag{6.20}$$

$$\left(L_h^n - L_h^{n-1}\right)\varrho_h^n \leqslant \sigma_h^n \leqslant \left(L_h^n - L_h^{n-1}\right)\varrho_h^{n-1} \qquad n = 2 \ldots 1N-1, \forall h \in H \tag{6.21}$$

$$0 \leqslant \sigma_h^n \leqslant \left(L_h^n - L_h^{n-1}\right)\varrho_h^{n-1} \qquad n = N, \forall h \in H \tag{6.22}$$

$$\varrho_h^{n+1} \leqslant \varrho_h^n \qquad n = 1 \ldots N-1, \forall h \in H \tag{6.23}$$

donde N es el número de tramos de la aproximación, λ_h^0 representa el precio máximo del primer tramo, m_h^n es la pendiente del tramo n de la demanda residual en la hora h. σ_h^n es una variable continua que representa la energía en el tramo n en la hora h. L_h^0 es el límite inferior del primer tramo de la demanda residual en la hora h, L_h^n es el límite superior del tramo n en la hora h. ϱ_h^0 es una variable binaria e igual a 1 si la energía del tramo n se usa en la hora h.

- La potencia de cada central está limitada por su correspondiente potencia máximas y mínima. Además, las relaciones lógicas entre los estados de arranque, parada y acoplamiento se modelan por medio de variables binarias.

$$P_j^0 x_{j,h} \leqslant P_{j,h} \leqslant P_j^M x_{j,h} \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \tag{6.24}$$

$$x_{j,h} - x_{j,h-1} = a_{j,h} - s_{j,h} \qquad \forall j \in J, h = 2 \ldots H \tag{6.25}$$

$$a_{j,h} + s_{j,h} \leqslant 1 \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \tag{6.26}$$

donde $x_{j,h}$ es una variable binaria igual a 1 sí la central j está conectada en la hora h, $a_{j,h}$ es una variable binaria igual a 1 sí la central j arranca al inicio de la hora h y $s_{j,h}$ es una variable entera igual a 1 sí la central j se desconecta al inicio de la hora h. P_j^0 y P_j^M son la potencia mínima y máxima, respectivamente, de la central j.

- Las restricciones técnicas de límites de rampas de subida y bajada de las centrales, de acuerdo a lo presentado en la sección 4.3.2.

$$-DR_j \leqslant P_{j,h} - P_{j,h-1} \leqslant UR_j \qquad \forall j \in J, h = 2 \ldots H \tag{6.27}$$

donde UR_j y DR_j son la potencia máxima de subida y bajada, respectivamente, de

la central j.

- El coste total de producción de la compañía se define como la sumatoria del coste variable y los costes de arranque y parada, según corresponda. El coste variable de cada central, $Cp_{j,h}$, se ha modelado por medio de la aproximación lineal por tramos, tal como se explica en la sección 4.3.5.

$$Cp_{j,h} = Cf_j x_{j,h} + \sum_{r=1}^{R} mc_j^r \psi_j^r \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \qquad (6.28)$$

$$p_{j,h} = P_j^0 + \sum_{r=1}^{R} \psi_{j,h}^r \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \qquad (6.29)$$

$$\left(Pl_j^r - Pl_j^{r-1}\right)\zeta_{j,h}^r \leqslant \psi_{j,h}^r \leqslant \left(Pl_j^r - Pl_j^{r-1}\right)x_{j,h} \qquad r = 1, \forall j \in J, \forall h \in H \qquad (6.30)$$

$$\left(Pl_j^r - Pl_j^{r-1}\right)\zeta_{j,h}^r \leqslant \psi_{j,h}^r \leqslant \left(Pl_j^r - Pl_j^{r-1}\right)\zeta_{j,h}^{r-1} \qquad r = 2 \ldots R-1, \forall j \in J, \forall h \in H \qquad (6.31)$$

$$0 \leqslant \psi_{j,h}^r \leqslant \left(Pl_j^r - Pl_j^{r-1}\right)\zeta_{j,h}^{r-1} \qquad r = R, \forall j \in J, \forall h \in H \qquad (6.32)$$

$$\zeta_{j,h}^k \leqslant \zeta_{j,h}^{k-1} \leqslant x_{j,h} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (6.33)$$

donde $Cp_{j,h}$ es el coste variable de producción de la central j en la hora h y Cf_j es el coste fijo de la central j. R es el número de tramos de la aproximación lineal, mc_j^r es la pendiente de *r-ésimo* tramo del coste variable de la central j, $\psi_{j,h}^r$ es una variable positiva que representa la potencia de salida en el tramo *r-ésimo* de la central j en la hora h. P_j^0 y $P_{j,h}$ son la potencia mínima y la potencia de salida de la central j en la hora h, respectivamente. Pl_j^r es el límite superior correspondiente al *r-ésimo* tramo del coste variable de la central j. $\zeta_{j,h}^r$ es una variable binaria en igual a 1 si se activa el tramo al cual está asociada.

- La característica de generación de las centrales hidroeléctricas, modelada por medio de la aproximación lineal por tramos viene dada por las siguientes restricciones, según se describen en la sección 4.1.1.

$$P_{jh,h} = P_{jh}^0 x_{jh,h} + \sum_{k=1}^{K} mq_{jh}^k \alpha_{jh,h}^k \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (6.34)$$

$$Q_{jh,h} = q_{jh}^0 x_{jh,h} + \sum_{k=1}^{K} \alpha_{jh,h}^k \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (6.35)$$

$$\left(q_{jh}^k - q_{jh}^{k-1}\right)w_{jh,h}^k \leqslant \alpha_{jh}^k \leqslant \left(q_{jh}^k - q_{jh}^{k-1}\right)x_{jh,h} \qquad k = 1, \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (6.36)$$

$$\left(q_{jh}^k - q_{jh}^{k-1}\right)w_{jh,h}^k \leqslant \alpha_{jh,h}^k \leqslant \left(q_{jh}^k - q_{jh}^{k-1}\right)w_{jh,h}^{k-1} \qquad k = 2 \ldots K-1, \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (6.37)$$

$$0 \leqslant \alpha_{jh}^{k} \leqslant \left(q_{jh}^{k} - q_{jh}^{k-1}\right) w_{jh,h}^{k-1} \qquad k = K, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{6.38}$$

donde, JH es un subconjunto de J y contempla el conjunto de centrales hidroeléctricas, K es el número de tramos de la aproximación lineal, mq_{jh}^{k} es la pendiente del *k-ésimo* tramo de la característica entrada-salida de unidad jh. $\alpha_{jh,h}^{k}$ son variables positivas que representan el caudal que atraviesa la turbina en el *k-ésimo* tramo de la unidad jh en la hora h. q_{jh}^{k} es el límite superior del *k-ésimo* tramo de la unidad jh. $w_{jh,h}^{k}$ son variables binarias, las cuales son iguales a 1 si el *k-ésimo* tramo de la unidad jh es requerido al inicio de la hora h.

- En la sección 4.1.2 se explica el modelo lineal por tramos para la característica de desembalse natural del agua por medio de las siguientes expresiones:

$$So_{jh,h} = \sum_{l=1}^{L} ms_{jh}^{l} \gamma_{jh,h}^{l} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{6.39}$$

$$v_{jh,h} = \sum_{l=1}^{L} \gamma_{jh,h}^{l} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{6.40}$$

$$v_{jh}^{l} \omega_{jh,h}^{l} \leqslant \gamma_{jh,h}^{l} \leqslant v_{jh}^{l} \qquad l = 1, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{6.41}$$

$$\left(v_{jh}^{l} - v_{jh}^{l-1}\right) \omega_{jh,h}^{l} \leqslant \gamma_{jh,h}^{l} \leqslant \left(v_{jh}^{l} - v_{jh}^{l-1}\right) \omega_{jh,h}^{l-1} \qquad l = 2 \ldots L-1, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{6.42}$$

$$0 \leqslant \gamma_{jh}^{l} \leqslant \left(v_{jh}^{l} - v_{jh}^{l-1}\right) \omega_{jh,h}^{l-1} \qquad l = L, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{6.43}$$

$$\omega_{jh,h}^{k} \leqslant \omega_{jh,h}^{k-1} \leqslant x_{jh,h} \qquad \forall k \in K, \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{6.44}$$

donde L es el número de tramos de la aproximación lineal por tramos. $So_{jh,h}$ es el desembalse de la central jh en la hora h. ms_{jh}^{l} es la pendiente de *l-ésimo* tramo correspondiente a la central jh. $\gamma_{jh,h}^{l}$ son variables positivas que representan el volumen en el *l-ésimo* tramo correspondiente a la central jh en la hora h. v_{jh}^{l} son los límites superiores del correspondiente embalse de la central jh. w_{jh}^{l} son variables binarias e igual a 1 si el volumen del *l-ésimo* tramo de la central jh es requerido en la hora h.

- El balance de agua con acoplamiento hidráulico se aborda en la sección 4.1.4 y se formula por medio de las siguientes ecuaciones:

$$v_{jh}^{m} \leqslant v_{jh}^{l} \leqslant v_{jh}^{M} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \tag{6.45}$$

$$v_{jh,h} = v_{jh}^{in} - Qr\left(q_{jh}^{0} - r_{jh,h}\right) \qquad jh = 1, h = 1 \tag{6.46}$$

$$\begin{aligned} v_{jh,h} = v_{jh,h-1} - Qr\big(Q_{jh,h} + So_{jh,h} - r_{jh,h}\big) + \\ +Qr \sum_{jh\epsilon\Omega_{ju}} \big(Q_{ju,h-\tau} + So_{ju,h-\tau}\big) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} &\forall jh \in JH, \\ &h = 2 \dots H \end{aligned} \tag{6.47}$$

donde v_{jh} es el volumen correspondiente al embalse jh. v_{jh}^{m} y v_{jh}^{M} son el volumen mínimo y máximo del embalse jh. $r_{jh,h}$ es la contribución natural del afluente que alimenta al embalse jh en la hora h. v_{jh}^{in} es el volumen del embalse jh al inicio del horizonte de programación. q_{jh}^{0} es el caudal inicial turbinado por la central jh. Qr es el factor de conversión de caudal a volumen. Ω_{ju} es el conjunto de centrales hidroeléctricas que comparten un mismo afluente, ju es la central aguas arriba con respecto a la central jh.

Modelo Completo

A continuación se presenta el modelo completo para optimizar los beneficios de una compañía de generación conocida su curva de demanda residual.

$$\begin{aligned} \pi(\Gamma) = \sum_{h=1}^{H} \left\{ \lambda_h(\Gamma_h)\Gamma_j + \sum_{j\in J} \mu_h\big[P_j^M - \varphi_{j,h}\big] \right\} - \\ - \sum_{h=1}^{H} \left\{ \sum_{j\in J} \big(Cp_{j,h}(\varphi_{j,h}) + Car_j\, a_{j,h} + Cpa_j\, s_{j,h}\big) \right\} \end{aligned} \tag{6.48}$$

sujeto a:

$$\lambda_h(\Gamma_h) = \lambda_0 + \sum_{n=1}^{N} m_h^n \sigma_h^n \qquad \forall h \in H \tag{6.49}$$

$$\Gamma_h = L_h^0 + \sum_{n=1}^{N} \sigma_h^n \qquad \forall h \in H \tag{6.50}$$

$$\big(L_h^n - L_h^{n-1}\big)\varrho_h^n \leqslant \sigma_h^n \leqslant \big(L_h^n - L_h^{n-1}\big) \qquad n = 1, \forall h \in H \tag{6.51}$$

$$\big(L_h^n - L_h^{n-1}\big)\varrho_h^n \leqslant \sigma_h^n \leqslant \big(L_h^n - L_h^{n-1}\big)\varrho_h^{n-1} \qquad n = 2 \dots 1N - 1, \forall h \in H \tag{6.52}$$

$$0 \leqslant \sigma_h^n \leqslant \big(L_h^n - L_h^{n-1}\big)\varrho_h^{n-1} \qquad n = N, \forall h \in H \tag{6.53}$$

$$Cp_{j,h} = Cf_j x_{j,h} + \sum_{r=1}^{R} mc_j^r \psi_j^r \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \tag{6.54}$$

$$p_{j,h} = P_j^0 + \sum_{r=1}^{R} \psi_{j,h}^r \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \tag{6.55}$$

$$\big(Pl_j^r - Pl_j^{r-1}\big)\zeta_{j,h}^r \leqslant \psi_{j,h}^r \leqslant \big(Pl_j^r - Pl_j^{r-1}\big)x_{j,h} \qquad r = 1, \forall j \in J, \forall h \in H \tag{6.56}$$

$$\big(Pl_j^r - Pl_j^{r-1}\big)\zeta_{j,h}^r \leqslant \psi_{j,h}^r \leqslant \big(Pl_j^r - Pl_j^{r-1}\big)\zeta_{j,h}^{r-1} \qquad r = 2 \dots R - 1, \ \forall j \in J, \forall h \in H \tag{6.57}$$

$$0 \leqslant \psi^r_{j,h} \leqslant \big(Pl^r_j - Pl^{r-1}_j\big)\zeta^{r-1}_{j,h} \qquad r = R, \forall j \in J, \forall h \in H \qquad (6.58)$$

$$\zeta^k_{j,h} \leqslant \zeta^{k-1}_{j,h} \leqslant x_{j,h} \qquad \forall jh \epsilon JH, \forall h \epsilon H \qquad (6.59)$$

$$P^0_j x_{j,h} \leqslant P_{j,h} \leqslant P^M_j x_{j,h} \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \qquad (6.60)$$

$$x_{j,h} - x_{j,h-1} = a_{j,h} - s_{j,h} \qquad \forall j \in J, h = 2 \ldots H \qquad (6.61)$$

$$a_{j,h} + s_{j,h} \leqslant 1 \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \qquad (6.62)$$

$$-DR_j \leqslant P_{j,h} - P_{j,h-1} \leqslant UR_j \qquad \forall j \in J, h = 2 \ldots H \qquad (6.63)$$

$$P_{jh,h} = P^0_{jh} x_{jh,h} + \sum_{k=1}^{K} mq^k_{jh} \alpha^k_{jh,h} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (6.64)$$

$$Q_{jh,h} = q^0_{jh} x_{jh,h} + \sum_{k=1}^{K} \alpha^k_{jh,h} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (6.65)$$

$$\big(q^k_{jh} - q^{k-1}_{jh}\big) w^k_{jh,h} \leqslant \alpha^k_{jh} \leqslant \big(q^k_{jh} - q^{k-1}_{jh}\big) x_{jh,h} \qquad k = 1, \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (6.66)$$

$$\big(q^k_{jh} - q^{k-1}_{jh}\big) w^k_{jh,h} \leqslant \alpha^k_{jh,h} \leqslant \big(q^k_{jh} - q^{k-1}_{jh}\big) w^{k-1}_{jh,h} \qquad k = 2 \ldots K-1, \quad \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (6.67)$$

$$0 \leqslant \alpha^k_{jh} \leqslant \big(q^k_{jh} - q^{k-1}_{jh}\big) w^{k-1}_{jh,h} \qquad k = K, \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (6.68)$$

$$w^k_{jh,h} \leqslant w^{k-1}_{jh,h} \leqslant x_{jh,h} \qquad \forall k \in K, \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (6.69)$$

$$So_{jh,h} = \sum_{l=1}^{L} ms^l_{jh} \gamma^l_{jh,h} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (6.70)$$

$$v_{jh,h} = \sum_{l=1}^{L} \gamma^l_{jh,h} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (6.71)$$

$$v^l_{jh} \omega^l_{jh,h} \leqslant \gamma^l_{jh,h} \leqslant v^l_{jh} \qquad l = 1, \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (6.72)$$

$$\big(v^l_{jh} - v^{l-1}_{jh}\big) \omega^l_{jh,h} \leqslant \gamma^l_{jh,h} \leqslant \big(v^l_{jh} - v^{l-1}_{jh}\big) \omega^{l-1}_{jh,h} \qquad l = 2 \ldots L-1, \quad \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (6.73)$$

$$0 \leqslant \gamma^l_{jh} \leqslant \big(v^l_{jh} - v^{l-1}_{jh}\big) \omega^{l-1}_{jh,h} \qquad l = L, \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (6.74)$$

$$\omega^k_{jh,h} \leqslant \omega^{k-1}_{jh,h} \leqslant x_{jh,h} \qquad \forall k \in K, \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (6.75)$$

$$v^m_{jh} \leqslant v^l_{jh} \leqslant v^M_{jh} \qquad \forall jh \in JH, \forall h \in H \qquad (6.76)$$

$$v_{jh,h} = v^{in}_{jh} - Qr\big(q^0_{jh} - r_{jh,h}\big) \qquad jh = 1, h = 1 \qquad (6.77)$$

$$v_{jh,h} = v_{jh,h-1} - Qr\big(Q_{jh,h} + So_{jh,h} - r_{jh,h}\big) + Qr \sum_{jh \epsilon \Omega_{ju}} \big(Q_{ju,h-\tau} + So_{ju,h-\tau}\big) \qquad \forall jh \in JH, h = 2 \ldots H \qquad (6.78)$$

$$P_{j,h},\ C_{j,h},\ \varphi_{j,h},\ \delta_{j,h} \geqslant 0 \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \qquad (6.79)$$

$$So_{j,h},\ Q_{j,h},\ v_{j,h},\ \alpha^k_{j,h},\ \zeta^l_{j,h} \geqslant 0 \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \qquad (6.80)$$

$$x_{j,h},\ a_{j,h},\ w^k_{j,h},\ \omega^l_{j,h} \in \{0,1\} \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \qquad (6.81)$$

$$s_{j,h} \in [0,1] \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \qquad (6.82)$$

6.3.2. Complejidad Computacional

El problema de optimización combinatorio descrito en la sección 6.3 representa un problema de programación no lineal ya que la función objetivo presenta un producto de dos variables positivas, el precio de mercado,λ_h, y la cantidad de energía a producir por

la empresa, Γ_h. Sin embargo, todas las restricciones se han formulado como ecuaciones lineales utilizando para ellos variables positivas y variables binarias. El problema se ha implementado en la plataforma *GAMS®* con el paquete comercial *DICOPT* [45], programa que divide el problema de optimización en dos subproblemas para resolverlo en forma iterativa, usando para ello *Conopt2* para el problema no lineal (NLP) y el método *Cplex®* para el problema lineal (MIP). La complejidad computacional se puede medir por el número de restricciones, variables binarias y continuas que pueden aparecer en el modelo matemático. A continuación se muestra una tabla que especifica el número de variables y restricciones.

Tabla 6.2. Complejidad Computacional de modelo.

Restricciones	NJ[7T+T*B]+NI[T+T*D]+2*T+JH [19T+(T-1)+2]
Variables Binarias	T[3*NJ+JH(K+M-2)]
Variables Continuas	T[JH(K+M+3)+NJ(1+B)+NI(1+D)]

Para un caso de estudio con 10 unidades de generación (J) de las cuales 2 son centrales hidroeléctricas (Jh), cuatro bloques en cada oferta de venta (B), una sola empresa comercializadora (NI) que realiza una oferta de compra en un solo bloque (D) para un horizonte de programación de 24 horas (T), con la curva característica de entrada-salida de las centrales hidroeléctricas modelada por medio de una aproximación de dos tramos (k) y la curva de desembalse sin producción de energía eléctrica modelada como una curva lineal de tres tramos (M), para estas características el tamaño del problema se muestra en la tabla 6.3.

Tabla 6.3. Complejidad Computacional del Caso de Estudio.

Restricciones	5715
Variables Binarias	1368
Variables Continuas	2544

Puede observarse que se trata de un problema de optimización de gran tamaño debido al número de restricciones involucradas en el caso de estudio, además es lineal ya que tanto la función objetivo como las restricciones han sido formuladas por medio de expresiones lineales y entero mixto debido a las restricciones que relacionan las condiciones lógicas de arranque y parada de las centrales, características de generación de las centrales hidroeléctricas y comportamiento del desembalse de agua.

6.4. Casos de Estudio

En un mercado de tipo oligopolio existe una o varías compañías que maximizan sus beneficios según su habilidad para modificar los precios de mercado o su capacidad para alterar sus propios niveles de producción [27], en este estudio se ha escogido una compañía líder de mercado que calcula sus niveles de producción con el fin de maximizar su función de beneficio diario conociendo el comportamiento de su demanda residual.

Los casos de estudio que se presentan a continuación, tienen dos objetivos principales. Primero, analizar la variación de los beneficios para diferentes modelos de la demanda residual, para lo cual se utiliza la aproximación lineal por tramos, una aproximación en forma de polinomio de segundo grado de la demanda residual y por último el modelo a escalón de estas curvas. Segundo, analizar el comportamiento de las centrales hidroeléctricas dentro de una empresa generación líder de mercado, observando el comportamiento de la potencia generada, el volumen de los embalses y la cantidad de agua desembalsada por las centrales, así como el programa de generación de las centrales de dicha compañía. En el apéndice B de este trabajo se muestran los valores de las características técnicas y económicas de las centrales, las características del mercado y algunos de los valores de los resultados obtenidos.

6.4.1. Modelo del Mercado

La compañía líder a estudiar tiene una capacidad instalada de 2119 MW, formada por 8 centrales térmicas y 2 centrales hidroeléctricas. Las potencias máximas y mínimas de las centrales eléctricas, así como las rampas de subida y bajada se presentan en la tabla B.1, mientras que los parámetros económicos se muestran en la tabla B.2 del apéndice B.

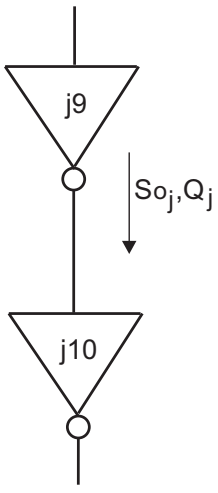

Figura 6.11. Acoplamiento hidráulico entre las centrales hidroeléctricas.

Las dos centrales hidroeléctricas de la compañía líder, $j9$ y $j10$, se asumen acopladas hidráulicamente, compartiendo un mismo afluente. La central ubicada aguas abajo, no cuenta con ninguna contribución adicional al agua descargada por la central aguas arriba, tal como se muestra en la figura 6.11. El volumen máximo, volumen mínimo, volumen inicial, volumen final y valor del agua se muestran en la tabla B.3. El volumen de los embalses al inicio y final del horizonte de programación se hacen coincidir, para afrontar el mercado diario con una capacidad similar de generación.

Las características no lineales de estas centrales han sido modeladas haciendo uso de la aproximación lineal por tramos, ver secciones 4.1.1 y 4.1.2. La tabla B.4 muestra los límites y las pendientes de los tramos usados para representar la característica de generación de las centrales hidroeléctricas usando una aproximación de dos tramos. La característica de desembalse ha sido modelada por una aproximación lineal de tres tramos, la tabla B.5 muestra los límites y las pendientes de los tramos utilizados en el modelo.

Tabla 6.4. Demanda Horaria del Sistema.

Hora	Energía [MWh]					
1-6	2407	2214	2102	2020	2005	2025
7-12	2190	2333	2528	2688	2786	2796
13-18	2779	2688	2552	2551	2549	2556
19-24	2581	2814	2869	2799	2615	2523

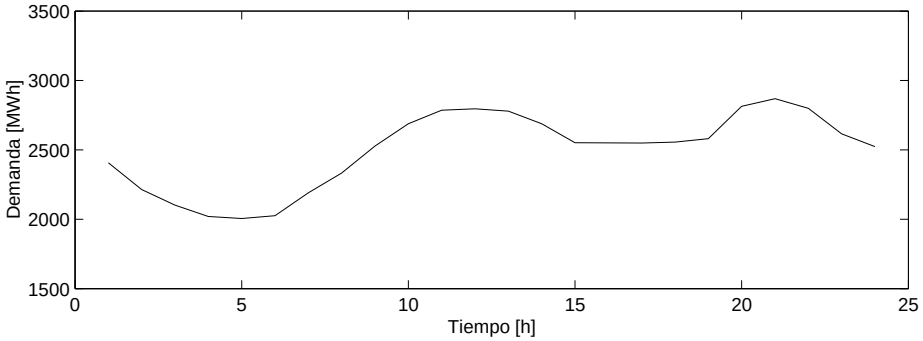

Figura 6.12. Demanda de electricidad del sistema.

El mercado ha sido modelado como un mercado diario de generación, dividido en 24 intervalos de una hora de duración. El comportamiento de la demanda de electricidad se muestra en la figura 6.12 y en la tabla 6.4 donde se puede observar que la menor demanda se alcanza en la hora 5 (2005 MW) y la demanda máxima a servir se presenta en la hora 21 (2869 MWh). Las ofertas de venta de energía de las compañías rivales se asumen conocidas para la elaboración de las curvas de demanda residual de la empresa líder. Estas curvas se construyen sustrayendo de la demanda la sumatoria de las ofertas de las empresas

seguidoras, para cada nivel de precios, obteniendo así un total de 24 curvas de demanda residual, una para cada período del horizonte de programación. Las tablas B.11 y B.12 muestran las cantidades y precios de las ofertas realizadas por las compañías seguidoras.

Los costes variables de producción de las centrales han sido modelados utilizando la aproximación lineal por tramos, cuyos parámetros se muestran en las tablas B.6 y B.7, del apéndice B. Se han considerado los costes variables de las centrales hidroeléctricas iguales a cero, pero sí se consideran costes de arranque [81].

6.4.2. Caso A: Demanda Residual Lineal por Tramos

Para este caso de estudio el conjunto de las curvas de demanda residual de la compañía se han modelado por medio de una aproximación lineal de ocho tramos. En las figuras 6.13 y 6.14 se muestran las curvas correspondientes a las horas de menor y mayor demanda de electricidad; obsérvese las diferencias entre las cantidades de energía y precios que la compañía puede ofertar entre las dos curvas mostradas. La tabla B.16 muestra los valores de las pendientes, mientras que la tabla B.17 muestra los límites de los tramos para la aproximación lineal por tramos de la demanda residual. La optimización del modelo de la compañía debe seleccionar el punto de la demanda residual que maximice los beneficios tomando en cuenta la relación que existe entre precio de mercado y costes de producción que se deriva de la cantidad de energía a producir.

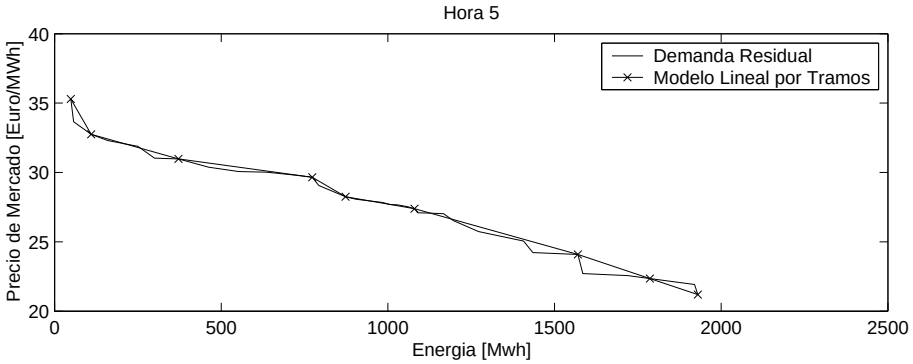

Figura 6.13. Modelo de demanda residual para la hora de menor demanda en el caso de demanda residual lineal por tramos.

La figura 6.15 muestra la cantidad de energía que la compañía debe colocar en el mercado para influir sobre los precios de la energía según su curva de demanda residual; el precio que se muestra corresponde al precio de cierre de mercado que debe obtener luego del proceso de casación como producto de su oferta de venta, asumiendo que las compañías rivales mantendrán fijas sus respectivas ofertas. Obsérvese cómo el precio de la energía es más elevado en las horas de mayor demanda. Para alcanzar estos precios en el mecanismo de subasta, es necesario establecer una estrategia óptima de oferta para

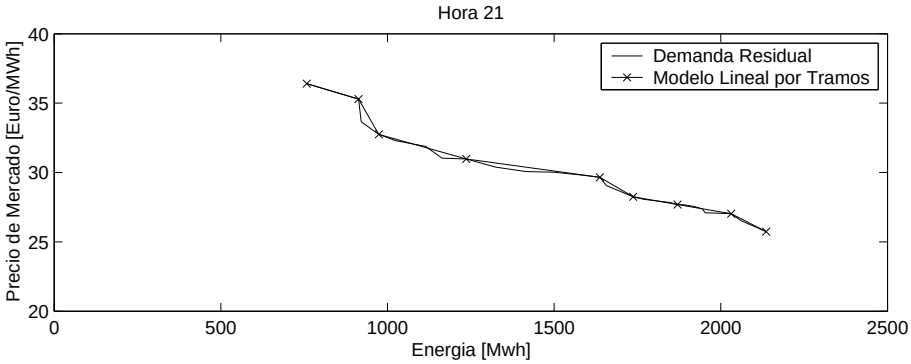

Figura 6.14. Modelo de demanda residual para la hora de mayor demanda en el caso de demanda residual lineal por tramos.

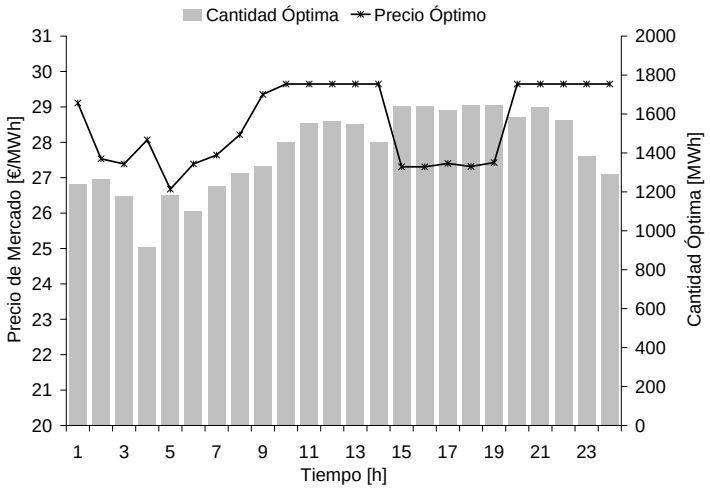

Figura 6.15. Cantidad y precio óptimo de la compañía líder para el caso de demanda residual lineal por tramos.

la venta de energía. Estas estrategias son diversas y complicadas de aplicar, tal como se analizan en la sección 7.1.

El comportamiento de los ingresos, costes totales de producción y de los beneficios que alcanza la compañía se muestran en la figura 6.16, donde se puede ver cómo el comportamiento de la función de ingresos de la compañía depende de su precio y cantidad óptima, ver figura 6.15. En otras palabras, en la medida en que aumenta la demanda de energía, los precios y la cantidad óptima de generación de la compañía son mayores, incrementando así sus ingresos como producto de la venta de energía en el mercado diario. El comportamiento de los beneficios depende de los ingresos y los costes de producción, debido a las centrales hidroeléctricas con las cuales cuenta la compañía líder, se puede observar regiones relativamente planas de la función de coste en las horas de mayor producción de energía al aprovechar su energía hidráulica para producir a menor coste.

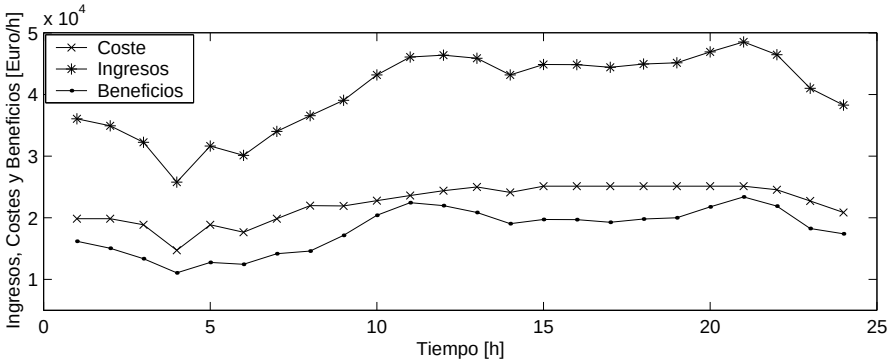

Figura 6.16. Costes y beneficios horario para la compañía líder para el caso de demanda residual lineal por tramos.

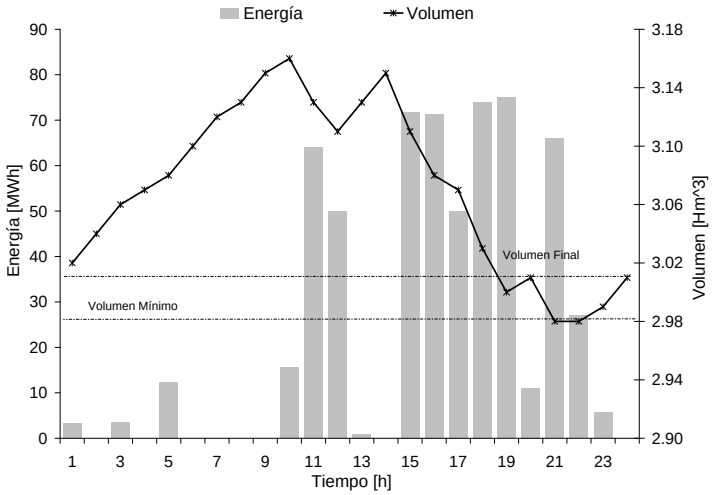

Figura 6.17. Potencia de salida y evolución del volumen del embalse asociado a la central j9 para el caso de demanda residual lineal por tramos.

En las figuras 6.17 y 6.18 se muestran la energía producida y el comportamiento del volumen asociado con las centrales $j9$ y $j10$, respectivamente. Obsérvese cómo se respetan los límites mínimos en cada embalse y el volumen final de los embalses en cada horizonte de programación, lo cual obliga a ambas centrales a reducir sus niveles de producción en las horas finales del horizonte de programación. En el caso de la central $j10$, que sólo cuenta con la contribución de agua de la central $j9$, el comportamiento del volumen, analizado conjuntamente con la potencia de salida, muestra la dependencia temporal entre ambas centrales, tal es el caso de la hora 15 a la hora 16, donde la central $j10$ reduce el volumen de su embalse, hasta que recibe la contribución (con una hora de retardo) de la central aguas arriba, esto a pesar de que su generación es cercana a su potencia nominal.

En ambas centrales el desembalse de agua sin producción de energía eléctrica es nulo, con lo cual se maximiza el uso del agua, aprovechando toda la energía hidráulica disponible,

cómo era de esperarse al no existir aportes externos considerables.

La programación de las centrales se muestra en la figura 6.19 agrupadas por tecnología de producción. Obsérvese cómo las centrales hidroeléctricas se utiliza mayoritariamente en las horas de mayor consumo, excepto en las horas 3 y 5 donde las centrales producen 3.53 MWh y 12.33 MWh, respectivamente. Nótese también, que la diferencia entra la potencia producida por la compañía y la demanda del sistema es la cuota de mercado que la compañía líder cede a las compañías seguidoras con el objetivo de incrementar los precios y ajustar éstos, lo más cerca posible, a los precios deseados para maximizar sus beneficios. El plan de generación de cada central se muestra en la tabla B.19.

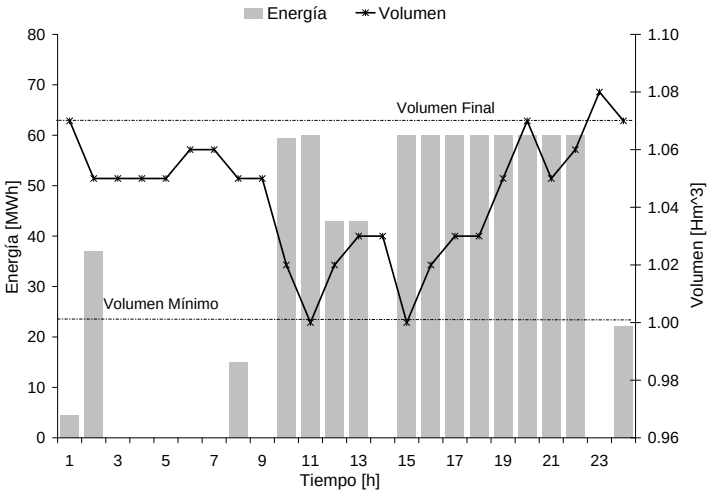

Figura 6.18. Potencia de salida y evolución del volumen del embalse asociado a la central j10 para el caso de demanda residual lineal por tramos.

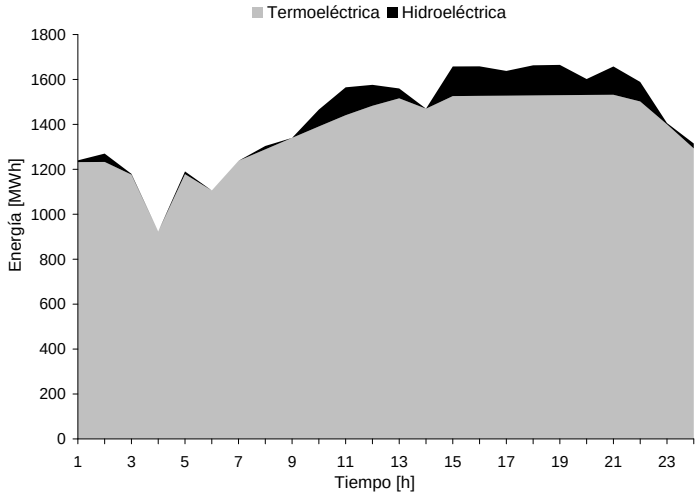

Figura 6.19. Programación de las centrales de la compañía líder para el caso de demanda residual lineal por tramos.

6.4.3. Caso B: Demanda Residual de Tipo Polinomio

Para este ejemplo el conjunto de las curvas de demanda residual de la compañía se han modelado por medio de un polinomio de segundo grado, los parámetros que ajustan la curva del polinomio $\lambda = \beta_1 + \beta_2(MWh) + \beta_3(MWh)^2$ se muestran en la tabla B.18 del apéndice B, dicho parámetros se han obtenido por medio una regresión polinomial. En las figuras 6.20 y 6.21 se muestran las curvas correspondientes a las horas de menor y mayor demanda de electricidad, obsérvese las diferencia entre las cantidades de energía y precios que la compañía puede ofertar entre las dos curvas mostradas.

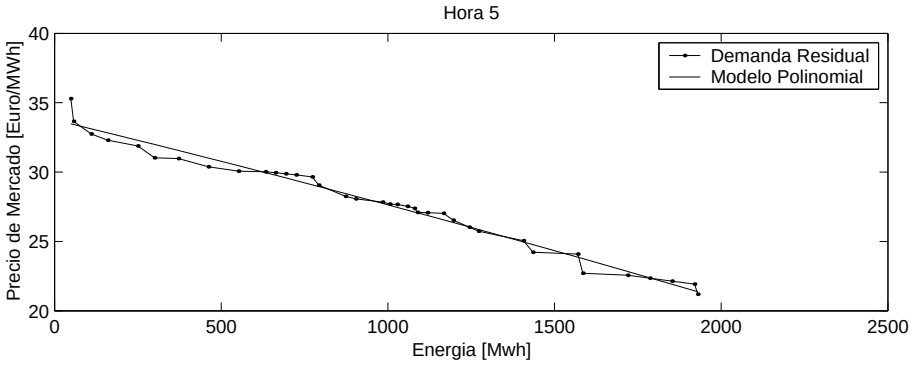

Figura 6.20. Modelo de demanda residual para la hora de menor demanda en el caso de demanda residual de tipo polinomio.

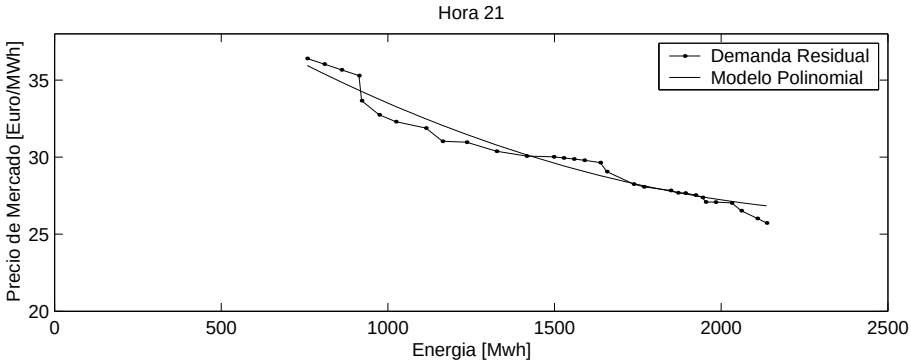

Figura 6.21. Modelo de demanda residual para la hora de mayor demanda en el caso de demanda residual de tipo polinomio.

Nuevamente, la figura 6.22 muestra la cantidad de energía que la compañía debe colocar en el mercado para influir sobre los precios de mercado, según su curva de demanda residual. El precio mostrado corresponde al precio de cierre de mercado que se debe obtener luego del proceso de casación como producto de la oferta de la compañía líder; para ellos es necesario establecer una estrategia de oferta para alcanzar, en el proceso de subastas, los precios que más se acerquen a los deseados. La figura 6.23 representa los costes totales en

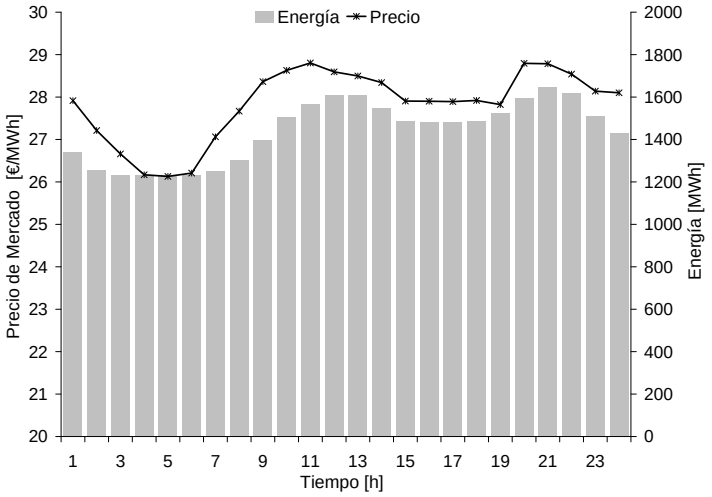

Figura 6.22. Cantidad y precio óptimo de la compañía líder para el caso de demanda residual de tipo polinomio.

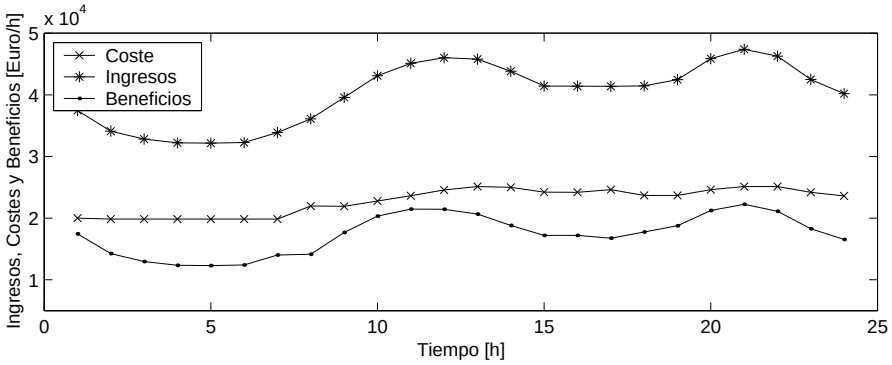

Figura 6.23. Costes y beneficios horario para la compañía líder para el caso de demanda residual de tipo polinomio.

los cuales incurre la compañía y los beneficios horarios al colocar la cantidad a los precios de la figura 6.22.

En las figuras 6.24 y 6.25 se muestran la energía producida y el comportamiento del volumen asociado con las centrales $j9$ y $j10$, respectivamente. Obsérvese cómo se respetan los límites mínimos en cada embalse y el volumen final de los embalses en cada horizonte de programación, que corresponde con el límite inicial del mismo, lo que obliga a ambas centrales a reducir sus niveles de producción en las horas finales.

En el caso de la central $j10$, que sólo cuenta con la contribución de agua de la central $j9$, el comportamiento del volumen, analizado conjuntamente con la potencia de salida, muestra la dependencia temporal entre ambas centrales. Se puede observar como la programación de las centrales hidroeléctricas difiere del comportamiento de las mismas para el caso del modelo lineal por tramos (figuras 6.17 y 6.18).

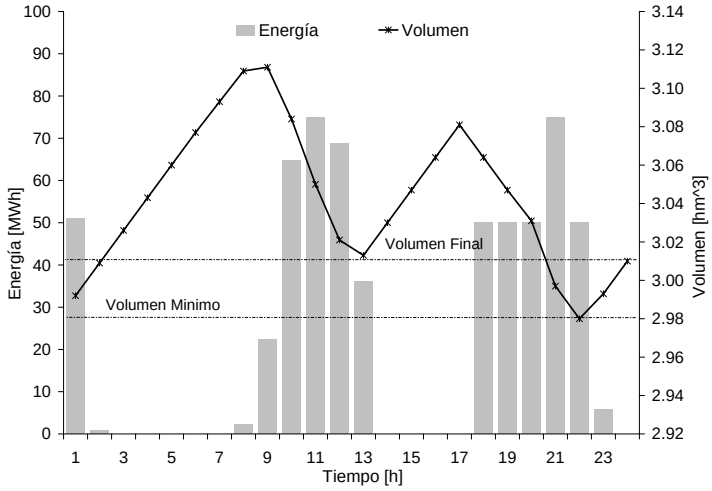

Figura 6.24. Potencia de salida y evolución del volumen del embalse asociado a la central j9 para el caso de demanda residual de tipo polinomio.

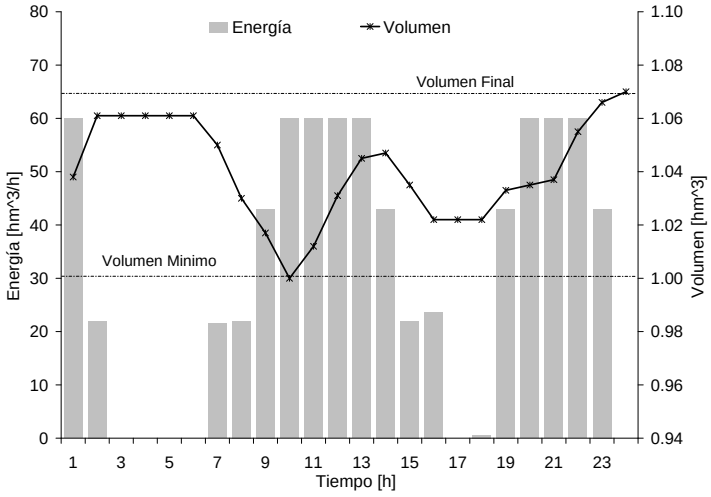

Figura 6.25. Potencia de salida y evolución del volumen del embalse asociado a la central j10 para el caso de demanda residual de tipo polinomio.

Al igual que el caso de la demanda residual lineal por tramos, el desembalse de agua sin producción de energía eléctrica es igual a cero en todas las horas del horizonte de programación en ambas centrales hidráulicas. La figura 6.26 representa la programación de las centrales agrupadas en tecnologías de generación, nuevamente la producción hidroeléctrica se reserva para las horas de máxima demanda. La tabla B.11 muestra los valores numéricos de la producción de cada una de las centrales de generación que pertenecen a la compañía.

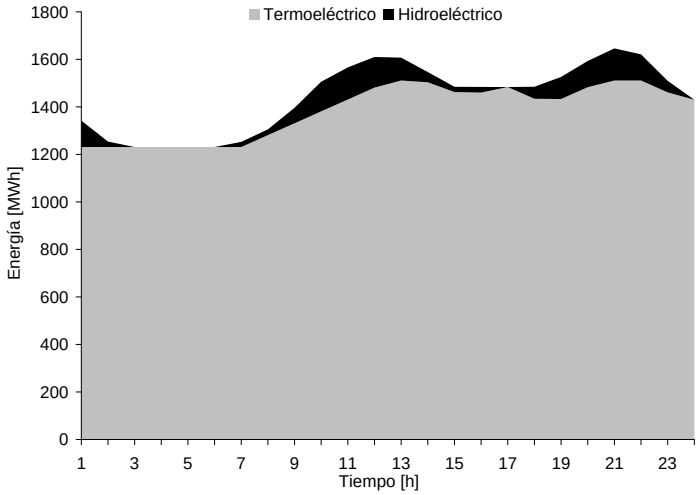

Figura 6.26. Programación de las centrales de la compañía líder para el caso de demanda residual de tipo polinomio.

6.4.4. Caso C: Demanda Residual de Tipo Escalón

Para este caso de estudio las curvas de demanda residual de la compañía líder se han modelado en forma de escalones, según el modelo desarrollado en la sección 6.4.4. Las figuras 6.27 y 6.28 muestran la forma característica de las curvas correspondientes a las horas de menor y mayor demanda de electricidad, respectivamente. Las tablas B.13-B.15 del apéndice B muestran los valores para cada una de las 24 curvas de demanda residual pertenecientes a la compañía líder.

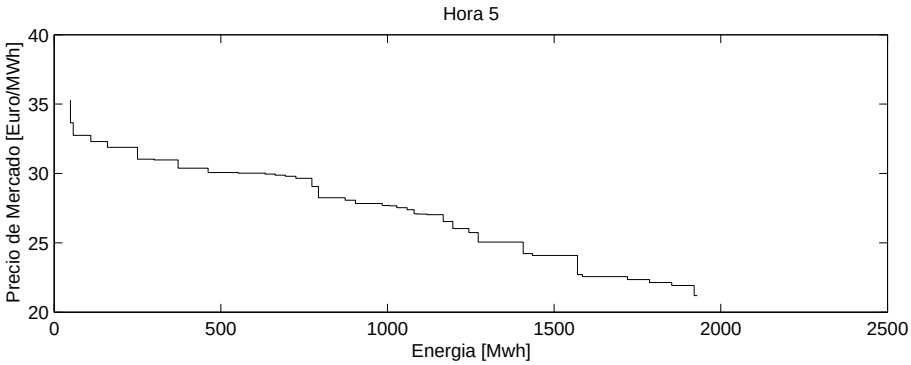

Figura 6.27. Modelo de demanda residual para la hora de menor demanda en el caso de demanda residual de tipo escalón.

Al resolver el problema de optimización correspondiente al beneficio diario de la compañía de generación se obtiene la cantidad óptima de energía que dicha compañía debe colocar en el mercado para influir sobre los precios de mercado, según su curva de demanda residual, esta información se muestra en la figura 6.29. Obsérvese que el precio mostra-

do corresponde al precio de cierre de mercado que se debe obtener luego del proceso de casación como producto de la oferta de la compañía líder.

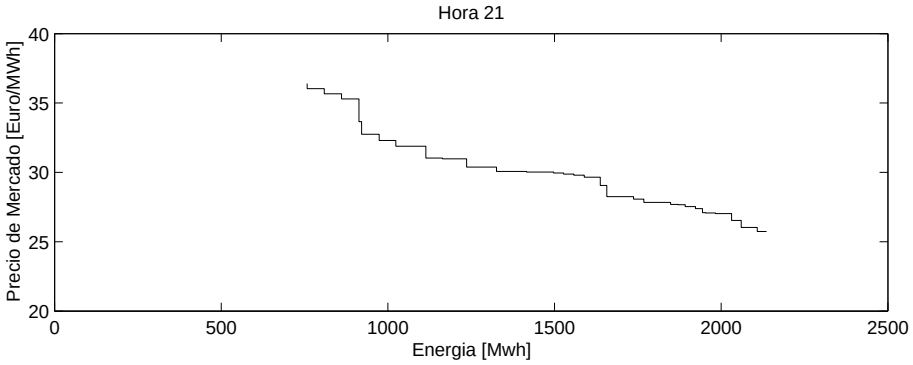

Figura 6.28. Modelo de demanda residual para la hora de mayor demanda en el caso de demanda residual de tipo escalón.

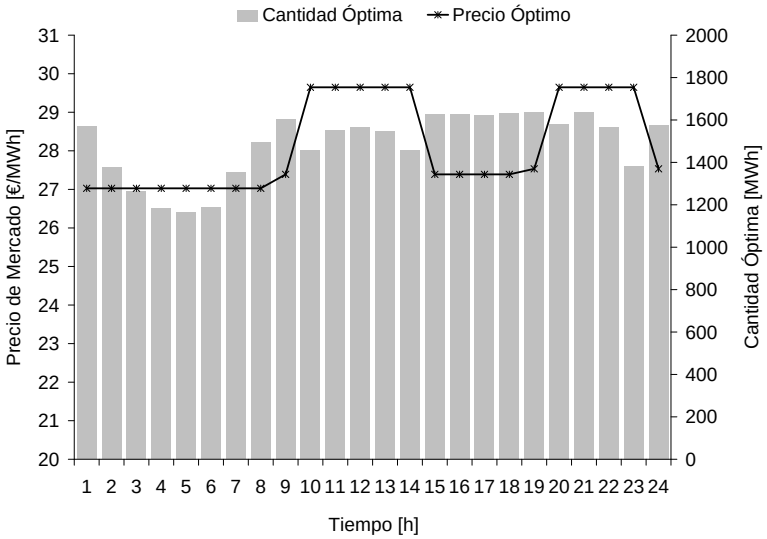

Figura 6.29. Cantidad y precio óptimo de la compañía líder para el caso de demanda residual de tipo escalón.

La figura 6.30 representa los costes totales en los cuales incurre la compañía y los beneficios horarios al colocar la cantidad a los precios de la figura 6.29. Al igual que en los dos casos anteriores, la curva de costes presenta regiones relativamente planas debido al uso estratégico de su energía hidráulica, la cual es utilizada de forma tal que pueda influir sobre los precios para maximizar sus beneficios.

En las figuras 6.31 y 6.32 se muestran la potencia generada y el comportamiento del volumen asociado con las centrales $j9$ y $j10$, respectivamente. Obsérvese cómo se respetan los límites mínimos en cada embalse y el volumen final de los embalses en cada horizonte

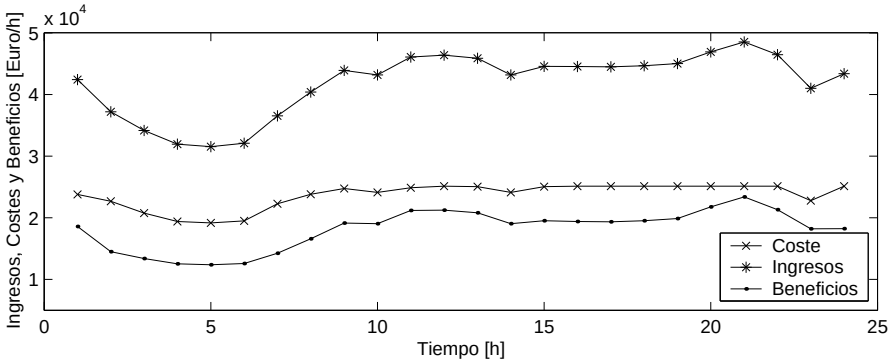

Figura 6.30. Costes y beneficios horario para la compañía líder para el caso de demanda residual de tipo polinomio.

de programación, que corresponde con el límite inicial del mismo; en el caso de la central $j9$, ésta debe reducir su nivel de producción en las horas finales, mientras que la central $j10$ se ve obligada en la hora 23 a descargar agua sin producir energía ($0.08\ m^3/s$).

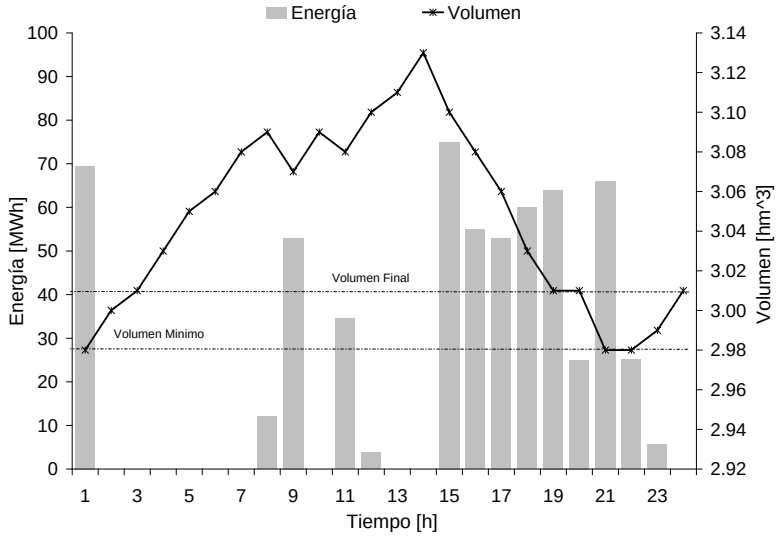

Figura 6.31. Potencia de salida y evolución del volumen del embalse asociado a la central j9 para el caso de demanda residual de tipo escalón.

La programación de las centrales agrupadas en tecnologías de generación se muestran en la figura 6.33, nuevamente la producción hidroeléctrica se reserva para las horas de máxima demanda. La tabla B.21 muestra los valores numéricos de la producción de cada una de las centrales de generación que pertenecen a la compañía.

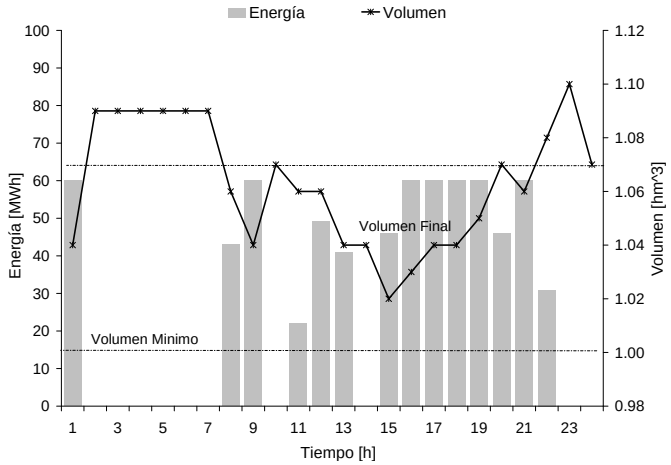

Figura 6.32. Potencia de salida y evolución del volumen del embalse asociado a la central j10 para el caso de demanda residual de tipo escalón.

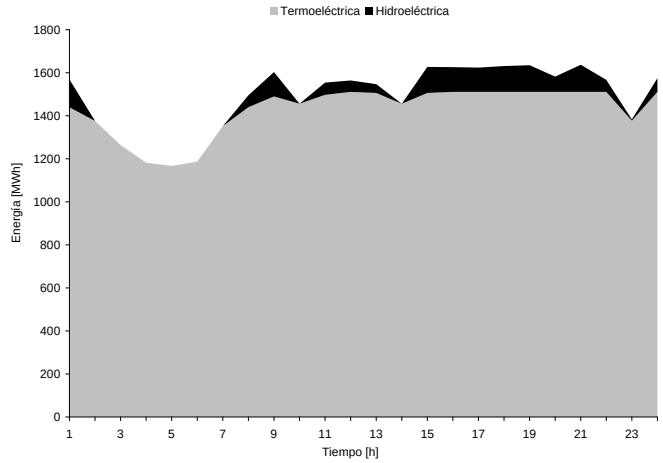

Figura 6.33. Programación de las centrales de la compañía líder para el caso de demanda residual de tipo escalón.

6.4.5. Comparación de los Modelos

Con el objetivo de analizar los resultados alcanzados con los tres modelos de demanda residual presentados en las secciones anteriores, en esta sección se comparan los valores obtenidos por la función objetivo y los beneficios diarios de la compañía de generación. El método de solución utilizado (*DICOPT*) engloba un proceso iterativo de dos etapas, una primera etapa, para el subproblema no lineal (NLP), que se resuelve por medio de cualquier programa optimizador, se ha decidido utilizar el optimizador *Conopt2* [45], y una segunda etapa que aborda el subproblema entero-mixto (MIP) utilizando el optimizador *Cplex*® [17].

En [45] se explica que el algoritmo *DICOPT* toma por defecto un criterio de optimización igual a cero para resolver el subproblema entero-mixto, esto origina un consumo adicional de tiempo computacional para obtener la solución óptima. Para disminuir el tiempo empleado en la solución del subproblemas entero-mixto, se ha utilizado una opción *DICOPT* para ajustar el criterio relativo de optimización (optcr). Esto permite obtener una solución cercana a la óptima, cuando la diferencian relativa entre la mejor solución posible y la mejor solución hallada sea menor a un valor especificado previamente [45]. En este trabajo se ha utilizado un error relativo de 0.0002 para detener la solución del subproblema entero-mixto.

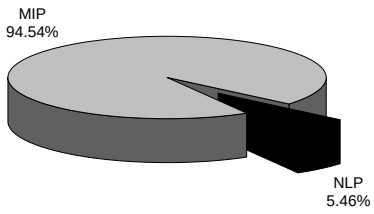

Figura 6.34. Porcentaje de tiempo empleado para la resolución de los subproblemas no lineal y entero mixto en el caso de demanda residual lineal por tramos.

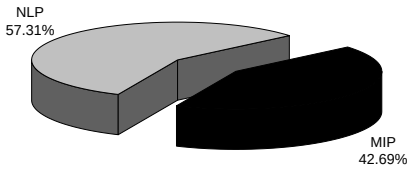

Figura 6.35. Porcentaje de tiempo empleado para la resolución de los subproblemas no lineal y entero mixto en el caso de demanda residual de tipo polinomio.

Las figuras 6.34, 6.35 y 6.36 muestran los porcentajes de tiempo empleado para la resolución de los subproblemas no lineal y entero mixto para los tres modelos de demanda

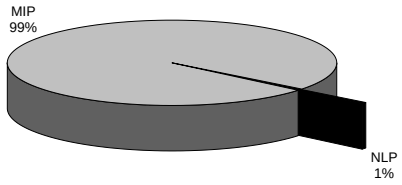

Figura 6.36. Porcentaje de tiempo empleado para la resolución de los subproblemas no lineal y entero mixto en el caso de demanda residual de tipo escalón.

residual utilizados. En el caso del modelo lineal por tramos de la demanda residual, el mayor tiempo computacional se consume en hallar la solución del subproblema entero-mixto: la figura 6.34 muestra que el 94.54 % del tiempo se utiliza para conseguir la solución de este subproblema, con un tiempo total de 462.01 seg. Como se esperaba, caso contrario ocurre cuando la demanda residual se modela utilizando polinomios de segundo grado, donde el mayor tiempo computacional se consume en la solución del subproblema no lineal, 57,31 seg., tal como se muestra en la figura 6.35, en este caso el tiempo total es de 35.57 seg., considerablemente menor que el modelo lineal por tramos. En el caso de la demanda en forma escalón, el tiempo dedicado a la solución del subproblema entero-mixto ocupa el mayor porcentaje de tiempo, debido a la cantidad de variables binarias que aparecen al utilizar este modelo para representar la demanda residual (ver sección 6.4.4).

La representación de tipo escalón representa la mejor técnica para modelar las curvas de demanda residual, pero este modelo implica un tiempo mayor en comparación con los dos modelos anteriores. En consecuencia, es necesario analizar la relación tiempo-beneficio diario para seleccionar el modelo más adecuado dependiendo del grado de precisión que se desee alcanzar. Este problema se analiza en el capítulo 9, donde se mide la influencia del modelo adoptado para simular la demanda residual sobre el precio de mercado alcanzado luego que la compañía líder decide ejercer su poder de mercado de acuerdo a la cantidad arrojada al maximizar la función de su beneficio diario (ver sección 6.3.1). La figura 6.37 muestra el tiempo computacional total y el empleado en cada subproblema para maximizar la función de beneficio diario de la compañía líder. Nótese cómo el tiempo total en el caso de la demanda residual de tipo escalón es alrededor de 6 veces superior al empleado en los otros dos casos. El problema ha sido implementado en un procesador Pentium IV, 2.8 GHz con 500 MB de memoria RAM.

La tabla 6.5 muestra un resumen del precio medio de la energía, la porción de mercado ocupada por la compañía con respecto a la demanda total, además del coste y beneficio

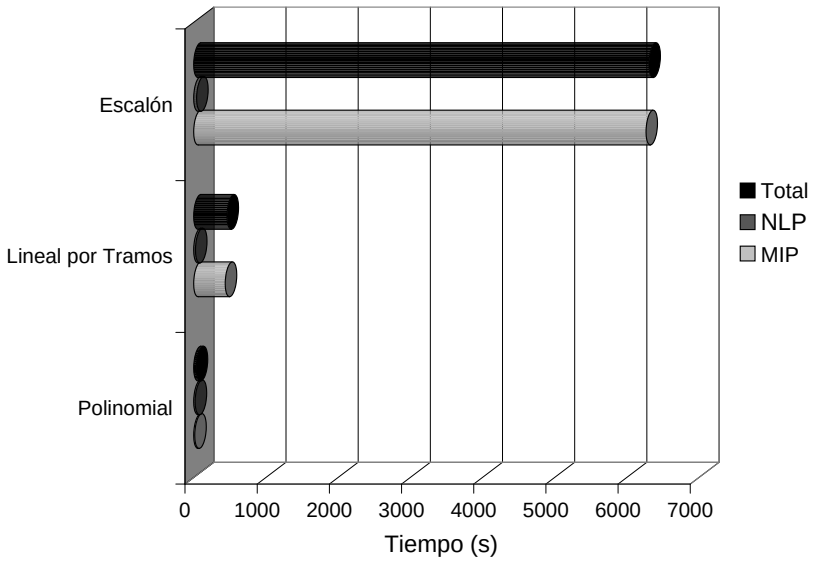

Figura 6.37. Tiempo total empleados para los modelos adoptados de la demanda residual.

diario alcanzado por la compañía líder. Nótese que el mayor beneficio se obtiene con el modelo escalón, como era de esperarse, con un porcentaje más elevado de la cuota de mercado pero con precios más bajos. Una mayor cuota de mercado obliga la entrada de centrales más económicas (pertenecientes a la compañía líder) en el proceso de subasta reduciendo así el precio de la energía, este resultado demuestra que la compañía puede ejercer su poder de mercado retirando energía del mismo. Dicho caso se estudia en el capítulo 7 donde se estudia la influencia sobre los precios de la energía que puede ejercer una compañía líder en un mercado eléctrico competitivo.

Tabla 6.5. Precio Medio, Cuota de Mercado, Coste y Beneficio Diario para los Modelos de Demanda Residual.

Modelo	Precio Medio [€/MWh]	Cuota de Mercado [%]	Coste Diario [€]	Beneficio Diario [€]
Polinomial	27,92	57,65	547.313	417.484
Lineal por Tramos	28,53	56,66	537.633	432.801
Escalón	28,13	59,46	568.392	435.945

El comportamiento horario de la función objetivo para los tres modelos de la demanda residual se muestra en la figura 6.38; se puede observar como el modelo lineal por tramos se aproxima a la forma de la curva de beneficios para el modelo escalón, el uso de un número mayor de segmentos en el modelo lineal por tramos acercaría mucho más los resultados de

ésta a los del modelo escalón, pero repercutiría en un tiempo computacional mayor.

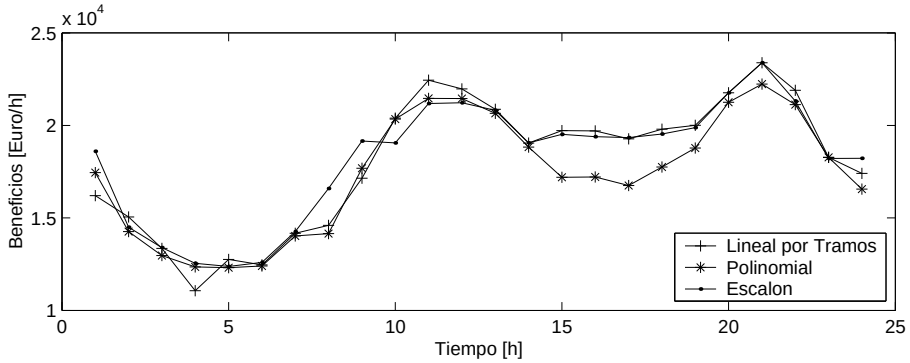

Figura 6.38. Evolución de los beneficios horarios para los modelos de la demanda residual.

6.5. Central de Bombeo en un Mercado Eléctrico

En este apartado se analiza el comportamiento de una central de bombeo en un mercado diario de electricidad. La central trata de maximizar sus beneficios como producto de la venta de su energía y de su energía de reserva secundaria, los precios de dichas energía se asumen conocidos.

6.5.1. Caso de Estudio

Se plantea el problema de programar la producción de una central de bombeo en un mercado eléctrico de libre competencia de forma tal que maximice sus beneficios debido a la venta de su energía y su energía de banda secundaria. Las características técnicas tales como: potencia máxima y mínima, caudal máximo y mínimo que puede atravesar la turbina durante el estado de generación y bombeo, respectivamente, se presentan en la tabla 6.6, también se presentan los parámetros hidráulicos de la central de bombeo como son: el volumen máximo y mínimo, volumen inicial y volumen final. Nótese que se ha hecho coincidir el volumen inicial y final, para permitir que la central afronte el mercado diario con una capacidad similar de generación. La central de bombeo tiene una eficiencia del 0.74.

Tabla 6.6. Características Técnicas la Central de Bombeo.

P^M_{jb} $[MW]$	P^0_{jb} $[MW]$	$Qmax^G_{jb}$ $[m^3/s]$	$Qmin^G_{jb}$ $[m^3/s]$	$Qmax^B_{jb}$ $[m^3/s]$	$Qmin^G_{jb}$ $[m^3/s]$	v^M_{jb} $[Hm^3]$	v^m_{jb} $[Hm^3]$	v^0_{jb} $[Hm^3]$	v^0_{jb} $[Hm^3]$
250	25	380	15	249	180	5.756	1.478	1.478	1.478

Las características de generación han sido modeladas por medio de la aproximación lineal por tramos, mientras que la característica de bombeo ha recibido un tratamiento lineal, tal cómo se muestra en la sección 4.2.1. En la tabla B.22 del apéndices B se muestran los parámetros utilizados para la aproximación lineal por tramos de la característica de generación de la central de bombeo, mientras que la tabla B.23 muestra los parámetros para la aproximación lineal de la característica de bombeo.

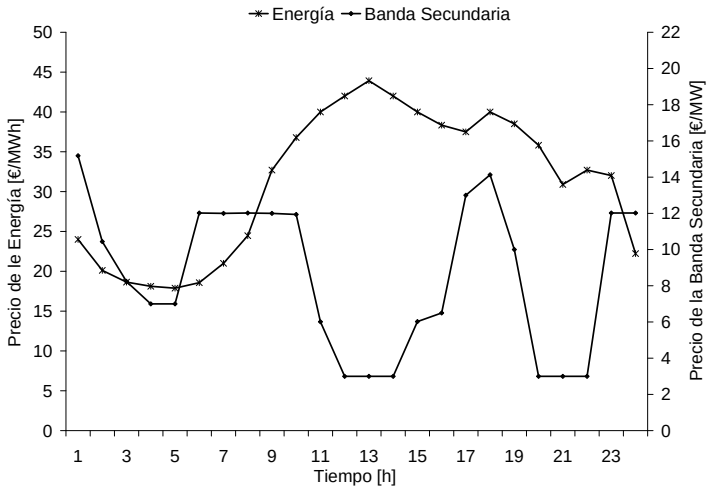

Figura 6.39. Precio de mercado de la energía y precio de banda secundaria.

El comportamiento de los precios de mercado de la energía y los precios de banda secundaria se muestran en la figura 6.39 y en las tablas B.24 y B.25, correspondiente al mercado eléctrico español de fecha 22 de mayo de 2003 [26].

Resultados

La evolución del volumen en el embalse asociado con la central de bombeo se muestra en la figura 6.40, conjuntamente con la potencia de salida o el consumo de energía eléctrica dependiendo del estado de la central. Obsérvese como la central funciona como bomba mayoritariamente a su máxima potencia hasta alcanzar su volumen máximo, aprovechando las horas de menor coste de la energía (ver figura 6.39). También se puede notar como se respeta el volumen final e inicial del embalse en el horizonte de programación. La potencia total generada es 1094.51 MW, mientras que la energía total consumida es 1632.44 MW, lo que indica un rendimiento en el horizonte de programación igual a 67.05 %.

El beneficio diario de la central es de 56928.29 €, la figura 6.41 muestra el beneficio horario de la central, obsérvese como éste es negativo cuando la central tiene que bombear para llenar el embalse.

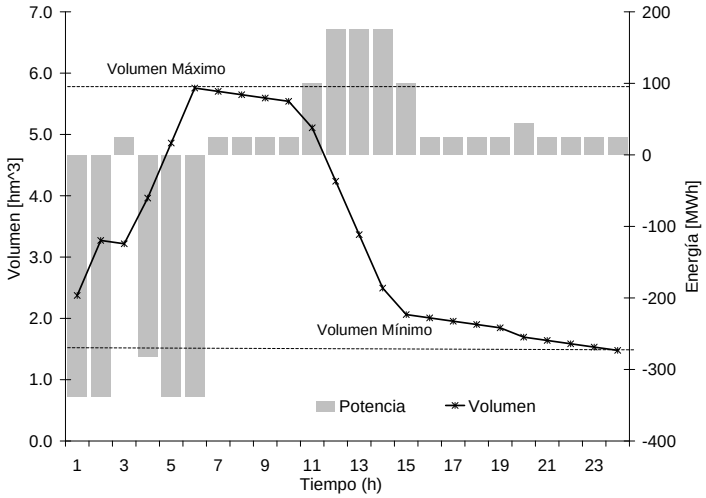

Figura 6.40. Potencia generada o consumida por la central de bombeo y evolución del volumen.

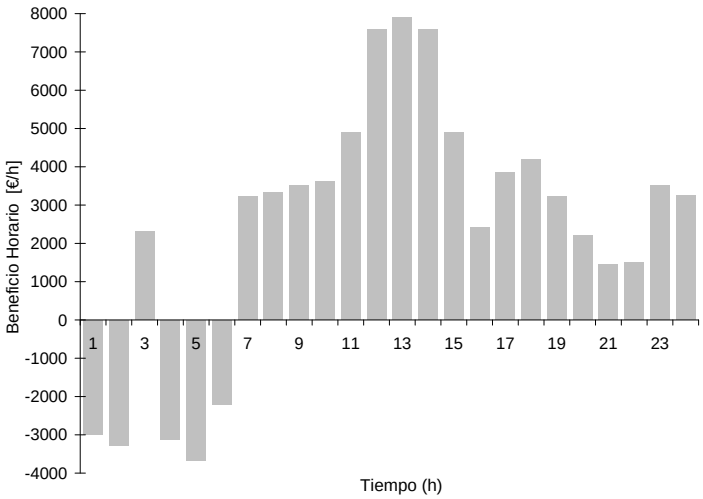

Figura 6.41. Beneficio horario de la central de bombeo.

6.5.2. Central de Bombeo en un Mercado Eléctrico de tipo Oligopolio

El papel desempeñado tradicionalmente por las centrales de bombeo ha cambiado sustancialmente luego de la liberalización de los mercados eléctricos. La optimización de las centrales está basada ahora en el precio marginal de la electricidad, en vez de la demanda como antes. Generalmente, los nuevos mercados separan la energía y la reserva secundaria en mercados diferente. Debido a que las centrales de bombeo proveen una excelente energía de reserva tanto en su estado de bombeo como de generación, este tipo de centrales son elementos importantes en el análisis de los mercados eléctricos.

Un caso interesante es el análisis de estas centrales en mercados de tipo oligopolio; el problema consiste en analizar cómo una compañía, con un importante porcentaje de centrales de bombeo, puede modificar el precio de la energía como producto de utilizar estratégicamente sus centrales de bombeo. El uso estratégico de las centrales de bombeo se podría estudiar como la posibilidad de agregar o retirar carga de la curva de demanda del sistema. En consecuencia, es necesario simular la demanda en forma dinámica a diferencia del modelo de demanda que se ha presentado en éste trabajo, donde se ha asumido que la demanda tiene un comportamiento estático.

La curva de demanda residual utilizada para modelar la influencia de la compañía líder sobre los precios de mercado de la energía en un mercado de tipo oligopolio, se ha determinando sustrayendo de la curva de demanda la sumatoria de las ofertas de venta de las compañías seguidoras. Al simular en forma dinámica la curva de demanda se afirma que la curva de demanda residual de la compañía líder también se verá afectada por la carga agregada o retirada del sistema.

En la literatura es escasa, por no decir nula, la presencia de trabajos sobre el estudio de centrales de bombeo en mercados eléctricos de tipo oligopolio. Hasta la fecha el autor reconoce no haber encontrado ninguna publicación que investigue la influencia de las centrales de bombeo sobre los precios de la electricidad. Esto sugiere líneas futuras de investigación donde se aborde el problemas de la oferta óptima de una empresa de generación que cuenta con una número de centrales de bombeo, tal qué puede influir sobre el comportamiento de la demanda para maximizar sus beneficios.

6.6. Conclusiones

En los mercados eléctricos de tipo oligopolio coexisten dos tipos de compañías; compañías seguidoras o tomadoras de precios y compañías líderes o determinadora de precios, ambos tipos de compañías tratan de maximizar sus beneficios de maneras distintas.

En este capítulo se ha presentado el modelo matemáticos de una compañía líder de mercado que trata de maximizar sus beneficios diarios al conocer el comportamiento de su demanda residual. La compañía modelada contempla generación de tipo termoeléctrica e hidroeléctrica, con el objetivo de simular una compañía real de generación. El modelo matemático se ha propuesto como un problema de optimización no lineal, debido a que la función objetivo presenta un producto de dos variable positivas, el precio de mercado, λ_h, y la cantidad de energía que la compañía debe colocar en el proceso de casación para maximizar sus beneficios como resultado de ejercer su poder de mercado, Γ_h.

Tres casos de la demanda residual se ha estudiado; modelo lineal por tramos, modelo polinomial y modelo escalón. En el caso de demanda residual lineal por tramos se ha detectado una producción hidroeléctricas en las horas de menor demanda, cosa que no

ocurre cuando el modelo de la demanda se ajusta por medio de un polinomio de segundo grado y de tipo escalón. La comparación entre los beneficios obtenidos para los diferentes modelos de la demanda residual, arroja que el beneficios diario en el caso del modelo escalón son los mayores con un porcentaje más elevado de la cuota de mercado pero con precios de la energía más bajos.

Las centrales de bombeo juegan un papel importante en los mercados eléctricos debido al rol que juegan entre la energía y la potencia de reserva secundaria, en éste capítulo se ha presentado el comportamiento estratégico de una central de bombeo en un mercado eléctrico mediante programación lineal mixta. Los resultados han demostrado cómo la central de bombeo genera en las horas de precios altos, mientras que se com porta como carga en las horas de precios bajos. Los beneficios los obtiene al optimizar los ingresos que obtiene como producto de la venta de energía y de la potencia de banda secundaria. Un caso interesante es el análisis de estas centrales en mercados de tipo oligopolio; el problema consiste en determinar el comportamiento estratégico de una compañía de generación que posee un importante porcentaje de centrales de bombeo, de forma tal que pueda modificar el comportamiento de la demanda, al generar o bombear en distintas horas del horizonte de programación. Esto sugiere un líneas futuras de investigación donde se aborde el problema de las centrales de bombeo en mercados eléctricos de tipo oligopolio.

Capítulo 7

Poder de Mercado Ejercido por una Compañía Líder en un Mercado Eléctrico

Debido a la estructura tradicional de la industria eléctrica, los mercados eléctricos competitivos generalmente derivan en mercados de tipo oligopolio con una o pocas compañías líder que coexisten con varias compañías seguidoras o tomadoras de precio; ambos tipos de compañías establecen estrategias diferentes para optimizar sus beneficios. Las compañías líder tienen la habilidad de influir sobre el comportamiento de los precios de mercado de la energía. En base a estas afirmaciones se pueden plantear los objetivos del presenta capítulo como:

> Analizar el comportamiento de los precios de la energía en un mercado eléctrico de tipo oligopolio, donde una compañía líder fija sus niveles de producción con el objetivo de manipular los precios de mercado de la energía para maximizar sus beneficios económicos, mediante la comparación de los precios obtenidos en un modelo de competencia perfecta con aquellos que se obtienen en un mercado de competencia imperfecta.

Los niveles óptimos de producción de la compañía líder se determinan a partir de sus curvas de demanda residual maximizando su función de beneficio diario; para ello se ha utilizando la programación no lineal con restricciones lineales y variables binarias. La idea principal es analizar la variación entre los precios de la energía obtenidos bajo el esquema de competencia perfecta y aquéllos que se obtienen cuando la compañía líder ejerce su poder de mercado, es decir, en un modelo de competencia imperfecta. También interesa verificar el beneficio horario que la compañía de generación obtiene cuando ésta decide competir en cantidades según el modelo de Cournot [15], en otras palabras, cuando la compañía retira energía de su oferta de venta asumiendo que las compañías rivales mantendrán constantes sus niveles de producción, con el objetivo de incrementar los precios de la energía.

Para ello, es necesario determinar en ambos casos el precio de mercado empleando un mecanismo de subasta que establezca los precios y asigne las cantidades de energía aceptadas a cada participante según las ofertas de compra o venta de energía para un mercado diario. Este ente se ha simulado como un problema de optimización utilizando programación lineal entera-mixta. La compañía de generación, líder del mercado, cuenta con centrales termoeléctricas e hidroeléctricas, tratando de modelar las restricciones reales de una compañía que participa en un mercado de generación.

7.1. Estrategias de Ofertas de Venta de Energía de una Compañía Líder de Mercado

En un mercado de libre competencia, donde ningún participante puede influir sobre los precios, las empresas de generación basan la decisión de cómo ofertar su energía en dos variables: el precio de mercado y sus costes marginales de producción. Empíricamente se pueden establecer tres estrategias de ofertas, a saber, dependiendo de la relación entre las dos variables:

- Precio igual al coste marginal de producción.
- Precio superior al coste marginal de producción.
- Precio menor al coste marginal de producción.

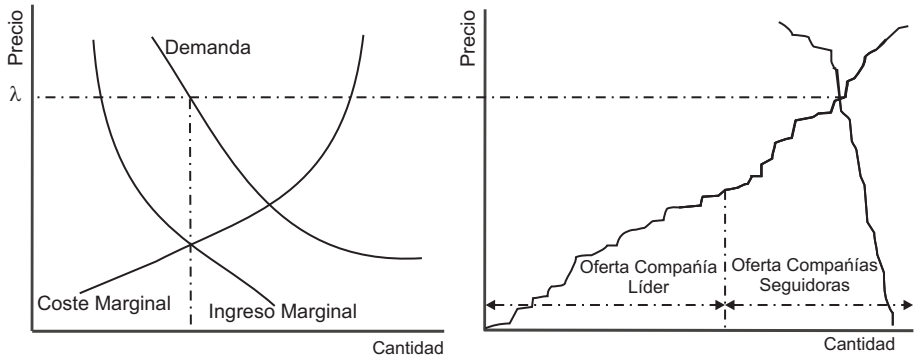

Figura 7.1. Estrategia de oferta de una compañía líder en un mercado de tipo oligopolio.

En el caso de mercados de competencia imperfecta, la estrategia de la compañía líder es más compleja aún; este tipo de compañía afronta una curva de demanda residual que representa su cuota de mercado, es decir, la cantidad de energía que puede servir de forma tal que pueda influir sobre los precios. Es fácil demostrar que la compañía líder se comporta como un monopolio ante su demanda residual, maximizando sus beneficios cuando logra

colocar en el mercado una cantidad de energía tal que sus costes marginales se igualen a sus ingresos marginales [69] [99], tal como se ilustra en la figura 7.1. Si la compañía logra colocar en el mercado la cantidad de energía que indica su curva de demanda residual, logrará que la curva de demanda agregada se corte con la oferta agregada en el valor del precio de mercado que maximice su beneficio horario.

Esto se obtiene incluyendo la curva de demanda residual en el modelo de la compañía líder. Para ello es necesario asumir que el resto de las compañías se comportan como compañías seguidoras, por lo cual, mantendrán constantes sus niveles de producción; en otras palabras, se conoce la función de respuesta de las compañías. Según el modelo de Stackelberg, el líder decide su propia estrategia y los seguidores aceptan esta decisión como un dato y optimizan su producción basándose en el comportamiento del líder [117] [62]. Si se asume que las compañías rivales se comportan bajo este modelo, que sus ofertas contemplan la decisión del líder y que éstas no reaccionarán ante ninguna nueva estrategia seleccionada por la compañía líder, las curvas de ofertas de venta de las compañías rivales representan sus respectivas funciones de respuesta en el mercado (ver sección 2.3.1).

Es necesario también establecer la oferta de precio de cada una de las centrales que pertenecen a la compañía líder, de forma tal que la curva agregada de ofertas del sistema se corte con la demanda agregada en el punto determinado por el precio óptimo obtenido durante el proceso de optimización. Esto puede lograrse estableciendo precios marginales a cada bloque de energía ofertado por la compañía líder; si una cantidad igual o menor a dicho bloque es necesaria para realizar la oferta óptima, el precio corresponderá a su coste marginal, en otras palabras, el precio de un bloque de energía representa la pendiente de dicho bloque, donde la pendiente mide el incremento en el coste de producción al pasar de un nivel de generación a otro, mientras que las centrales hidroeléctricas ofertan de acuerdo al valor del agua [18] (ver tabla B.3).

7.2. Modelo de Mercado

Se pretende simular el comportamiento de los precios de la energía en un mercado diario bajo dos esquemas de competencia, a saber: Competencia perfecta y Competencia Imperfecta. El mercado está formado por tres compañías de generación, cuyas características principales se resumen a continuación:

- Una compañía líder con una capacidad instalada de 2119 MW con generación termoeléctrica e hidroeléctrica. La tabla B.1 muestra los parámetros técnicos de las centrales que pertenecen a esta compañía, mientras que la tabla B.2 presenta los parámetros económicos de las centrales. Las características de las centrales hidroeléctricas se detallan en la tabla B.3. Las características de generación y desembalse han sido modeladas por medio de la aproximación lineal por tramos, las tablas B.4

y B.5 muestran los valores usados en los modelos de de las características de generación y desembalse, respectivamente. las tablas B.6 y B.7 presentan los límites y las pendientes de las tramos para la función de coste variable de producción de las centrales termoeléctricas.

- Dos compañías seguidoras, B y C, que poseen una capacidad instalada de 1219 MW y 896 MW, respectivamente; además, sólo disponen de generación termoeléctrica. Las tablas B.8 y B.9 muestran las características de las centrales que pertenecen a las compañías seguidoras B y C, respectivamente.

Para la competencia perfecta, cada una de las compañías realiza una oferta por cada una de sus centrales, basándose en los costes marginales de producción. Luego, el operador del mercado aplica un mecanismo de subasta optimizando el beneficio social neto y determina el precio horario de la energía como el bloque aceptado más caro, al tiempo que establece la producción aceptada de cada central. En el modelo de competencia imperfecta propuesto, se asume que las compañías rivales mantienen constantes sus niveles de producción y sus ofertas reflejan los costes marginales. En cambio, la compañía líder selecciona la cantidad estratégica de energía que debe producir para influir en forma unilateral sobre los precios, maximizando así sus beneficios horarios, basándose en su curva de demanda residual y asumiendo que sus rivales no reaccionarán a los cambios que se producen en el precio de la energía. En los mercado eléctricos realistas las compañías seguidoras realizan sus ofertas según el precio esperado en el mercado [28] (ver sección 2.5).

7.2.1. Modelo de las Compañías Participantes

En la competencia perfecta, las compañías rivales han sido modeladas por medio sus curvas de oferta; cada una de ellas realiza ofertas de ventas de energía para cada una de sus unidades de producción en bloques de energía-precio (MWh-€), cuyo precio representa el coste marginal de su correspondiente unidad de generación. En la competencia imperfecta, el comportamiento de los rivales se modela por medio de la curva de demanda residual de la compañía líder. Dicha curva se obtiene sustrayendo de la curva de demanda, para un mismo nivel de precio, la oferta de venta de las compañías rivales para cada hora del horizonte diario de programación. La compañía líder ha sido simulada según el modelo mostrado en la sección 6.3.1, donde se presenta un modelo de programación no lineal para maximizar el beneficio diario de una compañía tomando en cuenta su curva de demanda residual. El modelo adoptado para simular la demanda residual, en este caso de estudio, ha sido la forma de escalón siguiendo el modelo descrito en la sección 6.2.5.

7.2.2. Modelo del Operador del Mercado

El Operador del Mercado se ha modelado usando el concepto de Beneficio Social [12][36], definido como la diferencia entre el beneficio neto de los productores y el beneficio de los consumidores. El modelo queda descrito por las ecuaciones lineales (5.1)-(5.10) presentadas en la sección 5.2, como un problema de programación lineal entera mixta.

7.3. Caso de Estudio

El caso de estudio presentado en esta sección ha sido desarrollado en *GAMS*® [16] y utilizando dos diferentes paquetes de optimización, dependiendo de la naturaleza de la función objetivo, estos módulos han sido *Cplex*® [17] para la programación lineal entera mixta y DICOPT [45] para la programación no lineal.

7.3.1. Competencia Perfecta

Para simular la competencia perfecta entre generadores, hemos asumido que cada compañía realiza ofertas horarias, declarando cuatro bloques cantidad-precio (MWh-€) para cada una de sus correspondientes centrales. Las centrales hidroeléctricas ofertan sus energías en concordancia con el valor del agua (ver sección 2.6); la tabla B.3 muestra en valor del agua correspondiente a cada central hidroeléctrica, dichos valores se asumen conocidos. Las térmicas ofertan a sus costes marginales de producción. Las tablas B.10, B.11 y B.12 muestran la cantidad de energía y el precio correspondiente para cada bloque de energía de las ofertas realizadas por la compañía líder, las compañías seguidoras B y C, respectivamente. Por simplicidad se asume que las ofertas son iguales para cada una de las horas del horizonte de programación.

El mecanismo de casación procesa las ofertas de venta de las 20 centrales que compiten en un mercado de competencia perfecta, agrupadas en tres compañías de generación para obtener el precio de cierre del mercado. La figura 7.2 muestra el comportamiento de la demanda y la evolución de los precios para el caso de competencia perfecta. Se puede observar cómo los precios siguen la forma de la demanda, incrementándose cuando el valor de la demanda de electricidad es más alta, lo cual era de esperar.

La figura 7.3 representa la cuota horaria de mercado para las compañías de generación participantes; la compañía líder cuenta con una cuota de mercado del 71,64 % (a pesar de que su capacidad instalada es sólo del 50 %), tal como se refleja en la tabla 7.1. En consecuencia, las compañías seguidoras compiten por el 28.36 % del mercado restante. Con los porcentajes de cuota de mercado de cada compañía se calcula el índice de Herfindahl-Hirschman [86] obteniendo un valor de 5482.06, el cual nos indica que estamos en presencia de un mercado altamente concentrado.

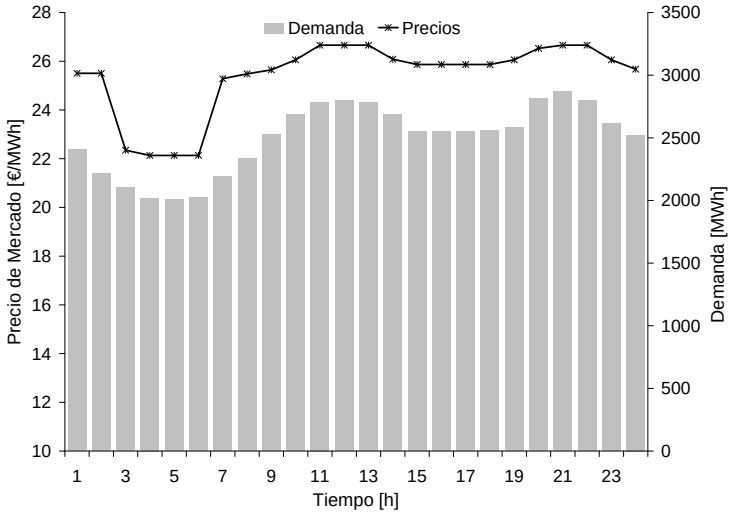

Figura 7.2. Demanda y precio de mercado en competencia perfecta.

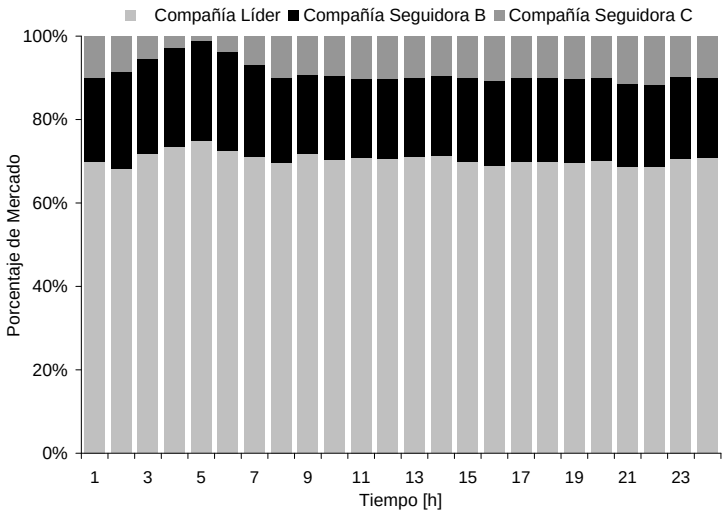

Figura 7.3. Cuota de participación de mercado en competencia perfecta.

Tabla 7.1. Cuota de Participación de Mercado de las Compañías de Generación.

	Líder	Seguidora B	Seguidora C
Capacidad Instalada [MW]	2.119,0	1.353,0	762,0
Capacidad Instalada [%]	50,05	31,95	18,00
Cuota de Mercado [%]	71,64	20,40	7,96

7.3.2. Competencia Imperfecta

En el caso de competencia imperfecta la compañía líder debe calcular su curva de demanda residual para cada una de las 24 horas del horizonte de programación; estas curvas se obtienen restando de la demanda la oferta agregada de las empresas seguidoras y asumiendo que estas últimas mantendrán sus ofertas constantes e iguales a sus costes marginales. En las tablas B.11 y B.12 se muestran las ofertas de las compañías seguidoras. Como se ha dicho anteriormente, se asume que las ofertas son constantes para cada uno de los períodos del horizonte de programación; por lo tanto, al organizar estas ofertas en orden ascendente se obtiene la curva agregada de oferta de las compañías seguidoras, la cual se muestra en la figura 7.4.

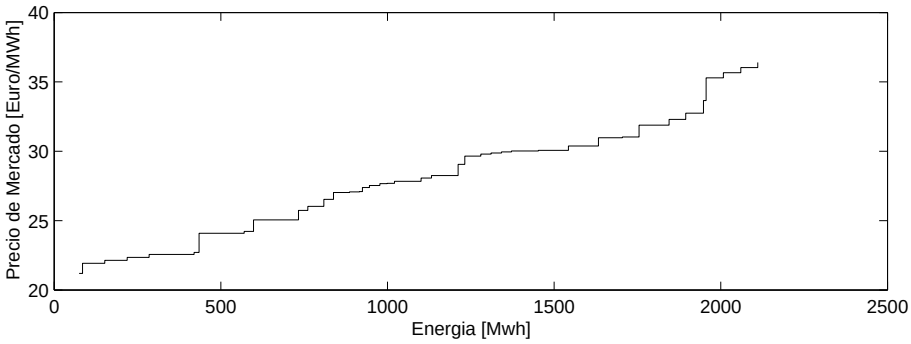

Figura 7.4. Curva agregada de oferta de las compañías seguidoras.

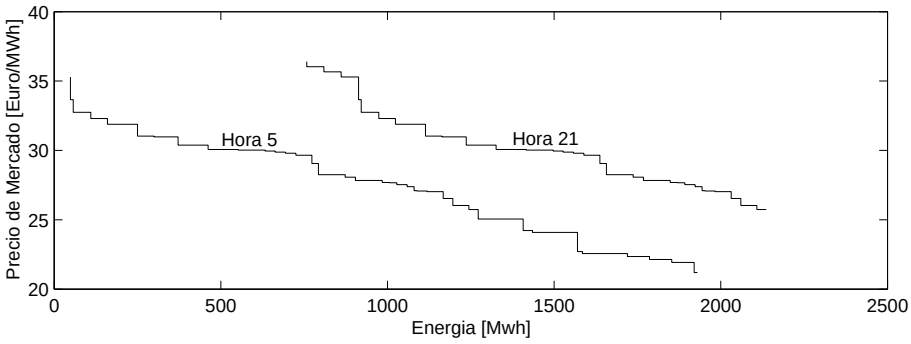

Figura 7.5. Curvas de demanda residual en las horas de máxima y mínima demanda.

La figura 7.5 muestra las curvas de demanda residual para la horas de máxima demanda (hora 21) y mínima demanda (hora 5). En las horas en las cuales la demanda de electricidad es baja, la curva de demanda residual presenta valores negativos, debido a que la oferta de las empresas seguidoras es mayor que la demanda en dicha hora, ver sección 6.2.2; en este estudio sólo se consideran valores positivos para formar la demanda residual. Dichas curvas también están acotadas por la energía máxima que la compañía puede generar,

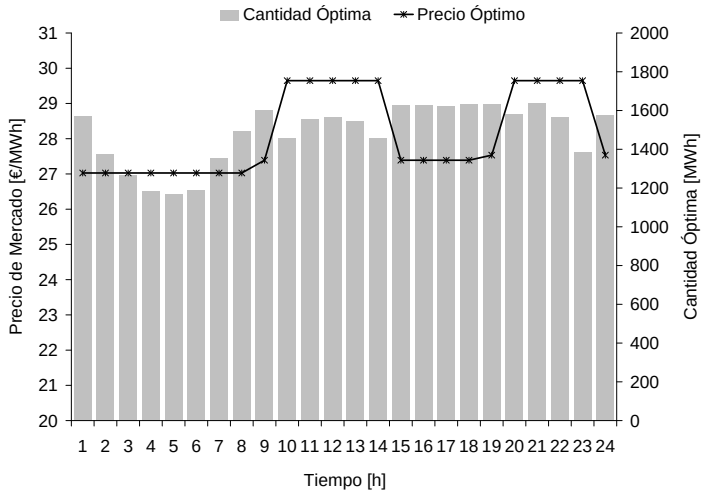

Figura 7.6. Cantidad y precios óptimos para la compañía líder.

esto ocurre en las horas en que la demanda de electricidad aumenta. En la figura 7.5, también se puede observar la diferencia que existe entre la cantidad de energía que puede suministrar la compañía para distintos valores de la demanda de electricidad, debido a que ésta está limitada por la potencia máxima que la compañía puede entregar. La tabla B.13 presenta los valores de las curvas de demanda residual para cada período del horizonte de programación.

La función objetivo no lineal de la ecuación (6.48) selecciona el punto, de cada curva de demanda residual, que maximice el beneficio horario de la compañía tomando en cuenta los costes variables, así como los costes de arranque y parada de las centrales que pertenecen a dicha compañía. El proceso de optimización dará como resultado, para cada hora, la cantidad óptima que la compañía debe colocar en el mercado de forma tal que pueda influir unilateralmente sobre los precios para maximizar su beneficio diario. La figura 7.6 muestra la cantidad óptima y el precio óptimo que se deben obtener luego del proceso de casación, asumiendo que la compañía líder conoce las ofertas de sus compañías y éstas no responden a cambios en los precios.

La figura 7.7 muestra el perfil de los ingresos, costes totales y beneficios de la compañía para las cantidades óptimas. Comparando la curva de costes con la gráfica de la potencia despachada (ver figura 7.8), observamos cómo la compañía logra mantener sus costes relativamente constantes en las horas de máxima demanda a pesar de que sus ingresos aumentan como producto de la venta de energía. Esto se debe gracias a las centrales hidroeléctricas, cuyos costes variables de producción se han asumido nulos y los costes de arranque y parada [4] tal como se indican en la tabla B.2. Estas centrales aprovechan las horas con precios más elevados para maximizar sus recursos hidráulicos, teniendo en cuenta sus limitaciones energéticas.

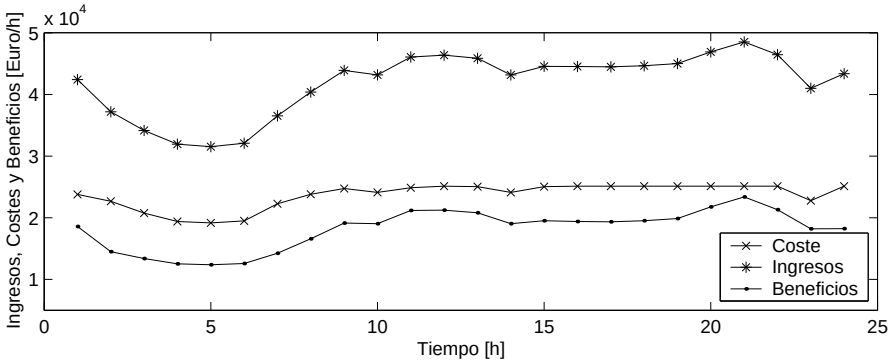

Figura 7.7. Ingresos, costes y beneficios horarios de la compañía líder.

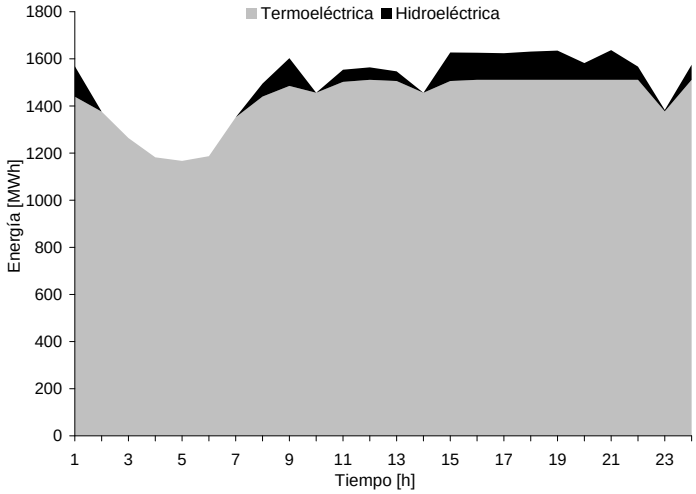

Figura 7.8. Programación de las centrales térmicas e hidráulicas de la empresa líder.

7.3.3. Resultados

Luego que la compañía líder haya calculado su cantidad óptima, éste remite al operador del mercado sus ofertas por cada una de las centrales y el operador realiza el proceso de casación tomando en cuenta las ofertas de las compañías rivales y la oferta agregada de compra, que en nuestro caso coincide con la demanda del sistema. Los precios resultantes del proceso de casación bajo el esquema de competencia imperfecta sufren un incremento notable en comparación con los precios obtenidos en competencia perfecta, como era de esperarse. Así, el potencial poder de mercado de la compañía líder puede ser evaluado como la relación entre el precio que se obtiene cuando la compañía oferta su cantidad óptima y el precio de competencia perfecta, este último se asume igual al coste marginal. En consecuencia, los precios de competencia perfecta se utilizan como *benchmarks* para medir el potencial poder de mercado de la compañía líder por medio del índice de Lerner (ver sección 2.4.1), esto es:

$$\gamma = \frac{(P_{ci} - P_{cp})}{P_{ci}} 100\,\% \tag{7.1}$$

donde P_{ci} es el precio en competencia imperfecta y P_{cp} representa el precio en competencia perfecta que es igual al coste marginal de la energía cuando todas las centrales realizan sus ofertas a sus respectivos precios marginales de producción.

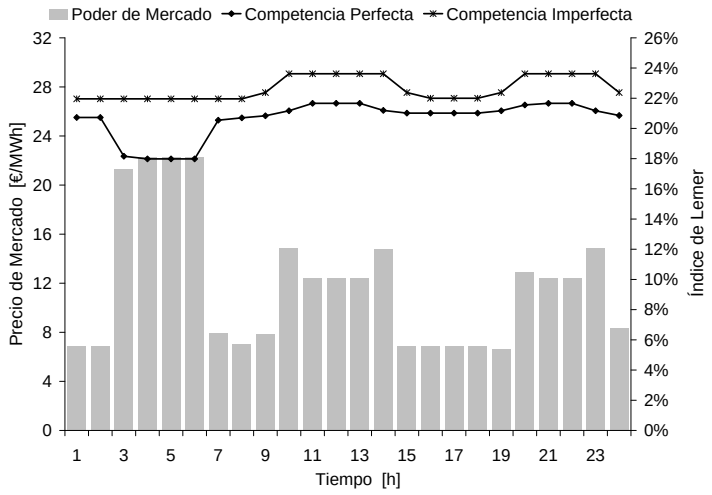

Figura 7.9. Poder de mercado potencial ejercido por la compañía en cada período del horizonte de programación.

La figura 7.9 muestra el precio de mercado que se obtiene después que la compañía líder haya modificado su oferta de venta de energía y los precios en competencia perfecta, al igual que el poder de mercado potencial; se observa cómo los precios en competencia imperfecta son más elevados incrementando su valor medio de 25.39 €/MWh en competencia perfecta hasta 28.13 €/MWh. Así, en las horas número 4, 5 y 6 la compañía puede incrementar hasta un 18.10 % el precio marginal de la energía. Nótese que mientras mayor sea la cuota de mercado que domina esta compañía, mayor será su influencia sobre los precios de la energía (ver figura 7.3).

La figura 7.10 muestra cómo la compañía líder sacrifica su participación en el mercado para incrementar los precios horarios. Se puede observar claramente, cómo retirando energía de sus ofertas la compañía logra incrementar los precios obligando a que centrales más caras entren en el proceso de casación. La compañía líder cede parte de su cuota de mercado para incrementar los precios, retirando estratégicamente energía del mercado. Como consecuencia a esta estrategia su cuota de mercado se reduce de 71.64 %, en el caso de competencia perfecta, a 59,46 % para el mercado en competencia imperfecta. Las compañías seguidoras también obtienen beneficios de la estrategia seguida por la compañía líder, debido a que pueden vender más energía al aumentar sus respectivas cuotas de mercado, además de beneficiarse de un incremento en los precios.

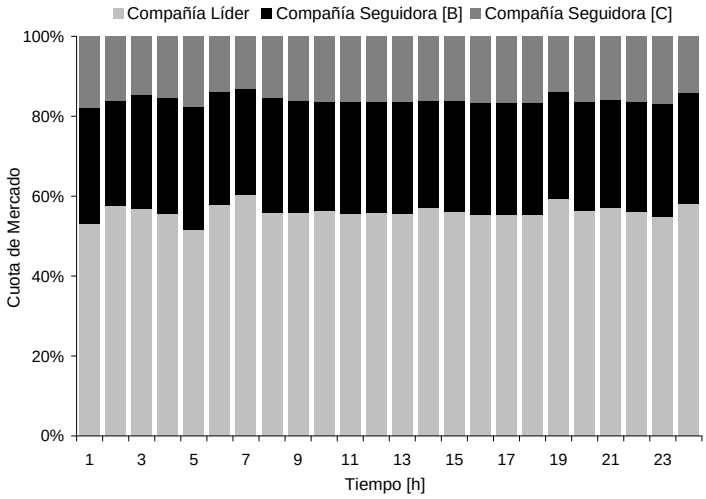

Figura 7.10. Cuota de participación de mercado en competencia imperfecta.

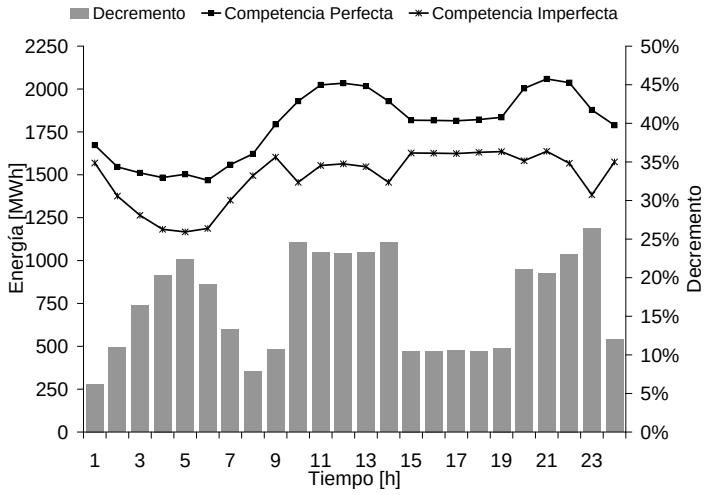

Figura 7.11. Energía colocada en el mercado por la empresa líder en competencia perfecta y competencia imperfecta

La figura 7.11 muestra los niveles de producción de la compañía para ambos esquemas de mercado y la cantidad de energía horaria que debe retirar. La compañía reduce su producción diaria de 42.967 MW hasta 35.659 MW, lo cual representa un 20,48 %. Nótese que durante las horas de mayor demanda, ésta tiene que retirar más energía.

Con el incremento de los precios, la compañía busca maximizar su beneficio diario; el comportamiento de la curva de beneficios obtenidos por la compañía con ambos esquemas de competencia se presenta en la figura 7.12. Una comparación directa hora a hora es complicada de realizar debido principalmente a que las centrales arrancan en diferentes períodos en cada modelo de mercado, de esta forma es imposible comparar el beneficio en

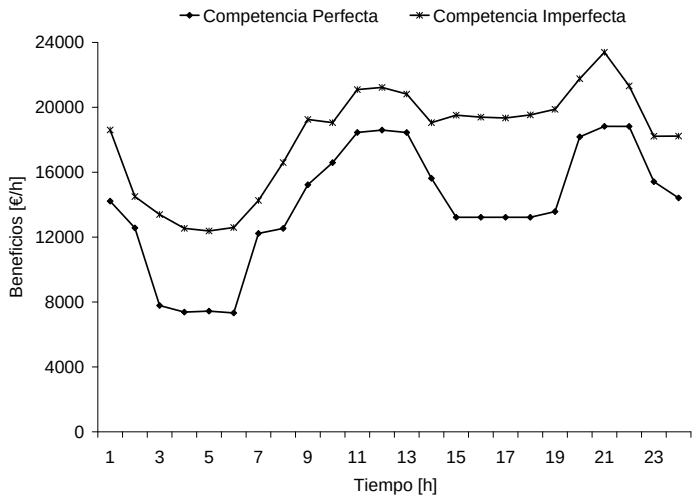

Figura 7.12. Beneficios obtenidos en competencia perfecta y competencia imperfecta.

una hora determinada si los costes de arranque difieren en dicha hora. Si es posible comparar el beneficio diario alcanzado por la compañía en ambos modelos de mercado. La tabla 7.2 resume los valores del precio medio, la cantidad de energía real servida por la compañía en relación con la demanda, la energía total suministrada y el beneficio diario tanto para el modelo de competencia perfecta como para el modelo de competencia imperfecta. Obsérvese cómo el incremento en el beneficio diario es de 22,80 %, dicho de otra manera, el beneficio crece de 336.538,33€ en el esquema de competencia perfecta hasta 435.945,65€ como resultado de la estrategia seleccionada por la compañía líder; esto significa que una reducción de 20,48 % de la generación produce un incremento de 22,80 % en los beneficios con un aumento del 9.70 % en el precio de mercado de la energía. Este resultado muestra de forma clara que la compañía líder puede ejercer su poder de mercado retirando energía de sus ofertas de ventas, para obligar de esta forma que centrales con costes de producción más altos establezcan el precio de la energía.

Tabla 7.2. Valores Comparativos entre los Modelos de Mercado de Competencia Perfecta y Competencia Imperfecta

Modelo de Mercado	Precio medio [€/MWh]	Cuota de mercado [%]	Energía diaria [MWh]	Beneficio diario [€]
Competencia Perf.	25,39	71,64	42.967	336.538
Competencia Imperf.	28,13	59,46	35.659	435.945
Diferencia [%]	9,70	20,48	20,48	22,80

7.4. Conclusiones

En este capítulo se ha analizado el comportamiento de los precios de la energía en un mercado eléctricos de tipo oligopolio, donde una compañía líder fija sus niveles de producción con el objetivo de manipular los precios, de forma tal que estos maximicen sus beneficios diarios.

El poder de mercado se ha analizado por medio de la variación de los precios entre dos modelos distintos de mercados: Un mercado de competencia perfecta donde ninguno de los participantes tiene la capacidad de influir sobre los precios y un mercado de competencia imperfecta, en el cual una de las compañías de generación tiene la capacidad suficiente para modificar los precios de la energía. Los resultados obtenidos permiten concluir que la compañía ejerce su poder de mercado al retirar energía de sus ofertas de venta; esto tiene como objetivo provocar la entrada de centrales con costes de producción más altos en el proceso de subasta, las cuales pueden pertenecer a la propia compañía líder o a las compañías rivales. En resumen, se trata de un juego de cantidades que sigue el modelo de Cournot, donde cada compañía es consciente que la decisión que tome su rival sobre la cantidad a producir impactará en el precio que ella enfrentará y en sus beneficios económicos. En el juego planteado en este caso de estudio se asume que las compañías seguidoras no reaccionarán a la estrategia de la compañía líder, manteniendo constantes las cantidades de energía en sus ofertas de venta.

Se ha demostrado que a pesar de que la compañía reduce sus niveles de producción, ésta consigue incrementar sus beneficios como resultado de un incremento de los precios como producto de esta reducción de la producción. También se ha observado, al comparar los beneficios entre ambos esquemas de mercado, que la compañía líder puede ejercer mayor poder de mercado en las horas de menor demanda, debido principalmente a que en estas horas la compañía cuenta con un mayor margen de energía disponible para retirar del mercado.

Capítulo 8

Influencia del Modelo de la Curva de Demanda Residual en la Estrategia Óptima

El poder de mercado de una compañía de generación se puede medir por su capacidad para alterar los precios de mercado mediante la manipulación estratégica de sus ofertas, esta manipulación estratégica se puede describir como la forma en la cual la compañía retira o agrega energía en sus ofertas. Así mismo, la oferta óptima de una compañía líder de mercado depende de su curva de demanda residual, como se explica en el capítulo 6 dichas curvas se construyen a partir de la información disponible de las ofertas de las compañías rivales y de la demanda del sistema. Debido a que tanto las ofertas de venta como de compra están constituidas básicamente por un precio para cada bloque de energía ofertado, la demanda residual presenta un comportamiento discontinuo, este hecho complica su representación matemática.

Diversos son los modelos adoptados para modelar las curvas de demanda residual, tales como aproximación por series de Taylor [29], en forma de polinomio [118], representación lineal [10], aproximación lineal por tramos [38][74], o en forma de escalón [27]. Pero pocos se preocupan por demostrar el efecto que tiene este tipo de representación sobre la diferencia entre los precios esperados de la energía y los precios reales que se producen luego del proceso de subasta; en consecuencia la diferencia entre los beneficios esperados y los obtenidos como producto de la venta de una cantidad óptima de energía.

De acuerdo a lo expuesto anteriormente, los objetivos del presente capítulo se pueden plantear como:

> Analizar los beneficios diarios alcanzados por una compañía líder, así como la diferencia entre los precios óptimos de la compañía y los precios obtenidos luego del proceso de casación debidos a la oferta estratégica de la compañía, ofertando su cantidad óptima de energía, para distintos modelos de la demanda residual.

El resto del capítulo está organizado de la siguiente manera, la sección 8.1 resume la

metodología seguida para obtener y comparar ambos precios, la sección 8.2 presenta los modelos adoptados para simular el Mercado, las compañías participantes y el ente operador del mercado. En la sección 8.3 se presentan los casos de estudios para diferentes modelos de la demanda residual, mientras que la sección 8.4 analiza los beneficios alcanzados. Finalmente, la sección 8.5 presenta diversas conclusiones alcanzadas en este trabajo.

8.1. Metodología

El objetivo principal que se plantea es analizar la diferencia entre el *precio óptimo* y el *precio de mercado* que se obtiene en el proceso de casación. Se define el precio óptimo como el precio que resulta del proceso de optimización de la función de beneficios de la compañía de generación, mientras que el precio de mercado representa el precio que se obtiene con el proceso de casación luego que la compañía líder haya ejercido su poder de mercado.

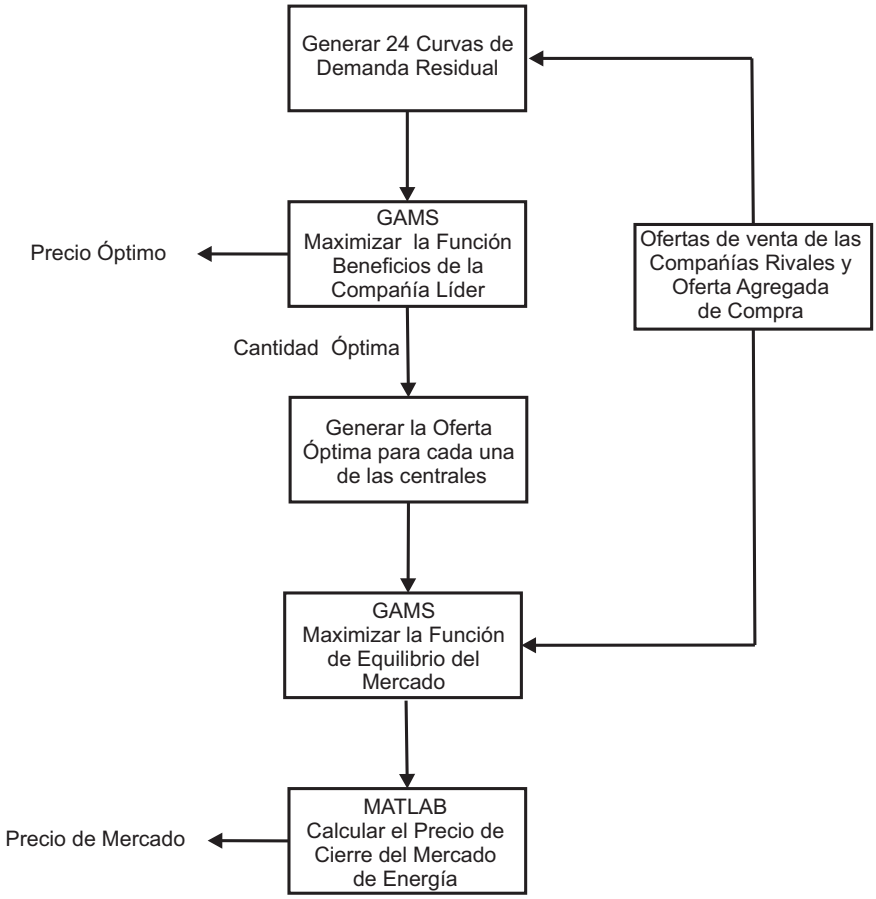

Figura 8.1. Metodología para la comparación del precio óptimo y el precio de mercado producto de la estrategia óptima de la compañía.

En la figura 8.1 se ilustra la metodología utilizada para comparar ambos precios. La información sobre la oferta de las compañías rivales y la oferta agregada de compra se asume conocida, en consecuencia, es posible obtener la curva de demanda residual de la compañía para cada una de las horas del horizonte de programación. La demanda residual se obtiene como la diferencia entre la oferta de compra y la oferta agregada de las compañías rivales, para cada nivel de precios.

Para conocer el precio óptimo y la cantidad óptima de energía que debe ofertar la compañía, se maximiza la función de beneficio diario descrita en la sección 6.3.1, donde se incluye en el modelo el comportamiento estratégico de los rivales mediante la curva de demanda residual de la compañía líder. La función objetivo para los casos de estudios, no contempla los ingresos por la banda de reserva descrita en la ecuación (6.48).

Para participar en el mercado y ejercer efectivamente su poder de mercado, la compañía líder debe establecer los precios de cada una de sus centrales, de acuerdo a la cantidad de energía establecida previamente en el proceso de optimización de los beneficios. En este trabajo se ha decido tomar el coste marginal de cada bloque de energía, como el precio estratégico de la oferta de venta para todas las centrales termoeléctricas, mientras que las centrales hidroeléctricas deben enviar sus ofertas en base a sus costes futuros de operación asociados con el uso o almacenamiento de su agua (ver sección 2.6).

Conocidas las ofertas de las compañías rivales, la oferta agregada de compra y la oferta realizada por la compañía líder, se procede a la subasta de energía mediante un modelo de equilibrio de mercado que maximiza los beneficios de los participantes. La sección 5.2 del presente trabajo describe en detalle el modelo utilizado para el mecanismo de subasta. En este estudio, el modelo se ha simplificado para hacerlo similar al caso español, por lo tanto, sólo se utilizan las ecuaciones (5.1) a (5.10).

La salida del modelo de mecanismo de subasta, es un archivo con la cantidad de energía casada en cada bloque para cada uno de los períodos del horizonte de programación, ésta información se utiliza como dato de entrada a un programa desarrollado en *Matlab*® para obtener el precio de mercado como el precio del bloque de energía más caro aceptado. Entonces, el precio de mercado es comparado con el precio óptimo; si el modelo de la demanda residual es correcto, ambos precios deben coincidir o presentar diferencias, en términos económicos, que no representen riesgos o pérdidas para la compañía objeto de estudio.

Aun cuando ambos precios pueden parecer similares, es evidente que no serán necesariamente iguales, como consecuencia de los diferentes datos manejados por cada modelo de optimización. Mientras el operador del mercado conoce todos los detalles asociados con cada oferta individual, la compañía líder debe fiarse de un conjunto de curvas que representan su demanda residual en la cual se incluye la información disponible de las ofertas agregada de los competidores. Bajo esta situación, la curva de demanda residual para una hora dada no está acoplada con la correspondientes horas previas o futuras, mientras que

los datos manejados por el operador del mercado están usualmente acoplados a lo largo de todo el período de planificación.

8.2. Modelos de Mercado

A continuación se muestran los modelos utilizados para simular un mercado diario de energía, las compañías participantes y el operador del mercado.

El mercado a simular está constituido por 20 centrales y tres compañía de generación, una de las cuales se comporta como líder de mercado y es dueña del 50 % de las centrales de generación, mientras que las dos restantes se comportan cómo seguidoras de precios, dicho modelo de mercado coincide con el expuesto en la sección 7.2, el cual se resume a continuación.

8.2.1. Compañías Participantes

La compañía líder tiene una capacidad de 2119 MW, de lo cual 174 MW corresponden a generación hidroeléctrica. La tabla B.1 muestra los parámetros técnicos de las centrales que pertenecen a dicha compañía, mientras que la tabla B.2 presenta los parámetros económicos. Las características de las centrales hidroeléctricas se detallan en la tabla B.3. Las características de generación y desembalse han sido modeladas por medio de la aproximación lineal por tramos, las tablas B.4 y B.5 muestran los valores usados para modelar las características de generación y desembalse, respectivamente. Las tablas B.6 y B.7 presentan los límites y las pendientes de las tramos para la función de coste variable de producción de las centrales termoeléctricas.

Las compañías seguidoras B y C poseen una capacidad instalada de 1219 MW y 896 MW, respectivamente. Las tablas B.8 y B.9 muestran las características de las centrales que pertenecen a las compañías seguidoras B y C, respectivamente. Estas compañía no disponen de centrales hidroeléctricas.

Las compañías rivales han sido modeladas por medio de sus curvas de oferta; cada una de ellas realiza ofertas de ventas de energía para cada una de sus centrales de producción en bloques de energía-precio (MWh-€), cuyo precio representa el coste marginal de su correspondiente centrales de generación, de esta manera el comportamiento de los rivales se modela por medio de la curva de demanda residual de la compañía líder. Dicha curva se obtiene sustrayendo de la curva de demanda, para un mismo nivel de precio, la oferta de venta de las compañías rivales para cada hora del horizonte diario de programación. La compañía líder ha sido modelada según el modelo matemático desarrollado en la sección 6.3.1, donde se presenta un modelo de programación no lineal para maximizar el beneficio diario de una compañía tomando en cuenta su curva de demanda residual e implementado en el paquete comercial $GAMS^{®}$.

8.2.2. Operador de Mercado

El Operador del Mercado tiene como funciones principales determinar los precios para cada una de las 24 horas del mercado diario y de asignar las correspondientes energía casadas en la subastas a los agentes participantes. En este trabajo se ha modelado usando el concepto de Beneficio Social [12][36], definido como la diferencia entre el beneficio neto de los productores y el beneficio de los consumidores. El modelo queda descrito por las ecuaciones lineales (5.1) - (5.10) presentadas en la sección 5.2, como un problema de programación lineal entera mixta, desarrollado en la plataforma *GAMS®*.

8.3. Casos de Estudio

En esta sección se presentan los casos de estudios y los respectivos resultados obtenidos para diferentes modelos de la demanda residual.

8.3.1. Caso A: Polinomio de Segundo Grado

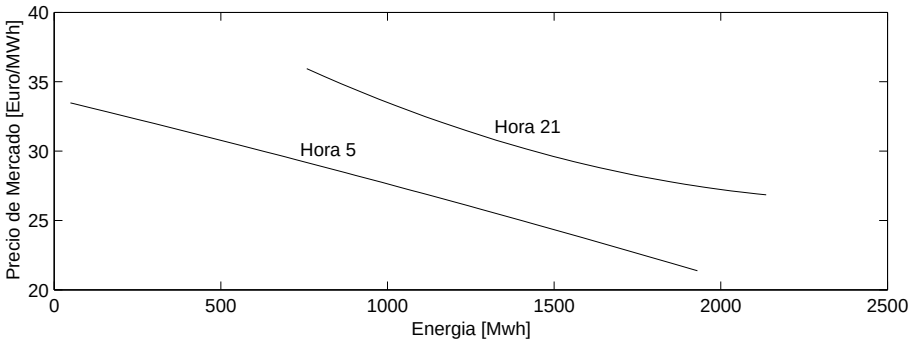

Figura 8.2. Demanda residual para la hora de máxima y mínima demanda en el caso de demanda residual en forma de polinomio.

En este caso de estudio, las curvas de demanda residual se han modelado por medio de polinomios de segundo grado. La aproximación se ha obtenido por medio de una regresión polinomial; las constantes que ajustan la curva del polinomio $\lambda = \beta_1 + \beta_2(MWh) + \beta_3(MWh)^2$ y el valor del coeficiente de determinación[1] R^2 se muestran en la tabla B.18, mientras que la figura 8.2 muestra la forma de las curvas para las horas de máxima y mínima demanda, hora 21 y 5, respectivamente. Obsérvese que en ambas curvas el coeficiente

[1]El coeficiente de determinación es una medida estadística de la muestra que indica qué tan bien se ajusta el modelo a los datos, y con ello representa una medida de adecuación del modelo, se define el coeficiente como [100]: $R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \hat{y}_i\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \bar{y}\right)^2}$

de determinación es cercano a 1, lo que indica un buen ajuste para ambas curvas. Nótese además que para la hora de menor demanda el ajuste presenta un mejor comportamiento.

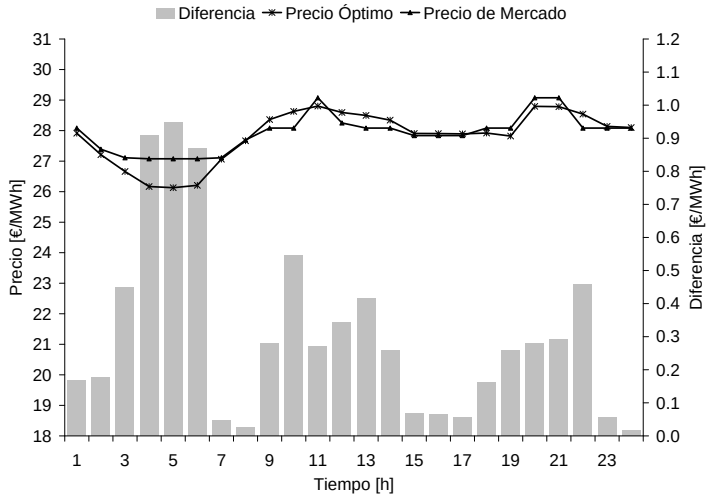

Figura 8.3. Evolución de los precios para el caso de demanda residual en forma de polinomio considerando las restricciones de rampas.

La figura 8.3 muestra la evolución de los precios de mercado y de los precios óptimos para la compañía líder. Obsérvese que la diferencia entre ambos precios es menor que para el caso de la aproximación lineal por tramos de la demanda residual. La mayor diferencia se presenta en la hora 5 con un valor 0.947 $€/MWh$, en cambio en la hora 24 se presenta la menor diferencia con un valor de 0.018 $€/MWh$.

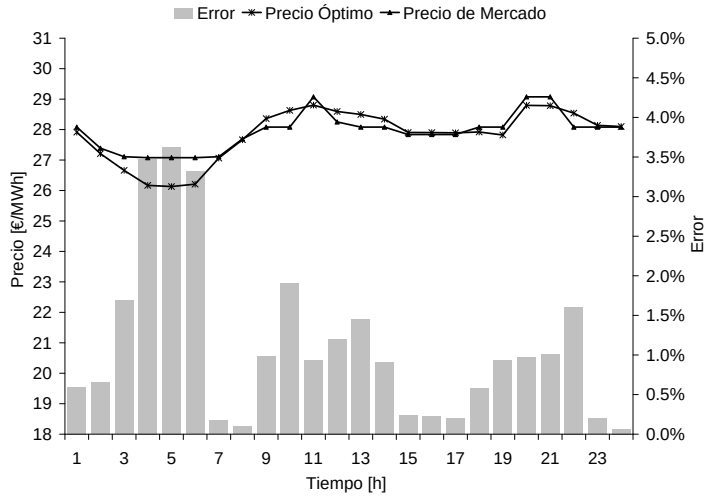

Figura 8.4. Evolución de los precios y error porcentual para el caso de la demanda residual en forma de polinomio considerando las restricciones de rampas.

En la figura 8.4 se ha representado la diferencia de precios en porcentaje para facilitar

la comparación entre ambos casos de estudios, donde se puede observar cómo el precio óptimo y el precio de mercado se acercan de forma importante. Exceptuando las horas 4, 5 y 6, el error medio cometido es de 0.79, con un error máximo de 1.91 % y un error mínimo de 0.06 %; si se incluyen estas horas el error medio se incrementa a 1.13 %. La diferencia en el comportamiento de los precios para estas tres horas se puede explicar por la presencia de los límites de rampas de subida y bajada de las centrales en el modelo de optimización utilizado para calcular el equilibrio de mercado.

Con la finalidad de analizar la influencia de las rampas de subida y bajada sobre el precio de mercado obtenido tras el mecanismo de subasta, se retira la restricción (5.10) del modelo de subasta presentado en la sección 5.2. Entonces, se calcula nuevamente el precio de mercado sin las restricciones de limite de rampas de las centrales eléctricas; los precios obtenidos bajo este nuevo esquema se presentan la figura 8.5. Obsérvese cómo en las horas 4, 5, 9 y 19, el precio de mercado se desplaza hacia el precio óptimo calculado, en consecuencia, el error disminuye para estas horas y el promedio para las 24 horas disminuye de 1.13 % a 0.84 %, indicando que las rampas de energía representan una variable de suma importancia en el momento de establecer una oferta óptima para la compañía líder. Es evidente entonces, que la compañía líder debe tomar en cuenta las restricciones técnicas de las rampas de subida y bajada de las empresas rivales en el momento de calcular el precio óptimo que maximice sus beneficios.

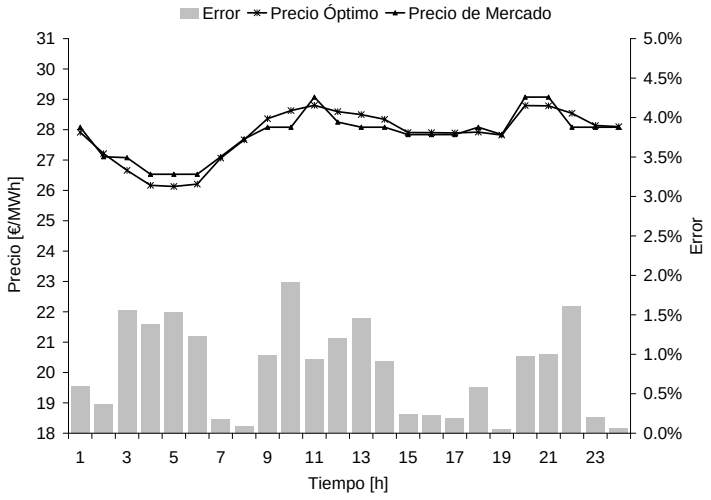

Figura 8.5. Precios y Error porcentual para la demanda residual en forma de polinomio sin considerar las restricciones de rampa.

Comparando los errores cometidos en ambos modelos de la demanda residual, se observa que el ajuste por medio de polinomios ocasiona un error menor entre el precio de mercado y el precio óptimo al ofertar la cantidad óptima de energía. En otras palabras, el grado de exactitud en el ajuste de las curvas de demanda residual, determina en gran

medida la diferencia entre el precio óptimo calculado y el precio de mercado obtenido tras el mecanismo de casación.

8.3.2. Caso B: Aproximación Lineal por Tramos

Para este caso de estudio, las curvas de demanda residual de la compañía líder han sido modeladas por medio de una aproximación lineal de ocho tramos, tal como se describe en la sección 6.2.4.

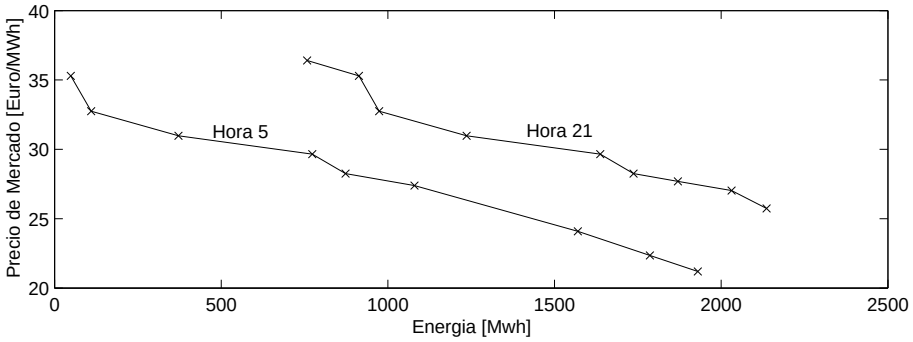

Figura 8.6. Demanda residual para la hora de máxima y mínima demanda en el caso de demanda residual lineal por tramos.

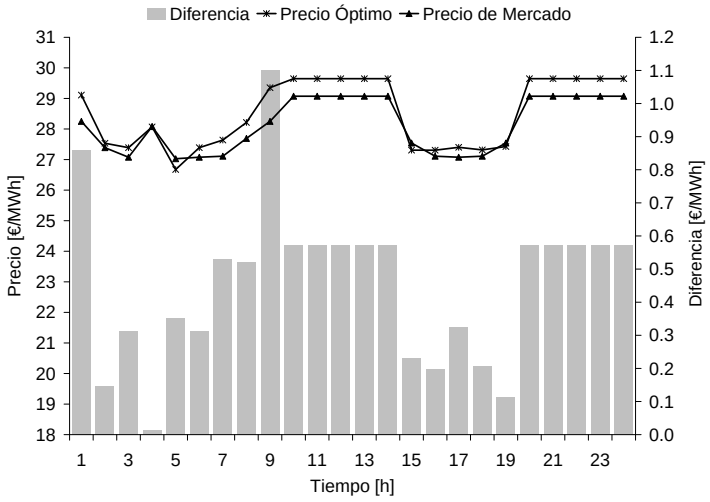

Figura 8.7. Evolución y diferencia de precios para el caso de la demanda residual lineal por tramos.

La figura 8.6 muestra la forma de la aproximación para la hora de máxima y mínima demanda, hora 21 y 5, respectivamente, donde se observa la diferencia que existe entre ambas horas, principalmente en la cantidad de energía que la compañía puede manipular. Nótese que durante la hora de mayor demanda el margen de energía que la compañía puede

manipular es menor; esto nos sugiere que la compañía líder dispone de menos energía para retirar del mercado con el objetivo de influir sobre los precios del mercado. La tabla B.13 del apéndice B muestra los parámetros de las 24 curvas de demanda residual de la compañía líder.

La comparación entre los precios óptimos y los precios de mercado como resultado de la oferta óptima de la compañía líder se muestran en la figura 8.7. Para hacer notar la diferencia que existe entre ambos precios se ha ampliado la escala correspondiente a dichos precios. Nótese que los precios de mercado son ligeramente inferiores a los precios óptimos, excepto en las horas 4, 5, 15 y 19, donde la tendencia se invierte; estas horas coinciden con las horas de menor demanda.

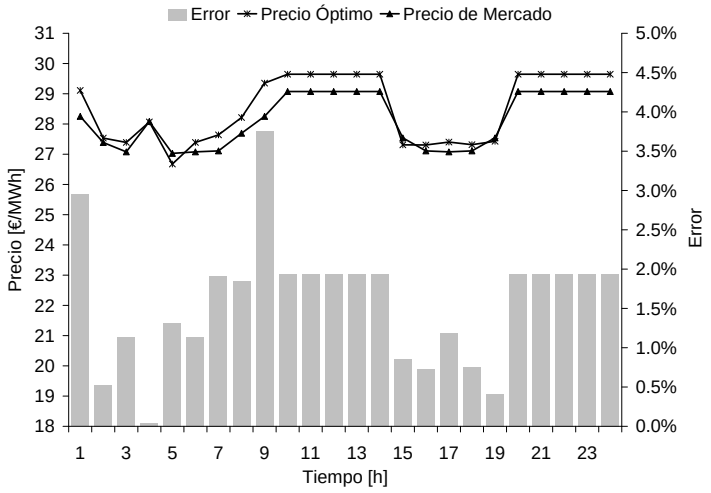

Figura 8.8. Evolución de los precios y error porcentual para el caso de la demanda residual lineal por tramos.

La figura 8.8 muestra el error cometido, medido como la diferencia entre el precio de mercado y el precio óptimo dividido entre el precio de mercado. El error medio de las 24 horas es del 1.36 %, la máxima diferencia (3.75 %) se presenta en la hora 9, y la menor diferencia entre los precios ocurre en la hora 4 (0.05 %).

8.3.3. Caso C: Escalón

Para este caso de estudio, las curvas de demanda residual de la compañía líder han sido modeladas por medio de las ecuaciones (6.8)-(6.13) descritas en la sección 6.2.5. La figura 8.9 muestra la forma de las curvas de demanda residual para las horas de máxima (hora 21) y mínima (hora 5) demanda. Los valores para las 24 curvas de la demanda residual se muestran en la tabla B.13.

La evolución de los precios óptimos y los precios de mercado cuando la demanda se modela en forma de escalón se muestra La figura 8.10. Nuevamente se observa una

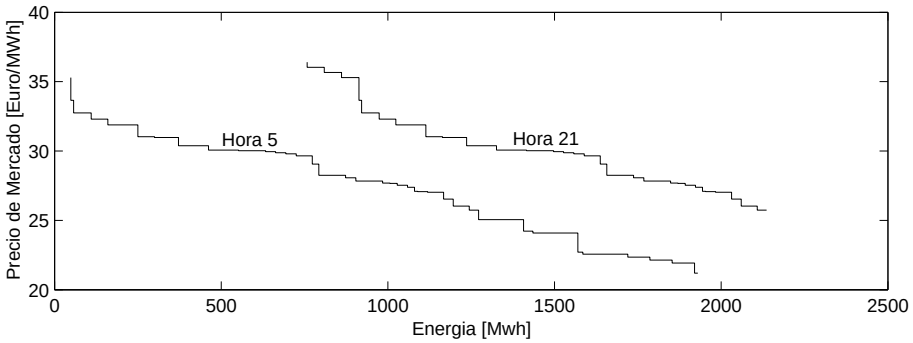

Figura 8.9. Demanda en forma de escalón para las horas de máxima y mínima demanda.

diferencia entre ambos precios, la mayor diferencia se presenta en las horas de mayor demanda; la diferencia para estas horas es de $0.57\,€/MWh$, menor que la mayor diferencia presentada para el caso de la demanda residual en forma de polinomio. Nótese que para las primeras 8 horas los precios de mercado coinciden con los precios óptimos.

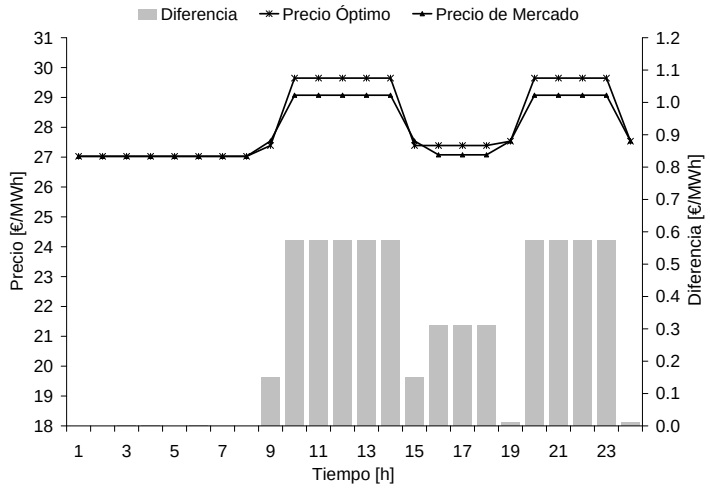

Figura 8.10. Evolución y diferencia de precios para el caso escalón.

La figura 8.11 muestra la diferencia porcentual de los precios óptimos y de mercado. Al comparar con los dos esquemas anteriores se observa que la diferencia presentada en este esquema es menor que la presentada en los dos casos de estudio anteriores. El promedio de la diferencia para las 24 horas es de 0.92 % en comparación con 1.13 % para el caso de la demanda residual en forma de polinomio y de 1.36 % para el caso de la aproximación lineal por tramos. De acuerdo a estos resultados se puede concluir que el modelo a escalón de la demanda residual permite obtener precios de mercado más cercanos a los precios óptimos deseados para ejercer el poder de mercado de la compañía líder.

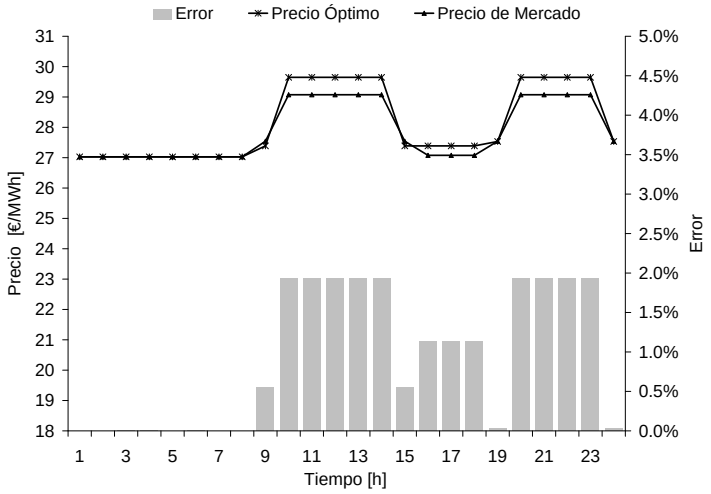

Figura 8.11. Evolución y diferencia porcentual de precios para el caso escalón.

8.4. Beneficios de la Compañía Líder

Más importante aún que la diferencia mostrada entre el precio óptimo y el precio de mercado son las notables diferencias presentadas entre los precios horarios de las figuras 8.2, 8.7 y 8.10, lo cual puede afectar significativamente el beneficio neto de todos los participantes en el mercado, en particular el beneficio de la compañía líder. Esto es algo contrario a la intuición, considerando la poca diferencia cuantitativa que existe entre los tres modelos adoptados para representar las curvas de demanda residual.

Tabla 8.1. Precio medio del precio de mercado, coste de los consumidores, cuota de mercado y beneficio diario de la compañía líder.

Modelo	Precio Medio [€/MWh]	Coste de la Demanda [€]	Cuota de Mercado [%]	Beneficio Diario [€]
Polinomial	27,93	1.678.390	57,65	420.964
Lineal a tramos	28,13	1.690.913	56,66	419.242
Escalón	27,89	1.677.260	59,46	427.054
Mercado Perf.	25,39	1.531.484	71,64	336.538

La tabla 8.1 muestra el precio medio, la cantidad total pagada por los consumidores, la fracción de la energía total suministrada por la compañía líder, así como su beneficio diario para los tres modelos de demanda residual utilizados en este trabajo. Obsérvese que los beneficios más altos se obtienen con el modelo de demanda residual en forma de escalón, como era de esperar, coincidiendo con la mayor cuota de mercado y el precio de la energía más bajo. También se puede observar cómo los consumidores reducen sus costes al utilizar el modelo de escalón para la demanda residual; debido a un aumento en la cuota de

mercado de la compañía líder, lo cual obliga a las centrales más económicas pertenecientes a la compañía líder a colocar energía en el mercado reduciendo así el precio de cierre de la energía. Mientras que el modelo lineal por tramos produce un resultado opuesto.

Dichas diferencias pueden ser parcialmente atribuidas a la complejidad y no convexidad del problema de optimización de la compañía líder (ver sección 6.3.1), la cual contempla gran cantidad de variables binarias y restricciones no lineales modeladas como funciones lineales por tramos, el cual tiende a converger a diferentes puntos de óptimos locales. En este tipo de aplicaciones, la técnica de optimización empleada se comporta como una caja negra, cuya salida es altamente sensitiva a pequeños cambios en el modelo.

Por comparación, el caso de mercado perfecto, en el cual la compañía líder no ejerce poder de mercado, ha sido incluido en la última fila. Es interesante notar, que aún cuando la compañía líder ocupa un porcentaje mayor del mercado, su beneficio diario es menor y en consecuencia un precio de mercado más bajo, como era de esperarse.

8.5. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado la influencia del modelo de la demanda residual sobre la diferencia que existe entre el precio óptimo calculado y el precio de mercado producto de la casación, así como en los beneficios alcanzados por la compañía líder. La optimización de una compañía líder de mercado realista se ha presentado como un problema de optimización no linear implementado en *GAMS*® y optimizado con el solver *Dicopt*; en el modelo de la compañía se incluye su capacidad para influir sobre los precios por medio de su curva de demanda residual. La curva de demanda residual de la compañía líder se ha modelado de tres formas distintas para analizar la diferencia entre el precio óptimo y el precio de mercado en diferentes tipos de curvas.

La comparación de los dos primeros modelos, demuestra que la aproximación polinomial de las curvas de demanda residual produce mejores resultado con valores de los precios óptimos más cercanos a los precios de mercado. El valor del coeficiente de adecuación en todos los casos es mayor de 0.95 lo que indica un buen ajuste para las curvas de demanda residual. Por otra parte, los resultado obtenidos también permiten concluir que la compañía líder debe tomar en consideración las restricciones técnicas de los límites de rampas de las compañías rivales para elaborar sus propias ofertas óptimas de generación, debido a que estas rampas modifican los precios de mercado al limitar la generación de las centrales y en consecuencia su participación en el mercado.

La comparación de la evolución de los precios en los casos de estudio permiten concluir que al utilizar el modelo a escalón de la demanda residual garantiza precios de mercado más cercanos a los precios óptimos deseados para ejercer el poder de mercado de la compañía líder.

Capítulo 9

Influencia de la Predicción de Precios sobre la Oferta Óptima de una Compañía Seguidora

Cuando una compañía de generación que participa en un mercado eléctrico competitivo, no posee la capacidad de influir sobre los precios de la energía en el mercado diario, decimos que esta empresa se comporta como una compañía seguidora o precio aceptante. Como se ha explicado en la sección 6.3 el beneficio diario para este tipo de compañías de generación, depende de los precios de mercado y de sus costes de producción. En consecuencia; la estrategia óptima de la compañía depende de la exactitud con la cual se estimen los precios de mercado. Por lo expuesto, se puede plantear el objetivo principal del presente capítulo como:

> Evaluar la influencia de la precisión en la predicción de precios sobre la oferta óptima de una compañía seguidora en un mercado diario de energía, utilizando un desarrollo en redes neuronales para la estimación de los precios.

En un mercado eléctrico competitivo, la predicción de los precios de la energía es extremadamente importante: el perfil de comportamiento de los precios ayuda a los participantes del mercado a determinar sus estrategias de ofertas. Por consiguiente, la exactitud en la predicción de precios de la energía y energía de reserva es crucial para reducir el riesgo en el que se incurre en la estimación de los beneficios obtenidos por la venta de energía.

La metodología utilizada se desarrollara en dos etapas: Primero se entrenan un par de redes neuronales (Multi-layer Perceptrons) para predecir los precios en el mercado diario y en el mercado para la regulación secundaria, respectivamente, para las 24 horas del horizonte diario de programación. Como segunda etapa, se utilizan los perfiles de precios para calcular la oferta óptima de diferentes empresas de generación, presentando la influencia del error cometido en la predicción de ambos precios, sobre los beneficios esperados de las empresas de generación. El objetivo es calcular el programa de generación

de las empresas de generación para maximizar el beneficio esperado por la venta de energía y de reserva en los correspondientes mercados.

9.1. Predicción de Precios

La predicción de precios por medio de redes neuronales se ha desarrollado en un proyecto perteneciente al departamento de Ingeniería Eléctrica, los detalles del mismo se presentan en el apéndice C. En esta sección se reproduce la información más importante.

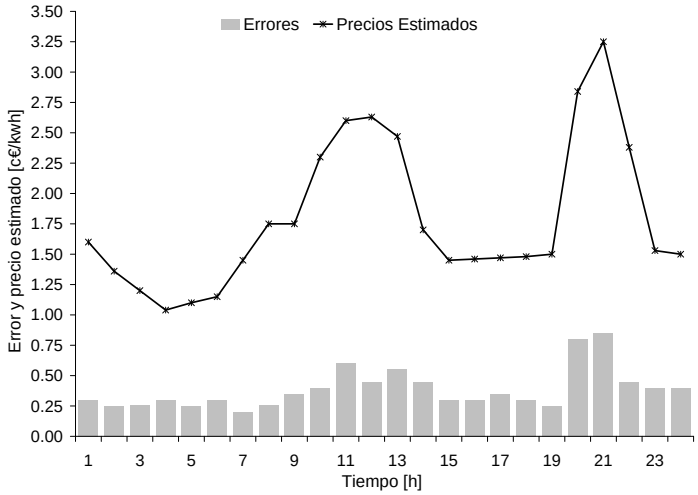

Figura 9.1. Media de los precios estimados en el mercado diario de energía (marzo 2001).

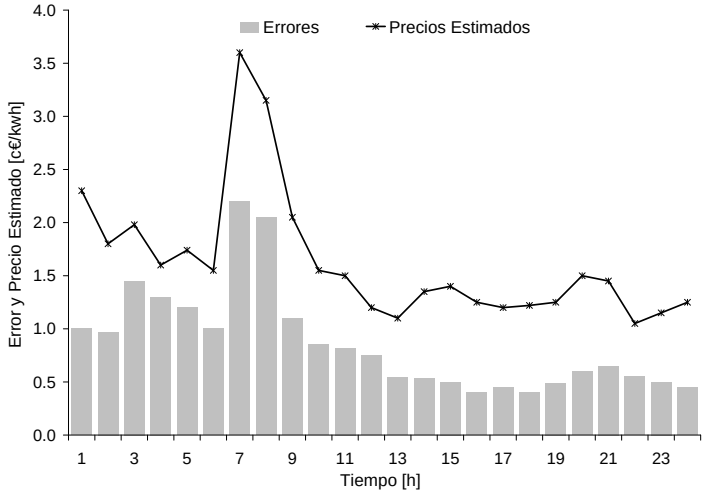

Figura 9.2. Media de los precios estimados para la banda secundaria (marzo 2001).

El comportamiento de los precios analizados contempla la evolución de los meses de

enero-agosto del año 2001. Para determinar y ajustar la topología de la red neuronal se han utilizado los meses de enero y febrero, mientras que los datos de los meses restantes (marzo-agosto) se utilizan para comparar el error de predicción y el comportamiento del simulador del mercado de la segunda parte de este trabajo.

La figura 9.1 muestra la media de los precios estimados de la energía correspondientes a marzo de 2001, además del error obtenido en la predicción. Nótese que los errores en la predicción son mayores durante las horas pico de la curva de demanda. La figura 9.2 muestra la misma información para los precios del mercado secundario de regulación.

Tabla 9.1. Error de Predicción para el Mercado Diario de Energía.

	Marzo-Mayo	Junio-Agosto
Precio Medio [c€/kWh]	2.2588	3.5482
Desviación Estándar	0.7801	1.0597
Error Absoluto Medio	0.3464	0.4280
Error Máximo [c€/kWh]	2.0710	2.0736

Tabla 9.2. Error de Predicción para la Banda Secundaria.

	Marzo-Mayo	Junio-Agosto
Precio Medio [c€/kW]	0.7965	0.5986
Desviación Estándar	0.9864	0.4471
Error Absoluto Medio	0.5309	0.4916
Error Máximo [c€/kW]	5.12	4.49

Las tablas 9.1 y 9.2 presentan la media y la desviación estándar para los precios reales, la media de los errores de predicción y los errores máximos para los meses de primavera y verano. Para los precios del mercado diario, los rangos del error medio están en el rango de 12 % (verano) a 15 % (primavera) del precio medio. Según lo esperado, el mayor valor de la desviación estándar de los precios es más alto que la media del error de predicción. Nótese que el error de estimación en los precios del mercado de reserva secundaria es mayor, debido a influencias de factores externos, tales cómo la programación resultante de las centrales y si su energía a entregar en un determinado período está cerca o no de su limite máximo o mínimo de generación; con lo cual los precios del mercado de reserva deben ser competitivos para motivar a la central a participar en dicho mercado.

9.2. Problema de Optimización de Oferta de Venta

Luego de obtener el perfil de precios del mercado diario de energía y de la banda secundaria, la compañía de generación debe determinar la coordinación y la programación horaria de sus centrales con el fin de maximizar los beneficios esperados por la venta de energía y banda de reserva. En este trabajo se asume un mercado de competencia perfecta y en consecuencia, ninguna de las compañías de generación tiene la capacidad de modificar los precios de cierre de mercado. Si la compañía tiene poder de mercado, el problema de optimización puede reflejar su capacidad para modificar los precios de mercado retirando energía de sus ofertas, tal como se expone en el capítulo 7 de este trabajo.

El problema de programación óptima de las centrales se puede exponer como un problema de programación lineal entera mixta, donde la función de beneficio refleja la diferencia entre los ingresos y los costes. El modelo permite incluir costes no lineales de producción por medio de la representación lineal por tramos, coste de arranque en forma exponencial y costes de parada, además de las restricciones de operación tales como límites de rampa y tiempos mínimos de parada y funcionamiento de las centrales.

9.2.1. Función Objetivo

El beneficio total de una compañía de generación para un horizonte de programación de 24 horas, dado el precio de la energía y de la banda de reserva, λ_h y μ_h, respectivamente; se ha descrito en la sección 6.3, donde la función objetivo viene dada por:

$$\max_{P_{j,h}} \sum_{h=1}^{H} \sum_{j=1}^{J} \left\{ \lambda_h P_{j,h} + \mu_h \left[P_j^M - P_{j,h} \right] - Cp_j(P_{j,h}) - Car_j \, a_{j,h} - Cpa \, s_{j,h} \right\} \tag{9.1}$$

donde H es el conjunto de horas del horizonte de programación, J es el conjunto de central eléctrica, $P_{j,h}$ es la potencia media colocada por la central j en el mercado en la hora h, P_j^M es la potencia máxima de la central j, λ_h es el precio de mercado de la energía en la hora h, μ_h es el precio de la banda secundaria en la hora h, $Cp_j(P_{j,h})$ es la función de coste variable de producción de la central j, Car_j y Cpa_j son el coste de arranque y parada del a central j, respectivamente. $a_{j,h}$ y $s_{j,h}$ son variables binarias que representan el estado de arranque y parada de la central j en la hora h, respectivamente.

9.2.2. Restricciones

La maximización de la función objetivo está sujeta a las siguiente restricciones [3]:

- La potencia media en cada hora está limitada por su potencia máxima y mínima, descrita por las siguientes ecuaciones para el tiempo mínimo de parada:

$$P_j^0 x_{j,h} \leqslant P_{j,h} \leqslant P_j^M x_{j,h} \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \tag{9.2}$$

- Tiempos de parada y funcionamiento, descritos en la sección 4.3.1 mediante las siguientes ecuaciones:

$$\sum_{h=1}^{f_j} x_{j,h} = 0 \qquad \forall j \epsilon J \tag{9.3}$$

donde $f_j = \text{mín}\{H, (DT_j - S_{j,0})(1 - X_{j,0})\}$ y representa el número de horas que la central j debe estar desconectada al inicio del horizonte de planificación debido a que inicialmente lleva desacoplada menos horas que el tiempo mínimo de parada. H es el número de horas del horizonte de programación, DT_j es el tiempo mínimo de parada de la central j, $S_{j,0}$ es el número de horas que la central j lleva desacoplada en la hora 0. $X_{j,0}$ es el número de horas que la central j ha estado conectada $(+)$ o desconectada $(-)$ al inicio del horizonte de planificación y $x_{j,h}$ es una variable binaria e igual a 1 si la central j está conectada en la hora h.

$$\sum_{m=h}^{h+DT_j-1} [1 - x_{j,m}] \geqslant DT_j s_{j,h} \qquad h = f_j + 1 \ldots H - DT_j + 1, \forall j \epsilon J \tag{9.4}$$

donde $s_{j,h}$ es una variable binaria e igual a 1 si la central j se desconecta al inicio de la hora h.

$$\sum_{m=h}^{H} [1 - x_{j,m} - s_{j,h}] \geqslant 0 \qquad h = T - DT_j + 2 \ldots H, \forall j \epsilon J \tag{9.5}$$

El tiempo mínimo de funcionamiento se modela por medio de las siguientes ecuaciones:

$$\sum_{h=1}^{k_j} [1 - x_{j,h}] = 0 \qquad \forall j \epsilon J \tag{9.6}$$

donde $k_j = \text{mín}\{H, (UT_j - U_j^0) X_{j,0})\}$ y representa el número de horas que la central j debe estar conectada al inicio del horizonte de planificación debido a que inicialmente llevaba menos horas que el tiempo mínimo de funcionamiento. UT_j es el tiempo mínimo de funcionamiento de la central j. $U_{j,0}$ es el número de horas que la central j ha estado encendida al inicio del horizonte de programación. $x_{j,h}$ es una variable binaria e igual a 1 si la central j está conectada en la hora h.

$$\sum_{m=h}^{h+UT_j-1} x_{j,m} \geqslant UT_j a_{j,h} \qquad h = k_j + 1 \ldots H - UT_j + 1, \forall j \epsilon J \tag{9.7}$$

donde UT_j es el tiempo mínimo de funcionamiento de la central j. $a_{j,h}$ es una variable binaria e igual a 1 si la central j arranca al inicio de la hora h.

$$\sum_{m=h}^{H} [x_{j,m} - a_{j,h}] \geqslant 0 \qquad h = T - UT_j + 2 \ldots H, \forall j \epsilon J \tag{9.8}$$

- Rampas máxima de subida y bajada descritas por las ecuaciones:

$$-RB_j \leqslant P_{j,h} - P_{j,h-1} \leqslant RS_j \qquad \forall j \epsilon J, h = 2 \ldots H \tag{9.9}$$

- Las relaciones lógicas entre los estados de arranque, parada y acoplamiento.

$$x_{j,h} - x_{j,h-1} = a_{j,h} - s_{j,h} \qquad \forall j \in J, h = 2 \ldots H \tag{9.10}$$

$$a_{j,h} + s_{j,h} \leqslant 1 \qquad \forall j \in J, \forall h \in H \tag{9.11}$$

El modelo anterior ha sido implementado bajo el paquete comercial *GAMS®* y resuelto por medio del modulo de optimización *Cplex* 7.0.

9.3. Casos de Estudio

El modelo de optimización descrito en las secciones anteriores se usa junto con los precios estimados por la red neuronal artificial para evaluar los beneficios de dos diferentes compañías de generación, cuyos parámetros se muestran en la tabla 9.3. Los costes de combustibles han sido escalados de forma tal que el coste incrementar de los generadores sea igual al precio medio del mercado y a la mitad de estos precios, respectivamente. Los costes de arranques son una función del tiempo que las centrales han estado desconectadas, con constantes de tiempo igual a 2 y 12 horas, respectivamente. Finalmente, no se han impuesto constantes de tiempo para el tiempo mínimo de funcionamiento de las centrales y las rampas de arranque y parada han sido igualadas a las rampas normales de los límites de generación, así al arrancar la central su incremento de generación debe ser igual o menor al límite de la rampa de subida.

Los resultados presentados a continuación se refieren a los precios obtenidos para el mes de marzo, considerando a éste como un mes representativo.

Tabla 9.3. Principales Parámetros Técnicos y Económicos de las Centrales.

Central	Parámetros Económicos		Parámetros Técnicos			
	$C(p)$ [€/h]	$Carr$ [€]	P_j^0 [MW]	P_j^M [MW]	RS_j [MW/h]	RB_j [MW/h]
Gas	$594{,}58 + 29P_h$	$6541{,}7(1 - e^{-\frac{S_h}{2}})$	100	350	350	350
Carbón	$359{,}5 + 14{,}5P_h$	$12588{,}6(1 - e^{-\frac{S_h}{12}})$	100	350	50	50

9.3.1. Caso A: Central de Carbón

La característica principal de este tipo de central, es su necesidad de disponer de más horas para un arranque completo y, además, sus costes fijos son más elevados. Sin embargo, sus costes variables son alrededor de la mitad del coste medio del precio de la energía en el mercado diario. Antes de los procesos de liberalización de los mercados eléctricos, este tipo de centrales trabajaba usualmente a su plena capacidad de generación.

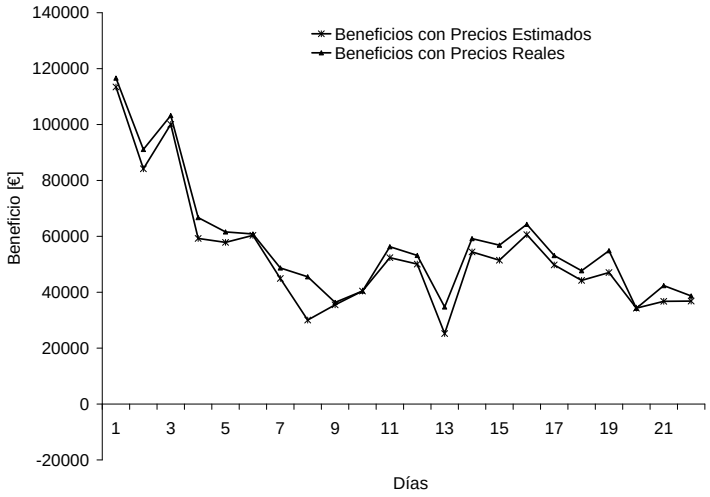

Figura 9.3. Beneficio diario total de central de carbón.

La figura 9.3 compara el beneficio diario total obtenido al utilizar los precios estimados con el beneficio que se obtendría si los precios reales se conocieran por adelantado. La diferencia media en todo el mes es de 7.7 %; la mayor desviación toma lugar el 12 de marzo (día número 8), dicho día ha sido excluido del análisis por tratarse de un día no laborable. Como se muestra en la figura C.5, éste es también el día que origina el mayor error en la predicción de precios. Nótese que el beneficio obtenido con la información perfecta es siempre mayor o igual al beneficio alcanzado con la predicción de precios.

La figura 9.4 representa el beneficio horario basado en la predicción de precios y el programa de generación para el día 1 de marzo. Nótese que la central se encuentra generando en todo el período de programación. Exceptuando las horas valle, la central maximiza sus

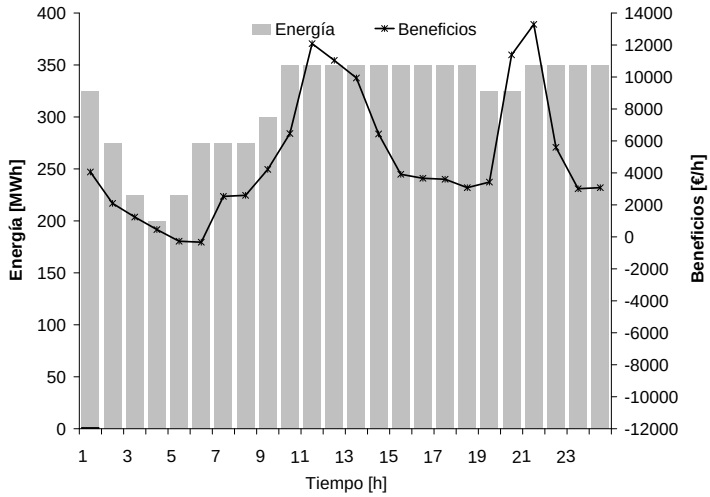

Figura 9.4. Beneficio horarios y programación de la energía para la central de carbón.

beneficios a su potencia nominal. Otra excepción ocurre en la hora 7, cuando los ingresos por concepto de la banda de reserva son tan altos que es más benéfico para la central reducir sus niveles de generación.

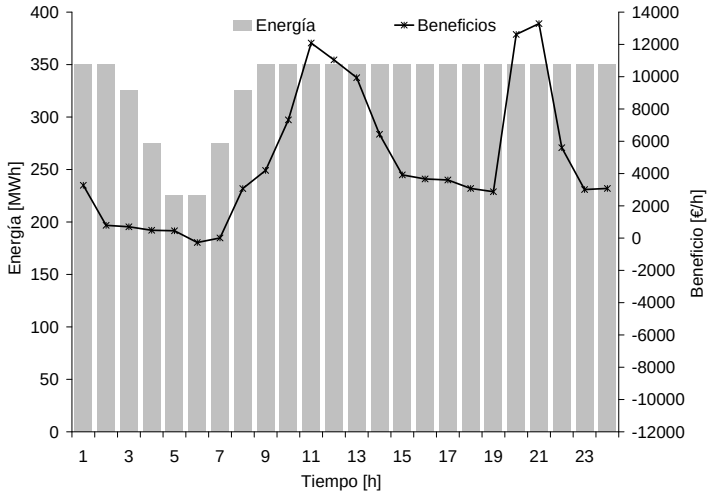

Figura 9.5. Beneficios horarios y programación de la energía para la central de carbón sin considerar los ingresos por la potencia de reserva.

Para evaluar la influencia de los ingresos que recibe la central, por la venta de potencia de reserva en la estrategia de la oferta óptima, se repite el experimento ignorando este término en la función objetivo. Como se muestra en la figura 9.5, los beneficios disminuyen en algunas de las horas valle y en la hora número 19, a pesar del aumento en la energía generada. Sin embargo, esta componente no tiene una influencia significativa sobre los beneficios en este tipo de centrales; la reducción del beneficio total mostrado en la figura

9.5 es sólo del 2 %.

9.3.2. Caso B: Central de Gas

Este tipo de central tiene como características principales una rápida respuesta y altos costes de producción; por lo tanto la estrategia óptima de oferta es completamente diferente de la mostrada en el caso de la central de carbón.

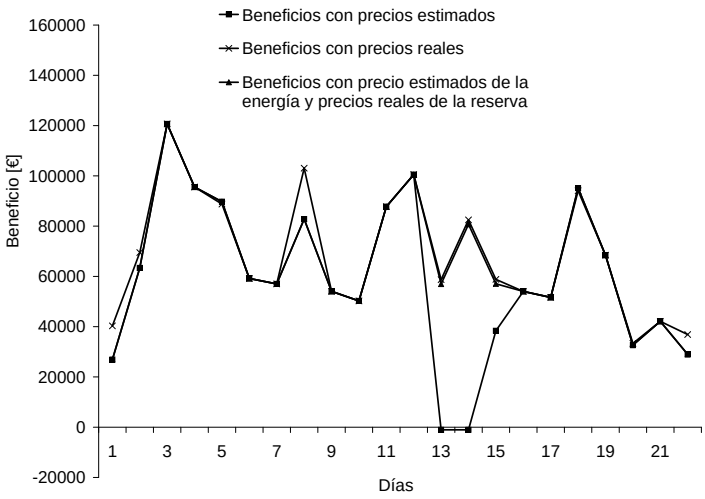

Figura 9.6. Beneficio diario total de la central de Gas.

La figura 9.6 muestra que los beneficios alcanzados con los precios estimados es muy similar a aquéllos obtenidos si los precios reales estuvieran disponibles el día previo, exceptuando los días número 8, 13, 14 y 15. Como se explica en el caso de la central de carbón, los altos errores en la predicción de los precios de la energía son causados por la desviación que se observa el día 12 de marzo (día número 8). Sin embargo, la diferencia que se observa en los beneficios durante los días número 13, 14 y 15 puede ser completamente atribuible a la alta incertidumbre que toma lugar en los precios de la banda de reserva durante esos días. Esta conclusión se confirma por medio de los ingresos netos ya que éstos son prácticamente iguales a los obtenidos con los precios reales de la banda de reserva (tercera serie de la figura 9.6).

Como en el caso de la central de carbón, el esquema de generación y el beneficio alcanzado con los precios estimados para el día 1 de marzo se muestran en la figura 9.7 y 9.8, considerando los ingresos por la venta de la banda de reserva y sin la inclusión de este termino, respectivamente. En forma distinta al caso de la central de carbón, es muy importante la diferencia entre los beneficios de ambas situaciones. Cuando la función objetivo toma en cuenta los ingresos por la banda de reserva (figura 9.7), la central genera, la mayoría de las horas, a su mínima potencia. Solamente en las horas pico los precios de

la energía justifican generar a potencia máxima. Nótese que el ingreso neto es negativo para las horas 3 a 6, a pesar de lo cual, la central se mantiene conectada generando a su potencia mínima, ya que es más rentable obtener ingresos negativos que incurrir en los costes de parada y arranque de la central. El beneficio total en esta situación es de 40300 €.

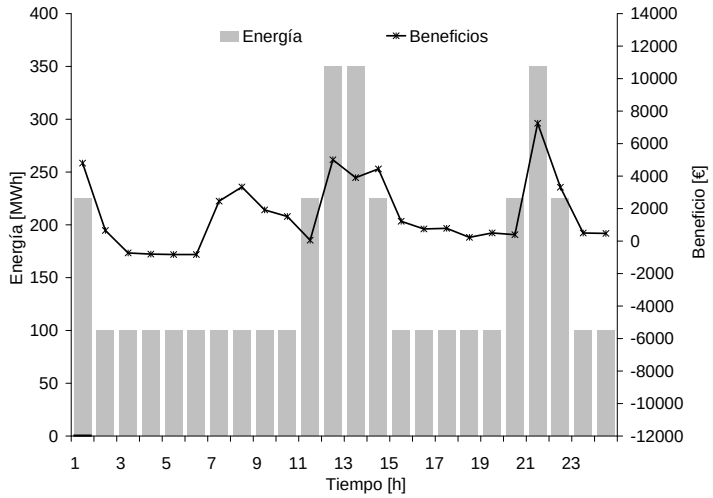

Figura 9.7. Beneficio horario y programa de generación para la central de Gas.

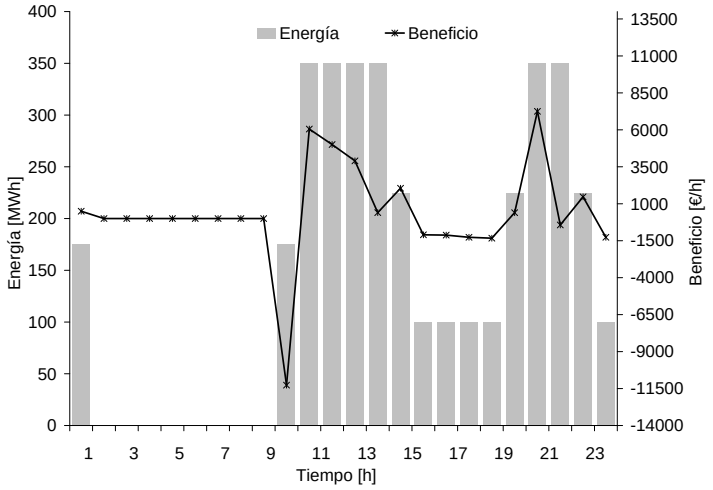

Figura 9.8. Beneficio horario y programa de generación para la central de gas sin considerar los ingresos por la venta de la banda de reserva.

Cuando en el modelo de optimización se ignoran los ingresos por la venta de la banda de reserva, la central arranca nuevamente a la hora 9 y el beneficio total se reduce a 10000 €, tal como se observa en la figura 9.8 donde el comportamiento de la curva de beneficio sufre un cambio brusco debido al coste de arranque de la central. Todo esto sugiere que

cerca del 75 % del beneficio neto de esta central provienen de la venta de la banda de reserva. Por consiguiente, en estos casos, la incertidumbre en los precios de la banda de reserva tiene una significativa influencia sobre los beneficios totales de la central.

9.4. Conclusiones

Este trabajo evalúa la influencia de la precisión en la estimación de los precios en la estrategia óptima de oferta de una empresa de generación que participa en un mercado eléctrico de competencia perfecta.

Los precios han sido estimados por medio una red neuronal artificial, desarrollada como red multicapa para predecir los 24 precios de la energía en el mercado diario, y del precio de la banda de potencia en el mercado de reserva; los datos de entrada han sido tomados del mercado diario y mercado de reserva secundaria español. Para el mercado de energía, el rango del valor medio del error de los precios horarios, varía entre 12 % (verano) a 15 % (primavera). Los errores de predicción en el caso de la banda de energía son muy altos, como era de esperarse, debido principalmente a la volatilidad de estos precios y a la dependencia de los mismo a razones independientes del proceso de casación.

El perfil de precios estimados ha sido utilizado para calcular la oferta óptima de dos centrales de generación, una central a gas y otra que utiliza carbón como combustible. Al comparar la influencia de los errores en las estrategias de ambas centrales, se concluye que la incertidumbre en los precios tiene una influencia más significa para la central que utiliza el gas como combustible.

Capítulo 10

Conclusiones

Los procesos de liberalización de la industria eléctrica a nivel mundial, han originado un auge en la investigación científica relacionada con el comportamiento de estos mercados y de los agentes que participan en ellos. En estos estudios se agrupan o entremezclan dos campos, de forma muy particular, como son la ingeniería y la economía. La competencia que se intenta provocar entre los participantes del mercado requiere que las compañías de generación observen con más cuidado el comportamiento de sus rivales que el comportamiento de sus clientes, que en resumen representan la demanda que deben satisfacer. Este cambio en el concepto ha originado como consecuencia que las empresas de generación se preocupen más por el evolución de los precios y la producción de las compañías que participan en el mercado que del comportamiento de la demanda, como en otrora.

El objetivo principal de las compañías de generación, al igual que toda empresa privada, es la de maximizar sus beneficios económicos. Las compañías de generación producen un bien único y de difícil almacenamiento, en consecuencia la forma de maximizar sus beneficios se limita a participar en los distintos mercados que se organizan en los mercados eléctricos competitivos. Como se trata de un mercado que intenta fomentar la competencia entre sus participantes, es necesario organizar un mecanismo que establezca el precio del bien a comprar o vender. Un organismo independiente es el encargado de este fin, donde el modelo a utilizar depende en gran medida de las características del sistema eléctrico, tales como tipo de generación, porcentajes entre generación térmica e hidráulica, zonas geográficas, etc.

El trabajo que se ha desarrollado en esta tesis abarca estos dos problemas fundamentales en los mercados eléctricos competitivos. Para lo cual, se han desarrollado un conjunto de modelos matemáticos que intentan simular el comportamiento de las centrales de generación, tanto termoeléctricas como hidroeléctricas, los mecanismo de subasta de energía en un mercado diario de energía, con ofertas de venta de tipo compleja, el comportamiento de una compañías líder de mercado conociendo su demanda residual y el comportamiento de una compañía tomadora de precios.

10.1. Conclusiones Generales

A continuación se presentan las principales conclusiones a las cuales se han llegado a lo largo de los trabajos realizados en esta tesis, las cuales se pueden resumir como:

Mecanismo de Subasta de Energía

El modelo de mecanismo de subasta de energía presentado en esta tesis, propone un nuevo esquema donde se incorporan al algoritmo de subasta las restricciones propias de las centrales hidroeléctricas, en consecuencia las compañías de generación deben realizar ofertas de tipo complejas. El problema se ha presentado como un problema de programación lineal, donde se intenta maximizar el beneficio neto de los productores y consumidores que participan en un mercado diario de energía. El equilibrio de mercado se logra cuando la oferta de los generadores alcanza la curva de oferta de los consumidores.

La particularidad del esquema de subasta presentado se debe a que las restricciones técnicas de los grupos hidráulicos son administradas por el operador del mercado, estableciendo la cantidad de energía casada por las centrales hidroeléctricas al maximizar sus recursos hidráulicos. Esto trae como principal ventaja que el programa de generación de las centrales hidroeléctricas se ajuste a sus correspondientes volúmenes de agua almacenada (energía hidráulica) optimizando así sus recursos hidráulicos; en consecuencia, evita el problema a las centrales hidroeléctricas de tener que ajustar sus programas de generación para cumplir con las energías asignadas y sus propias restricciones técnicas, acudiendo a mercados de ajustes para comprar o vender la energía o potencia que no pueda cumplir, reduciendo de forma significativa sus beneficios económicos e incrementado el riesgo asociado al participar en los mercados eléctricos competitivos.

La incorporación de centrales hidroeléctricas en cascada, adiciona complejidad al modelo de subasta. El problema de coordinación entre centrales de una misma firma no representa mayores complicaciones. Sin embargo, la coordinación entre centrales de diferentes compañías que comparten un mismo afluente puede ser muy complejo en el contexto de los mercados eléctricos competitivos. La decisión de generación, en consecuencia sobre la oferta de venta de las centrales aguas abajo, depende de la decisión unilateral de la central aguas arriba. Si la compañía rival tiene la capacidad de utilizar estratégicamente su generación para poder ejercer su poder de mercado, puede reducir en forma significativa la capacidad de generación de la central ubicada aguas abajo. El modelo de subasta propuesto en este trabajo permite obtener precios de mercados más cercanos a los de mercado de libre competencia, ajustados a las condiciones reales del mercado. Debido principalmente a que las centrales hidroeléctricas no pueden utilizar en forma estratégica sus recursos hidráulicos.

El modelo propuesto en esta tesis también puede ser utilizado por una compañía de

generación como herramienta para elaborar sus ofertas de venta de energía, debido a que permite observar y analizar sus propias restricciones técnicas bajo diversas situaciones del mercado, para lo cual es necesario estimar o predecir las ofertas de venta de las compañías rivales.

Comparando los casos de estudio se puede concluir también que cuantas más restricciones se incluyan en el modelo de subasta, más alto es el precio de mercado de la energía, como es de esperarse, debido a que bloques de energía de las ofertas más económicas no pueden entrar en la subasta, como consecuencia de la activación de las restricciones técnicas de las centrales eléctricas. En el caso base se ha observado la influencia de las rampas de subida y bajada de las centrales cuando éstas se modelan o no en el mecanismo de subasta; en el caso de no incluirlas, al igual que el caso de las restricciones hidráulicas, las centrales deberán acudir a mercados de ajustes para comprar o vender la energía que no puedan cumplir, con lo que el precio final seguramente será mayor que en el caso de subasta simple.

Oferta de Venta de Energía

En los mercados eléctricos competitivos coexisten dos tipos de compañías; compañías seguidoras o tomadoras de precios y compañías líderes o determinadora de precios. Como se ha estudio a lo largo de esta tesis, ambos tipos de compañías tratan de maximizar sus beneficios de maneras distintas. En esta tesis se ha presentado el modelo matemático de una compañía líder de mercado que trata de maximizar sus beneficios diarios al conocer el comportamiento de su demanda residual.

La compañía modelada contempla generación de tipo termoeléctrica e hidroeléctrica, con el objetivo de simular una compañía real de generación. El modelo matemático se ha propuesto como un problema de optimización no lineal, debido a que la función objetivo presenta un producto de dos variable positivas, el precio de mercado, λ_h, y la cantidad de energía que la compañía debe colocar en el proceso de casación para maximizar sus beneficios como resultado de ejercicio de su poder de mercado, Γ_h.

Tres casos de la demanda residual se ha estudiado; modelo lineal por tramos, modelo polinomial y modelo escalón. En el caso de demanda residual lineal por tramos se ha detectado una producción hidroeléctricas en las horas de menor demanda, cosa que no ocurre cuando el modelo de la demanda se ajusta por medio de un polinomio de segundo grado y de tipo escalón. La comparación entre los beneficios obtenidos para los diferentes modelos de la demanda residual, arroja que el beneficios diario en el caso del modelo escalón son los mayores con un porcentaje más elevado de la cuota de mercado pero con precios de la energía más bajos.

La compañía líder de mercado puede maximizar su beneficio neto ejerciendo su poder de mercado de forma tal que pueda manipular los precios de la energía. En este trabajo

se ha analizado el comportamiento de los precios de la energía en un mercado eléctrico de tipo oligopolio, donde una compañía líder fija sus niveles de producción con el objetivo de manipular los precios, de forma tal que éstos maximicen su beneficio diario. El poder de mercado de la compañía líder se ha analizado por medio de la variación de los precios entre dos modelos de mercado; un primer modelo de competencia perfecta y un segundo modelo para el mercado de competencia imperfecta. Los resultados han permitido concluir que la compañía ejerce su poder de mercado al retirar energía del mismo, esto tiene como objetivo provocar la entrada de centrales con costes de producción más altos en el proceso de subasta, las cuales pueden pertenecer a la propia compañía líder o a las compañías rivales. En conclusión, se trata de un juego de cantidades que sigue el modelo de Cournot, donde cada compañía es consciente que la decisión que tome su rival sobre la cantidad a producir impactará en el precio de la energía que ella enfrentará y en sus beneficios económicos. En el juego planteado en esta tesis se asume que las compañías seguidoras no reaccionarán a la estrategia de la compañía líder, manteniendo constantes las cantidades de energía en sus ofertas de venta.

También se ha demostrado que a pesar que la compañía reduce sus niveles de producción, ésta consigue incrementar sus beneficios como consecuencia de un incremento de los precios, como era de esperarse; lo cual se deduce al comparar los beneficios, entre ambos esquemas de mercado, de la compañía líder. Dicha compañía ejerce mayor poder de mercado en las horas de menor demanda, debido principalmente a que en estas horas la compañía cuenta con un mayor margen de energía disponible para retirar del mercado.

Un elemento importante en el modelo de la compañía líder lo constituye su demanda residual, debido principalmente a que ésta representa la influencia de la compañía sobre los precios de mercado. En este trabajo se ha estudiado la influencia del modelo de la demanda residual sobre la diferencia que existe entre el precio óptimo calculado y el precio de mercado producto de la casación. Cuando la compañía líder maximiza sus beneficios busca en cada hora el punto de la curva de demanda residual que le permita incrementar los precios de mercado hasta el punto que la diferencia entre sus ingresos y sus costes de producción sea mínima. En este trabajo la curva de demanda residual de la compañía líder se ha modelado de tres formas distintas para analizar la diferencia entre el precio óptimo y el precio de mercado resultante al usar un mismo tipo de curva.

La comparación de los dos primeros modelos, permite concluir que la aproximación polinomial de las curvas de demanda residual produce mejores resultado que el modelo lineal por tramos; con valores de los precios óptimos más cercanos a los precios de mercado. Por otra parte, los resultados obtenidos han demostrado la influencia que tienen los límites de rampas en la estrategia de oferta de la compañía líder, donde ésta debe tomar en consideración las restricciones técnicas de los límites de rampas de las compañías rivales de generación para elaborar sus propias ofertas óptimas de generación, debido a que estas rampas modifican los precios de mercado al limitar la generación de las centrales y en

consecuencia la participación de éstas en el mercado. Además, al comparar la evolución de los precios entre los tres casos de estudios es posible concluir que al utilizar el modelo en escalón de la demanda residual se garantizan precios de mercado más cercanos a los precios óptimos deseados para ejercer el poder de mercado de la compañía líder.

En el caso de las compañías seguidoras, su información principal se refiere a los precios de mercado; es crucial para este tipo de compañías conocer el comportamiento de estos precios, para ello deben realizar estimaciones o predicciones de los precios del día siguiente al momento de realizar sus ofertas de venta. En esta tesis se ha evaluado la influencia de la precisión en la estimación de los precios sobre la estrategia óptima de oferta de una compañía de generación de tipo tomadora de precios que participa en un mercado eléctrico de competencia perfecta.

Los precios han sido estimados por medio una red neuronal artificial, desarrollada como red multicapa para predecir los 24 precios de la energía en el mercado diario, y del precio de la banda de potencia en el mercado de reserva; los datos de entrada han sido tomados del mercado diario y mercado de reserva secundaria español. Para el mercado de energía, el rango del valor medio del error de los precios horarios varía entre 12 % (verano) a 15 % (primavera); los errores de predicción en el caso de la banda de energía son muy altos, como era de esperarse, debido principalmente a la volatilidad de estos precios y a la dependencia de los mismos de razones independientes del proceso de casación.

El perfil de precios estimados ha sido utilizado para calcular la oferta óptima de dos centrales de generación, una central a gas y otra que utiliza carbón como combustible. Al comparar la influencia de los errores en las estrategias de ambas centrales, se concluye que la incertidumbre en los precios tiene una influencia más significativa para la central que utiliza el gas como combustible, más rápida y de menor coste fijo.

Centrales de Bombeo

Las centrales de bombeo juegan un papel importante en los mercados eléctricos debido al rol que juegan entre la energía y la potencia de reserva secundaria; en esta tesis se ha presentado el comportamiento estratégico de una central de bombeo en un mercado eléctrico mediante programación lineal mixta. Los resultados permiten concluir que la central de bombeo genera en las horas de precios altos, mientras que se comporta como carga en las horas de precios bajos. Los beneficios los obtiene al optimizar los ingresos que obtiene como producto de la venta de energía y de la potencia de banda secundaria. Un caso interesante es el análisis de estas centrales en mercados de tipo oligopolio; el problema consiste en determinar el comportamiento estratégico de una compañía de generación que posee un importante porcentaje de centrales de bombeo, de forma tal que pueda modificar el comportamiento de la demanda, al generar o bombear en distintas horas del horizonte de programación. Esto sugiere líneas futuras de investigación donde se aborde el problema

de las centrales de bombeo en mercados eléctricos de tipo oligopolio.

10.2. Aportaciones

A lo largo de la tesis se han presentado aportaciones importantes, entre las principales se pueden enumerar:

- Se presenta un es esquema de subasta multiperíodo donde las restricciones técnicas de los grupos hidráulicos son administradas por un organismo independiente u operador del mercado, el cual establece el precio de la energía y la cantidad de energía asignada a las centrales hidroeléctricas al maximizar el beneficio neto de los agentes que participan en el mercado. El método de subasta propuesto evita el problema a las centrales hidroeléctricas de tener que ajustar sus programas de generación para cumplir con las energías asignadas y sus propias restricciones técnicas, acudiendo a mercados de ajustes para comprar o vender la energía o potencia que no pueda cumplir, reduciendo de forma significativa sus beneficios económicos e incrementado el riesgo asociado al participar en los mercados eléctricos competitivos.

- Los trabajos realizados muestran cómo una compañía líder puede ajustar sus niveles de producción en función de su demanda residual; esta demanda residual representa su influencia sobre los precios de mercado. En los casos de estudio se ha demostrado cómo la compañía líder puede ejercer su poder de mercado si logra retirar una cantidad de energía tal que puedan entrar en el proceso de subasta centrales con costes de producción más altos, de forma tal que pueda incrementar el precio a los niveles que minimice la diferencia entre sus ingresos y sus costes.

- En esta tesis se hace uso de los avances que han experimentado los códigos en la programación lineal en los últimos años, con lo cual es posible utilizar la aproximación lineal por tramos para modelar con mayor exactitud las características no lineales y no convexas de las centrales hidroeléctricas.

10.3. Publicaciones

Durante el desarrollo de la presente tesis se ha producido una serie de publicaciones, las cuales se relacionan a continuación:

- **Agustín R. Marulanda Guerra**, José L. Martínez Ramos y Antonio Gómez Expósito. *Influence of Oligopolistic Residual Demand Models on Auction-Based Market Clearing Prices*. IEEE Transactions on Power Systems. En revisión.

- **Agustín R. Marulanda Guerra** y José L. Martinez Ramos. *Computation of Competitive Market Equilibrium in Hydrothermal Power Systems With Cascaded Reservoirs.* 2003 IEEE Bologna Powertech Proceedings. 2003 IEEE Bologna Powertech. Bologna, Italia. IEEE PES. 2003, pp. 1-10. ISBN: 0-7803-7968-3.

- **Agustín R. Marulanda Guerra**, José L. Martinez Ramos y Alejandro Marano Marcolini. *Simulation of Imperfect Competition Among Generation Companies Based on Quantities*. Actas 8 Congresso Luso Espanhol de Engenharia Electrotécnica. Congresso Luso Espanhol de Engenharia Electrotécnica (8). Num. 8 Vilamoura - Portugal APDEE - Asociación Portuguesa para Promoción y Desarrollo de la Engenharia Electrotécnica. 2003, pp. 1-10. ISBN: 972-8822-00-6.

- Jose Luis Martinez Ramos, Antonio Gómez Expósito, Jesus Riquelme Santos, Alicia Troncoso Lora y **Agustín R. Marulanda Guerra**. *Influence of Ann-Based Market Price Forecasting Uncertainty on Optimal Bidding*. 14th Power Systems Computation Conference. Power Systems Computation Conference. Num. 14. Sevilla. Pscc. 2002, pp. 1-7. ISBN: 84-89673-25-X.

10.4. Líneas de Investigación

- En este trabajo se ha estudiado el comportamiento de una compañía líder cuando ésta conoce el comportamiento de sus rivales y asume que ellas no reaccionarán ante la estrategia que adopte, lo cual se engloba en el modelo de Cournot. En un mercado eléctrico competitivo, las compañías de generación tratan de reaccionar ante las posibles estrategias de las empresas rivales, dicho comportamiento se asemeja más al modelo de oligopolio de Stackelberg, donde el equilibrio del mercado se alcanza cuando todos los participantes hayan ajustado sus cantidades basándose en la decisión más reciente de sus rivales, los cuales a su vez han ajustado sus respectivas cantidades. Esto sugiere una futura línea de investigación, donde la oferta de cada compañía de generación se actualice ante cada nueva estrategia adoptada por las otras compañías que concurren en el mercado, hasta llegar a un punto de equilibrio, siguiendo el modelo de Stackelberg.

- La demanda residual de una compañía de generación es una información difícil de conocer de antemano, para ello es necesario disponer de la información histórica de las ofertas de venta y las ofertas de compra. En el mercado español es posible disponer de esta información por medio de la curva agregada de ofertas y curva agregada de compra, que es pública 24 horas después de la subasta. Una futura línea de investigación es desarrollar modelos matemáticos y estadísticos que permitan

predecir la demanda residual de una compañía de generación con un margen de error aceptable.

- Los precios en los mercados eléctricos que utilizan mecanismos de subasta, basan su algoritmo en la intersección de las ofertas de venta emitidas por las compañías de generación y las ofertas de compra formuladas por los consumidores o agentes comercializadores. Un interesante campo de investigación es el análisis de cómo una compañía comercializadora con un alto porcentaje de cuota de mercado, puede realizar ofertas estratégicas con el fin de maximizar sus beneficios. El problema se plantea bajo un mercado de tipo oligopolio.

- Estudiar el comportamiento estratégico de una compañía de generación con una alto porcentaje de centrales de bombeo de forma que pueda manipular el comportamiento de la demanda y de los precios. El problema consiste en determinar el comportamiento estratégico de una compañía de generación que posea un importante porcentaje de centrales de bombeo, de forma tal que pueda modificar el comportamiento de la demanda, al generar o bombear en distintas horas del horizonte de programación. Esto sugiere una interesante línea futura de investigación donde se aborde el problema de las centrales de bombeo en mercados eléctricos de tipo oligopolio donde la demanda tenga un comportamiento dinámico.

Referencias

[1] P. Arocena, K. Kühn, y P. Regibeau, "Regulatory Reform in the Spanish Electricity Industry: A Missed Opportunity for Competition," *Energy Policy*, vol. 27, pp. 387–399, 1999.

[2] J. M. Arroyo, "Modelos y Algoritmos para la Explotación Óptima de la Generación en Sistemas Eléctricos Centralizados y Competitivos Mediante Algoritmos Genéticos y Programación Lineal Entera Mixta," Tesis Doctoral, Universidad de Castilla-la Mancha, Septiembre 2000.

[3] J. M. Arroyo y A. J. Conejo, "Optimal Response of a Thermal Unit to an Electricity Spot Market," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, no. 3, pp. 1098–1104, August 2000.

[4] T. B. B. H. Bakken, "Hydropower Unit Start-up Costs," en *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting*, July 2002, pp. 1522–1527.

[5] A. Baíllo, M. Ventosa, M. Rivier, y A. Ramos, "Strategic Bidding in a Competitive Electricity Market: A Decomposition Approach," en *IEEE Power Tech. Conference*, Porto-Portugal, September 2001.

[6] J. F. Benders, "Partitioning Procedures for Solving Mixed-Variable Programming Problems," *Numerische mathematik*, vol. 4, pp. 238–252, 1962.

[7] J. S. Bernstein, "Regulación en el Sector Distribución Eléctrica," Master's thesis, Pontificia Universidad Católica de Chile. Escuela de Ingeniería. Departamento de Ingeniería Eléctrica, 1999, [Online] Disponible en: http/www2.upcl.cl.

[8] C. A. Berry, B. F. Hobbs, W. A. Meroney, R. P. Oneill, y W. R. Stewart, "Analyzing Strategic Bidding Behaviour in Transaction Networks," en *IEEE Tutorial on Game Theory Applications in Electric Power Markets*, H. Singh, Ed. IEEE PES, 1999, pp. 7–32.

[9] D. Berzal, J. I. D. la Fuente, y T. Gómez, "Building Generation Suply Curves under Uncertainty in Residual Demand Curves for the Day-Ahead Electricity Market," en *IEEE Power Tech Conference*, Porto-Portugal, September 2001.

[10] ——, "Elaboración de Estrategias Competitivas de Oferta para el Mercado Diario de Energía," en *7º Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica*, vol. 3, Leganes-Madrid, Julio 2001, pp. 59–65.

[11] C. Blumstein, L. S. Friedman, y R. J. Green, "The History of Electricity Restructuring in California," University of California Energy Institute, Berkeley,CA, Technical Report CSEM WP-103, August 2002, [Online] Disponible en: http://www.ucei.berkeley.edu/ucei.

[12] E. Bompard, E. Carpaneto, G. Chicco, y G. Gross, "The role of load demand elasticity in congestion management and pricing," en *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting 2000*, vol. 4, 2000, pp. 2229–2234.

[13] S. Borenstein, J. Bushnell, E. Kahn, y S. Stoft, "Market Power in California Electricity Markets," University of California Energy Institute, Berkeley,CA, Technical Report PWP-036, March 1996, [Online] Disponible en: http://www.ucei.berkeley.edu/ucei.

[14] S. Borenstein, J. Bushnell, y C. Knittel, "A Cournot-Nash Equilibrium Analysis of the New Jersey Electricity Market," University of California Energy Institute, Berkeley,CA, Tech. Report., January 1998, [Online] Disponible en: http://www.ucei.berkeley.edu/ucei.

[15] ——, "Market Power in Electricity Markets: Beyond Concentration Measures," University of California Energy Institute, Berkeley,CA, Technical Report PWP-059, Revised January 1999, [Online] Disponible en: http://www.ucei.berkeley.edu/ucei.

[16] A. Brooke, D. Kendrick, y A. Meeraus, *GAMS: A User's Guide: Release 2.25*, The Scientific Press, San Francisco-USA, 1992, [Online] disponible: http://www.gams.com.

[17] ——, *GAMS/Cplex 4.0 User Notes*, GAMS Development Corporation, Washington-USA, 1996, [Online] Disponible en: http://www.gams.com.

[18] J. Bushnell, "Water and Power: Hydroelectric Resources in the Era of Deregulation in the West US," University of California Energy Institute, Berkeley,CA, Technical Report PWP-056, Revised October 2000, [Online] Disponible en: http://www.ucei.berkeley.edu/ucei.

[19] CAISO, "California idependent system operator," http://www.caiso.com.

[20] A. Canoyra, C. Illán, A. Landa, J. M. Moreno, J. I. Pérez-Arriaga, C. Sallé, y C. Solé, "The Hierarchical Market Approach to the Economic and Secure Operation of the Spanish Power System," en *Bulk Power System Dynamics and Control IV-Restructuring*, Santorini-Greece, August 1998.

[21] M. F. Carvalho y S. Soares, "An Efficient Hydrothermal Scheduling Algorithm," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 2, no. 3, pp. 537–542, August 1987.

[22] S. Chaitusaney y B. Eua-Arporn, "Actual Social Welfare Maximization in Pool Market," en *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting*, vol. 3, July 2002, pp. 1553–1558.

[23] G. W. Chang, M. Aganagic, J. G. Waight, J. Medina, T. Burton, S. Reeves, y M. Christoforisdis, "Experiences with Mixed Integer Linear programming Based Approach on Short-Term Hydro Scheduling," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 16, no. 4, pp. 743–749, November 2001.

[24] G. W. Chang y J. G. Waight, "A Mixed Integer Linear Programming based Hydro Unit Commitment," en *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting 1999*, vol. 2, 1999, pp. 924–928.

[25] H. Chao y R. Wilson, "Design of Wholesale Electricity Markets," [Online] Disponible en: http://faculty-gsb.stanford.edu/wilson/.

[26] Compañía Operadora Del Mercado Eléctrico Español, "Reglas del Mercado de Producción de Energía Eléctrica (BOE 20 de abril de 2001)," [Online] Disponible en: http://www.omel.es.

[27] A. J. Conejo, J. Contreras, J. M. Arroyo, y S. D. la Torre, "Optimal Response of an Oligopolistic Generating Company to a Competitive Pool-Based Electric Power Market," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, no. 2, pp. 424–430, May 2002.

[28] A. J. Conejo, F. J. Nogales, y J. M. Arroyo, "Price-Taker Bidding Strategy under Price Uncertainty," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, no. 4, pp. 1081–1088, November 2002.

[29] J. Contreras, O. Candiles, J. D. la Fuente, y T. Gómez, "A Cobweb Bidding Model for Competitive Electricity Markets," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, no. 1, pp. 148–153, February 2002.

[30] A. K. David, "Competitive Bidding in Electricity Supply," *IEEE, Proceedings: Generation, Transactions and Distribution*, vol. 140, no. 5, pp. 421–426, 1993.

[31] ——, "Strategic Bidding in Competitive Electricity Markets: a Literature Survey," en *Proceedings of IEEE Power Engineering Society 2000 Summer Meeting*, 2000, pp. 2168–2173.

[32] C. Day, B. Hobbs, y J. Pang, "Oligopolistic Competition in Power Networks: A Conjectured Supply Function Approach," University of California Energy Institute, Berkeley,CA, Technical Report PWP-090, February 2002, [Online] Disponible en: http://www.ucei.berkeley.edu/ucei.

[33] M. de Industria y Energía, "BOE Número 197, de 30 de julio de 1998, Procedimientos para la Realización de Gestiones Técnicas del Sistema Eléctrico," Julio 1998, [Online] Disponible en: http://www.ree.es/cap03/pdf/.

[34] M. El-Sharkawi y D. Niebur, "Tutorial Course on Artificial Neural Networks with Applications to Power Systems," en *IEEE Catalog Number 96*, 1996, pp. 112–120.

[35] E. E. Exchange, "http://www.eex.de."

[36] G. Fahd, D. A. Richards, y G. B. Sheblé, "The Implementation of an Energy Brokerage System Using Linear Programming," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, no. 1, pp. 90–96, February 1992.

[37] Federal Energy Regulatory Commission 1995, "Promoting Wholesale Competition Through Open Acces Non-discriminatory Services by Public Utilities," Docket RM95-8-000, March 1995, [Online] Disponible:http://www.ferc.com.

[38] J. García, J. Úbeda, J. Barquín, y A. González, "Strategic Bidding in Deregulated Power Systems," en *13th Power Systems Computation Conference (PSCC'99)*, Trondheim-Norway, July 1999.

[39] J. García-González y G. A. Castro, "Short-term Hydro scheduling with Cascaded and Head-Dependent reservoirs based on Mixed-Integer Linear Programming," en *IEEE Power Tech Conference*, Porto-Portugal, September 2001.

[40] T. Gómez, "Regulación de la Distribución de Energía Eléctrica en un Marco de Copmetencia-Esquemas Basados en Incentivos," en *6º Jornadas Hispano-Lusas de Ingenieria Eléctrica*, Lisboa-Portugal, Julio 1999.

[41] J. J. González y P. Basagoiti, "Spanish Power Exchange Market and Information System Design Concepts, and Operating Experience," en *Proceeding of the IEEE 21st International Conference on Power Industry Computer Applications (PICA'99)*, Santa Clara-California, May 1999, pp. 245–252.

[42] R. Green, "Competition in Generation:The Economic Foundations," *Proceedings of the IEEE*, vol. 88, no. 2, pp. 128–139, February 2000.

[43] R. Green y D. Newbery, "Competition in the British Electricity Spot Market," *Journal of political Economy*, vol. 100, no. 5, pp. 929–953, 1992.

[44] G. Gross, D. J. Finlay, y G. Deltas, "Strategic Bidding in Electricity Generation Supply Markets," en *Proceeding IEEE Power Enginering Society 1999 Winter Mtg.*, 1999, pp. 309–315.

[45] I. E. Grossmann, J. Viswanathan, y A. Vecchietti, *DICOPT: A Discrete Continuous Optimization Package*, Engineering Research Design Center, Carnegie Mellon University, Pittsburg-USA, [Online] Disponible en: http://www.GAMS.com.

[46] M. Grubb, "The Inclusion of Dynamic Factors in Statistical Power System Cost Models, Part I: Assessment of Startup and Banking Cost," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 14, no. 2, pp. 419–425, May 1989.

[47] X. Guan, E. Ni, R. Li, y P. B. Luh, "An Optimization-Based Algorithm for Scheduling Hydrothermal Power Systems with Cascaded Reservoirs and Discrete Hydro Constraints," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 12, no. 4, pp. 1775–1780, November 1997.

[48] X. Guan y P. Rogan, "Optimization-Based Scheduling of Hidrotermal Power Systems with Pumped-Storage Units," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 9, no. 2, pp. 1023–1031, May 1994.

[49] H. Habibollahzadeh y J. A. Bubenko, "Aplication of Descomposition techniques to Short-term Operation Planning of Hydrothermal Power System," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 1, no. 1, pp. 41–47, February 1986.

[50] X. S. Han y H. B. Gooi, "Optimal Dynamic Dispatch in Short-term Hydrothermal Generation Systems," en *IEEE Power Engineering Society Winter Meeting*, vol. 2, January 2000, pp. 1231–1236.

[51] E. K. Hjalmarson, "Nord Pool: A Poweer Market Without Market Power," Department of Economics. Goteborg University, Sweden, Working Paper in Economics 28, 1998, [Online] Disponible en: http://swapec.hhs.se/gunwpe/.

[52] B. J. Hobbs, C. B. Metzler, y J. S. Panf, "Strategic Gaming Analysis for Electric Power Systems: An MPEC Approach," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, no. 2, pp. 638–645, May 2000.

[53] W. Hogan, "Coordination for Competition in an Electricity Market," John F. Kennedy School of Goverment-Harvard University, Cambridge-Massachusetts, Tech. Rep. RM94-20-00, March 1995, [Online] Disponible en: http://ksghome.harvard.edu/whogan/.

[54] ——, "Electricity Market Restructuring: Reforms of Reforms," en *20th Annual Conference Center for Research in Regulated Industries.* Rutger University, May 2001.

[55] Y. Ikura y G. Gross, "Efficient Large-Scale Hydro System Scheduling with Forced Spill Conditions," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 2, no. 3, pp. 1072–1077, August 1988.

[56] J. j. Grainger y W. D. Stevenson, *Análisis de Sistemas de Potencia.* México: McGraw-Hill, 1996.

[57] A. E. Kahn, *The Economics of Regulation: Principles and Institutions.* Cambridge, Mass: MIT Press, 1988.

[58] R. Kelman, L. Barroso, y M. Pereira, "Market Power Assessment and Mitigation in hydrothermal Systems," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 16, no. 3, pp. 354–359, August 2001.

[59] P. D. Klemperer y M. A. Meyer, "Supply Function Equilibria in Oligopoly under Uncertainty," *Econometrica*, vol. 100, no. 6, pp. 1243–1277, 1989.

[60] J. J. Laffont y J. Tirole, *A Theory of Incentives in Procurement and Regulations*, 2nd ed. Cambridge, Mass: MIT Press, 1988.

[61] J. W. Lamont y S. Rajan, "Strategic Bidding in an Energy Brokerage," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 12, no. 4, pp. 1729–1733, November 1997.

[62] M. L. Latorre y S. Granville, "The Stackelberg Equilibrium Applied to AC Power systems-A Non-Interior Point Algorithm," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, no. 2, pp. 611–618, May 2003.

[63] C. A. Li, P. J. Jap, y D. L. Streiffert, "Implementation of Network Flow Programming to the Hydro-Thermal Coordination in an Energy Management Systems," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 8, no. 3, pp. 1045–1053, August 1993.

[64] G. X. Luo, H. Habibollaahzadeh, y A. Semlyen, "Short-Term Hydro-Thermal Dispatch Detailed Model and Solutions," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 4, no. 4, pp. 1452–1462, November 1989.

[65] C. Lyra, L. Roberto, y M. Ferreira, "A Multiobjective Approach to the Short-Term Scheduling of a Hydroelectric Power System," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 10, no. 4, pp. 1750–1755, November 1995.

[66] M. Madrigal y V. H. Quintana, "Using Optimization Models and Techniques to Implement Electricity Auctions," en *IEEE-PES 2000 Winter Meeting Conference Proceedings*, Singapore, January 2000, pp. 897–902.

[67] ——, "Existence and determination of Competitive Equilibrium in Unit Commitment Power Pool Auctions: Price Setting and Scheduling Alternatives," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 16, no. 3, pp. 380–388, August 2001.

[68] A. Maiorano, Y. H. Song, y M. Trovato, "Dynamics of Non-collusive Oligopolistic Electricity Markets," en *IEEE Power Engineering Society Winter Meeting*, vol. 2, January 2000, pp. 838–844.

[69] N. Mankiw, *Principios de Economía*, 2nd ed. Madrid: McGraw-Hill, 2002.

[70] R. Manning, "A Generalization of a Cobweb Theorem," *Review of Economic Studies*, vol. 38, pp. 123–127, 1971.

[71] J. L. Martínez, A. Gómez, J. Riquelme, A. Troncoso, y A. Marulanda, "Influence of ANN-Based Market Price Forecasting Uncertainty on Optimal Bidding," en *14th Power Systems Computer Conference*, Sevilla-España, Jun 2002.

[72] J. L. Martínez, A. Gomez, y V. H. Quintana, "Reactive-Power Optimization by Interior Point Methods: Implementation Issues," en *12th Power Systems Computation Conference*, Dresden-Germany, Agosto 1996, pp. 844–850.

[73] J. L. Martínez, A. Troncoso, J. Riquelme, y A. Gómez, "Short-term Hydro-thermal Coordination Based on Interior Point Nonlinear Programming and Genetic Algorithms," en *IEEE Power Tech Conference*, Porto-Portugal, September 2001.

[74] A. Mateo, E. F. Sánchez-Úbeda, A. Muñoz, J. Villar, A. Saiz, J. T. Abarca, y E. Losada, "Strategic Bidding under Uncertainty Using Genetic Algorithms," en *6th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems*, Funchal-Portugal, September 2000.

[75] G. P. McCormick, *Nonlinear programming: theory, algorithms, and applications.* New York: John Wiley and Sons, 1983.

[76] C. Mensah-Bonsu y S. Oren, "California Electricity Market Crisis: Causes, Remedies and Prevention," California Idependent System Operator, Tech. Rep., May 2002, [Online] Disponible en: http://www.caiso.com/aboutus/articles/.

[77] A. Merlín y P. Sandrin, "A New Meted for Unit Commitment at Electricite de France," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS 102, no. 5, pp. 1218–1225, May 1983.

[78] G. Mitsuo y R. Cheng, *Genetic Algorithms and Engineering Optimization.* New York: John Wiley and Sons, 2000.

[79] A. L. Motto y F. D. Galiana, "Equilibrium of Auction Markets with Unit Commitment: The Need for Augmented Pricing," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, no. 3, pp. 798–805, August 2002.

[80] E. Ni y P. Luh, "Optimal Integrated Generation Bidding and Scheduling with Risk Management under a Deregulated Daily Power Market," en *Proceedings of the IEEE Power Engineering Society 2002 Winter Meeting*, New York, January 2002, pp. 70–76.

[81] O. Nilsson y D. Sjelvgren, "Hydro Unit Start.up Costs and Their Impact on the Short Term Scheduling Strategies of Swedish Power Producers," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 12, no. 1, pp. 38–43, February 1997.

[82] OFFER, "Review of Electricity Trading Agreements: Background paper I. Electricity Trading Arrangements in England and Wales," Office of Electricity Regulation, Birmingham. U.K., Technical Report, February 1998.

[83] T. Ohishi, S. Soares, y W. F. H. Carvalho, "A Short-Term Hydro-Thermal Scheduling Approach for Dominantly Hydro Systems," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 6, no. 2, pp. 637–643, May 1991.

[84] S. S. Oren, A. J. Svoboda, y R. B. Johnson, "Volatility of Unit Commitment in Competitive Electricity Markets," en *Proceedings of the 30th Hawaii International Conference on Systems Sciences*, January 1997, pp. 594–601.

[85] I. Otero-Novas, C. Meseguer, y J. Alba, "An Iterative Procedure for Modelling Strategic Behaviour in Competitive Generation Markets," en *13th Power Systems Computation Conference (PSCC '99)*, Trondheim-Norway, July 1999.

[86] T. J. Overbye, G. Gross, P. W. Sauer, y M. J. Laufenberg, "Market Power Evaluation in Power Systems with Congestion," en *IEEE Tutorial on Game Theory Applications in Electric Power Markets*, H. Singh, Ed. IEEE PES, 1999, pp. 61–69.

[87] M. Pereira, N. Campodónico, y R. Kelman, "Long-Term Hydro Scheduling Based on Stochastic Models," en *Proceeding of EPSOM Conference*, Zurich, September 1998.

[88] M. R. Piekutowski, T. Litwinowcz, y R. J. Frowd, "Optimal Short-Term Scheduling for a Large-Scale Cascaded Hydro System," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 9, no. 2, pp. 805–811, May 1994.

[89] PJM, "PJM Interconnection State of the Market Report, 2001," Market Monitoring Unit, PJM Interconnection," Technical Report, June 2002.

[90] F. A. Rahimi y A. Vojdani, "Meet the Emerging Transmission Market Segments," *IEEE Computer Applications in Power*, vol. 12, no. 1, pp. 26–32, January 1999.

[91] J. Reneses, E. Centeno, y J. Barquín, "Computation and Decomposition of Marginal Cost for a Genco in a Constrained Competitive Cournot Equilibrium," en *IEEE Porto Power Tech Conference*, Porto-Portugal, September 2001.

[92] C. W. Richter y G. Sheble, "Genetic Algorithm of Utility Bidding Strategies for the Competitive Marketplace," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 13, no. 1, pp. 256–261, February 1998.

[93] J. Riquelme, J. L. Martínez, A. Gómez, y D. C. Goma, "Possibilities of Artificial Neural Networks in Short-Term Load Forecasting," en *IASTED International Conference Power and Energy Systems*, Marbella, Spain, September 2000, pp. 165–170.

[94] M. H. Rothkopf, "Control of Market Power in Electricity Auctions," *The Electricity Journal, Elsevier Science Inc.*, pp. 15–24, October 2002.

[95] P. V. Roy, T. V. Craenenbroeck, R. Belmans, y D. V. Dommelen, "A Postage Stamp Transmission Tariff with Marginal Loss Based Incentive," en *IEEE Power Engineering Society Winter Meeting*, vol. 1, January 2002, pp. 157–162.

[96] R. Y. Rubinstein, *Simulation and the Monte Carlo Method. Wiley series in Probability and Mathematical Statistics.* New York: John Wiley and Sons, 1982.

[97] F. J. Rubio, "Metodología de Asignación de Costes de la Red de Transporte en un contexto de Regulación Abierta a la Competencia," Tesis Doctoral, Universidad Pontificia de Comillas, Escuela Técnica Superior de Ingenieria, Madrid, 1999.

[98] S. Ruzic, N. Rajakovic, y A. Vuckovic, "Operational Cost Modeling Improvements in Short Term Hydro-thermal Coordination," en *Electrotechnical Conference. Meelecon 98, 9th Mediterranean*, vol. 2, May 1998, pp. 916–920.

[99] P. Samuelson y W. Nordhaus, *Economía*, 14th ed. Madrid: MacGraw-Hill, 1993.

[100] R. Scheaffer y J. McClave, *Probability and Stadistics for Engineers.* Boston: Dcoskent, 1990.

[101] G. B. Sheblé y G. N. Fahd, "Unit Commitment Literature Synopsis," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 9, no. 1, pp. 128–135, February 1994.

[102] R. R. Shoults y M. M. Mead, "Optimal Estimation of Piece-Wise Linear Inremental Cost Curve for EDC," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS 103, no. 6, pp. 1432–1437, May 1984.

[103] H. Singh, "IEEE Tutorial on Game Theory Applications in Electric Power Markets," IEEE Power Engineering Society, 1999.

[104] H. Song, C. Liu, y J. Lawarrée, "Decision Making of an Electricity Supplier's Bid in a Spot Market," en *Proceedings of IEEE Power Engineering Society 1999 Summer Meeting*, vol. 1, 1999, pp. 692–696.

[105] S. Stoft, "Using Game Theory to study Market Power in Simple Networks," en *IEEE Tutorial on Game Theory Applications in Electric Power Markets*, H. Singh, Ed. IEEE PES, 1999, pp. 33–40.

[106] ——, *Power System Economics: Designing Markets for Electricity.* IEEE/Wiley Press, May 2002.

[107] J. Tang y P. B. Luh, "Hydrothermal Scheduling Via Extended Differential Dynamic Programming and Mixed Coordination," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 10, no. 4, pp. 2021–2028, November 1995.

[108] Y. Tsukamoto y I. Iyoda, "Allocation of Fixed Transmission Cost to Wheeling Transactions by Cooperative Game Theory," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 11, no. 2, pp. 620–627, May 1996.

[109] J. Villar y H. Rudnick, "Hydrothermal Market Simulator Using Game Theory: Assessment of Market Power," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, no. 1, pp. 91–98, February 2003.

[110] C. Vázquez, M. Rivier, y I. J. Pérez-Arriaga, "Revisión de Subastas para Mercados Eléctricos," en *6º Jornadas Luso-Espanholas de Engenharia Electrotécnica*, Lisboa-Portugal, Julio 1999, pp. 47–54.

[111] F. Wen y A. David, "Optimal Bidding Strategies and Modeling of Imperfect Information Among Competitive Generators," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 16, no. 16, pp. 15–21, February 2001.

[112] F. S. Wen y A. K. David, "Oligopoly Electricity Market production under Incomplete Information," *IEEE Power Engineering Review*, pp. 58–61, April 2001.

[113] R. Wilson, "Market Architecture," Graduate School of Bussines-Stanford University," Technical Report, 1999, [online] Disponible en: http://stoft.com.

[114] F. A. Wolak, "Lessons from California Electricity Crisis," University of California Energy Institute, Berkeley,CA, Technical Report CSEM WP-110R, Revised May 2003, [Online] Disponible en: http://www.ucei.berkeley.edu/ucei.

[115] A. J. Wood y B. F. Wollenberg, *Power Generation, Operation and Control.* New York: John Wiley and Sons Inc, 1996.

[116] S. Yiqun, H. Zhijian, W. Fushuan, N. Yixin, y F. Wu, "Análisis of Market Power in Oligopolistic Electricity Market Based on Game Theory," en *Power Systems and Communications Infrastructures for the future*, Beijing, September 2002.

[117] Z. Yu, F. T. Sparrow, T. L. Morin, y G. Nderitu, "A Stackelberg Price Leadership Model Application to Deregulated Electricity Markets," en *Proceedings of the IEEE PES Winter Meeting 2000*, Singapore, January 2000, pp. 1814–1819.

[118] D. Zhang, Y. Wang, y P. Luh, "Optimization Based Bidding Strategies in The Deregulated Market," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, no. 3, pp. 981–986, August 2000.

Apéndice A

Parametros Casos Estudio Mecanismo Casación

La tabla A.1 muestra la cantidad de energía ofertadas por las centrales y sus respectivos precios, donde el precio de cada bloque de energía se calcula como el coste incremental. Es decir, la derivada de la función de coste de producción respecto a la potencia, esto es: $\frac{\partial C(P)}{\partial P} = 2aP + b$.

Tabla A.1. Cantidad y Precio de las Ofertas de Venta de las Centrales Eléctricas.

	Cantidad [MW]				Precio [€/MWh]			
central	B1	B2	B3	B4	B1	B2	B3	B4
j1	443	540	0.00	0.00	19.51	19.51	0.00	0.00
j2	455	570	0.00	0.00	21.00	21.00	0.00	0.00
j3	32	50	56	0.00	21.36	21.73	22.14	0.00
j4	108	80	80	83	27.07	28.26	29.44	30.67
j5	72	50	50	53	31.03	31.89	32.75	33.66
j6	9	21	22	22	19.51	19.95	20.40	20.85
j7	20	90	90	90	30.11	33.51	36.91	40.32
j8	48	81	80	80	25.29	25.48	25.67	25.87
j9	48	31	31	30	29.80	29.88	29.95	30.02
j10	35	37	37	36	15.51	16.09	16.67	17.23
j11	7	64	63	63	10.76	11.35	11.93	12.51
j12	10	67	67	66	21.92	22.14	22.35	22.56
j13	8	52	52	51	38.12	39.61	41.09	42.55
j14	15	23	27	35	14.96	14.96	14.96	14.96
j15	10	14	20	30	14.69	14.69	14.69	14.69
j16	15	23	27	35	13.26	13.26	13.26	13.26

Tabla A.2. Programación de las centrales para el caso acoplamiento Hidráulico.

Hora	J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7	J8	J9	J10	J11	J12	J13	J14	J15	J16
1	983	1025	138	0	0	74	0	129	0	145	197	210	0	78	74	100
2	983	1025	138	0	0	74	0	0	0	145	197	110	0	0	41	80
3	983	1025	138	0	0	74	0	0	0	145	197	77	0	0	41	22
4	983	1025	138	0	0	74	0	0	0	145	197	77	0	0	30	78
5	983	1025	138	0	0	74	0	0	0	145	197	144	0	0	56	75
6	983	1025	138	0	0	74	0	84	0	145	197	210	0	0	42	74
7	983	1025	138	0	0	74	0	262	0	145	197	210	0	80	74	100
8	983	1025	138	108	0	74	0	220	0	145	197	210	0	72	60	100
9	983	1025	138	212	0	74	0	289	0	145	197	210	0	80	60	100
10	983	1025	138	323	75	74	45	289	96	145	197	210	0	100	74	100
11	983	1025	138	351	150	74	33	289	140	145	197	210	0	100	74	100
12	983	1025	138	351	118	74	20	289	140	145	197	210	0	100	74	100
13	983	1025	138	299	75	74	24	289	96	145	197	210	0	100	74	100
14	983	1025	138	188	0	74	0	238	0	145	197	210	0	19	60	100
15	983	1025	138	108	0	74	0	213	0	145	197	210	0	80	60	100
16	983	1025	138	0	0	74	0	209	0	145	197	210	0	15	60	96
17	983	1025	138	0	0	74	0	171	0	145	197	210	0	0	39	80
18	983	1025	138	0	0	74	0	196	0	145	197	210	0	0	60	80
19	983	1025	138	108	0	74	0	166	0	145	197	210	0	0	26	80
20	983	1025	138	177	0	74	0	239	0	145	197	210	0	29	60	100
21	983	1025	138	288	75	74	35	289	96	145	197	210	0	100	74	100
22	983	1025	138	351	150	74	110	289	140	145	197	210	13	100	74	100
23	983	1025	138	240	75	74	35	289	73	145	197	210	0	80	74	100
24	983	1025	138	129	0	74	0	264	0	145	197	210	0	0	22	100

Tabla A.3. Programación de las Centrales para el Caso sin Restricciones Hidráulicas.

Hora	J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7	J8	J9	J10	J11	J12	J13	J14	J15	J16
1	983	1025	138	0	0	74	0	107	0	145	197	210	0	100	74	100
2	983	937	73	0	0	74	0	0	0	145	197	110	0	100	74	100
3	983	988	32	0	0	74	0	0	0	145	197	10	0	100	74	100
4	983	1025	50	0	0	74	0	0	0	145	197	0	0	100	74	100
5	983	1025	82	0	0	74	0	0	0	145	197	58	0	100	74	100
6	983	1025	138	0	0	74	0	0	0	145	197	137	0	100	74	100
7	983	1025	138	108	0	74	0	134	0	145	197	210	0	100	74	100
8	983	1025	138	108	0	74	0	179	0	145	197	210	0	100	74	100
9	983	1025	138	188	0	74	0	279	0	145	197	210	0	100	74	100
10	983	1025	138	299	75	74	69	289	96	145	197	210	0	100	74	100
11	983	1025	138	351	150	74	33	289	140	145	197	210	0	100	74	100
12	983	1025	138	351	118	74	20	289	140	145	197	210	0	100	74	100
13	983	1025	138	299	75	74	24	289	96	145	197	210	0	100	74	100
14	983	1025	138	188	0	74	0	144	0	145	197	210	0	100	74	100
15	983	1025	138	108	0	74	0	179	0	145	197	210	0	100	74	100
16	983	1025	138	0	0	74	0	107	0	145	197	210	0	100	74	100
17	983	1025	138	0	0	74	0	48	0	145	197	179	0	100	74	100
18	983	1025	138	0	0	74	0	62	0	145	197	210	0	100	74	100
19	983	1025	138	108	0	74	0	0	0	145	197	209	0	100	74	100
20	983	1025	138	177	0	74	0	155	0	145	197	210	0	100	74	100
21	983	1025	138	288	75	74	35	289	96	145	197	210	0	100	74	100
22	983	1025	138	351	150	74	110	289	140	145	197	210	13	100	74	100
23	983	1025	138	240	75	74	35	289	53	145	197	210	0	100	74	100
24	983	1025	138	129	0	74	0	113	0	145	197	210	0	100	74	100

Tabla A.4. Programación de las Centrales para el Caso Base.

Hora	J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7	J8	J9	J10	J11	J12	J13	J14	J15	J16
1	983	1025	138	0	0	74	0	107	0	145	197	210	0	100	74	100
2	983	1025	82	0	0	74	0	0	0	145	197	13	0	100	74	100
3	983	1025	0	0	0	74	0	0	0	145	197	10	0	100	74	100
4	983	1025	50	0	0	74	0	0	0	145	197	0	0	100	74	100
5	983	1025	82	0	0	74	0	0	0	145	197	58	0	100	74	100
6	983	1025	138	0	0	74	0	0	0	145	197	137	0	100	74	100
7	983	1025	138	0	0	74	0	242	0	145	197	210	0	100	74	100
8	983	1025	138	0	0	74	0	287	0	145	197	210	0	100	74	100
9	983	1025	138	178	0	74	0	289	0	145	197	210	0	100	74	100
10	983	1025	138	307	72	74	20	289	140	145	197	210	0	100	74	100
11	983	1025	138	351	163	74	20	289	140	145	197	210	0	100	74	100
12	983	1025	138	351	118	74	20	289	140	145	197	210	0	100	74	100
13	983	1025	138	334	0	74	20	289	140	145	197	210	0	100	74	100
14	983	1025	138	108	0	74	0	224	0	145	197	210	0	100	74	100
15	983	1025	138	0	0	74	0	287	0	145	197	210	0	100	74	100
16	983	1025	138	0	0	74	0	107	0	145	197	210	0	100	74	100
17	983	1025	138	0	0	74	0	48	0	145	197	179	0	100	74	100
18	983	1025	138	0	0	74	0	62	0	145	197	210	0	100	74	100
19	983	1025	138	0	0	74	0	107	0	145	197	210	0	100	74	100
20	983	1025	138	108	0	74	0	224	0	145	197	210	0	100	74	100
21	983	1025	138	334	0	74	20	289	140	145	197	210	0	100	74	100
22	983	1025	138	351	172	74	101	289	140	145	197	210	0	100	74	100
23	983	1025	138	268	0	74	0	289	135	145	197	210	0	100	74	100
24	983	1025	138	0	0	74	0	242	0	145	197	210	0	100	74	100

Apéndice B

Características de las Centrales de Generación

B.1. Parámetros de las Centrales de Generación

B.1.1. Compañía líder

Las potencias máximas y mínimas de las centrales eléctricas que pertenecen a la compañía líder se muestran en la tabla B.1, así como las rampas máximas de subida y bajada.

Tabla B.1. Parámetros Técnicos de las Centrales de la Compañía Líder.

Central	j1	j2	j3	j4	j5	j6	j7	j8	j9	j10
P_j^0 [MW]	7	55	45	35	32	35	48	75	0	0
P_j^M [MW]	197	155	390	280	138	145	289	351	100	74
RS_j [MW/h]	45	60	77	50	65	50	78	111	100	74
RB_j [MW/h]	45	60	77	50	65	50	78	111	100	74

La tabla B.2 los parámetros económicos de las centrales de la compañía líder, tales cómo los costes variables de producción expresados por medio de: $Cv_j(P_j) = a_j P_j^2 + b_j P_j + c_j$, coste fijo, coste de arranque y coste de parada.

Tabla B.2. Parámetros Económicos de las Centrales de la Compañía Líder.

Central	a [€/MW^2]	b [€/$MW2$]	C [€]	Cf[€]	$carr$[€]	Cpa[€]
1	0.0046	10.694	142.74	217.82	715	215
2	0.0008	12.15	354.01	1024.61	654	164
3	0.0052	13.50	1004.5	1622.59	1900	597
4	0.0078	14.97	478.94	1012.33	850	665
5	0.0045	15.32	240.08	735.02	289	278
6	0.0078	24.96	478.86	1362.08	210	198
7	0.0012	25.17	366.26	1577.26	810	457
8	0.0074	11.87	588.31	1520.49	1650	421
9	0.00	0.00	0.00	0.00	250	174
10	00.00	0.00	0.00	0.00	174	155

Las centrales $j9$ y $j10$ son de tipo hidroeléctrico y se asumen acopladas hidráulicamente, compartiendo un mismo afluente. La central ubicada aguas abajo, no cuenta con

ninguna contribución adicional al agua descargada por la central aguas arriba, tal como se muestra en la figura 6.11. El volumen máximo y mínimo, volumen inicial y final y valor del agua se muestran en la tabla B.3. El volumen de los embalses al inicio y final del horizonte de programación se hacen coincidir, para afrontar el mercado diario con una capacidad similar de generación.

Tabla B.3. Características Hidráulicas de las Centrales Hidroeléctricas.

Central	$v_{jh}^{M}[Hm^3]$	$v_{jh}^{m}[Hm^3]$	$v_{jh}^{0}[Hm^3]$	$v_{jh}^{f}[Hm^3]$	$Wv_{jh}^{M}[e/Hm^3]$
9	3.50	2.98	3.01	3.01	22731.34
10	2.00	1.00	1.07	1.07	27631.64

Tabla B.4. Aproximación Lineal por Tramos de la Característica de Generación.

Central	$q_{jh}^{0}[m^3/s]$	$q_{jh}^{1}[m^3/s]$	$q_{jh}^{1}[m^3/s]$	$mq_{jh}^{1}[MW/(m^3/s)]$	$mq_{jh}^{1}[MW/(m^3/s)]$
9	0.00	15.00	20.47	5.33	3.65
10	0.00	8.66	11.56	6.77	5.19

Las características no lineales de estas centrales han sido modeladas haciendo uso de la aproximación lineal por tramos (ver sección 4.1.1). La tabla B.4 muestra los límites y las pendientes de los tramos usados para representar la característica de generación de las centrales hidroeléctricas usando una aproximación de dos tramos. La característica de desembalse ha sido modelada por una aproximación lineal de tres tramos, la tabla B.5 muestra los límites y las pendientes de los tramos utilizados en el modelo.

Tabla B.5. Aproximación Lineal por Tramos de la Característica de Desembalse.

Central	v_{jh}^{1} [Hm3]	v_{jh}^{2} [Hm3]	v_{jh}^{3} [Hm3]	ms_{jh}^{1} [(m3/s)/Hm3]	ms_{jh}^{2} [(m3/s)/Hm3]	ms_{jh}^{3} [(m3/s)/Hm3]
9	3.18	3.25	3.50	0.00	14.71	18.00
10	1.085	1.50	2.50	0.00	4.82	5.00

Los costes variables de producción de las centrales han sido modelados utilizando la aproximación lineal por tramos. La figura 4.15 esboza el modelo lineal por tramos para el coste variable de producción de las centrales termoeléctricas. La tabla B.6 muestra el valor de los límites para los tramos utilizados en el modelo, mientras que la tabla B.7 presenta los valores de la pendiente de los tramos del coste variable de producción.

Tabla B.6. Límites de los tramos del coste variable de producción de las centrales termoeléctricas en MW.

	J1	j2	j3	j4	j5	j6	j7	j8
P_j^0	7	55	45	35	32	35	48	75
Pl_j^1	71	89	160	117	68	72	129	167
Pl_j^2	134	122	275	199	103	109	209	259
P_j^3	197	155	390	280	138	145	289	351

Tabla B.7. Pendiente de las curvas de coste de producción de las centrales en €/MW.

	J1	j2	j3	j4	j5	j6	j7	j8
mc_j^1	11.053	12.262	14.572	16.155	15.773	25.796	25.384	13.665
mc_j^2	11.637	12.315	15.775	17.437	16.093	26.373	25.578	15.026
mc_j^3	12.217	12.366	16.978	18.712	16.408	26.942	25.770	16.388

B.1.2. Compañías Seguidoras

A continuación se presentan las características técnicas y económicas de las compañías seguidoras modeladas en este los casos de estudios desarrollados en este trabajo.

Tabla B.8. Parámetros de las Centrales de la Compañía Seguidora B.

Central	P_j^0 [MW]	P_j^M [MW]	RS_j [MW/h]	RB_j [MW/h]	a [€/MW^2]	b [€/MW]	c [€]
B1	75	480	100	100	0.00057	13.587	1085.3
B2	9	74	50	50	0.00345	27.327	287.14
B3	20	290	75	75	0.00736	29.358	128.82
B4	48	144	96	96	0.0012	29.687	398.99
B5	72	225	72	72	0.0086	29.791	63.97
B6	48	140	96	96	0.00935	25.633	555.52

Tabla B.9. Parámetros de las Centrales de la Compañía Seguidora C.

Central	P_j^0 [MW]	P_j^M [MW]	RS_j [MW/h]	RB_j [MW/h]	a [€/MW^2]	b [€/MW]	c [€]
C1	10	210	55	55	0.0016	21.889	215.36
C2	15	100	25	25	0.0173	23.567	156.32
C3	48	289	178	178	0.0062	26.482	813.58
C4	8	163	50	50	0.00358	35.235	18.82

B.1.3. Ofertas de Venta

Las compañías de generación realizan ofertas de venta de energía en forma de bloques por cada hora del horizonte de programación. A cada bloque le corresponde un precio que se obtiene de su coste incremental. A continuación se presentan las ofertas para la compañía líder y las compañías seguidoras.

Tabla B.10. Cantidad y Precio de las Ofertas de Venta de la Compañía Líder.

	Cantidad [MW]				Precio [€/MWh]			
central	B1	B2	B3	B4	B1	B2	B3	B4
1	7	64	63	63	10.76	11.35	11.93	12.51
2	55	34	33	33	12.24	12.29	12.34	12.39
3	45	115	115	115	13.97	15.17	16.38	17.58
4	35	82	82	81	15.51	16.80	18.08	19.35
5	32	36	35	35	15.61	15.94	16.25	16.57
6	35	37	37	36	25.51	26.08	26.66	27.22
7	48	81	80	80	25.29	25.48	25.67	25.87
8	75	92	92	92	12.98	14.35	15.71	17.07
9	25	25	25	25	15.35	15.35	15.35	15.35
10	10	22	21	21	14.69	14.69	14.69	14.69

Tabla B.11. Cantidad y Precio de las Ofertas de Venta de la Compañía Seguidora B.

	Cantidad [MW]				Precio [€/MWh]			
central	B1	B2	B3	B4	B1	B2	B3	B4
B1	75	135	135	135	13.67	13.83	13.98	14.13
B2	9	22	22	21	27.39	27.54	27.69	27.84
B3	20	90	90	90	29.65	30.97	32.30	33.62
B4	48	32	32	32	29.80	29.88	29.96	30.03
B5	72	51	51	51	31.03	31.91	32.78	33.66
B6	48	31	31	30	26.53	27.11	27.69	28.25

Tabla B.12. Cantidad y Precio de las Ofertas de Venta de la Compañía Seguidora C.

	Cantidad [MW]				Precio [€/MWh]			
central	B1	B2	B3	B4	B1	B2	B3	B4
C1	10	67	67	66	21.92	22.14	22.35	22.56
C2	15	29	28	28	24.09	25.09	26.06	27.02
C3	48	81	80	80	27.08	28.08	29.07	30.07
C4	8	52	52	51	35.29	35.66	36.04	36.40

B.1.4. Demanda residual de la compañía líder

En los casos de estudios realizados en esta tesis se han contemplado tres modelos de la demanda residual: Lineal por tramos, polinomial y en forma de escalón. A continuación se muestran los valores para los tres modelos adoptados.

Tabla B.13. Demanda Residual de la Compañía Líder para la horas 1-8 en MWh.

Precio [€/MWh]	hora 1	hora 2	hora 3	hora 4	hora 5	hora 6	hora 7	hora 8
36.40	296	103					79	222
36.04	347	154	42				130	273
35.66	399	206	94	12		17	182	325
35.29	451	258	146	64	49	69	234	377
33.66	459	266	154	72	57	77	242	385
32.75	512	319	207	125	110	130	295	438
32.30	562	369	257	175	160	180	345	488
31.89	652	459	347	265	250	270	435	578
31.03	702	509	397	315	300	320	485	628
30.97	774	581	469	387	372	392	557	700
30.38	864	671	559	477	462	482	647	790
30.07	954	761	649	567	552	572	737	880
30.02	1035	842	730	648	633	653	818	961
29.95	1065	872	760	678	663	683	848	991
29.88	1096	903	791	709	694	714	879	1022
29.80	1127	934	822	740	725	745	910	1053
29.65	1175	982	870	788	773	793	958	1101
29.06	1195	1002	890	808	793	813	978	1121
28.25	1275	1082	970	888	873	893	1058	1201
28.07	1306	1113	1001	919	904	924	1089	1232
27.84	1386	1193	1081	999	984	1004	1169	1312
27.69	1408	1215	1103	1021	1006	1026	1191	1334
27.67	1430	1237	1125	1043	1028	1048	1213	1356
27.53	1461	1268	1156	1074	1059	1079	1244	1387
27.39	1482	1289	1177	1095	1080	1100	1265	1408
27.09	1491	1298	1186	1104	1089	1109	1274	1417
27.08	1521	1328	1216	1134	1119	1139	1304	1447
27.03	1569	1376	1264	1182	1167	1187	1352	1495
26.53	1598	1405	1293	1211	1196	1216	1381	1524
26.02	1646	1453	1341	1259	1244	1264	1429	1572
25.73	1674	1481	1369	1287	1272	1292	1457	1600
25.05	1809	1616	1504	1422	1407	1427	1592	1735
24.22	1837	1644	1532	1450	1435	1455	1620	1763
24.09	1972	1779	1667	1585	1570	1590	1755	1898
22.71	1987	1794	1682	1600	1585	1605	1770	1913
22.56	2122	1929	1817	1735	1720	1740	1905	2048
22.35		1995	1883	1801	1786	1806	1971	2114
22.14		2062	1950	1868	1853	1873	2038	2181
21.92		2129	2017	1935	1920	1940	2105	
21.20			2027	1945	1930	1950	2115	

Tabla B.14. Demanda Residual de la Compañía Líder para la horas 9-16 en MWh.

Precio [€/MWh]	hora 9	hora 10	hora 11	hora 12	hora 13	hora 14	hora 15	hora 16
36.40	417	577	675	685	668	577	441	440
36.04	468	628	726	736	719	628	492	491
35.66	520	680	778	788	771	680	544	543
35.29	572	732	830	840	823	732	596	595
33.66	580	740	838	848	831	740	604	603
32.75	633	793	891	901	884	793	657	656
32.30	683	843	941	951	934	843	707	706
31.89	773	933	1031	1041	1024	933	797	796
31.03	823	983	1081	1091	1074	983	847	846
30.97	895	1055	1153	1163	1146	1055	919	918
30.38	985	1145	1243	1253	1236	1145	1009	1008
30.07	1075	1235	1333	1343	1326	1235	1099	1098
30.02	1156	1316	1414	1424	1407	1316	1180	1179
29.95	1186	1346	1444	1454	1437	1346	1210	1209
29.88	1217	1377	1475	1485	1468	1377	1241	1240
29.80	1248	1408	1506	1516	1499	1408	1272	1271
29.65	1296	1456	1554	1564	1547	1456	1320	1319
29.06	1316	1476	1574	1584	1567	1476	1340	1339
28.25	1396	1556	1654	1664	1647	1556	1420	1419
28.07	1427	1587	1685	1695	1678	1587	1451	1450
27.84	1507	1667	1765	1775	1758	1667	1531	1530
27.69	1529	1689	1787	1797	1780	1689	1553	1552
27.67	1551	1711	1809	1819	1802	1711	1575	1574
27.53	1582	1742	1840	1850	1833	1742	1606	1605
27.39	1603	1763	1861	1871	1854	1763	1627	1626
27.09	1612	1772	1870	1880	1863	1772	1636	1635
27.08	1642	1802	1900	1910	1893	1802	1666	1665
27.03	1690	1850	1948	1958	1941	1850	1714	1713
26.53	1719	1879	1977	1987	1970	1879	1743	1742
26.02	1767	1927	2025	2035	2018	1927	1791	1790
25.73	1795	1955	2053	2063	2046	1955	1819	1818
25.05	1930	2090	2188	2198	2181	2090	1954	1953
24.22	1958	2118				2118	1982	1981
24.09	2093						2117	2116
22.71	2108							
22.56	2243							
22.35								
22.14								
21.92								
21.20								

Tabla B.15. Demanda Residual de la Compañía Líder para las horas 17-24 en MWh.

Precio [€/MWh]	hora 17	hora 18	hora 19	hora 20	hora 21	hora 22	hora 23	hora 24
36.40	438	445	470	703	758	688	504	412
36.04	489	496	521	754	809	739	555	463
35.66	541	548	573	806	861	791	607	515
35.29	593	600	625	858	913	843	659	567
33.66	601	608	633	866	921	851	667	575
32.75	654	661	686	919	974	904	720	628
32.30	704	711	736	969	1024	954	770	678
31.89	794	801	826	1059	1114	1044	860	768
31.03	844	851	876	1109	1164	1094	910	818
30.97	916	923	948	1181	1236	1166	982	890
30.38	1006	1013	1038	1271	1326	1256	1072	980
30.07	1096	1103	1128	1361	1416	1346	1162	1070
30.02	1177	1184	1209	1442	1497	1427	1243	1151
29.95	1207	1214	1239	1472	1527	1457	1273	1181
29.88	1238	1245	1270	1503	1558	1488	1304	1212
29.80	1269	1276	1301	1534	1589	1519	1335	1243
29.65	1317	1324	1349	1582	1637	1567	1383	1291
29.06	1337	1344	1369	1602	1657	1587	1403	1311
28.25	1417	1424	1449	1682	1737	1667	1483	1391
28.07	1448	1455	1480	1713	1768	1698	1514	1422
27.84	1528	1535	1560	1793	1848	1778	1594	1502
27.69	1550	1557	1582	1815	1870	1800	1616	1524
27.67	1572	1579	1604	1837	1892	1822	1638	1546
27.53	1603	1610	1635	1868	1923	1853	1669	1577
27.39	1624	1631	1656	1889	1944	1874	1690	1598
27.09	1633	1640	1665	1898	1953	1883	1699	1607
27.08	1663	1670	1695	1928	1983	1913	1729	1637
27.03	1711	1718	1743	1976	2031	1961	1777	1685
26.53	1740	1747	1772	2005	2060	1990	1806	1714
26.02	1788	1795	1820	2053	2108	2038	1854	1762
25.73	1816	1823	1848	2081	2136	2066	1882	1790
25.05	1951	1958	1983	2216		2201	2017	1925
24.22	1979	1986	2011				2045	1953
24.09	2114	2121	2146				2180	2088
22.71								2103
22.56								2238
22.35								
22.14								
21.92								
21.20								

Tabla B.16. Valor de la pendiente para la aproximación lineal por tramos de la demanda residual [€/(MWh)^2].

	hora 1	hora 2	hora 3	hora 4	hora 5	hora 6	hora 7	hora 8
m1	-0.01682	-0.01682	-0.02121	-0.03343	-0.04169	-0.02066	-0.01682	-0.01682
m2	-0.01083	-0.01083	-0.01083	-0.01083	-0.00678	-0.00906	-0.01083	-0.01083
m3	-0.00302	-0.00302	-0.00302	-0.00292	-0.00330	-0.00302	-0.00302	-0.00302
m4	-0.00269	-0.00240	-0.00269	-0.01205	-0.01396	-0.00269	-0.00269	-0.00269
m5	-0.00842	-0.00679	-0.00735	-0.01205	-0.00416	-0.00735	-0.00735	-0.00735
m6	-0.00715	-0.00846	-0.00893	-0.00396	-0.00674	-0.00893	-0.00714	-0.00714
m7	-0.00743	-0.00966	-0.00533	-0.00756	-0.00804	-0.00533	-0.00864	-0.01319
m8	-0.00708	-0.00235	-0.00801	-0.00801	-0.00801	-0.00801	-0.00549	-0.00214
λ_h^0	36.402	36.402	36.041	35.663	35.291	35.663	36.402	36.402
	hora 9	hora 10	hora 11	hora 12	hora 13	hora 14	hora 15	hora 16
m1	-0.01682	-0.01682	-0.00716	-0.00716	-0.00716	-0.01682	-0.01682	-0.01682
m2	-0.01083	-0.01083	-0.01698	-0.01698	-0.01698	-0.01083	-0.01083	-0.01083
m3	-0.00382	-0.00382	-0.00382	-0.00382	-0.00382	-0.00382	-0.00382	-0.00382
m4	-0.00190	-0.00190	-0.00190	-0.00190	-0.00190	-0.00190	-0.00190	-0.00190
m5	-0.00842	-0.00842	-0.01204	-0.01204	-0.01204	-0.01204	-0.01204	-0.01204
m6	-0.00735	-0.00539	-0.00528	-0.00528	-0.00528	-0.00461	-0.00396	-0.00396
m7	-0.00552	-0.00879	-0.00689	-0.00689	-0.00689	-0.00879	-0.01233	-0.01233
m8	-0.01017	-0.00928	-0.00594	-0.00594	-0.00594	-0.00928	-0.00552	-0.00552
λ_h^0	36.037	36.402	36.402	36.402	36.402	36.402	36.402	36.402
	hora 17	hora 18	hora 19	hora 20	hora 21	hora 22	hora 23	hora 24
m1	-0.01691	-0.01682	-0.01682	-0.00716	-0.00716	-0.00716	-0.01682	-0.01682
m2	-0.00905	-0.01083	-0.01083	-0.04169	-0.04169	-0.01712	-0.01083	-0.01083
m3	-0.00382	-0.00382	-0.00382	-0.00607	-0.00678	-0.00379	-0.00382	-0.00382
m4	-0.00190	-0.00190	-0.00190	-0.00190	-0.00330	-0.00190	-0.00190	-0.00190
m5	-0.01396	-0.01205	-0.01205	-0.01205	-0.01396	-0.01396	-0.01205	-0.01205
m6	-0.00416	-0.00396	-0.00386	-0.00396	-0.00425	-0.00537	-0.00528	-0.00601
m7	-0.01233	-0.01233	-0.00863	-0.01303	-0.00409	-0.00689	-0.00743	-0.00945
m8	-0.00552	-0.00552	-0.00552	-0.00594	-0.01233	-0.00594	-0.00552	-0.00582
λ_h^0	36.402	36.402	36.402	36.402	36.402	36.402	36.402	36.402

Tabla B.17. Límite superior de los tramos para la aproximación lineal por tramos [MWh].

	hora 1	hora 2	hora 3	hora 4	hora 5	hora 6	hora 7	hora 8
L1	296	103	42	12	49	17	79	222
L2	459	266	154	72	110	180	242	385
L3	702	509	397	315	372	320	485	628
L4	1035	842	730	788	773	653	818	961
L5	1175	934	870	919	873	793	958	1101
L6	1408	1268	1177	1182	1080	1100	1265	1408
L7	1491	1481	1532	1450	1570	1455	1592	1735
L8	1674	1794	1883	1801	1786	1806	1905	1913
L9	2122	2129	2027	1945	1930	1950	2115	2181
	hora 9	hora 10	hora 11	hora 12	hora 13	hora 14	hora 15	hora 16
L1	417	577	675	685	668	577	441	440
L2	580	740	830	840	823	740	604	603
L3	823	983	1081	1091	1074	983	847	846
L4	1075	1235	1333	1343	1326	1235	1099	1098
L5	1296	1456	1554	1564	1547	1456	1320	1319
L6	1529	1689	1685	1695	1678	1587	1451	1450
L7	1795	1802	1870	1880	1863	1802	1714	1713
L8	2093	1955	2025	2035	2018	1955	1819	1818
L9	2243	2118	2188	2198	2181	2118	2117	2116
	hora 17	hora 18	hora 19	hora 20	hora 21	hora 22	hora 23	hora 24
L1	438	445	470	703	758	688	504	412
L2	654	608	633	858	913	843	667	575
L3	844	851	876	919	974	1092	910	818
L4	1096	1103	1128	1361	1236	1346	1162	1070
L5	1317	1324	1349	1582	1637	1567	1383	1291
L6	1417	1455	1480	1713	1737	1667	1514	1422
L7	1711	1718	1656	1976	1870	1883	1699	1762
L8	1816	1823	1848	2053	2031	2038	1882	1953
L9	2114	2121	2146	2216	2136	2201	2180	2238

Tabla B.18. Modelo Polinomial para la Demanda Residual de la Compañía líder.

Hora	β_3	β_2	β_1	R^2
1	4.457E-7	7.904E-3	37.72	0.968
2	4.456E-7	7.736E-3	36.21	0.975
3	1.990E-7	7.093e-3	35.09	0.976
4	-2.617E-8	6.517e-3	34.23	0.977
5	-3.186E-7	5.806e-3	33.76	0.980
6	-2.617E-8	6.517e-3	34.27	0.977
7	3.698E-7	7.590e-3	35.99	0.977
8	4.047E-7	7.763e-3	37.11	0.973
9	4.457E-7	8.012e-3	38.68	0.968
10	1.112E-6	9.797e-3	40.86	0.966
11	1.845E-6	1.191e-2	42.93	0.964
12	1.845E-6	1.195e-2	43.05	0.964
13	1.845E-6	1.189e-2	42.84	0.964
14	1.317e-6	1.030e-2	41.12	0.963
15	1.112E-6	9.495e-3	39.55	0.966
16	1.112E-6	9.493e-3	39.54	0.966
17	1.112E-6	9.488e-3	39.52	0.966
18	1.112E-6	9.504e-3	39.58	0.966
19	1.112e-6	9.559e-3	39.82	0.966
20	1.845e-6	1.202e-2	43.26	0.964
21	2.292e-6	1.343e-2	44.68	0.963
22	1.845e-6	1.196e-2	43.08	0.964
23	1.112E-6	9.635e-3	40.15	0.966
24	4.457E-7	8.008e-3	38.64	0.968

B.1.5. Programa de Generación

A continuación se presentan los programas de generación de las centrales pertenecientes a la compañía líder que resultan al optimizar su función de beneficio diario para distintos modelos de su respectiva demanda residual.

Tabla B.19. Programación de las Centrales de la compañía líder en el caso de la Demanda Residual Lineal por Tramos en MWh.

Hora	j1	j3	j4	j5	j6	j9	j10	j11	j14	j15
1	197	155	390	0	138	0	0	351	4	5
2	197	155	390	0	138	0	0	351	0	37
3	197	155	332	0	138	0	0	351	4	0
4	197	154	255	0	73	0	0	240	0	0
5	197	155	332	0	138	0	0	351	12	0
6	197	155	313	0	103	0	0	332	0	0
7	197	155	390	0	138	0	0	351	0	0
8	197	155	390	50	138	0	0	351	0	15
9	197	155	390	100	138	0	0	351	0	0
10	197	155	390	150	138	0	0	351	16	60
11	197	155	390	199	138	0	0	351	64	60
12	197	155	390	240	138	0	0	351	50	43
13	197	155	390	272	138	0	0	351	1	43
14	197	155	385	230	138	0	0	351	0	0
15	197	155	390	280	138	0	0	351	72	60
16	197	155	390	280	138	0	0	351	72	60
17	197	155	390	280	138	0	0	351	50	60
18	197	155	390	280	138	0	0	351	734	60
19	197	155	390	280	138	0	0	351	75	60
20	197	155	390	280	138	0	0	351	11	60
21	197	155	390	280	138	0	0	351	66	60
22	197	155	390	249	138	0	0	351	27	60
23	197	155	337	199	138	0	0	351	6	0
24	197	155	279	149	138	0	0	351	0	22

Tabla B.20. Programación de las Centrales de la compañía líder en el caso de la Demanda Residual Polinomial en MWh.

Hora	j1	j3	j4	j5	j6	j9	j10	j11	j14	j15
1	197	155	390	0	138	0	0	351	51	60
2	197	155	390	0	138	0	0	351	1	22
3	197	155	390	0	138	0	0	351	0	0
4	197	155	390	0	138	0	0	351	0	0
5	197	155	390	0	138	0	0	351	0	0
6	197	155	390	0	138	0	0	351	0	0
7	197	155	390	0	138	0	0	351	0	22
8	197	155	390	50	138	0	0	351	2	22
9	197	155	390	100	138	0	0	351	22	43
10	197	155	390	150	138	0	0	351	65	60
11	197	155	390	200	138	0	0	351	75	60
12	197	155	390	250	138	0	0	351	69	60
13	197	155	390	280	138	0	0	351	36	60
14	197	155	390	273	138	0	0	351	0	43
15	197	155	390	231	138	0	0	351	0	22
16	197	155	390	229	138	0	0	351	0	24
17	197	155	390	252	138	0	0	351	0	0
18	197	155	390	203	138	0	0	351	50	1
19	197	155	390	202	138	0	0	351	50	43
20	197	155	390	252	138	0	0	351	50	60
21	197	155	390	280	138	0	0	351	75	60
22	197	155	390	280	138	0	0	351	50	60
23	197	155	390	230	138	0	0	351	6	43
24	197	155	390	199	138	0	0	351	0	0

Tabla B.21. Programación de las Centrales de la compañía líder en el caso de la Demanda Residual de tipo Escalón en MWh.

Hora	j1	j3	j4	j5	j6	j9	j10	j11	j14	j15
1	197	155	390	209	138	0	0	351	69	60
2	197	155	376	159	138	0	0	351	0	0
3	197	155	306	117	138	0	0	351	0	0
4	197	155	275	117	103	0	0	335	0	0
5	197	155	275	117	103	0	0	320	0	0
6	197	155	275	117	103	0	0	340	0	0
7	197	155	352	159	138	0	0	351	0	0
8	197	155	390	209	138	0	0	351	12	43
9	197	155	390	259	138	0	0	351	53	60
10	197	155	390	225	138	0	0	351	0	0
11	197	155	390	266	138	0	0	351	35	22
12	197	155	390	280	138	0	0	351	4	50
13	197	155	390	275	138	0	0	351	0	41
14	197	155	390	225	138	0	0	351	0	0
15	197	155	390	275	138	0	0	351	75	46
16	197	155	390	280	138	0	0	351	55	60
17	197	155	390	280	138	0	0	351	53	60
18	197	155	390	280	138	0	0	351	60	60
19	197	155	390	280	138	0	0	351	64	60
20	197	155	390	280	138	0	0	351	25	46
21	197	155	390	280	138	0	0	351	66	60
22	197	155	390	280	138	0	0	351	25	31
23	197	155	313	230	131	0	0	351	6	0
24	197	155	390	280	138	0	0	351	0	64

B.2. Central de Bombeo en un Mercado Eléctrico

La característica de generación de la central de bombeo para el caso de estudio de la sección 6.5.1 ha sido modelada haciendo uso de la aproximación lineal por tramos. La tabla B.22 muestra las características de generación de la central de bombeo modelada en el caso de estudio presentado, mientras que la tabla B.23 muestra las características en su etapa de bombeo.

Tabla B.22. Parámetros de la Característica de Generación de la Central de Bombeo.

$Qmin^G_{jb}$ $[m^3/s]$	$L1^G_{jb}$ $[m^3/s]$	$L2_{jb}$ $[m^3/s]$	$Qmax^G_{jb}$ $[m^3/s]$	$m^G_{jb,1}$ $[MW/(m^3/s)]$	$m^G_{jb,2}$ $[MW/(m^3/s)]$	$m^G_{jb,3}$ $[MW/(m^3/s)]$
15	120	242	380	0.7143	0.6147	0.5435

Tabla B.23. Parámetros de la Característica de Bombeo de la Central de Bombeo.

$Qmax^B_{jb}$ $[m^3/s]$	$Qmin^B_{jb}$ $[m^3/s]$	m^B_{jb} $[MW/(m^3/s)]$	Eficiencia
249	180	1.3566	0.74

La tabla B.24 muestra la evolución de los precios de mercado de la energía y de la potencia de la banda de reserva secundaria correspondientes al mercado eléctrico español de fecha 22 de mayo de 2003.

Tabla B.24. Precios de la energía para el Caso de Estudio de la Central de Bombeo.

Hora	Energía [€/MWh]					
1-6	24.00	20.11	18.64	18.12	17.88	18.57
7-12	21.00	24.47	32.70	36.79	40.00	42.00
13-18	43.92	42.00	40.00	38.34	37.50	40.00
19-24	38.51	35.82	30.90	32.70	32.02	22.22

Tabla B.25. Precios de la Banda Secundaria para el Caso de Estudio de la Central de Bombeo.

Hora	Banda Secundaria [€/MW]					
1-6	15.18	10.44	8.23	7.00	7.00	12.02
7-12	12.00	12.02	12.00	11.94	6.01	3.00
13-18	3.00	3.00	6.02	6.50	13.00	14.13
19-24	10.00	3.00	3.00	3.00	12.02	12.02

Apéndice C

Predicción de Precios por Redes Neuronales Artificiales

C.1. Comportamiento de los Precios

La metodología utilizada se desarrollara en dos etapas: Primero se entrenan un par de redes neuronales (Multi-layer Perceptrons) para predecir los precios de la energía en el mercado diario y del mercado de energía de reserva, respectivamente, para las 24 horas del horizonte diario de programación. El caso de estudio reportado en este capítulo se basa en los precios horarios de la energía y los precios de la banda secundaria para el mercado eléctrico español tomados desde enero hasta agosto del año 2001 [26]. Se ha hecho una discriminación entre los días laborables y aquellos correspondientes a los fines de semana, debido al comportamiento de la demanda y los precios de estos últimos, por otro parte, sólo han sido procesados y analizados en este trabajo los precios correspondientes a los días laborables.

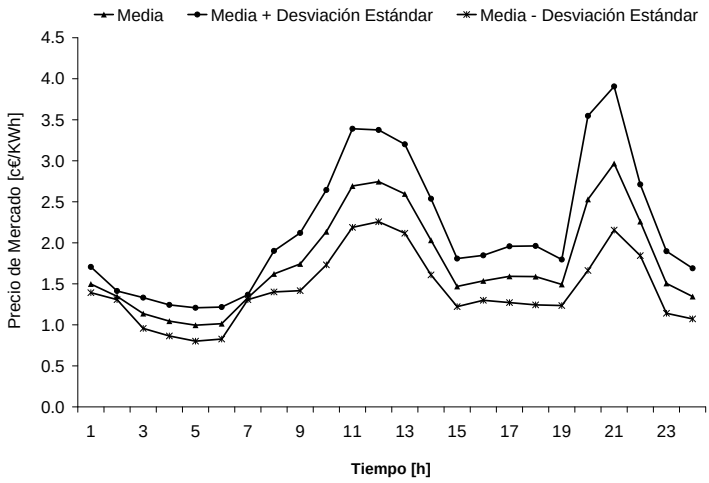

Figura C.1. Precio medio del mercado de energía para el mes de marzo de 2001.

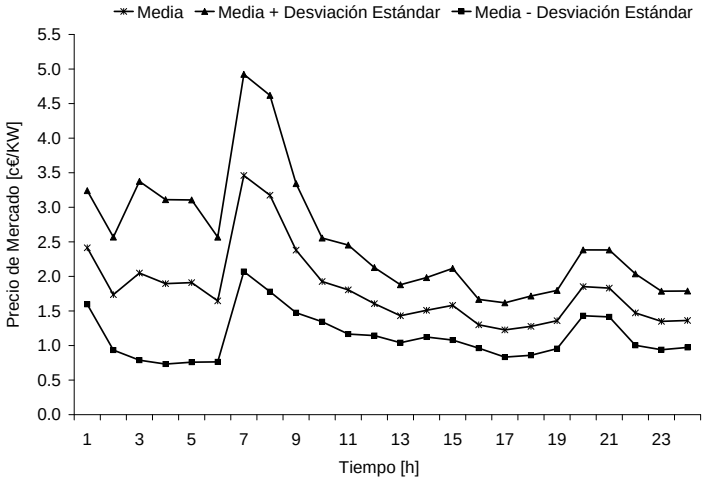

Figura C.2. Precio medio de la banda secundaria para el mes de marzo de 2001.

Las figuras C.1 y C.2 muestran la media y la desviación estándar de los precios de la energía y de la energía de reserva, respectivamente, para los días laborables del mes de marzo de 2001. Durante las horas pico de la mañana y la tarde, la media de los precios de mercado toman un valor mayor de 2 c€/kWh. Exceptuando las horas valle, la desviación estándar de los precios excede el 20 % de su valor medio, sobrepasando el 40 % en las horas número 20 y 21. Note que la desviación estándar de los precios de la banda secundaria es, en términos relativos, mucho más alta que la de los precios del mercado de energía, lo cual indica que este factor es menos predecible.

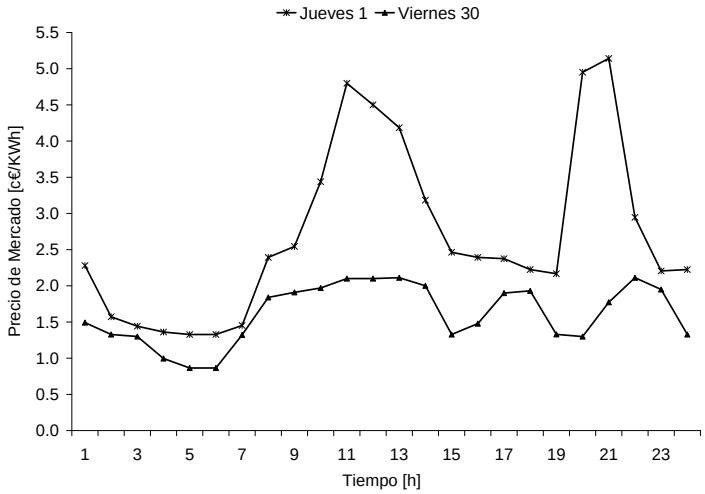

Figura C.3. Evolución de los precios para dos días del mes de marzo de 2001.

La figura C.3 representa los precios de la energía para dos días distintos seleccionados del mes de marzo de 2001. La diferencia en los precios en las horas picos no puede ser

explicada por un cambio en el comportamiento de la demanda, probablemente sean debidos a los mecanismos de poder de mercado, ejercido por algunos de los participantes del mercado, tal como se analiza en el capítulo 7.

C.1.1. Estructura de la Red Neuronal

Una Red Neuronal Artificial está compuesta por un cierto número de perceptrones organizados en capas. Cada perceptrón cuenta con diversas entradas una única salida, cuyo valor es una función no lineal de las señales de entrada. Cada una de las entradas del perceptrón se ve afectada por un factor de ponderación, el cual se determina durante una fase de entrenamiento de la neurona [34] [93]. Usualmente, una red neuronal está compuesta por tres capas (entrada, intermedia y salida), donde las salidas de una capa alimenta la entrada de la próxima.

Los dos principales pasos involucrados en el uso de redes neuronales son:

- Determinar su topología, la cual básicamente consiste en determinar el número de perceptrones en la capa intermedia.
- Obtener el factor de ponderación para una función no lineal dada. En otras palabras, aplicar un proceso de entrenamiento a la neurona.

Se ha decidido alimentar la red con una ventana de precios de 24 horas. Esto significa que la capa de entrada está compuesta por 24 perceptrones. El siguiente paso es determinar el número de perceptrones en la etapa de salidas, dos posibilidades han sido evaluadas:

1. Una única salida, cuyo valor esta determinado por las 24 horas previas. Bajo este esquema, muy popular en la predicción de la demanda, la ventana se cambia una vez cada hora.
2. Veinticuatro salidas correspondientes a los precios de una día completo, cuyo valor viene determinado por los precios de los días previos. Esto implica que la ventada se cambia una vez cada 24 horas.

Los resultados de las pruebas han mostrado mejor precisión para el esquema (2), por lo cual se considera éste para el estudio. Con el motivo de definir completamente la red neuronal, es necesario determinar el número de perceptrones en la capa intermedia y el número de días necesarios para el proceso de entrenamiento.

La figura C.4 muestra para 12, 24 y 36 neuronas en la capa intermedia, la media del error de predicción en el precio, correspondiente a los días laborables del mes de febrero de 2001, un mes representativo, contra el número de días usados para entrenar la red. Como se puede observar, 20 días son suficientes para entrenar la red neuronal, el número de neuronas no tiene mucha importancia. Similar conclusión puede alcanzarse para la

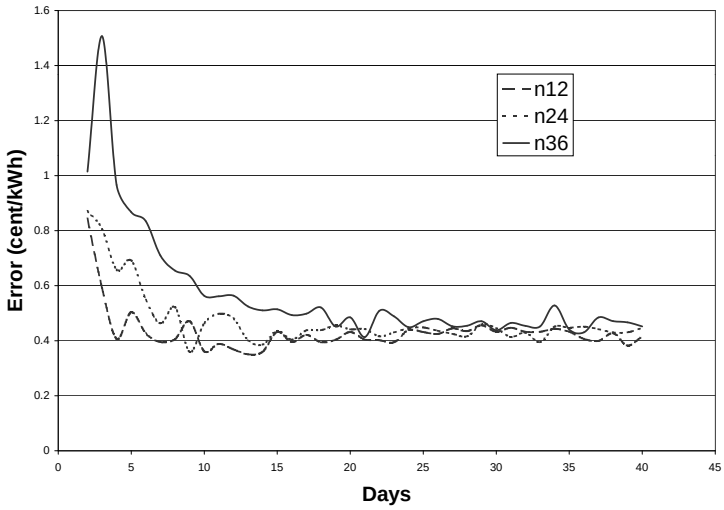

Figura C.4. Error medio de predicción en el precio de la energía.

predicción de precios en el mercado secundario de energía. Para los resultados presentados en este trabajo se han utilizado 24 y 12 neuronas en la capa intermedia para predecir los precios en el mercado diario y el mercado secundario de energía, respectivamente. Además, se han utilizado los precios reales de los 20 días previos para entrenar las redes neuronales, con lo cual se predice el precio del día siguiente.

C.1.2. Predicción de Precios

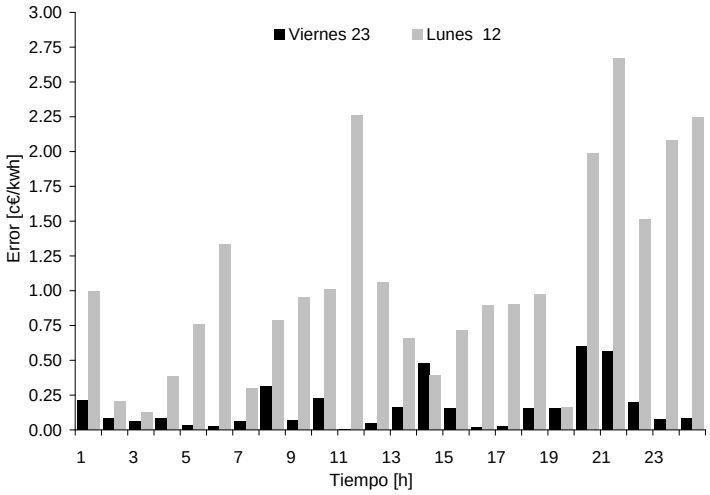

Figura C.5. Error absoluto en la predicción de precios en el mercado de energía.

El comportamiento de los precios analizados contempla la evolución de los meses de

enero-agosto del año 2001. Para determinar y ajustar la mejor topología de la red neuronal se han utilizado los meses de enero y febrero, mientras que los datos de los meses restantes (marzo-agosto) se utilizan para comparar el error de predicción y el comportamiento del simulador del mercado de la segunda parte de este trabajo.

El valor absoluto del error en la predicción de precios, del mercado diario de energía, para los días lunes 12 y viernes 23 del mes de marzo se presentan en la figura C.5. Los errores mayores y menores en la estimación de los precios ocurren en estas fechas

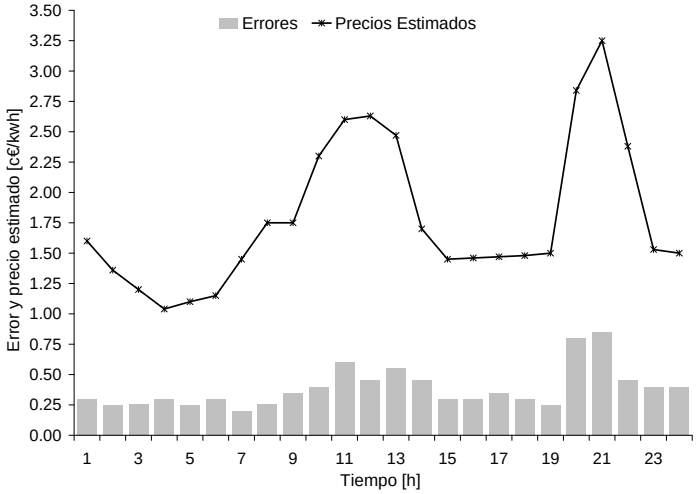

Figura C.6. Media de los precios estimados en el mercado diario de energía (marzo 2001).

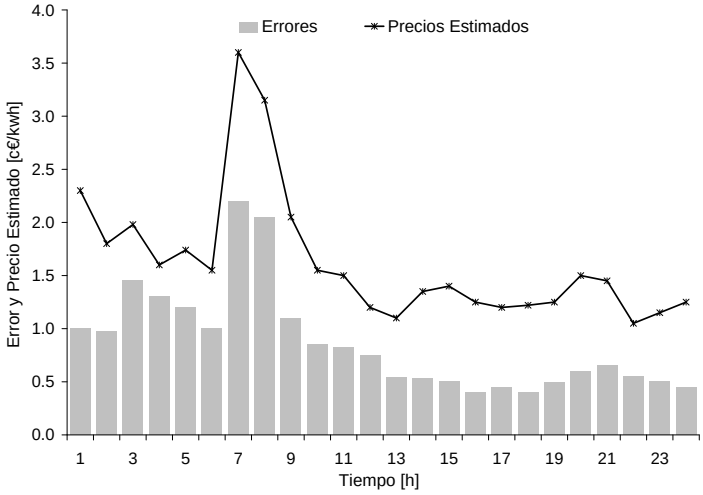

Figura C.7. Media de los precios estimados para la banda secundaria (marzo 2001).

La figura C.6 muestra el average de los precios estimados de la energía correspondientes a marzo de 2001, además del error obtenido en la predicción. El error se calcula por la

diferencia entre el precio real de la figura C.1. Nótese que los errores en la predicción son mayores durante las horas pico de la curva de demanda. La figura C.7 muestra la misma información para los precios del mercado secundario de energía.

Las tablas C.1 y C.2 presentan la media y la desviación estándar para los precios reales, la media de los errores de predicción y los errores máximos para los meses de primavera y verano. Para los precios del mercado diario, los rangos del error medio están en el rango de 12 % (verano) a 15 % (primavera) del precio medio. Según lo esperado, el mayor valor de la desviación estándar de los precios, es más alto que la media del error de predicción. Note que el error de estimación en los precios de la banda secundaria es mayor, debido a influencias de factores externos.

Tabla C.1. Error de Predicción para el Mercado Diario de Energía.

	Marzo-Mayo	Junio-Agosto
Precio Medio [c€/kWh]	2.2588	3.5482
Desviación Estándar	0.7801	1.0597
Error Absoluto Medio	0.3464	0.4280
Error Máximo [c€/kWh]	2.0710	2.0736

Tabla C.2. Error de Predicción para la banda Secundaria.

	Marzo-Mayo	Junio-Agosto
Precio Medio [c€/kW]	0.7965	0.5986
Desviación Estándar	0.9864	0.4471
Error Absoluto Medio	0.5309	0.4916
Error Máximo [c€/kW]	5.12	4.49