# CONOCIMIENTO SOBRE NÚMEROS DE FUTUROS MAESTROS

M.ª CINTA MUÑOZ
JOSÉ CARRILLO

Esta investigación responde a nuestra preocupación por la formación de los futuros maestros en el área de matemáticas. Hemos explorado características de los conocimientos que nuestros alumnos de tercero poseen respecto al bloque de números, tras haberse impartido el contenido correspondiente. El análisis de tres problemas y de los protocolos de los alumnos ha posibilitado la elaboración de un instrumento de análisis, cuyas categorías se hacen eco de las regularidades observadas, siguiendo de esta forma las pautas de la teoría emergente de los datos. Los resultados muestran carencias en contenidos conceptuales y procedimentales elementales, así como ausencia de justificaciones de las decisiones tomadas, lo que supone un punto de reflexión en relación con futuras orientaciones de la formación inicial.

*This research expresses our concern with prospective teachers education in the domain of mathematics. We have looked into features of our third course students' knowledge about numbers, after this topic being taught. The analysis of three problems and the students' protocols has lead to the elaboration of an analysis instrument, whose categories reflect the observed regularities, following this way the model of the grounded theory. The outcomes show some deficiencies in relation to elementary conceptual and procedural contents, as well as lack of justification in the process of decision-making; it contributes an issue to reflect concerning future orientations of initial education.*

## 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

El conocimiento profesional de los profesores es uno de los objetos de estudio que permanecen en el interés de la investigación educativa. Somos conscientes del carácter poliédrico de dicho conocimiento, de sus diversas fuentes de desarrollo (Porlán y Rivero, 1998) y de su diversa naturaleza (situado y contextualizado, social e individual, personal, dinámico, integrado y complejo, parcialmente tácito y práctico - Climent, 2002). Y consideramos que la investigación en torno a él adquiere particular importancia cuando se concibe como parte del desarrollo profesional de los maestros en ejercicio, lo que a su vez es privilegiada fuente de información para organizar la formación inicial (Climent y Carrillo, 2002 y 2003).

Asimismo, precisamente por la ingente cantidad de aristas del conocimiento profesional y por el hecho de que el maestro, en su labor docente, ha de enfrentarse al reto, en particular, de la creación de entornos de aprendizaje matemático, hemos decidido focalizar esta investigación en el conocimiento del contenido matemático. La amplitud del campo, al lado del hecho de que nuestro dominio de experiencia es la didáctica de la matemática, aconsejan concretar de esta forma el objeto de estudio para hacer viable la investigación. Es conveniente aclarar, por otra parte, que no es objeto de este estudio el análisis de las dificultades del conocimiento matemático que se pone en juego, sino las características del conocimiento por parte de los alumnos.

## 2. OBJETIVOS Y METODOLOGÍA

Nos hemos centrado en la especialidad de Maestro de Educación Primaria, en la Universidad de Huelva. Nuestro propósito ha sido explorar el conocimiento matemático que poseen nuestros alumnos de último año tras haberse impartido el contenido relativo al bloque de Números[1]. Para ello se han analizado los protocolos de los tres problemas que sobre dicho bloque se propusieron en el examen del primer parcial. El análisis efectuado se ha basado en el análisis del contenido de los protocolos frente a las diferentes resoluciones posibles para cada uno de los problemas.

No pretendemos alcanzar ninguna generalización, pues el estudio es local por tratarse de nuestros alumnos y por referirse a unos problemas determinados, aunque seleccionados intencionadamente: para que, por un lado, integraran, en la medida de lo posible, lo esencial del contenido trabajado durante el primer cuatrimestre relativo al bloque de Números y, por otro lado, permitieran a los alumnos mostrar sus conocimientos, animándoles a expresar todo el procedimiento seguido para llegar a la solución. La muestra considerada para esta investigación consta de los 33 alumnos que realizaron esta prueba.

Nuestro estudio comenzó con un análisis cualitativo pormenorizado de cada uno de los protocolos, en el que valorábamos el proceso completo de resolución de los problemas, analizando el grado de comprensión y adquisición de los conocimientos

[1] La metodología incluye explicaciones magistrales, presentación de trabajos sobre dificultades de aprendizaje de alumnos de primaria, trabajo con recursos didácticos y resolución de problemas, siendo éstos el dinamizador general. En cuanto a la bibliografía utilizada, cabría destacar los siguientes libros:

Castro, E. (ed.) (2001). Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria. Madrid: Síntesis.

Dickson, L.; Brown, M. & Gibson, O. (1991). El aprendizaje de las matemáticas. Madrid: M.E.C. & Labor.

Gómez, B. y Jaime, A. (1983). El cálculo aritmético: los algoritmos. Valencia: Albatros.

puestos en juego, a través de los elementos discursivos, de los procedimientos utilizados, así como de las dificultades y errores manifestados.

Posteriormente, y teniendo en cuenta la realización de cada uno de los alumnos, fuimos extrayendo del análisis de cada problema aquellos elementos que consideramos representativos de dicho conocimiento y que eran susceptibles de ser analizados en la muestra de nuestro estudio. Este proceso de análisis, en el que las categorías se van desarrollando progresivamente y en el que se van buscando rasgos comunes entre los resultados que se van obteniendo, sigue las pautas de la teoría emergente de los datos ('grounded theory', Strauss y Corbin, 1998), que sugiere asimismo un procedimiento de feed -back que hemos puesto en práctica, ya que la elección de dichos elementos representativos supuso volver a revisar los protocolos, en una constante y sistemática retroalimentación. Estos elementos constituyen las categorías que hemos utilizado para la elaboración de un instrumento de segundo orden (ver formato en tabla 1), el cual nos permite realizar dos tipos de lecturas: una vertical, para conocer el perfil de los conocimientos que cada alumno posee respecto al bloque de números, y otra horizontal, para establecer las regularidades entre los conocimientos de los alumnos. La categorización de las respuestas de cada alumno se ha realizado asignando en cada indicador un «no» si dicho indicador no está presente en el protocolo, un «sí» en caso opuesto, o bien dejando un espacio en blanco si no puede inferirse su consecución o existencia.

## 3. EL INSTRUMENTO DE ANÁLISIS

En la tabla 1 aparecen de forma escueta cada uno de los indicadores empleados para la categorización de las respuestas (unidades de información) extraídas de los protocolos de los alumnos, clasificándolos en función de si son contenidos conceptuales o procedimentales o hacen referencia a aspectos argumentativos.

Las limitaciones de espacio nos impiden explicar con detalle cada indicador, por lo que aclararemos a continuación el significado de los que puedan ser más confusos (distribuidos por problema).

### *Problema 1*

*Divide el segmento 1 – 1,01 en 4 partes.*

*a) Escribe las fracciones correspondientes a las marcas de las divisiones.*
*b) Calcula la fracción irreducible de la suma de las fracciones.*

*Simplificación*: si se realiza primero una factorización de los elementos de la fracción y posteriormente se simplifica, indicaremos «simplificación por factorización». Análogamente si utiliza el máximo común divisor, o si va efectuando simplificaciones progresivas («método informal»).

Tabla 1: *Instrumento de análisis*

| | | | ALUMNOS ANALIZADOS | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| PROBLEMA NÚMERO 1 | | | | | | | |
| Contenido conceptual | Componentes decimales en una fracción | | | | | | |
| | Fracción irreducible | | | | | | |
| | Tamaño correcto del intervalo | | | | | | |
| | Número correcto de marcas | | | | | | |
| Contenido procedimental | Opera con fracciones | | | | | | |
| | Simplificación | Factorización | | | | | |
| | | mcd | | | | | |
| | | Mét. informal | | | | | |
| | Representación de fracciones | Punto medio de extremos | | | | | |
| | | Fracciones equivalentes | | | | | |
| | | Suma distancia | | | | | |
| | Fracción decimal a partir del número decimal | | | | | | |
| PROBLEMA NÚMERO 2 | | | | | | | |
| Justificación | Descomposición factorial | | | | | | |
| | Selección del 4 y del 9 | | | | | | |
| Contenido conceptual | Criterio de divisibilidad del 4 | | | | | | |
| | Criterio de divisibilidad del 9 | | | | | | |
| | Simultaneidad de criterios 4 y 9 | | | | | | |
| | Concepto de divisor y múltiplo | | | | | | |
| | Concepto de división y divisibilidad | | | | | | |
| | Consideración exponente cuadrado | | | | | | |
| PROBLEMA NÚMERO 3 | | | | | | | |
| Contenido conceptual | Concepto de redondeo | | | | | | |
| | Regla fundamental de la división | | | | | | |
| | Posición de cienmilésimas | | | | | | |
| | Conceptos de resto y cociente | | | | | | |
| Contenido procedimental | Despeja correctamente el resto | | | | | | |
| | Convierte el resto decimal en número entero | | | | | | |
| | Modo de hallar los decimales | Regla fundamental | | | | | |
| | | Extraerlos en calculadora | | | | | |
| | Uso de calculadora | | | | | | |

*Representación de fracciones*: «Punto medio de extremos» indica si se hallan las fracciones que corresponden a cada una de las tres marcas a través de la semisuma de las fracciones de las marcas equidistantes. «Fracciones equivalentes» hace referencia a la búsqueda de fracciones equivalentes a las correspondientes a los extremos del segmento cuyos numeradores se diferencien en 4 unidades, y la posterior selección de las que están comprendidas entre ellas. «Suma de distancia» está relacionada con la obtención de la longitud de la distancia entre las marcas y la posterior adición de ésta a la fracción correspondiente a cada una de ellas.

*Problema 2*

- *Obtén un criterio de divisibilidad por 36.*

*Selección del 4 y del 9*: hace referencia a si el alumno explica el motivo por el cual, de entre todos los factores del 36, elige los criterios de divisibilidad del 4 y del 9.

*Simultaneidad de criterios del 4 y del 9*: hace referencia a si se indica que para que un número sea divisible por 36, necesariamente debe ser divisible por 4 y 9 de manera simultánea.

*Problema 3*

- *Supón que tu calculadora redondea y que al introducirle 19:13 te aparece en pantalla 1,461538. Explica cómo obtener 3 cifras decimales más y el resto correspondiente a la cienmilésima.*

*Modo de hallar los decimales (regla fundamental o extraerlos en la calculadora)*: El alumno puede calcular el valor de los siguientes decimales, utilizando la regla fundamental de la división o bien multiplicando el resultado que aparece en la pantalla por potencias de diez y restándole posteriormente al nuevo valor su parte entera (de esta forma la calculadora va mostrando nuevos decimales).

*Uso de la calculadora*: indica si se respeta la restricción impuesta en el enunciado de utilizar la calculadora para hallar los decimales restantes.

Aunque es evidente que en los tres problemas se ven involucradas las tres variables que nos han permitido clasificar los indicadores (contenidos conceptuales, contenidos procedimentales y justificación), hemos decidido centrar nuestro análisis aquellas de las que se tiene más y mejor información.

## 4. RESULTADOS

Un primer análisis nos permitió obtener el perfil correspondiente a cada alumno. La siguiente fase consistió en identificar la existencia de patrones comunes de conocimientos tanto conceptuales como procedimentales y argumentativos. El indicador relativo al método de simplificar fracciones emergió como determinante de otras similitudes asociadas, puesto que cada método implica distintos niveles de profundización en el conocimiento matemático y permite establecer si existe alguna relación entre esta manera de proceder y la respuesta a otros indicadores. Esto nos posibilitó la constitución de grupos, en cuyas características no abundaremos en beneficio de ofrecer una visión más general sobre las características más representativas o destacadas del conjunto total de alumnos.

En general, puede afirmarse que, respecto a los contenidos conceptuales:

a) Se conoce la fracción irreducible y se hace un uso generalmente correcto de ella.
b) Los alumnos conocen los conceptos de divisor y múltiplo, división y divisibilidad.
c) Muchos alumnos desconocen el concepto de redondeo.
   La mayoría de los alumnos siguen considerando el 8 (último decimal) (problema 3), en lugar de considerar sólo los anteriores decimales como exactos: *«19: 13 = 1,461538; 1,461538 x 13 - 19 = -0,000006»* (sujeto 12)
d) La mayoría conoce y utiliza adecuadamente la regla fundamental de la división.
e) Suelen conocer el criterio del 9, mientras suelen desconocer o expresar incorrectamente el del 4:
   *«abcd = $\dot{2}^2 = \dot{4}$ cuando las dos últimas cifras sean par.*
   *abcd = $\dot{3}^2 = \dot{9}$ cuando la suma de sus cifras sea 9 o múltiplo de 9» (s 4)*
f) Aproximadamente un cuarto de los alumnos emplea números decimales en el numerador de una fracción:
g) «$\frac{1+1,01}{2} = 1,005\,(1^{er}\,n^{o}) \Rightarrow \frac{2,01}{2} \Rightarrow 1^{a}$ *fracción*» (*s* 5)
h) Se suele conocer el número de marcas necesario para dividir un segmento en partes iguales.

En cuanto a los contenidos procedimentales:

i) Los alumnos operan bien con fracciones.
j) El método más usual de simplificación es el informal:
   «$\frac{10025}{10000} + \frac{1005}{1000} + \frac{10.075}{10.000} = \frac{10.025+10.050+10.075}{10.000} = \frac{3.015\theta}{1.000\theta} = \frac{3015}{1.000} = \frac{603}{200}$» (s 22)
k) Es escaso el uso de fracciones equivalentes para la obtención de puntos intermedios (problema 1).
l) Suelen despejar correctamente el resto a través de la regla fundamental de la división.

Finalmente, en lo que concierne a la justificación, lo destacable es que ningún alumno justifica las causas por las que es preciso descomponer 36 en factores para hallar su criterio de divisibilidad, ni el porqué de la selección del 4 y del 9 (a excepción de un alumno) entre todos los factores.

## 5. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en relación con los contenidos conceptuales podrían sintetizarse afirmando que existen importantes deficiencias, como la inclusión de números decimales en los miembros de una fracción y la dificultad para diferenciar redondeo de aproximación. Asimismo, existe un número considerable de alumnos que no hace uso de la simultaneidad de criterios de divisibilidad de los factores de un número dado, ni consideran algunos de ellos el exponente cuadrado del 2 y del 3 para hallar el criterio de divisibilidad del 36.

Respecto a los contenidos procedimentales, el método preferido para simplificar es el informal; muchos alumnos saben convertir un número decimal finito en una fracción decimal, y al mismo tiempo existen dificultades para entender en profundidad los pasos ocultos de la división, puestos de manifiesto a partir de la necesidad de obtener más cifras decimales de las que ofrece la calculadora en una primera instancia.

Y si hay un resultado contundente, ése es la ausencia de justificaciones de las decisiones tomadas. En particular, nadie da razones por las que debe descomponer factorialmente el número, ni por qué son el 4 y el 9 los números elegidos.

Somos conscientes de que todo intento de buscar regularidades supone una simplificación de la realidad, pero nuestra intención ha sido buscar cuáles son las características (y con ellas las carencias y los obstáculos) más frecuentes y comunes para poder organizar procesos de instrucción adecuados y mejorar así la formación de los futuros maestros.

Nos han interesado asuntos que se enmarcan tanto en el conocimiento de, como en el conocimiento sobre matemáticas (Ball, 1988), y hemos querido extraer la información en un contexto habitual de examen. Con este modo de proceder, pretendemos ir más allá del informe que una calificación puede aportar e indagar en las características de lo aprendido por los alumnos. Esto puede ser un buen punto de partida para cuestionar nuestra docencia dentro de las limitaciones actuales (escasa presencia en créditos) y para cuestionar asimismo tales limitaciones.

Por otra parte, el lector debe contextualizar este estudio en el marco más amplio del acercamiento al conocimiento matemático de los futuros maestros. Está en proceso de análisis un estudio similar relativo al bloque de geometría, que confiamos en acabar y compartir próximamente.

Finalmente, queremos insistir en el carácter local de esta investigación, pero al mismo tiempo en su potencial aplicación en la orientación a los docentes que trabajan en la formación inicial de maestros en el área de matemáticas. Constatar de forma detallada características del conocimiento matemático de nuestros alumnos y, en particular, el desconocimiento por su parte de algunos contenidos conceptuales y procedimentales, así como la ausencia de argumentos (y la escasa capacidad argumentativa), incrementa nuestro conocimiento didáctico del contenido (en nuestro caso, matemáticas y su didáctica) a enseñar.

## REFERENCIAS

Ball, D. L. (1988). Unlearning to teach mathematics. *For the learning of mathematics*, 8(1), 40-48.

Climent, N. (2002). *El desarrollo profesional del maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Un estudio de caso.* Tesis doctoral inédita. Universidad de Huelva.

Climent, N. & Carrillo, J. (2002). Una propuesta para la formación inicial de maestros. Ejemplificación: los triángulos, una situación de primaria. *Revista EMA. Investigación e innovación en educación matemática*, 7(2), 171-205.

Climent, N. & Carrillo, J. (2003). El dominio compartido de la investigación y el desarrollo profesional. Una experiencia en Matemáticas con maestras. *Enseñanza de las Ciencias*. (en prensa)

Porlán, R. & Rivero, A. (1998). *El conocimiento de los profesores*. Sevilla: Díada.

Strauss, A. & Corbin, J. (1998). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory*. Thousand Oakes, CA: SAGE.