APRENDER A ENSEÑAR, MODOS DE REPRESENTACIÓN Y NÚMERO RACIONAL

Salvador LLinares, Victoria Sánchez
Universidad de Sevilla

Resumen

Dentro de las investigaciones desarrolladas en el contexto de aprender a enseñar, este proyecto ha tenido por objetivo analizar las características de la comprensión de los contenidos matemáticos escolares, en particular fracciones y número racional, en estudiantes para profesores de Primaria. La teoría de Hiebert (1988) se utilizó como esquema analítico para interpretar los datos. En particular, aquí se presentan las dificultades que se plantean en relación a la conexión de los referentes concretos con los procesos de obtención de fracciones equivalentes, y se discute lo que esto implica en el proceso recursivo de la comprensión matemática (Pirie y Kieren, 1989, 1991). Por último, se indican algunas implicaciones tanto en relación a la formación de profesores como en relación a la forma de abordar futuras investigaciones.

Introducción

Cuando un proyecto de investigación se considera como objeto de discusión y debate cambian algunos aspectos. El centro de atención pasa de lo que podríamos considerar el proceso (discusión sobre el diseño, puesta en práctica y resultados) a considerarlo de una forma global, como algo que ocupa un lugar en el espacio y tiempo, y que puede ser considerado como un todo, que se integra a su vez en un proceso de desarrollo posterior. El adoptar esta perspectiva nos permite, por un lado, establecer una comparación entre las cuestiones de investigación planteadas y las respuestas obtenidas, dando lugar a nuevas cuestiones de investigación y nuevas formas de abordarlas. Por otro, permite realizar una serie de inferencias que tienen indudable repercusión en nuestra práctica. Creemos que este tipo de discusiones debe ser precisamente el objetivo de debate en reuniones de investigación.

Antecedentes

En la década de los 80 se puso en marcha un nuevo intento de reforma en relación a la enseñanza de los matemáticas escolares, tratando caracterizar una nueva cultura escolar (Crockford, 1983, NCTM, 1989), que definía nuevos papeles y responsabilidades para los profesores (Llinares, 1991a). En este contexto, Shulman (1986) destacó la importancia de un conocimiento específico para la enseñanza, comenzando a mencionar el término “pedagogical content knowledge”, entendido como

“A second kind of content knowledge is a pedagogical knowledge, which goes beyond knowledge of subject matter per se to the dimension of subject matter for teaching” (Shulman, 1986,p.9).

El propio autor matizaba que dentro de esta categoría incluía, entre otras, las formas de representar y formular la materia que la hagan comprensible a otros. En un trabajo posterior (Wilson et al., 1987), se insistió en la idea de que el conocimiento de contenido pedagógico era algo más que un conjunto de simples representaciones de la materia, siendo lo que le caracterizaba el “razonamiento pedagógico” del profesor. (Independientemente de las matizaciones y puntualizaciones que se hayan hecho con posterioridad al trabajo de Shulman y sus colaboradores, nadie puede dudar la trascendencia que ha tenido en las investigaciones posteriores).

Para nosotros, todo eso implicaba considerar una doble relación. Por un lado, podíamos pensar que la forma en la que un profesor, o estudiante para profesor, comprende una noción matemática determina en parte el tipo de tareas que selecciona y las representaciones que utiliza en la enseñanza. Pero también existe la relación inversa, es decir, profundizar en una determinada representación vinculada a una noción matemática en particular puede ampliar su comprensión de las ideas y procedimientos matemáticos, existiendo así una relación mutua entre el conocimiento matemático y el contenido de los modos de representación por parte del profesor. Centrándonos en un contexto de aprender a enseñar, el análisis de esta relación en estudiantes para profesor en los programas de formación pensábamos que nos podía permitir ampliar nuestra comprensión de sus procesos de aprender a enseñar Matemáticas.

Siguiendo a Brown et al. (1989), en la caracterización de dicho proceso considerábamos el conocimiento “situado”, entendiendo que está vinculado al tipo de tareas y la actividad que se realiza con ellas. Esto implicaba para nosotros que el conocimiento y comprensión del contenido matemático escolar de los estudiantes para profesor podía depender del tipo de tareas y actividad que desarrollaron en la escuela en su época de aprendices. En este sentido, su conocimiento estaría situado en una cultura determinada, en la que en muchas ocasiones se ha puesto demasiado énfasis en la formalización, siendo el objetivo prioritario la destreza en el manejo de símbolos y reglas. Esto podría llevar a una comprensión de las nociones matemáticas escolares no del todo coincidente con la nueva cultura escolar que se pretende implementar.

Todo esto nos condujo a principios de los noventa a iniciar un proyecto de investigación, en el que pretendíamos caracterizar la naturaleza de la comprensión de los estudiantes para profesores de Primaria de las nociones matemáticas del curriculum escolar. Considerando nuestro trabajo como formadores de profesores, tratábamos con ello de generar implicaciones sobre el contenido y metodología en la formación inicial de profesores de Matemáticas de Primaria.

El proyecto

Concretando el objetivo del proyecto de investigación, intentábamos estudiar algunos aspectos del proceso de aprender a enseñar matemáticas en estudiantes para profesores de Primaria (EPs). En particular, analizar las características de la forma de comprender los contenidos matemáticos de la Enseñanza Primaria que dichos estudiantes traían al programa de formación y cómo esas características influyen en lo que se aprende (contenido del proceso de aprender a enseñar Matemáticas). Esto dio lugar a diferentes subproblemas:

1. Intentar caracterizar el conocimiento de contenido pedagógico y los factores que influyen en su generación y desarrollo
2. Aspectos que influyen en el proceso de razonamiento pedagógico

En particular, aquí nos vamos a ocupar del primero de ellos, que contextualizamos en el dominio de las fracciones y números racionales. Centrando nuestro atención en el análisis del conocimiento que sobre ellos poseen los estudiantes para profesores de Primaria, en relación al uso de diferentes sistemas de representación, nos planteábamos las siguientes preguntas:

¿Cuáles son las características de la conexión de los símbolos matemáticos para las fracciones y los referentes gráficos o concretos?

¿Qué influencia ejerce el sistema de representación utilizado en la realización de diferentes tareas con fracciones?

Conocimiento de los EPs de la correspondencia entre las acciones sobre referentes y los pasos en los procedimientos a nivel de símbolos, es decir: ¿Cuál es el origen del significado de los procesos de equivalencia y orden con las fracciones?.

Los participantes en el estudio fueron estudiantes para profesores de Primaria matriculados en diferentes especialidades de la Diplomatura de Magisterio, que se prestaron voluntariamente a colaborar.

Metodológicamente, los datos procedían de cuestionarios, entrevistas semiestructuradas y análisis en profundidad de casos.

Se utilizó la teoría de Hiebert (1988) sobre el desarrollo de la comprensión del significado de los símbolos y procedimientos matemáticos como esquema analítico para interpretar los datos. En su teoría, Hiebert propone una sucesión se procesos cognitivos que se acumulan para producir competencia con los símbolos matemáticos escritos. De los cinco procesos descritos, el segundo y el tercero, desarrollo de procedimientos de manipulación del símbolo y la elaboración de procedimientos para los símbolos respectivamente, centraron nuestra atención.

En diferentes publicaciones hemos ido discutiendo los resultados a los que iban conduciendo nuestras investigaciones (Llinares, 1991b; Llinares y Sánchez 1991a,b, 1992a, 1993, 1996; Sánchez y Llinares 1992a, 1992b; Llinares, Sánchez y García, 1994). Aquí presentamos algunos datos de la investigación desarrollada en relación a las características de la comprensión de los estudiantes para profesores.

Dificultades entre la conexión de los referentes concretos con los procesos de obtención de fracciones equivalentes a nivel de símbolos.

Uno de los aspectos que se pusieron de manifiesto en nuestra investigación fueron las dificultades que tenían los estudiantes para profesores en relación a los modos de representación y los símbolos a nivel de procedimientos. Algunas veces conocían procedimientos simbólicos para encontrar una fracción equivalente a una dada, pero el tipo de relación multiplicativa entre los numeradores introducía modificaciones en el proceso de modelación, poniéndose de manifiesto la dificultad de "regresar" a un nivel concreto.

Lo que se va a mostrar es que ellos se apoyan en la relación entre la fracción como símbolo y la fracción como cantidad (primer nivel de Hiebert) pero tiene muchas dificultades en establecer la relación entre:

el paso a nivel de símbolos (multiplicar numerador y denominador en una fracción por un número que puede ser natural o fraccionario) para obtener fracciones equivalentes ,

y la manipulación de concretos (añadir o quitar en modo gráfico divisiones en la unidad).

Así, cuando en una de las entrevistas se planteaba la tarea:

TAREA 1: "Encontrar una fracción equivalente a 5/3" describiendo el proceso apoyándose en algún referente, uno de los estudiantes para profesores seguía la siguiente secuencia:

→ utiliza el dibujo de un rectángulo, representando correctamente la fracción 5/3 aplicando el noción parte-todo

→ a continuación, recuerda un "aspecto " de la regla para buscar fracciones equivalentes en el contexto de los símbolos: "multiplicar numerador y denominador por el mismo número". Aplica esta regla (manejo de símbolos) y encuentra una fracción equivalente (10/6)

→ representa esta última fracción, utilizando la noción parte-todo, mediante un rectángulo

→ "determina" la equivalencia con la fracción mirando los dibujos y diciendo que son lo mismo.

Podríamos decir que existe una traslación desde el dibujo (concreto) a los símbolos, pero solamente en la fraccion como cantidad (primer nivel de Hiebert). En los símbolos se aplica la regla, se vuelve al sistema de representación primero, es decir, los dibujos de rectángulos, y se muestra la equivalencia, pero no el proceso, fijándose en el "tamaño" de la parte marcada en los dibujos. Parece ser que hay dificultades en utilizar la representación rectángulo para describir el proceso, por lo que necesita trasladarse al dominio de los símbolos y procedimientos numéricos.

Cuando la tarea que se le plantea es:

TAREA 2: "Encontrar una fracción equivalente a 9/12 con numerador 6"

utiliza el dibujo de un rectángulo para representar la fracción nueve doceavos. Al pintar las rayitas (de tres en tres) se da cuenta que es lo mismo que tres cuartos:

F.9.9.... voy al rectángulo ... voy a pintar qué son nueve doceavos ... divido la unidad en doce partes (señala once rayitas en cada uno de los lados mayores del rectángulo) ... tres, seis, nueve (marca cada tres separaciones con una raya vertical y en la separación novena una raya más fuerte) ... esto sería ... tres cuartos.

El estudiante para profesor realiza un proceso a nivel concreto que le lleva a una forma distinta de representar la cantidad a ese nivel y dicha cantidad la asocia a una fracción a nivel de símbolos. A partir de la fracción _ ya puede volver a aplicar el procedimiento algorítmico (multiplicar por el mismo número, en este caso 2, el numerador y el denominador) y vuelve a seguir los pasos anteriores:

representar la fracción obtenida mediante rectángulos establecer la igualdad con la primera fracción “por el tamaño del dibujo”

F.10.2. … he pintado el rectángulo, lo he dividido en doce partes, y entonces me ha dado cuenta de que nueve doceavos es lo mismo que tres cuartos … bien, para convertir el numerador en seis he multiplicado el tres por dos y el cuatro por dos …

F.10.4. … he dicho seis octavos, entonces pinto el dibujo y lo divido en ocho partes … significa que me da igual que nueve doceavos.

Cuando la tarea planteada es:

TAREA 3: 9/12=15/?

intenta representar mediante un rectángulo la fracción 9/12, pero no es capaz de terminarlo, encontrando dificultades en generalizar las explicaciones:

F11.2... estoy pensando a ver como... los quince son ... quince partes de ... si el numerador es quince, pero el denominador ...

F.11.4: ... no se como hacerlo

Si consideramos las dos últimas tareas planteadas, la estructura que presentan es similar, siendo la única diferencia existente entre ellas el operador, 2/3 (menor que uno) en el caso de la Tarea 2, y 5/3 (mayor) en el caso de la Tarea 3. Con la información que se tiene pensamos que la dificultad proviene del hecho de ser el operador mayor que uno. Tampoco se tiene información de por qué en este caso no ha reducido la fracción a _. Para este estudiante para profesor se recordaban procedimientos a nivel simbólico que permitían resolver un item, pero se mostraba explícitamente la dificultad en modelar con referentes esos procedimientos.

Discusión

En general, desde el punto de vista de la conexión y desarrollo de procesos identificados por Hiebert, y en el contexto de aprender a enseñar, en relación al conocimiento de los estudiantes para profesores de Primaria de la correspondencia referentes y los pasos en los procedimientos a nivel de símbolos podemos señalar que:

en relación a la influencia de los símbolos en la comprensión de los racionales, el significado asociado a los símbolos matemáticos por los estudiantes para profesores procede en muchas ocasiones del propio nivel de formalización matemática, y está vinculado parcialmente al aspecto simbólico y el manejo sintáctico. Esto se puso de manifiesto en las tareas en las que intervenía la idea de unidad y tuvo como consecuencia la dificultad en modelar concreta y gráficamente procesos para los números racionales.

con respecto a la flexibilidad del conocimiento del profesor (entendida como la habilidad que éste debe tener para cambiar el significado asociado a los conceptos matemáticos en relación a las características de la tarea y/o el sistema de representación empleado), dependiendo de las características de las tareas se puede utilizar cualquiera de los significados asociados, generándose dificultades cuando no son compatibles el significado dado a la fracción, las características de la representación y la tarea a realizar.

la dificultad de representar en el nivel de los concretos los pasos desarrollados a nivel de símbolos conduce a lo que Hiebert (1988) denomina una traslación en la fuente del significado (de los referentes a los símbolos). Cuando no existe esa identificación esta traslación imposibilita un pensamiento recurrente (regresar al nivel de los concretos desde el nivel de los símbolos).

Pirie y Kieren (Pirie y Kieren 1989, 1991; Kieren y Pirie, 1992) han caracterizado la comprensión matemática mediante un proceso recursivo, a través de niveles anillados. Una característica clave de la teoría recursiva de la comprensión matemática (recursive theory of mathematical understanding en la versión original) es que el desarrollo de la comprensión no tiene una calidad lineal o secuencial:

“... una persona que está funcionando en un nivel exterior de comprensión cuando es desafiada (challenged) puede apelar o retornar (“fold back”) a una comprensión interior, mas intuitiva o específicamente local ... Este retorno tiene en cuenta aquí la construcción y elaboración de nivel interior de comprensión para apoyar y conducir al nuevo nivel exterior de comprensión ... El proceso de comprensión en cualquier nivel siempre tiene en cuenta y se sostiene en retornar para avanzar” (Pirie y Kieren, 1991, p.172).

En el contexto de aprender a enseñar, es necesario analizar y potenciar, la naturaleza de aspecto “folding back” en la comprensión matemática de los EPS. Si como consecuencia del aprendizaje que estos han realizado de las nociones matemáticas no han desarrollado plenamente el carácter recursivo del proceso de comprensión, por haber accedido directamente al nivel de símbolos, entonces pueden mantenerse en un nivel de manejo algorítmico de los procedimientos matemáticos, imposibilitándoles el análisis del papel que desempeñan distintos modos de representación (sistemas de símbolos) en el aprendizaje de dichas nociones y procedimientos.

El que, como hemos indicado anteriormente, el significado asociado a los símbolos matemáticos por los EPs proceda muchas veces del propio nivel de formalización matemática puede originar que, algunas veces, no se haya generado el proceso recurrente de comprensión, y los conceptos matemáticos del curriculum de Primaria pierdan su posible significado concreto. Desde la perspectiva de la teoría de recursión de la comprensión matemática propuesta por Pirie y Kieren esto implicaría que, para muchos estudiantes para profesores, no existe vinculación entre el nivel de formalización y los niveles interiores. Los estudiantes para profesor de Primaria tienen dificultades para modela concretamente y gráficamente las ideas y procesos de las matemáticas escolares

Por otro lado, en relación a la flexibilidad el conocimiento del profesor, éste debería ser capaz de utilizar diferentes significados asociados a las nociones matemáticas junto con el uso de diferentes sistemas de representación instruccionales. Una de las características del proceso "folding back" que caracteriza el proceso de comprensión matemática es la posibilidad de cambiar de sistema de representación (en particular, regresar a niveles interiores) durante el proceso de resolución de la tarea. La flexibilidad del conocimiento del profesor está vinculada al conocimiento de diferentes formas de representación, a los diferentes significados asociados a los conceptos y, principalmente, a las relaciones entre ellos como un medio de favorecer los procedimientos de resolución de los problemas. El proceso de "folding back" es el que permite realizar la integración de los significados que conlleva una ampliación de la comprensión.

Implicaciones

En relación a la formación de profesores, el tener en cuenta que el conocimiento que los EPs traen al programa de formación está, en muchas ocasiones, situado en una cultura escolar que se pretende superar, nos ha llevado a considerar el proceso de aprender a enseñar como un aprehendizaje cognitivo (Linares, 1993, 1994a). Esto nos ha conducido a tratar de integrar en los cursos de formación inicial las características de dicho aprendizaje (desarrollo de destrezas reflexivas, potenciar la interacción social, la idea de actividad articulando el proceso) (Brown et al, 1989). Todo esto tiene implicaciones en relación al contenido, metodología y estructura del programa de formación.

El análisis de la comprensión matemática de los estudiantes para profesores de Primaria nos ha permitido identificar características de dicha comprensión. En este sentido, la formación inicial de los profesores de Primaria debería incidir en:

la influencia de los símbolos sobre la comprensión de las nociones matemáticas en los estudiantes para profesores,

el origen del significado de las reglas,

la flexibilidad del conocimiento del los estudiantes para profesores.

Otra implicación que se deriva es que los EPs necesitan conocer el papel que desempeñan los distintos modos de representación que se pueden utilizar con los racionales, en el proceso de aprendizaje de estas ideas por los niños, para valorar adecuadamente la información que se les proporciona, y seleccionar la idoneidad de una representación frente a otra. Todo esto no ha conducido al diseño y producción de materiales curriculares para los programas de formación, en particular videos, casos y tareas.

La incorporación de estos materiales en nuestra actuación se puede hacer con itinerarios muy diferentes. Por ejemplo, se plantea a los EPs que realicen en grupos tareas similares a las utilizadas en las entrevistas. La verbalización posterior y la comparación y contraste de diferentes procedimientos en discusiones de clase entera permite potenciar la conexión con sus ideas previas sobre el aprendizaje, el rol de los sistemas de representación, cuestiones curriculares, etc. Todo esto facilita explicitar procesos de "folding back" que amplían su comprensión de los conceptos matemáticos y los recursos didáctico. La posterior visualización de entrevistas clínicas grabadas en vídeo de niños resolviendo la misma tarea (Llinares y Sánchez, 1992b) permiten vincular sus propias reflexiones sobre como se produce la forma sobre como se produce el aprendizaje de los niños de las mismas nociones matemáticas.

Desde la perspectiva de nuestra labor investigadora, las implicaciones de este proyecto tenemos que considerarlas en una doble vertiente. En relación a nuevas preguntas que surgieron, apreciamos la necesidad de profundizar en las características del conocimiento profesional del profesor de Matemáticas, lo que amplió nuestra línea de investigación. En una segunda vertiente, nos condujo a una reflexión en relación a la metodología de investigación y a una búsqueda de instrumentos de investigación adecuados a los problemas específicos que nos planteamos dentro del campo de la Educación Matemática. De este modo, el proyecto de investigación aquí presentado se ha integrado tanto en nuestro trayectoria como investigadores (Sánchez, 1996) como en nuestro programa de formación (Llinares 1994b,1995) permitiéndonos dar un paso adelante en nuestro desarrollo profesional.

Referencias

Brown, J.S., Collins, A. y Duguid, P. (1989): Situated Cognition and the Culture of Learning". *Educational Researcher,* january - february, pp. 32-42.

Hiebert, J. (1988): "A Theory of Developing Competence with Written Mathematicsl Symbols". *Educational Studies in Mathematics*, 19, pp. 333-355.

Kieren, T., Pirie,S. (1992): "The answer determines the questions. Interventions and the growth of mathematical understanding". In Geeslin and Graham (Edts.) *Proceedings of the sixteenth PME Conference*. Durham, NH.

LLinares, S. (1991a): *La formación de profesores de matemáticas.* Sevilla: GID.

Llinares, S. (1991b): "La naturaleza de la comprensión de las nociones matemáticas curriculares: Variables en la formación de profesores de Matemáticas. En Marcelo y otros (Edts.) *El estudio de caso en la formación del profesorado y la investigación didáctica.* Universidad de Sevilla, Servicio de Publicaciones, pp. 277-320.

Llinares, S. (1993): "Aprender a enseñar matemáticas. Conocimiento de contenido pedagógico y entornos de aprendizaje". En Montero y Vez (Edts.) *Las didácticas específicas en la formación del profesorado. Santiago de Compostela:* Tórculo ediciones.

Llinares, S. (1994a): "The development of Prospective Elementary Teachers' Pedagogical Content Knowledge and Reasoning. The Scool Mathematical Culture as Reference". En Malara y Rico (Edts.) *Proceedings of the forst Italian-Spanish Research Simposium in Mathematics Education*, Módena, Italia..

Llinares, S. (1994b): "*Learning to teach mathematics: A point of view about learning to teach mathematics from a conceptualization if mathematics teacher knowledge as situated knowledge*". Lecture prepared to be presented at Mathematik Didaktiches Kolloquium, Institut für Didaktick der Mathematik, Universität Dortmund, June.

Llinares, S. (1995): "Del conocimiento sobre la enseñanza para el profesor al conocimiento del profesor sobre la enseñanza: Implicaciones en la formación de profesores de Matemáticas". En L. Blanco y V. Mellado (Eds.) *La formación del profesorado de Ciencias y Matemáticas en España y Portugal.* DDCEM, Universidad de Extemadura, Badajoz.

Llinares, S. y Sánchez, V. (1991a): "The knowledge about unity in fractions tasks of Prospective Elementary Teachers". En Furinghetti (Edt.) *Proceedings of the XV PME,* Assisi, Italia.

Llinares, S. y Sánchez, V. (1991b): "Prospective Elementary Teachers' Subject Matter Knowledge for teaching: The Case of fractions Representations Systems". *Synopses of Conference Proceedings of V ISSAT,* Surrey, England. p. 20.

LLinares, S. y Sánchez, V. (1992a): "Prospective Elementay Teachers Pedagogical Content Knowledge: Fractions, representation mode and tasks". *Short communication 7-ICME,* Quebec, Canadá.

LLinares, S. y Sánchez, V. (1992b): VIDEO: *Elementos del Conocimiento Base para la Enseñanza Aritmética. Nivel Primaria. Vol. 6: Fracciones: Parte-Todo.* Servicio de Medios Audiovisuales y Tecnología Educativa de la Universidad de Sevilla. Sevilla.

Llinares, S. y Sánchez, V. (1996): "Comprensión de las nociones matemáticas y modos de representación. El caso de los números racionales en estudiantes para profesores de Primaria". En Giménez, Llinares y Sánchez (Edts.) *El proceso de llegar a ser un profesor de Primaria. Cuestiones desde la educación matemática*, pp. 96-118

LLinares, S., Sánchez, V. y García, M. (1994): "Conocimiento de contenido pedagógico del profesor. Tareas y modos de representación para las fracciones. *Revista de Educación*, nº 304, pp. 199-225.

NCTM (1989): *Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática*. Reston, Virginia: NCM. (Traducción al español 1991 SAEM Thales).

Pirie, S. y Kieren, T. (1989): "A recursive Theory of Mathematical Understanding". *For the Learning of Mathematics* 9(3), 7-11.

Pirie, S. y Kieren, T. (1991): Folding back: dynamics in the growth of mathematical understanding". En Furinghetti (Edt.) *Proceedings of the XV PME,* Assisi, Italia.

Sánchez, V. (1996): "Del pensamiento del profesor al conocimiento profesional: Un itinerario de investigación en Educación Matemática". En Ruiz Higueras (Edt.) *El saber en el espacio didáctico.* Universidad de Jaen, Servicio de Publicaciones, pp. 145-168.

Sánchez, V. y Llinares, S. (1992a): "Prospective Elementary Teachers' Pedagogical Content Knowledge about Equivalent Fractions". *Proceedings of the Sixteenth PME Conference.* Durhan, NH, 6-11 august, p. 274-281.

Sánchez, V. y Llinares, S. (1992b): “Algunos aspectos de la comprensión de los futuros profesores sobre las fracciones”. En Marcelo y Mingorance (Edts.) *Pensamiento de los profesores y desarrollo profesional* (vol. II). Formación Inicial y Permanente. Sevilla: Servicio de Publicaciones de la Universidad.

Shulman, L.S. (1986): “Those who Understand: Knowledge Growth in Teaching”. *Educational Researcher*, febrero, pp. 4-14.

Wilson, S.M., Shulman,L.S. y Richert, A. E. (1987): “150 Different Ways’ of Knowing: representations of Knowledge in Teaching”. En Calderhead (Edt.) *Exploring Teachers’ Thinking.* London: Casell.