

PREDICCIONES DE LÍMITES DE FATIGA BIAXIALES EN COMPONENTES ENTALLADOS USANDO LA DIRECCIÓN DE GRIETA EXPERIMENTAL

V. Chaves^{1*}, J. A. Balbín^{1,2}, A. Navarro¹

¹ Departamento de Ingeniería Mecánica y Fabricación, Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Sevilla
Camino de los Descubrimientos s/n. 41092 Sevilla. España.

² Departamento de Ingeniería Minera, Mecánica, Energética y de la Construcción, Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Huelva, Campus Universitario de El Carmen, 21007 Huelva, España

* Persona de contacto: chavesrv@us.es

RESUMEN

Se han usado varios modelos propuestos en la literatura para predecir el límite de fatiga de componentes con entallas sometidos a carga cíclica biaxial. Las predicciones de estos modelos se basan en las tensiones elásticas a lo largo de una línea considerada representativa de la dirección de la grieta. La línea utilizada en los modelos cambia considerablemente, siendo para un modelo la dirección del Modo I, para otro la dirección del Modo II y para otros dos una dirección mixta Modo I-II, a pesar de que, evidentemente, la dirección experimental de la grieta es única. En los últimos años se ha realizado un estudio experimental de direcciones de grieta en probetas cilíndricas con agujero circular de tres materiales sometidas a carga cíclica axial, torsional y biaxial en fase, obteniéndose direcciones similares para los tres materiales y cercanas al Modo I. Los modelos analizados dan, en general, buenas predicciones, aunque utilizan direcciones completamente diferentes entre sí y a las experimentales. Las predicciones de los modelos utilizando, de manera forzada, las direcciones experimentales medidas son buenas en la mayoría de los casos, lo que revela una sorprendente insensibilidad de dichos modelos a las hipótesis principales en que se basan sus propias formulaciones.

PALABRAS CLAVE: Fatiga multiaxial, Límite de fatiga, Carga biaxial, Entalla, Dirección de grieta

ABSTRACT

Several models from the literature were used to predict the fatigue limit in notched components subjected to biaxial cyclic loading. The predictions of these models are based on the elastic stresses along a line, which is considered to be representative of the crack direction. The line used in the models changes considerably, being for one model the direction of Mode I, for another the direction of Mode II and for two others a mixed direction Mode I-II, despite the fact that, evidently, the experimental direction of the crack is unique. In recent years, a study of experimental crack directions for three materials has been carried out in cylindrical specimens with a circular hole subjected to cyclic axial, torsional and in-phase biaxial loading, providing similar directions for the three materials and close to Mode I. The analysed models give, in general, good predictions, although they use completely different directions from each other and from the experimental ones. The predictions of the models using, in a forced way, the measured experimental directions are good in most cases, which reveals a surprising insensitivity of these models to the main hypotheses on which their own formulations are based.

KEYWORDS: Multiaxial fatigue, Fatigue limit, Biaxial loading, Notch, Crack direction

1. INTRODUCCIÓN

La rotura por fatiga se produce generalmente desde las entallas de los componentes. Existen en la literatura diversos modelos para predecir el límite de fatiga en componentes con entallas sometidos a carga cíclica multiaxial. En este trabajo se han analizado varios de los más habituales. En los modelos analizados, las

predicciones se realizan en base a las tensiones elásticas a lo largo de una línea cuya longitud es del orden de la del parámetro de grieta pequeña de El Haddad, a_0 . Esta línea utilizada en los modelos se considera representativa de la dirección de la grieta en su parte inicial. En los modelos analizados, la dirección de la línea utilizada cambia considerablemente de unos a otros, siendo para un modelo la dirección del Modo I,

para otro la dirección del Modo II y para otros dos una dirección mixta entre la del Modo I y Modo II, dependiendo del tipo de material. Por tanto, se emplean una gran diversidad de direcciones a pesar de que, evidentemente, la dirección experimental de la grieta es única para una geometría, unas condiciones de carga y un material dados. Esta diversidad de direcciones utilizadas en los modelos se podría deber principalmente a la falta de datos experimentales concluyentes sobre la dirección en que la grieta crece desde la entalla, especialmente en su parte inicial.

En los últimos años se ha realizado un amplio estudio de la dirección de la grieta experimental en probetas cilíndricas con agujero circular sometidas a carga cíclica axial, torsional y biaxial en fase, con especial atención a la parte inicial de la grieta. Se ensayaron tres materiales, un acero inoxidable [1], un acero al carbono [2] y una aleación de aluminio [3]. Se obtuvieron los límites de fatiga de las probetas entalladas y se estudiaron las direcciones experimentales de las grietas, aunque sólo para las probetas sometidas a fatiga a alto número de ciclos, con una vida por encima de 10^5 ciclos. En este trabajo se muestra un análisis de los resultados experimentales obtenidos. También se muestra la predicción de los límites de fatiga con los modelos de fatiga multiaxial para entallas estudiados y se comparan las direcciones experimentales promedio de las grietas con las direcciones de las líneas utilizadas por los modelos. Además, se muestran las predicciones de los modelos utilizando, de forma forzada, como línea para la predicción la dirección experimental promedio obtenida para cada caso. El objetivo es analizar la capacidad de adaptación de cada uno de los modelos al uso de la dirección experimental para realizar las predicciones, lo cual podría ser muy recomendable en un futuro próximo, confiando en que se tenga una amplia base de datos de direcciones experimentales de fatiga en entallas.

2. MATERIALES Y ENSAYOS

Los tres materiales analizados son un acero inoxidable AISI 304L, un acero al carbono S355 y una aleación de aluminio 7075-T6. El tamaño de grano d medio de los tres materiales es 0.08, 0.033 y 0.015 mm, respectivamente. Los límites de fatiga a tracción σ_{FL} y a torsión τ_{FL} de estos materiales para $R_\sigma=-1$ se muestran en la Tabla 1, además de sus longitudes de El Haddad $a_0 = (1/\pi)(\Delta K_{th}/\Delta\sigma_{FL})^2$, siendo ΔK_{th} el valor umbral de ΔK para el crecimiento de grieta por fatiga y $\Delta\sigma_{FL}$ el rango del límite de fatiga del material, y de sus tamaños de grano medio d . Para el caso de la aleación de aluminio, los valores de σ_{FL} y τ_{FL} se corresponden con una vida estimada de un millón de ciclos, al no tener los aluminios un límite de fatiga definido. El valor de la relación τ_{FL}/σ_{FL} ha sido usado por diversos autores como indicador de ductilidad en fatiga. En este caso es 0.91, 0.76 y 0.58 para el AISI 304L, S355 y Al7075-T6, respectivamente, así que el AISI 304L puede

considerarse como un material frágil en fatiga, el 7075-T6 un material dúctil en fatiga (con un valor de un material tipo von Mises), y el material S355 con un comportamiento intermedio dúctil-frágil en fatiga. La composición química y otras propiedades de estos materiales pueden consultarse en [1], [2] y [3], respectivamente.

Tabla 1. Propiedades de los materiales estudiados

Material	σ_{FL} (MPa)	τ_{FL} (MPa)	a_0 (mm)	d tamaño de grano (mm)
AISI 304L [1]	316	288	0.18	0.08
S355 [2]	275	208	0.16	0.033
Al 7075-T6 [3]	258	149	0.072	0.015

La geometría de la probeta entallada consiste en un tubo de pared delgada de 1.5 mm de espesor con un agujero pasante de radio R en la sección central de la probeta. Se han estudiado varios radios de agujero, comprendidos entre 0.4 y 1.7 mm. En la Figura 1 se muestra la geometría de la probeta, en este caso para un radio de agujero $R = 0.5$ mm (diámetro de 1 mm).

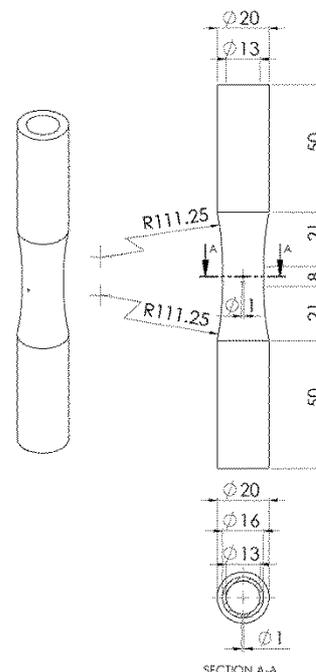


Figura 1. Geometría de la probeta entallada con agujero circular pasante.

Se realizaron ensayos de tipo axial, torsional y biaxial en fase (en este caso con tensiones remotas aplicadas $\sigma_y^\infty = \tau^\infty$), todos ellos con $R_\sigma=-1$. Los de tipo axial se hicieron en una máquina resonante (100-150 Hz) y los de tipo torsional y biaxial en una máquina servohidráulica (6-10 Hz). Los ensayos se detenían

cuando se obtenía una grieta larga de, al menos, varios mm o al alcanzar un cierto número de ciclos (run-out). Para el acero inoxidable AISI 304L se estableció el run-out en 3.5×10^6 ciclos, para el acero S355 en 5×10^6 ciclos y para el aluminio 7075-T6 en 5×10^6 ciclos para los ensayos de torsión y biaxiales y en 50×10^6 ciclos para los ensayos axiales.

3. LÍMITES DE FATIGA DE LAS PROBETAS ENTALLADAS

Los resultados de los ensayos de fatiga de las probetas entalladas se utilizaron para construir las curvas S-N y calcular los límites de fatiga. En la Tabla 2 se muestra los límites de fatiga experimentales, expresados en amplitud de tensión, para las probetas entalladas, incluyendo los 3 materiales, varios radios de agujero R y los 3 tipos de carga, siendo en total 15 valores. Para el aluminio de nuevo se han tomado los valores de la resistencia a fatiga correspondiente a un millón de ciclos. En la Tabla 2 se incluyen también las predicciones con los modelos, lo que se explicará más adelante en el documento.

4. DIRECCIONES DE GRIETA EXPERIMENTALES

En ese apartado se muestran los valores experimentales de la posición del punto donde se inicia la grieta y de la dirección de la grieta en su parte inicial, medidos en la superficie exterior de la probeta.

Sólo se muestran los valores para aquellas probetas que rompieron por encima de los 10^5 ciclos, consideradas dentro de la denominada fatiga a alto número de ciclos. Experimentalmente se observó que para los tres materiales todas las grietas nacían del agujero circular, y a ambos lados del agujero, como era de esperar, por ser una concentración de tensiones. En la Figura 2(a) se muestra el sistema de coordenadas para definir la dirección de la grieta, con origen en el centro del agujero circular en la superficie exterior de la probeta. En la Figura 2(b) se muestra un esquema de una grieta y las variables implicadas para definir la dirección de la grieta. El punto donde se inicia la grieta en el contorno del agujero circular se define mediante el ángulo θ , y la dirección de la grieta en su tramo inicial se define con el ángulo θ_1 . El ángulo θ_1 se midió para una longitud de grieta a de 0.50 mm, 0.08 y 0.15 mm para las probetas de AISI 304L, S355 y Al7075-T6, respectivamente, siendo $a = \sqrt{(\Delta x')^2 + (\Delta y')^2}$. Estos valores de las longitudes de grieta equivalen en longitud a $2.8a_0$, $0.5a_0$ y $2.1a_0$, respectivamente, o expresado en función del tamaño de grano promedio, $6.2d$, $2.4d$ y $10d$, respectivamente. Estos valores se han considerado representativos de la dirección de la grieta en la parte inicial de la misma. Como se verá más adelante en la descripción de los modelos, éstos utilizan para hacer la predicción una línea cuya longitud es de este orden de magnitud.

Tabla 2. Límites de fatiga de las probetas entalladas.

Material	R, radio del agujero (mm)	Tipo de carga	Límite de fatiga de probetas entalladas, σ_{FL}^N o τ_{FL}^N (MPa)				
			Experimental	Predicciones de los modelos			
				MWCM+PM (Modo I)	MWCM+PM (Modo II)	Carpinteri et al.	N-R biaxial
AISI 304L [1]	0.5	Axial	148	125.6	124.7	149.1	145.0
	1	Axial	154	118.4	116.0	128.6	118.7
	1.5	Axial	151	114.7	112.6	121.5	110.3
	0.5	Torsión	133	107.9	104.1	124.5	124.6
	1	Torsión	130	94.5	91.2	102.1	96.0
	0.5	Biaxial	117	73.1	71.5	85.7	84.5
S355 [2]	0.4	Axial	175	127.2	121.8	134.1	142.4
	0.75	Axial	152	112.4	107.8	117.2	117.9
	1.7	Axial	138	101.2	98.7	105.8	102.4
Al 7075-T6 [3]	0.5	Axial	95	105.1	100.1	96.6	119.6
	1	Axial	94	95.5	92.8	91.2	110.0
	1.5	Axial	85	92.3	90.5	89.5	107.3
	0.5	Torsión	75	82.5	77.7	74.9	94.5
	1	Torsión	67	73.3	70.8	69.6	83.8
	0.5	Biaxial	65	58.8	55.7	53.7	66.6
Error promedio (%)				17.5 %	18.1 %	12.1 %	18.7 %

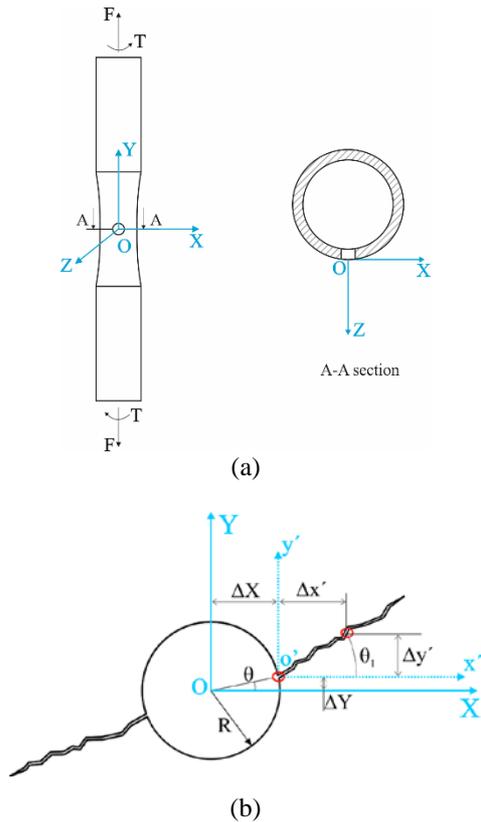
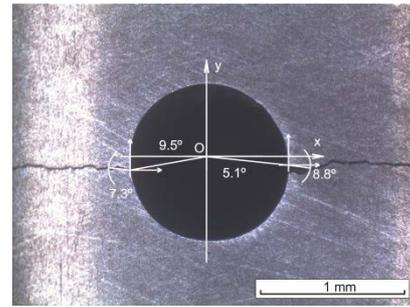


Figura 2. Ejes de coordenadas (a) y esquema de la grieta (b) para calcular el punto de iniciación y la dirección de la grieta.

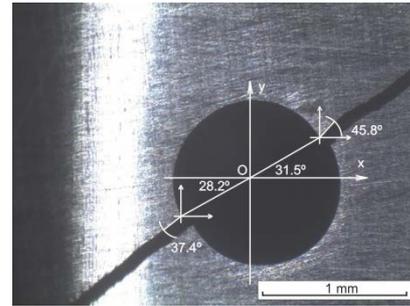
En la Figura 3 se muestran fotos representativas de las grietas para carga axial, torsional y biaxial. En este caso corresponden al material Al 7075-T6 y a un radio de agujero $R = 0.5$ mm. En la Tabla 3 se muestra un resumen de los promedios de los ángulos experimentales θ y θ_1 para los tres materiales, los tres tipos de carga y los diversos radios de agujero estudiados. En total se analizaron los ángulos de 106 probetas. Se observa que para los tres materiales, en promedio, el punto de iniciación de las grietas está cercano al punto de máxima tensión principal máxima en el contorno del agujero, i.e. $\theta = 0^\circ$ para carga axial, $\theta = 32^\circ$ para carga biaxial y $\theta = 45^\circ$ para carga torsional. La dirección de la grieta en su parte inicial, medida en el tramo de longitud a , es para los tres materiales, en promedio, cercana a la dirección de tensión principal máxima, i.e. $\theta = 0^\circ$ para carga axial, $\theta = 32^\circ$ para carga biaxial y $\theta = 45^\circ$ para carga torsional. No se aprecia por tanto un efecto del tipo de material en la dirección promedio de la grieta.

5. BREVE DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS PARA LÍMITE DE FATIGA BIAxiaLES EN COMPONENTES ENTALLADOS

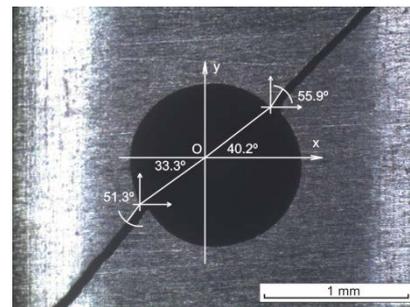
A continuación se describen brevemente varios modelos para predecir el límite de fatiga en componentes entallados bajo carga biaxial.



(a)



(b)



(c)

Figura 3. Ejemplo de direcciones de grieta experimentales en el Al 7075-T6 para: (a) carga axial, (b) carga biaxial, (c) carga torsional.

Tabla 3. Ángulos experimentales promedio para los materiales, carga y radios de agujero estudiados.

Material	R, radio del agujero (mm)	Tipo de carga	Ángulos experimentales promedio	
			θ	θ_1
AISI 304L [1]	0.5	Axial	-0.3°	4.4°
	1	Axial	1.3°	1.3°
	1.5	Axial	0.9°	0.9°
	0.5	Torsión	46.8°	45.2°
	1	Torsión	45.9°	42.2°
	0.5	Biaxial	29.0°	32.0°
S355 [2]	0.4	Axial	0.3°	-1.0°
	0.75	Axial	0.4°	0.4°
	1.7	Axial	-0.5°	-5.1°
Al 7075-T6 [3]	0.5	Axial	-1.5°	1.2°
	1	Axial	-1.1°	-0.4°
	1.5	Axial	-0.1°	2.4°

	0.5	Torsión	42.4°	47.4°
	1	Torsión	45.2°	48.3°
	0.5	Biaxial	29.2°	36.6°

5.1. Modelo combinado de Susmel y Taylor (MWCM+PM) [4] [5]

Consiste en combinar el método de plano crítico propuesto por Susmel para sólidos sin entalla bajo carga multiaxial, denominado Modified Wholer Curve Method (MWCM) [4], con la teoría de distancia crítica (TCD) de Taylor para entallas bajo carga axial [5]. En primer lugar se localiza el punto de tensión principal máxima en el contorno de la entalla (hot-spot). A continuación se traza una línea recta desde ese punto que representa la dirección de la grieta. Existen dos variantes del modelo: la variante de Modo I, en la que la línea se traza perpendicular al contorno de la entalla en el hot-spot; y la variante de Modo II, en la que la línea se traza a 45° respecto a la línea de la variante Modo I. Si dentro de los métodos de TCD se elige el point method PM, el punto para realizar la predicción se ubica en la línea recta a una distancia del hot-spot de $a_0/2$. En ese punto se calcula el plano crítico como aquel que tiene el mayor valor de la amplitud de la tensión tangencial τ_a . La tensión normal a ese plano en el punto se denomina $\sigma_{n,max}$. A partir de esas dos tensiones, el límite de fatiga del componente entallado se alcanza cuando se cumple el siguiente criterio:

$$\tau_a + \left(\tau_{FL} - \frac{\sigma_{FL}}{2} \right) \frac{\sigma_{n,max}}{\tau_a} = \tau_{FL} \quad (1)$$

5.2. Modelo combinado de Carpinteri et al. [6]

Este modelo es cualitativamente similar al modelo anterior. De nuevo la predicción se basa en la tensión en un punto a una distancia $a_0/2$ del hot-spot. En este caso la línea donde se ubica este punto depende del material y se define mediante el ángulo δ respecto a la línea normal al contorno de la entalla en el hot-spot. El valor de δ se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$\delta = \frac{3\pi}{8} \left[1 - \left(\frac{\tau_{FL}}{\sigma_{FL}} \right)^2 \right] \quad (2)$$

A continuación se calcula la tensión normal N y tangencial C a la línea en el punto a $a_0/2$ del hot-spot, calculándose el límite de fatiga del componente entallado con el siguiente criterio de tensión equivalente $\sigma_{eq,a}$:

$$\sigma_{eq,a} = \sqrt{N^2 + \left(\frac{\sigma_{FL}}{\tau_{FL}} \right)^2 C^2} = \sigma_{FL} \quad (3)$$

5.3. Modelo Navarro-Ríos biaxial (N-R biaxial) [7]

El modelo de Navarro-Ríos es un modelo microestructural que analiza la interacción de la grieta y su zona plástica asociada con las barreras

microestructurales, como los bordes de grano. Matemáticamente, la grieta, su zona plástica y la barrera microestructural se modelan como una línea recta mediante una distribución de dislocaciones. Se calcula la tensión remota necesaria para que la grieta supere las sucesivas barreras, siendo el máximo de estos valores el límite de fatiga del componente entallado. La ecuación para calcular la tensión remota para superar la barrera i -ésima, localizada en la línea recta representativa de la grieta a una distancia de i granos desde el punto de iniciación de la grieta, es la siguiente:

$$\frac{\sigma_3^i}{m_{\sigma_i}^* \cdot \tau_c} + \frac{\tau_3^i}{m_{\tau_i}^* \cdot \tau_c} = 1 \quad (4)$$

Los parámetros σ_3^i y τ_3^i representan las tensiones tangenciales y normales en la barrera i -ésima, calculadas mediante el equilibrio de la distribución de dislocaciones en la línea de grieta, para la geometría entallada y las cargas aplicadas. Los parámetros $m_{\sigma_i}^* \cdot \tau_c$ and $m_{\tau_i}^* \cdot \tau_c$ representan las tensiones normales y tangenciales requeridas para superar la barrera i -ésima y se ajustan para cada material, a partir de los límites de fatiga axial y torsional, σ_{FL} y τ_{FL} , y el diagrama de Kitagawa-Takahashi del material. Una característica de este modelo es que la línea de grieta no se establece a priori, como en los modelos anteriores, sino que se calcula como aquella para la que se requiere la tensión mínima para superar las sucesivas barreras.

6. PREDICCIONES CON LOS MODELOS

En la Tabla 2 se muestran las predicciones de los límites de fatiga de las probetas entalladas para los tres materiales, los tres tipos de carga y los diversos radios de agujero estudiados con los modelos explicados en el apartado anterior. En general, los modelos dan unas predicciones cercanas a las experimentales, con un error promedio menor del 20% para todos los modelos, lo cual se considera un error razonable en fatiga. El menor error promedio se da para el modelo de Carpinteri et al., de un 12.1%. En el caso del modelo N-R biaxial en la mayor parte de los casos la barrera que define el límite de fatiga es una de las primeras, casi siempre dentro de los 10 primeros granos.

Respecto a la línea de grieta usada en los modelos, los tres modelos de plano crítico usan el ángulo $\theta = 0^\circ$ para carga axial, $\theta = 32^\circ$ para carga biaxial y $\theta = 45^\circ$ para carga torsional, valores muy cercanos a los valores promedio experimentales mostrados en la Tabla 3. En el caso del ángulo θ_1 , la variante de Modo I utiliza un valor $\theta_1 = 0^\circ$, que es cercano al experimental promedio. Sin embargo la variante de Modo II utiliza un valor $\theta_1 = 45^\circ$, que está muy alejado del valor experimental promedio. Para el modelo de Carpinteri et al., el ángulo θ_1 depende del material, siendo cercano al experimental para el AISI 304L, más alejado para el S355 y bastante alejado para Al 7075-T6. Para el modelo N-R biaxial el valor del ángulo θ obtenido mediante el barrido de

direcciones es cercano al valor experimental para los tres materiales. En cuanto al valor de θ_1 se obtiene en general un valor intermedio entre la dirección de Modo I y Modo II, y por tanto alejado del experimental, que es cercano al de Modo I.

7. PREDICCIONES CON LOS MODELOS USANDO LA DIRECCIÓN EXPERIMENTAL

Un ejercicio interesante es realizar la predicción con los modelos imponiendo la dirección promedio obtenida experimentalmente. En la Tabla 4 se muestran los errores promedio de las predicciones de los modelos usando los ángulos promedio experimentales θ y θ_1 , diferenciando para los tres materiales. En el modelo MWCM+PM las dos variantes se funden en una sola. Sus predicciones, y por tanto sus errores, son parecidas a las obtenidas con la variante Modo I y la variante Modo II. Esa poca sensibilidad del modelo a la dirección utilizada se debe a que las tensiones usadas en el modelo, τ_a y $\sigma_{n,max}$ cambian muy poco al cambiar la dirección de la línea. En el modelo de Carpinteri et al. sí hay diferencias importantes al cambiar la dirección de la línea en los valores de las tensiones del criterio, N y C , pero el aumento de una de ellas se compensa con la disminución de la otra, dando lugar a una predicción parecida. En cuanto al modelo N-R biaxial, las predicciones son parecidas para para el AISI 304L y S355, siendo muy diferentes para el Al7075-T6. Las tensiones del criterio, σ_3^i y τ_3^i , cambian mucho al cambiar la dirección de la línea. En el caso del AISI 304L y del S355, los parámetros del criterio, $m_{\sigma_i}^* \cdot \tau_c$ and $m_{\tau_i}^* \cdot \tau_c$, no se diferencian mucho entre sí, así que el aumento de una de las tensiones se compensa con la disminución de la otra al introducirlas en el criterio, dando lugar a una predicción parecida. Sin embargo, para el Al7075-T6, los parámetros $m_{\sigma_i}^* \cdot \tau_c$ and $m_{\tau_i}^* \cdot \tau_c$ tienen valores muy diferentes entre sí, no habiendo compensación al aplicar el criterio, dando predicciones muy diferentes. Por tanto, aunque las predicciones del N-R biaxial son las mejores para el AISI 304L y el S355, resultan ser inaceptables para el Al 7075-T6.

Tabla 4. Error promedio (%) de las predicciones de los modelos usando los ángulos experimentales θ y θ_1 .

Material	Error promedio (%) usando los ángulos experimentales θ y θ_1		
	MWCM+PM	Carpinteri et al.	Biaxial N-R
AISI 304L	23,4 %	14,7 %	14,3 %
S355	26,7 %	25,2 %	5,7 %
Al 7075-T6	8,3 %	6,5 %	175,7 %
Error total promedio:	18,0 %	13,5 %	77,1 %

8. CONCLUSIONES

En este trabajo se muestran los límites de fatiga experimentales de probetas con agujero para tres materiales, así como las direcciones de las grietas en su parte inicial. No se aprecia un efecto del material en la dirección de la grieta. Las predicciones de los límites de fatiga con varios modelos proporcionan buenos resultados, a pesar de usar líneas muy diferentes para hacer las predicciones. Las predicciones de los modelos imponiendo las direcciones de grieta experimentales promedio dan, en general, buenas predicciones, abriendo la posibilidad a que en un futuro se utilicen las direcciones experimentales en los modelos.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer a la Unión Europea, al gobierno español y a la Junta de Andalucía por su apoyo económico mediante el proyecto PID2020-117407GB-I00(FEDER/Ministerio de Ciencia e Innovación-Agencia Estatal de Investigación) y P18-FR-4306 (“Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER) y Consejería de Economía, Conocimiento, Empresas y Universidad de la Junta de Andalucía, dentro del Programa Operativo FEDER 2014–2020”).

REFERENCIAS

[1] V. Chaves, G. Beretta and A. Navarro, *Eng Fract Mech*, vol. 174, pp. 139-154, 2017.

[2] J. A. Balbín, V. Chaves, N. O. Larrosa, C. Madrigal and A. Navarro, *Int. J. fatigue*, vol. 165, p. 107117, 2022.

[3] V. Chaves, G. Beretta, J. A. Balbín and A. Navarro, *Int. J. fatigue*, vol. 125, pp. 222-236, 2019.

[4] L. Susmel, *Multiaxial notch fatigue*, Woodhead Publishing, 2009.

[5] D. Taylor, *The theory of critical distances*, Elsevier, 2007.

[6] A. Carpinteri, A. Spagnoli, S. Vantadori and D. Viappani, *Eng. Fract. Mech*, vol. 75, pp. 1864-1874, 2008.

[7] V. Chaves, A. Navarro, G. Beretta and C. Madrigal, *Theor Appl Fract Mec*, vol. 73, pp. 27-38, 2014.