

Trabajo de Fin de Máster

Máster en Ingeniería Industrial

Verificación de la aplicabilidad del método Nelder-Mead para la determinación del instante óptimo de aplicación de mantenimientos preventivos cuando existe degradación

Autor: Félix García Heredia

Tutor: Antonio Jesús Sánchez Herguedas

Dpto. Organización Industrial y Gestión de
Empresas I
Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Sevilla, 2024



Trabajo de Fin de Máster
Máster en Ingeniería Industrial

Verificación de la aplicabilidad del método Nelder-Mead para la determinación del instante óptimo de aplicación de mantenimientos preventivos cuando existe degradación

Autor:

Félix García Heredia

Tutor:

Antonio Jesús Sánchez Herguedas

Profesor titular

Dpto. de Organización Industrial y Gestión de Empresas I

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2024

Trabajo de Fin de Máster: Verificación de la aplicabilidad del método Nelder-Mead para la determinación del instante óptimo de aplicación de mantenimientos preventivos cuando existe degradación

Autor: Félix García Heredia

Tutor: Antonio Jesús Sánchez Herguedas

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2024

El Secretario del Tribunal

Agradecimientos

En primer lugar, a Antonio Jesús Sánchez Herguedas, por brindarme la oportunidad y ofrecerme todo su apoyo y conocimiento en la realización del presente proyecto.

Por todos estos años de esfuerzos y sacrificios, a mis padres, Félix y María de los Ángeles, los cuales a través de sus apoyos y mensajes tranquilizadores han sido mi principal fuente de confianza y valores. Se merecen poder presumir de tener un hijo ingeniero industrial.

A mis amigos de la Escuela y a Minerva, que siempre estuvieron ahí cuando hacía falta un apoyo, un consejo, un compañero de estudio o un buen plan que hiciera verlo todo blanco cuando parecía negro.

Gracias.

Félix García Heredia

Sevilla, 2024

Resumen

El mantenimiento, a lo largo de su evolución histórica, ha derivado hacia la proactividad y la involucración de todo el personal en las industrias, con el propósito de anticiparse a la ocurrencia de fallos y evitar así las paradas de producción, siendo la determinación del instante de intervención de las actividades preventivas una tarea compleja para el ingeniero y los encargados del mantenimiento.

Con el objetivo de teorizar el mantenimiento de sistemas, distintos autores han desarrollado un modelo matemático de cuatro estados en el que los activos evolucionan según un proceso aleatorio, cuya probabilidad de transición solo depende del estado anterior. A través de la derivación de la expresión que controla el retorno económico del sistema se lograría obtener el instante óptimo de intervención del mantenimiento que maximice el retorno económico asociado a la producción del equipo.

Debido a la complejidad que supone resolver dicho complejo matemático de manera tradicional en la actividad industrial, en el presente proyecto se propone la verificación de la aplicabilidad del método de búsqueda directa de Nelder-Mead para la resolución del problema de optimización. Para ello, se procederá a resolver dicha casuística por ambas vías, analizando los resultados obtenidos, y estudiar el comportamiento ofrecido por Nelder-Mead en diferentes pruebas ejecutadas.

Este método de búsqueda directa ya ha sido aplicado con éxito en otros sectores con diferentes objetivos, pudiendo ser en este caso una potencial herramienta que facilitaría el día a día de las áreas de mantenimiento de las empresas, debido a la simpleza y eficacia que ofrece su empleo.

Abstract

Throughout its historical evolution, maintenance has moved towards proactivity and the involvement of all personnel in industries, with the aim of anticipating the occurrence of failures and thus avoiding production stoppages, with the determination of the instant of intervention of preventive activities being a complex task for the engineer and those in charge of maintenance.

In order to theorise system maintenance, different authors have developed a four-state mathematical model in which the assets evolve according to a random process, whose transition probability only depends on the previous state. By deriving the expression that controls the economic return of the system, it would be possible to obtain the optimal time of maintenance intervention that maximises the economic return associated with the production of the equipment.

Due to the complexity involved in solving this mathematical complex in the traditional way in industrial activity, this project proposes the verification of the applicability of the Nelder-Mead direct search method for solving the optimisation problem. To this end, we will proceed to solve this casuistry in both ways, analysing the results obtained, and study the behaviour offered by Nelder-Mead in different tests carried out.

This direct search method has already been successfully applied in other sectors with different objectives, and in this case it could be a potential tool that would facilitate the day-to-day work of the maintenance areas of companies, due to the simplicity and efficiency offered by its use.

Maximise the economic return associated with the production of the equipment.

Índice

Agradecimientos	vii
Resumen	ix
Abstract	xi
Índice	xii
Índice de Tablas	xiv
Índice de Figuras	xvi
1 Introducción	1
1.1 <i>El mantenimiento y sus tipos.</i>	1
1.2 <i>Evolución histórica del mantenimiento.</i>	2
1.3 <i>Tema del trabajo</i>	4
1.3.1 <i>Política de mantenimiento basado en la condición (MBC)</i>	5
1.3.2 <i>Métodos de búsqueda directa.</i>	6
2 Objetivo	8
3 Material y método	9
3.1 <i>Modelo matemático del mantenimiento del Sistema de cuatro estados</i>	9
3.2 <i>Método de Nelder-Mead</i>	13
3.3 <i>Utilización del software</i>	18
4 Resolución del caso real	22
4.1 <i>Datos del caso real</i>	22
4.2 <i>Elementos de cálculo</i>	25
5 Análisis de resultados	26
5.1 <i>Caso de $m = 2$ transiciones:</i>	26
5.2 <i>Caso de $m = 3$ transiciones:</i>	28
5.3 <i>Caso de $m = 4$ transiciones:</i>	31
5.4 <i>Caso de $m = 5$ transiciones:</i>	34
5.5 <i>Caso de $m = 6$ transiciones:</i>	36
5.6 <i>Caso de $m = 7$ transiciones:</i>	39
5.7 <i>Caso de $m = 8$ transiciones:</i>	41
5.8 <i>Caso de $m = 9$ transiciones:</i>	44
5.9 <i>Caso de $m = 10$ transiciones</i>	46
5.10 <i>Comparativa de los resultados obtenidos para ambas vías de resolución:</i>	49
6 Conclusión	50
7 Anexos	52
7.1 <i>Anexo I: (Nelder-Mead para $m = 2$).</i>	52
7.2 <i>Anexo II: (Nelder-Mead para $m = 3$).</i>	53
7.3 <i>Anexo III: (Nelder-Mead para $m = 4$).</i>	55
7.4 <i>Anexo IV: (Nelder-Mead para $m = 5$).</i>	57

7.5	<i>Anexo V: (Nelder-Mead para $m = 6$).</i>	59
7.6	<i>Anexo VI: (Nelder-Mead para $m = 7$).</i>	61
7.7	<i>Anexo VII: (Nelder-Mead para $m = 8$).</i>	63
7.8	<i>Anexo VIII: (Nelder-Mead para $m = 9$).</i>	65
7.9	<i>Anexo IX: (Nelder-Mead para $m = 10$).</i>	67
8	Referencias	70

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Diferencias entre los dos escenarios propuestos para la Política MBC	6
Tabla 2. Simulación del cálculo del $v1mi$, para distintos valores τ de y m	20
Tabla 3. Fallos registrados de bombas en 30000 horas de estudio	22
Tabla 4. Bombas por orden de fallo, horas de funcionamiento y función observada	22
Tabla 5. Tiempos medios de duración de las actividades correctivas (B) y preventivas (C)	24
Tabla 6. Datos económicos del caso real de estudio	24
Tabla 7. Soluciones obtenidas por derivación del problema para el caso real desde $m = 2$ a $m = 10$	26
Tabla 8. Resultados obtenidos por algunas iteraciones de Nelder-Mead para $m = 2$	26
Tabla 9. Variables calculadas en la hoja ' <i>Intervalo preventivo.xlsx</i> ' para cada uno de los vértices de Nelder-Mead para $m = 2$	27
Tabla 10. Resultados obtenidos por algunas iteraciones de Nelder-Mead para $m = 3$	28
Tabla 11. Variables calculadas en la hoja ' <i>Intervalo preventivo.xlsx</i> ' para cada uno de los vértices de Nelder-Mead para $m = 3$	29
Tabla 12. Resultados obtenidos por algunas iteraciones de Nelder-Mead para $m = 4$	31
Tabla 13. Variables calculadas en la hoja ' <i>Intervalo preventivo.xlsx</i> ' para cada uno de los vértices de Nelder-Mead para $m = 4$	32
Tabla 14. Resultados obtenidos por algunas iteraciones de Nelder-Mead para $m = 5$	34
Tabla 15. Variables calculadas en la hoja ' <i>Intervalo preventivo.xlsx</i> ' para cada uno de los vértices de Nelder-Mead para $m = 5$	35
Tabla 16. Resultados obtenidos por algunas iteraciones de Nelder-Mead para $m = 6$	36
Tabla 17. Variables calculadas en la hoja ' <i>Intervalo preventivo.xlsx</i> ' para cada uno de los vértices de Nelder-Mead para $m = 6$	37
Tabla 18. Resultados obtenidos por algunas iteraciones de Nelder-Mead para $m = 7$	39
Tabla 19. Variables calculadas en la hoja ' <i>Intervalo preventivo.xlsx</i> ' para cada uno de los vértices de Nelder-Mead para $m = 7$	39
Tabla 20. Resultados obtenidos por algunas iteraciones de Nelder-Mead para $m = 8$	41
Tabla 21. Variables calculadas en la hoja ' <i>Intervalo preventivo.xlsx</i> ' para cada uno de los vértices de Nelder-Mead para $m = 8$	42
Tabla 22. Resultados obtenidos por algunas iteraciones de Nelder-Mead para $m = 9$	44
Tabla 23. Variables calculadas en la hoja ' <i>Intervalo preventivo.xlsx</i> ' para cada uno de los vértices de Nelder-Mead para $m = 9$	45
Tabla 24. Resultados obtenidos por algunas iteraciones de Nelder-Mead para $m = 10$	46
Tabla 25. Variables calculadas en la hoja ' <i>Intervalo preventivo.xlsx</i> ' para cada uno de los vértices de Nelder-Mead para $m = 10$	47
Tabla 26. Comparativa de los resultados obtenidos por ambos procedimientos de resolución	49

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Representación de los costes de mantenimiento frente al esfuerzo de aplicación de ambos	4
Figura 2. Representación de la evolución del sistema: estados, transiciones y retornos medios acumulados	5
Figura 3. Diagrama de los estados del sistema y sus posibles transiciones	9
Figura 4. Representación del centroide en el <i>Simplex</i> para $n = 3$	14
Figura 5. Representación del vértice reflejado	15
Figura 6. Representación del vértice que expande el <i>Simplex</i>	15
Figura 7. Representación del vértice resultante de la contracción externa	16
Figura 8. Representación del vértice resultante de la contracción interna	17
Figura 9. Diagrama de flujo del método de Nelder-Mead	18
Figura 10. Interfaz de la hoja de cálculo ' <i>Intervalo preventivo.xlsx</i> '	19
Figura 11. Representación gráfica del cálculo simulado de $v1mi$ para distintos valores de τ y m	20
Figura 12. Interfaz explicativa de la hoja de cálculo de ' <i>Algoritmo Nelder-Mead.xlsx</i> '	21
Figura 13. Ajuste de la función observada a Weibull	23
Figura 14. Tendencias lineales y cuadráticas resultantes	24
Figura 15. Representación de los valores del intervalo preventivo obtenidos para cada uno de los puntos evaluados para $m = 2$	27
Figura 16. Representación de los valores objetivos frente a los vértices para $m = 2$	28
Figura 17. Representación de los valores del intervalo preventivo obtenidos para cada uno de los puntos evaluados para $m = 3$	30
Figura 18. Representación de los valores objetivos frente a los vértices para $m=3$	31
Figura 19. Representación de los valores del intervalo preventivo obtenidos para cada uno de los puntos evaluados para $m = 4$	33
Figura 20. Representación de los valores objetivos frente a los vértices para $m = 4$	34
Figura 21. Representación de los valores del intervalo preventivo obtenidos para cada uno de los puntos evaluados para $m = 5$	35
Figura 22. Representación de los vértices obtenidos en la realización del algoritmo para $m = 5$	36
Figura 23. Representación de los valores del intervalo preventivo obtenidos para cada uno de los puntos evaluados para $m = 6$	38
Figura 24. Representación de los valores objetivos frente a los vértices para $m = 6$	38
Figura 25. Representación de los valores del intervalo preventivo obtenidos para cada uno de los puntos evaluados para $m = 7$	40
Figura 26. Representación de los valores objetivos frente a los vértices para $m = 7$	41
Figura 27. Representación de los valores del intervalo preventivo obtenidos para cada uno de los puntos evaluados para $m = 8$	43
Figura 28. Representación de los valores objetivos frente a los vértices para $m = 8$	44

Figura 29. Representación de los valores del intervalo preventivo obtenidos para cada uno de los puntos evaluados para $m = 9$	45
Figura 30. Representación de los valores objetivos frente a los vértices para $m = 9$	46
Figura 31 Representación de los valores del intervalo preventivo obtenidos para cada uno de los puntos evaluados para $m = 10$	48
Figura 32. Representación de los valores objetivos frente a los vértices para $m = 10$	48

1 INTRODUCCIÓN

1.1 El mantenimiento y sus tipos.

El mantenimiento es un conjunto de actividades que tienen como objetivo conservar, restaurar y reparar un sistema, equipo o infraestructura, con el fin de asegurar su correcto funcionamiento y prolongar su vida útil. Este concepto abarca diversos ámbitos, desde el mantenimiento de maquinaria industrial hasta el mantenimiento de edificaciones o software.

Los equipos se degradan con el paso del tiempo, llegando a un estado de fallo final que impide su funcionamiento. Dependiendo del tipo de fallo que se dé, pueden ocasionarse mayores o menores pérdidas económicas. Es por ello, que se requiere un personal cualificado, capaz de englobar en la actividad del mantenimiento a toda la empresa, integrando diferentes aspectos técnicos, comerciales y de organización, tratando de seguir una adecuada estrategia que ocasione las menores pérdidas posibles. (M. Ben-Daya, 2016)

Acogiéndonos a UNE EN 13306:2018, se define el mantenimiento como “Combinación de todas las acciones técnicas, administrativas y gerenciales durante el ciclo de vida de un ítem con el fin de mantenerlo, o restaurarlo, a un estado en el cual pueda desempeñar la función requerida”. Se define también como “conjunto de actividades que garantizan que un bien o sistema cumple con un rendimiento específico durante un periodo de tiempo definido”.

Según dicha norma, se conocen dos grandes tipos de mantenimientos, preventivo y correctivo, diferenciados entre sí por la participación del personal antes y después de la ocurrencia del fallo. (Comité técnico CTN 151, UNE-EN 13306:2018 Mantenimiento. Terminología de mantenimiento., 2018)

- Mantenimiento correctivo: intervención en el sistema tras la aparición del fallo para restablecer su operación. Es consecuencia de una actitud pasiva a la espera de la falla. (León, 1998)
 - o Correctivo inmediato: se realiza justo después de detectarse el fallo, sin retrasos temporales. (Álvarez Coello & Padilla Guarnizo, 2021)
 - o Correctivo diferido: se retrasa el mantenimiento tras haberse detectado el fallo, debido al establecimiento de reglas de actuación (Álvarez Coello & Padilla Guarnizo, 2021).
- Mantenimiento preventivo: es aquel que se realiza para evitar la ocurrencia de fallos, mediante una programación previa de actividades (Botero, 1991).
 - o Mantenimiento predeterminado o basado en el tiempo: mantenimiento realizado sin un análisis previo de las condiciones del sistema o activo (Álvarez Coello & Padilla Guarnizo, 2021). Se asume que el comportamiento del fallo en el sistema es previsible, basándose en la tendencia de las tasas de fallos o riesgo de la curva de la bañera. En esta se aprecian tres etapas, la mortalidad infantil, que presenta una tasa de fallos decreciente; la vida útil, con una tasa de fallos constante; y el envejecimiento o desgaste, con una tasa de fallos creciente.
 - o Mantenimiento basado en la condición (MBC): se realizan actividades de mantenimiento basadas en un análisis previo de las condiciones del sistema. Estas se estudian mediante monitorizaciones continuas del funcionamiento del sistema (Álvarez Coello & Padilla Guarnizo, 2021). Los datos recopilados con estas monitorizaciones se utilizan para establecer tendencias y patrones de deterioros. Se diferencian dos subgrupos de mantenimiento dentro del MBC:
 - Mantenimiento mediante la verificación del umbral de la condición: se aplican las tareas preventivas tras alcanzar el sistema un nivel umbral de degradación preestablecido, detectado a través de un seguimiento realizado a dicha variable.
 - Mantenimiento predictivo: se realiza siguiendo un estudio de parámetros y características conocidas que proporcione información acerca de la degradación del sistema o activo. Este tipo suele aplicarse a modos de fallo en los que alguna señal anunciadora de la degradación pueda monitorizarse.

Otra actividad que se suele realizar en las empresas es el *Overhaul*, consistente de una serie de actividades exhaustivas de mantenimiento, a menudo programadas, que implican el desmonte total y la renovación de los componentes del equipo, con el objetivo de extender su vida útil.

Otras fuentes como (de Almeida Júnior & Parra, 2018) clasifican al mantenimiento preventivo y predictivo dentro de un tipo de mantenimiento denominado “mantenimiento planeado”. El mantenimiento planeado o proactivo es aquel que se basa en la realización de actividades destinadas a reducir la probabilidad de futuros fallos mediante la identificación y eliminación de las causas subyacentes de estos. Dentro de este también se encuentran otro tipo de mantenimiento conocido como “detectivo”:

- Mantenimiento detectivo: se centra en la detección temprana de fallos para evitar la parada del sistema, mediante inspecciones regulares, pruebas y análisis de datos. Se diferencia del predictivo en su enfoque hacia la detección temprana de anomalías con el fin de diagnosticar problemas y evitar fallos graves, mientras que el predictivo, se centra más en la monitorización de las condiciones de operación.

Según (Lin & Liao, 2005), se distingue al mantenimiento preventivo como perfecto o imperfecto, dependiendo si tras la realización de las actividades, se devuelve al sistema a un estado tan-bien-como-nuevo, en el caso de perfecto, o tan-mal-como-viejo tras un mantenimiento mínimo o imperfecto; en cuanto al mantenimiento correctivo, consideran que puede hacerse reparaciones mayores que devuelvan al sistema a un estado tan-bien-como-nuevo, o reparaciones mínimas que lo devuelven al estado que presentaba justo antes de la avería, no mejorando la salud previa del sistema.

Para analizar las estrategias a seguir por las empresas se deben tener en cuenta los costes asociados a la realización de un mantenimiento. Estos se dividen en dos categorías:

- Costes directos: asociados a las reparaciones, englobando a trabajadores, material, infraestructuras e impuestos asociados.
- Costes indirectos: asociados al fallo o acciones de mantenimiento que ocasionan una parada de la producción, y una consecuencia de pérdidas de ingresos. Por ejemplo: costes de reparación, costes de accidentes, seguros, etc.

Los costes indirectos son los más significativos y los que ofrecen una mayor variabilidad dependiendo del sector.

1.2 Evolución histórica del mantenimiento.

Aunque desde los orígenes de la civilización, el ser humano ha tenido que mantener y reparar sus herramientas, edificaciones y equipos para garantizar su funcionalidad, durabilidad e incluso su bienestar, el concepto de mantenimiento tiene su origen en la Revolución Industrial. A continuación, se expone una exploración más detallada de la evolución del mantenimiento a lo largo de la historia:

1. Revolución Industrial (Siglo XVIII XIX):

Tras el cambio de la producción artesanal a la producción industrializada, a medida que las nuevas máquinas de vapor y electricidad empezaron a desempeñar un papel crucial en las fábricas y procesos productivos, surgió la necesidad de mantener dichos equipos en condiciones óptimas de funcionamiento, así como, repararlos para evitar pérdidas de producción.

Dichos mantenimientos estaban predominantemente enfocados en tareas correctivas o reparación de fallas tras su aparición. La respuesta a los problemas era reactiva, y la reparación se realizaba cuando las máquinas se averiaban, parando la producción y ocasionando grandes pérdidas económicas (Poór, Ženíšek, & Basl, 2019).

2. Principios del Siglo XX:

A medida que la complejidad de las máquinas aumentaba, se adoptó el enfoque de mantenimiento preventivo, no siendo hasta la llegada de la Primera Guerra Mundial cuando se comenzaron a realizar inspecciones y tareas de mantenimiento programadas para prevenir fallos, así como realizaciones de experimentos en laboratorios con fines de prever la aplicación de las tareas preventivas (Garrido Prados, 2022).

3. Segunda Guerra Mundial:

Durante la Segunda Guerra Mundial, el mantenimiento adquirió una importancia estratégica crítica. La fiabilidad y el mantenimiento efectivo de equipos militares eran esenciales para el éxito en la batalla, por lo que se empezó a sistematizar y organizar tareas preventivas, comenzando a aparecer conceptos como “mantenimiento predictivo”, “mantenimiento proactivo” o “mantenimiento basado en la fiabilidad (RCM)” (Mushiri & Mbohwa, 2015).

Se empezaron a desarrollar teorías para mejorar el control de los sistemas de producción y el papel de los departamentos de mantenimiento, invirtiéndose grandes esfuerzos económicos por parte de las organizaciones.

En 1946, se fundó la Sociedad Americana de Control de Calidad (ASQ) y se empezaron a implementar técnicas de control estadístico en la industria japonesa.

4. Evolución del Mantenimiento Predictivo (Década de 1960):

Con la llegada de la informática, la automatización, la instrumentación y los sensores, se desarrollaron tecnologías avanzadas, como sistemas de control de procesos que permitiesen monitorear y diagnosticar el estado de los equipos en tiempo real (Mobley, 2002). Dichas técnicas comprenden el mantenimiento predictivo basado en la monitorización continua de variables claves para prever fallas, así como la programación de intervenciones antes de que estas ocurran.

En la década de los ochenta se empezó a desarrollar el mantenimiento productivo total (TPM), que integraba conceptos como “mejora continua”, “mantenimiento autónomo”, “mantenimiento programado”, “mantenimiento de calidad”, “prevención del mantenimiento”, “mantenimiento de áreas de soporte”, “polivalencia” y “desarrollo de actividades y seguridad en entorno”. El TPM introdujo las tareas de mantenimiento en todos los departamentos de las empresas, involucrando a todo el personal, teniendo como objetivo la consecución de un mantenimiento más autónomo con cero averías, cero defectos y cero accidentes. (Fernández Álvarez, 2018)

5. Décadas recientes:

Habiéndose consagrado la filosofía TPM en la industria, el mantenimiento preventivo ha pasado a ser el pilar de la mayoría de las industrias, ofreciendo una reducción de costes y una mayor competitividad, dada la alta competencia.

En las últimas décadas, con el auge de la informática, la conectividad y la digitalización se han llegado a implementar conceptos como “impresión 3D”, “realidad aumentada”, “robótica colaborativa” y “analítica avanzada de datos”, transformando radicalmente el mantenimiento y constituyendo lo que se conoce como Mantenimiento 4.0 (Rincón Mallo, 2021).

La introducción de sistemas de gestión de mantenimiento asistidos por computadora (CMMS) y el uso de tecnologías como el Internet de las Cosas (IoT) y la inteligencia artificial han permitido una gestión más eficiente y predictiva, necesitada tras la creciente complejidad de los sistemas de producción, transporte, energía y comunicación.

En resumen, el mantenimiento ha evolucionado desde una perspectiva reactiva en los primeros días de la Revolución Industrial hasta enfoques más proactivos y tecnológicos en la actualidad. La historia del mantenimiento refleja la continua búsqueda de métodos más efectivos para garantizar la fiabilidad, disponibilidad, seguridad y eficiencia de los activos en diversos sectores industriales.

La digitalización en auge de la industria, la alta competitividad y la reducción de costes, son cruciales para que las tareas preventivas se hayan convertido en el pilar de la mayoría de las grandes organizaciones en cuanto a mantenimiento. Es por ello, que las industrias suelen crear planes de mantenimiento con el objetivo de establecer la organización de las actividades preventivas, involucrando al personal en su totalidad.

1.3 Tema del trabajo

Los costes de mantenimientos preventivos y correctivos están relacionados inversamente, dependiendo de la atención que presten las empresas en controlar un tipo concreto de mantenimiento. Cuanto más esfuerzo ponga la empresa en controlar el mantenimiento preventivo, los costes asociados al correctivo aumentarán, los del preventivo disminuirán, y viceversa. Sin embargo, hay un punto óptimo, en el cuál aplicar esfuerzos en un mantenimiento no supone un despilfarro en la aplicación del otro. Se ve de manera más clara en la siguiente gráfica:

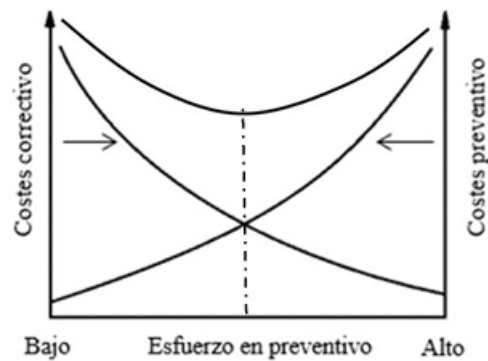


Figura 1. Representación de los costes de mantenimiento frente al esfuerzo de aplicación de ambos

A pesar de esto, como se ha ido poniendo en contexto en la sección anterior, el mantenimiento a lo largo de la historia ha evolucionado de ser pasivo a activo, es decir, las acciones preventivas han ido tomando mayor peso que las correctivas, con objeto de maximizar los beneficios de operación y minimizar las pérdidas de parada de producción. No obstante, la cantidad de parámetros que se pueden llegar a medir en la actividad preventiva es tan numerosa, que cada vez más, las nuevas tecnologías se han ido haciendo un hueco en las metodologías del mantenimiento.

En la industria, los equipos suelen venir acompañados de documentaciones proveniente de los fabricantes, en los que se presentan recomendaciones sobre cómo actuar ante los mantenimientos de dichos activos. Sin embargo, las condiciones de trabajo suelen variar durante las operaciones, por lo que el mantenimiento ideado por el fabricante se desvía de la situación óptima en las nuevas condiciones de trabajo. Para calcular este nuevo óptimo, el personal de mantenimiento deberá monitorear y calcular una serie de parámetros dinámicos como son la degradación de los activos, los costes de aplicación, los ingresos de operación y las pérdidas de paradas.

Para estudiar el manteamiento de los sistemas, los ingenieros diseñan modelos matemáticos que rigen el comportamiento de los activos. El modelo de mantenimiento elegido evoluciona a lo largo del tiempo como un proceso semi-Markoviano. Dichos procesos ofrecen buenos resultados para la optimización de problemas de fiabilidad, y son utilizados para modelar el impacto de estrategias de mantenimiento para un número finito de periodos. Dicho proceso semi-Markoviano cuenta con 4 estados del sistema o diferentes situaciones en las que puede encontrarse el activo de manera aleatoria: operativo, degradado, preventivo y correctivo. Desde el instante inicial, el activo evoluciona a través de cada uno de estos con distintos periodos de permanencia y acumulando retornos económicos, positivos y negativos. La probabilidad de pasar de un estado concreto a otro dependerá solamente del estado anterior, actuando como un proceso sin memoria.

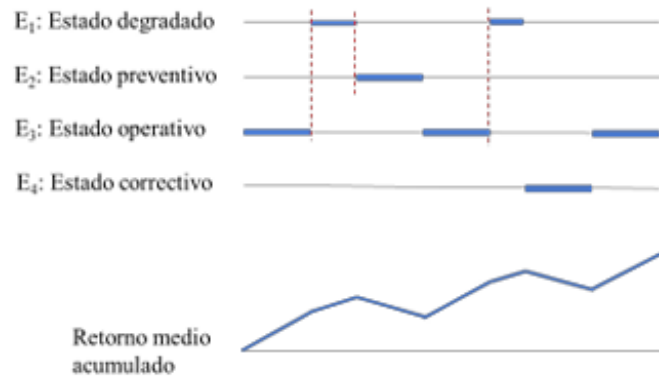


Figura 2. Representación de la evolución del sistema: estados, transiciones y retornos medios acumulados

1.3.1 Política de mantenimiento basado en la condición (MBC)

Siendo la aplicación de tareas preventivas la manera de evitar la ocurrencia de fallos, objetivo principal del profesional, y dado que el caso real de estudio estará monitorizado continuamente, se plantean dos posibles escenarios a seguir para la política de mantenimiento basado en la condición (MBC) del presente proyecto:

- **Escenario 1:** Determinar niveles de degradación inaceptables. Para ello, se establecen niveles de degradación en instantes dados.
- **Escenario 2:** Calcular el instante de aplicación de tareas preventivas mediante estudios de resultados económicos.

La decisión del profesional del *Escenario 1* consiste en localizar el nivel máximo de degradación aceptable, siendo la ubicación de este un dato experimental. Tras alcanzarse el nivel de degradación prefijado, se realizará la tarea preventiva, probablemente con retrasos debidos a posibles problemas logísticos.

Sin embargo, para el ingeniero gestor del mantenimiento del *Escenario 2*, el objetivo no es evitar el fallo, sino ubicar de manera óptima la tarea preventiva. Su decisión consiste en determinar el instante de tiempo económicamente óptimo τ . Considerando a T_1 como el tiempo necesario para programar la tarea preventiva, el límite superior del tiempo de degradación admisible sería $\tau - T_1$.

En conclusión, el profesional busca el umbral óptimo y el gestor optimiza el tiempo preventivo y posteriormente calcula su umbral de degradación. Se estudia en profundidad los escenarios descritos en la siguiente tabla:

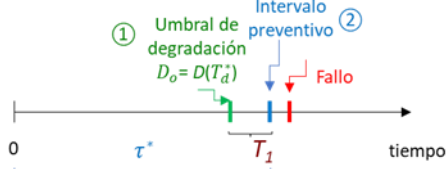
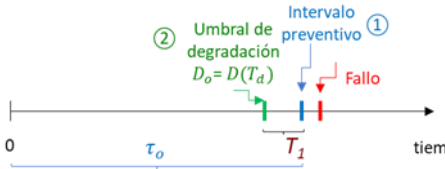
Escenario 1: Aplicación del umbral de degradación	Escenario 2: Establecimiento del umbral de degradación.
1) Monitorizar la señal de degradación, $D(t)$.	1) Se determina la ubicación óptima temporal de la tarea preventiva, τ_o .
2) Lanzar la intervención preventiva cuando se alcance el umbral de degradación, D_o .	2) Establecer el tiempo de preparación de la tarea preventiva, T_1 .
3) El umbral de degradación se alcanza en momentos distintos para cada activo, debido a que la degradación y el fallo son eventos aleatorios. Para un caso particular ocurre en T_d^* .	3) Se calcula el momento para lanzar la intervención preventiva, $\tau_o - T_1$.
4) La intervención preventiva se realizará pasado el tiempo T_1 . Para este activo será en el instante τ^* .	4) Se determina el nivel máximo admisible de degradación (umbral de degradación), $D_o = D(\tau_o - T_1) = D(T_d)$.
	

Tabla 1. Diferencias entre los dos escenarios propuestos para la Política MBC

1.3.2 Métodos de búsqueda directa.

En distintas casuísticas, los ingenieros se enfrentan a complejos desarrollos matemáticos, como es el caso de la resolución de los problemas de optimización, en los que el empleo de derivadas parciales suele ser una tarea tediosa, tanto por la dificultad para alcanzar una expresión analítica como por el requerimiento de un nivel computacional considerable. En estas situaciones, los ingenieros optan por resoluciones a través de métodos matemáticos que agilicen la actividad (Pilotta, Aug 08 2021).

Con el crecimiento de la computación en la década de 1950 – 1960, se introdujo el concepto de búsqueda directa, mediante Hooke y Jeeves (Hoke & Jeeves, April 01 1961).

En 1962, Spendley Hert y Himsworth (Spendley, Hext, & Himsworth, 1962) propusieron el primer algoritmo enfocado en el método *Simplex*, implementado un polígono convexo de dimensiones superiores a dos, con el fin de explorar el espacio de búsqueda. Partiendo de varios resultados de una función o vértices originales del polígono, se manejan dos tipos de operaciones básicas con el objetivo de ir mejorando la selección de resultados en búsqueda de un vértice óptimo:

- Cálculo del vértice reflejado del peor valor probado.
- Cálculo de nuevo vértice del *simplex*, encogiendo la figura hacia el mejor resultado probado.

Tres años después, en 1965 John Nelder y Roger Mead desarrollaron un método de optimización no-lineal conocido como el algoritmo de Nelder-Mead, mejorando al método de Spendley y Himsworth y permitiendo optimizar funciones sin emplear restricciones. Con él, aparecieron dos operaciones nuevas, con el objetivo de buscar el óptimo de una manera más inteligente que se sumaban a las ofrecidas por el método de Spendley y Himsworth:

- Cálculo de nuevo vértice del *simplex*, mediante la expansión de este, sustituyendo al peor valor probado.

- Contracción del *simplex* mediante un nuevo vértice, sustituyendo a aquel que ofrece peor valor objetivo.

Debido a su simpleza y eficacia, y a la ausencia del empleo de derivadas para la resolución de problemas, este método fue aceptado rápidamente por la comunidad científica para casuísticas de dos variables, extendiéndose, más adelante, para un número mayor.

Desde 1970, se comenzó a implementar por la sociedad científica en numerosas librerías de *software*, apareciendo en Matlab, desde 2008, mediante la función de *fminsearch*, utilizada para alcanzar una optimización simple y eficaz (Singer & Nelder).

A pesar de que su rendimiento, sensible a la forma y dimensionalidad del espacio de búsqueda, puede presentar problemas para encontrar óptimos globales en aquellos casos en los que existan múltiples óptimos locales. El método de Nelder-Mead ha sido aplicado en distintos sectores profesionales como el de la medicina (yu Liao, Cade, & Behdad, Aug. 2021), la ingeniería hidráulica (Ouria & Toufigh, Sep. 2009) y la energía (Hu, Zhu, Peng, Ding, & Sun, Nov. 2013), siendo una herramienta efectiva en la toma de decisiones sobre sustitución o reparación de equipos en las distintas industrias.

2 OBJETIVO

Como ya se ha ido adelantando en los puntos anteriores, en la actualidad existe un gran interés por realizar de manera óptima las tareas de mantenimiento. Dichas tareas han ido evolucionando a lo largo de la historia tratando de evitar que los sistemas a mantener lleguen a alcanzar un nivel de degradación tal, que la aplicación de acciones correctivas sea necesaria. Es por ello, que las tareas preventivas han ido tomando un mayor peso en los estudios de los ingenieros gestores del mantenimiento, siendo la determinación del instante de su aplicación una tarea fundamental para ellos, así como la determinación del nivel de degradación que se alcanza y la repercusión económica de la parada de la producción asociada.

Dado el carácter científico que compete, para el estudio se implementa un modelo matemático referente al *Escenario 2*, descrito anteriormente. Este modelo evoluciona a lo largo del tiempo simulando el comportamiento de un activo que evoluciona a través de unos estados determinados (operación, degradación, avería y mantenimiento preventivo), acumulando resultados económicos asociados a cada uno de estos.

Mediante la implementación del cálculo diferencial en dicho modelo, se consigue alcanzar valores óptimos de retornos económicos e instantes de intervención de actividades preventivas, a un costo computacional y humano elevado. Con el objetivo de simplificar los cálculos en la industria y reducir los costos citados se propone evitar hacer uso del cálculo diferencial y llegar a los mismos resultados mediante el empleo de métodos de búsqueda directa.

El objetivo de este estudio es verificar, una vez más, la aplicabilidad de este tipo de métodos sencillos y con bajo costo computacional en los sectores profesionales de la ingeniería, y facilitar en este caso, el día a día de los ingenieros y encargados del mantenimiento. El método numérico propuesto para el presente proyecto es el método de Nelder-Mead.

El procedimiento seguido para la consecución del objetivo descrito se divide en las siguientes etapas, las cuales se desarrollarán a lo largo del proyecto.

1. Descripción del modelo matemático y expresiones constituyentes.
2. Descripción del método numérico de búsqueda directa de Nelder-Mead.
3. Descripción del escenario de datos del que se partirá en la casuística ingenieril.
4. Obtención de resultados haciendo uso del cálculo diferencial en el modelo matemático de cuatro estados, implementando el escenario de datos impuesto.
5. Obtención de resultados haciendo uso de Nelder-Mead en la expresión objetivo a derivar del modelo, implementando el mismo escenario de datos.
6. Análisis de ambos resultados y desarrollo de conclusiones sobre la aplicabilidad del método de Nelder-Mead en la resolución de casos reales de mantenimiento.

3 MATERIAL Y MÉTODO

3.1 Modelo matemático del mantenimiento del Sistema de cuatro estados

El proceso estocástico que modela el mantenimiento del sistema tratado en el proyecto presenta las siguientes características típicas de los procesos semi-Markovianos:

- Cuenta con un espacio de estados finitos.
- Los tiempos de estancia en cada estado son variables aleatorias con distribuciones de probabilidad no necesariamente exponenciales.
- Cuenta con una matriz de probabilidades de transición entre distintos estados del sistema.

El objeto de estudio se basa en un sistema o activo reparable diseñado para funcionar de acuerdo con unas condiciones establecidas. Desde el instante inicial en el que el activo empieza a funcionar, se somete a un proceso de degradación que va aumentando con el tiempo, $D(t)$.

Los cuatro estados involucrados en el presente sistema semi-Markoviano serán los siguientes:

- Operativo (S_1): el activo se encuentra produciendo y degradándose hasta alcanzar un nivel umbral D_0 , en un instante denominado T_0 . En este estado se considera una probabilidad de fallo nula.
- Degradado (S_4): el activo sigue produciendo a un ritmo menor al haber alcanzado el umbral de degradación. En este estado la probabilidad de fallo ya no se consideraría nula. Para prevenir que ocurra un fallo, en un instante no aleatorio a determinar, τ , $\tau > T_0$, el sistema o activo pasaría al estado Preventivo. Sin embargo, podría ocurrir que el fallo se diese antes de ese instante mencionado, alcanzando el activo el estado de Avería.
- Preventivo (S_3): el activo se somete a operaciones de mantenimiento preventivo, habiendo alcanzado previamente el estado Degradado. La finalización de las tareas preventivas devuelve al activo al estado Operativo.
- Avería (S_2): se alcanza cuando el fallo se da antes de la aplicación de las tareas preventivas, habiendo entrado previamente en el estado Degradado. En este estado se llevan a cabo tareas de mantenimiento correctivo que, tras su finalización, devuelven al activo al estado Operativo.

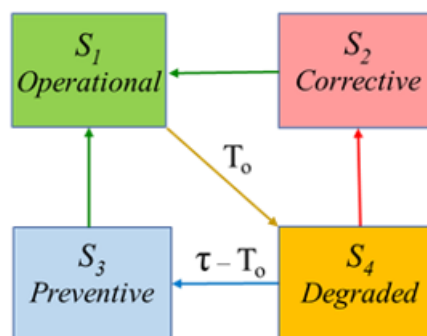


Figura 3. Diagrama de los estados del sistema y sus posibles transiciones

Se considera un proceso semi-Markoviano, donde los tiempos de permanencia en cada estado no siguen una ley exponencial. Dentro del proceso se ha embebido una cadena homogénea de Markov $\{x_n, n \geq 0\}$ con

estados $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ y se presentan las probabilidades de transición de un estado a otro $p_{i,j} = P(X_1 = j | X_0 = i)$. Como en todos los procesos aleatorios de tiempo continuo, no existen transiciones de un estado hacia sí mismo, por lo que dicha probabilidad se considera nula. Particularizando para el sistema de cuatros, se deduce que $p_{11}, p_{22}, p_{33}, p_{44} = 0$.

Considerando que el sistema se encontrase originalmente en S_1 , solo podría evolucionar hacia el estado S_4 , deduciéndose que $p_{12}, p_{13} = 0, p_{14} = 1$.

A partir de ahora, se considera como T a la variable aleatoria de tiempo de fallo o tiempo hasta el fallo (Sánchez Herguedas, Mena-Nieto, Crespo-Márquez, & Rodrigo-Muñoz, 2024)

Habiendo alcanzado el sistema el umbral de degradación y, por lo tanto, el estado degradado, S_4 , dado que la probabilidad de fallos ya no se consideraría nula, se podrían dar dos escenarios posibles, una evolución hacia el S_2 o al S_3 :

- a) Se alcanza el fallo en un instante menor a τ :

El sistema entraría en el estado correctivo, S_2 , en el que se sometería a reparación mediante un mantenimiento correctivo, con fin de alcanzar las condiciones iniciales para las que fue diseñado. El tiempo de duración de dicho mantenimiento es una variable aleatoria, T_2 .

La probabilidad de transición del estado S_4 al S_2 , p_{42} , se formula de la siguiente manera, considerando que $F(T_0) = 0$:

$$\begin{aligned} p_{42} &= P(T < \tau | T > T_0) = \frac{P[(T < \tau) \cap (T > T_0)]}{P(T > T_0)} = \\ &= \frac{P(T_0 < T < \tau)}{1 - P(T < T_0)} = \frac{F(\tau) - F(T_0)}{1 - F(T_0)} = F(\tau) = p, \end{aligned} \quad (1)$$

Habiéndose alcanzado S_2 , el sistema solo podría evolucionar hacia S_1 , deduciéndose que $p_{21} = 1$, y $p_{23}, p_{24} = 0$.

- b) Se supera el instante $\tau - T_0$ sin aparición de fallo:

El sistema pasaría al estado preventivo, S_3 , en el que se somete a un mantenimiento preventivo, con fin de alcanzar las condiciones iniciales para las que fue diseñado. El tiempo de duración de la actividad preventiva es una variable aleatoria, T_3 .

La probabilidad de transición del estado S_4 a S_3 , p_{43} , se formula de la siguiente manera:

$$p_{43} = P(T > \tau | T > T_0) = 1 - P(T < \tau | T > T_0) = 1 - p \quad (2)$$

Habiendo alcanzado S_3 , el sistema solo podría evolucionar hacia el estado S_1 : $p_{31} = 1$ y $p_{32}, p_{34} = 0$.

Por lo tanto, la duración de T_4 o tiempo de permanencia en el estado degradado, se rige como sigue:

$$T_4 = \min\{T, \tau\} - T_0 = \min\{T - T_0, \tau - T_0\}. \quad (3)$$

La matriz estocástica de probabilidades de transiciones de estado de la presente cadena de Markov resultaría como se muestra:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} \\ p_{41} & p_{42} & p_{43} & p_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 1 - p & 0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Haciendo referencia con E a valores medios, los tiempos medios de estancias en cada uno de los estados se recogen en la siguiente tabla:

$$Q = E \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & T_0 \\ T_2 & 0 & 0 & 0 \\ T_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_4 & \tau - T_0 & 0 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & A \\ B & 0 & 0 & 0 \\ C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D & \tau - T_0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

siendo A , B y C los tiempos medios de permanencia en los estados operativo, correctivo y preventivo, medias de las variables aleatorias T_0 , T_2 y T_3 :

$$A = E(T_0) = \int_0^{\infty} t f_1(t) dt,$$

$$B = E(T_2) = \int_0^{\infty} t f_2(t) dt,$$

$$C = E(T_3) = \int_0^{\infty} t f_3(t) dt.$$

La media de T_4 , es decir, el tiempo medio de permanencia en el estado degradado, se controlaría mediante la variable D :

$$D = E(T_4) = \frac{1}{F(\tau) - F(T_0)} \int_{T_0}^{\tau} (t - T_0) f(t) dt = \frac{1}{F(\tau) - F(T_0)} \int_{T_0}^{\tau} t f(t) dt - T_0.$$

Volviendo a tener en cuenta que $F(T_0) = 0$, la expresión anterior se simplificaría como sigue:

$$D = E(T_4) = \frac{1}{F(\tau)} \int_{T_0}^{\tau} (t - T_0) f(t) dt = \frac{1}{F(\tau)} \int_{T_0}^{\tau} t f(t) dt - T_0 \quad (6)$$

Dicho sistema acumula, a lo largo del tiempo, una serie de retornos, $r_{i,j}$, ya sean ingresos ($r_{i,j} > 0$) o pérdidas ($r_{i,j} < 0$). Dado que en m transiciones, el sistema puede desarrollar numerosas transiciones entre los distintos estados (i), el valor de los distintos retornos acumulados va a ser controlado mediante la variable $R_i(m)$.

Los retornos económicos involucrados en el proceso son:

- R_1 , beneficio por unidad de tiempo de permanecer en S_1 , estado operativo.
- R_4 , beneficio por unidad de tiempo de que el sistema permanezca en S_4 , estado deteriorado.
- R_2 , costo por unidad de tiempo de que el sistema permanezca en S_2 , estado correctivo.
- R_3 , costo por unidad de tiempo de que el sistema permanezca en S_3 , estado preventivo.
- R_{14} , costo de transición de S_1 , operativo, a S_4 , deteriorado.
- R_{21} , costo de transición de S_2 , correctivo, a S_1 , operativo.
- R_{31} , costo de transición de S_3 , preventivo, a S_1 , operativo.
- R_{42} , costo de transición de S_4 , deteriorado, a S_2 , correctivo.
- R_{43} , costo de transición de S_4 , deteriorado, a S_3 , preventivo.

Por lo tanto, la matriz de retornos, es decir la matriz cuyo ij –ésimo elemento es la suma del retorno debido a la permanencia en el estado i –ésimo, más el debido a la transición hacia el j –ésimo, resulta como se muestra:

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & AR_1 + R_{14} \\ BR_2 + R_{21} & 0 & 0 & 0 \\ CR_3 + R_{31} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & DR_4 + R_{42} & (\tau - T_0)R_4 + R_{43} & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

Para facilitar el tratamiento de los retornos, se emplea un valor medio de retorno acumulado, $v_i(m) = E(R_i(m))$:

- El retorno medio de la primera transición es:

$$v_i(1) = \sum_{j=1}^k r_{ij} \cdot p_{ij} \quad (8)$$

- El retorno medio acumulado en dos transiciones se formula como se muestra:

$$v_i(2) = v_i(1) + \sum_{j=1}^k v_j(1) \cdot p_{ij} \quad (9)$$

Por lo tanto, el cálculo de $v_i(m)$ se rige mediante la siguiente formulación:

$$v_i(m) = v_i(1) + \sum_{j=1}^n v_j(m-1)p_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (10)$$

El primer término considera la transición del estado i –ésimo al siguiente y el segundo término los $m - 1$ pasos restantes. El valor medio obtenido en los $m - 1$ pasos mencionados es una variable que alcanza los valores de $v_1(m - 1), v_2(m - 1), \dots, v_n(m - 1)$, condicionados por las probabilidades de las transiciones de estados correspondientes $p_{i,1}, p_{i,2}, \dots, p_{i,n}$.

Considerando los vectores de retornos, $V(m)$, y P , la matriz de probabilidad de transiciones, se obtiene la siguiente expresión:

$$V(m) = V(1) + PV(m - 1) \quad (11)$$

Estando el vector $V(1)$ constituido por los siguientes términos:

$$V(1) = \begin{pmatrix} v_1(1) \\ v_2(1) \\ v_3(1) \\ v_4(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} AR_1 + R_{14} \\ BR_2 + R_{21} \\ CR_3 + R_{31} \\ p(DR_4 + R_{42}) + (1 - p)((\tau - T_0)R_4 + R_{43}) \end{pmatrix} \quad (12)$$

Siguiendo el proceso expuesto en (Sánchez Herguedas, Mena, Crespo-Márquez, & Rodrigo-Muñoz, 2022) se consigue alcanzar los valores de $V_i(m)$ y τ_0 :

$$v_1(m) = 2 \left(\operatorname{Re}(B_1) \cos \frac{4(m-1)\pi}{3} - \operatorname{Im}(B_1) \sin \frac{4(m-1)\pi}{3} \right) + A_3(m-1) + A_4, \quad (13)$$

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

Una vez obtenida la expresión (15) se optimizaría en función del tiempo para establecer el instante óptimo de aplicación de las tareas preventivas. Para ello, se va a plantear derivar la expresión, igualarla a 0, y estudiar en qué condiciones existiría solución, calculándose cuando se diera.

$$\frac{dv_1(m)}{d\tau} = 2 \left(\cos \frac{4(m-1)\pi}{3} \cdot \frac{d\text{Re}(B_1)}{d\tau} - \sin \frac{4(m-1)\pi}{3} \cdot \frac{d\text{Im}(B_1)}{d\tau} \right) + (m-1) \frac{dA_3}{d\tau} + \frac{dA_4}{d\tau} \quad (14)$$

Desarrollando la expresión anterior asociada a la derivación de la función objetivo del problema se obtiene la nueva mostrada a continuación:

$$\begin{aligned} \frac{dv_1(m)}{d\tau} = \frac{1}{3} \left[\alpha \left(\frac{\tau - T_0}{\beta} \right)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{\tau - T_0}{\beta} \right)^\alpha} \left[(R_{42} - R_{43}) \left(m + \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \frac{4m\pi}{3} \right) \right. \right. \\ \left. \left. + (BR_2 + R_{21} - CR_3 - R_{31}) \left(m - 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{4m\pi}{3} + \cos \frac{4m\pi}{3} \right) \right] \right. \\ \left. + e^{-\left(\frac{\tau - T_0}{\beta} \right)^\alpha} R_4 \left(m + \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \frac{4m\pi}{3} \right) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

Igualando dicha expresión a 0 y eliminando los factores comunes no nulos, se obtendría τ_0 , el instante óptimo de aplicación de las tareas preventivas:

$$\begin{aligned} 0 = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{\tau - T_0}{\beta} \right)^{\alpha-1} \left[(R_{42} - R_{43}) \left(m + \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \frac{4m\pi}{3} \right) \right. \\ \left. + (BR_2 + R_{21} - CR_3 - R_{31}) \left(m - 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{4m\pi}{3} + \cos \frac{4m\pi}{3} \right) \right] \\ \left. + R_4 \left(m + \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \frac{4m\pi}{3} \right) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

$$\tau_0 = \eta + \left(\frac{\beta^\alpha}{\alpha} \cdot \frac{-R_4}{R_{42} - R_{43} + (BR_2 + R_{21} - CR_3 - R_{31}) \frac{m - 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{4m\pi}{3} + \cos \frac{4m\pi}{3}}{m + \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \frac{4m\pi}{3}}} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} \quad (17)$$

El rango de valores de la función $\tau^{\alpha-1}$ es el intervalo $(0, \infty)$ si $0 < \alpha < 1$ y el intervalo $[0, \infty)$ si $\alpha \geq 1$, así que, tanto en uno como en otro caso, la ecuación tendrá solución no nula.

3.2 Método de Nelder-Mead

Como ya se ha descrito previamente, el método de búsqueda directa de Nelder-Mead permite resolver un problema clásico de optimización sin restricciones, a partir de valores de la propia función, sin hacer uso de la derivación.

El método Nelder-Mead para n dimensiones se ajusta a $n + 1$ puntos de prueba que constituyen los vértices $f_0, \dots, f_n \in R^n$ de una estructura denominada *simplex*. Así, para R^1 el *simplex* será un segmento, constituido por dos puntos; para R^2 un triángulo, constituido por tres; y para R^3 , un tetraedro, de cuatro puntos.

Aunque a nivel de comprensión matemática es simple, el método de Nelder-Mead cuenta con varias etapas en su implementación: una previa antes de comenzar las iteraciones y otras que tendrán que efectuarse en cada iteración.

Se procede a explicar el desarrollo del algoritmo del método Nelder-Mead como ya se hizo en (Garrido Prados, 2022):

1. Formación del *simplex* inicial:

En primer lugar, se elegirá un punto inicial y el resto de n puntos que formaran el *simplex* original.

La elección de este punto puede ser completamente aleatoria, salida de otro proceso de aproximación o incluso, tomada a ojo.

Una vez elegido un valor inicial x_0 , el resto de los vértices del *simplex* original, equidistantes entre sí, se calcularán de la siguiente manera:

$$x_i = x_0 + h_i e_i$$

Siendo h_i un valor de paso en la dirección marcada por el vector e_i en R^n .

La precisión con la que se haga esta elección inicial será fundamental para ahorrar costo computacional de iteraciones posteriores, ya que, si los valores originales resultan lejanos de la convergencia a la solución final, serán necesarias unas iteraciones más para acabar llegando a la misma solución que si se partiese de una solución aproximada. De la misma manera, partir de un *simplex* con un área pequeña puede conllevar que el algoritmo se vea estancado en las primeras iteraciones en un óptimo local.

2. Algoritmo de iteración:

Una vez establecido los puntos constituyentes del *simplex* original, se procederá a aplicar el método iterativo. Para ello, se contará con las siguientes etapas:

2.1. Etapa 1: Clasificación:

Se ordenan los valores objetivos resultantes de mejor a peor resultado, estableciéndose las siguientes denominaciones y criterios:

$$\begin{aligned} f_m &\equiv f_{mejor}, & x_m &\equiv x_{mejor} \\ f_p &\equiv f_{peor}, & x_p &\equiv x_{peor} \\ f_s &\equiv f_{segundo_{peor}}, & x_s &\equiv x_{segundo_{peor}} \\ f_0 &\geq \dots > f_{n-1} \geq f_n \\ f_m &= f_0, & f_p &= f_n, & f_s &= f_{n-1} \end{aligned}$$

Una vez se hayan ordenado los valores, se ordenan los vértices constituyentes del *simplex* en función de la condición de los resultados obtenidos por sus evaluaciones:

$$x_m = x_0$$

$$x_p = x_n$$

$$x_s = x_{n-1}$$

2.2. Etapa 2: Cálculo del centroide (c):

Para dicho cálculo se tendrán en cuenta todos los vértices del *simplex* menos el peor, procediendo con la siguiente expresión y representación gráfica mostrada en la Figura 4:

$$c = \frac{1}{n} \sum_{i \neq p} x_i$$

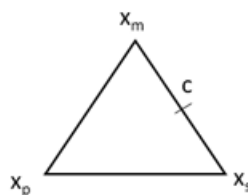


Figura 4. Representación del centroide en el *Simplex* para $n = 3$

2.3. Aplicación de las transformaciones:

En esta etapa se llevarán a cabo una serie de operaciones para estudiar el espacio y buscar potenciales vértices que mejoren los resultados del *simplex*. Dichas operaciones serán: reflexión, expansión, contracción y encogimiento.

Para el desarrollo de estas operaciones se contará con una serie de valores fijos y restricciones, establecidos previamente:

$$\rho > 0, \quad 0 < \gamma < 1, \quad \chi > 1, \quad \chi > \rho, \quad 0 < \sigma < 1$$

A nivel computacional, se suelen usar los siguientes valores estándar de los parámetros anteriores:

$$\rho = 1, \quad \gamma = 0.5, \quad \chi = 2, \quad \sigma = 0.5$$

2.3.1. Paso 1, Reflexión:

Se calcula el valor simétrico del peor valor con respecto al centroide, es decir, el valor reflejado del peor vértice, como se muestra en la Figura 5. Para ello, emplearemos el parámetro ρ :

$$x_{ref} = c + \rho(c - x_{n-1})$$

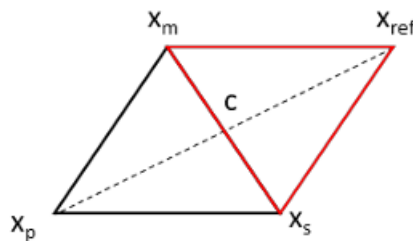


Figura 5. Representación del vértice reflejado

A continuación, se evalúa $f(x_{ref})$.

2.3.1.1. **Caso 1:** Si el valor reflejado mejora al mejor valor obtenido del *simplex*, $f(x_{ref}) > f_m$, se aplica el **Paso 2, Expansión:**

Se calcula el nuevo valor de expansión con respecto al centroide, como se muestra en la Figura 6. Para la ponderación de dicha operación se emplea el parámetro χ :

$$x_{exp} = c + \chi(x_{ref} - c)$$

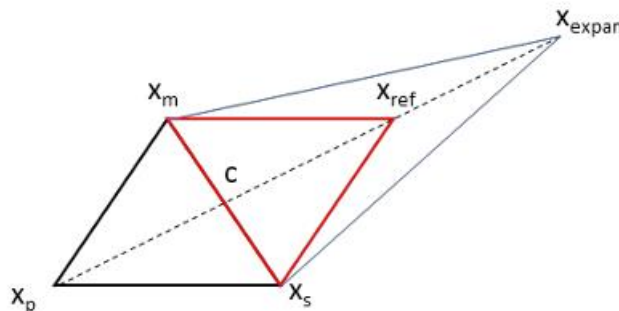


Figura 6. Representación del vértice que expande el *Simplex*

Si se verifica que el valor expandido es mejor que el reflejado, $f(x_{exp}) > f(x_{ref})$, se procederá a contar con el punto de expansión como un nuevo punto para la estructura *simplex*, sustituyendo al clasificado como peor, x_p . En caso contrario, si el valor es menor al valor obtenido en la reflexión, $f(x_{ref}) > f(x_{exp})$, el reflejado pasará a ser el sustituto del peor.

Tras esto, la iteración finaliza y se regresa al inicio, realizándose de nuevo los **pasos 1** (clasificación) y **2** (cálculo del centroide) con los nuevos puntos constituyentes del *simplex*.

2.3.1.2. **Caso 2:** no se produce mejoría del valor reflejado con respecto al mejor, pero si con respecto a algunos de los n mejores:

$$f_m \geq f(x_{ref}) > f(x_j) \quad j = 1, \dots, n$$

Se eliminará al peor punto, quedando este sustituido por el valor reflejado.

Se finaliza la iteración y se regresa al inicio del proceso, realizándose de nuevo los **pasos 1** (clasificación) y **2** (cálculo del centroide) con los nuevos puntos constituyentes del *simplex*.

2.3.1.3. **Caso 3:** no se ha producido mejoría con respecto al mejor, ni tampoco con respecto a los otros n mejores:

$$f(x_{ref}) < f(x_j) \quad j = 1, \dots, n$$

Se procede con el **Paso 3, Contracción:**

La contracción se realiza en la dirección del vector que va del peor punto al reflejado y se puede hacer en dos direcciones, hacia el mejor punto (contracción externa) o hacia el peor punto (contracción interna).

- Cuando el valor reflejado sea mejor que el peor vértice, $f(x_{ref}) > f(x_{n+1})$, se procederá a la ejecución de la **contracción externa** (Figura 7).

El valor del vértice contraído será:

$$x_{con_e} = c + \gamma(x_{ref} - c)$$

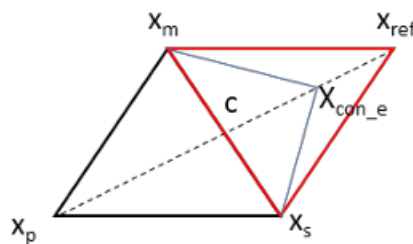


Figura 7. Representación del vértice resultante de la contracción externa

- Cuando el valor reflejado iguale o empeore al peor vértice, $f(x_{ref}) \leq f(x_{n+1})$, se procederá a la ejecución de la **contracción interna** (Figura 8).

El valor del vértice contraído será:

$$x_{con_i} = c - \gamma(x_{ref} - c)$$

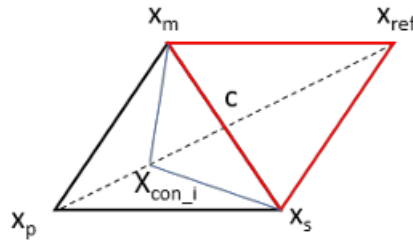


Figura 8. Representación del vértice resultante de la contracción interna

Si se verifica que el valor contraído es mayor que el reflejado, $f(x_{con_l}) > f(x_{ref})$, se procederá a tomar este punto como nuevo vértice del *simplex*, finalizándose la iteración y regresándose al inicio del proceso, realizándose de nuevo los **pasos 1** (clasificación) y **2** (cálculo del centroide) con los nuevos puntos constituyentes del *simplex*.

2.3.1.4. **Caso 4:** No se consigue mejorar el vértice con el Paso 3, dando lugar al **Paso 4, Encogimiento**.

Se tomarán n puntos nuevos, manteniendo a aquel que ofrece mejor resultado:

$$v_i = x_m - \sigma(x_i - x_m)$$

Los nuevos puntos x_m, v_2, \dots, v_{n+1} pasaran a formar la nueva estructura *simplex*. La iteración finaliza y se regresa al inicio del proceso, realizándose de nuevo los **pasos 1** (clasificación) y **2** (cálculo del centroide) con los nuevos puntos constituyentes del *simplex*.

3. Fin de las iteraciones.

Normalmente, las restricciones que suelen condicionar el final del algoritmo son las siguientes:

- Convergencia del dominio: la estructura *simplex* alcanza un tamaño suficientemente pequeño, alcanzando una proximidad preestablecida entre los vértices x_i .
- Convergencia del valor objetivo: los valores de la función f_i están suficientemente cerca.
- Fallo: es la no convergencia del método, superando un número máximo de iteraciones establecido.

Estas condiciones de salida del bucle se comprueban antes de comenzar a realizar una nueva iteración, a partir de los vértices y resultados obtenidos en la iteración finalizada.

Como resumen aclaratorio de la explicación a nivel teórico del método de Nelder-Mead, se muestra el siguiente diagrama de flujo de la Figura 9:

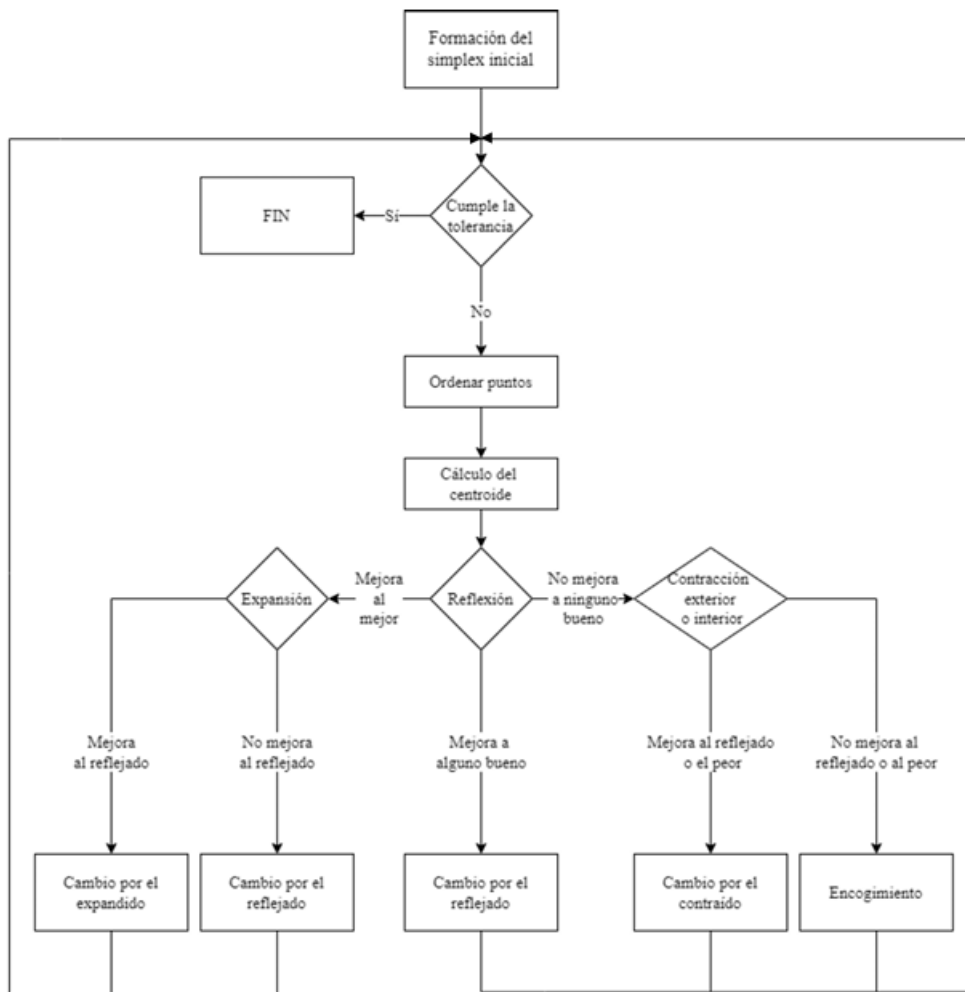


Figura 9. Diagrama de flujo del método de Nelder-Mead

3.3 Utilización del software

Para la verificación de la resolución del sistema, se han empleado tres hojas de cálculo EXCEL:

- La hoja '*Datos Weibull.xlsx*' se emplea para procesar los datos de entrada del problema. A partir de registros de fallos de un sistema, se ajusta una función de Weibull, cuyos parámetros estadísticos se implementarán en el modelo matemático empleado.

Además, se definen tanto los retornos económicos como los tiempos de permanencia de cada estado. El desarrollo de los datos implementados en el problema real de estudio se tratará en la siguiente sección.

- En la hoja '*Intervalo preventivo.xlsx*' se encuentra implementado el modelo matemático. Esta se alimenta de los datos definidos en la anterior hoja '*Datos Weibull.xlsx*' y ofrece por pantalla el seguimiento de los valores de las variables empleadas en el sistema ante cualquier variación, para distintas transiciones m . La interfaz de la presente hoja se muestra en la Figura 10.

Este documento se ha empleado para el cálculo exacto de la solución óptima del modelo matemático y para la obtención de las soluciones asociadas a los vértices resultantes del *simplex* del método de Nelder-Mead.

To =	V ₁ (m)							
11970	V ₁ (2)	V ₁ (3)	V ₁ (4)	V ₁ (5)	V ₁ (6)	V ₁ (7)	V ₁ (8)	V ₁ (9)
τ								
20,000	17307.12039	11300.76861	23269.76861	28607.88900	22601.53721	34570.53721	39908.65760	33902.30582
20,150	17370.88432	11328.45987	23297.45987	28699.34419	22656.91974	34625.91974	40027.80406	33985.37961
20,300	17433.46262	11354.47956	23323.47956	28787.94217	22708.95911	34677.95911	40142.42173	34063.43867
20,450	17494.86105	11378.83769	23347.83769	28873.69874	22757.67539	34726.67539	40252.53643	34136.51308
20,600	17555.08535	11401.54427	23370.54427	28956.62963	22803.08855	34772.08855	40358.17390	34204.63282
20,750	17614.14126	11422.60926	23391.60926	29036.75052	22845.21853	34814.21853	40459.35979	34267.82779
20,900	17672.03448	11442.04259	23411.04259	29114.07707	22884.08517	34853.08517	40556.11966	34326.12776
21,050	17728.77073	11459.85415	23428.85415	29188.62488	22919.70830	34888.70830	40648.47903	34379.56244
21,200	17784.35570	11476.05383	23445.05383	29260.40953	22952.10765	34921.10765	40736.46335	34428.16148
21,350	17838.79508	11490.65148	23459.65148	29329.44655	22981.30295	34950.30295	40820.09803	34471.95443
21,500	17892.09455	11503.65693	23472.65693	29395.75148	23007.31386	34976.31386	40899.40842	34510.97080
21,650	17944.25980	11515.08001	23484.08001	29459.33981	23030.16003	34999.16003	40974.41983	34545.24004
21,800	17995.29651	11524.93052	23493.93052	29520.22702	23049.86104	35018.86104	41045.15754	34574.79156
21,950	18045.21034	11533.21824	23502.21824	29578.42858	23066.43648	35035.43648	41111.64682	34599.65472
22,100	18094.00698	11539.95294	23508.95294	29633.95993	23079.90589	35048.90589	41173.91287	34619.85883
22,250	18141.69211	11545.14440	23514.14440	29686.83651	23090.28880	35059.28880	41231.98092	34635.43321
22,400	18188.27140	11548.80236	23517.80236	29737.07376	23097.60473	35066.60473	41285.87613	34646.40709
22,550	18233.75053	11550.93658	23519.93658	29784.68711	23101.87315	35070.87315	41335.62368	34652.80973
22,700	18278.13519	11551.55678	23520.55678	29829.69197	23103.11355	35072.11355	41381.24874	34654.67033
22,850	18321.43106	11550.67270	23519.67270	29872.10376	23101.34540	35070.34540	41422.77646	34652.01810
23,000	18363.64384	11548.29407	23517.29407	29911.93791	23096.58814	35065.58814	41460.23198	34644.88221
23,150	18404.77923	11544.43061	23513.43061	29949.20984	23088.86123	35057.86123	41493.64045	34633.29184

Tabla 2. Simulación del cálculo del $v_1(m)_i$, para distintos valores τ de y m

Con la implementación de las simulaciones, se pueden obtener gráficas como las que se muestran a continuación en la Figura 11, que ofrecen un análisis visual del crecimiento o decrecimiento de dichos valores objetivos en función de los instantes de aplicación de las tareas preventivas, para las transiciones estudiadas en la tabla anterior.

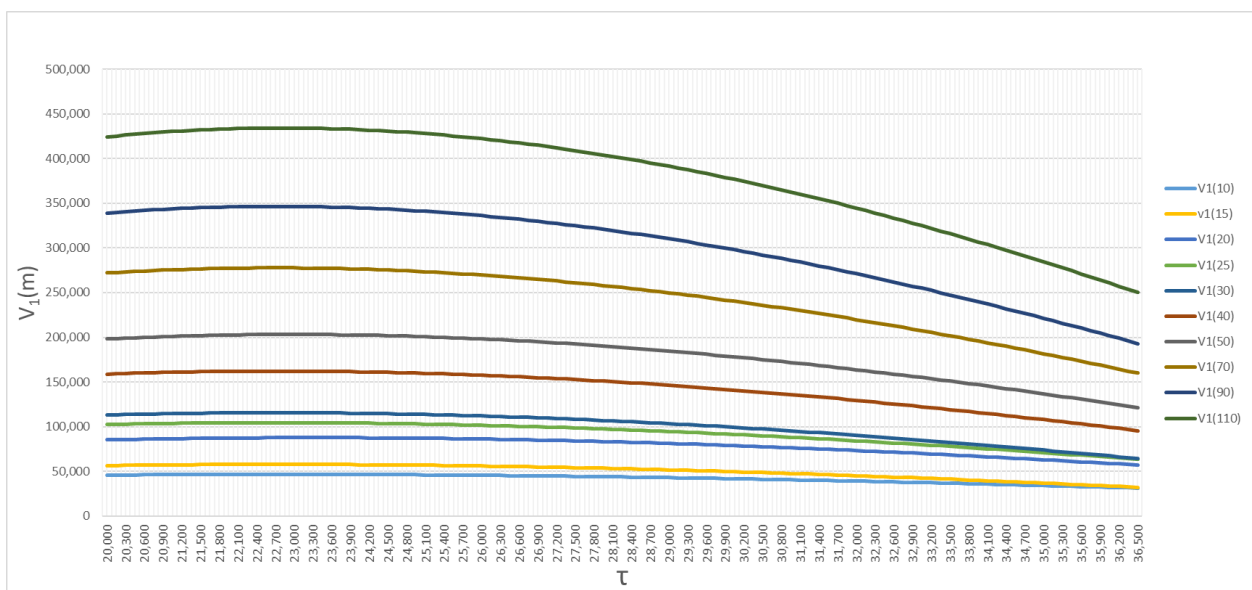


Figura 11. Representación gráfica del cálculo simulado de $v_1(m)_i$ para distintos valores de τ y m

- En la hoja ‘*Algoritmo Nelder-Mead.xlsx*’ se encuentra implementada la lógica del método de búsqueda directa empleado.

Iteración	<i>m</i>	<i>m+1</i>
x1	C3=250	CLASIFICAR
x2	Punto inicial	NUEVOS
x3	C3+250	VALORES
y1	Valor de $V1(m)$ para x_1	
y2	Valor de $V1(m)$ para x_2	
y3	Valor de $V1(m)$ para x_3	
¿Tolerancia <1?	SI(MAX(C2:C4)-MIN(C2:C4)<1;"VERDADERO";"FALSO")	
¿Seguir iterando?	SI(C8="FALSO";"VERDADERO";"FALSO")	
c	1/2*(C3+C2)	
xref	C10+1*(C10-Punto peor)	
yref	Valor de $V1(m)$ para xref	
¿mejor que el mejor?	SI(C12>MAX(C5:C7);"VERDADERO";"FALSO")	R
Sí	-	E
x_expansion	SI(C13="VERDADERO";C10+2*(C11-C10);"NA")	P
y_expansion	Valor de $V1(m)$ para x_exp	E
¿mejora al reflejado?	SI((Y(C15<>"NA";C16>C12);"VERDADERO";SI((Y(C15<>"NA";C16<C12);"FALSO";"NA"))	T
Sí: el expandido sustituye al peor	SI(C17="VERDADERO";"Nuevo vertice alcanzado";"NA")	I
No: el reflejado sustituye al peor	SI(C17="FALSO";"Nuevo vertice alcanzado";"NA")	R
No	-	
¿mejora el reflejado al segundo mejor?	SI(C17="FALSO";SI(C12>VALOR SEGUNDO MEJOR (SELECCIONADO MANUALMENTE;"VERDADERO";"FALSO");"NA")	M
Sí: el reflejado sustituye al peor	SI(C17="VERDADERO";"Nuevo vertice alcanzado";"NA")	E
No	-	T
¿Es mejor que el peor?	SI(C21="FALSO";SI(C12>MIN(C5:C7);"VERDADERO";"FALSO");"NA")	O
Sí	SI(C24="VERDADERO";"CONTRACCION EXTERNA";"NA")	D
x_contracción externa	SI(C24="VERDADERO";C10+0.5*(C11-C10);"NA")	O
y_contracción externa	Valor de $V1(m)$ para x_contraccion_externa	L
¿mejor que el reflejado?	SI(C24="VERDADERO";SI(C27>C12;"VERDADERO";"FALSO");"NA")	O
Sí: x_contraccion_externa sustituye al peor	SI(C28="VERDADERO";"Nuevo vertice alcanzado";"NA")	G
No	SI(C24="FALSO";"CONTRACCION EXTERNA";"NA")	Í
x_contracción interna	SI(C24="FALSO";C10-0.5*(C11-C10);"NA")	A
y_contracción interna	Valor de $V1(m)$ para x_contraccion_interna	
¿mejor que el peor?	SI(C24="FALSO";SI(C32>MIN(C2:C4);"VERDADERO";"FALSO");"NA")	
Sí: x_contraccion_interna sustituye al peor	SI(C33="VERDADERO";"Nuevo vertice alcanzado";"NA")	
No: Encogimiento	SI(C33="FALSO";"Encogimiento";"NA")	
x2_encogimiento	SI(C33="FALSO";MEJOR VERTICE+0.5*(VERTICE MEDIANO (SELECCIONADO MANUALMENTE)-MEJOR VERTICE);"NA")	
x3_encogimiento	SI(C33="FALSO";MEJOR VERTICE+0.5*(PEOR VERTICE (SELECCIONADO MANUALMENTE)-MEJOR VERTICE);"NA")	
nuevo vertice	SI(C17="VERDADERO";C15;SI(C21="VERDADERO";C11;SI(C28="VERDADERO";C26;SI(C33="VERDADERO";C31;"NA"))))	
nuevo valor	Valor de $V1(m)$ para nuevo vertice	

Figura 12. Interfaz explicativa de la hoja de cálculo de ‘*Algoritmo Nelder-Mead.xlsx*’

Se denominan en dicho algoritmo como x_i a cada una de las entradas del método numérico, vértices constituyentes del *simplex* que representan a los valores de τ_i evaluados; así como y_i a las salidas del método, retornos económicos $v_1(m)_i$, representado i a cualquier evaluación realizada (evaluación inicial, reflexión, contracción, expansión, encogimiento).

En el estudio realizado en el presente proyecto, se va a imponer la condición de salida del bucle relacionada con la tolerancia de los vértices constituyentes del *simplex*, x_i . Se establece una distancia menor a la unidad entre los vértices constituyentes más lejanos del *simplex*, para la finalización de las iteraciones.

En dicho algoritmo quedarían varios puntos a tratar manualmente como serían la clasificación de los vértices resultantes, a partir de sus valores objetivos, utilizando para ello un código de colores visual (verde, el mejor; amarillo, el segundo mejor; rojo, el peor); así como, la introducción de algunos puntos (referenciados con letra cursiva en la Figura 12) en determinadas funciones del algoritmo.

A partir de cada iteración se obtendrá un nuevo vértice obtenido por reflexión, expansión o contracción o dos nuevos vértices obtenidos por encogimiento, así como, sus respectivos valores objetivos. Por lo general, para una nueva iteración, se contarán con el mejor valor y el segundo mejor de la iteración anterior y el nuevo vértice; o el mejor vértice de la anterior y los dos nuevos puntos obtenidos por encogimiento.

4 RESOLUCIÓN DEL CASO REAL

4.1 Datos del caso real

El caso real de estudio del proyecto consiste en la determinación del instante de aplicación de mantenimiento preventivo a bombas centrífugas. Para ello, se han utilizado unos datos observados de fallos de 15 bombas a lo largo de casi 4 años, de las cuales 12, sus rodamientos superaron las 30000 horas de funcionamiento, pasándose a controlar su deterioro mediante actividades preventivas. Sin embargo, las otras 3 bombas restantes fallaron antes de dicho tiempo de estudio, alcanzando el fallo en los siguientes 3 instantes:

Bombas	Horas de funcionamiento hasta fallo
Bomba 1	25551
Bomba 2	29856
Bomba 3	20140

Tabla 3. Fallos registrados de bombas en 30000 horas de estudio

Con dicha recopilación de datos se procede a construir una distribución de fallos observada utilizando el método de regresión del rango de medianas y la aproximación de Bernard como estimador, $F_i = \frac{i-0.3}{N+0.4}$, representando i al orden del fallo y N al número total de ordenes del estudio (15 en este caso) (Genschel & Meeker, 2010) (Roberts & Freeman, 2010).

Reordenando dichas bombas por horas de funcionamiento, se obtienen los valores de la función de distribución observada de aquellas bombas que hayan alcanzado el fallo:

Nº de Orden	Bombas	Horas de funcionamiento hasta fallo	F_i observada
1	Bomba 3	20140	0.045454545
2	Bomba 1	25551	0.11038961
3	Bomba 2	29856	0.175324675

Tabla 4. Bombas por orden de fallo, horas de funcionamiento y función observada

Con los registros de fallos y los datos de la distribución de fallos observados se pretende obtener una función de fallos teórica, $F(t)$, que se adapte a ambas entradas.

Dado que la distribución de los fallos suele ajustarse a una función de distribución acumulativa, se supone una función de Weibull con parámetro de forma α y parámetro de escala β (Assis, Figueirôa Filho, Lima, O. Salles, & Pinto, 2021).

La hipótesis de que no haya fallos antes de alcanzarse el umbral de degradación D_o , implicaría al parámetro de tiempo de permanencia en estado operativo o vida garantizada, T_o , siendo las expresiones de las funciones de densidad de probabilidad y distribución las siguientes:

$$f(t) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{t - T_0}{\beta} \right)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{t - T_0}{\beta} \right)^\alpha}, \quad (18)$$

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t - T_0}{\beta} \right)^\alpha}, \quad (19)$$

$$\alpha, \beta > 0$$

El proceso de obtención de la función teórica se inicia con el ajuste de la función observada a la Weibull mediante dos variables (α, β) . Para ello, se representan en una gráfica $\ln(\ln(1/(1 - F_i)))$ frente a $\ln(t_i)$, implementando tanto los datos de fallos como los de la función observada.

Trazando la línea de tendencia ajustada a la nube de puntos, se obtiene el parámetro α coincidente con la pendiente de dicha línea, y β , coincidente con la exponencial de la fracción negativa de la ordenada en el origen entre la pendiente. Resultando la expresión de la línea de tendencia como $y = 3.6329x - 39.056$, los parámetros serán $\alpha = 3.63$ y $\beta = 46650.42$.

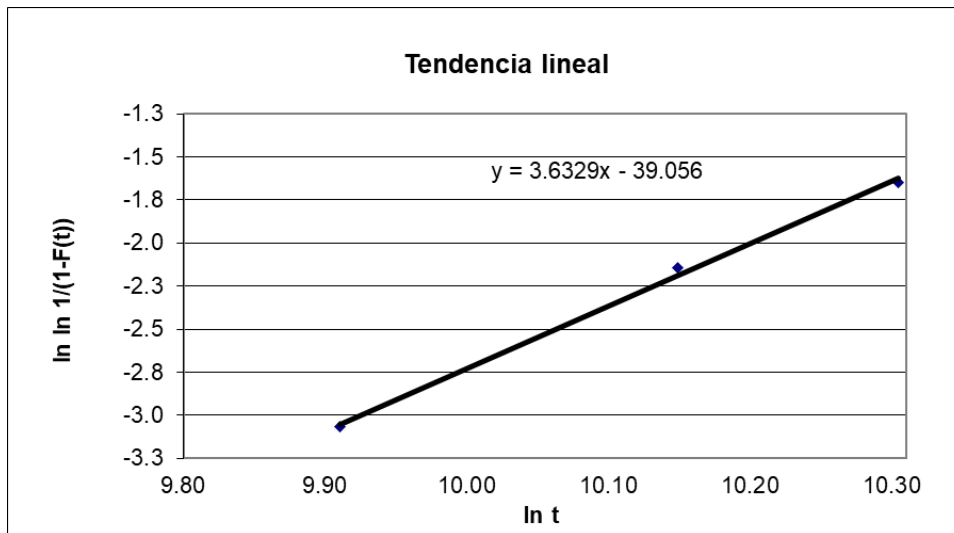


Figura 13. Ajuste de la función observada a Weibull

La expresión de la curva de tendencia cuadrática presenta una curvatura negativa, indicando la presencia del tercer parámetro denominado vida asegurada, $T_0 = \gamma$. Esta nueva gráfica resultante se diferencia de la anterior en que en la escala horizontal se cuantifica la variable $\ln(t_i - \gamma)$.

Dando valores a γ , se obtiene el valor de dicha variable que convierte la curva de tendencia en una recta, obteniéndose un coeficiente cuadrático nulo. Los parámetros que ajustan la función teórica de Weibull son: $\alpha = 1.81$, $\beta = 44318.61$, $\gamma = 11970$.

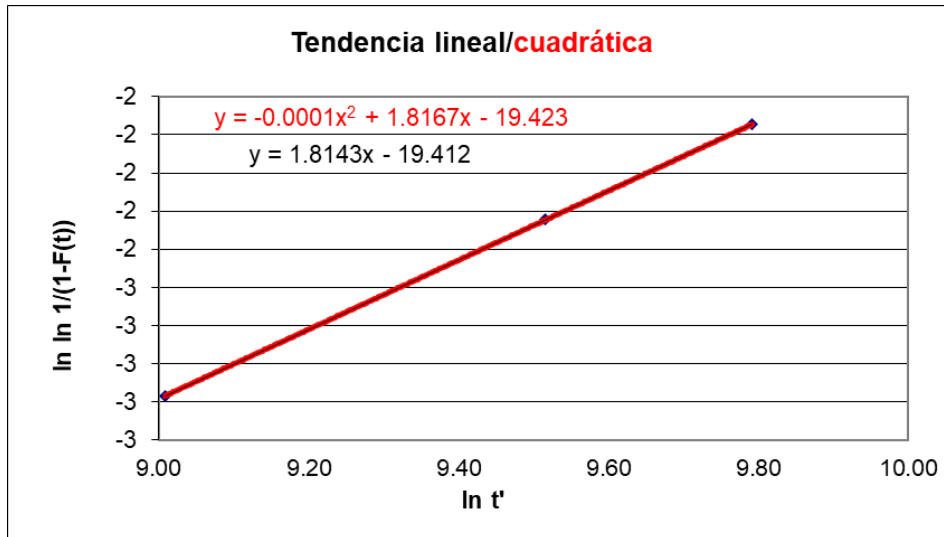


Figura 14. Tendencias lineales y cuadráticas resultantes

A continuación, se establecen los tiempos medios de duración de las actividades de mantenimiento correctivo, B y preventivo, C , tiempos de permanencia del sistema en los estados S_2 y S_3 :

B (horas)	C (horas)
310	60

Tabla 5. Tiempos medios de duración de las actividades correctivas (B) y preventivas (C)

Por último, se presentan los datos económicos asociados a los costes y beneficios resultantes de las transiciones y permanencias del sistema por cada uno de los cuatro estados:

- Al estado operacional (S_1) se le asocian dos retornos: ingresos por unidad de tiempo de funcionamiento (R_1) y costes asociados de la transición al estado degradado (R_{14}).
- Al estado degradado (S_4) se le asocian tres retornos: ingresos por unidad de tiempo funcionando en estado degradado (R_4), costos asociados de la transición al estado de mantenimiento correctivo (R_{42}) y al estado de mantenimiento preventivo (R_{43}).
- Al estado correctivo (S_2), se le asocian dos retornos: costo por unidad de tiempo de permanencia en el estado correctivo o reparación (R_2) y costo por pérdida de actividad por avería (R_{21}).
- Al estado preventivo degradado (S_3) se le asocian dos retornos: costo por unidad de tiempo que al sistema se le aplican actividades preventivas (R_3) y la pérdida de productividad asociada a la aplicación de dicho mantenimiento (R_{31}).

S_1		S_4			S_2		S_3	
R_1 ($\frac{\text{€}}{\text{hora}}$)	R_{14} (€)	R_4 ($\frac{\text{€}}{\text{hora}}$)	R_{42} (€)	R_{43} (€)	R_2 ($\frac{\text{€}}{\text{hora}}$)	R_{21} (€)	R_3 ($\frac{\text{€}}{\text{hora}}$)	R_{31} (€)
1	-1	0.95	-49200	-1	-95	-5	-82	-5

Tabla 6. Datos económicos del caso real de estudio

4.2 Elementos de cálculo

A través del modelo matemático establecido, se ha obtenido la expresión a optimizar en el método de Nelder-Mead, función objetivo del sistema (13), reescrita a continuación:

$$v_1(m) = 2 \left(\operatorname{Re}(B_1) \cos \frac{4(m-1)\pi}{3} - \operatorname{Im}(B_1) \sin \frac{4(m-1)\pi}{3} \right) + A_3(m-1) + A_4,$$
$$m = 1, 2, 3, \dots$$

La aplicación del algoritmo se ha ajustado al estudio de cuatro estados donde se fija el número de transiciones, m , y se recalculan el resto de los variables de la expresión y del sistema ante la variación de τ . Esta última variable será la entrada del método de Nelder-Mead, y la salida será el valor objetivo maximizado de la expresión anterior.

Para la aplicación del método se ha elegido un punto inicial de evaluación cercano a los fallos registrados en de las bombas analizadas. Los otros dos puntos del *simplex* original se obtienen mediante la aplicación de un paso equidistante con respecto al punto inicial, $h = 250$. Se sumará y se restará dicha cantidad al vértice inicial para formar dicha estructura R^2 .

La mayor dificultad encontrada en el trabajo fue la integración de las hojas de cálculo '*Intervalo Preventivo.xlsx*' y '*Algoritmo Nelder-Mead.xlsx*' debido al tratamiento manual de los vértices τ resultantes en '*Algoritmo Nelder-Mead*' en su introducción a '*Intervalo Preventivo.xlsx*' para la obtención de sus valores objetivos asociados, así como el traslado de estos a '*Algoritmo Nelder-Mead*'. Esta actividad, junto a la clasificación manual de los vértices del algoritmo del método de Nelder-Mead, han sido potenciales fuentes de error durante la realización de los primeros cálculos. Sin embargo, mediante la agilización de las actividades por repetición de la tarea y la fácil comprobación de la aparición de errores, a través de la comparación de las soluciones obtenidas por ambas vías, se descarta la aparición de cualquier error humano en la elaboración del actual proyecto.

5 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Una vez descritos el modelo matemático, el método numérico y las hojas de cálculo implementadas, y presentado el escenario de datos del caso real de estudio, se procede a analizar los resultados del proyecto para distintas pruebas propuestas.

En primer lugar, se obtienen los resultados ofrecidos por la hoja ‘Intervalo Preventivo.xlsx’ para transiciones de estado desde $m = 2$ hasta $m = 10$, mediante la resolución tradicional por derivación. Se muestran estos resultados en la Tabla 7.

m	2	3	4	5	6	7	8	9	10
τ	29581.9	22686.7	22686.7	25369.8	22686.7	22686.7	24350.9	22686.7	22686.7
$v_1(m)$	19236.5220	11551.5627	23520.5627	30211.3719	23103.1254	35072.1254	41618.2324	34654.6881	46623.6881

Tabla 7. Soluciones obtenidas por derivación del problema para el caso real desde $m = 2$ a $m = 10$

Se procede a mostrar y a analizar las soluciones ofrecidos por el método de Nelder-Mead para las mismas pruebas (transiciones de estado).

Por último, se compararán las soluciones obtenidas por ambas vías.

5.1 Caso de $m = 2$ transiciones:

Para $m = 2$ transiciones, se alcanzaría una solución óptima con una distancia entre los puntos más lejanos constituyentes del *simplex* menor a la unidad, tras 17 iteraciones.

A continuación, se muestran algunos resultados de la clasificación de los puntos obtenidos en iteraciones realizadas en ‘Algoritmo Nelder-Mead.xlsx’. En la Tabla 8 se han denominado como x_i a los distintos puntos evaluados τ_i , entradas del algoritmo, e y_i a los valores objetivos $v_1(m)_i$, salidas del método, representado i a cualquier evaluación realizada.

Iteración	1	4	7	10	14	17	18
x_1	28182.0	29307.0	29557.0	29557.0	29582.9	29582.6	29581.7
x_2	28432.0	29557.0	29666.4	29582.9	29583.6	29581.7	29581.4
x_3	28682.0	29807.0	29553.1	29586.8	29580.6	29581.4	29582.1
y_1	19200.0221877	19235.1398824	19236.5107283	19236.5107283	19236.5219991	19236.5220064	19236.5220157
y_2	19211.9930352	19236.5107283	19236.3922432	19236.5219991	19236.5219649	19236.5220157	19236.5220128
y_3	19221.5596040	19235.6027581	19236.5069068	19236.5215811	19236.5219839	19236.5220128	19236.5220160
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ
¿Seguir iterando?	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	NO

Tabla 8. Resultados obtenidos por algunas iteraciones de Nelder-Mead para $m = 2$

Se pueden consultar todas las iteraciones de este estudio en el Anexo I.

Mediante la hoja de cálculo ‘Intervalo preventivo.xlsx’, se han calculado cada una de las variables del modelo matemático para los vértices analizados, así como su valor objetivo, con el propósito de verificar la ausencia de errores humanos y ofrecer un seguimiento visual del desarrollo matemático integrado. Se muestran los resultados en la Tabla 9.

τ	$v_1(m)$	p_2	$Re(B1)$	$Im(B1)$	A_3	A_4	D	$v_4(1)$	$f(\tau)$	$F(\tau)$
28,182.0	19200.02219	0.1490	789.66	3,498.52	3540.39535	10389.6741	10,268.79	7231.022188	1.53614E-05	0.148953777
28,432.0	19211.99304	0.1528	787.67	3,517.87	3512.85906	10393.6643	10,421.90	7242.993035	1.54835E-05	0.152809452
28,682.0	19221.55960	0.1567	786.07	3,537.14	3484.27455	10396.8532	10,574.79	7252.559604	1.56029E-05	0.15669531
29,307.0	19235.13988	0.1665	783.81	3,584.91	3408.32617	10401.38	10,956.02	7266.139882	1.58888E-05	0.166537357
29,557.0	19236.51073	0.1705	783.58	3,603.86	3376.1915	10401.8369	11,108.09	7267.510728	1.59982E-05	0.170523287
29,807.0	19235.60276	0.1745	783.73	3,622.71	3343.07636	10401.5343	11,259.93	7266.602758	1.61049E-05	0.174536228
29,494.5	19236.38275	0.1695	783.60	3,599.13	3384.31768	10401.7942	11,070.10	7267.382748	1.59711E-05	0.169524245
29,666.4	19236.39224	0.1723	783.60	3,612.12	3361.82339	10401.7974	11,174.55	7267.392243	1.60452E-05	0.172275666
29,553.1	19236.50691	0.1705	783.58	3,603.56	3376.70119	10401.8356	11,105.72	7267.506907	1.59965E-05	0.170460797
29,610.7	19236.50690	0.1714	783.58	3,607.92	3369.1591	10401.8356	11,140.74	7267.506903	1.60214E-05	0.171383188
29,582.9	19236.52200	0.1709	783.58	3,605.81	3372.80881	10401.8407	11,123.82	7267.521999	1.60094E-05	0.170937447
29,586.8	19236.52158	0.1710	783.58	3,606.11	3372.2973	10401.8405	11,126.20	7267.521581	1.60111E-05	0.1710000
29,570.9	19236.51982	0.1707	783.58	3,604.91	3374.37381	10401.8399	11,116.55	7267.519822	1.60042E-05	0.17074596
29,577.9	19236.52172	0.1709	783.58	3,605.44	3373.46382	10401.8406	11,120.78	7267.521722	1.60072E-05	0.170857328
29,583.6	19236.52196	0.1709	783.58	3,605.87	3372.71691	10401.8407	11,124.25	7267.521965	1.60097E-05	0.170948685
29,580.6	19236.52198	0.1709	783.58	3,605.64	3373.1134	10401.8407	11,122.41	7267.521984	1.60084E-05	0.170900195
29,582.6	19236.52201	0.1709	783.58	3,605.80	3372.83902	10401.8407	11,123.68	7267.522006	1.60093E-05	0.170933753
29,581.7	19236.52202	0.1709	783.58	3,605.72	3372.96866	10401.8407	11,123.08	7267.522016	1.60088E-05	0.170917897
29,581.4	19236.52201	0.1709	783.58	3,605.70	3372.99887	10401.8407	11,122.94	7267.522013	1.60088E-05	0.170914203
29,582.1	19236.52202	0.1709	783.58	3,605.75	3372.9114	10401.8407	11,123.35	7267.522016	1.6009E-05	0.170924901
29,582.1	19236.52202	0.1709	783.58	3,605.75	3372.9114	10401.8407	11,123.35	7267.522016	1.6009E-05	0.170924901

Tabla 9. Variables calculadas en la hoja 'Intervalo preventivo.xlsx' para cada uno de los vértices de Nelder-Mead para $m = 2$

Analizando los valores del instante de aplicación de las tareas preventivas mostrados en la Tabla 9, se puede apreciar como a partir del catorceavo punto estudiado, la tolerancia con respecto al instante óptimo sería menor a 10 horas, poco más de una jornada laboral, mejorando dicha discrepancia hasta alcanzar una menor a la unidad entre los últimos 3 puntos evaluados. El análisis comentado se puede apreciar en la gráfica de la Figura 15.

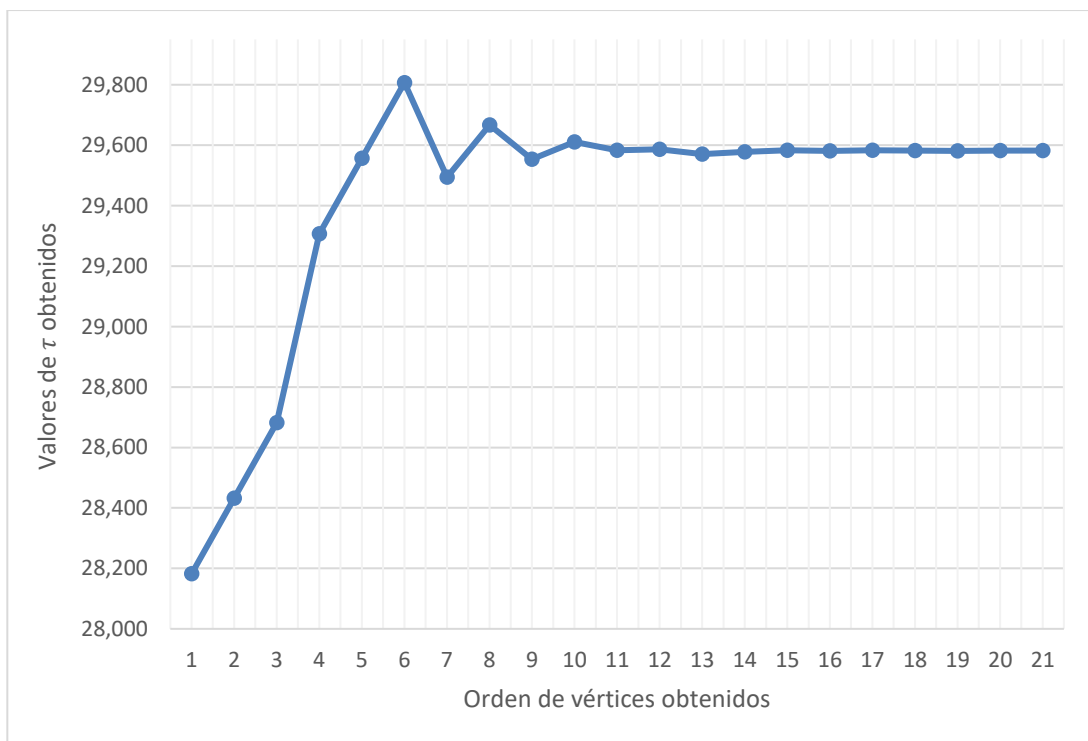


Figura 15. Representación de los valores del intervalo preventivo obtenidos para cada uno de los puntos evaluados para $m = 2$

Aunque la decisión implementada para salir del bucle del algoritmo sea la tolerancia entre puntos evaluados menor a la unidad, se puede apreciar en la siguiente gráfica de la Figura 16 como a partir del séptimo valor

estudiado, se alcanza un valor objetivo con una discrepancia mínima con respecto al valor objetivo óptimo del modelo.

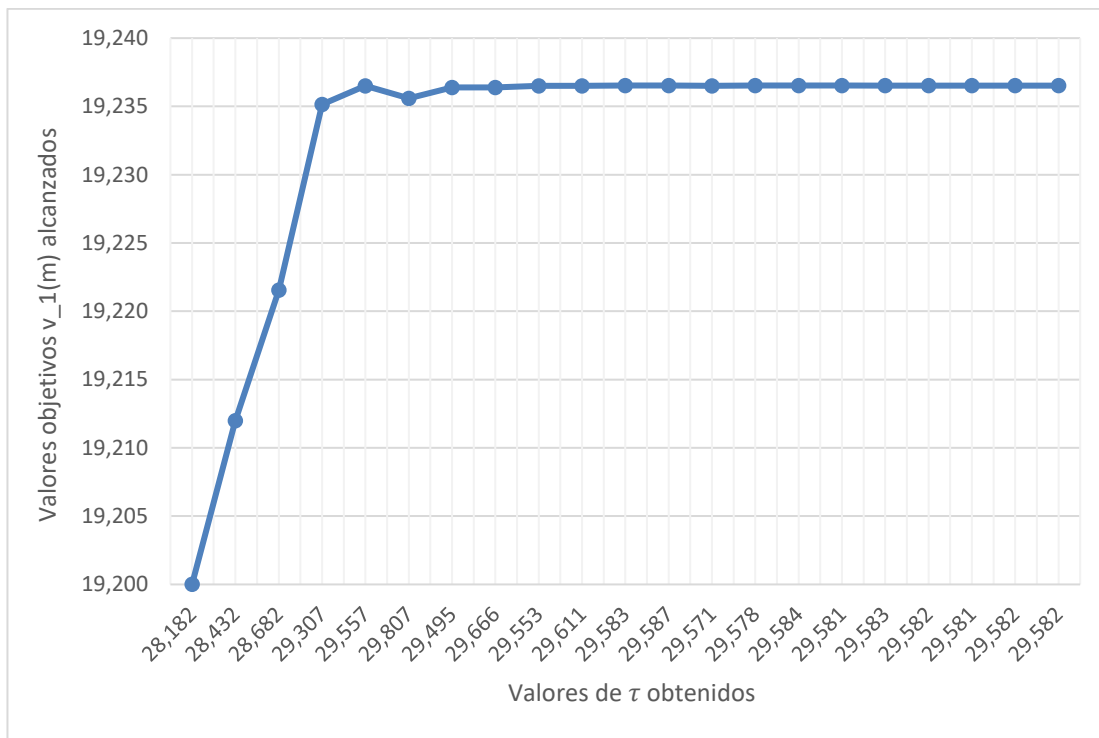


Figura 16. Representación de los valores objetivos frente a los vértices para $m = 2$

5.2 Caso de $m = 3$ transiciones:

Para $m = 3$ transiciones, se alcanzaría una solución óptima con una distancia entre los puntos más lejanos constituyentes del *simplex* menor a la unidad, al cabo de 23 iteraciones.

A continuación, se muestran algunos resultados de la clasificación de los puntos obtenidos en iteraciones realizadas en '*Algoritmo Nelder-Mead.xlsx*'. En la Tabla 10 se han denominado como x_i a los distintos puntos evaluados τ_i , entradas del algoritmo, e y_i a los valores objetivos $v_1(m)_i$, salidas del algoritmo, representado i a cualquier evaluación realizada.

Iteración	1	4	7	10	14	18	21	24
x_1	28182.0	27557.0	22635.1	22635.1	22635.1	22688.8	22688.8	22686.5
x_2	28432.0	26744.5	20978.9	22885.1	22631.2	22692.7	22686.5	22686.4
x_3	28682.0	25088.3	23447.6	22385.1	22688.8	22683.8	22685.8	22687.0
y_1	10621.1860	10813.6536	11551.4737	11551.4737	11551.4737	11551.5626	11551.5626	11551.5627
y_2	10538.5772	11032.8945	11451.6101	11550.2494	11551.4597	11551.5615	11551.5627	11551.5627
y_3	10452.8236	11365.3021	11532.4072	11548.5078	11551.5626	11551.5624	11551.5627	11551.5627
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ
¿Seguir iterando?	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	NO

Tabla 10. Resultados obtenidos por algunas iteraciones de Nelder-Mead para $m = 3$

Se pueden consultar todas las iteraciones de este estudio en el Anexo II.

Mediante la hoja de cálculo '*Intervalo preventivo.xlsx*', se han calculado cada una de las variables del modelo matemático para los vértices analizados, así como su valor objetivo, con el propósito de verificar la ausencia de errores humanos y ofrecer un seguimiento visual del desarrollo matemático integrado. Se muestran estos

resultados en la Tabla 11.

τ	$v_1(m)$	p_2	$Re(B1)$	$Im(B1)$	A_3	A_4	D	$v_4(1)$	$f(\tau)$	$F(\tau)$
28,182.0	10621.18604	0.1490	789.66	3,498.52	3540.39535	10389.6741	10,268.79	7231.022188	1.53614E-05	0.14895378
28,432.0	10538.57717	0.1528	787.67	3,517.87	3512.85906	10393.6643	10,421.90	7242.993035	1.54835E-05	0.15280945
28,682.0	10452.82364	0.1567	786.07	3,537.14	3484.27455	10396.8532	10,574.79	7252.559604	1.56029E-05	0.15669531
27,557.0	10813.65364	0.1395	796.43	3,449.75	3604.55121	10376.1314	9,885.02	7190.394348	1.50435E-05	0.13945131
26,744.5	11032.89451	0.1274	809.14	3,385.55	3677.6315	10350.7146	9,384.13	7114.143708	1.46034E-05	0.12740519
25,088.3	11365.30206	0.1040	849.34	3,251.95	3788.43402	10270.3235	8,356.41	6872.970602	1.3611E-05	0.10402236
22,635.1	11551.47372	0.0727	946.49	3,047.86	3850.49124	10076.0243	6,819.39	6290.072778	1.19018E-05	0.07267016
20,978.9	11451.61005	0.0540	1,039.33	2,906.27	3817.20335	9890.33739	5,772.88	5733.012169	1.05821E-05	0.05403188
23,447.6	11532.40719	0.0826	909.13	3,116.24	3844.13573	10150.7438	7,330.29	6514.231431	1.25E-05	0.08258558
22,010.1	11536.10368	0.0654	978.85	2,994.76	3845.36789	10011.3012	6,425.25	6095.9035	1.14198E-05	0.06538116
22,885.1	11550.24936	0.0757	934.43	3,068.98	3850.08312	10100.1376	6,976.77	6362.412797	1.20893E-05	0.07566912
22,385.1	11548.50784	0.0697	959.05	3,026.67	3849.50261	10050.9005	6,661.85	6214.701521	1.17113E-05	0.06971845
22,572.6	11551.12684	0.0719	949.58	3,042.57	3850.37561	10069.8384	6,780.02	6271.515171	1.18545E-05	0.07192778
22,744.5	11551.45100	0.0740	941.15	3,057.11	3850.48367	10086.6977	6,888.26	6322.092968	1.19842E-05	0.07397644
22,631.2	11551.45972	0.0726	946.68	3,047.53	3850.48657	10075.6395	6,816.93	6288.918482	1.18989E-05	0.07262368
22,679.6	11551.56101	0.0732	944.31	3,051.62	3850.52034	10080.3851	6,847.38	6303.155305	1.19354E-05	0.07319993
22,692.7	11551.56148	0.0734	943.66	3,052.73	3850.52049	10081.6709	6,855.68	6307.012733	1.19453E-05	0.07335716
22,663.0	11551.54387	0.0730	945.12	3,050.21	3850.51462	10078.7586	6,836.92	6298.275721	1.19229E-05	0.07300171
22,676.9	11551.55948	0.0732	944.44	3,051.39	3850.51983	10080.121	6,845.68	6302.363115	1.19334E-05	0.0731677
22,683.8	11551.56243	0.0733	944.10	3,051.98	3850.52081	10080.8011	6,850.06	6304.403295	1.19386E-05	0.07325075
22,688.3	11551.56262	0.0733	943.88	3,052.36	3850.52087	10081.2374	6,852.88	6305.712143	1.1942E-05	0.0733041
22,686.5	11551.56270	0.0733	943.97	3,052.20	3850.5209	10081.0626	6,851.75	6305.187871	1.19406E-05	0.07328272
22,685.8	11551.56268	0.0733	944.00	3,052.15	3850.52089	10080.9941	6,851.31	6304.982261	1.19401E-05	0.07327434
22,687.5	11551.56268	0.0733	943.92	3,052.29	3850.52089	10081.1591	6,852.37	6305.477249	1.19414E-05	0.07329452
22,686.4	11551.56270	0.0733	943.97	3,052.20	3850.5209	10081.0525	6,851.69	6305.157422	1.19405E-05	0.07328148
22,687.0	11551.56270	0.0733	943.95	3,052.24	3850.5209	10081.1083	6,852.05	6305.324954	1.1941E-05	0.07328831
22,686.5	11551.56270	0.0733	943.97	3,052.20	3850.5209	10081.0626	6,851.75	6305.187871	1.19406E-05	0.07328272

Tabla 11. Variables calculadas en la hoja ‘Intervalo preventivo.xlsx’ para cada uno de los vértices de Nelder-Mead para $m = 3$

Analizando los valores del instante de aplicación de tareas preventivas mostrados en la Tabla 11, se puede apreciar como a partir del diecinueveavo punto estudiado la tolerancia con respecto al instante óptimo sería menor a 10 horas, poco más de una jornada laboral, mejorando dicha discrepancia hasta alcanzar una menor a la unidad entre los últimos 3 puntos evaluados. El análisis comentado se puede apreciar en la siguiente gráfica de la Figura 17.

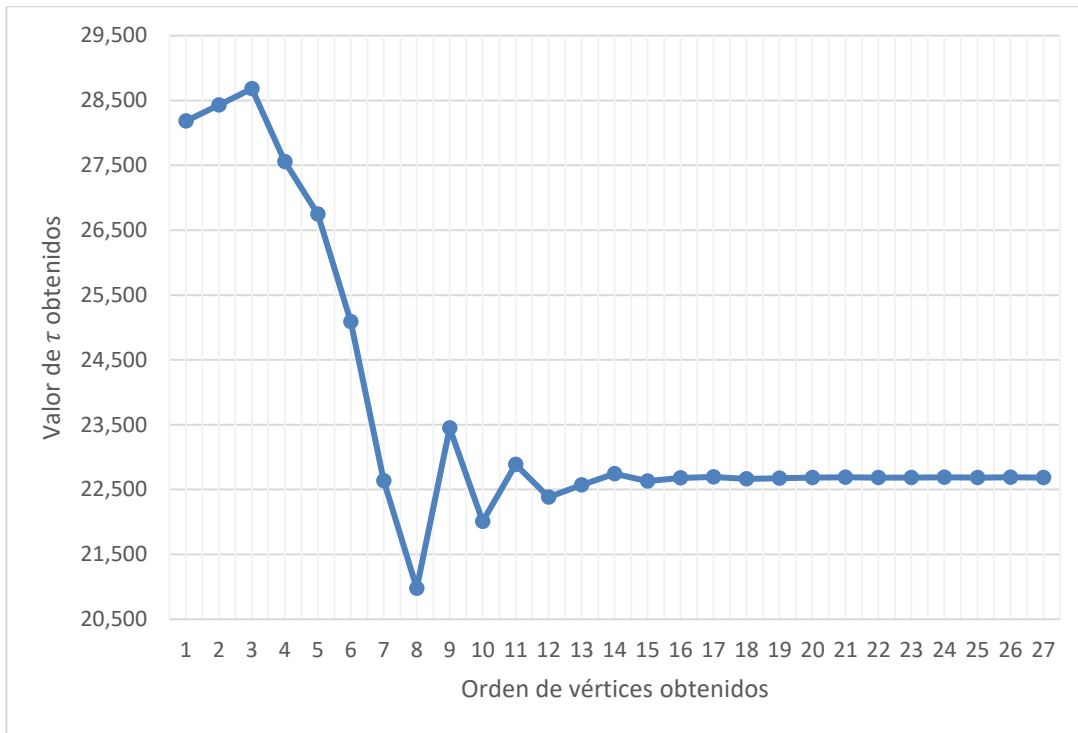


Figura 17. Representación de los valores del intervalo preventivo obtenidos para cada uno de los puntos evaluados para $m = 3$

Aunque la decisión implementada para salir del bucle del algoritmo sea la tolerancia entre puntos evaluados menor a la unidad, se puede apreciar en la siguiente gráfica de la Figura 18 como a partir del onceavo valor estudiado, se alcanza un valor objetivo con una discrepancia mínima con respecto al valor objetivo del óptimo del método.

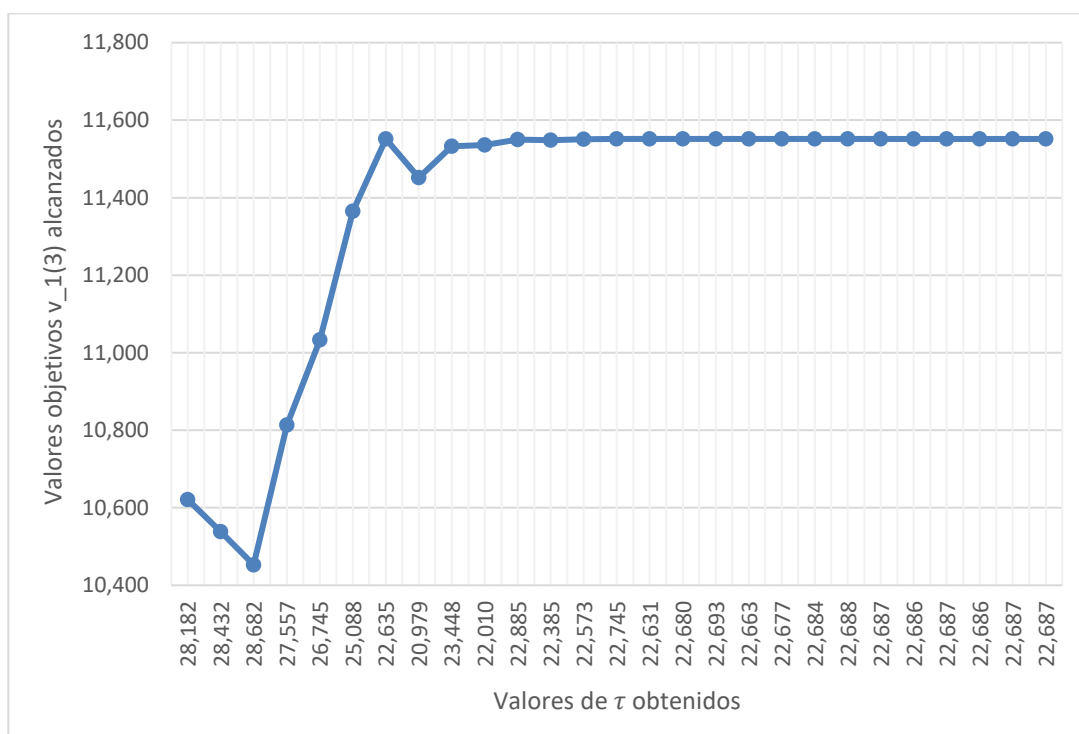


Figura 18. Representación de los valores objetivos frente a los vértices para $m=3$

5.3 Casa de $m = 4$ transiciones:

Para $m = 4$ transiciones, se alcanzaría una solución óptima con una distancia entre los puntos más lejanos constituyentes del *simplex* menor a la unidad, tras 17 iteraciones.

A continuación, se muestran algunos resultados de la clasificación de los puntos obtenidos en iteraciones realizadas en 'Algoritmo Nelder-Mead.xlsx'. En la Tabla 12 se han denominado como x_i a los distintos puntos evaluados τ_i , entradas del algoritmo, e y_i a los valores objetivos $v_1(m)_i$, salidas del algoritmo, representado i a cualquier evaluación realizada.

Iteración	1	4	7	10	14	18	21	24
x1	28182.0	27557.0	22635.1	22635.1	22635.1	22688.8	22688.8	22686.5
x2	28432.0	26744.5	20978.9	22885.1	22631.2	22692.7	22686.5	22686.4
x3	28682.0	25088.3	23447.6	22385.1	22688.8	22683.8	22685.8	22687.0
y1	22590.1860	22782.6536	23520.4737	23520.4737	23520.4737	23520.5626	23520.5626	23520.5627
y2	22507.5772	23001.8945	23420.6101	23519.2494	23520.4597	23520.5615	23520.5627	23520.5627
y3	22421.8236	23334.3021	23501.4072	23517.5078	23520.5626	23520.5624	23520.5627	23520.5627
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ
¿Seguir iterando?	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	NO

Tabla 12. Resultados obtenidos por algunas iteraciones de Nelder-Mead para $m = 4$

Se pueden consultar todas las iteraciones de este estudio en el Anexo III.

Mediante la hoja de cálculo 'Intervalo preventivo.xlsx', se han calculado cada una de las variables del modelo matemático para los vértices analizados, así como su valor objetivo, con el propósito de verificar la ausencia de errores humanos y ofrecer un seguimiento visual del desarrollo matemático integrado. Se muestran los resultados en la Tabla 13.

τ	$v_1(m)$	p_2	$Re(B1)$	$Im(B1)$	A_3	A_4	D	$v_4(1)$	$f(\tau)$	$F(\tau)$
28,182.0	22590.18604	0.1490	789.66	3,498.52	3540.39535	10389.6741	10,268.79	7231.022188	1.53614E-05	0.14895378
28,432.0	22507.57717	0.1528	787.67	3,517.87	3512.85906	10393.6643	10,421.90	7242.993035	1.54835E-05	0.15280945
28,682.0	22421.82364	0.1567	786.07	3,537.14	3484.27455	10396.8532	10,574.79	7252.559604	1.56029E-05	0.15669531
27,557.0	22782.65364	0.1395	796.43	3,449.75	3604.55121	10376.1314	9,885.02	7190.394348	1.50435E-05	0.13945131
26,744.5	23001.89451	0.1274	809.14	3,385.55	3677.6315	10350.7146	9,384.13	7114.143708	1.46034E-05	0.12740519
25,088.3	23334.30206	0.1040	849.34	3,251.95	3788.43402	10270.3235	8,356.41	6872.970602	1.3611E-05	0.10402236
22,635.1	23520.47372	0.0727	946.49	3,047.86	3850.49124	10076.0243	6,819.39	6290.072778	1.19018E-05	0.07267016
20,978.9	23420.61005	0.0540	1,039.33	2,906.27	3817.20335	9890.33739	5,772.88	5733.012169	1.05821E-05	0.05403188
23,447.6	23501.40719	0.0826	909.13	3,116.24	3844.13573	10150.7438	7,330.29	6514.231431	1.25E-05	0.08258558
22,010.1	23505.10368	0.0654	978.85	2,994.76	3845.36789	10011.3012	6,425.25	6095.9035	1.14198E-05	0.06538116
22,885.1	23519.24936	0.0757	934.43	3,068.98	3850.08312	10100.1376	6,976.77	6362.412797	1.20893E-05	0.07566912
22,385.1	23517.50784	0.0697	959.05	3,026.67	3849.50261	10050.9005	6,661.85	6214.701521	1.17113E-05	0.06971845
22,572.6	23520.12684	0.0719	949.58	3,042.57	3850.37561	10069.8384	6,780.02	6271.515171	1.18545E-05	0.07192778
22,744.5	23520.45100	0.0740	941.15	3,057.11	3850.48367	10086.6977	6,888.26	6322.092968	1.19842E-05	0.07397644
22,631.2	23520.45972	0.0726	946.68	3,047.53	3850.48657	10075.6395	6,816.93	6288.918482	1.18989E-05	0.07262368
22,688.8	23520.56255	0.0733	943.86	3,052.40	3850.52085	10081.2898	6,853.22	6305.869343	1.19424E-05	0.07331051
22,692.7	23520.56148	0.0734	943.66	3,052.73	3850.52049	10081.6709	6,855.68	6307.012733	1.19453E-05	0.07335716
22,663.0	23520.54387	0.0730	945.12	3,050.21	3850.51462	10078.7586	6,836.92	6298.275721	1.19229E-05	0.07300171
22,676.9	23520.55948	0.0732	944.44	3,051.39	3850.51983	10080.121	6,845.68	6302.363115	1.19334E-05	0.0731677
22,683.8	23520.56243	0.0733	944.10	3,051.98	3850.52081	10080.8011	6,850.06	6304.403295	1.19386E-05	0.07325075
22,689.5	23520.56243	0.0733	943.82	3,052.46	3850.52081	10081.3583	6,853.66	6306.074851	1.19429E-05	0.07331889
22,686.5	23520.56270	0.0733	943.97	3,052.20	3850.5209	10081.0626	6,851.75	6305.187871	1.19406E-05	0.07328272
22,685.8	23520.56268	0.0733	944.00	3,052.15	3850.52089	10080.9941	6,851.31	6304.982261	1.19401E-05	0.07327434
22,687.5	23520.56268	0.0733	943.92	3,052.29	3850.52089	10081.1591	6,852.37	6305.477249	1.19414E-05	0.07329452
22,686.4	23520.56270	0.0733	943.97	3,052.20	3850.5209	10081.0525	6,851.69	6305.157422	1.19405E-05	0.07328148
22,687.0	23520.56270	0.0733	943.95	3,052.24	3850.5209	10081.1083	6,852.05	6305.324954	1.1941E-05	0.07328831
22,686.5	23520.56270	0.0733	943.97	3,052.20	3850.5209	10081.0626	6,851.75	6305.187871	1.19406E-05	0.07328272

Tabla 13. Variables calculadas en la hoja 'Intervalo preventivo.xlsx' para cada uno de los vértices de Nelder-Mead para $m = 4$

Analizando los valores del instante de aplicación de tareas preventivas mostrados en la Tabla 13, se puede apreciar como a partir del diecinueveavo punto estudiado la tolerancia con respecto al instante óptimo sería menor a 10 horas, poco más de una jornada laboral, mejorando dicha discrepancia hasta alcanzar una menor a la unidad entre los últimos 3 puntos evaluados. El análisis comentado se puede apreciar en la gráfica de la Figura 19.

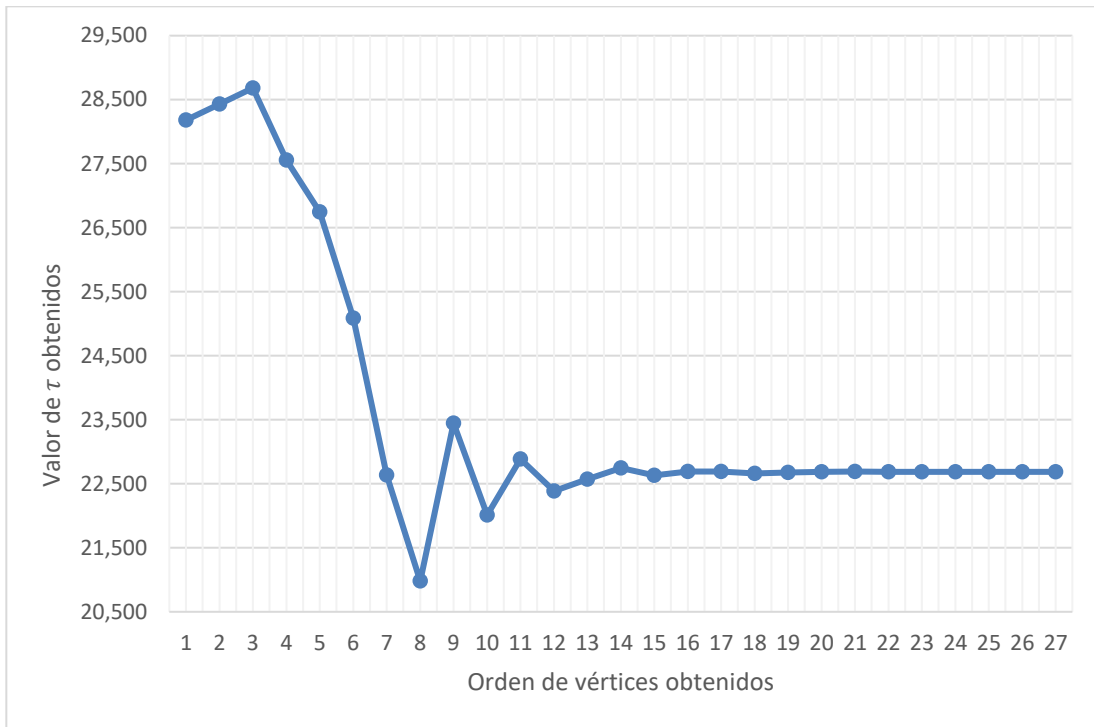


Figura 19. Representación de los valores del intervalo preventivo obtenidos para cada uno de los puntos evaluados para $m = 4$

Aunque la decisión implementada para salir del bucle del algoritmo sea la tolerancia entre puntos evaluados menor a la unidad, se puede apreciar en la siguiente gráfica de la Figura 20 como a partir del onceavo valor estudiado, se alcanza un valor objetivo con una discrepancia mínima con respecto al valor objetivo del óptimo del método.

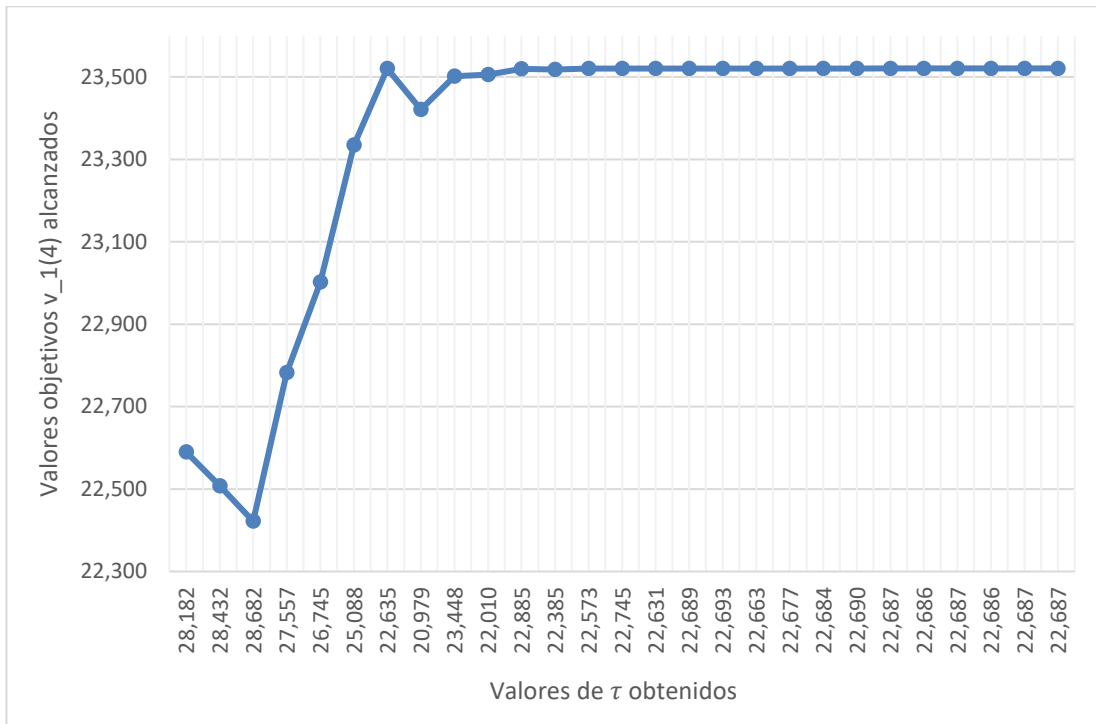


Figura 20. Representación de los valores objetivos frente a los vértices para $m = 4$

5.4 Caso de $m = 5$ transiciones:

Para $m = 5$ transiciones, se alcanzaría una solución óptima con una distancia entre los puntos más lejanos constituyentes del *simplex* menor a la unidad, al cabo de 23 iteraciones.

A continuación, se muestran algunos resultados de la clasificación de los puntos obtenidos en iteraciones realizadas en ‘*Algoritmo Nelder-Mead.xlsx*’. En la Tabla 14 se han denominado como x_i a los distintos puntos evaluados τ_i , entradas del algoritmo, e y_i a los valores objetivos $v_1(m)_i$, salidas del algoritmo, representado i a cualquier evaluación realizada.

Iteración	1	4	7	10	14	18	21	24
x1	28182.0	27557.0	25088.3	25119.5	25408.6	25378.2	25370.6	25370.6
x2	28432.0	26744.5	25713.3	25408.6	25348.0	25363.2	25371.1	25370.4
x3	28682.0	25088.3	24838.3	25439.8	25347.5	25362.7	25367.0	25369.7
y1	29821.2082	29973.0480	30207.2727	30208.1337	30211.2944	30211.3682	30211.3718	30211.3718
y2	29750.5702	30116.0382	30205.3270	30211.2944	30211.3475	30211.3696	30211.3718	30211.3718
y3	29674.3832	30207.2727	30196.7057	30211.1195	30211.3463	30211.3693	30211.3715	30211.3719
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ
¿Seguir iterando?	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	NO

Tabla 14. Resultados obtenidos por algunas iteraciones de Nelder-Mead para $m = 5$

Se pueden consultar todas las iteraciones de este estudio en el Anexo IV.

Mediante la hoja de cálculo ‘*Intervalo preventivo.xlsx*’, se han calculado cada una de las variables del modelo matemático para los vértices analizados, así como su valor objetivo, con el propósito de verificar la ausencia de errores humanos y ofrecer un seguimiento visual del desarrollo matemático integrado. Se muestran los resultados en la Tabla 15.

τ	$v_1(m)$	p_2	$Re(B1)$	$Im(B1)$	A_3	A_4	D	$v_4(1)$	$f(\tau)$	$F(\tau)$
28,182.0	29821.20823	0.1490	789.66	3,498.52	3540.39535	10389.6741	10,268.79	7231.022188	1.53614E-05	0.14895378
28,432.0	29750.57021	0.1528	787.67	3,517.87	3512.85906	10393.6643	10,421.90	7242.993035	1.54835E-05	0.15280945
28,682.0	29674.38325	0.1567	786.07	3,537.14	3484.27455	10396.8532	10,574.79	7252.559604	1.56029E-05	0.15669531
27,557.0	29973.04799	0.1395	796.43	3,449.75	3604.55121	10376.1314	9,885.02	7190.394348	1.50435E-05	0.13945131
26,744.5	30116.03822	0.1274	809.14	3,385.55	3677.6315	10350.7146	9,384.13	7114.143708	1.46034E-05	0.12740519
25,088.3	30207.27266	0.1040	849.34	3,251.95	3788.43402	10270.3235	8,356.41	6872.970602	1.3611E-05	0.10402236
24,275.8	30148.72263	0.0932	876.38	3,185.15	3823.00991	10216.231	7,849.19	6710.692896	1.30769E-05	0.09317828
25,713.3	30205.32702	0.1127	831.86	3,302.78	3752.82907	10305.2799	8,745.24	6977.839814	1.40006E-05	0.11265196
24,838.3	30196.70569	0.1006	857.13	3,231.49	3800.50242	10254.7328	8,200.55	6826.198416	1.345E-05	0.10063967
25,119.5	30208.13369	0.1044	848.40	3,254.51	3786.8373	10272.2073	8,375.88	6878.621784	1.36309E-05	0.10444802
25,408.6	30211.29443	0.1084	840.02	3,278.07	3771.1473	10288.9508	8,555.84	6928.852517	1.3813E-05	0.10841462
25,439.8	30211.11950	0.1088	839.16	3,280.61	3769.35215	10290.6877	8,575.27	6934.063046	1.38324E-05	0.10884658
25,271.8	30210.87716	0.1065	843.91	3,266.94	3778.77467	10281.1844	8,470.75	6905.553146	1.37274E-05	0.10653197
25,348.0	30211.34745	0.1076	841.73	3,273.14	3774.57068	10285.5451	8,518.16	6918.635425	1.37752E-05	0.10757943
25,316.8	30211.22700	0.1071	842.62	3,270.60	3776.30927	10283.7664	8,498.72	6913.299178	1.37556E-05	0.10714926
25,347.5	30211.34635	0.1076	841.74	3,273.10	3774.59799	10285.5175	8,517.86	6918.552376	1.37749E-05	0.1075727
25,378.2	30211.36823	0.1080	840.88	3,275.59	3772.87493	10287.2478	8,536.93	6923.743454	1.3794E-05	0.10799505
25,378.7	30211.36780	0.1080	840.86	3,275.63	3772.84732	10287.2753	8,537.23	6923.825848	1.37943E-05	0.10800179
25,363.2	30211.36964	0.1078	841.30	3,274.38	3773.71818	10286.405	8,527.62	6921.215103	1.37847E-05	0.10778885
25,362.7	30211.36929	0.1078	841.31	3,274.34	3773.74564	10286.3775	8,527.32	6921.132379	1.37844E-05	0.10778212
25,370.6	30211.37182	0.1079	841.09	3,274.98	3773.30399	10286.82	8,532.20	6922.459864	1.37893E-05	0.10789025
25,371.1	30211.37177	0.1079	841.08	3,275.02	3773.27645	10286.8475	8,532.50	6922.54242	1.37896E-05	0.10789699
25,367.0	30211.37146	0.1078	841.19	3,274.69	3773.50434	10286.6195	8,529.98	6921.85844	1.37871E-05	0.10784123
25,368.9	30211.37182	0.1079	841.14	3,274.84	3773.39732	10286.7266	8,531.17	6922.179871	1.37883E-05	0.10786742
25,370.4	30211.37184	0.1079	841.09	3,274.96	3773.31356	10286.8104	8,532.09	6922.431161	1.37892E-05	0.10788791
25,369.7	30211.37185	0.1079	841.11	3,274.91	3773.35305	10286.7709	8,531.66	6922.312705	1.37887E-05	0.10787825
25,369.7	30211.37185	0.1079	841.11	3,274.91	3773.35305	10286.7709	8,531.66	6922.312705	1.37887E-05	0.10787825

Tabla 15. Variables calculadas en la hoja ‘Intervalo preventivo.xlsx’ para cada uno de los vértices de Nelder-Mead para $m = 5$

Analizando los valores del instante de aplicación de tareas preventivas mostrados en la Tabla 15, se puede apreciar como a partir del decimooctavo punto estudiado la tolerancia con respecto al instante óptimo sería menor a 10 horas, poco más de una jornada laboral, mejorando dicha discrepancia hasta alcanzar una menor a la unidad entre los últimos 3 puntos evaluados. El análisis comentado se puede apreciar en la siguiente gráfica de la Figura 21.

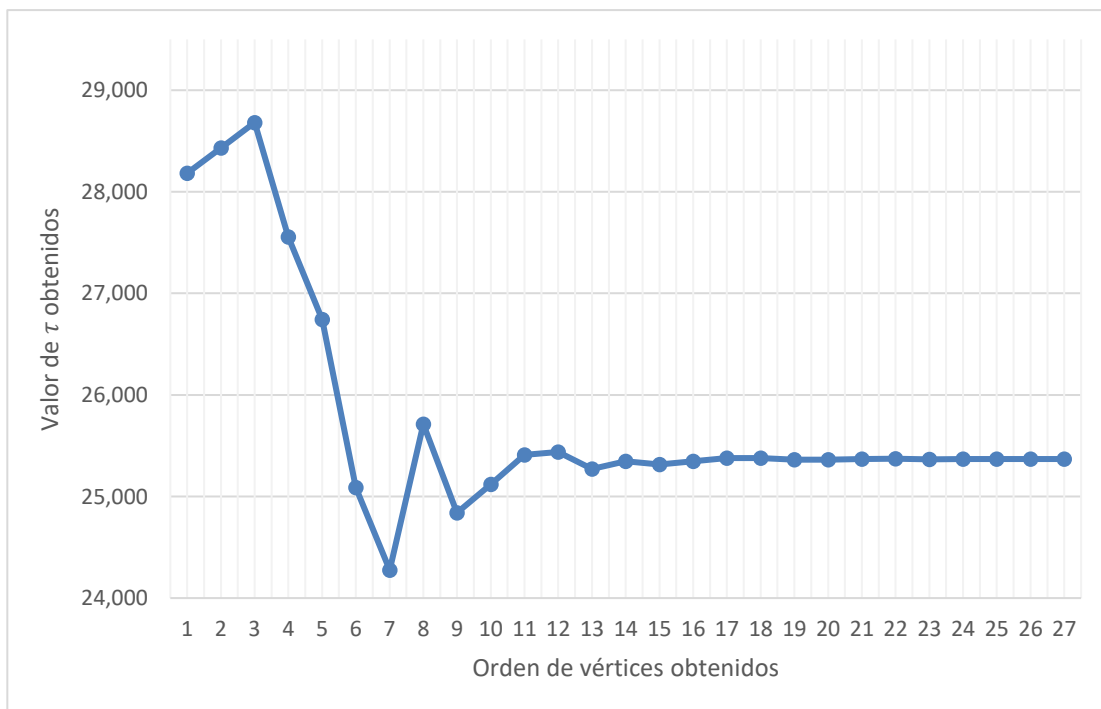


Figura 21. Representación de los valores del intervalo preventivo obtenidos para cada uno de los puntos evaluados para $m = 5$

Aunque la decisión implementada para salir del bucle del algoritmo sea la tolerancia entre puntos evaluados menor a la unidad, se puede apreciar en la siguiente gráfica de la Figura 22 como a partir del noveno valor estudiado, se alcanza un valor objetivo con una discrepancia mínima con respecto al valor objetivo del óptimo del método.

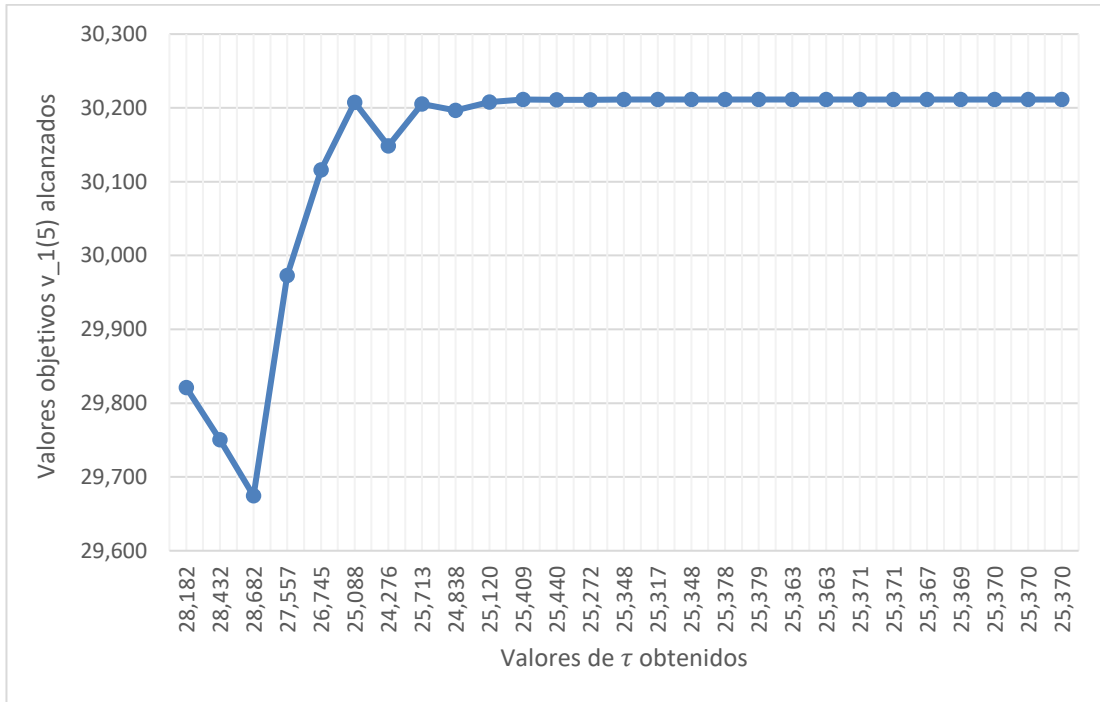


Figura 22. Representación de los vértices obtenidos en la realización del algoritmo para $m = 5$

5.5 Caso de $m = 6$ transiciones:

Para $m = 6$ transiciones, se alcanzaría una solución óptima con una distancia entre los puntos más lejanos constituyentes del *simplex* menor a la unidad, al cabo de 23 iteraciones.

A continuación, se muestran algunos resultados de la clasificación de los puntos obtenidos en iteraciones realizadas en ‘*Algoritmo Nelder-Mead.xlsx*’. En la Tabla 16 se han denominado como x_i a los distintos puntos evaluados τ_i , entradas del algoritmo, e y_i a los valores objetivos $v_1(m)_i$, salidas del algoritmo, representado i a cualquier evaluación realizada.

Iteración	1	4	7	10	14	18	21	24
x1	28182.0	27557.0	22635.1	22635.1	22635.1	22688.8	22688.8	22686.5
x2	28432.0	26744.5	20978.9	22885.1	22631.2	22692.7	22686.5	22686.4
x3	28682.0	25088.3	23447.6	22385.1	22688.8	22683.8	22685.8	22687.0
y1	21242.3721	21627.3073	23102.9474	23102.9474	23102.9474	23103.1251	23103.1251	23103.1254
y2	21077.1543	22065.7890	22903.2201	23100.4987	23102.9194	23103.1230	23103.1254	23103.1254
y3	20905.6473	22730.6041	23064.8144	23097.0157	23103.1251	23103.1249	23103.1254	23103.1254
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ
¿Seguir iterando?	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	NO

Tabla 16. Resultados obtenidos por algunas iteraciones de Nelder-Mead para $m = 6$

Se pueden consultar todas las iteraciones de este estudio en el Anexo V.

Mediante la hoja de cálculo ‘Intervalo preventivo.xlsx’, se han calculado cada una de las variables del modelo matemático para los vértices analizados, así como su valor objetivo, con el propósito de verificar la ausencia de errores humanos y ofrecer un seguimiento visual del desarrollo matemático integrado. Se muestran los resultados en la Tabla 17.

τ	$v_1(m)$	p_2	$Re(B1)$	$Im(B1)$	A_3	A_4	D	$v_4(1)$	$f(\tau)$	$F(\tau)$
28,182.0	21242.37208	0.1490	789.66	3,498.52	3540.39535	10389.6741	10,268.79	7231.022188	1.53614E-05	0.14895378
28,432.0	21077.15434	0.1528	787.67	3,517.87	3512.85906	10393.6643	10,421.90	7242.993035	1.54835E-05	0.15280945
28,682.0	20905.64728	0.1567	786.07	3,537.14	3484.27455	10396.8532	10,574.79	7252.559604	1.56029E-05	0.15669531
27,557.0	21627.30729	0.1395	796.43	3,449.75	3604.55121	10376.1314	9,885.02	7190.394348	1.50435E-05	0.13945131
26,744.5	22065.78903	0.1274	809.14	3,385.55	3677.6315	10350.7146	9,384.13	7114.143708	1.46034E-05	0.12740519
25,088.3	22730.60411	0.1040	849.34	3,251.95	3788.43402	10270.3235	8,356.41	6872.970602	1.3611E-05	0.10402236
22,635.1	23102.94744	0.0727	946.49	3,047.86	3850.49124	10076.0243	6,819.39	6290.072778	1.19018E-05	0.07267016
20,978.9	22903.22010	0.0540	1,039.33	2,906.27	3817.20335	9890.33739	5,772.88	5733.012169	1.05821E-05	0.05403188
23,447.6	23064.81439	0.0826	909.13	3,116.24	3844.13573	10150.7438	7,330.29	6514.231431	1.25E-05	0.08258558
22,010.1	23072.20735	0.0654	978.85	2,994.76	3845.36789	10011.3012	6,425.25	6095.9035	1.14198E-05	0.06538116
22,885.1	23100.49871	0.0757	934.43	3,068.98	3850.08312	10100.1376	6,976.77	6362.412797	1.20893E-05	0.07566912
22,385.1	23097.01567	0.0697	959.05	3,026.67	3849.50261	10050.9005	6,661.85	6214.701521	1.17113E-05	0.06971845
22,572.6	23102.25369	0.0719	949.58	3,042.57	3850.37561	10069.8384	6,780.02	6271.515171	1.18545E-05	0.07192778
22,744.5	23102.90200	0.0740	941.15	3,057.11	3850.48367	10086.6977	6,888.26	6322.092968	1.19842E-05	0.07397644
22,631.2	23102.91944	0.0726	946.68	3,047.53	3850.48657	10075.6395	6,816.93	6288.918482	1.18989E-05	0.07262368
22,635.1	23102.94744	0.0727	946.49	3,047.86	3850.49124	10076.0243	6,819.39	6290.072778	1.19018E-05	0.07267016
22,692.7	23103.12296	0.0734	943.66	3,052.73	3850.52049	10081.6709	6,855.68	6307.012733	1.19453E-05	0.07335716
22,663.0	23103.08773	0.0730	945.12	3,050.21	3850.51462	10078.7586	6,836.92	6298.275721	1.19229E-05	0.07300171
22,676.9	23103.11897	0.0732	944.44	3,051.39	3850.51983	10080.121	6,845.68	6302.363115	1.19334E-05	0.0731677
22,683.8	23103.12486	0.0733	944.10	3,051.98	3850.52081	10080.8011	6,850.06	6304.403295	1.19386E-05	0.07325075
22,689.5	23103.12487	0.0733	943.82	3,052.46	3850.52081	10081.3583	6,853.66	6306.074851	1.19429E-05	0.07331889
22,689.4	23103.12493	0.0733	943.83	3,052.45	3850.52082	10081.341	6,853.55	6306.022917	1.19428E-05	0.07331677
22,685.8	23103.12536	0.0733	944.00	3,052.15	3850.52089	10080.9941	6,851.31	6304.982261	1.19401E-05	0.07327434
22,687.5	23103.12537	0.0733	943.92	3,052.29	3850.52089	10081.1591	6,852.37	6305.477249	1.19414E-05	0.07329452
22,686.4	23103.12540	0.0733	943.97	3,052.20	3850.5209	10081.0525	6,851.69	6305.157422	1.19405E-05	0.07328148
22,687.0	23103.12540	0.0733	943.95	3,052.24	3850.5209	10081.1083	6,852.05	6305.324954	1.1941E-05	0.07328831
22,686.5	23103.12541	0.0733	943.97	3,052.20	3850.5209	10081.0626	6,851.75	6305.187871	1.19406E-05	0.07328272

Tabla 17. Variables calculadas en la hoja ‘Intervalo preventivo.xlsx’ para cada uno de los vértices de Nelder-Mead para $m = 6$

Analizando los valores del instante de aplicación de tareas preventivas mostrados en la Tabla 17, se puede apreciar como a partir del diecinueveavo punto estudiado la tolerancia con respecto al instante óptimo sería menor a 10 horas, poco más de una jornada laboral, mejorando dicha discrepancia hasta alcanzar una menor a la unidad entre los últimos 3 puntos evaluados. El análisis comentado se puede apreciar en la siguiente gráfica de la Figura 23.

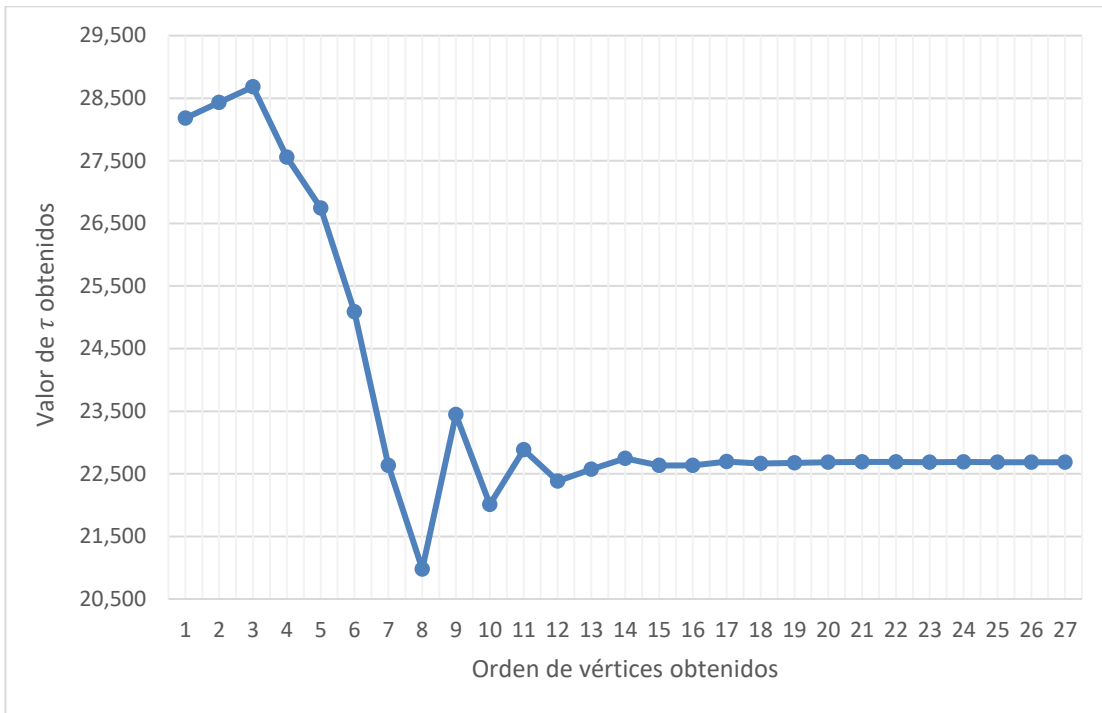


Figura 23. Representación de los valores del intervalo preventivo obtenidos para cada uno de los puntos evaluados para $m = 6$

Aunque la decisión implementada para salir del bucle del algoritmo sea la tolerancia entre puntos evaluados menor a la unidad, se puede apreciar en la siguiente gráfica de la Figura 24 como a partir del treceavo valor estudiado, se alcanza un valor objetivo con una discrepancia mínima con respecto al valor objetivo del óptimo del método.

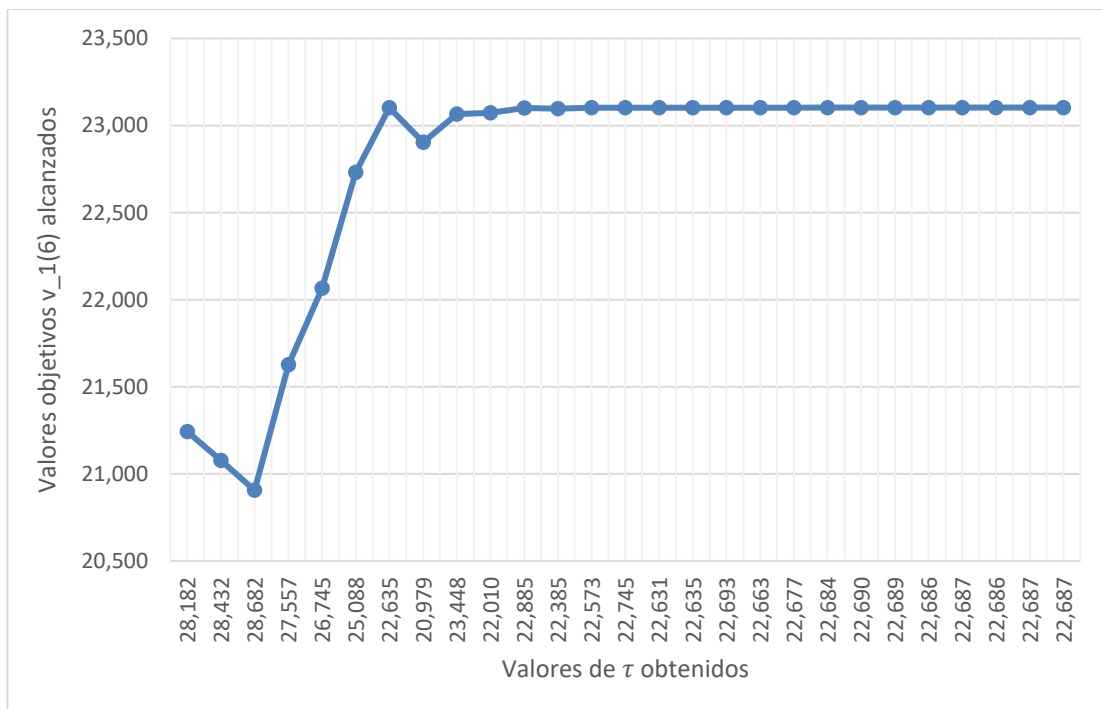


Figura 24. Representación de los valores objetivos frente a los vértices para $m = 6$

5.6 Caso de $m = 7$ transiciones:

Para $m = 7$ transiciones, se alcanzaría una solución óptima con una distancia entre los puntos más lejanos constituyentes del *simplex* menor a la unidad, al cabo de 24 iteraciones.

A continuación, se muestran algunos resultados de la clasificación de los puntos obtenidos en iteraciones realizadas en 'Algoritmo Nelder-Mead.xlsx'. En la Tabla 18 se han denominado como x_i a los distintos puntos evaluados τ_i , entradas del algoritmo, e y_i a los valores objetivos $v_1(m)_i$, salidas del algoritmo, representado i a cualquier evaluación realizada.

Iteración	1	4	7	10	14	18	21	25
x1	28182.0	27557.0	22635.1	22635.1	22635.1	22697.6	22685.3	22687.1
x2	28432.0	26744.5	21822.6	22409.5	22697.6	22675.5	22684.6	22687.0
x3	28682.0	25088.3	24486.7	22940.1	22734.2	22692.5	22688.7	22686.4
y1	33211.3721	33596.3073	35071.9474	35071.9474	35071.9474	35072.1174	35072.1253	35072.1254
y2	33046.1543	34034.7890	35021.5609	35066.9667	35072.1174	35072.1171	35072.1251	35072.1254
y3	32874.6473	34699.6041	34860.9840	35067.8466	35071.9744	35072.1231	35072.1251	35072.1254
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ
¿Seguir iterando?	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	NO

Tabla 18. Resultados obtenidos por algunas iteraciones de Nelder-Mead para $m = 7$

Se pueden consultar todas las iteraciones de este estudio en el Anexo VI.

Mediante la hoja de cálculo 'Intervalo preventivo.xlsx', se han calculado cada una de las variables del modelo matemático para los vértices analizados, así como su valor objetivo, con el propósito de verificar la ausencia de errores humanos y ofrecer un seguimiento visual del desarrollo matemático integrado. Se muestran los resultados en la Tabla 19.

τ	$v_1(m)$	p_2	Re(B1)	Im(B1)	A_3	A_4	D	$v_4(1)$	f(τ)	F(τ)
28,182.0	33211.37208	0.1490	789.66	3,498.52	3540.39535	10389.6741	10,268.79	7231.022188	1.53614E-05	0.14895378
28,432.0	33046.15434	0.1528	787.67	3,517.87	3512.85906	10393.6643	10,421.90	7242.993035	1.54835E-05	0.15280945
28,682.0	32874.64728	0.1567	786.07	3,537.14	3484.27455	10396.8532	10,574.79	7252.559604	1.56029E-05	0.15669531
27,557.0	33596.30729	0.1395	796.43	3,449.75	3604.55121	10376.1314	9,885.02	7190.394348	1.50435E-05	0.13945131
26,744.5	34034.78903	0.1274	809.14	3,385.55	3677.6315	10350.7146	9,384.13	7114.143708	1.46034E-05	0.12740519
25,088.3	34699.60411	0.1040	849.34	3,251.95	3788.43402	10270.3235	8,356.41	6872.970602	1.3611E-05	0.10402236
22,635.1	35071.94744	0.0727	946.49	3,047.86	3850.49124	10076.0243	6,819.39	6290.072778	1.19018E-05	0.07267016
21,822.6	35021.56085	0.0633	989.18	2,978.75	3842.09348	9990.63232	6,306.82	6033.896947	1.12714E-05	0.06325383
24,486.7	34860.98402	0.0960	868.89	3,202.57	3815.33067	10231.2288	7,981.06	6755.686312	1.32186E-05	0.09595166
23,357.8	35042.28820	0.0815	913.00	3,108.71	3845.54803	10142.997	7,273.88	6490.991068	1.24354E-05	0.08146543
22,409.5	35066.96671	0.0700	957.80	3,028.74	3849.66112	10053.3988	6,677.24	6222.196286	1.17301E-05	0.07000046
22,940.1	35067.84658	0.0763	931.85	3,073.61	3849.80776	10105.3014	7,011.33	6377.904238	1.21301E-05	0.07633432
22,598.6	35071.60529	0.0722	948.29	3,044.76	3850.43422	10072.4134	6,796.36	6279.240327	1.18742E-05	0.07223554
22,778.5	35071.56284	0.0744	939.51	3,059.97	3850.42714	10089.9715	6,909.64	6331.914616	1.20097E-05	0.07438374
22,697.6	35072.11737	0.0734	943.43	3,053.15	3850.51956	10082.1492	6,858.76	6308.447625	1.1949E-05	0.07341577
22,734.2	35071.97444	0.0739	941.65	3,056.24	3850.49574	10085.7015	6,881.78	6319.104577	1.19765E-05	0.07385313
22,675.5	35072.11708	0.0732	944.51	3,051.28	3850.51951	10079.9893	6,844.83	6301.968007	1.19323E-05	0.07315163
22,710.4	35072.08781	0.0736	942.80	3,054.22	3850.51464	10083.3905	6,866.79	6312.171389	1.19586E-05	0.07356818
22,698.5	35072.11609	0.0734	943.38	3,053.22	3850.51935	10082.2315	6,859.30	6308.694513	1.19496E-05	0.07342587
22,692.5	35072.12312	0.0734	943.67	3,052.71	3850.52052	10081.6512	6,855.55	6306.953502	1.19452E-05	0.07335475
22,685.3	35072.12528	0.0733	944.03	3,052.10	3850.52088	10080.9456	6,851.00	6304.836681	1.19397E-05	0.07326841
22,684.6	35072.12511	0.0733	944.06	3,052.04	3850.52085	10080.8726	6,850.53	6304.617919	1.19391E-05	0.07325949
22,688.7	35072.12513	0.0733	943.86	3,052.39	3850.52085	10081.2803	6,853.15	6305.840753	1.19423E-05	0.07330934
22,685.8	35072.12536	0.0733	944.00	3,052.14	3850.52089	10080.9928	6,851.30	6304.97839	1.19401E-05	0.07327418
22,687.1	35072.12540	0.0733	943.94	3,052.26	3850.5209	10081.1247	6,852.15	6305.374206	1.19411E-05	0.07329032
22,687.0	35072.12540	0.0733	943.94	3,052.25	3850.5209	10081.1154	6,852.09	6305.346099	1.1941E-05	0.07328917
22,686.4	35072.12541	0.0733	943.97	3,052.20	3850.5209	10081.0564	6,851.71	6305.169282	1.19406E-05	0.07328196
22,686.4	35072.12541	0.0733	943.97	3,052.20	3850.5209	10081.0564	6,851.71	6305.169282	1.19406E-05	0.07328196

Tabla 19. Variables calculadas en la hoja 'Intervalo preventivo.xlsx' para cada uno de los vértices de Nelder-Mead para $m = 7$

Analizando los valores del instante de aplicación de tareas preventivas mostrados en la Tabla 19, se puede apreciar como a partir del diecinueveavo punto estudiado la tolerancia con respecto al instante óptimo sería

menor a 10 horas, poco más de una jornada laboral, mejorando dicha discrepancia hasta alcanzar una menor a la unidad entre los últimos 3 puntos evaluados. El análisis comentado se puede apreciar en la gráfica de la Figura 25.

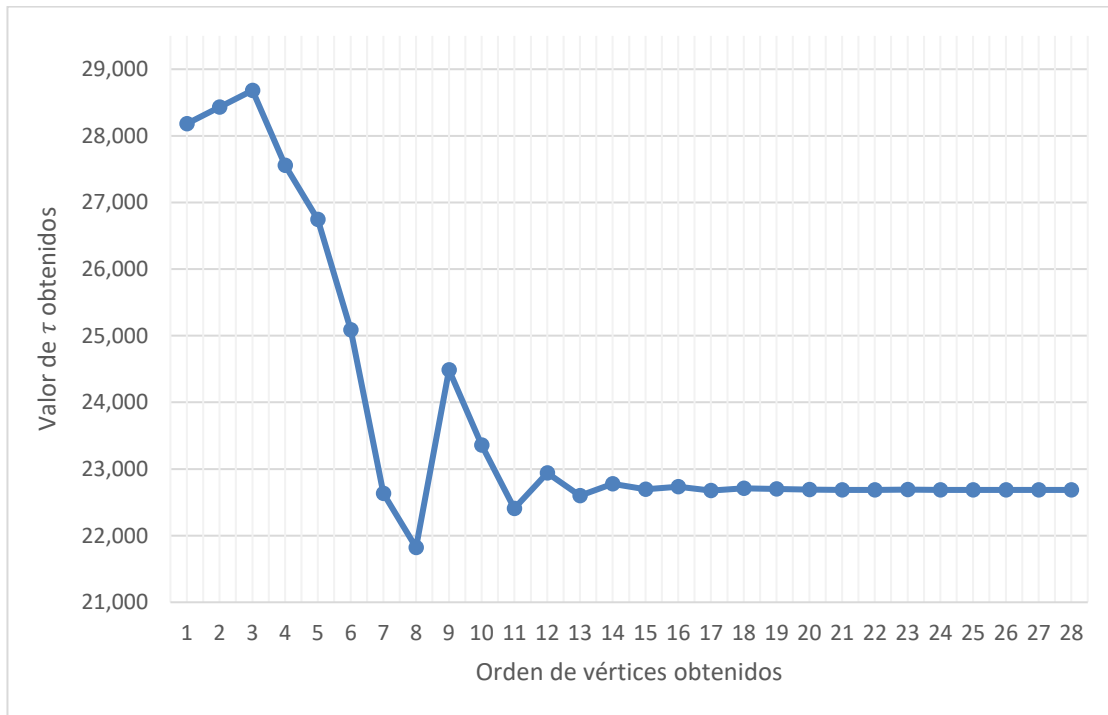


Figura 25. Representación de los valores del intervalo preventivo obtenidos para cada uno de los puntos evaluados para $m = 7$

Aunque la decisión implementada para salir del bucle del algoritmo sea la tolerancia entre puntos evaluados menor a la unidad, se puede apreciar en la siguiente gráfica de la Figura 26 como a partir del treceavo valor estudiado, se alcanza un valor objetivo con una discrepancia mínima con respecto al valor objetivo del óptimo del método.

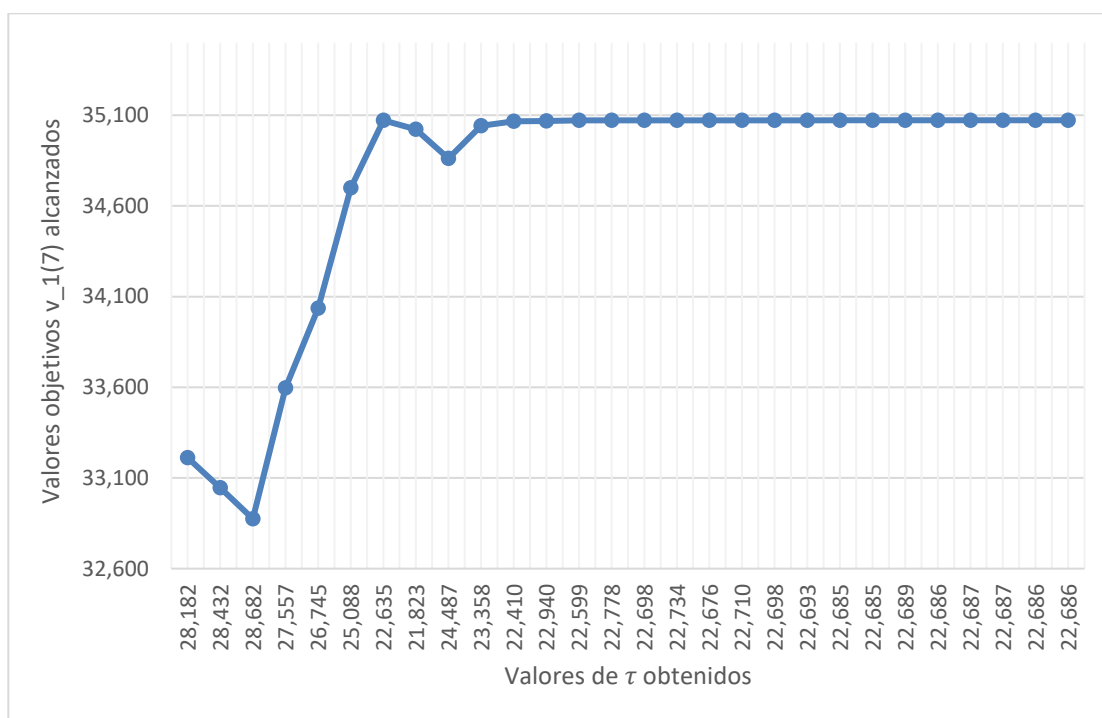


Figura 26. Representación de los valores objetivos frente a los vértices para $m = 7$

5.7 Caso de $m = 8$ transiciones:

Para $m = 8$ transiciones, se alcanzaría una solución óptima con una distancia entre los puntos más lejanos constituyentes del *simplex* menor a la unidad, al cabo de 24 iteraciones.

A continuación, se muestran algunos resultados de la clasificación de los puntos obtenidos en iteraciones realizadas en ‘*Algoritmo Nelder-Mead.xlsx*’. En la Tabla 20 se han denominado como x_i a los distintos puntos evaluados τ_i , entradas del algoritmo, e y_i a los valores objetivos $v_1(m)_i$, salidas del algoritmo, representado i a cualquier evaluación realizada.

Iteración	1	4	7	10	14	18	21	25
x1	28182.0	27557.0	24275.8	24275.8	24331.4	24345.3	24351.6	24350.4
x2	28432.0	26744.5	23650.8	24213.3	24327.5	24346.4	24352.1	24350.7
x3	28682.0	25088.3	24525.8	24385.1	24357.3	24351.6	24354.7	24351.1
y1	40442.3943	40786.7016	41617.7524	41617.7524	41618.2002	41618.2298	41618.2324	41618.2324
y2	40289.1474	41148.9327	41576.1867	41616.6204	41618.1859	41618.2307	41618.2323	41618.2324
y3	40127.2069	41572.5747	41615.6437	41618.1331	41618.2290	41618.2324	41618.2312	41618.2324
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ
¿Seguir iterando?	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	NO

Tabla 20. Resultados obtenidos por algunas iteraciones de Nelder-Mead para $m = 8$

Se pueden consultar todas las iteraciones de este estudio en el Anexo VII.

Mediante la hoja de cálculo ‘*Intervalo preventivo.xlsx*’, se han calculado cada una de las variables del modelo matemático para los vértices analizados, así como su valor objetivo, con el propósito de verificar la ausencia de errores humanos y ofrecer un seguimiento visual del desarrollo matemático integrado. Se muestran los resultados

en la Tabla 21.

τ	$v_1(m)$	p_2	$Re(B1)$	$Im(B1)$	A_3	A_4	D	$v_4(1)$	$f(\tau)$	$F(\tau)$
28,182.0	40442.39427	0.1490	789.66	3,498.52	3540.39535	10389.6741	10,268.79	7231.022188	1.53614E-05	0.14895378
28,432.0	40289.14738	0.1528	787.67	3,517.87	3512.85906	10393.6643	10,421.90	7242.993035	1.54835E-05	0.15280945
28,682.0	40127.20689	0.1567	786.07	3,537.14	3484.27455	10396.8532	10,574.79	7252.559604	1.56029E-05	0.15669531
27,557.0	40786.70164	0.1395	796.43	3,449.75	3604.55121	10376.1314	9,885.02	7190.394348	1.50435E-05	0.13945131
26,744.5	41148.93274	0.1274	809.14	3,385.55	3677.6315	10350.7146	9,384.13	7114.143708	1.46034E-05	0.12740519
25,088.3	41572.57471	0.1040	849.34	3,251.95	3788.43402	10270.3235	8,356.41	6872.970602	1.3611E-05	0.10402236
24,275.8	41617.75236	0.0932	876.38	3,185.15	3823.00991	10216.231	7,849.19	6710.692896	1.30769E-05	0.09317828
23,650.8	41576.18675	0.0851	900.60	3,133.21	3840.30204	10167.7915	7,457.74	6565.374515	1.26446E-05	0.08513936
24,525.8	41615.64374	0.0965	867.53	3,205.79	3813.80788	10233.9322	8,005.47	6763.796473	1.32446E-05	0.09646852
24,025.8	41609.21365	0.0899	885.71	3,164.43	3830.91362	10197.5773	7,692.74	6654.73191	1.29062E-05	0.08993033
24,213.3	41616.62042	0.0924	878.67	3,179.97	3825.10814	10211.6572	7,810.10	6696.971574	1.30345E-05	0.0923623
24,385.1	41618.13308	0.0946	872.45	3,194.19	3819.14289	10224.0919	7,917.59	6734.275733	1.31506E-05	0.0946126
24,389.0	41618.10911	0.0947	872.32	3,194.51	3819.0002	10224.3693	7,920.03	6735.10789	1.31532E-05	0.09466397
24,331.4	41618.20017	0.0939	874.37	3,189.75	3821.07285	10220.2544	7,884.00	6722.763079	1.31145E-05	0.09390724
24,327.5	41618.18594	0.0939	874.51	3,189.43	3821.21088	10219.9736	7,881.56	6721.920664	1.31118E-05	0.09385601
24,357.3	41618.22897	0.0942	873.45	3,191.89	3820.15041	10222.1088	7,900.19	6728.326499	1.31319E-05	0.09424685
24,361.2	41618.22344	0.0943	873.31	3,192.21	3820.00997	10222.3879	7,902.63	6729.163609	1.31345E-05	0.09429815
24,345.3	41618.22979	0.0941	873.87	3,190.90	3820.57854	10221.2528	7,892.71	6725.758525	1.31239E-05	0.0940898
24,346.4	41618.23069	0.0941	873.84	3,190.99	3820.54153	10221.3272	7,893.35	6725.981516	1.31245E-05	0.09410342
24,351.6	41618.23240	0.0942	873.65	3,191.42	3820.35556	10221.6997	7,896.61	6727.099009	1.31281E-05	0.09417172
24,352.6	41618.23219	0.0942	873.61	3,191.50	3820.31841	10221.7739	7,897.26	6727.321705	1.31288E-05	0.09418534
24,357.8	41618.22839	0.0943	873.43	3,191.93	3820.13178	10222.1459	7,900.51	6728.437718	1.31323E-05	0.09425366
24,352.1	41618.23232	0.0942	873.63	3,191.46	3820.33699	10221.7368	7,896.93	6727.210363	1.31284E-05	0.09417853
24,354.7	41618.23122	0.0942	873.54	3,191.67	3820.24377	10221.9229	7,898.56	6727.768586	1.31302E-05	0.09421269
24,350.4	41618.23241	0.0942	873.69	3,191.32	3820.39747	10221.6159	7,895.88	6726.847599	1.31273E-05	0.09415635
24,350.4	41618.23242	0.0942	873.69	3,191.32	3820.39628	10221.6183	7,895.90	6726.854766	1.31273E-05	0.09415679
24,350.7	41618.23243	0.0942	873.68	3,191.34	3820.3867	10221.6374	7,896.06	6726.912249	1.31275E-05	0.0941603
24,351.1	41618.23243	0.0942	873.67	3,191.37	3820.37353	10221.6638	7,896.29	6726.991264	1.31277E-05	0.09416513
24351.1	41618.23243	0.0942	873.67	3,191.37	3820.37353	10221.6638	7,896.29	6726.991264	1.31277E-05	0.09416513

Tabla 21. Variables calculadas en la hoja 'Intervalo preventivo.xlsx' para cada uno de los vértices de Nelder-Mead para $m = 8$

Analizando los valores del instante de aplicación de tareas preventivas mostrados en la Tabla 21, se puede apreciar como a partir del dieciseisavo punto estudiado la tolerancia con respecto al instante óptimo sería menor a 10 horas, poco más de una jornada laboral, mejorando dicha discrepancia hasta alcanzar una menor a la unidad entre los últimos 3 puntos evaluados. El análisis comentado se puede apreciar en la gráfica de la Figura 27.

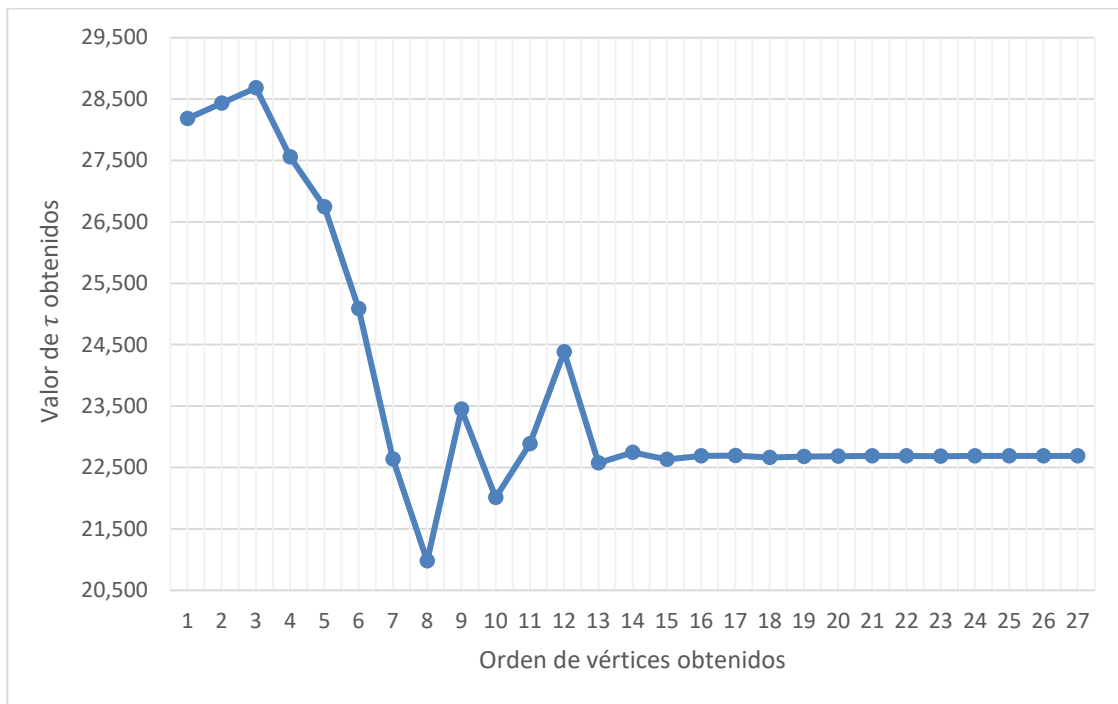


Figura 27. Representación de los valores del intervalo preventivo obtenidos para cada uno de los puntos evaluados para $m = 8$

Aunque la decisión implementada para salir del bucle del algoritmo sea la tolerancia entre puntos evaluados menor a la unidad, se puede apreciar en la siguiente gráfica de la Figura 28 como a partir del décimo valor estudiado, se alcanza un valor objetivo con una discrepancia mínima con respecto al valor objetivo del óptimo del método.

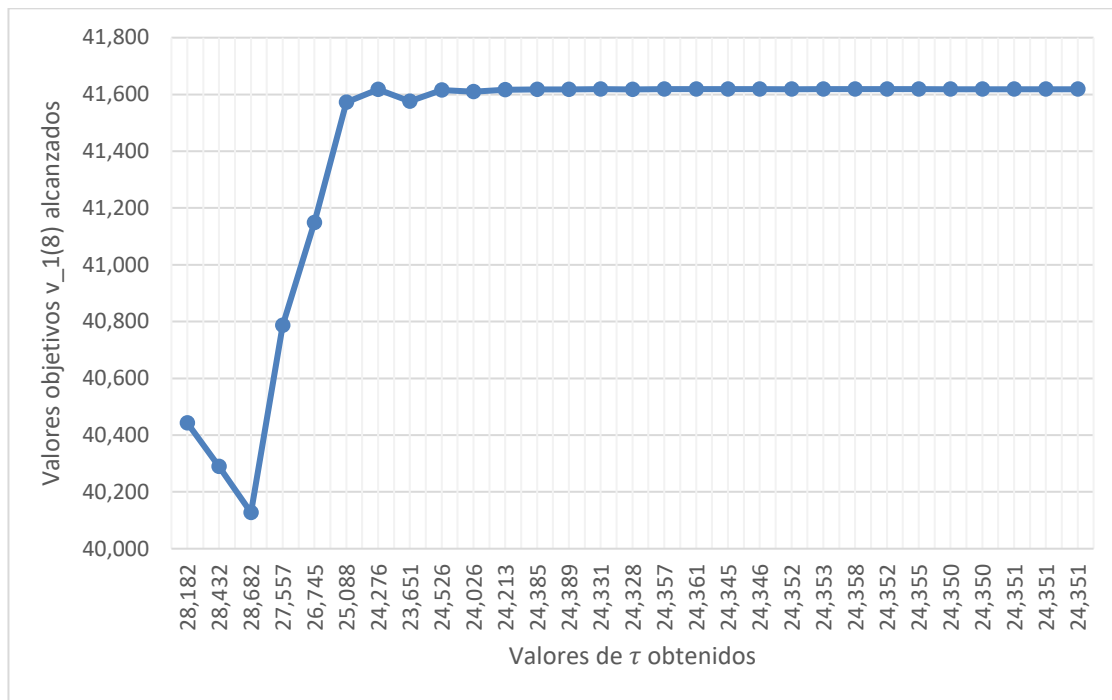


Figura 28. Representación de los valores objetivos frente a los vértices para $m = 8$

5.8 Caso de $m = 9$ transiciones:

Para $m = 9$ transiciones, se alcanzaría una solución óptima con una distancia entre los puntos más lejanos constituyentes del *simplex* menor a la unidad, al cabo de 23 iteraciones.

A continuación, se muestran algunos resultados de la clasificación de los puntos obtenidos en iteraciones realizadas en '*Algoritmo Nelder-Mead.xlsx*'. En la Tabla 22 se han denominado como x_i a los distintos puntos evaluados τ_i , entradas del algoritmo, e y_i a los valores objetivos $v_1(m)_i$, salidas del algoritmo, representado i a cualquier evaluación realizada.

Iteración	1	4	7	10	14	18	21	24
x1	28182.0	27557.0	22635.1	22635.1	22635.1	22688.8	22688.8	22686.5
x2	28432.0	26744.5	20978.9	22885.1	22631.2	22692.7	22686.5	22686.4
x3	28682.0	25088.3	23447.6	22385.1	22688.8	22683.8	22685.8	22687.0
y1	31863.5581	32440.9609	34654.4212	34654.4212	34654.4212	34654.6877	34654.6877	34654.6881
y2	31615.7315	33098.6835	34354.8302	34650.7481	34654.3792	34654.6844	34654.6881	34654.6881
y3	31358.4709	34095.9062	34597.2216	34645.5235	34654.6877	34654.6873	34654.6880	34654.6881
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ
¿Seguir iterando?	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	NO

Tabla 22. Resultados obtenidos por algunas iteraciones de Nelder-Mead para $m = 9$

Se pueden consultar todas las iteraciones de este estudio en el Anexo VIII.

Mediante la hoja de cálculo '*Intervalo preventivo.xlsx*', se han calculado cada una de las variables del modelo matemático para los vértices analizados, así como su valor objetivo, con el propósito de verificar la ausencia de errores humanos y ofrecer un seguimiento visual del desarrollo matemático integrado. Se muestran los resultados en la Tabla 23.

τ	$v_1(m)$	p_2	$Re(B1)$	$Im(B1)$	A_3	A_4	D	$v_4(1)$	$f(\tau)$	$F(\tau)$
28,182.0	31863.55812	0.1490	789.66	3,498.52	3540.39535	10389.6741	10,268.79	7231.022188	1.53614E-05	0.14895378
28,432.0	31615.73151	0.1528	787.67	3,517.87	3512.85906	10393.6643	10,421.90	7242.993035	1.54835E-05	0.15280945
28,682.0	31358.47093	0.1567	786.07	3,537.14	3484.27455	10396.8532	10,574.79	7252.559604	1.56029E-05	0.15669531
27,557.0	32440.96093	0.1395	796.43	3,449.75	3604.55121	10376.1314	9,885.02	7190.394348	1.50435E-05	0.13945131
26,744.5	33098.68354	0.1274	809.14	3,385.55	3677.6315	10350.7146	9,384.13	7114.143708	1.46034E-05	0.12740519
25,088.3	34095.90617	0.1040	849.34	3,251.95	3788.43402	10270.3235	8,356.41	6872.970602	1.3611E-05	0.10402236
22,635.1	34654.42115	0.0727	946.49	3,047.86	3850.49124	10076.0243	6,819.39	6290.072778	1.19018E-05	0.07267016
20,978.9	34354.83015	0.0540	1,039.33	2,906.27	3817.20335	9890.33739	5,772.88	5733.012169	1.05821E-05	0.05403188
23,447.6	34597.22158	0.0826	909.13	3,116.24	3844.13573	10150.7438	7,330.29	6514.231431	1.25E-05	0.08258558
22,010.1	34608.31103	0.0654	978.85	2,994.76	3845.36789	10011.3012	6,425.25	6095.9035	1.14198E-05	0.06538116
22,885.1	34650.74807	0.0757	934.43	3,068.98	3850.08312	10100.1376	6,976.77	6362.412797	1.20893E-05	0.07566912
24,385.1	34372.28602	0.0946	872.45	3,194.19	3819.14289	10224.0919	7,917.59	6734.275733	1.31506E-05	0.0946126
22,572.6	34653.38053	0.0719	949.58	3,042.57	3850.37561	10069.8384	6,780.02	6271.515171	1.18545E-05	0.07192778
22,744.5	34654.35300	0.0740	941.15	3,057.11	3850.48367	10086.6977	6,888.26	6322.092968	1.19842E-05	0.07397644
22,631.2	34654.37915	0.0726	946.68	3,047.53	3850.48657	10075.6395	6,816.93	6288.918482	1.18989E-05	0.07262368
22,688.8	34654.68765	0.0733	943.86	3,052.40	3850.52085	10081.2898	6,853.22	6305.869343	1.19424E-05	0.07331051
22,692.7	34654.68443	0.0734	943.66	3,052.73	3850.52049	10081.6709	6,855.68	6307.012733	1.19453E-05	0.07335716
22,663.0	34654.63160	0.0730	945.12	3,050.21	3850.51462	10078.7586	6,836.92	6298.275721	1.19229E-05	0.07300171
22,676.9	34654.67845	0.0732	944.44	3,051.39	3850.51983	10080.121	6,845.68	6302.363115	1.19334E-05	0.0731677
22,683.8	34654.68730	0.0733	944.10	3,051.98	3850.52081	10080.8011	6,850.06	6304.403295	1.19386E-05	0.07325075
22,689.5	34654.68730	0.0733	943.82	3,052.46	3850.52081	10081.3583	6,853.66	6306.074851	1.19429E-05	0.07331889
22,686.5	34654.68811	0.0733	943.97	3,052.20	3850.5209	10081.0626	6,851.75	6305.187871	1.19406E-05	0.07328272
22,685.8	34654.68804	0.0733	944.00	3,052.15	3850.52089	10080.9941	6,851.31	6304.982261	1.19401E-05	0.07327434
22,687.5	34654.68805	0.0733	943.92	3,052.29	3850.52089	10081.1591	6,852.37	6305.477249	1.19414E-05	0.07329452
22,686.4	34654.68811	0.0733	943.97	3,052.20	3850.5209	10081.0525	6,851.69	6305.157422	1.19405E-05	0.07328148
22,687.0	34654.68811	0.0733	943.95	3,052.24	3850.5209	10081.1083	6,852.05	6305.324954	1.1941E-05	0.07328831
22,686.5	34654.68811	0.0733	943.97	3,052.20	3850.5209	10081.0626	6,851.75	6305.187871	1.19406E-05	0.07328272

Tabla 23. Variables calculadas en la hoja 'Intervalo preventivo.xlsx' para cada uno de los vértices de Nelder-Mead para $m = 9$

Analizando los valores del instante de aplicación de tareas preventivas mostrados en la Tabla 23, se puede apreciar como a partir del diecinueveavo punto estudiado la tolerancia con respecto al instante óptimo sería menor a 10 horas, poco más de una jornada laboral, mejorando dicha discrepancia hasta alcanzar una menor a la unidad entre los últimos 3 puntos evaluados. El análisis comentado se puede apreciar en la gráfica de la Figura 29.

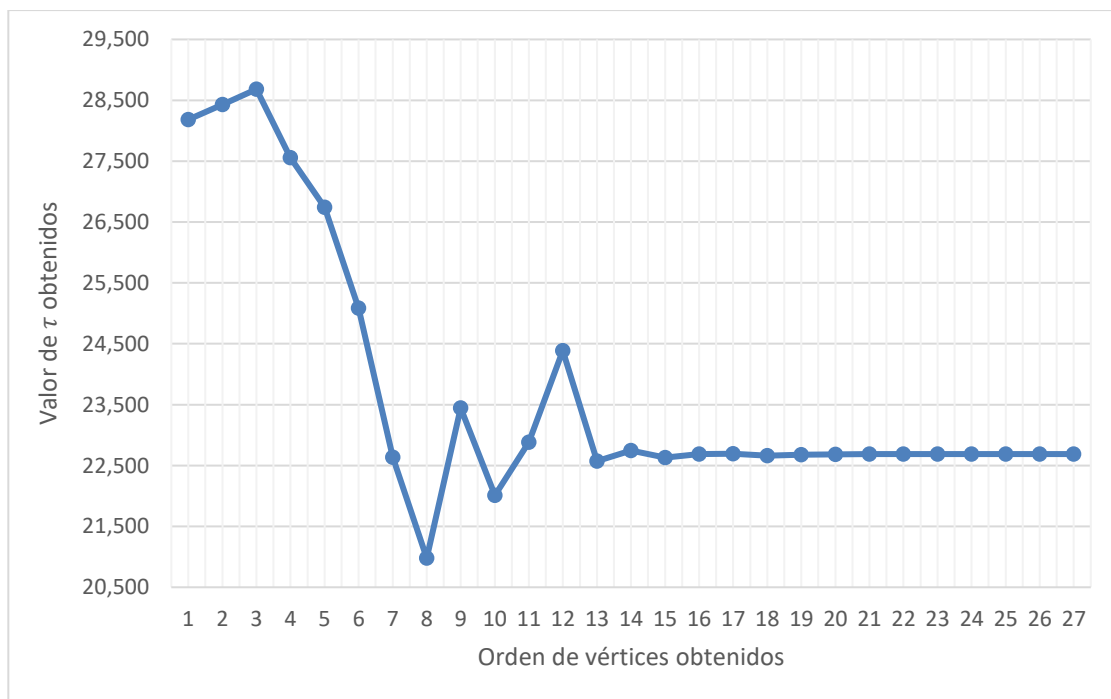


Figura 29. Representación de los valores del intervalo preventivo obtenidos para cada uno de los puntos evaluados para $m = 9$

Aunque la decisión implementada para salir del bucle del algoritmo sea la tolerancia entre puntos evaluados menor a la unidad, se puede apreciar en la siguiente gráfica de la Figura 30 como a partir del treceavo valor estudiado, se alcanza un valor objetivo con una discrepancia mínima con respecto al valor objetivo del óptimo del método.



Figura 30. Representación de los valores objetivos frente a los vértices para $m = 9$

5.9 Caso de $m = 10$ transiciones

Para $m = 10$ transiciones, se alcanzaría una solución óptima con una distancia entre los puntos más lejanos constituyentes del *simplex* menor a la unidad, al cabo de 23 iteraciones.

A continuación, se muestran algunos resultados de la clasificación de los puntos obtenidos en iteraciones realizadas en ‘*Algoritmo Nelder-Mead.xlsx*’. En la Tabla 24 se han denominado como x_i a los distintos puntos evaluados τ_i , entradas del algoritmo, e y_i a los valores objetivos $v_1(m)_i$, salidas del algoritmo, representado i a cualquier evaluación realizada.

Iteración	1	4	7	10	14	18	21	24
x1	28182.0	27557.0	22635.1	22635.1	22635.1	22688.8	22688.8	22686.5
x2	28432.0	26744.5	20978.9	22885.1	22631.2	22692.7	22686.5	22686.4
x3	28682.0	25088.3	23447.6	22385.1	22688.8	22683.8	22685.8	22687.0
y1	43832.5581	44409.9609	46623.4212	46623.4212	46623.4212	46623.6877	46623.6877	46623.6881
y2	43584.7315	45067.6835	46323.8302	46619.7481	46623.3792	46623.6844	46623.6881	46623.6881
y3	43327.4709	46064.9062	46566.2216	46614.5235	46623.6877	46623.6873	46623.6880	46623.6881
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SÍ
¿Seguir iterando?	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	NO

Tabla 24. Resultados obtenidos por algunas iteraciones de Nelder-Mead para $m = 10$

Se pueden consultar todas las iteraciones de este estudio en el Anexo IX.

Mediante la hoja de cálculo ‘*Intervalo preventivo.xlsx*’, se han calculado cada una de las variables del modelo

matemático para los vértices analizados, así como su valor objetivo, con el propósito de verificar la ausencia de errores humanos y ofrecer un seguimiento visual del desarrollo matemático integrado. Se muestran los resultados en la Tabla 25.

τ	$v_1(m)$	p_2	$Re(B1)$	$Im(B1)$	A_3	A_4	D	$v_4(1)$	$f(\tau)$	$F(\tau)$
28,182.0	43832.55812	0.1490	789.66	3,498.52	3540.39535	10389.6741	10,268.79	7231.022188	1.53614E-05	0.14895378
28,432.0	43584.73151	0.1528	787.67	3,517.87	3512.85906	10393.6643	10,421.90	7242.993035	1.54835E-05	0.15280945
28,682.0	43327.47093	0.1567	786.07	3,537.14	3484.27455	10396.8532	10,574.79	7252.559604	1.56029E-05	0.15669531
27,557.0	44409.96093	0.1395	796.43	3,449.75	3604.55121	10376.1314	9,885.02	7190.394348	1.50435E-05	0.13945131
26,744.5	45067.68354	0.1274	809.14	3,385.55	3677.6315	10350.7146	9,384.13	7114.143708	1.46034E-05	0.12740519
25,088.3	46064.90617	0.1040	849.34	3,251.95	3788.43402	10270.3235	8,356.41	6872.970602	1.3611E-05	0.10402236
22,635.1	46623.42115	0.0727	946.49	3,047.86	3850.49124	10076.0243	6,819.39	6290.072778	1.19018E-05	0.07267016
20,978.9	46323.83015	0.0540	1,039.33	2,906.27	3817.20335	9890.33739	5,772.88	5733.012169	1.05821E-05	0.05403188
23,447.6	46566.22158	0.0826	909.13	3,116.24	3844.13573	10150.7438	7,330.29	6514.231431	1.25E-05	0.08258558
22,010.1	46577.31103	0.0654	978.85	2,994.76	3845.36789	10011.3012	6,425.25	6095.9035	1.14198E-05	0.06538116
22,885.1	46619.74807	0.0757	934.43	3,068.98	3850.08312	10100.1376	6,976.77	6362.412797	1.20893E-05	0.07566912
22,385.1	46614.52351	0.0697	959.05	3,026.67	3849.50261	10050.9005	6,661.85	6214.701521	1.17113E-05	0.06971845
22,572.6	46622.38053	0.0719	949.58	3,042.57	3850.37561	10069.8384	6,780.02	6271.515171	1.18545E-05	0.07192778
22,541.4	46621.56493	0.0716	951.14	3,039.92	3850.28499	10066.7217	6,760.33	6262.165194	1.18307E-05	0.07155769
22,631.2	46623.37915	0.0726	946.68	3,047.53	3850.48657	10075.6395	6,816.93	6288.918482	1.18989E-05	0.07262368
22,688.8	46623.68765	0.0733	943.86	3,052.40	3850.52085	10081.2898	6,853.22	6305.869343	1.19424E-05	0.07331051
22,692.7	46623.68443	0.0734	943.66	3,052.73	3850.52049	10081.6709	6,855.68	6307.012733	1.19453E-05	0.07335716
22,663.0	46623.63160	0.0730	945.12	3,050.21	3850.51462	10078.7586	6,836.92	6298.275721	1.19229E-05	0.07300171
22,676.9	46623.67845	0.0732	944.44	3,051.39	3850.51983	10080.121	6,845.68	6302.363115	1.19334E-05	0.0731677
22,683.8	46623.68730	0.0733	944.10	3,051.98	3850.52081	10080.8011	6,850.06	6304.403295	1.19386E-05	0.07325075
22,689.5	46623.68730	0.0733	943.82	3,052.46	3850.52081	10081.3583	6,853.66	6306.074851	1.19429E-05	0.07331889
22,686.5	46623.68811	0.0733	943.97	3,052.20	3850.5209	10081.0626	6,851.75	6305.187871	1.19406E-05	0.07328272
22,685.8	46623.68804	0.0733	944.00	3,052.15	3850.52089	10080.9941	6,851.31	6304.982261	1.19401E-05	0.07327434
22,687.5	46623.68805	0.0733	943.92	3,052.29	3850.52089	10081.1591	6,852.37	6305.477249	1.19414E-05	0.07329452
22,686.4	46623.68811	0.0733	943.97	3,052.20	3850.5209	10081.0525	6,851.69	6305.157422	1.19405E-05	0.07328148
22,687.0	46623.68811	0.0733	943.95	3,052.24	3850.5209	10081.1083	6,852.05	6305.324954	1.1941E-05	0.07328831
22686.5	46623.68811	0.0733	943.97	3,052.20	3850.5209	10081.0626	6,851.75	6305.187871	1.19406E-05	0.07328272

Tabla 25. Variables calculadas en la hoja 'Intervalo preventivo.xlsx' para cada uno de los vértices de Nelder-Mead para $m = 10$

Analizando los valores del instante de aplicación de tareas preventivas mostrados en la Tabla 25, se puede apreciar como a partir del diecinueveavo punto estudiado la tolerancia con respecto al instante óptimo sería menor a 10 horas, poco más de una jornada laboral, mejorando dicha discrepancia hasta alcanzar una menor a la unidad entre los últimos 3 puntos evaluados. El análisis comentado se puede apreciar en la gráfica de la Figura 31.

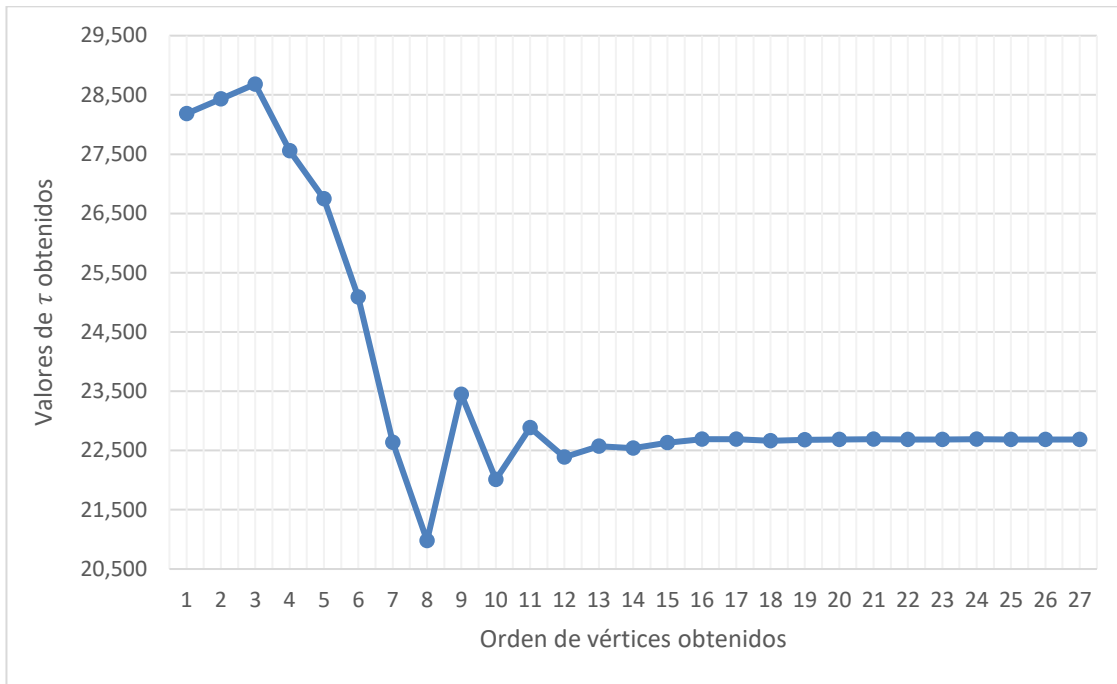


Figura 31 Representación de los valores del intervalo preventivo obtenidos para cada uno de los puntos evaluados para $m = 10$

Aunque la decisión implementada para salir del bucle del algoritmo sea la tolerancia entre puntos evaluados menor a la unidad, se puede apreciar en la siguiente gráfica Figura 32 como a partir del treceavo valor estudiado, se alcanza un valor objetivo con una discrepancia mínima con respecto al valor objetivo del óptimo del método.



Figura 32. Representación de los valores objetivos frente a los vértices para $m = 10$

5.10 Comparativa de los resultados obtenidos para ambas vías de resolución:

A continuación, se muestran los resultados obtenidos por la resolución tradicional y la búsqueda directa:

m	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Solución exacta	29581.89	22686.69	22686.69	25369.78	22686.69	22686.69	24350.91	22686.69	22686.69
Soluciones Nelder-Mead con tolerancia menor a la	29582.10	22686.51	22686.51	25369.70	22686.51	22686.45	24351.07	22686.51	22686.51
Desviación típica	0.14	0.13	0.13	0.06	0.13	0.17	0.11	0.13	0.13
Iteraciones necesarias	17	23	23	23	23	24	24	23	23

Tabla 26. Comparativa de los resultados obtenidos por ambos procedimientos de resolución

Además de los resultados, en la Tabla 26, se recogen el número de iteraciones realizadas para alcanzar la tolerancia deseada, así como la desviación típica que ofrecen los resultados asociados a esa condición.

A pesar de que se hayan realizado bastantes iteraciones con el objetivo de alcanzar un alto nivel de precisión (desviación típica casi nula), mediante el análisis individual de la variabilidad de los resultados a lo largo de las iteraciones realizadas en cada transición, se comprueba que no serían necesarias más de 20 iteraciones para llegar a una solución cuya desviación temporal no fuese superior a la jornada laboral del ingeniero de mantenimiento. Además, no se superarían las 15 iteraciones para alcanzar un retorno económico similar al alcanzado por aquellos resultados que ofrecen el exigente nivel de tolerancia establecido en el proyecto.

6 CONCLUSIÓN

En la actualidad, las áreas de mantenimiento suelen estar presente en cada una de las empresas e industrias del mercado, habiendo adquirido un papel crucial como aliados de las áreas de producción. Dado que las paradas de producción debido a fallos de equipo pueden llegar a ocasionar pérdidas económicas de gran calibre, los ingenieros y encargados del mantenimiento proponen estrategias a las que se acogen el resto de los departamentos de las organizaciones, con el objetivo de adelantarse a los fallos y establecer paradas con un impacto económico mínimo en las que aplicar mantenimientos preventivos sobre los equipos.

Con el objetivo de teorizar el mantenimiento, distintos autores han estudiado y propuesto un sistema matemático de cuatro estados capaz de modelar el retorno económico asociado a su producción. Este permite alcanzar a través de la derivación, instantes óptimos de aplicación de las tareas preventivas.

Con el objetivo de agilizar dicho cálculo y hacerlo accesible a todo el personal, se propone el empleo del método de Nelder-Mead. Para ello, se ha realizado la verificación de dicho método matemático, mediante la resolución de un modelo de cuatro estados por derivación y búsqueda directa, usando un escenario de datos real procedente de un estudio de fallos de rodamientos de una serie de bombas.

Mediante el estudio estadístico del comportamiento de las bombas y la definición de una serie de datos como el tiempo de permanencia en cada uno de los estados y los retornos económicos asociados, se procede a la obtención de los resultados exactos por derivación de la función objetivo del modelo para distintas transiciones entre estados.

Tras la implementación del método de Nelder-Mead en la función objetivo del sistema, la definición de unos puntos iniciales cercanos a los instantes de fallos registrados y una condición de salida del bucle del algoritmo suficientemente estricta que evidencie la veracidad de la verificación, se obtienen los resultados objetivos para las mismas transiciones estudiadas en la resolución exacta por derivación.

Tras comparar y analizar dichos resultados se observan los siguientes puntos:

- Tras la implementación de entre 18 y 23 iteraciones se alcanzan tres potenciales instantes de aplicación de actividades preventivas con una distancia entre estos menor a la unidad, convergiendo hacia la solución óptima y ofreciendo una desviación típica casi nula.
- Tras la evaluación de entre 14 y 19 puntos (realización de entre 12 y 17 iteraciones) se alcanza una discrepancia menor a las diez horas entre los óptimos y los resultados obtenidos por Nelder-Mead.
- Tras analizar los valores objetivos obtenidos para los distintos instantes estudiados, se observa que tras estudiar entre 7 y 13 puntos (entre 5 y 11 iteraciones) se alcanza una discrepancia despreciable entre los valores objetivos y los obtenidos por Nelder-Mead.

Como conclusión, se verifica la aplicabilidad del método de Nelder-Mead para la determinación de instantes de aplicación de mantenimientos preventivos. Este queda evidenciado como una vía rápida y efectiva que podría dar lugar a resultados económicos óptimos en aquellas organizaciones que lo implantasen mediante una herramienta automatizada, que contemple además, el modelo matemático estudiado y la monitorización de la degradación del sistema.

Una vez obtenido el valor del intervalo preventivo óptimo, el siguiente paso en la actividad real sería determinar el tiempo necesario para preparar la intervención logística T_1 , y así obtener el momento en que la intervención preventiva debe ser lanzada, T_d .

$$T_d = \tau_0 - T_1$$

A continuación, el siguiente punto a tratar en la actividad sería determinar el nivel de degradación en ese instante T_d .

Los ingenieros suelen estudiar la degradación que sufren los componentes y tratan de expresarla de forma matemática. Algunos utilizan complicadas fórmulas fruto de su trabajo experimental, otros utilizan modelos ya desarrollados que parametrizan para adaptarse al comportamiento de degradación del componente. En este sentido muchos de los autores utilizan procesos de Wiener.

Habiendo estudiado la degradación del sistema y llegados al umbral de degradación, D_o , se decide lanzar la intervención preventiva, vez transcurrido un tiempo T_l .

7 ANEXOS

7.1 Anexo I: (Nelder-Mead para $m = 2$).

Iteración	1	2	3	4	5	6
x1	28182.0	28432.0	28682.0	29307.0	29557.0	29557.0
x2	28432.0	28682.0	29307.0	29557.0	29807.0	29494.5
x3	28682.0	29307.0	29557.0	29807.0	29494.5	29666.4
y1	19200.0221877	19211.9930352	19221.5596040	19235.1398824	19236.5107283	19236.5107283
y2	19211.9930352	19221.5596040	19235.1398824	19236.5107283	19235.6027581	19236.3827484
y3	19221.5596040	19235.1398824	19236.5107283	19235.6027581	19236.3827484	19236.3922432
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI
c	28557.0000	28994.5000	29432.0000	29682.0000	29525.7500	29611.6875
xref	28932.0000	29557.0000	30182.0000	30057.0000	29244.5000	29728.8750
yref	19228.7497	19236.5107	19230.0293	19232.4440	19234.4378	19236.1296
¿mejor que el mejor?	SI	SI	NO	NO	NO	NO
Si						
x_exp_1	29307.0000	30119.5000	NA	NA	NA	NA
y_exp_1	19235.1399	19231.3058				
¿mejora al reflejado?	SI	NO	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado					
No: el reflejado sustituye al peor		nuevo vértice alcanzado				
No						
¿mejora al segundo mejor?			FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿Es mejor que el peor?			VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO
Si						
x_contracción_externa			29807.0000			
y_contracción_externa			19235.6028			
¿mejor que el reflejado?			VERDADERO			
Si: x_contracción_externa sustituye al peor			nuevo vértice alcanzado			
No						
x_contracción_interna				29494.5000	29666.3750	29553.0938
y_contracción_interna				19236.3827	19236.3922	19236.5069
¿mejor que el peor?				VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO
Si: x_contracción_interna sustituye al peor				nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vertice	29307.0000	29557.0000	29807.0000	29494.5000	29666.3750	29553.0938
nuevo valor	19235.1399	19236.5107	19235.6028	19236.3827	19236.3922	19236.5069

Iteración	7	8	9	10	11	12
x1	29557.0	29557.0	29557.0	29557.0	29582.9	29582.9
x2	29666.4	29553.1	29553.1	29582.9	29586.8	29586.8
x3	29553.1	29610.7	29582.9	29586.8	29570.9	29577.9
y1	19236.5107283	19236.5107283	19236.5107283	19236.5107283	19236.5219991	19236.5219991
y2	19236.3922432	19236.5069068	19236.5069068	19236.5219991	19236.5215811	19236.5215811
y3	19236.5069068	19236.5069033	19236.5219991	19236.5215811	19236.5198220	19236.5217225
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI
c	29555.0469	29555.0469	29569.9395	29584.8320	29584.8320	29580.3765
xref	29443.7188	29499.3828	29586.7852	29612.6641	29598.7480	29573.9678
yref	19236.1736	19236.3979	19236.5216	19236.5048	19236.5168	19236.5209
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
Si						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	NA
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	FALSO	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor			nuevo vertice alcanzado			
No						
¿Es mejor que el peor?	FALSO	FALSO		FALSO	FALSO	FALSO
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contracción_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna	29610.7109	29582.8789		29570.9160	29577.8740	29583.5808
y_contracción_interna	19236.5069	19236.5220		19236.5198	19236.5217	19236.5220
¿mejor que el peor?	VERDADERO	VERDADERO		VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO
Si: x_contracción_interna sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado		nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vertice	29610.7109	29582.8789	29586.7852	29570.9160	29577.8740	29583.5808
nuevo valor	19236.5069	19236.5220	19236.5216	19236.5198	19236.5217	19236.5220

Iteración	13	14	15	16	17	18
x1	29582.9	29582.9	29582.9	29582.9	29582.6	29581.7
x2	29577.9	29583.6	29580.6	29582.6	29581.7	29581.4
x3	29583.6	29580.6	29582.6	29581.7	29581.4	29582.1
y1	19236.5219991	19236.5219991	19236.5219991	19236.5219991	19236.5220064	19236.5220157
y2	19236.5217225	19236.5219649	19236.5219839	19236.5220064	19236.5220157	19236.5220128
y3	19236.5219649	19236.5219839	19236.5220064	19236.5220157	19236.5220128	19236.5220160
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	SI
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	NO
c	29583.2299	29581.7154	29582.7635	29582.1529	29581.5423	
xref	29588.5857	29579.8500	29584.9751	29581.4269	29580.4365	
yref	19236.5212	19236.5219	19236.5218	19236.5220	19236.5220	
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	
Si						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	
Si: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	FALSO	FALSO	VERDADERO	FALSO	
Si: el reflejado sustituye al peor				nuevo vértice alcanzado		
No						
¿Es mejor que el peor?	FALSO	FALSO	FALSO		FALSO	
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contracción_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna	29580.5519	29582.6481	29581.6577		29582.0952	
y_contracción_interna	19236.5220	19236.5220	19236.5220		19236.5220	
¿mejor que el peor?	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO		VERDADERO	
Si: x_contracción_interna sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado		nuevo vértice alcanzado	
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vertice	29580.5519	29582.6481	29581.6577	29581.4269	29582.0952	29582.0952
nuevo valor	19236.5220	19236.5220	19236.5220	19236.5220	19236.5220	19236.5220

7.2 Anexo II: (Nelder-Mead para $m = 3$).

Iteración	1	2	3	4	5	6
x1	28182.0000	28182.0000	28182.0000	27557.0000	26744.5000	25088.2500
x2	28432.0000	28432.0000	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250
x3	28682.0000	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250	20978.8750
y1	10621.1860	10621.1860	10621.1860	10813.6536	11032.8945	11365.3021
y2	10538.5772	10538.5772	10813.6536	11032.8945	11365.3021	11551.4737
y3	10452.8236	10813.6536	11032.8945	11365.3021	11551.4737	11451.6101
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI
c	28307.0000	27869.5000	27150.7500	25916.3750	23861.6875	21807.0000
xref	27932.0000	27307.0000	26119.5000	24275.7500	20978.8750	18525.7500
yref	10700.6050	10884.9002	11176.8273	11469.0297	11451.6101	10937.5248
¿mejor que el mejor?	SI	SI	SI	SI	NO	NO
Si						
x_exp_1	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250	NA	NA
y_exp_1	10813.6536	11032.8945	11365.3021	11551.4737		
¿mejora al reflejado?	SI	SI	SI	SI	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado		
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?					VERDADERO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor					nuevo vértice alcanzado	
No						
¿Es mejor que el peor?						FALSO
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contracción_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna						23447.6250
y_contracción_interna						11532.4072
¿mejor que el peor?						VERDADERO
Si: x_contracción_interna sustituye al peor						nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vertice	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250	20978.8750	23447.6250
nuevo valor	10813.6536	11032.8945	11365.3021	11551.4737	11451.6101	11532.4072

Iteración	7	8	9	10	11	12
x1	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22635.1250
x2	20978.8750	23447.6250	22010.1250	22885.1250	22885.1250	22572.6250
x3	23447.6250	22010.1250	22885.1250	22385.1250	22572.6250	22744.5000
y1	11551.4737	11551.4737	11551.4737	11551.4737	11551.4737	11551.4737
y2	11451.6101	11532.4072	11536.1037	11550.2494	11550.2494	11551.1268
y3	11532.4072	11536.1037	11550.2494	11548.5078	11551.1268	11551.4510
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI
c	23041.3750	22322.6250	22760.1250	22760.1250	22603.8750	22689.8125
xref	25103.8750	21197.6250	23510.1250	23135.1250	22322.6250	22807.0000
yref	11362.9143	11475.8098	11529.1516	11544.8798	11547.1064	11551.0794
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
Si						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	NA
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿Es mejor que el peor?	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contracción_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_Interna	22010.1250	22885.1250	22385.1250	22572.6250	22744.5000	22631.2188
y_contracción_Interna	11536.1037	11550.2494	11548.5078	11551.1268	11551.4510	11551.4597
¿mejor que el peor?	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO
Si: x_contracción_Interna sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vertice	22010.1250	22885.1250	22385.1250	22572.6250	22744.5000	22631.2188
nuevo valor	11536.1037	11550.2494	11548.5078	11551.1268	11551.4510	11551.4597

Iteración	13	14	15	16	17	18
x1	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22688.8359	22688.8359	22688.8359
x2	22744.5000	22631.2188	22688.8359	22692.7422	22692.7422	22692.7422
x3	22631.2188	22688.8359	22692.7422	22662.9570	22676.8730	22683.8311
y1	11551.4737	11551.4737	11551.4737	11551.5626	11551.5626	11551.5626
y2	11551.4510	11551.4597	11551.5626	11551.5615	11551.5615	11551.5615
y3	11551.4597	11551.5626	11551.5615	11551.5439	11551.5595	11551.5624
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI
c	22633.1719	22661.9805	22690.7891	22690.7891	22690.7891	22686.3335
xref	22521.8438	22692.7422	22746.4531	22718.6211	22704.7051	22679.9248
yref	11550.6517	11551.5615	11551.4433	11551.5286	11551.5518	11551.5612
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
Si						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	NA
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor		nuevo vértice alcanzado				
No						
¿Es mejor que el peor?	FALSO		FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contracción_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_Interna	22688.8359		22662.9570	22676.8730	22683.8311	22689.5378
y_contracción_Interna	11551.5626		11551.5439	11551.5595	11551.5624	11551.5624
¿mejor que el peor?	VERDADERO		VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO
Si: x_contracción_Interna sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado		nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vertice	22679.5739	22692.7422	22662.9570	22676.8730	22683.8311	22688.2991
nuevo valor	11551.5610	11551.5615	11551.5439	11551.5595	11551.5624	11551.5626

Iteración	19	20	21	22	23	24
x1	22688.835938	22688.8359	22688.8359	22686.508972	22686.508972	22686.508972
x2	22683.831055	22689.5378	22686.5090	22685.807068	22687.496979	22686.405022
x3	22689.537842	22686.5090	22685.8071	22687.496979	22686.405022	22686.976988
y1	11551.562550	11551.5626	11551.56255	11551.562704	11551.562704	11551.562704
y2	11551.562432	11551.5624	11551.56270	11551.562679	11551.562683	11551.562702
y3	11551.562433	11551.5627	11551.56268	11551.562683	11551.562702	11551.562702
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	SI
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	NO
c	22689.1869	22687.6725	22686.1580	22687.0030	22686.4570	
xref	22694.5427	22685.8071	22683.4801	22688.1989	22685.4170	
yref	11551.5606	11551.5627	11551.5624	11551.5626	11551.5627	
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	
Si						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	
Si: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO	
Si: el reflejado sustituye al peor		nuevo vértice alcanzado				
No						
¿Es mejor que el peor?	FALSO		FALSO	FALSO	FALSO	
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contracción_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna	22686.5090		22687.4970	22686.4050	22686.9770	
y_contracción_interna	11551.56270		11551.56268	11551.56270	11551.56270	
¿mejor que el peor?	VERDADERO		VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	
Si: x_contracción_interna sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado		nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vertice	22686.5090	22685.8071	22687.4970	22686.4050	22686.9770	22686.5090
nuevo valor	11551.5627	11551.5627	11551.5627	11551.5627	11551.5627	11551.5627

7.3 Anexo III: (Nelder-Mead para $m = 4$).

Iteración	1	2	3	4	5	6
x1	28182.0000	28182.0000	28182.0000	27557.0000	26744.5000	25088.2500
x2	28432.0000	28432.0000	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250
x3	28882.0000	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250	20978.8750
y1	22590.1860	22590.1860	22590.1860	22782.6536	23001.8945	23334.3021
y2	22507.5772	22507.5772	22782.6536	23001.8945	23334.3021	23520.4737
y3	22421.8236	22782.6536	23001.8945	23334.3021	23520.4737	23420.6101
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI
c	28307.0000	27869.5000	27150.7500	25916.3750	23861.6875	21807.0000
xref	27932.0000	27307.0000	26119.5000	24275.7500	20978.8750	18525.7500
yref	22669.6050	22853.9002	23145.8273	23438.0297	23420.6101	22906.5248
¿mejor que el mejor?	SI	SI	SI	SI	NO	NO
Si						
x_exp_1	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250	NA	NA
y_exp_1	22782.6536	23001.8945	23334.3021	23520.4737		
¿mejora al reflejado?	SI	SI	SI	SI	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado		
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?					VERDADERO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor					nuevo vértice alcanzado	
No						
¿Es mejor que el peor?						FALSO
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contracción_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna						23447.6250
y_contracción_interna						23501.4072
¿mejor que el peor?						VERDADERO
Si: x_contracción_interna sustituye al peor						nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vertice	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250	20978.8750	23447.6250
nuevo valor	22782.6536	23001.8945	23334.3021	23520.4737	23420.6101	23501.4072

Iteración	7	8	9	10	11	12
x1	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22635.1250
x2	20978.8750	23447.6250	22010.1250	22885.1250	22885.1250	22572.6250
x3	23447.6250	22010.1250	22885.1250	22385.1950	22572.6250	22744.5000
y1	23520.4737	23520.4737	23520.4737	23520.4737	23520.4737	23520.4737
y2	23420.6101	23501.4072	23505.1037	23519.2494	23519.2494	23520.1268
y3	23501.4072	23505.1037	23519.2494	23519.2494	23520.1268	23520.4510
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI
c	23041.3750	22322.6250	22760.1250	22760.1250	22603.8750	22689.8125
xref	25103.8750	21197.6250	23510.1250	23135.1250	22322.6250	22807.0000
yref	23331.9143	23444.8098	23498.1516	23513.8798	23516.1064	23520.0794
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
Si						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	NA
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿Es mejor que el peor?	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si						
x contracción externa						
y contracción externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x contracción externa sustituye al peor						
No						
x contracción interna	22010.1250	22885.1250	22385.1250	22572.6250	22744.5000	22631.2188
y contracción interna	23505.1037	23519.2494	23517.5078	23520.1268	23520.4510	23520.4597
¿mejor que el peor?	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO
Si: x contracción interna sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2 encogimiento						
x3 encogimiento						
nuevo vertice	22010.1250	22885.1250	22385.1250	22572.6250	22744.5000	22631.2188
nuevo valor	23505.1037	23519.2494	23517.5078	23520.1268	23520.4510	23520.4597

Iteración	13	14	15	16	17	18
x1	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22688.8359	22688.8359	22688.8359
x2	22744.5000	22631.2188	22688.8359	22692.7422	22692.7422	22692.7422
x3	22631.2188	22688.8359	22692.7422	22692.9570	22676.8730	22683.8311
y1	23520.4737	23520.4737	23520.4737	23520.5626	23520.5626	23520.5626
y2	23520.4510	23520.4597	23520.5626	23520.5615	23520.5615	23520.5615
y3	23520.4597	23520.5626	23520.5615	23520.5439	23520.5595	23520.5624
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI
c	22633.1719	22661.9805	22690.7891	22690.7891	22690.7891	22686.3335
xref	22521.8438	22692.7422	22746.4531	22718.6211	22704.7051	22679.9248
yref	23519.6517	23520.5615	23520.4433	23520.5286	23520.5518	23520.5612
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
Si						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	NA
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor		nuevo vértice alcanzado				
No						
¿Es mejor que el peor?	FALSO		FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si						
x contracción externa						
y contracción externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x contracción externa sustituye al peor						
No						
x contracción interna	22688.8359		22662.9570	22676.8730	22683.8311	22689.5378
y contracción interna	23520.5626		23520.5439	23520.5595	23520.5624	23520.5624
¿mejor que el peor?	VERDADERO		VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO
Si: x contracción interna sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado		nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2 encogimiento						
x3 encogimiento						
nuevo vertice	22688.8359	22692.7422	22662.9570	22676.8730	22683.8311	22689.5378
nuevo valor	23520.5626	23520.5615	23520.5439	23520.5595	23520.5624	23520.5624

Iteración	19	20	21	22	23	24
x1	22688.8359	22688.8359	22688.8359	22686.5089722	22686.5089722	22686.508972
x2	22683.8311	22689.5378	22686.5090	22685.807068	22687.496979	22686.405022
x3	22689.5378	22686.5090	22685.8071	22687.496979	22686.405022	22686.976988
y1	23520.5626	23520.5626	23520.5626	23520.5627037	23520.5627037	23520.562704
y2	23520.5624	23520.5624	23520.5627	23520.562679	23520.562683	23520.562702
y3	23520.5624	23520.5627	23520.5627	23520.562683	23520.562702	23520.562702
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	SI
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	NO
c	22689.1969	22687.6725	22686.1580	22687.0030	22686.4570	
xref	22694.5427	22685.8071	22683.4801	22688.1989	22685.4170	
yref	23520.5606	23520.5627	23520.5624	23520.5626	23520.5627	
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	
Si						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	
Si: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO	
Si: el reflejado sustituye al peor		nuevo vértice alcanzado				
No						
¿Es mejor que el peor?	FALSO		FALSO	FALSO	FALSO	
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contracción_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna	22686.5090		22687.4970	22686.4050	22686.9770	
y_contracción_interna	23520.5627		23520.562683	23520.562702	23520.562702	
¿mejor que el peor?	VERDADERO		VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	
Si: x_contracción_interna sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado		nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vértice	22686.5090	22685.8071	22687.4970	22686.4050	22686.9770	22686.5090
nuevo valor	23520.5627	23520.5627	23520.5627	23520.5627	23520.5627	23520.5627

7.4 Anexo IV: (Nelder-Mead para $m = 5$).

Iteración	1	2	3	4	5	6
x1	28182.0000	28182.0000	28182.0000	27557.0000	26744.5000	25088.2500
x2	28432.0000	28432.0000	27557.0000	26744.5000	25088.2500	24275.7500
x3	28682.0000	27557.0000	26744.5000	25088.2500	24275.7500	25713.2500
y1	29821.2082	29821.2082	29821.2082	29973.0480	30116.0382	30207.2727
y2	29750.5702	29750.5702	29973.0480	30116.0382	30207.2727	30148.7226
y3	29674.8832	29973.0480	30116.0382	30207.2727	30148.7226	30205.3270
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI
c	28307.0000	27869.5000	27150.7500	25916.3750	24682.0000	25400.7500
xref	27932.0000	27307.0000	26119.5000	24275.7500	22619.5000	26525.7500
yref	29886.2244	30023.6905	30182.7469	30148.7226	29805.8627	30143.7385
¿mejor que el mejor?	SI	SI	SI	NO	NO	NO
Si						
x_exp_1	27557.0000	26744.5000	25088.2500	NA	NA	NA
y_exp_1	29973.0480	30116.0382	30207.2727			
¿mejora al reflejado?	SI	SI	SI	N.A.	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado			
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?				VERDADERO	FALSO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor				nuevo vértice alcanzado		
No						
¿Es mejor que el peor?					FALSO	FALSO
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contracción_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna					25713.2500	24838.2500
y_contracción_interna					30205.3270	30196.7057
¿mejor que el peor?					VERDADERO	VERDADERO
Si: x_contracción_interna sustituye al peor					nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vértice	27557.0000	26744.5000	25088.2500	24275.7500	25713.2500	24838.2500
nuevo valor	29973.0480	30116.0382	30207.2727	30148.7226	30205.3270	30196.7057

Iteración	7	8	9	10	11	12
x1	25088.2500	25088.2500	25088.2500	25119.5000	25408.5625	25408.5625
x2	25713.2500	25713.2500	25119.5000	25408.5625	25439.8125	25439.8125
x3	24838.2500	25119.5000	25408.5625	25439.8125	25271.8438	25348.0156
y1	30207.2727	30207.2727	30207.2727	30208.1337	30211.2944	30211.2944
y2	30205.3270	30205.3270	30208.1337	30211.2944	30211.1195	30211.1195
y3	30193.3927	30208.1337	30211.2944	30211.1195	30210.8772	30211.3475
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI
c	25400.7500	25103.8750	25264.0313	25424.1875	25424.1875	25378.2891
xref	25963.2500	24494.5000	25439.8125	25728.8750	25576.5313	25316.7656
yref	30193.3927	30171.3997	30211.1195	30204.7661	30209.1770	30211.2270
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
Si						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	NA
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	FALSO	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor			nuevo vértice alcanzado			nuevo vértice alcanzado
No						
¿Es mejor que el peor?	FALSO	FALSO		FALSO	FALSO	
Si						
x_contracción externa						
y_contracción externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contracción externa sustituye al peor						
No						
x_contracción interna	25119.5000	25408.5625		25271.8438	25348.0156	
y_contracción interna	30208.1337	30211.2944		30210.8772	30211.3475	
¿mejor que el peor?	VERDADERO	VERDADERO		VERDADERO	VERDADERO	
Si: x_contracción interna sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado		nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vertice	25119.5000	25408.5625	25439.8125	25271.8438	25348.0156	25316.7656
nuevo valor	30208.1337	30211.2944	30211.1195	30210.8772	30211.3475	30211.2270

Iteración	13	14	15	16	17	18
x1	25408.5625	25408.5625	25348.0156	25348.0156	25378.1670	25378.1670
x2	25348.0156	25348.0156	25347.5273	25378.1670	25378.6553	25363.2134
x3	25316.7656	25347.5273	25378.1670	25378.6553	25363.2134	25362.7251
y1	30211.2944	30211.2944	30211.3475	30211.3475	30211.3682	30211.3682
y2	30211.3475	30211.3475	30211.3463	30211.3682	30211.3678	30211.3696
y3	30211.2270	30211.3463	30211.3682	30211.3678	30211.3696	30211.3693
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI
c	25378.2891	25347.7715	25363.0913	25378.4111	25370.6902	25362.9692
xref	25439.8125	25286.9805	25378.6553	25408.8066	25362.7251	25347.7715
yref	30211.1195	30211.0183	30211.3678	30211.2934	30211.3693	30211.3469
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
Si						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	NA
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	FALSO	VERDADERO	FALSO	VERDADERO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor			nuevo vértice alcanzado		nuevo vértice alcanzado	
No						
¿Es mejor que el peor?	FALSO	FALSO		FALSO		FALSO
Si						
x_contracción externa						
y_contracción externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contracción externa sustituye al peor						
No						
x_contracción interna	25347.5273	25378.1670		25363.2134		25370.5681
y_contracción interna	30211.3463	30211.3682		30211.3696		30211.3718
¿mejor que el peor?	VERDADERO	VERDADERO		VERDADERO		VERDADERO
Si: x_contracción interna sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado		nuevo vértice alcanzado		nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vertice	25347.5273	25378.1670	25378.6553	25363.2134	25362.7251	25370.5681
nuevo valor	30211.3463	30211.3682	30211.3678	30211.3696	30211.3693	30211.3718

Iteración	19	20	21	22	23	24
x1	25363.21338	25363.2134	25370.568115	25370.568115	25370.568115	25370.568115
x2	25362.72510	25370.5681	25371.056396	25371.056396	25368.912537	25370.398361
x3	25370.56812	25371.0564	25367.012817	25368.912537	25370.398361	25369.697887
y1	30211.36964	30211.3696	30211.371823	30211.371823	30211.371823	30211.371823
y2	30211.36929	30211.3718	30211.371771	30211.371771	30211.371816	30211.371835
y3	30211.37182	30211.3718	30211.371461	30211.371816	30211.371835	30211.371855
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	SI
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	NO
c	25366.8907	25370.8123	25370.8123	25369.740326	25370.483238	
xref	25371.0564	25378.4111	25374.6117	25368.4243	25372.0539	
yref	30211.3718	30211.3680	30211.3707	30211.3718	30211.3716	
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	
Si						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	
Si: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	
Si: el reflejado sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado					
No						
¿Es mejor que el peor?		FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contraccion_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna		25367.0128	25368.9125	25370.3984	25369.6979	
y_contracción_interna		30211.3715	30211.371816	30211.371835	30211.3719	
¿mejor que el peor?		VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	
Si: x_contraccion_interna sustituye al peor		nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	
No: Encogimiento						
x2 encogimiento						
x3 encogimiento						
nuevo vertice	25371.0564	25367.0128	25368.9125	25370.398361	25369.6979	25369.6979
nuevo valor	30211.3718	30211.3715	30211.3718	30211.371835	30211.3719	30211.3719

7.5 Anexo V: (Nelder-Mead para $m = 6$).

Iteración	1	2	3	4	5	6
x1	28182.0000	28182.0000	28182.0000	27557.0000	26744.5000	25088.2500
x2	28432.0000	28432.0000	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250
x3	28682.0000	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250	20978.8750
y1	21242.3721	21242.3721	21242.3721	21627.3073	22065.7890	22730.6041
y2	21077.1543	21077.1543	21627.3073	22065.7890	22730.6041	23102.9474
y3	20905.6473	21627.3073	22065.7890	22730.6041	23102.9474	22903.2201
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI
c	28307.0000	27869.5000	27150.7500	25916.3750	23861.6875	21807.0000
xref	27932.0000	27307.0000	26119.5000	24275.7500	20978.8750	18525.7500
yref	21401.2101	21769.8004	22353.6545	22938.0595	22903.2201	21875.0496
¿mejor que el mejor?	SI	SI	SI	SI	NO	NO
Si						
x_exp_1	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250	NA	NA
y_exp_1	21627.3073	22065.7890	22730.6041	23102.9474		
¿mejora al reflejado?	SI	SI	SI	SI	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado			
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?					VERDADERO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor					nuevo vértice alcanzado	
No						
¿Es mejor que el peor?						FALSO
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contraccion_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna						23447.6250
y_contracción_interna						23064.8144
¿mejor que el peor?						VERDADERO
Si: x_contraccion_interna sustituye al peor						nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2 encogimiento						
x3 encogimiento						
nuevo vertice	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250	20978.8750	23447.6250
nuevo valor	21627.3073	22065.7890	22730.6041	23102.9474	22903.2201	23064.8144

Iteración	7	8	9	10	11	12
x1	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22635.1250
x2	20978.8750	23447.6250	22010.1250	22885.1250	22885.1250	22572.6250
x3	23447.6250	22010.1250	22885.1250	22885.1250	22572.6250	22744.5000
y1	23102.9474	23102.9474	23102.9474	23102.9474	23102.9474	23102.9474
y2	22903.2201	23064.8144	23072.2074	23100.4987	23100.4987	23102.2537
y3	23064.8144	23072.2074	23100.4987	23097.0157	23102.2537	23102.9020
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI
c	23041.3750	22322.6250	22760.1250	22760.1250	22603.8750	22689.8125
xref	25103.8750	21197.6250	23510.1250	23135.1250	22322.6250	22807.0000
yref	22725.8286	22951.6197	23058.3032	23089.7596	23094.2127	23102.1587
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
Si						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	NA
y_exp_1		22628.7703				
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿Es mejor que el peor?	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contraccion_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna	22010.1250	22885.1250	22385.1250	22572.6250	22744.5000	22631.2188
y_contracción_interna	23072.2074	23100.4987	23097.0157	23102.2537	23102.9020	23102.9194
¿mejor que el peor?	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO
Si: x_contraccion_interna sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vertice	22010.1250	22885.1250	22385.1250	22572.6250	22744.5000	22631.2188
nuevo valor	23072.2074	23100.4987	23097.0157	23102.2537	23102.9020	23102.9194

Iteración	13	14	15	16	17	18
x1	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22688.8359	22688.8359	22688.8359
x2	22744.5000	22631.2188	22688.8359	22692.7422	22692.7422	22692.7422
x3	22631.2188	22688.8359	22692.7422	22662.9570	22676.8730	22683.8311
y1	23102.9474	23102.9474	23102.9474	23103.1251	23103.1251	23103.1251
y2	23102.9020	23102.9194	23103.1251	23103.1230	23103.1230	23103.1230
y3	23102.9194	23103.1251	23103.1230	23103.0877	23103.1190	23103.1249
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI
c	22633.1719	22661.9805	22690.7891	22690.7891	22690.7891	22686.3335
xref	22521.8438	22692.7422	22746.4531	22718.6211	22704.7051	22679.9248
yref	23101.3034	23103.1230	23102.8867	23103.0572	23103.1037	23103.1224
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
Si						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	NA
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor		nuevo vértice alcanzado				
No						
¿Es mejor que el peor?	FALSO		FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contraccion_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna	22688.8359		22662.9570	22676.8730	22683.8311	22689.5378
y_contracción_interna	23103.1251		23103.0877	23103.1190	23103.1249	23103.1249
¿mejor que el peor?	VERDADERO		VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO
Si: x_contraccion_interna sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado		nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vertice	22635.1250	22692.7422	22662.9570	22676.8730	22683.8311	22689.5378
nuevo valor	23102.9474	23103.1230	23103.0877	23103.1190	23103.1249	23103.1249

Iteración	19	20	21	22	23	24
x1	22688.8359	22688.83594	22688.83594	22686.50897	22686.5089722	22686.508972
x2	22683.8311	22689.53784	22686.50897	22685.80707	22687.4969788	22686.405022
x3	22689.5378	22686.50897	22685.80707	22687.49698	22686.4050217	22686.976988
y1	23103.12510	23103.12510	23103.12510	23103.12541	23103.1254074	23103.125407
y2	23103.12486	23103.12487	23103.12541	23103.12536	23103.1253654	23103.125404
y3	23103.12487	23103.12541	23103.12536	23103.12537	23103.1254042	23103.125404
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	SI
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	NO
c	22689.1869	22687.6725	22686.1580	22687.0030	22686.4570	
xref	22694.5427	22685.8071	22683.4801	22688.1989	22685.4170	
yref	23103.1213	23103.1254	23103.1247	23103.1253	23103.1253	
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	
Si						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	
Si: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO	
Si: el reflejado sustituye al peor		nuevo vértice alcanzado			nuevo vértice alcanzado	
No						
¿Es mejor que el peor?	FALSO		FALSO	FALSO		
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contracción_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna	22686.5090		22687.4970	22686.4050	22686.9770	
y_contracción_interna	23103.1254		23103.1254	23103.1254	23103.1254	
¿mejor que el peor?	VERDADERO		VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	
Si: x_contracción_interna sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado		nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vértice	22689.3605	22685.8071	22687.4970	22686.4050	22686.9770	22686.5090
nuevo valor	23103.1249	23103.1254	23103.1254	23103.1254	23103.1254	23103.1254

7.6 Anexo VI: (Nelder-Mead para $m = 7$).

Iteración	1	2	3	4	5	6
x1	28182.0000	28182.0000	28182.0000	27557.0000	27557.0000	26744.5000
x2	28432.0000	28432.0000	27557.0000	26744.5000	26744.5000	22635.1250
x3	28682.0000	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250	21822.6250
y1	33211.3721	33211.3721	33211.3721	33596.3073	34034.7890	34699.6041
y2	33046.1543	33046.1543	33596.3073	34034.7890	34699.6041	35071.9474
y3	32874.6473	33596.3073	34034.7890	34699.6041	35071.9474	35021.5609
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI
c	28307.0000	27869.5000	27150.7500	25916.3750	24689.8125	22228.8750
xref	27932.0000	27307.0000	26119.5000	24275.5000	21822.6250	17713.2500
yref	33370.2101	33738.8004	34322.6545	34907.0595	35021.5609	33297.6310
¿mejor que el mejor?	SI	SI	SI	SI	NO	NO
Si						
x_exp_1	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250	NA	NA
y_exp_1	33596.3073	34034.7890	34699.6041	35071.9474		
¿mejora al reflejado?	SI	SI	SI	SI	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado		
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?					VERDADERO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor					nuevo vértice alcanzado	
No						
¿Es mejor que el peor?						FALSO
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contracción_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna						24486.6875
y_contracción_interna						34860.9840
¿mejor que el peor?						VERDADERO
Si: x_contracción_interna sustituye al peor						nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vértice	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250	21822.6250	24486.6875
nuevo valor	33596.3073	34034.7890	34699.6041	35071.9474	35021.5609	34860.9840

Iteración	7	8	9	10	11	12
x1	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22635.1250
x2	21822.6250	21822.6250	23357.7813	22409.5391	22940.0566	22598.5649
x3	24486.6875	23357.7813	22409.5391	22940.0566	22598.5649	22778.4508
y1	35071.9474	35071.9474	35071.9474	35071.9474	35071.9474	35071.9474
y2	35021.5609	35021.5609	35042.2882	35066.9667	35067.8466	35071.6053
y3	34880.9840	35042.2882	35066.9667	35067.8466	35071.6053	35071.5628
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI
c	22228.8750	22996.4531	22522.3320	22787.5908	22616.8450	22616.8450
xref	19971.0625	24170.2813	21686.8828	23165.6426	22293.6333	22455.2391
yref	34559.4666	34928.0209	35004.2951	35056.8852	35061.7324	35068.5301
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
Si						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	NA
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿Es mejor que el peor?	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contracción_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna	23357.7813	22409.5391	22940.0566	22598.5649	22778.4508	22697.6479
y_contracción_interna	35042.2882	35066.9667	35067.8466	35071.6053	35071.5628	35072.1174
¿mejor que el peor?	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO
Si: x_contracción_interna sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vertice	23357.7813	22409.5391	22940.0566	22598.5649	22778.4508	22697.6479
nuevo valor	35042.2882	35066.9667	35067.8466	35071.6053	35071.5628	35072.1174

Iteración	13	14	15	16	17	18
x1	22635.1250	22635.1250	22697.6479	22697.6479	22697.6479	22697.6479
x2	22698.5649	22697.6479	22734.2079	22675.5265	22675.5265	22675.5265
x3	22697.6479	22734.2079	22675.5265	22710.3976	22698.4924	22692.5398
y1	35071.9474	35071.9474	35072.1174	35072.1174	35072.1174	35072.1174
y2	35071.6053	35072.1174	35071.9744	35072.1171	35072.1171	35072.1171
y3	35072.1174	35071.9744	35072.1171	35072.0878	35072.1161	35072.1231
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI
c	22666.3864	22715.9279	22686.5872	22686.5872	22686.5872	22695.0938
xref	22734.2079	22796.7308	22638.9664	22662.7768	22674.6820	22714.6612
yref	35071.9744	35071.3166	35071.9730	35072.0872	35072.1158	35072.0731
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
Si						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	NA
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado					
No						
¿Es mejor que el peor?		FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contracción_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna		22675.5265	22710.3976	22698.4924	22692.5398	22685.3101
y_contracción_interna		35072.1171	35072.0878	35072.1161	35072.1231	35072.1253
¿mejor que el peor?		VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO
Si: x_contracción_interna sustituye al peor		nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vertice	22734.2079	22675.5265	22710.3976	22698.4924	22692.5398	22685.3101
nuevo valor	35071.9744	35072.1171	35072.0878	35072.1161	35072.1231	35072.1253

Iteración	19	20	21	22	23	24	25
x1	22697.6479	22692.5398	22685.31014	22685.3101	22685.3101	22685.793855	22687.145147
x2	22692.5398	22685.3101	22684.56349	22688.7383	22685.7939	22687.145147	22687.049179
x3	22685.3101	22684.5635	22688.73829	22685.7939	22687.1451	22687.049179	22686.445509
y1	35072.1174	35072.1231	35072.12528	35072.1253	35072.1253	35072.125356	35072.125385
y2	35072.1231	35072.1253	35072.12511	35072.1251	35072.1254	35072.125395	35072.125401
y3	35072.1253	35072.1251	35072.12513	35072.1254	35072.1254	35072.125401	35072.125406
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SI
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI	NO
c	22688.9250	22684.9368	22687.0242	22685.5520	22686.4695	22687.0972	
xref	22680.2020	22677.3339	22689.4849	22682.3657	22687.6289	22688.4005	
yref	35072.1226	35072.1196	35072.1249	35072.1242	35072.1253	35072.1252	
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	NO	
Si							
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	NA	
y_exp_1							
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	
Si: el expandido sustituye al peor							
No: el reflejado sustituye al peor							
No							
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	
Si: el reflejado sustituye al peor							
No							
¿Es mejor que el peor?	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO	VERDADERO	FALSO	
Si							
x_contracción_externa	22684.5635				22687.0492		
y_contracción_externa	35072.1251				35072.1254		
¿mejor que el reflejado?	VERDADERO				VERDADERO		
Si: x_contracción_externa sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado				nuevo vértice alcanzado		
No							
x_contracción_interna		22688.7383	22685.7939	22687.1451		22686.4455	
y_contracción_interna		35072.1251	35072.1254	35072.12540		35072.12541	
¿mejor que el peor?		VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO		VERDADERO	
Si: x_contracción_interna sustituye al peor							
No: Encogimiento							
x2_encogimiento							
x3_encogimiento							
nuevo vértice	22684.5635	22688.7383	22685.793855198	22687.14515	22687.0492	22686.44551	22686.4455
nuevo valor	35072.1251	35072.1251	35072.12536225	35072.12540	35072.1254	35072.12541	35072.1254

7.7 Anexo VII: (Nelder-Mead para $m = 8$).

Iteración	1	2	3	4	5	6
x1	28182.0000	28182.0000	28182.0000	27557.0000	26744.5000	25088.2500
x2	28432.0000	28432.0000	27557.0000	26744.5000	25088.2500	24275.7500
x3	28682.0000	27557.0000	26744.5000	25088.2500	24275.7500	23650.7500
y1	40442.3943	40442.3943	40442.3943	40786.7016	41148.9327	41572.5747
y2	40289.1474	40289.1474	40786.7016	41148.9327	41572.5747	41617.7524
y3	40127.2069	40786.7016	41148.9327	41572.5747	41617.7524	41576.1867
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI
c	28307.0000	27869.5000	27150.7500	25916.3750	24682.0000	23963.2500
xref	27932.0000	27307.0000	26119.5000	24275.7500	22619.5000	22838.2500
yref	40586.8294	40908.5907	41359.5742	41617.7524	41357.2743	41419.6708
¿mejor que el mejor?	SI	SI	SI	SI	NO	NO
Si						
x_exp_1	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250	NA	NA
y_exp_1	40786.7016	41148.9327	41572.5747	41362.0202		
¿mejora al reflejado?	SI	SI	SI	NO	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado		
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?					FALSO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿Es mejor que el peor?					VERDADERO	FALSO
Si						
x_contracción_externa					23650.7500	
y_contracción_externa					41576.1867	
¿mejor que el reflejado?					VERDADERO	
Si: x_contracción_externa sustituye al peor					nuevo vértice	
No						
x_contracción_interna						24525.7500
y_contracción_interna						41615.6437
¿mejor que el peor?						VERDADERO
Si: x_contracción_interna sustituye al peor						nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vértice	27557.0000	26744.5000	25088.2500	24275.7500	23650.7500	24525.7500
nuevo valor	40786.7016	41148.9327	41572.5747	41617.7524	41576.1867	41615.6437

Iteración	7	8	9	10	11	12
x1	24275.7500	24275.7500	24275.7500	24275.7500	24275.7500	24385.1250
x2	23850.7500	24525.7500	24525.7500	24213.2500	24385.1250	24389.0313
x3	24525.7500	24025.7500	24213.2500	24385.1250	24389.0313	24331.4141
y1	41617.7524	41617.7524	41617.7524	41617.7524	41617.7524	41618.1331
y2	41576.1867	41615.6437	41615.6437	41615.6204	41616.6204	41618.1091
y3	41615.6437	41609.2136	41616.6204	41618.1331	41618.1091	41618.2002
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ
c	24400.7500	24400.7500	24244.5000	24330.4375	24387.0781	24358.2695
xref	25150.7500	24775.7500	23963.2500	24447.6250	24498.4063	24327.5078
yref	41564.5563	41603.0045	41605.4017	41617.4394	41616.3894	41618.1859
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
Sí						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	NA
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
Sí: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	VERDADERO
Sí: el reflejado sustituye al peor						nuevo vértice alcanzado
No						
¿Es mejor que el peor?	FALSO	FALSO	FALSO	VERDADERO	FALSO	
Sí						
x_contracción_externa				24389.0313		
y_contracción_externa				41618.1091		
¿mejor que el reflejado?				VERDADERO		
Sí: x_contracción_externa sustituye al peor				nuevo vértice		
No						
x_contracción_interna	24025.7500	24213.2500	24385.1250		24331.4141	
y_contracción_interna	41609.2136	41616.6204	41618.1331		41618.2002	
¿mejor que el peor?	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO		VERDADERO	
Sí: x_contracción_interna sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado		nuevo vértice alcanzado	
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vértice	24025.7500	24213.2500	24385.1250	24389.0313	24331.4141	24327.5078
nuevo valor	41609.2136	41616.6204	41618.1331	41618.1091	41618.2002	41618.1859

Iteración	13	14	15	16	17	18
x1	24385.1250	24331.4141	24331.4141	24357.2930	24357.2930	24345.3301
x2	24331.4141	24327.5078	24357.2930	24361.1992	24345.3301	24346.3677
x3	24327.5078	24357.2930	24361.1992	24345.3301	24346.3677	24351.5709
y1	41618.1331	41618.2002	41618.2002	41618.2290	41618.2290	41618.2298
y2	41618.2002	41618.1859	41618.2290	41618.2234	41618.2298	41618.2307
y3	41618.1859	41618.2290	41618.2234	41618.2298	41618.2307	41618.2324
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ
c	24329.4609	24344.3535	24359.2461	24351.3115	24345.8489	24348.9693
xref	24273.7969	24361.1992	24387.0781	24341.4238	24334.4048	24352.6085
yref	41617.7271	41618.2234	41618.1214	41618.2248	41618.2093	41618.2322
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
Sí						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	NA
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
Sí: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO	VERDADERO
Sí: el reflejado sustituye al peor		nuevo vértice alcanzado				nuevo vértice alcanzado
No						
¿Es mejor que el peor?	FALSO		FALSO	VERDADERO	FALSO	
Sí						
x_contracción_externa				24346.3677		
y_contracción_externa				41618.2307		
¿mejor que el reflejado?				VERDADERO		
Sí: x_contracción_externa sustituye al peor				nuevo vértice		
No						
x_contracción_interna	24357.2930		24345.3301		24351.5709	
y_contracción_interna	41618.2290		41618.2298		41618.2324	
¿mejor que el peor?	VERDADERO		VERDADERO		VERDADERO	
Sí: x_contracción_interna sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado		nuevo vértice alcanzado		nuevo vértice alcanzado	
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vértice	24357.2930	24361.1992	24345.3301	24346.3677	24351.5709	24352.6085
nuevo valor	41618.2290	41618.2234	41618.2298	41618.2307	41618.2324	41618.2322

Iteración	19	20	21	22	23	24	25
x1	24346.3677	24351.5709	24351.5709	24351.5709	24351.5709	24351.5709	24350.4332
x2	24351.5709	24352.6085	24352.0897	24352.0897	24350.3998	24350.4332	24350.7009
x3	24352.6085	24357.8118	24354.6913	24350.3998	24350.4332	24350.7009	24351.0690
y1	41618.2307	41618.2324	41618.2324	41618.2324	41618.2324	41618.2324	41618.232416
y2	41618.2324	41618.2322	41618.2323	41618.2323	41618.2323	41618.2324	41618.232431
y3	41618.2322	41618.2323	41618.2312	41618.23241	41618.23242	41618.23243	41618.232433
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SI
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI	NO
c	24352.0897	24354.6913	24351.8303	24350.9854	24351.0021	24350.5671	
xref	24357.8118	24356.7742	24348.9693	24349.8810	24351.6043	24349.5632	
yref	41618.2323	41618.2295	41618.2321	41618.2323	41618.2324	41618.2323	
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	NO	
Si							
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	NA	
y_exp_1							
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	
Si: el expandido sustituye al peor							
No: el reflejado sustituye al peor							
No							
¿mejora al segundo mejor?	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	
Si: el reflejado sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado						
No							
¿Es mejor que el peor?		FALSO	VERDADERO	VERDADERO	FALSO	FALSO	
Si							
x_contracción_externa			24350.3998	24350.4332			
y_contracción_externa			41618.232413054	41618.23242			
¿mejor que el reflejado?			VERDADERO	VERDADERO			
Si: x_contracción_externa sustituye al peor			nuevo vértice	nuevo vértice			
No							
x_contracción_interna		24353.6499			24350.7009	24351.06899	
y_contracción_interna		41618.2318			41618.23243	41618.23243	
¿mejor que el peor?		FALSO			VERDADERO	VERDADERO	
Si: x_contracción_interna sustituye al peor						nuevo vértice alcanzado	
No: Encogimiento							
x2_encogimiento		24352.0897					
x3_encogimiento		24354.6913					
nuevo vértice	24357.8118		24350.399810791	24350.43319	24350.70093	24351.06899	24351.0690
nuevo valor	41618.2323		41618.232413054	41618.23242	41618.23243	41618.23243	41618.2324

7.8 Anexo VIII: (Nelder-Mead para $m = 9$).

Iteración	1	2	3	4	5	6
x1	28182.0000	28182.0000	28182.0000	27557.0000	26744.5000	25088.2500
x2	28432.0000	28432.0000	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250
x3	28682.0000	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250	20978.8750
y1	31863.5581	31863.5581	31863.5581	32440.9609	33098.6835	34095.9062
y2	31615.7315	31615.7315	32440.9609	33098.6835	34095.9062	34654.4212
y3	31358.4709	32440.9609	33098.6835	34095.9062	34654.4212	34354.8302
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI
c	28307.0000	27869.5000	27150.7500	25916.3750	23861.6875	21807.0000
xref	27932.0000	27307.0000	26119.5000	24275.7500	20978.8750	18525.7500
yref	32101.8151	32654.7005	33530.4818	34407.0892	34354.8302	32812.5743
¿mejor que el mejor?	SI	SI	SI	SI	NO	NO
Si						
x_exp_1	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250	NA	NA
y_exp_1	32440.9609	33098.6835	34095.9062	34654.4212		
¿mejora al reflejado?	SI	SI	SI	SI	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado		
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?					VERDADERO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor					nuevo vértice alcanzado	
No						
¿Es mejor que el peor?						FALSO
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contracción_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna						23447.6250
y_contracción_interna						34597.2216
¿mejor que el peor?						VERDADERO
Si: x_contracción_interna sustituye al peor						nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vértice	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250	20978.8750	23447.6250
nuevo valor	32440.9609	33098.6835	34095.9062	34654.4212	34354.8302	34597.2216

Iteración	7	8	9	10	11	12
x1	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22635.1250
x2	20978.8750	23447.6250	22010.1250	22885.1250	22885.1250	22572.6250
x3	23447.6250	22010.1250	22885.1250	22385.1250	22572.6250	22744.5000
y1	34654.4212	34654.4212	34654.4212	34654.4212	34654.4212	34654.4212
y2	34354.8302	34597.2216	34608.3110	34650.7481	34650.7481	34653.3805
y3	34597.2216	34608.3110	34650.7481	34645.5235	34653.3805	34654.3530
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI
c	23041.3750	22322.6250	22760.1250	22760.1250	22603.8750	22689.8125
xref	25103.8750	21197.6250	23510.1250	23135.1250	22322.6250	22807.0000
yref	34088.7429	34427.4295	34587.4549	34634.6394	34641.3191	34653.2381
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
Si						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	NA
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿Es mejor que el peor?	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contracción_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna	22010.1250	22885.1250	22385.1250	22572.6250	22744.5000	22631.2188
y_contracción_interna	34608.3110	34650.7481	34645.5235	34653.3805	34654.3530	34654.3792
¿mejor que el peor?	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO
Si: x_contracción_interna sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vertice	22010.1250	22885.1250	24385.1250	22572.6250	22744.5000	22631.2188
nuevo valor	34608.3110	34650.7481	41618.1331	34653.3805	34654.3530	34654.3792

Iteración	13	14	15	16	17	18
x1	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22688.8359	22688.8359	22688.8359
x2	22744.5000	22631.2188	22688.8359	22692.7422	22692.7422	22692.7422
x3	22631.2188	22688.8359	22692.7422	22662.9570	22676.8730	22683.8311
y1	34654.4212	34654.4212	34654.4212	34654.6877	34654.6877	34654.6877
y2	34654.3530	34654.3792	34654.6877	34654.6844	34654.6844	34654.6844
y3	34654.3792	34654.6877	34654.6844	34654.6318	34654.6785	34654.6873
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI
c	22633.1719	22661.9805	22690.7891	22690.7891	22690.7891	22686.3335
xref	22521.8438	22692.7422	22746.4531	22718.6211	22704.7051	22679.9248
yref	34651.9551	34654.6844	34654.3300	34654.5858	34654.6555	34654.6835
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
Si						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	NA
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor		nuevo vertice alcanzado				
No						
¿Es mejor que el peor?	FALSO		FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contracción_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna	22688.8359		22662.9570	22676.8730	22683.8311	22689.5378
y_contracción_interna	34654.6877		34654.6316	34654.6785	34654.6873	34654.6873
¿mejor que el peor?	VERDADERO		VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO
Si: x_contracción_interna sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado		nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vertice	22688.8359	22692.7422	22662.9570	22676.8730	22683.8311	22689.5378
nuevo valor	34654.6877	34654.6844	34654.6316	34654.6785	34654.6873	34654.6873

Iteración	19	20	21	22	23	24
x1	22688.835938	22688.8359	22688.8359	22686.508972	22686.508972	22686.508972
x2	22683.831055	22689.5378	22686.5090	22685.807068	22687.496979	22686.405022
x3	22689.537842	22686.5090	22685.8071	22687.496979	22686.405022	22686.976988
y1	34654.687650	34654.6877	34654.6877	34654.688111	34654.688111	34654.688111
y2	34654.687296	34654.6873	34654.6881	34654.688037	34654.688048	34654.688106
y3	34654.687298	34654.6881	34654.6880	34654.688048	34654.688106	34654.688106
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	SI
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	NO
c	22689.1869	22687.6725	22686.1580	22687.0030	22686.4570	
xref	22694.5427	22685.8071	22683.4801	22688.1989	22685.4170	
yref	34654.6819	34654.6880	34654.6871	34654.6879	34654.6880	
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	
Si						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	
Si: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO	
Si: el reflejado sustituye al peor		nuevo vértice alcanzado				
No						
¿Es mejor que el peor?	FALSO		FALSO	FALSO	FALSO	
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contraccion_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna	22686.5090		22687.4970	22686.4050	22686.9770	
y_contracción_interna	34654.6881		34654.6880	34654.68811	34654.6881	
¿mejor que el peor?	VERDADERO		VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	
Si: x_contraccion_interna sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado		nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vértice	22686.5090	22685.8071	22687.496978760	22686.40502	22686.9770	22686.50897
nuevo valor	34654.6881	34654.6880	34654.688048137	34654.68811	34654.6881	34654.68811

7.9 Anexo IX: (Nelder-Mead para $m = 10$).

Iteración	1	2	3	4	5	6
x1	28182.0000	28182.0000	28182.0000	27557.0000	26744.5000	25088.2500
x2	28432.0000	28432.0000	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250
x3	28682.0000	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250	20978.8750
y1	43832.5581	43832.5581	43832.5581	44409.9609	45067.6835	46064.9062
y2	43584.7315	43584.7315	44409.9609	45067.6835	46064.9062	46623.4212
y3	43327.4709	44409.9609	45067.6835	46064.9062	46623.4212	46323.8302
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	SI
c	28307.0000	27869.5000	27150.7500	25916.3750	23861.6875	21807.0000
xref	27932.0000	27307.0000	26119.5000	24275.7500	20978.8750	18525.7500
yref	44070.8151	44623.7005	45499.4818	46376.0892	46323.8302	44781.5743
¿mejor que el mejor?	SI	SI	SI	SI	NO	NO
Si						
x_exp_1	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250	NA	NA
y_exp_1	44409.9609	45067.6835	46064.9062	46623.4212		
¿mejora al reflejado?	SI	SI	SI	SI	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado		
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?					VERDADERO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor					nuevo vértice alcanzado	
No						
¿Es mejor que el peor?						FALSO
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contraccion_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna						23447.6250
y_contracción_interna						46566.2216
¿mejor que el peor?						VERDADERO
Si: x_contraccion_interna sustituye al peor						nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vértice	27557.0000	26744.5000	25088.2500	22635.1250	20978.8750	23447.6250
nuevo valor	44409.9609	45067.6835	46064.9062	46623.4212	46323.8302	46566.2216

Iteración	7	8	9	10	11	12
x1	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22635.1250
x2	20978.8750	23447.6250	22010.1250	22885.1250	22885.1250	22572.6250
x3	23447.6250	22010.1250	22885.1250	22385.1250	22572.6250	22744.5000
y1	46623.4212	46623.4212	46623.4212	46623.4212	46623.4212	46623.4212
y2	46323.8302	46566.2216	46577.3110	46619.7481	46619.7481	46622.3805
y3	46566.2216	46577.3110	46619.7481	46614.5235	46622.3805	46623.3530
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ
c	23041.3750	22322.6250	22760.1250	22760.1250	22603.8750	22689.8125
xref	25103.8750	21197.6250	23510.1250	23135.1250	22322.6250	22807.0000
yref	46057.7429	46396.4295	46556.4549	46603.6394	46610.3191	46622.2381
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
Sí						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	NA
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
Sí: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Sí: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿Es mejor que el peor?	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Sí						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Sí: x_contraccion_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna	22010.1250	22885.1250	22385.1250	22572.6250	22744.5000	22631.2188
y_contracción_interna	46577.3110	46619.7481	46614.5235	46622.3805	46623.3530	46623.3792
¿mejor que el peor?	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO
Sí: x_contraccion_interna sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vertice	22010.1250	22885.1250	22385.1250	22572.6250	22541.3750	22631.2188
nuevo valor	46577.3110	46619.7481	46614.5235	46622.3805	46621.5649	46623.3792

Iteración	13	14	15	16	17	18
x1	22635.1250	22635.1250	22635.1250	22688.8359	22688.8359	22688.8359
x2	22744.5000	22631.2188	22688.8359	22692.7422	22692.7422	22692.7422
x3	22631.2188	22688.8359	22692.7422	22682.9570	22676.8730	22683.8311
y1	46623.4212	46623.4212	46623.4212	46623.6877	46623.6877	46623.6877
y2	46623.3530	46623.3792	46623.6877	46623.6844	46623.6844	46623.6844
y3	46623.3792	46623.6877	46623.6844	46623.6316	46623.6785	46623.6873
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
¿Seguir iterando?	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ
c	22633.1719	22661.9805	22690.7891	22690.7891	22690.7891	22686.3335
xref	22521.8438	22692.7422	22746.4531	22718.6211	22704.7051	22679.9248
yref	46620.9551	46623.6844	46623.3300	46623.5858	46623.6555	46623.6835
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
Sí						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	NA
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
Sí: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Sí: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿Es mejor que el peor?	FALSO		FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Sí						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Sí: x_contraccion_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna	22688.8359		22662.9570	22676.8730	22683.8311	22689.5378
y_contracción_interna	46623.6877		46623.6316	46623.6785	46623.6873	46623.6873
¿mejor que el peor?	VERDADERO		VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO
Sí: x_contraccion_interna sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado		nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vertice	22688.8359	22692.7422	22662.9570	22676.8730	22683.8311	22689.5378
nuevo valor	46623.6877	46623.6844	46623.6316	46623.6785	46623.6873	46623.6873

Iteración	19	20	21	22	23	24
x1	22688.835938	22688.8359	22688.8359	22686.508972	22686.508972	22686.508972
x2	22683.831055	22689.5378	22686.5090	22685.807068	22687.496979	22686.405022
x3	22689.537842	22686.5090	22685.8071	22687.496979	22686.405022	22686.976988
y1	46623.687650	46623.6877	46623.6877	46623.688111	46623.688111	46623.688111
y2	46623.687296	46623.6873	46623.6881	46623.688037	46623.688048	46623.688106
y3	46623.687298	46623.6881	46623.6880	46623.688048	46623.688106	46623.688106
¿Tolerancia <1?	NO	NO	NO	NO	NO	SI
¿Seguir iterando?	SI	SI	SI	SI	SI	NO
c	22689.1869	22687.6725	22686.1580	22687.0030	22686.4570	22686.6910
xref	22694.5427	22685.8071	22683.4801	22688.1989	22685.4170	22686.8730
yref	46623.6819	46623.6880	46623.6871	46623.6879	46623.6880	
¿mejor que el mejor?	NO	NO	NO	NO	NO	NO
Si						
x_exp_1	NA	NA	NA	NA	NA	NA
y_exp_1						
¿mejora al reflejado?	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
Si: el expandido sustituye al peor						
No: el reflejado sustituye al peor						
No						
¿mejora al segundo mejor?	FALSO	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si: el reflejado sustituye al peor		nuevo vértice alcanzado				
No						
¿Es mejor que el peor?	FALSO		FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Si						
x_contracción_externa						
y_contracción_externa						
¿mejor que el reflejado?						
Si: x_contraccion_externa sustituye al peor						
No						
x_contracción_interna	22686.5090		22687.4970	22686.4050	22686.9770	
y_contracción_interna	46623.6881		46623.6880	46623.68811	46623.6881	
¿mejor que el peor?	VERDADERO		VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	
Si: x_contraccion_interna sustituye al peor	nuevo vértice alcanzado		nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	nuevo vértice alcanzado	
No: Encogimiento						
x2_encogimiento						
x3_encogimiento						
nuevo vértice	22686.5090	22685.8071	22687.496978760	22686.40502	22686.9770	22686.50897
nuevo valor	34654.6881	46623.6880	46623.688048137	46623.68811	46623.6881	46623.68811

8 REFERENCIAS

- Álvarez Coello, G. A., & Padilla Guarnizo, J. L. (2021). *Propuesta de un plan de mantenimiento basado en los tipos de mantenimiento EN13306, en el nuevo Centro de Gestión de la Empresa Pública EMMAIPC EP*. Universidad del Azuay.
- Assis, E., Figueirôa Filho, C., Lima, G., O. Salles, G., & Pinto, A. (2021). Comparison between maintenance policies based on q-Weibull and Weibull models. *International Journal of Quality and Reliability Management*, vol. 39, no. 1, pp. 258-279.
- Botero, C. (1991). Capitulo 5: Mantenimiento preventivo. En *Manual de mantenimiento*.
- Comité técnico CTN 151, UNE-EN 13306:2018 Mantenimiento. Terminología de mantenimiento. (2018).
- de Almeida Júnior, J. C., & Parra, R. B. (2018). *Predictive & Detective Maintenance*. FUMEC University.
- Fernández Álvarez, E. (2018). Gestión de Mantenimiento. Lean Maintenance y TPM.
- Garrido Prados, D. (2022). *Aplicación del método Nelder-Mead para la optimización del intervalo de mantenimiento preventivo*. Universidad de Sevilla.
- Genschel, U., & Meeker, W. (2010). *A comparison of Maximum Likelihood and Median-Rank Regression for Weibull Estimation*. *Quality Engineering*. (Vol. 22).
- Hoke, R., & Jeeves, T. (April 01 1961). Direct Search . En *Solution of Numerical and Statistical Problems* (págs. Volume 8 Issue 2 pp. 212 - 229). Journal of the ACM .
- Hu, H., Zhu, Y., Peng, H., Ding, G., & Sun, S. (Nov. 2013). Application of the genetic algorithm and downhill simplex methods (Nelder-Mead methods) in the search for the optimum chiller configuration. *Appl Therm Eng*.
- León, F. G. (1998). *Tecnología del Mantenimiento Industrial*. Murcia: Universidad de Murcia, Servicio de Publicaciones.
- Lin, Y., & Liao, G. (2005). Optimal policies with decreasing probability of imperfect maintenance. In *IEEE transactions on reliability* (Vol. 54, Issue 2, p. 347 - 357). Institute of Electrical and Electronics Engineers.
- M. Ben-Daya, U. K. (2016). *Introduction to maintenance engineering: Modelling, optimization and management*. 2016 John Wiley & Sons, Ltd.
- Mobley, R. (2002). *An introduction to predictive maintenance*. Elsevier.
- Mushiri, T., & Mbohwa, C. (2015). Machinery maintenance yesterday, today and tomorrow in the manufacturing sector. *Proceedings of the World Congress on Engineering*, (págs. 1-3).
- Ouria, A., & Toufigh, M. (Sep. 2009). Application of Nelder-Mead simplex method for unconfined seepage problems. En *Appl Math Modelo* (págs. vol. 33, no. 9, pp. 3589-3598).
- Pilotta, E. (Aug 08 2021). *El método de Nelder-Mead para minimización irrestricta sin derivadas*. Revista de Educación Matemática.
- Poór, P., Ženíšek, D., & Basl, J. (2019). Historical overview of maintenance management strategies: Development from breakdown maintenance to predictive maintenance in accordance with four industrial revolutions. *Proceedings of the international conference on industrial engineering and operations management*, (págs. 23-26). Pilsen, Czech Republic.
- Rincón Mallo, N. (2021). Implantación del Mantenimiento 4.0 en una empresa del sector industrial.
- Roberts, D., & Freeman, L. (2010). *The Evaluation of Median-Rank Regression and Maximum Likelihood Estimation Techniques for a Two-Parameter Weibull Distribution*. *Quality Engineering*. 2010: 22. 256-272.
- Sánchez Herguedas, A., Mena, Á., Crespo-Márquez, A., & Rodrigo-Muñoz, F. (2022). Finite Time Preventive

- Maintenance Optimization by Using a Semi-Markov Process with a Degraded State. A Case Study for Diesel Engines in Mining. *Computers & Industrial Engineering*, 1-17.
- Sánchez Herguedas, A., Mena-Nieto, A., Crespo-Márquez, A., & Rodrigo-Muñoz, F. (2024). Finite time preventive maintenance optimization by using a Semi-Markov process with a degraded state. A case study for diesel engines in mining. *Elsevier*.
- Singer, S., & Nelder, J. (s.f.). Nelder-Mead algorithm. Scholarpedia.
- Spendley, W., Hext, G., & Himsworth, F. (1962). Sequential Application of Simplex Designs in Optimisation and Evolutionary Operation. *Technometrics*.
- Tseng, K.-W. (2012). Introduction to the Inverse Gaussian Distribution. . *National Taiwan University*.
- yu Liao, H., Cade, W., & Behdad, S. (Aug. 2021). Markov chain optimization of repair and replacement decisions of medical equipment. *Resour Conserv Recycl*.