

Trabajo Fin de Máster

Máster en Sistemas de Energía Eléctrica

Sensores de corriente inalámbricos para líneas  
eléctricas aéreas

Autor: Osvaldo Bienvenido Villaman Payamps

Tutor: Pedro L. Cruz Romero

Dpto. Ingeniería Eléctrica  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2024





Trabajo Fin de Máster  
Ingeniería Eléctrica

# **Sensores de corriente inalámbricos para líneas eléctricas aéreas**

Autor:

Oswaldo Bienvenido Villaman Payamps

Tutor:

Pedro L. Cruz Romero

Dpto. de Ingeniería Eléctrica  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla  
Sevilla, 2024



Trabajo Fin de Máster: Sensores de corriente inalámbricos para líneas eléctricas aéreas

Autor: Osvaldo Bienvenido Villaman Payamps

Tutor: Pedro L. Cruz Romero

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2024

El secretario del tribunal

*A mi familia*

*A mis maestros*



# Agradecimientos

---

Con profundo aprecio y gratitud, deseo expresar mi sincero agradecimiento a aquellos que han sido pilares fundamentales en mi trayectoria académica y en la realización de este trabajo.

En primer lugar, a mi familia, por ser el apoyo incondicional en cada paso que doy. Su amor, paciencia y comprensión han sido la fuerza que me ha impulsado a seguir adelante incluso en los momentos más desafiantes.

A mis profesores, quienes no solo me han impartido conocimientos valiosos, sino que también me han enseñado a pensar críticamente y a explorar el mundo con curiosidad y entusiasmo. Su sabiduría y dedicación han sido esenciales en mi formación.

Mis amigos merecen un agradecimiento especial, por estar siempre allí, brindándome motivación, risas y momentos de disfrute a lo largo de este proceso. Su presencia ha hecho esta jornada académica mucho más enriquecedora y placentera.

Un reconocimiento especial al maestro Pedro Cruz Romero, por su asesoría y orientación constante en este trabajo. Su paciencia, conocimiento y consejos han sido fundamentales para la culminación exitosa de este trabajo.

Finalmente, a todas las personas que de una u otra forma han dejado una huella en mi vida durante mi tiempo en la universidad. Cada uno de ustedes ha contribuido a mi crecimiento personal y profesional, y por ello les estoy eternamente agradecido.

*Oswaldo Bienvenido Villaman Payamps*

*Sevilla, 2024*



# Resumen

---

El presente Trabajo Fin de Máster, titulado "Sensores de corriente inalámbricos para líneas eléctricas aéreas", aborda una problemática relevante en la monitorización y medición de corriente en líneas aéreas de sistemas de energía eléctrica. Tradicionalmente, se ha recurrido a sensores de corriente que requieren contacto directo con los conductores, pero estos presentan limitaciones en cuanto a instalación, mantenimiento y seguridad. Este trabajo se centra en el análisis y evaluación teórica de sensores de corriente sin contacto, ofreciendo una alternativa segura y no invasiva. Se realizó una revisión exhaustiva de la literatura, describiendo los principios de funcionamiento de diferentes sensores (efecto Hall, sensores de inducción, sensores magnéticos) y realizando una evaluación comparativa de sus sensibilidades, precisión y viabilidad técnica. Se identificaron aplicaciones potenciales y limitaciones de cada enfoque. Los resultados destacan las ventajas y desventajas de diferentes metodologías, como la instalación sobre torres de transporte, en el suelo, o el uso de bobinas sin núcleos enterradas, permitiendo una elección más informada de la tecnología en función de las necesidades específicas del sistema eléctrico.



# Abstract

---

This Master's Thesis, titled "Non-Contact Current Sensors for Overhead Lines," explores the critical area of current monitoring and measurement in overhead power line systems. It addresses the limitations of conventional contact-based current sensors, such as challenges in installation, maintenance, and safety. The thesis primarily conducts a theoretical analysis and critical evaluation of non-contact current sensing technologies. Through an exhaustive literature review, the study delves into the operational principles of various sensors, including Hall-effect, induction-based, and magnetic sensors. A comparative assessment is performed, focusing on sensitivity, accuracy, and technical feasibility. The research outlines potential applications and theoretical limitations associated with each method. The findings provide a comprehensive overview of the advantages and disadvantages of various methodologies, including tower-based, ground-based, and coreless coil approaches. This comparative analysis assists in making informed decisions on sensor technology selection tailored to specific requirements of electrical systems.

# Índice

---

<b>Agradecimientos</b>	<b>ix</b>
<b>Resumen</b>	<b>xi</b>
<b>Abstract</b>	<b>xiii</b>
<b>Índice</b>	<b>xiv</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>xvi</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>xviii</b>
<b>1 Marco introductorio</b>	<b>2</b>
1.1 <i>Introducción al problema</i>	2
1.2 <i>Objetivos del trabajo</i>	2
1.3 <i>Estructura del trabajo</i>	3
1.4 <i>Justificación del estudio</i>	3
1.5 <i>Alcance</i>	4
1.6 <i>Limitaciones</i>	4
1.7 <i>Metodología de investigación</i>	4
1.8 <i>Antecedentes históricos</i>	5
<b>2 Fundamentos teóricos</b>	<b>7</b>
2.1 <i>Campo magnético generado por un conductor</i>	7
2.1.1 <i>Definición de campo magnético</i>	7
2.1.2 <i>Ley de Biot-Savart</i>	8
2.1.3 <i>Componentes horizontal y vertical</i>	8
2.1.4 <i>Principio básico de la corriente en un conductor y una bobina</i>	9
2.2 <i>Sistema de transporte</i>	11
2.2.1 <i>Campo magnético en líneas aéreas</i>	11
2.2.2 <i>Campo magnético en línea simple circuito</i>	12
2.3 <i>Sensores de campo magnético</i>	16
2.3.1 <i>Detección del campo magnético</i>	16
2.3.2 <i>Tipos de sensores magnéticos</i>	17
2.3.3 <i>Efecto Hall</i>	17
2.3.4 <i>Tecnología magnetorresistiva</i>	19
2.3.5 <i>Comparación entre tecnologías de medición de campo magnético</i>	26
<b>3 Revisión de la literatura</b>	<b>29</b>
3.1 <i>Metodología de detección sin contacto</i>	29
3.2 <i>Método de sensores sobre torre de transporte [13]</i>	30
3.2.1 <i>Ubicación y tipo de sensores</i>	30

3.2.2	Relación entre corriente y campo medido	30
3.2.3	Caso práctico y simulación	33
3.2.4	Problemática del método	38
3.3	<i>Método de sensores sobre el suelo [7] [15]</i>	38
3.3.1	Ubicación y tipo de sensores	39
3.3.2	Relación entre corriente y campo medido	39
3.3.3	Caso práctico	45
3.3.4	Problemática del método	48
3.4	<i>Método basado en bobinas sin núcleo [4]</i>	48
3.4.1	Ubicación y tipo de sensores	48
3.4.2	Formulación que relaciona la corriente con el campo medido	48
3.4.3	Caso práctico y simulaciones	50
3.4.4	Problemática del método	56
3.5	<i>Bobinas sin núcleos enterradas</i>	56
3.5.1	Ubicación y tipo de sensores [16] [17]	57
3.5.2	Formulación que relaciona la corriente con el campo medido	58
3.5.3	Caso práctico	61
3.5.4	Problemática del método	62
3.6	<i>Método de sensores en varillas de detección [18].</i>	63
3.6.1	Ubicación y tipo de sensores	63
3.6.2	Relación entre corriente y campo magnético	64
3.6.3	Caso práctico	74
3.6.4	Problemática del método	81
3.7	<i>Sensores sobre torre de transporte mejorado [19]</i>	82
3.7.1	Ubicación y tipo de sensor	82
3.7.2	Relación entre corriente y campo magnético	82
3.7.3	Caso práctico y simulación	86
3.7.4	Problemática del método	90
<b>4</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>93</b>
	<b>Referencias</b>	<b>96</b>

# ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 1 - Comparación de tecnologías de medición de campo magnético [12].	27
Tabla 2 - Resultado de la medición de corriente en un caso normal [13].	34
Tabla 3 - Casos de estudio en estado anormal [13].	34
Tabla 4 - Valores iniciales para los seis parámetros de corriente [15].	44
Tabla 5 - Errores en la geometría de los conductores de la línea aérea [15].	45
Tabla 6 - Casos de corriente de fase trifásica para el método de ecuación lineal [15].	46
Tabla 7 - Condiciones de error para la geometría del conductor y los sensores de campo magnéticos [15].	47
Tabla 8 - Evaluación del método de algoritmo compuesto [15].	48
Tabla 9 - parámetros para la simulación del método de bobinas sin núcleo [4].	50
Tabla 10 - Casos de estudios prácticos – sensor de bobinas sin núcleos [4].	51
Tabla 11 - Resultados a diferentes D para corriente objetivo de ~370 A, ~310 A, ~200 A, ~100 A, ~50 A y corriente objetivo asimétrica [4].	55
Tabla 12 - Características del prototipo RT-TLM de Promethean Devices [16].	61
Tabla 13 - Flecha de cada línea para el cálculo del número de condición [18].	68
Tabla 14 - Condiciones de cálculo para la sensibilidad de posición (pS) [18].	71
Tabla 15 - parámetros de la matriz de sensores TMR [18].	73
Tabla 16 - Resultados del cálculo de flecha de las líneas con corriente equilibrada [18].	75
Tabla 17 - Tres tipos de corrientes desequilibradas y sus ángulos iniciales [18].	77
Tabla 18 - Resultados del cálculo de flecha de las líneas con corriente desequilibradas [18].	78
Tabla 19 - Error entre la amplitud calculada de la corriente desequilibrada y la corriente real [18].	81
Tabla 20 - Error entre el ángulo inicial calculado de la corriente desequilibrada y la corriente real [18].	81
Tabla 21 - Salida del algoritmo para diferentes escenarios de flecha, de flecha no simétricas y simétricas en una configuración de circuito [19].	88
Tabla 22 - Error cuadrado medio y diferencia porcentual entre mediciones de referencia y calculadas [19].	90
Tabla 23 - Comparación de las metodologías estudiadas.	94



# ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Campo magnético producido por la corriente que fluye en un cable [3].	7
Figura 2 - Descomposición del campo magnético en sus componentes horizontal y vertical.	9
Figura 3 - Conductor próximo a una bobina sin núcleo [4].	10
Figura 4 - Conductor próximo a dos bobinas sin núcleo [4].	10
Figura 5 - Vector de Poynting en un sistema de transmisión de potencia [5].	11
Figura 6 - Intensidad de campo magnético de diferentes líneas de transporte aéreas [6].	12
Figura 7 - Típica línea de transporte aérea simple circuito [7].	12
Figura 8 - a) Sensores convencionales y b) Sensores magnéticos [8].	16
Figura 9 - Tecnologías de sensores magnéticos y sus respectivos rangos de campo [5].	16
Figura 10 - Sistema típico de detección de campo magnético [5].	17
Figura 11 - Efecto Hall en un conductor [9].	17
Figura 12 - Transductor de corriente Hall de lazo abierto [10].	19
Figura 13 - Transductor de corriente Hall de lazo cerrado [10].	19
Figura 14 - Topologías de las tecnologías MR: a) Sensor AMR, b) sensor GMR y c) Sensor TMR [11].	20
Figura 15 - a) Tipo de spin y b) relación con el momento de magnetización del material que atraviesan [11].	21
Figura 16 - Variación de la orientación relativa entre la corriente ( $i$ ) y el campo de magnetización ( $M$ ) en presencia de un campo magnético externo ( $B$ ), adaptado de [11].	21
Figura 17 - Característica resistencia-campo magnético de un sensor AMR simple y una estructura AMR 'barber-pole' [11].	22
Figura 18 - Estructura GMR multicapas básica [11].	22
Figura 19 - Dispersión sufrida por los electrones con spin+ y spin- en una estructura GMR básica [11].	23
Figura 20 - GMR de doble capa: (a) capa ( $L1$ ) de magnetización antiparalela cuando no se aplica ningún campo magnético externo y (b) vectores de magnetización ( $M1$ , $M2$ ) paralelos en un campo aplicado externamente [5].	23
Figura 21 - Configuración de puente de un sensor GMR: (a) elemento único, (b) medio puente y (c) puente completo [5].	24
Figura 22 - Diagrama esquemático de la estructura TMR [5].	25
Figura 23 - Curva de respuesta del sensor TMR [5].	26
Figura 24 - configuración de sensor TMR, Puente Wheatstone push-pull [5].	26
Figura 25 - Ubicación de sensores MR sobre la torre de transporte [13].	30
Figura 26 - Cálculo del campo magnético en un punto S. Se supone que la dirección de la corriente es a lo largo del eje $z$ , que apunta hacia el interior de la página.	31
Figura 27 - Flujograma del proceso de reconstrucción de la fuente de corriente [13].	33
Figura 28 - Configuración para verificar el método propuesto [13].	33
Figura 29 - Valores del campo magnético medidos por los sensores MR y valores calculados según la ley de Biot-Savart [13].	34
Figura 30 - Resultados de la reconstrucción de corriente de los casos anormales: (a) resultado de la reconstrucción del caso 1, (b) resultado de la reconstrucción del caso 2, (c) resultado de la reconstrucción del caso 3, (d) resultado de la reconstrucción del caso 4 [13].	35
Figura 31 - Ubicación de los sensores y flecha del conductor, adaptado de [14].	36
Figura 32 - Modelo de simulación de una torre de transporte de alta tensión de 500 kV. Los cuadrados rojos marcados con "S" indican el conjunto de sensores MR [13].	36
Figura 33 - Resultados en estado normal de operación: (a) Campo magnético en el nivel superior de la torre de transporte, los cuadros indican los valores del campo magnético en las posiciones de los sensores magnéticos y (b) Resultados de la reconstrucción de corriente de fase correspondiente [13].	37
Figura 34 - (a) Marco superior de la torre de transporte, (b) Resultados de la simulación, la curva muestra los cálculos del campo magnético sin considerar la parte superior de la torre de transporte y los cuadrados representan el campo magnético calculado teniendo en cuenta la parte superior de la torre de transporte [13].	38
Figura 35 - Sensores en disposición vertical sobre el terreno, adaptado de [7].	39
Figura 36 - Sensores en disposición vertical con separación de 0.5 m [15].	41
Figura 37 - Número de condición cuando el sensor vertical de campo magnético está en diferentes posiciones del eje $x$ [15].	41
Figura 38 - Combinaciones de direcciones de medición de los tres sensores magnéticos.	42

Figura 39 - Parametrización de la geometría del conductor de la línea aérea [15].	42
Figura 40 - Algoritmo de corriente compuesto [15].	44
Figura 41 - Detección de corriente trifásica con 4 bobinas sin núcleo [4].	48
Figura 42 - Error relativo para la medición de corriente de un conductor [4].	50
Figura 43 - Error relativo para la medición de corriente trifásica en tres conductores [4].	51
Figura 44 - Configuración experimental de un sensor basado en bobinas múltiples [4].	51
Figura 45 - Orientación del sensor. (a) Sensor que gira hacia la izquierda y hacia la derecha observado desde el frente. (b) Sensor que gira hacia adelante y hacia atrás observado desde un lateral [4].	56
Figura 46 - Sensor de campo magnético RT-TLM, formado por dos bobinas sin núcleo [17].	57
Figura 47 - Ubicación del dispositivo RT-TLM, los sensores y paquete electrónico [16].	57
Figura 48 - Vista lateral de la ubicación de los sensores del RT-TLM enterrados (adaptado de [16], con modificaciones en los elementos gráficos).	58
Figura 49 - Paneles solares y prototipo del paquete electrónico [16].	58
Figura 50 - Cálculo del campo magnético en un punto $P$ debajo del conductor de fase central, adaptado de [7].	59
Figura 51 - Prototipo de interfaz web que muestra altura del conductor, la temperatura, la corriente y la ampacidad [16].	62
Figura 52 - Modelo de línea aérea trifásica de 500 kV (ignorando la torre) y conjunto de sensores en varillas de detección, adaptado de [18].	63
Figura 53 - Campo magnético originado por un conductor en un punto espacial $P$ , adaptado de [18].	64
Figura 54 - Errores relativos entre el modelo simplificado y teórico de campo magnético: (a) planos $xz$ a diferentes alturas y (b) plano $x = 0$ m adaptado de [18].	67
Figura 55 - Diagrama de estructura de la sección $xy$ y $z = 0$ del punto de suspensión de la línea aérea trifásica de 500 kV adaptado de [18].	68
Figura 56 - Números de condición de las tres matrices de coeficientes del sensor de un solo eje obtenidos por el modelo simplificado en $y = 0$ m: (a) $G_x$ y (b) $G_y$ , adaptado de [18].	69
Figura 57 - Números de condición de las tres matrices de coeficientes del sensor de doble eje $G_{xy}$ obtenidos mediante el modelo simplificado en el plano $xz$ a diferentes alturas: (a) $z = 0$ m, (b) $z = 2$ m y (c) $z = 4$ m, adaptado de [18]	70
Figura 58 - Valores de sensibilidad de posición del conjunto de sensores de un solo eje y del conjunto de sensores de doble eje obtenidos mediante el modelo simplificado en el plano $xz$ a diferentes alturas: (a) $p_{Sx}$ del conjunto de sensores del eje $x$ , (b) $p_{Sy}$ del conjunto de sensores del eje $y$ , y (c) $p_S$ del conjunto de sensores del eje $xy$ , adaptado de [18].	72
Figura 59 - Algoritmo de cálculo de flecha y corriente, adaptado de [18].	74
Figura 60 - El RMSE y el RMSE medio calculados a partir de cada sensor de capa en cada caso bajo corriente equilibrada: (a) Caso 1, (b) Caso 2 y (c) Caso 3 [18].	76
Figura 61 - La corriente calculada del Caso 2 en un ciclo: (a) primera capa y (b) tercera capa [18].	77
Figura 62 - El RMSE y el RMSE medio calculados a partir de cada sensor de capa en cada caso bajo corriente desequilibrada: (a) Caso 1, (b) Caso 2 y (c) Caso 3 [18].	79
Figura 63 - Corriente calculada de la capa del sensor con el máximo RMSE medio en cada caso bajo corriente desequilibrada: (a) segunda capa en el Caso 1, (b) tercera capa en el Caso 2 y (c) tercera capa en el Caso 3 [18].	80
Figura 64 - Ubicación de los tres sensores de doble eje sobre la torre de transporte [19].	82
Figura 65 - Puntos de máxima flecha, hacia y desde las unidades de detección.	83
Figura 66 - Número de condición de las matrices de posición ( $P_x$ y $P_y$ ) a varias alturas del sensor y diferentes condiciones de flecha [19].	85
Figura 67 - Estimación de la flecha y algoritmo de reconstrucción actual. (a) Ejecución única en el momento de la instalación. (b) Ejecución en tiempo de ejecución [19].	86
Figura 68 - Representación gráfica de Diffn, descrita numéricamente en la tabla 21 [19].	87
Figura 69 - Configuración de torre típica de un circuito a escala con conjunto de sensores de campo magnéticos adjuntados. a) Diagrama de bloques de la cadena de instrumentación para el procesamiento de datos del conjunto de sensores. (b) Configuración experimental completa. (c) Conjunto de sensores con amplificador de primera etapa. (d) Amplificación de segunda etapa lograda agregando una resistencia a la configuración de ganancia unitaria AD8597 en la placa de evaluación ADC. [19].	89
Figura 70 - Campo magnético detectado y formas de onda de corriente reconstruidas para corriente de carga equilibrada y desequilibrada para una configuración de circuito, referenciada con amperímetro [19].	90









# 1 MARCO INTRODUCTORIO

---

*Quien no puede perdonar a los demás, rompe el puente que él mismo debe cruzar.*

*- G. Herbert -*

## 1.1 Introducción al problema

En el campo de la monitorización y medición de corriente en líneas aéreas de los sistemas de energía eléctrica, el uso de sensores de corriente convencionales que implican contacto directo con los conductores ha sido ampliamente utilizados. Sin embargo, estos sensores presentan limitaciones en términos de instalación, mantenimiento y seguridad. En contraste, los sensores de corriente sin contacto ofrecen la promesa de superar estas limitaciones al permitir mediciones no invasivas y seguras. Este trabajo Fin De Máster se centra en el análisis y evaluación teórica de las metodologías de medición de corriente sin contacto para líneas aéreas, con el objetivo de comprender sus principios fundamentales y su potencial aplicabilidad en el campo de la ingeniería eléctrica.

## 1.2 Objetivos del trabajo

El objetivo principal de este trabajo es realizar un análisis teórico exhaustivo y una evaluación crítica de los diferentes enfoques de los sensores de corriente sin contacto propuestos para líneas aéreas. Los objetivos específicos son los siguientes:

- **Realizar una revisión de la literatura:** Se llevará a cabo una revisión exhaustiva de los trabajos previos relacionados con los sensores de corriente sin contacto para líneas aéreas. Esta revisión permitirá identificar los enfoques existentes, los principios fundamentales y las aplicaciones relevantes.
- **Describir los principios de funcionamiento:** Se describirán los principios de funcionamiento teóricos de los diferentes sensores de corriente sin contacto, como sensores basados en efecto Hall, sensores de inducción (bobinas), sensores magnéticos, entre otros. Se explicarán los fundamentos teóricos y las ventajas y desventajas de cada enfoque.
- **Realizar una evaluación comparativa:** Se llevará a cabo una evaluación comparativa teórica de los diferentes sensores de corriente sin contacto. Se analizarán aspectos como la sensibilidad, la precisión y la viabilidad técnica. Esta evaluación permitirá identificar las fortalezas y debilidades de cada enfoque.
- **Discutir aplicaciones y limitaciones:** Se discutirán las posibles aplicaciones de los sensores de corriente sin contacto en líneas aéreas y se identificarán las limitaciones teóricas y prácticas asociadas con cada enfoque.

### 1.3 Estructura del trabajo

La estructura de este trabajo se organizará de la siguiente manera:

#### Capítulo 1: Introducción

Este capítulo proporciona una introducción al problema de investigación, los objetivos del trabajo, la metodología utilizada y la estructura general del mismo.

#### Capítulo 2: Fundamentos teóricos

En este capítulo se presentarán los fundamentos teóricos relacionados con los sensores de corriente sin contacto, incluyendo los principios físicos y las teorías fundamentales que respaldan su funcionamiento.

#### Capítulo 3: Revisión de la literatura

En este capítulo se realiza una revisión exhaustiva de la literatura existente sobre las diferentes metodologías de medición de corriente en líneas aéreas sin contacto. Se analizan los trabajos previos y se destacan los avances más relevantes.

#### Capítulo 4: Conclusiones

En este capítulo se resumen las principales conclusiones y se presenta recomendaciones para la elección de la metodología más adecuada para la medición de corriente en líneas aéreas sin contacto

#### Capítulo 6: Referencias

### 1.4 Justificación del estudio

La monitorización precisa de la corriente en líneas aéreas en los sistemas eléctricos es de vital importancia para garantizar un funcionamiento seguro, eficiente y confiable del sistema. Los sensores de corriente convencionales, que implican el contacto directo con los conductores, presentan limitaciones significativas en términos de instalación, mantenimiento y seguridad. Estas limitaciones incluyen la necesidad de interrumpir el flujo de corriente durante la instalación, el riesgo de fallas en los contactos y la dificultad para acceder a líneas aéreas de alta tensión.

La búsqueda de soluciones más avanzadas y efectivas ha llevado al desarrollo de sensores de corriente sin contacto, que prometen superar estas limitaciones y ofrecer mediciones no invasivas y seguras. Estos sensores se basan en principios físicos y tecnologías innovadoras que permiten la detección y medición de corriente sin la necesidad de un contacto físico directo con los conductores.

Esta investigación se justifica por varias razones:

**Mejora de la seguridad:** Los sensores de corriente sin contacto reducen los riesgos asociados con las mediciones de corriente en líneas aéreas. Al eliminar la necesidad de contacto físico, se minimiza la posibilidad de descargas eléctricas, cortocircuitos y accidentes relacionados con la manipulación de cables energizados.

**Mayor eficiencia en la monitorización:** Los sensores de corriente sin contacto permiten mediciones en tiempo real sin interrupciones en el flujo de corriente. Esto resulta en una mayor eficiencia en la monitorización y control de sistemas de energía eléctrica, ya que no se requiere detener o desconectar la corriente para realizar mediciones.

**Facilidad de instalación y mantenimiento:** Los sensores de corriente sin contacto eliminan la necesidad de intervenciones intrusivas en las líneas aéreas. Esto simplifica la instalación y el mantenimiento, reduciendo los costos y el tiempo asociado con estas tareas.

**Mayor precisión y fiabilidad:** Los sensores de corriente sin contacto pueden ofrecer mediciones precisas y confiables en diversas condiciones ambientales y en diferentes tipos de líneas aéreas. Al minimizar las interferencias y los errores asociados con los sensores de contacto directo, se mejora la calidad de las mediciones y se reduce la posibilidad de fallos en la detección de corriente.

**Avance tecnológico y científico:** proporcionar un análisis teórico exhaustivo y una evaluación crítica de los diferentes enfoques de los sensores de corriente sin contacto. Las conclusiones obtenidas podrán sentar las bases para futuras investigaciones y el desarrollo de nuevos sensores más avanzados y eficientes.

**Contribución a la comunidad científica y profesional:** Este trabajo tiene como objetivo ayudar a otros investigadores, profesionales y entusiastas interesados en el campo de la monitorización de corriente en líneas aéreas. Al proporcionar un análisis detallado de los diferentes enfoques de sensores de corriente sin contacto, se espera que este trabajo sirva como una referencia útil y una guía para futuras investigaciones y desarrollos en esta área.

## 1.5 Alcance

1. **Análisis teórico exhaustivo:** Este trabajo se centra en un análisis teórico de los diferentes tipos de sensores de corriente sin contacto, explorando sus principios de funcionamiento, tecnologías, y metodologías de medición.
2. **Revisión de literatura:** Se realiza una revisión detallada de literaturas académicas y científicas relacionadas con los sensores de corriente sin contacto.
3. **Evaluación comparativa:** Incluye una evaluación comparativa de diversas metodologías de medición de corriente sin contacto, analizando aspectos como sensibilidad, precisión y viabilidad técnica.

## 1.6 Limitaciones

1. **Enfoque teórico:** El trabajo es teóricamente intensivo y no incluye experimentación práctica o pruebas de campo, lo que puede limitar la comprensión de la efectividad real de los sensores en condiciones operativas reales.
2. **Alcance de la revisión de literatura:** La revisión está limitada a las fuentes disponibles y accesibles. Puede haber desarrollos recientes o trabajos no publicados que no estén incluidos en el estudio.
3. **Generalización de resultados:** Las conclusiones se basan en análisis teóricos y revisiones de literatura, lo que puede limitar la capacidad de generalizar los resultados a todas las posibles aplicaciones de los sensores de corriente sin contacto.
4. **Especificidad tecnológica:** Dado que el campo de los sensores de corriente sin contacto es amplio y en constante evolución, el estudio podría no cubrir todas las variantes tecnológicas o los desarrollos más recientes en detalle.
5. **Impacto ambiental y económico:** El estudio puede no profundizar en el impacto ambiental o en la viabilidad económica de la implementación a gran escala de estos sensores.
6. **Aspectos regulatorios y normativos:** No se abordan en profundidad los posibles desafíos regulatorios y normativos asociados con la adopción de nuevas tecnologías de sensores en sistemas de energía eléctrica.

## 1.7 Metodología de investigación

La metodología de investigación utilizada en este estudio se basa en un enfoque teórico y en la revisión exhaustiva de la literatura existente. Se llevará a cabo una búsqueda sistemática en bases de datos académicas y científicas, como IEEE Xplore, ScienceDirect y Google Scholar, utilizando palabras clave relevantes para el tema de investigación, como "sensores de corriente sin contacto" y "monitoreo de corriente en líneas aéreas".

Se recopilarán artículos científicos, trabajos de investigación, patentes y otras fuentes relevantes que aborden los enfoques de los sensores de corriente sin contacto para líneas aéreas. Estos documentos serán seleccionados y leídos críticamente para obtener una comprensión profunda de los principios teóricos, las tecnologías empleadas, las aplicaciones reportadas y las limitaciones identificadas en cada enfoque.

Es importante destacar que este trabajo se enfoca en una metodología teórica y no se llevarán a cabo experimentos prácticos ni pruebas en campo. El objetivo principal es obtener una comprensión profunda de los enfoques existentes a través de la revisión y el análisis crítico de la literatura científica y técnica disponible.

## 1.8 Antecedentes históricos

El monitoreo de la corriente eléctrica ha sido una preocupación clave en la industria de la energía eléctrica desde los primeros días de la electricidad. En sus inicios, se utilizaban métodos rudimentarios para medir la corriente, como la observación visual de la desviación de una aguja magnética o la medición de la caída de voltaje a través de una resistencia conocida. Sin embargo, estos métodos eran limitados en términos de precisión y no proporcionaban una forma confiable de monitorear la corriente.

Con el avance de la tecnología y el crecimiento de la industria eléctrica, surgieron los primeros sensores de corriente basados en el efecto Hall a principios del siglo XX. Estos sensores aprovechaban el fenómeno descubierto por Edwin Hall en 1879, donde una corriente eléctrica generaba un campo magnético proporcional a su magnitud. Los sensores basados en el efecto Hall permitieron mediciones más precisas y confiables al detectar el campo magnético generado por la corriente en los conductores.

Con el tiempo, se desarrollaron y mejoraron otros enfoques de sensores de corriente sin contacto. Estos incluyen sensores ópticos, que utilizan principios de fibra óptica y detección de cambios en la luz transmitida a través de un conductor, y sensores magnéticos, que se basan en la detección de cambios en el campo magnético alrededor del conductor. Estos enfoques han ampliado las opciones disponibles para el monitoreo de corriente en líneas aéreas, brindando mayor precisión, inmunidad a interferencias y la capacidad de mediciones no invasivas.

En la última década, ha habido un avance tecnológico fenomenal que ha permitido la producción masiva de equipos altamente sensibles de detección y el procesamiento sin contacto. Este crecimiento ha llevado a una gran cantidad de investigación en el ámbito académico. La detección sin contacto es crucial en las redes de sensores inalámbricos, donde se utilizan nodos de detección económicos y eficientes en energía. En el campo de los sistemas de energía, se han propuesto métodos similares de detección para el monitoreo del estado de las líneas de transporte de alta tensión.



## 2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

---

*Aquel que no sabe y no sabe que no sabe es un idiota; evítalo. Aquel que no sabe y sabe que no sabe es un niño; edúcalo. Aquel que sabe y no sabe que sabe está dormido; despiértalo. Aquel que sabe y sabe que sabe es un sabio; síguelo.*

- Proverbio persa -

### 2.1 Campo magnético generado por un conductor

#### 2.1.1 Definición de campo magnético

El campo magnético es un campo vectorial, es decir, una cantidad vectorial asociada con cada punto del espacio, creado por cargas eléctricas o corrientes en movimiento en el espacio circundante [1].

En términos prácticos, un campo magnético es la influencia magnética producida por el movimiento de cargas eléctricas, como en el flujo de electrones a través de un cable conductor, que puede influir en otros objetos magnéticos o cargas eléctricas en movimiento [2].

De estas definiciones podemos decir que el campo magnético es una entidad física producida por el movimiento de las cargas eléctricas, como los electrones, y se describe como una región del espacio donde una carga eléctrica experimenta una fuerza cuando se mueve.

Así como el magnetismo suele ser causado por el movimiento de las cargas, el flujo de electrones que fluyen a través de un conductor también puede producir un campo magnético a su alrededor. El campo magnético producido por la corriente que fluye en un cable recto simple se muestra en la **Figura 1**.

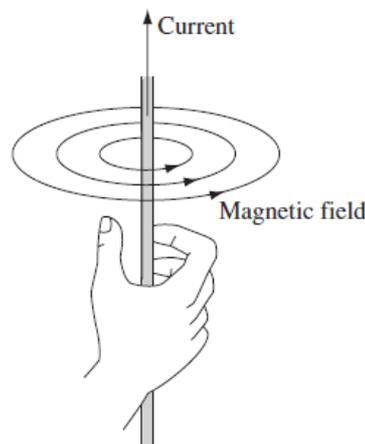


Figura 1 - Campo magnético producido por la corriente que fluye en un cable [3].

### 2.1.2 Ley de Biot-Savart

Esta ley, formulada por Jean-Baptiste Biot y Félix Savart en el siglo XIX, es esencial en la física electromagnética y explica la manera en que una corriente eléctrica que fluye por un conductor genera un campo magnético alrededor del mismo. En consecuencia, esta ley vincula los campos magnéticos con las corrientes eléctricas que los originan. La expresión matemática de esta ley es la siguiente:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} * \vec{r}}{4\pi r^3} \quad (1)$$

Donde:

$d\vec{B}$  es el campo magnético infinitesimal en el punto de observación.

$\mu_0$  es la permeabilidad del vacío.

$I$  es la corriente que fluye a través del conductor.

$d\vec{l}$  es un elemento infinitesimal del conductor.

$\vec{r}$  es el vector de posición desde el elemento del conductor hasta el punto de observación.

$r$  es la magnitud del vector  $\vec{r}$ .

La ley de Biot-Savart sirve para determinar el campo magnético generado por distintas configuraciones de conductores, como cables, espiras y bobinas, y se aplica en campos tan variados como la ingeniería eléctrica, la física de partículas y la medicina. Además, esta ley es indispensable para el estudio y análisis de fenómenos electromagnéticos en diferentes contextos, permitiendo la comprensión y manipulación de las interacciones entre corrientes eléctricas y campos magnéticos. Es fundamental en el diseño y desarrollo de dispositivos y tecnologías que involucran campos magnéticos, como los motores eléctricos, transformadores y resonancias magnéticas en el campo médico.

### 2.1.3 Componentes horizontal y vertical

Cuando se analiza el campo magnético producido por un conductor, es útil descomponer este campo en sus componentes horizontal y vertical, especialmente cuando se considera la influencia del campo magnético sobre objetos o sensores que se encuentran a su alrededor. La dirección de estos componentes se puede determinar usando reglas geométricas y trigonométricas, y sus magnitudes pueden ser calculadas usando la Ley de Biot-Savart.

#### Descomposición del campo magnético

Por un conductor recto y horizontal que lleva una corriente  $I$ , el campo magnético en el punto  $P$  en el espacio circundante puede ser descompuesto en dos componentes perpendiculares: una componente horizontal  $B_x$  y una componente vertical  $B_y$  tal como muestra la **Figura 2**.

Si conocemos la magnitud total del campo magnético en el punto  $P$  y el ángulo  $\theta$  que este hace con la horizontal, entonces las componentes horizontal y vertical se pueden encontrar usando trigonometría básica.

$$B_x = B \cos \theta$$

$$B_y = B \sin \theta$$

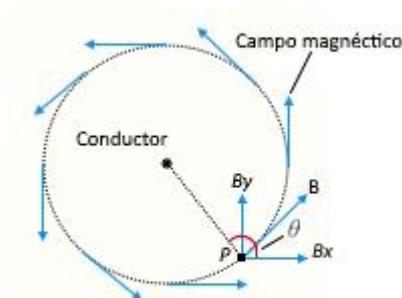


Figura 2 - Descomposición del campo magnético en sus componentes horizontal y vertical.

### Determinación del ángulo $\theta$

El ángulo  $\theta$  puede ser determinado con base en la posición relativa del punto  $P$  con respecto al conductor. Usando geometría y trigonometría, se puede encontrar una expresión para  $\theta$  en términos de las coordenadas del punto  $P$  y la posición del conductor.

### Influencia de la altura y la distancia

La altura y la distancia lateral del punto  $P$  respecto al conductor afectarán la magnitud y dirección del campo magnético en  $P$ . A mayor distancia, la magnitud del campo magnético disminuirá, y el ángulo que las componentes forman con la horizontal y la vertical se modificará.

#### 2.1.4 Principio básico de la corriente en un conductor y una bobina

El voltaje inducido en una bobina con núcleo de aire (sin núcleo) que se encuentra en la proximidad de un conductor por el cual circula corriente se puede calcular según la ley de inducción de Faraday.

Esta ley nos dice que la tensión inducida en una bobina es directamente proporcional a la relación de cambio en el tiempo del flujo magnético a través de la bobina, esto es:

$$u = n \frac{d\Phi}{dt} \quad (2)$$

Donde:

$u$  es la tensión inducida en la bobina.

$n$  es el número de vueltas en la bobina.

$\Phi$  es la variación temporal del flujo magnético a través de una bobina de  $n$  vueltas.

En un conductor próximo a una bobina como el mostrado en la **Figura 3**, cuando la relación  $D/R > 2$ , la intensidad magnética inducida por la corriente del conductor en cualquier lugar dentro del plano de la bobina será aproximadamente igual a la del centro de la bobina, y por tanto la tensión inducida por la corriente a través del conductor se puede expresar como:

$$u = n \frac{\mu_0 S \cos \varphi}{2\pi D} \frac{di}{dt} \quad (3)$$

Donde:

$D$  es la distancia entre la bobina y el conductor.

$i$  es el valor instantáneo de la corriente del conductor.

$\mu_0$  es la permeabilidad del vacío.

$S$  es el área de la sección de la bobina.

$\varphi$  es el ángulo entre el plano de la bobina y el plano del conductor.

$S \cos \varphi$  es el área efectiva de la bobina.

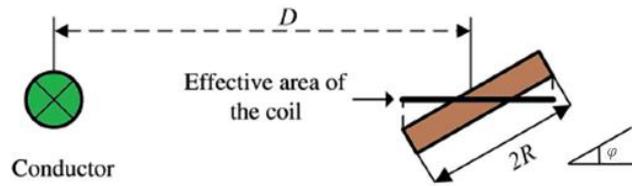


Figura 3 - Conductor próximo a una bobina sin núcleo [4].

Para relacionar el voltaje de salida de la bobina con la corriente del conductor, se debe integrar la ecuación (3) de la siguiente manera:

$$u_c = \int u dt = \int \frac{n\mu_0 S \cos \varphi}{2\pi D} di = \beta \frac{\cos \varphi}{D} i \quad (4)$$

Donde,  $\beta = \left(\frac{n\mu_0 S}{2\pi}\right)$ .

Como la distancia  $D$  no se conoce, la corriente no puede ser determinada.

Esto se puede solucionar colocando una segunda bobina como se muestra en la **Figura 4**. Esta nueva bobina está desplazada a una distancia  $d$  y su eje es paralelo a la bobina  $c_1$ .

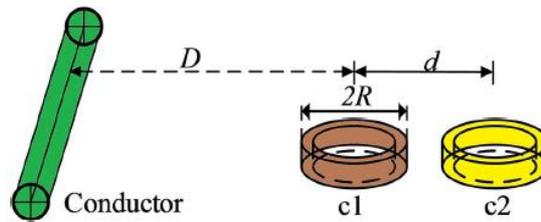


Figura 4 - Conductor próximo a dos bobinas sin núcleo [4].

Para el arreglo mostrado en la **Figura 4**, el ángulo  $\varphi$  es igual a cero, por lo tanto, la tensión de salida de las dos bobinas se puede simplificar como:

$$\begin{cases} u_{c1} = \frac{\beta}{D} i \\ u_{c2} = \frac{\beta}{D + d} i \end{cases} \quad (5)$$

Donde:

$u_{c1}$  y  $u_{c2}$  son las tensiones de salida de las bobinas  $c_1$  y  $c_2$  respectivamente.

$D$  es la distancia entre el conductor y la bobina  $c_1$ .

$d$  es la distancia entre las dos bobinas.

$i$  es la corriente del conductor.

De las ecuaciones (5)  $D$  puede ser calculada como:

$$D = \frac{du_{c2}}{u_{c1} - u_{c2}} \quad (6)$$

Una vez calculada  $D$  podemos obtener la corriente del conductor.

## 2.2 Sistema de transporte

### 2.2.1 Campo magnético en líneas aéreas

El campo electromagnético (campo eléctrico y magnético) en las líneas de transporte es el que hace posible la transmisión de energía. El teorema de Poynting permite determinar cómo se distribuye la energía en una determinada región del espacio en la que existen campos electromagnéticos.

La rapidez de flujo de la energía en una onda electromagnética se representa mediante un vector  $\vec{S}$ , llamado **vector de Poynting**, que se define por la expresión:

$$\vec{S} \equiv \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad (7)$$

Donde  $\vec{E} \times \vec{B}$  es el producto vectorial del campo magnético y el campo eléctrico.

Cualquier tipo de energía tiene una dirección de movimiento en el espacio, además de una densidad, por tal razón se acostumbra a usar el vector de Poynting para representar las tasas de flujos de energía y momento en ondas electromagnéticas. Este vector representa un vector de flujos de energía para energías electromagnéticas y muestra que la potencia fluye en el espacio que rodea a un conductor y no por dentro de este. El teorema de Poynting nos hace comprender que la corriente es generada por la energía transmitida a través del medio que la rodea.

La **Figura 5** muestra la distribución de Poynting alrededor de una línea de transporte. Fuera del conductor, el vector apunta a lo largo de la dirección del conductor y decae a medida que aumenta la distancia, mientras que dentro del conductor el vector apunta hacia adentro debido a la pérdida resistiva.

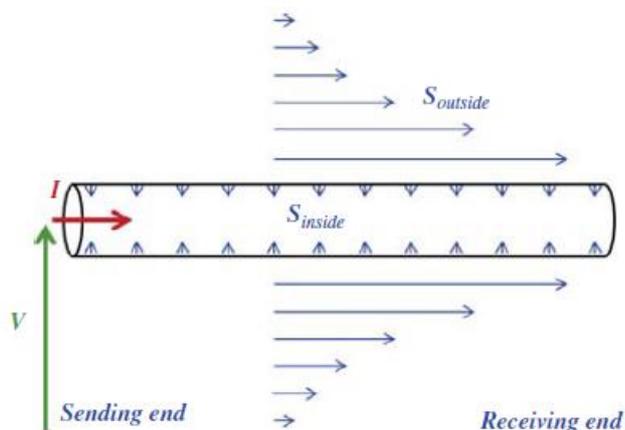


Figura 5 - Vector de Poynting en un sistema de transmisión de potencia [5].

Las líneas de transporte aéreas están presentes en una variedad de áreas geográficas, y su seguridad es constantemente puesta a prueba por distintas condiciones ambientales. Por ende, es conveniente supervisar las condiciones de funcionamiento de las líneas eléctricas aéreas dentro de una red completamente integrada e inteligente. Para supervisar parámetros eléctricos y espaciales, se utilizan sensores sin contacto adaptados a líneas de transporte empleando diversas tecnologías de detección, como sensores de campo magnético, láseres para medir distancia, y sensores con base en cámaras.

Con la evolución acelerada de los sistemas microelectromecánicos (MEMS) y la tecnología de materiales, los sensores de campo magnético han hallado aplicaciones prometedoras en sistemas energéticos y pueden usarse para realizar mediciones puntuales de campos magnéticos con alta precisión. Es crucial reconocer que, en cualquier línea eléctrica, el campo magnético de un conductor cargado con corriente varía en función de la distancia entre el conductor y el punto de observación.

En la **Figura 6**, se ilustra la intensidad del campo magnético cercano a líneas de transporte aéreas que transportan diferentes voltajes. De esto se deduce que la intensidad del campo puede ser analizada con el propósito de monitorear parámetros eléctricos y espaciales.

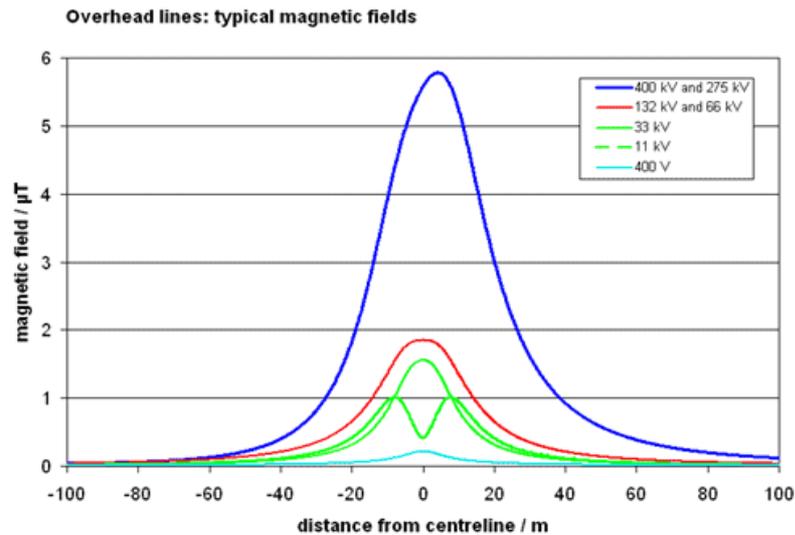


Figura 6 - Intensidad de campo magnético de diferentes líneas de transporte aéreas [6].

### 2.2.2 Campo magnético en línea simple circuito

Para desarrollar el campo magnético en un punto  $P$  debido a tres conductores de fase (A, B, C) y aplicar la ley de Biot-Savart, primero definimos el sistema y las variables.

**Posición de los Conductores:** Suponemos que los conductores trifásicos son paralelos entre sí y están a la misma altura ( $H$ ) con respecto al suelo, también las distancias de los conductores adyacentes ( $D$ ) son iguales y los conductores trifásicos son perpendiculares al eje  $xy$  tal como muestra la **Figura 7**. Cada conductor lleva una corriente  $i_a, i_b$  e  $i_c$ . respectivamente.

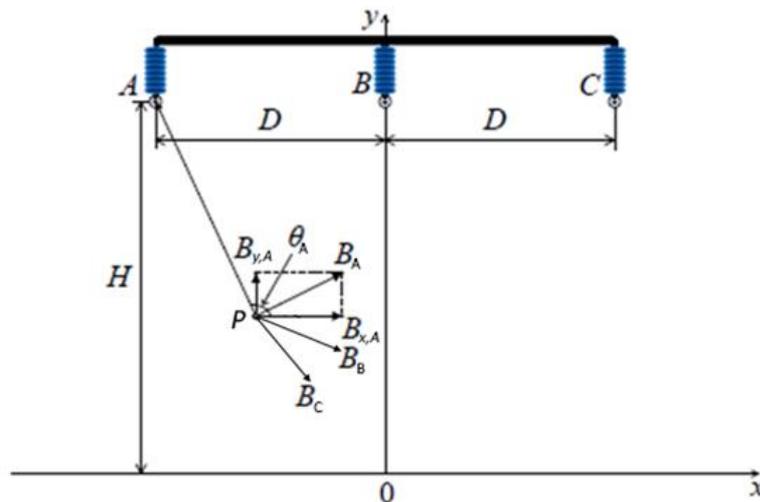


Figura 7 - Típica línea de transporte aérea simple circuito [7].

**Punto P:** Este es el punto en el espacio donde queremos calcular el campo magnético total. Suponemos que el punto  $P$  está en el plano definido por los tres conductores y debajo de estos.

**Componentes del Campo Magnético:** Cada campo magnético generado por los conductores se puede descomponer en dos componentes:

- $B_x$  Componente horizontal del campo magnético.
- $B_y$  Componente vertical del campo magnético

La ley de Biot-Savart para el campo magnético  $\vec{B}$  generado por un conductor infinitesimalmente pequeño que lleva una corriente  $I$  a una distancia  $r$  del punto de interés es:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} * \vec{r}}{4\pi r^2} \quad (8)$$

Donde:

$\mu_0$  es la permeabilidad del vacío.

$I$  es la corriente que fluye a través del conductor.

$d\vec{l}$  es un elemento infinitesimal del conductor.

$\vec{r}$  es el vector de posición desde el elemento del conductor hasta el punto de observación.

$r$  es la magnitud del vector  $\vec{r}$ .

### Desarrollo del Sistema de Ecuaciones

Para cada conductor (A, B, C), podemos calcular las componentes  $B_x$  y  $B_y$  como sigue:

#### 1. Componente Horizontal $B_x$

- Para el conductor A:  $B_{x,A} = \frac{\mu_0 i_A}{2\pi d_A} \cos(\theta_A)$
- Para el conductor B:  $B_{x,B} = \frac{\mu_0 i_B}{2\pi d_B} \cos(\theta_B)$
- Para el conductor C:  $B_{x,C} = \frac{\mu_0 i_C}{2\pi d_C} \cos(\theta_C)$

#### 2. Componente vertical $B_y$

- Para el conductor A:  $B_{y,A} = \frac{\mu_0 i_A}{2\pi d_A} \sin(\theta_A)$
- Para el conductor B:  $B_{y,B} = \frac{\mu_0 i_B}{2\pi d_B} \sin(\theta_B)$
- Para el conductor C:  $B_{y,C} = \frac{\mu_0 i_C}{2\pi d_C} \sin(\theta_C)$

Aquí,  $d_A$ ,  $d_B$  y  $d_C$  son las distancias desde los conductores A, B y C hasta el punto  $P$ , y  $\theta_A$ ,  $\theta_B$  y  $\theta_C$  son los ángulos entre la línea que conecta el conductor con el punto  $P$  y la dirección de referencia (por ejemplo, el eje horizontal).

El campo magnético total en el punto  $P$  es la suma vectorial de los campos producidos por cada conductor:

$$\begin{aligned} B_{x,total} &= B_{x,A} + B_{x,B} + B_{x,C} \\ B_{y,total} &= B_{y,A} + B_{y,B} + B_{y,C} \end{aligned} \quad (9)$$

Donde  $B_{x,total}$  y  $B_{y,total}$ , son las componentes total horizontal y vertical respectivamente del campo magnético.

### Forma Matricial

Podemos representar este sistema de ecuaciones en forma matricial como sigue:

$$\begin{bmatrix} B_{x,total} \\ B_{y,total} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mu_0}{2\pi d_A} \cos(\theta_A) & \frac{\mu_0}{2\pi d_B} \cos(\theta_B) & \frac{\mu_0}{2\pi d_C} \cos(\theta_C) \\ \frac{\mu_0}{2\pi d_A} \sin(\theta_A) & \frac{\mu_0}{2\pi d_B} \sin(\theta_B) & \frac{\mu_0}{2\pi d_C} \sin(\theta_C) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \quad (10)$$

Esta matriz relaciona las corrientes en los conductores y sus posiciones relativas con el campo magnético resultante en el punto  $P$ .

Simplificando (10), asumiendo:

$$\begin{aligned}
A_x &= \frac{\mu_0}{2\pi d_A} \cos(\theta_A), & A_y &= \frac{\mu_0}{2\pi d_A} \sin(\theta_A) \\
B_x &= \frac{\mu_0}{2\pi d_B} \cos(\theta_B), & B_y &= \frac{\mu_0}{2\pi d_B} \sin(\theta_B) \\
C_x &= \frac{\mu_0}{2\pi d_C} \cos(\theta_C), & C_y &= \frac{\mu_0}{2\pi d_C} \sin(\theta_C)
\end{aligned} \tag{11}$$

Entonces, el sistema ( 10 ) se reescribe con las definiciones en ( 11 ) como:

$$\begin{bmatrix} B_{x,total} \\ B_{y,total} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_x & B_x & C_x \\ A_y & B_y & C_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \tag{12}$$

Las corrientes  $i_A, i_B$  y  $i_C$  son corrientes complejas y se componen de una magnitud y ángulo por lo tanto podemos descomponerla en su parte real e imaginaria.

$$i = Re[i] + j Imag[i] \tag{13}$$

La contribución al campo magnético debido a estas corrientes complejas también tendrá partes reales e imaginarias. Para integrar esta complejidad en la formulación matricial ( 12 ), debemos considerar que cada componente del campo magnético resultante  $B_{x,total}$  y  $B_{y,total}$ , también será un número complejo, reflejando las partes reales e imaginarias de las corrientes.

Dicho esto, podemos reescribir la matriz para separar las partes reales e imaginarias de las corrientes. Sin embargo, la influencia de  $A_x, A_y, B_x, B_y, C_x$  y  $C_y$  sobre,  $B_{x,total}$  y  $B_{y,total}$  sigue siendo lineal y real, ya que estos coeficientes se basan en las propiedades geométricas y magnéticas del sistema, las cuales son reales y no cambian con la naturaleza compleja de las corrientes.

Por lo tanto, al considerar las corrientes como números complejos, la ecuación ( 12 ) queda:

$$\begin{bmatrix} B_{x,total} \\ B_{y,total} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_x & B_x & C_x \\ A_y & B_y & C_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Re[i_A] \\ Re[i_B] \\ Re[i_C] \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} A_x & B_x & C_x \\ A_y & B_y & C_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Imag[i_A] \\ Imag[i_B] \\ Imag[i_C] \end{bmatrix} \tag{14}$$

El sistema de ecuaciones está compuesto por dos ecuaciones que representan los componentes del campo magnético  $B_{x,total}$  y  $B_{y,total}$ . Sin embargo, el sistema tiene un total de seis incógnitas, que corresponden a las partes reales e imaginarias de tres corrientes.

Este sistema se considera subdimensionado, ya que hay más incógnitas (seis) que ecuaciones (dos), lo que significa que no hay suficientes ecuaciones para determinar de manera única todas las incógnitas.

Para que el sistema sea cuadrado y tenga el mismo número de ecuaciones que de incógnitas, se deberían utilizar como mínimo tres sensores de campo magnético de dos ejes cada uno. Estos sensores de dos ejes miden el campo magnético en ambos ejes (x e y), proporcionando un total de seis mediciones. Cada medición corresponde a una ecuación, lo que permite formar un sistema de seis ecuaciones con seis incógnitas. Esto asegura que el sistema sea cuadrado y que haya suficientes ecuaciones para determinar de manera única el valor de cada incógnita. Por tanto, las ecuaciones para tres sensores serían:

$$\begin{bmatrix} B_{x1,total} \\ B_{y1,total} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{x1} & B_{x1} & C_{x1} \\ A_{y1} & B_{y1} & C_{y1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Re[i_A] \\ Re[i_B] \\ Re[i_C] \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} A_{x1} & B_{x1} & C_{x1} \\ A_{y1} & B_{y1} & C_{y1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Imag[i_A] \\ Imag[i_B] \\ Imag[i_C] \end{bmatrix} \tag{15}$$

$$\begin{bmatrix} B_{x2,total} \\ B_{y2,total} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{x2} & B_{x2} & C_{x2} \\ A_{y2} & B_{y2} & C_{y2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Re[i_A] \\ Re[i_B] \\ Re[i_C] \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} A_{x2} & B_{x2} & C_{x2} \\ A_{y2} & B_{y2} & C_{y2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Imag[i_A] \\ Imag[i_B] \\ Imag[i_C] \end{bmatrix} \tag{16}$$

$$\begin{bmatrix} B_{x3,total} \\ B_{y3,total} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{x3} & B_{x3} & C_{x3} \\ A_{y3} & B_{y3} & C_{y3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Re[i_A] \\ Re[i_B] \\ Re[i_C] \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} A_{x3} & B_{x3} & C_{x3} \\ A_{y3} & B_{y3} & C_{y3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Imag[i_A] \\ Imag[i_B] \\ Imag[i_C] \end{bmatrix} \quad (17)$$

Las ecuaciones ( 15 ), ( 16 ) y ( 17 ) presentan la correlación entre los campos magnéticos espaciales y las corrientes trifásicas. Por lo tanto, las corrientes trifásicas se pueden medir indirectamente detectando campos magnéticos espaciales.

### Sensibilidad del sistema

El producto de los coeficientes del campo magnético y la constante ( $\mu_0/4\pi$ ) se puede indicar como matriz de posición  $P$ . Podemos generalizar ( 12 ) para formular un sistema lineal. Dado que  $P$  es una matriz no singular, la solución del problema inverso existe en todos estos casos. El problema de reconstrucción del sistema lineal y la corriente inversa se convierte en

$$B = PI \quad (18)$$

$$I = P^{-1}B \quad (19)$$

En situaciones reales, cualquier sistema de medición está sujeto a incertidumbre, principalmente debido a fuentes de ruido. Esta influencia del ruido en tareas de reconstrucción inversa puede llamarse sensibilidad del sistema lineal. Al calcular una matriz inversa con el uso del modelo de sistema ( $P$ ) y las proyecciones del campo magnético observadas, cualquier ruido presente en las mediciones del campo magnético se intensificará de acuerdo con la condición de ( $P$ ). Para realizar la reconstrucción inversa, el conocimiento sobre teoría de matrices permite entender mejor cómo el ruido afecta a los resultados obtenidos.

La matriz de posición ( $P$ ), se mantiene relativamente constante; no obstante, se esperan errores en las mediciones realizadas por el conjunto de sensores. Si se prevé un error de medición ( $\delta$ ) en ( $B$ ) en la ecuación ( 19 ), entonces ( $I + \delta I$ ) representará la solución exacta.

$$I + \delta I = P^{-1}(B + \delta B) \quad (20)$$

Ahora, para establecer el límite de error del sistema lineal, resulta apropiado emplear la norma 2 (norma euclidiana) de la matriz. La norma euclidiana se define como la relación entre los valores singulares máximos y mínimos de una matriz. Sustituyendo la ecuación ( 20 ) en la ( 19 ) y aplicando la norma euclidiana, es posible determinar el error limitado en ( $I$ ) como

$$\|\delta I\|_2 \leq \|P^{-1}\|_2 \|\delta B\|_2 \quad (21)$$

De manera similar, definir un límite en ( 18 ), multiplicar por ( 20 ) y reorganizar el error relativo se convierte en

$$\frac{\|\delta I\|_2}{\|I\|_2} \leq \|P^{-1}\|_2 \|P\|_2 \frac{\|\delta B\|_2}{\|B\|_2} \quad (22)$$

El término  $\|P^{-1}\|_2 \|P\|_2$  indica la desviación máxima posible en la solución exacta. Este término, conocido como el número de condición del sistema lineal, es un indicador bien reconocido de la sensibilidad de la solución a un problema inverso. Frecuentemente mencionado en la literatura como número de condición (cond), este valor es independiente de los errores de redondeo y cálculo.

De acuerdo con la investigación mencionada anteriormente, es crucial minimizar el número de condición (cond) de ( $P$ ) para asegurar que el sistema lineal, descrito en la ecuación ( 18 ), permanezca bien condicionado.

### 2.3 Sensores de campo magnético

A través de los últimos siglos, los sensores magnéticos han sido empleados para diversos usos prácticos. Los métodos que se usan en la actualidad para identificar campos magnéticos han evolucionado y están orientados por la necesidad de incrementar la sensibilidad, reducir el tamaño, disminuir el consumo de energía y asegurar la coherencia con otros aparatos o dispositivos electrónicos. Habitualmente, las mediciones de campo magnético se efectúan con el propósito de descubrir otros parámetros relevantes. Por ejemplo, la identificación de vehículos o la velocidad de rotación de las ruedas se determinan de manera indirecta mediante el análisis de las propiedades de los campos magnéticos. La **Figura 8** representa la distinción entre sensores tradicionales y sensores magnéticos.

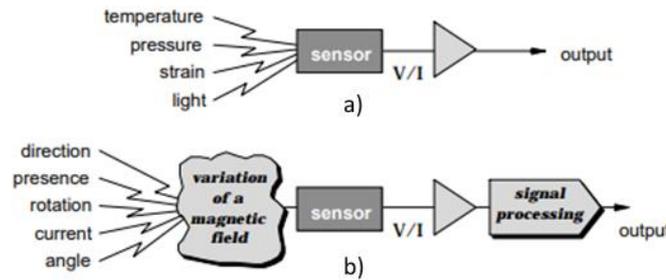


Figura 8 - a) Sensores convencionales y b) Sensores magnéticos [8].

En el caso de los primeros, el resultado obtenido es el parámetro que se busca. En cambio, los sensores de campo magnético evalúan el campo magnético para identificar de forma indirecta dirección, rotación, ángulo o corrientes eléctricas. Una vez que el sensor ha percibido el campo magnético, la señal resultante necesita algunas etapas de procesamiento para deducir el valor del parámetro que se busca. A pesar de que esto pueda complicar el procedimiento, otorga información exacta y confiable. La **Figura 9** ilustra diversas tecnologías de identificación y expone los intervalos de identificación del campo magnético.

Magnetic sensor	Detectable field range			
	1nT	1µT	1mT	1T
Squid	←	←	←	←
Fiber optic	←	←	←	←
Optically pumped	←	←	←	←
Nuclear precession	←	←	←	←
Search coil	←	←	←	←
Geomagnetic field		←	←	
Flux-gate	←	←	←	←
Magneto-transistor			←	←
Magneto-optical			←	←
Hall effect			←	←
AMR sensor	←	←	←	←
GMR sensor		←	←	←

Figura 9 - Tecnologías de sensores magnéticos y sus respectivos rangos de campo [5].

#### 2.3.1 Detección del campo magnético

Un sistema convencional para medir campos magnéticos usualmente se compone de un sensor, un sistema para acondicionar las señales y un algoritmo para procesarlas, tal como se ilustra en la **Figura 10**. El sensor puede ser ubicado dentro del campo y organizado en una matriz para propósitos de detección específicos. La señal identificada se envía, se procesa y se toma una muestra. La señal tomada está en formato digital, permitiendo su fácil procesamiento. Normalmente, en un sistema de potencia eléctrica, la señal del campo magnético registrada estará vinculada con la condición operativa de los componentes del sistema eléctrico, como, por ejemplo, la recreación de la corriente originaria, la estimación de la flecha (del conductor), entre otros.

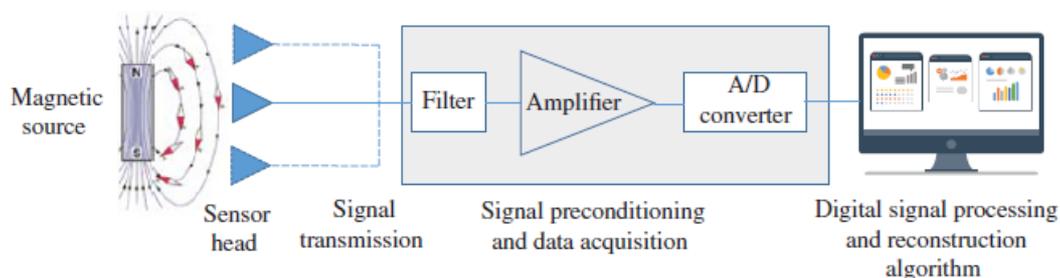


Figura 10 - Sistema típico de detección de campo magnético [5].

### 2.3.2 Tipos de sensores magnéticos

El sensor es el elemento más crucial del sistema de medición. En años recientes se han desarrollado numerosos sistemas y sensores para el reconocimiento de campos magnéticos. Entre estos se encuentra el sensor MEMS de campo magnético, el cual, debido a su reducido tamaño, extenso rango de frecuencia, alta sensibilidad y respuesta rápida, es extensamente empleado en redes inteligentes.

En la industria moderna y la electrónica, los sensores magnéticos son esenciales para identificar la fuerza del campo magnético y calcular la corriente, posición, movimiento, dirección y otras características físicas. En el ámbito de los sensores magnéticos, hay una variedad de sensores para evaluar el campo magnético. Los más relevantes comercialmente y en orden de desarrollo tecnológico son: el efecto Hall, la magnetorresistencia anisotrópica (AMR), la magnetorresistencia gigante (GMR) y la más reciente, la magnetorresistencia de túnel (TMR). A continuación, se examinan algunos de estos sensores.

### 2.3.3 Efecto Hall

Esta metodología de medición se basa en la observación realizada por E.C. Hall en 1879, quien notó la aparición de una diferencia de potencial en los extremos de una lámina metálica cuando por ella transitaba una determinada corriente y la lámina estaba expuesta a un campo magnético perpendicular. El efecto Hall resulta directamente de la aplicación de la fuerza de Lorentz a los portadores de carga eléctrica y fue inicialmente detectado en metales. Hoy en día, los materiales semiconductores y algunos compuestos derivados de los metales de transición son preferentemente utilizados para la construcción de elementos sensoriales.

Podemos describir este efecto considerando el sistema de la **Figura 11**, conformado por un material conductor de ancho  $d$  y espesor  $z$ .

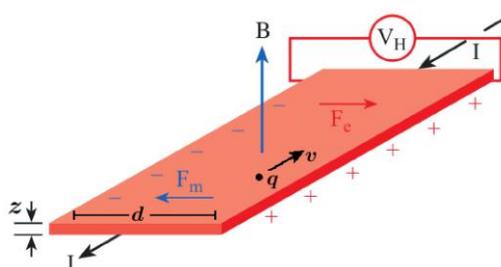


Figura 11 - Efecto Hall en un conductor [9].

A este material se le somete un campo magnético  $\vec{B}$  constante que lo atraviesa perpendicularmente y al mismo tiempo se hace circular una corriente  $I$  constante. Se asume que las cargas  $q$  en movimiento son negativas. Al inicio estas cargas experimentan una fuerza magnética en dirección perpendicular a la corriente y al campo magnético, la magnitud y dirección de esta fuerza viene dada por la fuerza de Lorentz según la expresión:

$$\vec{F}_m = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (23)$$

Esta fuerza produce que las cargas se desplacen hacia el borde izquierdo del material conductor. Esto provoca una diferencia de potencial, y su consiguiente campo eléctrico en la misma dirección que la fuerza magnética. Este campo eléctrico provoca una fuerza eléctrica sobre las cargas, esta fuerza eléctrica se opone a la fuerza

magnética.

$$\vec{F}_e = q\vec{E} \quad (24)$$

El sistema evoluciona hasta llegar al equilibrio entre estas dos fuerzas.

$$qv\vec{B} = q\vec{E} \Rightarrow v\vec{B} = \vec{E} \quad (25)$$

La diferencia de potencial  $V_H$  que aparece entre los extremos del material conductor se puede relacionar con el campo eléctrico, de la forma siguiente:

$$E = \frac{V_H}{d} \quad (26)$$

Asimismo, si se representa por  $n$  la densidad de portadores de carga del material por unidad de volumen, y  $A$  es la sección transversal del material, la velocidad  $v$  de los portadores de carga cumple que:

$$I = nqvA \quad (27)$$

Con estas tres últimas ecuaciones, y teniendo en cuenta que  $A = z * d$ , se obtiene la expresión siguiente para la diferencia de potencial:

$$V_H = \frac{IB}{nqz} \quad (28)$$

La ecuación (28) establece una relación entre la diferencia de potencial, la corriente  $I$ , el campo magnético  $B$  y las propiedades del material conductor. Específicamente, al medir el voltaje Hall  $V_H$  y conociendo la corriente  $I$ , el campo magnético  $B$ , y las dimensiones físicas del material, es posible calcular la densidad de portadores de carga presentes en el material conductor:

$$n = \frac{IB}{V_H qz} \quad (29)$$

Por último, se define el coeficiente de Hall como:

$$R_H = \frac{1}{nq} \quad (30)$$

Esta característica es inherente al material empleado. Puesto que en los materiales semiconductores la densidad de portadores de carga  $n$  es considerablemente menor que en los conductores, y considerando que esta es inversamente proporcional a  $R_H$  y  $V_H$ , el efecto Hall se manifiesta de forma más destacada en materiales semiconductores. Es debido a esto que los dispositivos comerciales que se fundamentan en el efecto Hall tienden a utilizar materiales semiconductores.

### Sensores Hall

Los sensores de efecto Hall convierten señales magnéticas en señales eléctricas para obtener una diferencia de potencial  $V_H$ , que es directamente proporcional al campo magnético  $B$  que excita al sensor, y/o a la corriente  $I$  que circula por este. Están diseñados para medir el campo magnético generado por la corriente que fluye a través de un conductor, y lo hacen de manera no intrusiva, lo que significa que, a diferencia de los transformadores de corriente o resistencias en serie, no requieren interrupción del conductor ni intervención en el circuito. De este modo, proporcionan un método que permite realizar mediciones con aislamiento galvánico, con un rango de medida que abarca desde pocos miliamperios hasta varios kiloamperios.

Entre los beneficios más notables de estos sensores se encuentran:

- Su naturaleza de estado sólido, que les otorga una prolongada vida útil.
- Capacidad para operar a frecuencias relativamente elevadas (100 kHz).
- Ausencia de componentes móviles.
- Compatibilidad con diversos circuitos electrónicos.
- Tolerancia a un extenso rango de temperaturas (-40 °C a +125 °C).
- Alta repetibilidad en sus mediciones.

Existen dos topologías en las cuales se basan el diseño de los transductores de corriente Hall: lazo abierto y lazo cerrado.

La configuración de lazo abierto se ilustra esquemáticamente en la **Figura 12**. En este diseño, un conductor es rodeado por un anillo magnético (concentrador), el cual tiene un espacio donde se sitúa un elemento Hall, que produce una tensión Hall en proporción al flujo magnético y, por consiguiente, proporcional a la corriente eléctrica. A través de una fase de amplificación simple, se adquiere la medida de la corriente eléctrica.

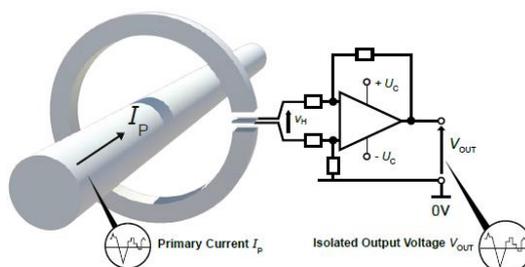


Figura 12 - Transductor de corriente Hall de lazo abierto [10].

Por otro lado, la configuración de lazo cerrado se representa en el esquema de la **Figura 13**, en donde, a diferencia de la configuración en lazo abierto, se integra un circuito de control con realimentación. Este control tiene el propósito de crear una corriente compensatoria que fluye por un conductor enrollado en el concentrador, con el objetivo de neutralizar el flujo originado por la corriente que se está midiendo. De este modo, se procura lograr una tensión nula en el elemento Hall, y al medir la corriente de compensación, se obtiene una representación de la corriente que se desea medir.

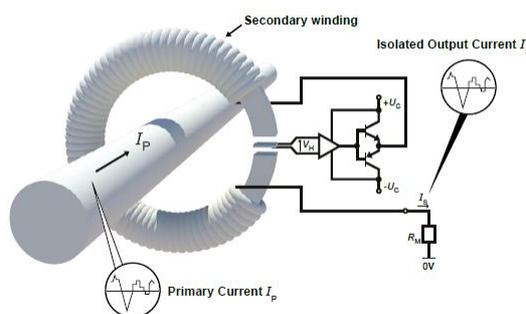


Figura 13 - Transductor de corriente Hall de lazo cerrado [10].

### 2.3.4 Tecnología magnetorresistiva

En los últimos veinte años, los sensores magnetorresistivos han atraído atención tanto en el ámbito científico como tecnológico. La magnetorresistencia se refiere a la habilidad de ciertos conductores eléctricos de variar su resistencia al ser expuestos a un campo magnético. El grado de este cambio se mide por el efecto magnetorresistivo (MR) definido como:

$$MR(\%) = 100 \frac{R_{max} - R_{min}}{R_{min}} \quad (31)$$

Donde:

$R_{max}$  es la resistencia máxima que puede tener el conductor.

$R_{min}$  es la resistencia mínima que puede llegar a presentar el conductor.

En términos de simplicidad de capas y materiales, la tecnología AMR lidera la lista. Su método de producción es similar al que se usa en la creación de circuitos integrados, incluyendo pasos como fotolitografía, deposición y grabado. En cambio, la fabricación de tecnologías GMR y TMR es más compleja debido al aumento en el número de materiales y niveles. Sin embargo, este incremento en la complejidad puede ser equilibrado por su mayor sensibilidad y su menor tamaño. Por ejemplo, un sensor TMR es 100 veces más pequeño que uno de tecnología AMR, o 1000 veces más pequeño que uno de tecnología Hall. Esta reducción de tamaño permite una mayor cantidad de sensores por oblea, lo que a su vez disminuye los costos de producción. La topología de los sensores MR y sus respectivas gráficas de magnetización se muestran en la **Figura 14**.

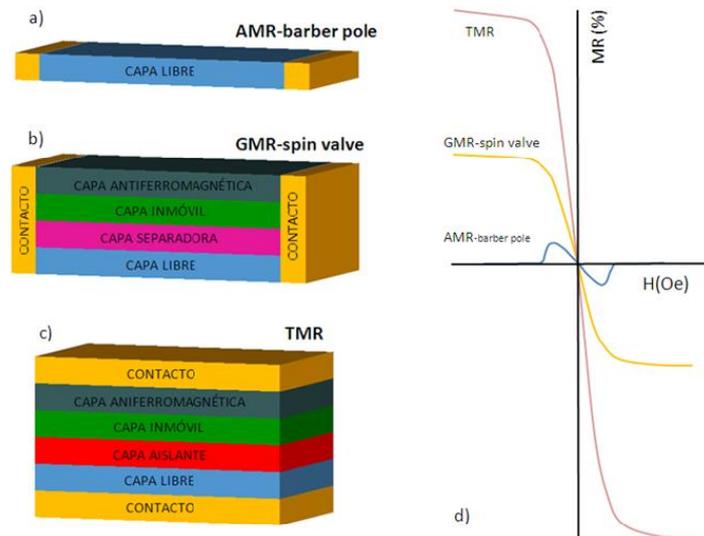


Figura 14 - Topologías de las tecnologías MR: a) Sensor AMR, b) sensor GMR y c) Sensor TMR [11].

### Principio de funcionamiento

El término magnetorresistencia combina la idea de la resistencia eléctrica con el momento de magnetización de un material. Para comprender su definición, es esencial abordar ambos conceptos.

**Resistencia eléctrica:** En un material conductor, los electrones libres son los encargados de llevar la electricidad, desplazándose generalmente por la ruta con mayor conductancia (facilidad de conducción). La resistencia eléctrica puede definirse como la medida en que estas partículas se desvían debido a impurezas o imperfecciones en el material. A mayor dispersión de electrones, más alta será la resistencia del conductor.

En los materiales ferromagnéticos, cada electrón posee un movimiento de rotación intrínseco conocido como espín, un concepto fundamental en mecánica cuántica. El momento magnético de todo el material se determina principalmente por la dirección del espín de la mayoría de los electrones. Si la mayoría de los electrones tienen espines alineados en una dirección, esto induce un momento magnético fuerte en esa dirección.

La configuración paralela ocurre cuando el momento magnético del material y la dirección del espín del electrón están alineados en la misma dirección. Sin embargo, siempre hay un porcentaje de electrones cuyos espines están orientados en dirección opuesta (configuración antiparalela), lo que contribuye a un menor momento magnético neto. Este desequilibrio de espines afecta la resistencia eléctrica del material. Los electrones con diferentes orientaciones de espín experimentan distintos grados de dispersión al interactuar con impurezas o irregularidades en el material.

Por lo tanto, el **Momento de Magnetización** es una medida cuantitativa del magnetismo de un material, originada por la orientación neta de los espines de los electrones en el material. En materiales ferromagnéticos, el momento de magnetización se manifiesta cuando una mayoría de electrones tiene espines alineados en una dirección común, creando un campo magnético neto. Este momento es afectado por la proporción de electrones con espines en configuración paralela y antiparalela, y es una propiedad fundamental que influye en las características magnéticas y eléctricas del material.

La **Figura 15** muestra lo explicado anteriormente.

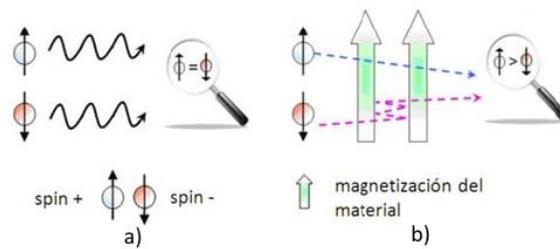


Figura 15 - a) Tipo de spin y b) relación con el momento de magnetización del material que atraviesan [11].

### Sensores AMR

Los sensores AMR (por sus siglas en inglés, "Anisotropic Magnetoresistance") son dispositivos que detectan campos magnéticos a partir de un cambio en su resistencia eléctrica. Estos sensores tienen muchas aplicaciones en diferentes campos, como la medición de la velocidad, la dirección de rotación de ruedas en vehículos, o en aplicaciones industriales para la detección de posiciones.

Una estructura AMR está compuesta por una única lámina de material que posee un momento magnético **M** libre de rotar bajo la influencia de un campo magnético externo **B**. La resistencia eléctrica de la estructura depende del ángulo entre la dirección de la corriente **i** que atraviesa la estructura y el vector magnético de la capa libre. La **Figura 16a** muestra la orientación entre la corriente **i** y el vector de magnetización **M** en ausencia de un campo magnético **B**. Por otro lado, la **Figura 16b** muestra como el vector **M** se acerca a la dirección de la corriente **i** en presencia de un campo magnético externo **B**.

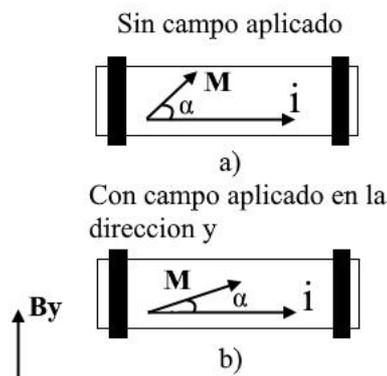


Figura 16 - Variación de la orientación relativa entre la corriente (i) y el campo de magnetización (M) en presencia de un campo magnético externo (B), adaptado de [11].

La resistencia eléctrica disminuye a medida que el ángulo del vector de magnetización se desplaza del vector de corriente que afecta al conductor. La resistencia alcanza su valor más alto cuando los vectores de magnetización son paralelos (ángulo de  $0^\circ$ ) y es menor cuando son perpendiculares (ángulo de  $90^\circ$ ).

En una configuración AMR básica, no es posible determinar la dirección del campo externo simplemente analizando el valor resistivo. Para identificar la orientación de dicho campo, se emplean láminas de aluminio conocidas como "barber-pole", que se colocan sobre el conductor formando un ángulo de 45 grados con el vector de magnetización. Bajo estas condiciones, la correlación entre la resistencia eléctrica y el campo magnético es descrita por la fórmula:

$$R(B) = R_{min} + \frac{\Delta R}{2} (1 + \sin(2\theta)) \quad (32)$$

Donde:

$R_{min}$  es la resistencia eléctrica mínima del material.

$\Delta R$  es la máxima variación de resistencia.

$\theta$  es el ángulo entre el campo definido por la corriente de polarización  $B_0$  y el campo magnético externo  $B$ :

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{B}{B_0}\right)$$

En la **Figura 17** se puede ver la representación gráfica de la característica resistencia-campo de una estructura ‘barber-pole’.

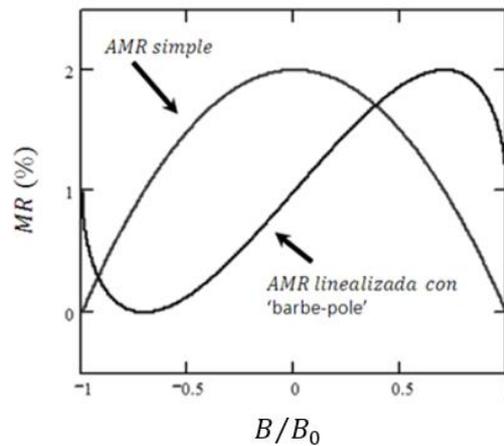


Figura 17 - Característica resistencia-campo magnético de un sensor AMR simple y una estructura AMR ‘barber-pole’ [11].

### Sensores GMR

El sensor GMR (magnetorresistencia gigante) es otra variante de sensor MR, cuya salida depende de la resistencia. El sensor GMR está formado por capas alternas de materiales ferromagnéticos y una capa conductora no magnética, generalmente de cobre, situada entre ellas, ver **Figura 18**. Las capas ferromagnéticas pueden tener sus momentos magnéticos alineados de manera paralela o antiparalela entre sí, ver **Figura 19**.

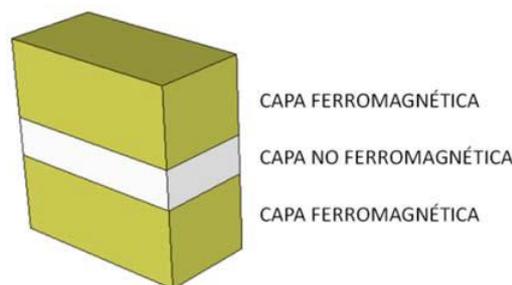


Figura 18 - Estructura GMR multicapas básica [11].

En su estado natural, sin la influencia de un campo magnético externo, las capas ferromagnéticas tienden a alinear sus momentos magnéticos en direcciones opuestas (antiparalelo) debido al acoplamiento antiferromagnético, como ilustra la **Figura 19b**. Esto se refiere a una interacción donde los momentos magnéticos adyacentes prefieren orientarse en direcciones contrarias.

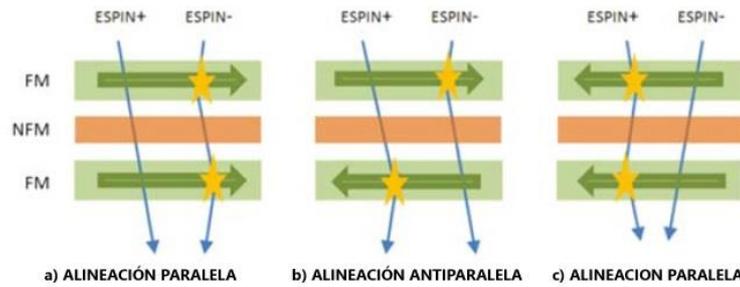


Figura 19 - Dispersión sufrida por los electrones con spin+ y spin- en una estructura GMR básica [11].

Cuando los momentos magnéticos en las capas ferromagnéticas están orientados en direcciones opuestas (**Figura 19b**), la resistencia eléctrica del cobre situado entre ellas es mayor. Esto se debe al principio de dispersión de espín, donde los electrones que pasan a través de las capas ferromagnéticas se dispersan más cuando sus espines están alineados de manera antiparalela.

Al aplicar un campo magnético externo, los momentos magnéticos de las capas ferromagnéticas se alinean en paralelo con el campo (**Figura 19a y c**). Esto reduce la dispersión de espín de los electrones que pasan por la capa conductora y, como resultado, la resistencia del cobre disminuye significativamente.

Este cambio en la resistencia en respuesta a un campo magnético externo es lo que permite al sensor GMR detectar la presencia y la magnitud de campos magnéticos. Por lo tanto, los sensores GMR son extremadamente sensibles y se utilizan en aplicaciones como la lectura de datos en discos duros, sensores en vehículos y en biomedicina.

La alineación paralela tiene menos resistencia que la alineación antiparalela, tal como se muestra en la **Figura 20**. El efecto GMR se da como:

$$\frac{\Delta R}{R_p} = \frac{R_A - R_p}{R_p} \tag{33}$$

Donde:

$R_p$  y  $R_A$  son resistencias eléctricas cuando las direcciones de magnetización de dos capas conductoras son paralelas y antiparalelas entre sí. La capa (L2) es una capa intermedia conductora no magnética.

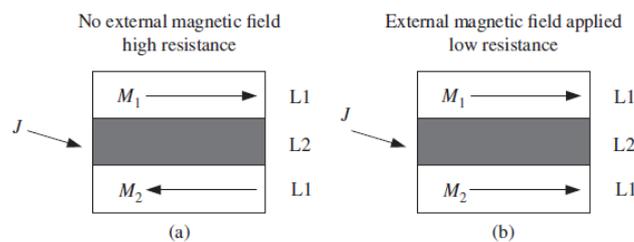


Figura 20 - GMR de doble capa: (a) capa (L1) de magnetización antiparalela cuando no se aplica ningún campo magnético externo y (b) vectores de magnetización (M1, M2) paralelos en un campo aplicado externamente [5].

Los detectores GMR se utilizan para medir campos magnéticos y se pueden diseñar de diferentes maneras para optimizar su sensibilidad y exactitud. La configuración del puente de Wheatstone es una estructura de circuito comúnmente usada para maximizar la precisión en la medición de cambios en la resistencia, que es lo que los detectores GMR miden. Las diferentes configuraciones se pueden ver en la **Figura 21**.

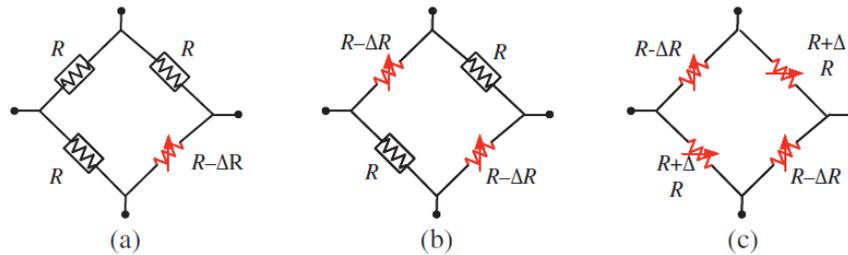


Figura 21 - Configuración de puente de un sensor GMR: (a) elemento único, (b) medio puente y (c) puente completo [5].

**Elemento Único:** En la forma más simple, un detector GMR puede constar de un solo elemento resistivo que cambia su resistencia en presencia de un campo magnético. Esta configuración es simple, pero no es la más precisa, ya que cualquier cambio en la temperatura u otras condiciones ambientales también puede afectar la resistencia y, por lo tanto, la lectura del sensor.

**Medio Puente:** Una configuración de medio puente incorpora dos elementos resistivos GMR: uno está expuesto al campo magnético (resistencia activa) y el otro está protegido del campo (resistencia de referencia). La protección se logra a menudo mediante escudos magnéticos. La diferencia de resistencia entre estas dos resistencias proporciona una medida de la fuerza del campo magnético. Esto mejora la precisión, ya que las variaciones debido a la temperatura afectan a ambas resistencias por igual, y lo que se mide es la diferencia entre ellas.

**Puente Completo:** La configuración más avanzada es el puente de Wheatstone completo, que utiliza cuatro elementos resistivos GMR. Dos de ellos están expuestos al campo magnético y los otros dos están protegidos y actúan como resistencias de referencia. La ventaja de esta configuración es que permite una mayor cancelación de los efectos no deseados, como las fluctuaciones de temperatura, y proporciona una salida diferencial que maximiza la sensibilidad del sensor al campo magnético. Los cambios en la resistencia debido al campo magnético resultan en un desequilibrio en el puente, que se puede medir con gran precisión.

La tensión resultante de la configuración descrita se define como:

$$V_{out+} - V_{out-} = \frac{\Delta R}{2R - \Delta R} (V_+ - V_-) \quad (34)$$

$$V_{out+} - V_{out-} \approx \frac{\Delta R}{2R} (V_+ - V_-) \quad (35)$$

Donde:

$V_{out+}$  y  $V_{out-}$  representan las tensiones de salida,

$V_+$  y  $V_-$  son las conexiones a la fuente de energía

$R$  es la resistencia estándar de los cuatro componentes sin campo magnético.

$\Delta R$  indica la variación en la resistencia de los dos componentes activos al estar en un campo magnético y tiene una proporcionalidad lineal con el campo registrado.

La relación MR de los sensores GMR ronda el 7 %. Dado que  $\Delta R$  es insignificante comparado con  $R$ , la salida del detector GMR también mantiene una proporción lineal con la variación de resistencia.

### Sensores TMR

Los detectores de magnetorresistencia de túnel (TMR), como los GMR, son dispositivos que cambian su resistencia en respuesta a un campo magnético. Sin embargo, mientras que los dispositivos GMR utilizan una capa conductora entre las capas ferromagnéticas, los TMR utilizan una capa aislante que permite el efecto de túnel cuántico, de ahí su nombre.

Los dispositivos TMR están compuestos por 4 capas. Estas capas se pueden ver en la **Figura 22**.

**Capa ferromagnética fija o de pines:** Esta capa tiene su magnetización permanentemente fijada en una

dirección gracias al acoplamiento con una **capa antiferromagnética (AFM)** que se encuentra debajo de ella. El acoplamiento de intercambio entre la capa antiferromagnética y la ferromagnética mantiene la dirección de la magnetización constante en la capa ferromagnética fija.

**Capa Intermedia de Barrera de Túnel:** Es un material aislante, típicamente óxido de magnesio (MgO) o dióxido de aluminio ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), que es lo suficientemente delgado para permitir el paso de electrones por el efecto de túnel cuántico.

**Capa Ferromagnética Libre:** Esta capa tiene una magnetización que puede alinearse libremente en respuesta a un campo magnético externo.

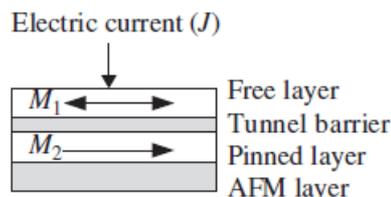


Figura 22 - Diagrama esquemático de la estructura TMR [5].

En los TMR, cuando la magnetización de la capa ferromagnética libre es paralela a la de la capa fija, la resistencia del dispositivo es mínima porque el efecto de túnel permite el paso de electrones entre las dos capas ferromagnéticas a través de la barrera aislante. Cuando las magnetizaciones son antiparalelas, la probabilidad de túnel disminuye y, por lo tanto, la resistencia aumenta, permitiendo solo una corriente mínima.

La variación de la resistencia en los dispositivos TMR es generalmente más significativa que en los dispositivos que utilizan magnetorresistencia anisotrópica (AMR) o magnetorresistencia gigante (GMR), lo que hace que los TMR sean más sensibles a los cambios en los campos magnéticos. Esta variación de la resistencia debido al efecto TMR se determina igual que en los GMR por la ecuación:

$$\frac{\Delta R}{R_P} = \frac{R_A - R_P}{R_P} \quad (36)$$

### Principio de funcionamiento

El principio de funcionamiento de los sensores TMR se muestra en la curva  $R$  vs.  $B$  de la **Figura 23**. Esta curva representa la relación entre la magnetorresistencia (MR) y el campo magnético aplicado ( $B$ ). Esta curva es lineal, lo que significa que la resistencia cambia de manera proporcional al campo magnético aplicado y no hay histéresis magnética, es decir, la curva de respuesta no muestra dependencia del historial previo de magnetización. El cambio de resistencia (efecto MR) depende del ángulo entre la magnetización de la capa libre ( $M_1$ ) y la capa fijada ( $M_2$ ). Cuando  $M_1$  y  $M_2$  son antiparalelos, se observa la resistencia máxima ( $R_H$ ), y cuando son paralelos, la resistencia es mínima ( $R_L$ ). El punto de funcionamiento óptimo del sensor es un valor intermedio entre  $R_H$  y  $R_L$ , donde la respuesta del sensor es más lineal. Este punto es el que se suele utilizar para medir cambios en el campo magnético de manera precisa, ya que la respuesta del sensor es proporcional al campo magnético en esta región.

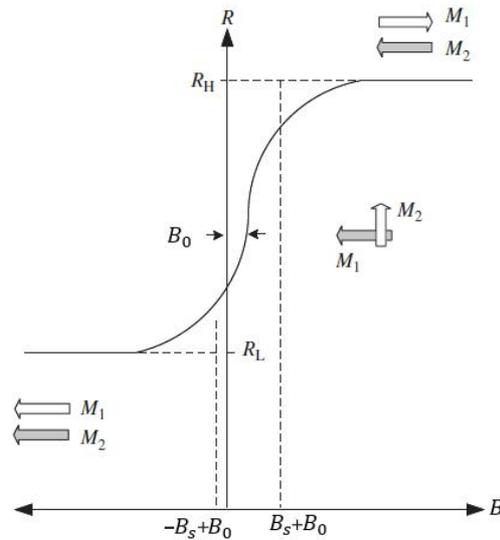


Figura 23 - Curva de respuesta del sensor TMR [5].

Estos cambios en la resistencia se traducen en cambios de voltaje cuando se aplica un campo magnético, permitiendo la detección de dicho campo. Generalmente se utiliza un puente de resistencia como transductor para dar una señal de voltaje en la salida que se amplifica fácilmente. Esta configuración ayuda a reducir el ruido en el dispositivo, la variación de temperatura y otras deficiencias relacionadas.

La **Figura 24** muestra un puente de Wheatstone push-pull único que se compone de cuatro elementos sensores TMR sin blindaje. En este se aplica un voltaje constante entre  $V_{cc}$  (voltaje de alimentación) y GND (tierra), y se mide la diferencia de voltaje entre  $V_+$  y  $V_-$ . Cuando un campo magnético externo es aplicado, cambia la resistencia de los sensores TMR en el puente de Wheatstone, lo que a su vez causa un cambio en la diferencia de voltaje medida. Debido a la disposición push-pull, cuando la resistencia aumenta en un par de sensores TMR, disminuye en el otro par y viceversa, lo que aumenta la variabilidad de la señal y, por lo tanto, la sensibilidad del sensor a los campos magnéticos.

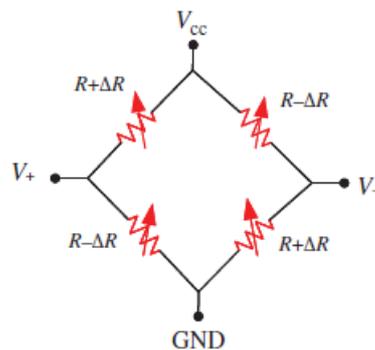


Figura 24 - configuración de sensor TMR, Puente Wheatstone push-pull [5].

La señal de salida del puente es un voltaje analógico que puede ser procesado más a fondo. Un módulo de detección dedicado puede incluir una unidad de procesamiento de señales que maneja tanto el procesamiento analógico como la conversión a una salida digital, y una unidad de fuente de alimentación que proporciona los voltajes necesarios para el funcionamiento del sensor.

### 2.3.5 Comparación entre tecnologías de medición de campo magnético

En los sensores Hall el campo magnético generalmente se amplifica usando un concentrador de flujo magnético para mejorar la sensibilidad de la salida Hall, esto provoca un aumento en el tamaño y peso del sensor. Los elementos Hall tienen un gran consumo y una no-linealidad pobre. Los sensores AMR tienen una mayor sensibilidad que los elementos Hall, pero tienen un rango lineal de operación estrecho, además estos necesitan utilizar una bobina de ajuste/reinicio. Esto da como resultado un aumento de la complejidad de su proceso de fabricación, al mismo tiempo que aumenta su tamaño y consumo de energía. La sensibilidad del elemento sensor

magnético GMR es mayor que la del AMR, pero su rango lineal sigue siendo bajo. Recientemente, se introdujeron elementos TMR (Tunnel MagnetoResistance) como un nuevo tipo de sensor de magnetorresistencia para aplicaciones industriales. Los elementos sensores de campo magnético TMR exhiben un mayor cambio en la resistividad, en función de la inducción del campo magnético aplicado, que el de las tecnologías de magnetorresistencia desarrolladas anteriormente, AMR y GMR. Comparando con un sensor de efecto Hall, un elemento TMR presenta superior estabilidad térmica, mayor sensibilidad, reducido consumo energético, mejor linealidad y prescinde de una estructura intensificadora de flujo. En contraste con un elemento AMR, un TMR ofrece mayor estabilidad térmica, sensibilidad elevada, un rango lineal extenso y no requiere de bobina de calibración. Y al comparar con un sensor GMR, el TMR destaca por su estabilidad térmica, mayor sensibilidad, menor consumo y un rango lineal más extenso.

En la **Tabla 1** se observan los parámetros de rendimiento técnico de los sensores descritos anteriormente. Se pueden ver más claramente los pros y contras de las distintas tecnologías:

Tecnología	Efecto Hall	AMR	GMR	TMR
Consumo de energía (mA)	5~20	1~10	1~10	0.001~0.01
Tamaño del chip ( $mm^2$ )	1 x 1	1 x 1	1 x 1	0.5 x 0.5
Sensibilidad al campo (mV/V/Oe)	~0.05	~1	~3	~100
Rango dinámico (Oe)	~10000	~10	~100	~1000
Resolución ( $nT/Hz^{1/2}$ )	> 100	0.1~10	1~10	0.1~10
Rendimiento de temperatura ( $^{\circ}C$ )	< 150	< 150	< 150	< 200

Tabla 1 - Comparación de tecnologías de medición de campo magnético [12].

A continuación, se detalla lo que significa cada parámetro:

1. **Consumo de energía (mA):** Este parámetro se refiere al consumo de energía en miliamperios (mA) de la tecnología en cuestión. Cuanto menor sea este número, menos energía consumirá el dispositivo.
2. **Tamaño del chip ( $mm^2$ ):** Es el tamaño físico del chip o dispositivo, generalmente medido en milímetros cuadrados ( $mm^2$ ).
3. **Sensibilidad al campo (mV/V/Oe):** Indica cuánto cambia la señal de salida (en milivoltios, mV) por cada voltio de entrada cuando se aplica un campo magnético de 1 Oersted (Oe). Una mayor sensibilidad significa que el dispositivo puede detectar cambios más pequeños en campos magnéticos.
4. **Rango dinámico (Oe):** Es el rango de intensidad del campo magnético que el dispositivo puede medir. Un rango dinámico más grande indica que el dispositivo puede medir campos magnéticos más débiles y fuertes.
5. **Resolución ( $nT/Hz^{1/2}$ ):** Se refiere a la capacidad del dispositivo para distinguir entre dos niveles de campo magnético cercanos. Una resolución más alta permite detectar cambios más pequeños en la intensidad del campo magnético.
6. **Rendimiento de temperatura ( $^{\circ}C$ ):** Indica el rango de temperaturas en las que el dispositivo puede funcionar de manera óptima. Un rango más amplio significa que el dispositivo puede trabajar en condiciones más extremas de temperatura.



# 3 REVISIÓN DE LA LITERATURA

---

*Lo mejor que le puedes ofrecer a tu enemigo es el perdón; a un oponente, tolerancia; a un amigo, tu corazón; a tu hijo, un buen ejemplo; a tu padre, deferencia; a tu madre, una conducta que la haga sentirse orgullosa de ti; a ti mismo, respeto; a los demás, caridad.*

*- Arthur J. Balfour -*

En este capítulo, se realiza una revisión exhaustiva de la literatura existente sobre diferentes metodologías de medición de corriente sin contacto en líneas aéreas. El objetivo principal es analizar y comprender los trabajos previos en este campo.

## 3.1 Metodología de detección sin contacto

Las técnicas para medir corriente sin establecer contacto han sido usadas desde hace mucho tiempo. Su funcionamiento se basa en medir el campo magnético generado por el flujo de corriente en una sección de un circuito, y a partir de este dato, estimar la corriente original. Estas técnicas son comunes en circuitos de baja potencia, para estas mediciones se usan transductores de corriente. Usualmente, esto implica colocar el dispositivo alrededor del conductor para captar el campo magnético y producir un voltaje correspondiente a dicho campo. Aunque hay pinzas amperimétricas capaces de medir grandes cantidades de amperios, no es práctico usarlas en sistemas con altas corrientes. A menos de tener el equipo de protección adecuado, ya sea personal o para aislar el circuito, es arriesgado estar cerca de estos sistemas, incluso si operan a "bajo voltaje" (menos de 1000 V). Con voltajes más altos, instalar estas pinzas sin aislar el sistema se complica, además de que deben resistir dicho voltaje en funcionamiento. Un caso típico son las líneas de transporte eléctrica, donde en ocasiones se debe medir la corriente en estas líneas sin contacto directo. Además, medir corrientes en las líneas de alto voltaje usando métodos convencionales es todo un reto.

El progreso tecnológico de la última década ha sido impresionante, facilitando la fabricación de dispositivos de detección sin contacto altamente sensibles. Este avance ha impulsado investigaciones extensivas en el ámbito académico. La detección sin contacto desempeña un papel vital en las redes inalámbricas, que emplean nodos de detección asequibles, portátiles y eficientes en energía y rendimiento. En el ámbito de sistemas eléctricos, muchos especialistas sugieren métodos de detección similares. Específicamente, para monitorizar líneas de transporte aéreas de alto voltaje, la detección sin contacto se aplica cuando las mediciones se realizan lejos de los conductores con corriente activa.

Esta sección resumirá el principio de algunas de las tecnologías de detección de corriente sin contacto en líneas aéreas. Se ha tratado de describir la metodología usada, teniendo en cuenta en cada caso, si es posible, los siguientes puntos:

- Qué tipo de sensores utilizan.
- Dónde sitúa el estudio los sensores.
- Formulación que relaciona la corriente con el campo medido.

- Qué problemática tiene el método utilizado.
- Caso práctico con resultados numéricos.

### 3.2 Método de sensores sobre torre de transporte [13]

El primer método por describir es aquel que utiliza sensores magnéticos sobre las torres de transporte.

Este método innovador para monitorizar las corrientes en líneas de transporte de alta tensión propone la utilización de sensores sin contacto para medir el campo magnético en las líneas aéreas. Estos sensores tienen la capacidad de medir el campo magnético que se genera debido a las corrientes presentes en cada uno de los conductores de fase de la línea de transporte.

#### 3.2.1 Ubicación y tipo de sensores

Esta metodología sitúa un array (cadena) de sensores magnetorresistivos (MR) TMR, específicamente sensores tridimensionales MR que pueden medir las componentes horizontales y verticales del campo magnético en la parte superior de las torres de transporte, tal como se muestra en la **Figura 25**. Este array puede estar compuesto por una cantidad dada de sensores que se disponen de manera equidistante a lo largo de la torre para garantizar la medición de los campos magnéticos producidos por todos los conductores.

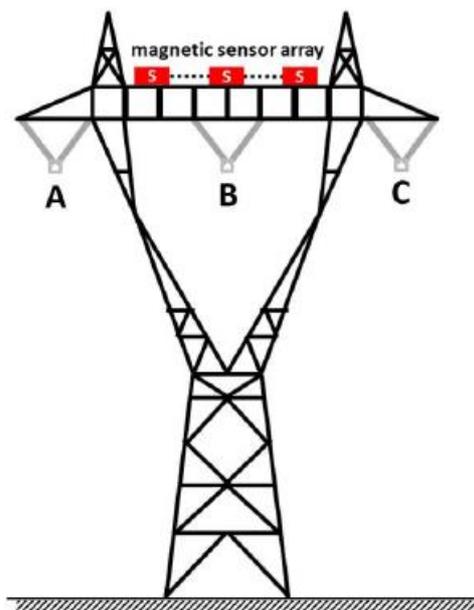


Figura 25 - Ubicación de sensores MR sobre la torre de transporte [13].

#### 3.2.2 Relación entre corriente y campo medido

La metodología de monitorización se divide en dos fases principales, la medición del campo magnético y la reconstrucción de la fuente de corriente.

**Medición del campo magnético:** Durante esta fase, se emplean los sensores MR para medir el campo magnético en diferentes ubicaciones del entorno. Es esencial capturar mediciones del campo magnético tanto en direcciones horizontales como verticales debido a la variabilidad en la orientación de las fuentes de corriente y la posición relativa de los sensores y la línea de transporte.

Para desarrollar la expresión matemática necesaria para interpretar los campos magnéticos generados por varios conductores en cada punto de detección, es necesario comenzar con tres conductores y un punto de detección  $S$ , el cual estará ubicado por encima de los conductores de fase, como se muestra en la **Figura 26**. Los campos magnéticos provenientes de cada uno de los conductores se rigen por la ley de Biot-Savart. La magnitud del vector del campo  $\vec{B}$  se puede obtener mediante las proyecciones de tres componentes (x, y, z) de la siguiente

manera:

$$\vec{B} = \vec{B}_x + \vec{B}_y + \vec{B}_z \quad (37)$$

Donde:

$$\vec{B}_x = B_{x,A} + B_{x,B} + B_{x,C}$$

$$\vec{B}_y = B_{y,A} + B_{y,B} + B_{y,C}$$

$$\vec{B}_z = 0$$

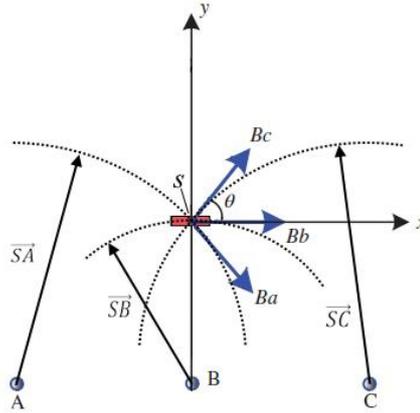


Figura 26 - Cálculo del campo magnético en un punto S. Se supone que la dirección de la corriente es a lo largo del eje z, que apunta hacia el interior de la página.

De la figura cada campo magnético ( $B_a$ ,  $B_b$  y  $B_c$ ) generado por los conductores se puede descomponer en dos componentes como:

$$B_{x,A} = \frac{\mu_0 i_a}{2\pi |\vec{SA}|} \cos(\theta_A), \quad B_{y,A} = \frac{\mu_0 i_a}{2\pi |\vec{SA}|} \sin(\theta_A) \quad (38)$$

$$B_{x,B} = \frac{\mu_0 i_b}{2\pi |\vec{SB}|} \cos(\theta_B), \quad B_{y,B} = \frac{\mu_0 i_b}{2\pi |\vec{SB}|} \sin(\theta_B) \quad (39)$$

$$B_{x,C} = \frac{\mu_0 i_c}{2\pi |\vec{SC}|} \cos(\theta_C), \quad B_{y,C} = \frac{\mu_0 i_c}{2\pi |\vec{SC}|} \sin(\theta_C) \quad (40)$$

Donde  $|\vec{SA}|$ ,  $|\vec{SB}|$  y  $|\vec{SC}|$  son vectores de distancia desde el punto S a cada uno de los conductores de fase. En la **sección 2.2.2** se desarrolló este mismo análisis para un punto de detección P por debajo de las líneas de transporte. Para este método se asume el mismo análisis con la diferencia de que ahora el punto estará por arriba de los conductores.

Las fórmulas (38), (39) y (40) permiten determinar las componentes del campo producido en cada una de las fases de la línea de transporte. A partir de las mediciones de las componentes se puede determinar  $\vec{B}_x$  y  $\vec{B}_y$  y sustituyendo estas en la ecuación (37) se puede obtener el vector de campo magnético  $\vec{B}$ . A partir de (12) se puede obtener la corriente como:

$$I = P^{-1}B$$

**Reconstrucción de la fuente de corriente:** Una vez obtenidos los datos del campo magnético, se procede utilizando un algoritmo de optimización para reconstruir la fuente de corriente a partir de los datos del campo magnético medido. El algoritmo de optimización utilizado en el estudio es el algoritmo del sistema

inmunológico artificial (AIS), que es un método estocástico que imita el comportamiento del sistema inmunológico humano. El AIS se utiliza para reconstruir la corriente a partir de los datos del campo magnético medido. Este enfoque simplifica la búsqueda de la configuración óptima de corrientes que generan el campo observado, imitando cómo el sistema inmunológico humano identifica y reacciona ante amenazas. En la reconstrucción de la corriente, el AIS ajusta iterativamente las estimaciones de corriente para minimizar las diferencias entre los campos magnéticos medidos y los calculados, mejorando la precisión de la reconstrucción.

Este proceso se inicia con un conjunto de parámetros predefinidos de posición  $\mathbf{P}_0$ , estos parámetros provienen de la configuración inicial de la línea de transporte y son registrados en un estado de funcionamiento normal. Luego, basado en el campo magnético medido  $\mathbf{B}_{med}$ , las corrientes de fases  $\mathbf{I}_p$  se estiman mediante un programa de corriente inversa (ICP por sus siglas en inglés), el cual se basa en la estimación de mínimos cuadrados por

$$\mathbf{I}_p = (\mathbf{P}^T \mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}^T \mathbf{B}_{med} \quad (41)$$

Donde:

$\mathbf{P}$  es la matriz de coeficientes que depende de los parámetros de posición ( $\mathbf{P}_0$ ) de las fuentes de corriente, de la sección 2.2.2 podemos escribir  $\mathbf{P}$  como:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} A_{x1} & B_{x1} & C_{x1} \\ A_{y1} & B_{y1} & C_{y1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{xn} & B_{xn} & C_{xn} \\ A_{yn} & B_{yn} & C_{yn} \end{bmatrix} \quad (42)$$

$(\mathbf{P}^T \mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}^T$  es la pseudo-inversa de  $\mathbf{P}$ .

La pseudo-inversa de una matriz es una generalización de la inversa para matrices que no son cuadradas o no tienen inversa convencional. La pseudo-inversa se utiliza para resolver sistemas de ecuaciones lineales y minimizar el error cuadrático

Para una matriz  $\mathbf{A}$  de tamaño  $m \times n$ , la pseudo-inversa  $\mathbf{A}^+$  se define como:

1. Si  $\mathbf{A}$  tiene rango completo (es decir,  $m = n$  y  $\mathbf{A}$  es no singular), entonces la pseudo-inversa es igual a su inversa convencional  $\mathbf{A}^+ = \mathbf{A}^{-1}$ .
2. Si  $\mathbf{A}$  es una matriz rectangular (es decir,  $m \neq n$ ), entonces su pseudo-inversa se calcula utilizando la fórmula de la pseudo-inversa de Moore-Penrose.

$$\mathbf{A}^+ = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \quad (43)$$

$\mathbf{B}_{med} = (B_{medx1}, B_{medy1}, B_{medx2}, B_{medy2}, \dots, B_{medxn}, B_{medyn})$  es el campo magnético instantáneo medido en cada momento y solo tiene componente real debido a que este método se enfoca únicamente en la magnitud de la corriente ( $\mathbf{I}_p$ ) y no calcula la fase (ángulo) de la corriente. Por lo tanto,  $\mathbf{B}_{med}$  refleja únicamente las magnitudes del campo magnético instantáneo sin considerar sus componentes de fase.

$\mathbf{I}_p$  representa la corriente de fase calculada como valores reales instantáneos en cada momento, sin incluir la parte real ni imaginaria.

Luego se obtiene el campo magnético  $\mathbf{B}_{cal}$  usando  $\mathbf{I}_p$  y la matriz  $\mathbf{A}$  en el módulo de evolución de campo magnético (MFE por sus siglas en inglés)  $\mathbf{B}_{cal}$  como:

$$\mathbf{B}_{cal} = \mathbf{A} \mathbf{I}_p \quad (44)$$

Un valor de tolerancia mínimo definido por la distancia  $\mathbf{B}_{cal} - \mathbf{B}_{med}$  se define como la condición final para terminar el proceso de reconstrucción.

Ahora se establece una tolerancia mínima definida por la distancia  $\|\mathbf{B}_{cal} - \mathbf{B}_{med}\|$ , el cual actúa como la

condición de finalización del proceso iterativo de reconstrucción. En caso de que el  $B_{cal}$  generado por los parámetros iniciales de posición  $P_0$  no cumple con la condición final, entonces el algoritmo AIS genera aleatoriamente nuevos parámetros de posición  $P_{new}$  en un módulo de optimización de posición de origen (SPO por sus siglas en inglés).

Utilizando como referencia al campo magnético medido  $B_{med}$  y la recién generada  $P_{new}$ , el ICP vuelve a calcular nuevamente  $I_p$ , por igual se calcula el nuevo valor de  $B_{cal}$  en el MFE, este nuevo valor calculado se compara con el valor medido nuevamente. Cuando la distancia euclidiana es menor que el valor de tolerancia mínimo, entonces el proceso de optimización finaliza y los valores de  $P_{new}$  e  $I_p$  resultantes se guardan como los valores reales de los parámetros de la línea de transporte, de lo contrario, la iteración continua. Este proceso de reconstrucción se repite múltiples veces para obtener los resultados finales de  $P_{new}$  que son los promedios de las  $N$  optimizaciones. En consecuencia, la corriente de fase ( $I_p$ ) final se obtiene a partir de una nueva posición optimizada ( $P_{new}$ ) y del campo magnético medido ( $B_{med}$ ).

Todo este proceso se puede visualizar de forma gráfica en el flujograma de la **Figura 27**.

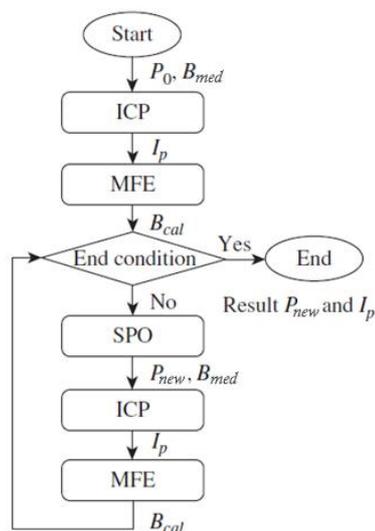


Figura 27 - Flujograma del proceso de reconstrucción de la fuente de corriente [13].

### 3.2.3 Caso práctico y simulación

Se realizó un experimento de laboratorio con el fin de verificar esta tecnología de reconstrucción de la fuente de corriente, la configuración se basó en un conjunto de once sensores MR y una línea de transporte eléctrica trifásica como banco de prueba. Esta configuración se puede visualizar en la **Figura 28**, donde la cadena de once sensores se encuentra ubicada en la parte superior de las líneas de transporte, estos sensores tienen una separación de 10 cm entre ellos, la distancia vertical entre los sensores y las líneas es de 26 cm y las líneas están a una altura de 68 cm del suelo.

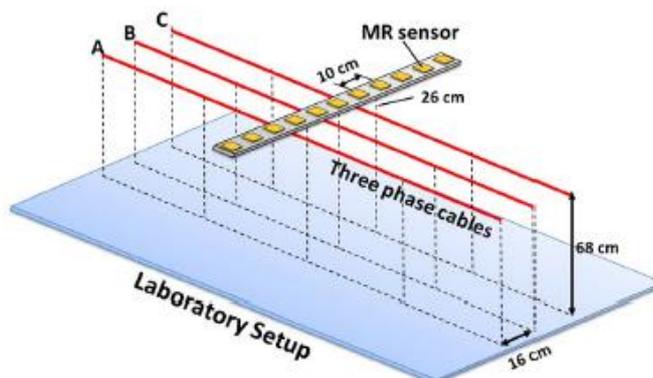


Figura 28 - Configuración para verificar el método propuesto [13].

Se realizó una primera prueba en estado normal, al conectar la fuente de alimentación el valor máximo de corriente de cada fase fueron 16.2 A, 16.4 A y 16.2 A en las fases A, B y C, respectivamente. El campo magnético instantáneo fue medido por el conjunto de sensores tal como muestra la **Figura 29**, los valores del campo magnético medidos por el conjunto de sensores MR coinciden perfectamente con los valores calculados según la ley de Biot-Savart. A partir de este campo medido se reconstruyó la corriente en las líneas eléctricas con el procedimiento visto anteriormente, el resultado de esta prueba se puede ver en la **Tabla 2**.

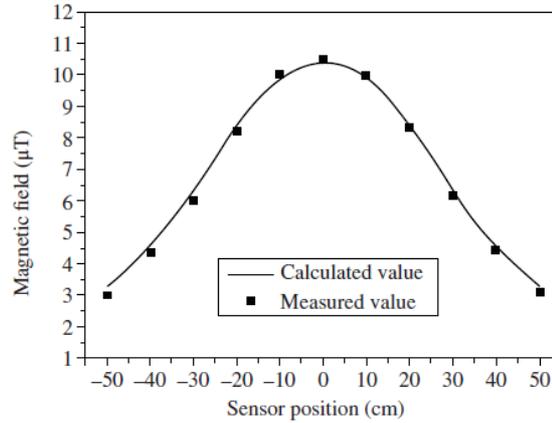


Figura 29 - Valores del campo magnético medidos por los sensores MR y valores calculados según la ley de Biot-Savart [13].

		Fase A (A)	Fase B (A)	Fase C (A)
<b>Caso normal</b>	<b>Valor real (otro método)</b>	16.20	16.40	16.21
	<b>Valor medido por este método</b>	16.12	16.40	16.11
	<b>Error relativo (%)</b>	-0.49	0	-0.62

Tabla 2 - Resultado de la medición de corriente en un caso normal [13].

En la **Tabla 2** se comparan los resultados de la reconstrucción de corriente utilizando este método con los valores reales de corriente obtenidos por otro método, y el error relativo entre estos dos valores. El error promedio del valor de corriente máxima es del 0.35 %.

Una segunda prueba fue realizada para verificar este método en estados de operación anormales, se realizaron cuatro casos de estudio en los cuales dos de ellos simulaban la flecha del conductor (deformación que sufre la línea debido a factores externos como el viento, la nieve o el peso de los conductores) y los otros dos imitaban la situación de desequilibrio de corriente. La **Tabla 3** muestra los cuatro casos de estudio. Las corrientes que se muestran en cada uno de los casos son el valor de corriente máxima (obtenida por otro método) de cada una de las fases en el momento de hacer las pruebas.

<b>Caso</b>	<b>Corriente máxima de fases (A)</b>			<b>Altura de línea eléctrica (cm)</b>		
	<b>Fase A</b>	<b>Fase B</b>	<b>Fase C</b>	<b>Fase A</b>	<b>Fase B</b>	<b>Fase C</b>
<b>1</b>	16.8	16.5	16.2	68.0	48.0	68.0
<b>2</b>	16.8	16.5	16.6	48.0	68.0	68.0
<b>3</b>	16.6	8.1	16.6	68.0	68.0	68.0
<b>4</b>	16.5	16.3	8.3	68.0	68.0	68.0

Tabla 3 - Casos de estudio en estado anormal [13].

Los resultados de la reconstrucción de la corriente de fase para estos casos se muestran a continuación.

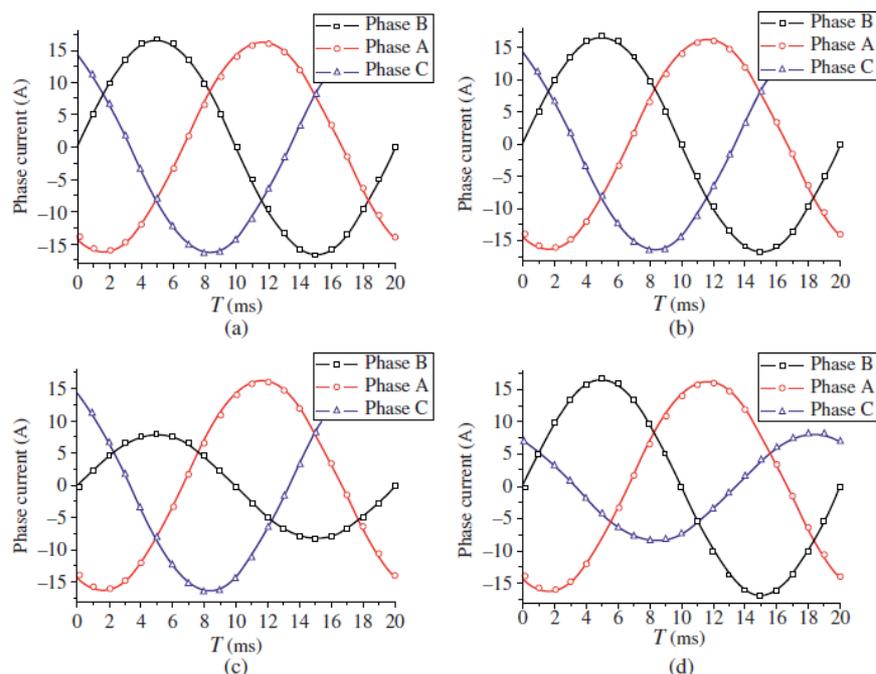


Figura 30 - Resultados de la reconstrucción de corriente de los casos anormales: (a) resultado de la reconstrucción del caso 1, (b) resultado de la reconstrucción del caso 2, (c) resultado de la reconstrucción del caso 3, (d) resultado de la reconstrucción del caso 4 [13].

La **Figura 30** muestra los resultados de los casos anormales, las líneas continuas representan las corrientes instantáneas calculadas por la ley de Biot-Savart, mientras que los cuadrados, círculos y triángulos representan las corrientes medidas por los sensores de campo magnético. Los resultados dieron unos errores de amplitud de corriente de fase inferior al 0.4 %. Estos experimentos que se realizaron con el banco de prueba demuestran el principio de funcionamiento de este método de monitoreo de corriente basado en la medición del campo magnético y reconstrucción de la fuente de corriente. Las pruebas demostraron que el método funciona correctamente con un error mínimo, independientemente si la línea de transporte se encuentra operando en estado normal o en un estado anormal.

En los casos en el que un conductor aumenta su flecha (caso 1 y 2), surge una incertidumbre respecto a la precisión de la medición de corriente. La dificultad radica en que el método de medida no puede detectar directamente la flecha del conductor, lo que puede llevar a una lectura de corriente menor que la real. Sin embargo, sorprendentemente, el método de medida sigue siendo capaz de detectar la corriente de manera precisa. ¿Cómo es esto posible? La clave podría residir en la naturaleza del método mismo, que parece ser inmune a la variación de la distancia de los conductores sobre el suelo.

Esta inmunidad se debe en parte a la disposición estratégica de los sensores en las torres. Los sensores están estratégicamente colocados en lo alto de las torres, justo encima de los elementos que sostienen los cables (los aisladores) como muestra la **Figura 31**. En esta posición elevada, cualquier flecha es tan pequeño que no influye en la medición. Por eso, los sensores pueden obtener la información necesaria para medir la corriente sin ser afectados por los cambios en la distancia entre los cables y el suelo.

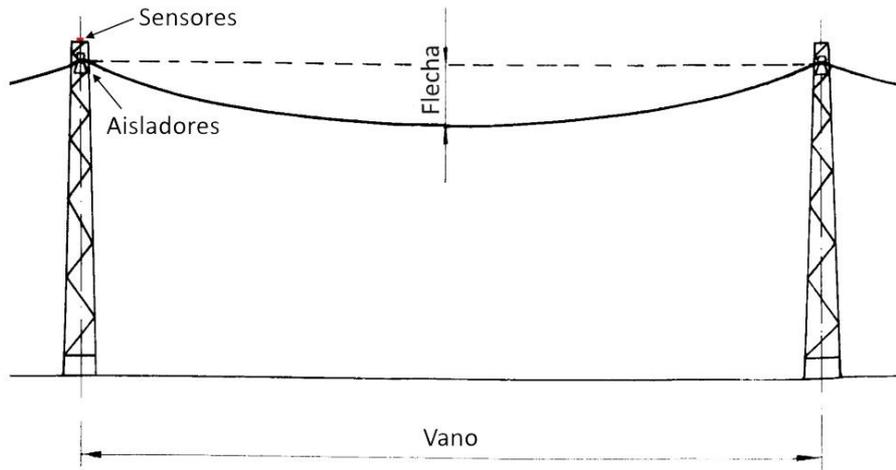


Figura 31 - Ubicación de los sensores y flecha del conductor, adaptado de [14].

### Aplicación en una línea de 500 kV

Además del experimento de laboratorio, en este estudio también se realizó una simulación para probar este método de reconstrucción en una línea de transporte de 500 kV. La **Figura 32** muestra el modelo de torre de transporte utilizado en la simulación. Este modelo es una línea trifásica de 50 Hz 500 kV con una corriente máxima de 3.75 kA por fase. Los conductores están dispuestos en forma horizontal y el array de sensores se colocó por encima de estos, tal como muestra la figura. El array de sensores estaba compuesto por 11 sensores magnetorresistivos con una separación de 1.0 m entre ellos.

Se realizó una primera simulación en estado normal de operación, obteniendo un flujo magnético máximo de  $292 \mu\text{T}$  en la posición central del sensor. Los resultados de esta simulación en estado normal se pueden ver en la **Figura 33 a) y b)**.

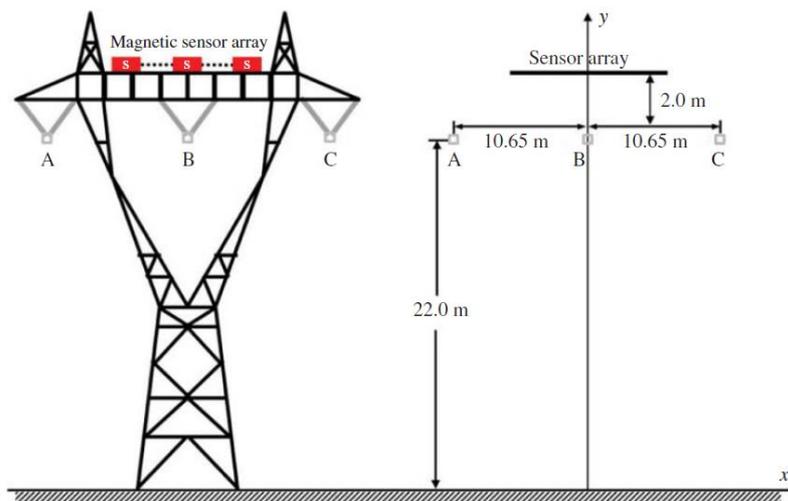


Figura 32 - Modelo de simulación de una torre de transporte de alta tensión de 500 kV. Los cuadrados rojos marcados con "S" indican el conjunto de sensores MR [13].

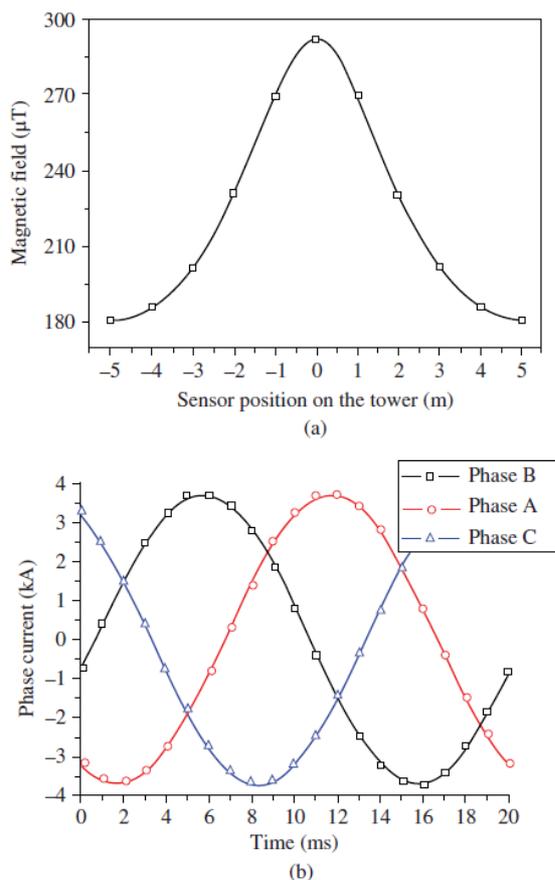


Figura 33 - Resultados en estado normal de operación: (a) Campo magnético en el nivel superior de la torre de transporte, los cuadros indican los valores del campo magnético en las posiciones de los sensores magnéticos y (b) Resultados de la reconstrucción de corriente de fase correspondiente [13].

Se encontró que las amplitudes de las corrientes de fase se reconstruyen con un error promedio de 0.13 % con respecto al valor real.

### Efecto de la estructura de acero en la medición del campo

Una de las principales preocupaciones de este método es el efecto que podría tener la estructura de acero de la torre de transporte en la medición del campo magnético.

El estudio llevó a cabo simulaciones para investigar cómo la estructura de acero de las torres de transporte podría influir en las mediciones del campo magnético. Esta preocupación surge porque la estructura metálica podría alterar o distorsionar el campo magnético emanado por las líneas de transporte, lo que a su vez podría afectar la precisión de las mediciones.

Para abordar esta preocupación, se utilizó un modelo que representaba la parte superior de una torre de transporte, este se muestra en la **Figura 34(a)**. En este modelo, se simuló un campo magnético emitido por los conductores de la línea de transporte que operaban en un estado normal con corrientes de fase de 50 Hz y 3.75 kA.

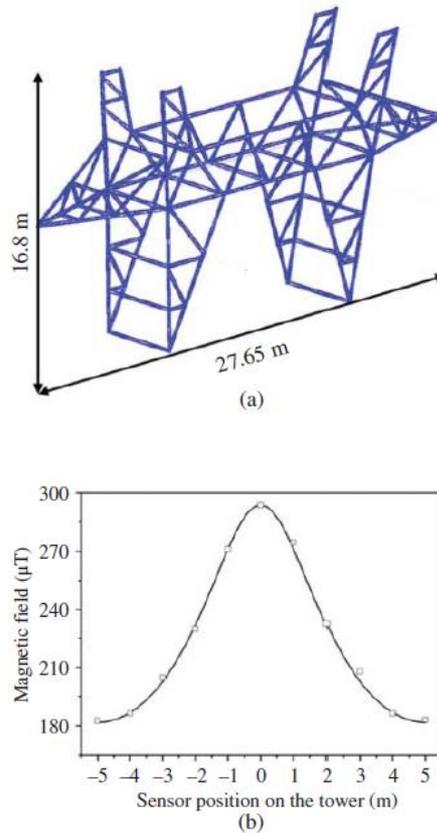


Figura 34 - (a) Marco superior de la torre de transporte, (b) Resultados de la simulación, la curva muestra los cálculos del campo magnético sin considerar la parte superior de la torre de transporte y los cuadrados representan el campo magnético calculado teniendo en cuenta la parte superior de la torre de transporte [13].

Los resultados de la simulación se compararon con cálculos analíticos del campo magnético que no tenían en cuenta la estructura de acero de la torre, estos se muestran en la **Figura 34(b)**. Sorprendentemente, los resultados mostraron que la estructura de acero de la torre tenía un impacto insignificante en la distribución del campo magnético cerca de las líneas. Esto significa que la presencia de la torre de acero no afectaría significativamente a las mediciones realizadas por la matriz de sensores.

### 3.2.4 Problemática del método

**No permite medición *in situ*:** Este método está diseñado para colocarse fijo en la parte superior de una torre de transporte, esto solo permite la medición en un solo punto del sistema, por lo tanto, no es posible realizar medición *in situ* las cuales suelen ser tareas temporales y a corto plazo.

**Exposición a condiciones ambientales:** El método no menciona nada sobre una estructura para cubrir los sensores, por lo que sería una problemática si la precisión es afectada por condiciones ambientales tales como lluvia, hielo, granizo, polvo, niebla o la nieve

**Dificultad en la instalación y mantenimiento:** La implementación de este método implica colocar los sensores en la parte superior de las torres, lo cual es muy difícil y peligroso, ya que obliga al operario a trabajar a gran altura y cerca de conductores vivos, a menos que se interrumpa la transmisión de electricidad para realizar la instalación y el mantenimiento, lo que también sería un problema asociado con el método.

## 3.3 Método de sensores sobre el suelo [7] [15]

Los estudios en [7] y [15] presentan un método de medición de corriente sin contacto para medir corriente trifásica en las líneas aéreas utilizando sensores magnéticos sin contacto. Estos métodos proponen la utilización de una matriz de sensores magnéticos verticales para medir los campos magnéticos desde el suelo debajo de las líneas aéreas.

### 3.3.1 Ubicación y tipo de sensores

En lugar de utilizar sensores agrupados de forma horizontales como en el método visto anteriormente, en este método se prefiere emplear un conjunto de sensores agrupados verticalmente, los cuales se colocan en el suelo por debajo de los conductores de la línea de transporte.

La ilustración de este método se presenta en la **Figura 35**, donde se muestra la disposición de los sensores verticales a lo largo del eje  $x$ , con una separación específica entre capas de sensores. El enfoque principal del método es minimizar el número de sensores magnéticos necesarios. Para abordar esto, se utilizan sensores magnetorresistivos de tres ejes que pueden medir tanto las componentes horizontales como las verticales del campo magnético en un punto determinado.

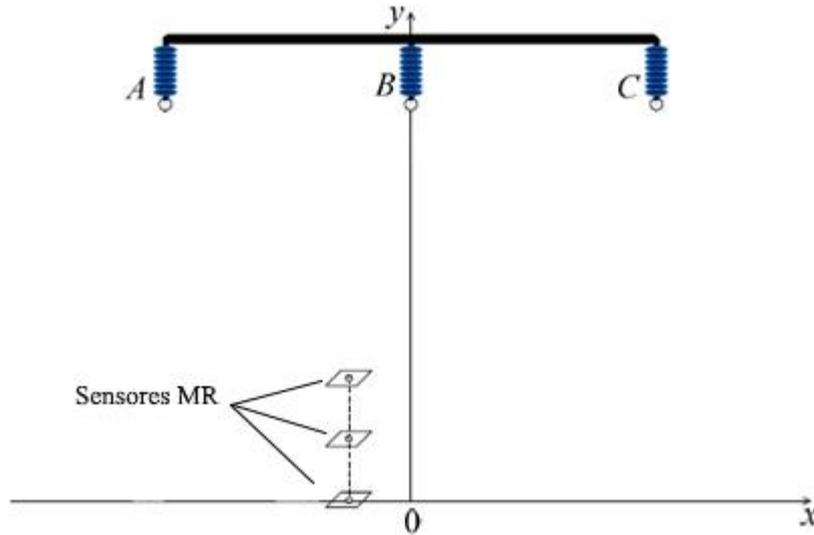


Figura 35 - Sensores en disposición vertical sobre el terreno, adaptado de [7].

### 3.3.2 Relación entre corriente y campo medido

Igual que el método visto anteriormente, este se basa en la Ley de Biot-Savart para relacionar el campo magnético inducido y la corriente en cada una de las fases.

En este método se descomponen las magnitudes del campo magnético en dos, una componente horizontal  $B_x$  y otra vertical  $B_y$  como suma de las de cada fase, para así obtener la correlación entre los campos magnéticos espaciales y las corrientes trifásicas, separando ( 12 ) en sus componentes vertical y horizontal nos queda:

$$B_x = [A_x \quad B_x \quad C_x] \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$B_y = [A_y \quad B_y \quad C_y] \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \quad (46)$$

El desarrollo de estas ecuaciones se puede ver en la **sección 2.2.2**.

Recordando que:

$A_x, A_y, B_x, B_y, C_x$  y  $C_y$  son coeficientes que representan las propiedades geométricas de cada una de las fases con respecto al punto de detección e  $i_A, i_B$  e  $i_C$  son las corrientes en cada una de las fases.

Para simplificación asumiremos  $P$  como la matriz de coeficiente e  $i_{fase}$  como la matriz de corrientes.

$$B_x = [P_x]_{3 \times 3} [i_{fase}]_{3 \times 1} \quad (47)$$

$$B_y = [P_y]_{3 \times 3} [i_{fase}]_{3 \times 1} \quad (48)$$

Suponiendo que el arreglo de sensores verticales está compuesto por N capas de sensores MR, este puede detectar N grupos de campos magnéticos en los ejes x e y ( $B_x, B_y$ ) de forma simultánea, los cuales se representan como  $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$  (donde  $n=2N$ ). Las matrices geométricas correspondientes son  $[P_1]_{1 \times 3}, [P_2]_{1 \times 3}, [P_3]_{1 \times 3}, \dots, [P_n]_{1 \times 3}$ . Por lo tanto, los campos magnéticos detectados en su totalidad pueden expresarse de la siguiente manera:

$$[B]_{n \times 1} = [P]_{n \times 3} [i_{fase}]_{3 \times 1} \quad (49)$$

Donde

$$[B]_{n \times 1} = (B_1, B_2, \dots, B_n)^T \quad (50)$$

$$[P]_{n \times 3} = \begin{bmatrix} [P_1]_{1 \times 3} \\ [P_2]_{1 \times 3} \\ \vdots \\ [P_n]_{1 \times 3} \end{bmatrix} \quad (51)$$

De las ecuaciones (49) podemos resolver las corrientes trifásicas.

Sin embargo, debido a errores en los datos geométricos, no es posible calcular las corrientes trifásicas con precisión directamente a partir de estas ecuaciones. Por lo tanto, se desarrollan dos métodos para la reconstrucción de la corriente trifásica, un primer método basado en un algoritmo de **ecuación lineal** y un nuevo método de medición de corriente basado en un **algoritmo compuesto**.

### Método de ecuación lineal

Como existen tres corrientes desconocidas, idealmente con tres señales de campo magnético, las corrientes trifásicas las podemos resolver según (49), como:

$$[i_{fase}]_{3 \times 1} = [P]_{3 \times 3}^{-1} [B]_{3 \times 1} \quad (52)$$

Como la geometría de los conductores de las líneas aéreas es difícil de determinar desde el suelo y los sensores de campo magnético tienen errores de medición, se consideran errores tanto en  $P$  ( $[P]_{3 \times 3}$  error) como en  $B$  ( $[B]_{3 \times 1}$  error). Por lo tanto, cuando se utiliza el método de ecuación lineal en (52) para resolver las corrientes trifásicas, puede haber errores considerables en las soluciones obtenidas. Aquí, el número de condición de la matriz de coeficientes se utiliza para evaluar la sensibilidad de (52) a los errores en  $[P]_{3 \times 3}$  y  $[B]_{3 \times 1}$ . El número de condición correspondiente a la norma 2 adoptada viene dado por:

$$\text{cond}([P]_{3 \times 3}) = \|[P]_{3 \times 3}\|_2 \|[P]_{3 \times 3}^{-1}\|_2 \geq \|E\|_2 = 1 \quad (53)$$

Donde:

$E$  denota la matriz identidad. Teóricamente el número de condición debería ser lo más cercano posible a 1, para que sea menos sensible a errores.

El subíndice 2 se refiere a la norma 2 o norma euclidiana, que es una manera de medir la "longitud" de un vector o la "magnitud" de una matriz en el espacio euclidiano.

En [15] se realizó una prueba para calcular el número de condición cuando el conjunto de sensores colocados uno encima de otro (disposición vertical) se encuentra en diferentes posiciones del eje x debajo de la línea aérea como muestra la **Figura 36**, para esto se consideró que tres señales de detección de campos magnéticos se miden mediante tres sensores de un solo eje con direcciones de detección a lo largo del eje x y considerando las distancias  $d_{23}$  y  $d_{12}$  entre los sensores iguales a 0.5 m.

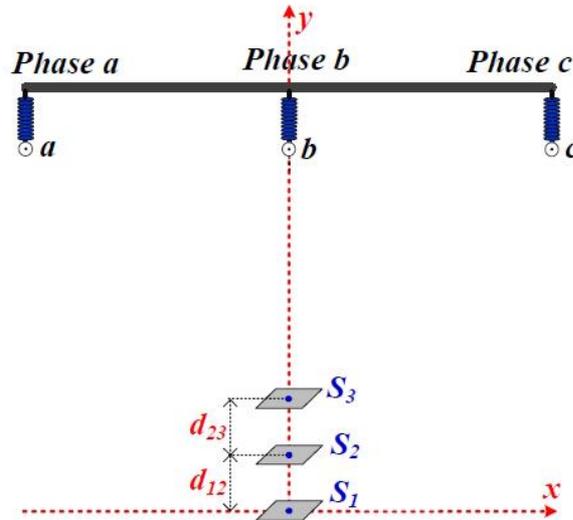


Figura 36 - Sensores en disposición vertical con separación de 0.5 m [15].

Debido a que la línea aérea es simétrica con respecto al eje  $y$ , solo se representaron los resultados en el eje  $x$  positivo. Los resultados del cálculo del número de condición se muestran en la **Figura 37** correspondientes a las coordenadas izquierda de color azul. En la gráfica se observa que el número de condición es mayor que  $1 \times 10^4$  en todas las posiciones del eje  $x$  cuando se utilizan los tres sensores de un solo eje para medir los campos magnéticos del eje  $x$ . En el origen  $(0,0)$  la matriz  $[P]_{3 \times 3}$  es una matriz singular (matriz cuadrada cuyo determinante es igual a cero) y su número de condición correspondiente es infinito, por lo que no se considera.

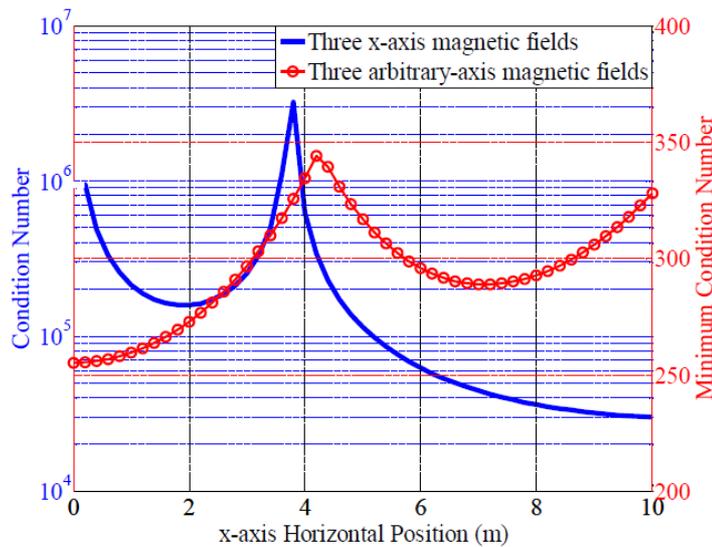


Figura 37 - Número de condición cuando el sensor vertical de campo magnético está en diferentes posiciones del eje  $x$  [15].

Los sensores en cada capa se pueden diseñar para medir el campo magnético en los ejes  $x$  o  $y$ . Por lo tanto, los tres sensores pueden tener ocho combinaciones de direcciones de medición, estas ocho combinaciones se muestran en la **Figura 38**. Se calcularon las condiciones numéricas para estas ocho combinaciones en distintas posiciones del eje  $x$ , como se muestra en la **Figura 37** correspondientes a las coordenadas derecha en color rojo. El número mínimo de condición es aproximadamente 255 cuando se sitúa el conjunto de sensores verticales en el origen  $(0,0)$ . En este punto, la orientación de detección de cada capa corresponde al eje  $x$  para  $S_1$ , al eje  $y$  para  $S_2$  y nuevamente al eje  $x$  para  $S_3$ . Es importante destacar que, como las direcciones de detección de las tres capas no son idénticas,  $[P]_{3 \times 3}$  no resulta en una matriz singular en el origen  $(0, 0)$ , por lo cual este es la mejor coordenada para colocar los sensores.

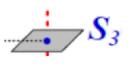
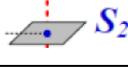
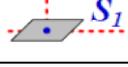
	1	2	3	4	5	6	7	8
 $S_3$	→	↑	→	→	→	↑	↑	↑
 $S_2$	→	→	↑	→	↑	→	↑	↑
 $S_1$	→	→	→	↑	↑	↑	→	↑

Figura 38 - Combinaciones de direcciones de medición de los tres sensores magnéticos.

De acuerdo con el mínimo número de condición, la mejor posición del conjunto de sensores magnéticos verticales es el origen (0,0) y la detección del campo magnético de cada capa es la mostrada de color rojo en la **Figura 38** (el eje x para  $S_1$ , el eje y para  $S_2$  y el eje x para  $S_3$ ). Con esta configuración se puede evaluar el método de ecuación lineal. La fuente de error puede incluir la geometría del conductor de la línea aérea y el sensor de campo magnético.

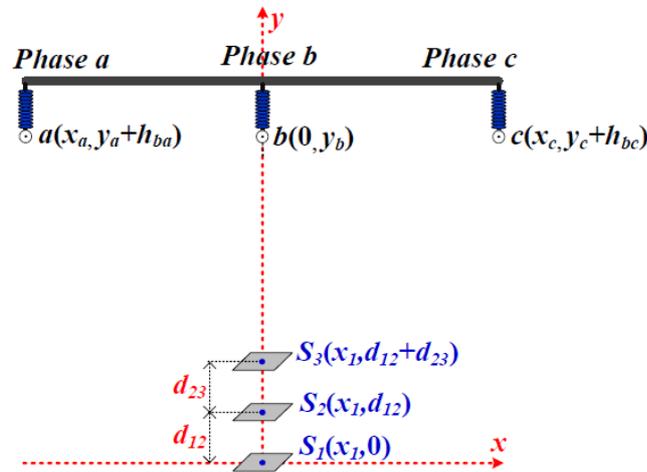


Figura 39 - Parametrización de la geometría del conductor de la línea aérea [15].

En cuanto a la geometría de los conductores de la línea aérea, como la que se muestra en la **Figura 39**. La fuente de error de esta geometría incluye:

- 1- **Error de geometría de la torre**, en un caso ideal la altura de los tres conductores sería la misma, mientras que en la realidad esto no es así, ya que puede haber una pequeña diferencia en la altura de los conductores, por tanto, para representar esta diferencia se toma como altura de referencia la altura del conductor central ( $y_b$ ), mientras que la altura de los conductores de la fase A ( $y_a$ ) y fase C ( $y_c$ ) se le suma un parámetro  $h_{ba}$  y  $h_{bc}$  respectivamente, estos parámetros representan la diferencia de altura entre los conductores laterales y el conductor central.
- 2- **Error geométrico del conjunto de sensores verticales.**

Las especificaciones de la torre se pueden obtener de las empresas de servicios públicos. Con estas especificaciones más la posición del conjunto de sensores verticales en (0,0) es suficiente para construir  $[P]_{3 \times 3}$ .

**Nuevo método de medición de corriente (Algoritmo compuesto)**

En este estudio se diseñó un nuevo método para la medición de corriente. Este se basa en el número de condición del método de ecuación lineal desarrollado anteriormente y adopta la posición de origen (0,0) del sensor de campo magnético vertical.

Para mejorar la precisión de este algoritmo de corriente, los sensores magnéticos en cada capa están diseñados para medir el campo magnético en ambas direcciones (eje x y eje y) de forma simultánea. Por lo tanto, a diferencia del modelo anterior que mide tres señales de campo magnético, en este hay seis señales de medición del campo magnético. La ecuación ( 49 ) se puede reescribir como:

$$[B]_{6 \times 1} = [P]_{6 \times 3} [i_{fase}]_{3 \times 1} \quad (54)$$

Donde:

$$[B]_{6 \times 1} = (B_{1x}, B_{1y}, B_{2x}, B_{2y}, B_{3x}, B_{3y})^T \quad (55)$$

$$[P]_{6 \times 3} = ([P_{1x}]_{1 \times 3}, [P_{1y}]_{1 \times 3}, [P_{2x}]_{1 \times 3}, [P_{2y}]_{1 \times 3}, [P_{3x}]_{1 \times 3}, [P_{3y}]_{1 \times 3})^T \quad (56)$$

$$[i_{fase}]_{3 \times 1} = Re[i] + j Imag[i] \quad (57)$$

El método descrito en la ecuación permite calcular tanto la magnitud como la fase de la corriente, ya que  $i_{fase}$  se compone de valores reales e imaginarios. Esto significa que el método no solo estima cuánto es la corriente, sino también su dirección y fase relativa.

Como los sensores de campo magnético tienen errores, las señales que se detectan de la ecuación (54) no son iguales a los campos magnéticos reales. Por tal razón esta ecuación debe corregirse. Este estudio, con el fin de simplificar el análisis, solo considera el error en la magnitud. Asumiendo que  $e_{1x}, e_{1y}, e_{2x}, e_{2y}, e_{3x}$  y  $e_{3y}$  son los errores de  $B_{1x}, B_{1y}, B_{2x}, B_{2y}, B_{3x}$  y  $B_{3y}$  respectivamente, esto se puede expresar de forma matricial como:

$$[S]_{6 \times 6} = diag(e_{1x}, e_{1y}, e_{2x}, e_{2y}, e_{3x}, e_{3y}) \quad (58)$$

El campo magnético real  $[B_{real}]_{6 \times 1}$  será el campo magnético medido  $[B_{med}]_{6 \times 1}$  considerando los errores:

$$[B_{real}]_{6 \times 1} = ([E]_{6 \times 6} + [S]_{6 \times 6}) [B_{med}]_{6 \times 1} \quad (59)$$

Donde  $[E]_{6 \times 6}$  es la matriz identidad, por lo tanto, la ecuación (54) se puede modificar como:

$$[B_{real}]_{6 \times 1} = ([E]_{6 \times 6} + [S]_{6 \times 6}) ([P]_{6 \times 3} [i_{fase}]_{3 \times 1}) \quad (60)$$

En (54) tenemos 20 parámetros desconocidos que corresponden a:

1.  $[i_{fase}]_{3 \times 1}$  tiene seis parámetros de corriente (magnitudes y fases).
2.  $[P]_{6 \times 3}$  tiene ocho parámetros geométricos ( $x_a, x_c, y_b, h_{ba}, h_{bc}, x_1, d_{12}, d_{23}$ ).
3.  $[S]_{6 \times 6}$  tiene seis parámetros de errores de detección del sensor vertical.

A estos 20 parámetros desconocidos los podemos agrupar en un vector  $X$ . Las soluciones exactas de  $X$  son difíciles de obtener; sin embargo, en realidad solo es necesario acercarse lo suficiente a los dos lados de la ecuación (60). De esta manera,

$$[g]_{6 \times 1} = [B_{real}]_{6 \times 1} - ([E]_{6 \times 6} + [S]_{6 \times 6}) ([P]_{6 \times 3} [i_{fase}]_{3 \times 1}) \quad (61)$$

La ecuación (60) dice cómo calcular las estimaciones del campo magnético basándose en los parámetros actuales, incluyendo los ajustes por cualquier error de medición. Es como la "mejor conjetura" de qué tan fuerte es el campo magnético en diferentes puntos, dadas tus suposiciones actuales. La fórmula (61) calcula la diferencia entre la conjetura y las mediciones reales. Esto da una idea de cuán buenas son las suposiciones: cuanto menor sea la diferencia, mejores serán las suposiciones.

Entonces, el número de condición de la ecuación  $[g]_{6 \times 1}$  usando la norma 2 es,

$$f(X) = \|[g]_{6 \times 1}\|_2 \quad (62)$$

Este estudio implica un problema de optimización no lineal, por lo tanto, el propósito es hacer  $f(X)$  lo más pequeño posible, de modo que las corrientes trifásicas puedan calcularse con precisión.

El procedimiento de este nuevo método de medición de corriente se puede ver gráficamente en la **Figura 40**. Este inicia con la colocación de tres sensores de campo magnéticos, los cuales se colocan de forma vertical en el suelo para así poder medir tres conjuntos de señales de campo magnéticos en las direcciones x e y ( $B_x$  y  $B_y$ ).

Posteriormente, las componentes fundamentales (eficaz) de los campos magnéticos se calculan mediante la transformada rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en inglés). Luego se deben considerar los valores iniciales de los parámetros desconocidos de  $X$  (20 parámetros desconocidos), denominados  $X_0$ .

Los valores iniciales para los parámetros geométricos de la línea aérea ( $x_a, x_c, y_b, h_{ba}, h_{bc}, x_1, d_{12}, d_{23}$ ) se pueden obtener según las especificaciones de geometría de la torre proporcionada por las empresas de servicios públicos. Además, se asume que los valores iniciales de los seis parámetros relacionados con los errores de los sensores magnéticos son cero, y los valores iniciales de los seis parámetros de corriente se suponen como se muestra en la **Tabla 4**.

	$I_a$		$I_b$		$I_c$	
Parámetro	RMS	Fase	RMS	Fase	RMS	Fase
Valor inicial	0 A	0°	0 A	-120°	0 A	120°

Tabla 4 - Valores iniciales para los seis parámetros de corriente [15].

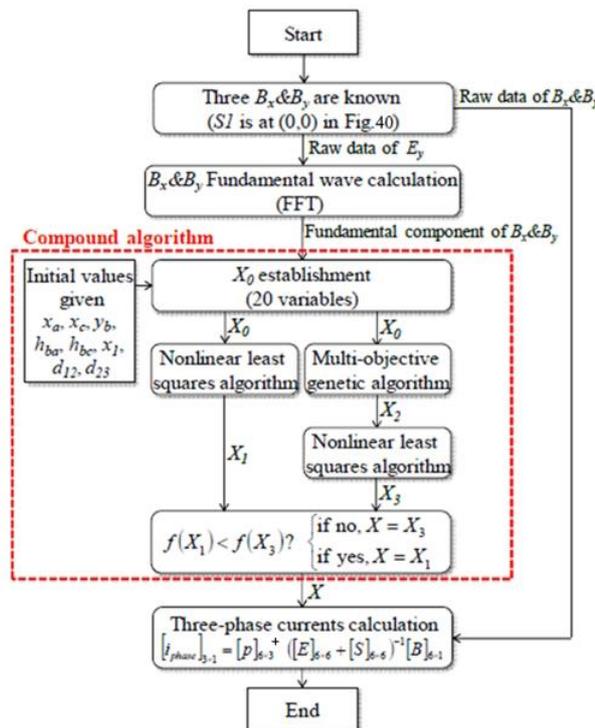


Figura 40 - Algoritmo de corriente compuesto [15].

Para abordar este problema de optimización no lineal, se diseñó un algoritmo compuesto para encontrar el valor más pequeño de  $f(X)$ . Este algoritmo compuesto se muestra en la **Figura 40** e incluye: **Un algoritmo de mínimos cuadrados no lineal** y un **algoritmo genético multiobjetivo combinado con un algoritmo de mínimos cuadrados no lineal**. El funcionamiento del algoritmo se explica a continuación:

1. **Inicio con mínimos cuadrados no lineal:** Se inicia la búsqueda de la solución más pequeña de  $f(X)$  usando mínimos cuadrados no lineales, obteniendo una solución inicial  $X_1$ . Sin embargo, si los valores iniciales  $X_0$  no son precisos, el algoritmo puede quedar atrapado en una solución óptima local debido a su sensibilidad a errores.

2. **Incorporación del algoritmo genético multiobjetivo:** Para superar las limitaciones del algoritmo de mínimos cuadrados, se introduce el algoritmo genético multiobjetivo. Este algoritmo es efectivo en la optimización global y ayuda a generar nuevos valores iniciales,  $X_2$ . Basándose en  $X_2$ , se vuelve a aplicar el algoritmo de mínimos cuadrados no lineal para encontrar una solución mejorada,  $X_3$ .
3. **Comparación y selección de la mejor solución:** El algoritmo compuesto compara las soluciones  $f(X_1)$  y  $f(X_3)$  para elegir la más pequeña de las dos. La mejor solución entre  $X_1$  y  $X_3$  se convierte en la solución final  $X$ .
4. **Aplicación final del algoritmo:** Una vez obtenida la solución óptima  $X$ , el algoritmo utiliza la ecuación ( 60 ) para calcular las corrientes trifásicas. Esto permite lograr una medición de corriente en tiempo real, que es el objetivo final del algoritmo. Después de despejar  $i_{fase}$  de la ecuación ( 60 ) y considerando que la matriz  $[P]_{6 \times 3}$  no es cuadrada, se debe utilizar la pseudo-inversa de la matriz  $[P]_{6 \times 3}$ .

$$[i_{fase}]_{3 \times 1} = ([P]_{6 \times 3})^+ ([E]_{6 \times 6} + [S]_{6 \times 6})^{-1} [B_{real}]_{6 \times 1} \tag{ 63 }$$

Donde  $([P]_{6 \times 3})^+ = ([P]_{6 \times 3}^T [P]_{6 \times 3})^{-1} [P]_{6 \times 3}^T$  es la pseudo-inversa de  $[P]_{6 \times 3}$ .

### 3.3.3 Caso práctico

Con el objetivo de verificar la viabilidad de la medición de corriente remota, se realizaron simulaciones utilizando los dos métodos de reconstrucción de corriente. Las simulaciones se basaron en un modelo de líneas aéreas, como el que se muestra en la **Figura 39**.

**Método ecuación lineal:** Las especificaciones de la torre y el conjunto de sensores son los mostrados en la **Tabla 5** como valores ideales, pero para realizar una medición más realista se consideraron errores de ingeniería en toda la geometría. Los rangos razonables para cada parámetro se establecieron como muestra la tabla, mientras que para los sensores se supuso que los errores razonables eran del 1 % ( $S_1$ ), 1 % ( $S_2$ ) y -1 % ( $S_3$ ).

Parámetro	Valor ideal (m)	Valor actual (m)
$x_a$	-7.5	-7.6
$x_c$	7.5	7.4
$y_b$	18.7	18.4
$h_{ba}$	0	-0.1
$h_{bc}$	0	0.1
$x_1$	0	-0.2
$d_{12}$	0.5	0.52
$d_{23}$	0.5	0.48

Tabla 5 - Errores en la geometría de los conductores de la línea aérea [15].

En la simulación se establecieron dos casos de corrientes trifásicas para evaluar el método de ecuación lineal, estos se enumeran en la **Tabla 6**. Un primer caso con las fases equilibradas y un segundo caso aplicando desequilibrio en las fases. El valor actual de corriente es la corriente eficaz en las líneas medidas por otro método.

Evaluación del método de ecuación lineal					
			Valor Actual	Valor calculado	Error

<b>Caso 1</b>	<b>Fase A</b>	<b>RMS (A)</b>	600	596.9	-0.5 %
		<b>Degree (°)</b>	0	-3.8	-3.8
	<b>Fase B</b>	<b>RMS (A)</b>	600	524.4	-12.6 %
		<b>Degree (°)</b>	-120	-118.3	1.7
	<b>Fase C</b>	<b>RMS (A)</b>	600	597.8	-0.4 %
		<b>Degree (°)</b>	120	126.0	6.0
<b>Caso 2</b>	<b>Fase A</b>	<b>RMS (A)</b>	300	179.4	-40.2 %
		<b>Degree (°)</b>	-80	-106.5	-26.5
	<b>Fase B</b>	<b>RMS (A)</b>	600	371.3	-38.1 %
		<b>Degree (°)</b>	-205	-182.7	22.3
	<b>Fase C</b>	<b>RMS (A)</b>	450	472.0	4.9 %
		<b>Degree (°)</b>	30	53.2	23.2

Tabla 6 - Casos de corriente de fase trifásica para el método de ecuación lineal [15].

Los resultados muestran que cuando las corrientes están equilibradas como en el caso 1, el error de magnitud máximo es de -12.6 % en la fase B, y el error de ángulo máximo es de 6.0° en la fase C. En el caso 2 las corrientes desequilibradas provocan un mayor error en los resultados. Los errores máximos de magnitud y ángulo son -40.2 % y -26.5°, ambos en la fase A.

**Algoritmo compuesto:** Para verificar la viabilidad de este algoritmo se utilizó una línea aérea de 240 kV, como la mostrada en la **Figura 39**. Se realizaron varias simulaciones utilizando corrientes equilibradas y desequilibradas para analizar la precisión del algoritmo compuesto. Debido a los posibles errores reales en la geometría de la línea aérea y en los sensores magnéticos, se estudiaron dos condiciones de error, estas son las mostradas en la **Tabla 7**.

Variable	Valor ideal (m)	Condición 1	Condición 2
$x_a$	-7.5	-7.6	-7.4
$x_c$	7.5	7.4	7.6
$y_b$	18.7	18.4	19
$h_{ba}$	0	-0.1	0.1
$h_{bc}$	0	0.1	-0.1
$x_1$	0	-0.2	0.2
$d_{12}$	0.5	0.52	0.48
$d_{23}$	0.5	0.48	0.52

$e_{1x}, e_{1y}, e_{2x},$	0, 0, 0,	1, -1, -1,	-1, 1, 1,
$e_{2y}, e_{3x}$ y $e_{3y}$ (%)	0, 0, 0	1, -1, -1	-1, 1, 1

Tabla 7 - Condiciones de error para la geometría del conductor y los sensores de campo magnéticos [15].

Bajo estas dos condiciones se realizaron cuatro casos de estudio a diferentes valores de corriente trifásica, los resultados de la simulación de la primera condición se muestran en la **Tabla 8**.

Evaluación del método de algoritmo compuesto en condición 1					
			Valor Actual	Valor calculado	Error
Caso 1	Fase A	RMS (A)	600	603.3	0.55 %
		Degree (°)	0	0.1	0.1
	Fase B	RMS (A)	600	611.4	1.90 %
		Degree (°)	-120	-121.6	-1.6
	Fase C	RMS (A)	600	600.8	0.13 %
		Degree (°)	120	120.0	0.0
Caso 2	Fase A	RMS (A)	300	-285.9	-4.69 %
		Degree (°)	-80	-82.9	-2.9
	Fase B	RMS (A)	600	569.4	-5.10 %
		Degree (°)	-205	-203.8	1.2
	Fase C	RMS (A)	450	444.3	-1.28 %
		Degree (°)	30	34.2	4.2
Caso 3	Fase A	RMS (A)	450	462.7	2.83 %
		Degree (°)	-30	-28.8	1.2
	Fase B	RMS (A)	300	311.6	3.87
		Degree (°)	-140	-143.4	-3.4
	Fase C	RMS (A)	600	588.9	-1.85 %
		Degree (°)	100	99.5	-0.5
Caso 4	Fase A	RMS (A)	300	315.7	5.23 %
		Degree (°)	150	151.7	1.7
	Fase B	RMS (A)	450	446.6	-0.75 %
		Degree (°)	-100	-95.8	4.2

	Fase C	RMS (A)	600	582.8	-2.86 %
		Degree (°)	30	31.5	1.5

Tabla 8 - Evaluación del método de algoritmo compuesto [15].

Cuando las corrientes están equilibradas en el caso 1, todos los errores están dentro del 2 %. En los casos 2 a 4 hay tres tipos de situaciones de desequilibrio, que se combinan con tres niveles diferentes de corrientes de carga (300, 450 y 600 A). En los casos de corriente desequilibrada, los errores de corriente aumentan significativamente. El error máximo se encuentra en el caso 4 cuando las magnitudes de las corrientes aumentan en una determinada dirección (de la fase A a la fase C), este alcanza 5.23 % en el nivel mínimo de corriente de carga (300 A). Los resultados de los casos en la segunda condición están en [15], aquí el máximo error fue de -4.25 en el caso 4. La principal razón de este error máximo es que el campo magnético generado por las corrientes trifásicas desequilibradas en el caso 4 es el escenario más asimétrico.

### 3.3.4 Problemática del método

**Inclinación del sensor:** La medición puede presentar problemas si los sensores presentan una inclinación. Esto se podría solucionar con la creación de una estructura que mantenga los sensores fijos en su posición.

**Aumento de los errores por desequilibrio:** Como se mostró en los resultados simulados, un gran desequilibrio conduce a una distribución asimétrica del campo magnético alrededor de los conductores, lo que a su vez puede provocar un mayor error en las medidas.

## 3.4 Método basado en bobinas sin núcleo [4]

Este método propone una técnica novedosa para la detección simultánea de corriente trifásica basándose en la utilización de múltiples bobinas sin núcleo (*air coil*).

### 3.4.1 Ubicación y tipo de sensores

En este método se utiliza como sensor un conjunto de bobinas sin núcleo para la detección de corriente. Este sensor inteligente consta de cuatro bobinas sin núcleo denominadas  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  y  $c_4$ . Estas 4 bobinas se colocan a una distancia  $D$  debajo de los conductores a medir, tal como muestra la **Figura 41**. Las bobinas  $c_1$ ,  $c_2$  y  $c_4$  están en el eje vertical del conductor medido (Fase B) con respecto al plano del conductor. Las bobinas  $c_1$ ,  $c_2$  y  $c_3$  se colocan en paralelo al plano del conductor, mientras que  $c_4$  está colocada perpendicularmente y las bobinas están separadas a una distancia  $d$ , entre ellas.

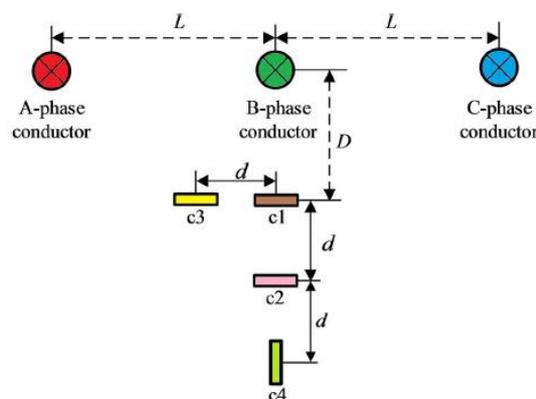


Figura 41 - Detección de corriente trifásica con 4 bobinas sin núcleo [4].

### 3.4.2 Formulación que relaciona la corriente con el campo medido

De la **Figura 41**, los parámetros  $L$  y  $d$  son conocidos, pero la distancia  $D$  del sensor de bobinas sin núcleo se

desconoce. De acuerdo con el desarrollo realizado en la **sección 2.1.4**, los voltajes de salida de cada bobina después del proceso de integración se pueden representar de esta manera:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{c1} = \frac{\beta Li_A}{D^2 + L^2} - \frac{\beta Li_C}{D^2 + L^2} \\ u_{c2} = \frac{\beta Li_A}{(D + d)^2 + L^2} - \frac{\beta Li_C}{(D + d)^2 + L^2} \\ u_{c3} = \frac{\beta(L - d)i_A}{D^2 + (L - d)^2} - \frac{\beta di_b}{D^2 + d^2} - \frac{\beta(L + d)i_C}{D^2 + (L + d)^2} \\ u_{c4} = \frac{\beta(L - d)i_A}{(D + 2d)^2 + L^2} + \frac{\beta i_B}{D + 2d} + \frac{\beta(D + 2d)i_C}{(D + 2d)^2 + L^2} \end{array} \right. \quad (64)$$

Donde:

$u_{c1}$ ,  $u_{c2}$ ,  $u_{c3}$  y  $u_{c4}$  son los voltajes de salida de las bobinas  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  y  $c_4$  respectivamente.

$D$  es la distancia entre el conductor y la bobina  $c_1$ .

$d$  es la distancia entre bobinas.

$i_A$ ,  $i_B$  y  $i_C$  son las corrientes trifásicas de los tres conductores.

$$\beta = \left( \frac{n\mu_0 S}{2\pi} \right).$$

De las ecuaciones anteriores se observa que los voltajes de salida de  $c_1$  y  $c_2$  no son afectados por la corriente del conductor de la fase B, por tanto, podemos obtener la siguiente expresión:

$$\frac{u_{c1}}{u_{c2}} = \frac{(D + d)^2 + L}{D^2 + L^2} \quad (65)$$

De la ecuación (65) se puede calcular  $D$  como:

$$D = \frac{u_{c2}d}{u_{c1} - u_{c2}} \pm \sqrt{\frac{u_{c1}u_{c2}d^2}{(u_{c1} - u_{c2})^2} - L^2} \quad (66)$$

Cuando  $D(D + d) > L^2$  el segundo término de la ecuación toma el signo positivo (+), cuando  $D(D + d) < L^2$  el segundo término de la ecuación toma el signo negativo (-) y cuando  $D(D + d) = L^2$  el segundo término será igual a cero.

Luego de obtenido el valor de  $D$ , se pueden calcular las corrientes trifásicas de cada fase como:

$$\left\{ \begin{array}{l} i_A = \frac{(b_2c_1 - b_3c_2)u_{c1} + a_1c_2u_{c3} + a_1b_2u_{c4}}{a_1(2b_2c_1 - b_3c_2 + b_1c_2)} \\ i_B = \frac{(b_1c_1 + b_3c_1)u_{c1} - 2a_1c_1u_{c3} - a_1(b_2 - b_1)u_{c4}}{a_1(2b_2c_1 - b_3c_2 + b_1c_2)} \\ i_C = \frac{(-b_1c_2 - b_2c_1)u_{c1} + a_1c_2u_{c3} + a_1b_2u_{c4}}{a_1(2b_2c_1 - b_3c_2 + b_1c_2)} \end{array} \right. \quad (67)$$

Donde:

$$a_1 = \frac{\beta L}{D^2 + L^2}.$$

$$b_1 = \frac{\beta(L-d)}{D^2 + (L-d)^2}, \quad b_2 = \frac{\beta d}{D^2 + d^2}, \quad b_3 = \frac{\beta(L+d)}{D^2 + (L+d)^2}.$$

$$c_1 = \frac{\beta(D+2d)}{(D+2d)^2 + L^2}, \quad c_2 = \frac{\beta}{D+2d}.$$

La ecuación (67), presentada así, parece ser más una expresión algebraica derivada de las leyes de Faraday y

los principios de inducción magnética para calcular las corrientes instantáneas a partir de las mediciones de voltaje inducido en las bobinas. Aquí,  $i_A, i_b$  e  $i_c$  representan las corrientes instantáneas, mientras que  $u_{c1}, u_{c2}, u_{c3}$  y  $u_{c4}$  son los voltajes de salida de las bobinas  $c_1, c_2, c_3$  y  $c_4$ , respectivamente.

### 3.4.3 Caso práctico y simulaciones

Se realizaron dos simulaciones para verificar la exactitud del método propuesto, se realizó una primera simulación para la medición de corriente monofásica utilizando un sensor compuesto de dos bobinas y una segunda simulación para corriente trifásica utilizando un sensor de 4 bobinas como el analizado anteriormente, las simulaciones se realizaron en el software Ansoft Maxwell. Los parámetros para la simulación son los mostrados en la **Tabla 9**.

Parámetros para la simulación			
Parámetro	Valor	Unidad	Descripción
$R_c$	5	mm	Radio del conductor
$l_c$	1.5	m	Longitud del conductor
$R_{Be}$	20.5	mm	Radio exterior de la bobina
$R_{Bi}$	15.5	mm	Radio interior de la bobina
$H_b$	5	mm	Altura de la bobina
$n$	500	vueltas	Número de vueltas de la bobina
$d$	5	cm	Distancia entre ejes de la bobina
$f$	50	Hz	Frecuencia de la corriente del conductor
$L$	40	cm	Distancia entre conductores
$I_{rms}$	300	A	Corriente trifásica simétrica

Tabla 9 - parámetros para la simulación del método de bobinas sin núcleo [4].

Para la primera simulación (caso monofásico) el error relativo de la corriente medida debido a la variación en la distancia  $D$  entre el conductor y el sensor se puede ver en la **Figura 42**. Para la segunda simulación (caso trifásico) se muestra en la **Figura 43**.

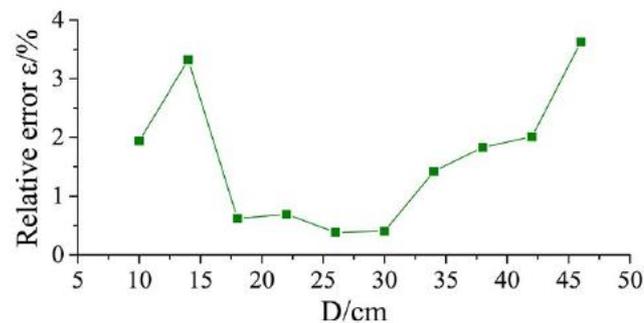


Figura 42 - Error relativo para la medición de corriente de un conductor [4].

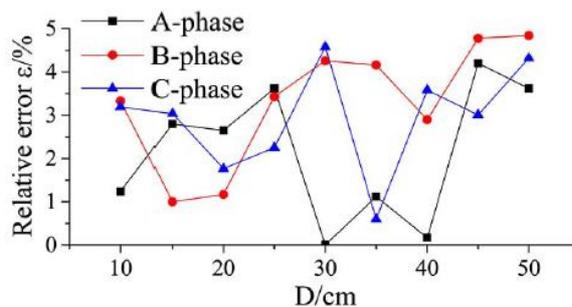


Figura 43 - Error relativo para la medición de corriente trifásica en tres conductores [4].

En el caso monofásico, cuando la distancia  $D$  varía de 10 a 50 cm, los errores relativos están alrededor del  $\pm 4\%$  mientras que en el caso trifásico en torno al  $\pm 5\%$ . El comportamiento de este error está relacionado con varios factores, cuando la distancia  $D$  es corta, una pequeña desviación en la ubicación del sensor puede producir un error grande, mientras que cuando  $D$  es grande, el campo magnético se vuelve más débil y es difícil de determinar sin perder información, lo que provoca un aumento en el ER. Cuando el valor de  $D$  es moderado es donde podemos ver un menor valor del ER.

Además de las simulaciones, también se realizaron pruebas de laboratorio para verificar aún más la viabilidad del método propuesto. Con el sensor propuesto se probó la medición de corriente en un solo conductor y de conductores trifásicos. La **Figura 44** muestra la configuración del experimento, el sensor de bobinas se colocó a dos metros por debajo de los conductores trifásicos, la corriente se configuró mediante una resistencia y un regulador de voltaje.

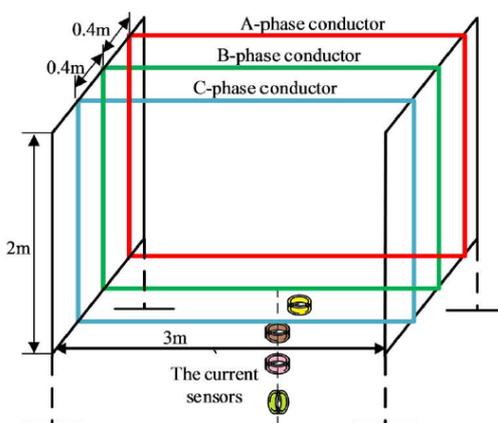


Figura 44 - Configuración experimental de un sensor basado en bobinas múltiples [4].

Se realizaron seis casos de estudio con el sensor de corriente en conductores trifásicos, para diferentes valores de corriente y distancia  $D$  como muestra la **Tabla 10**.

Casos	Corriente objetivo
1	~370 A
2	~310 A
3	~200 A
4	~100 A
5	~50 A
6	Corriente asimétrica

Tabla 10 - Casos de estudios prácticos – sensor de bobinas sin núcleos [4].

Los resultados de cada uno de estos experimentos se muestran en la **Tabla 11**. La primera fila de cada caso representa las corrientes RMS de cada fase medidas por otro método y las corrientes medidas por este método son las determinadas a diferentes alturas  $D$ .

<b>Caso 1</b>	<b>Fase</b>	<b>Fase A</b>	<b>Fase B</b>	<b>Fase C</b>
	<b>RMS (A)</b>	372.43	373	371.03
<b>D(cm)</b>		<b>Fase A</b>	<b>Fase B</b>	<b>Fase C</b>
<b>10</b>	<b>RMS</b>	364.44	361.96	378.99
	<b>ER (%)</b>	2.15	3.06	2.15
<b>20</b>	<b>RMS</b>	355.16	358.11	374.26
	<b>ER (%)</b>	4.64	4.10	0.87
<b>30</b>	<b>RMS</b>	374.07	375.24	362.59
	<b>ER (%)</b>	0.44	0.52	2.27
<b>40</b>	<b>RMS</b>	373.86	391.38	359.02
	<b>ER (%)</b>	0.38	4.87	3.24
<b>50</b>	<b>RMS</b>	353.82	390.84	355.65
	<b>ER (%)</b>	4.99	4.72	4.15
<b>60</b>	<b>RMS</b>	357.46	390.91	354.14
	<b>ER (%)</b>	4.02	4.74	4.55
<b>70</b>	<b>RMS</b>	360.81	380.90	353.02
	<b>ER (%)</b>	3.12	2.04	4.85
<b>80</b>	<b>RMS</b>	365.31	385.96	353.55
	<b>ER (%)</b>	1.91	3.41	4.71
<b>Caso 2</b>	<b>Fase</b>	<b>Fase A</b>	<b>Fase B</b>	<b>Fase C</b>
	<b>RMS (A)</b>	309.18	306.02	307.07
<b>D(cm)</b>		<b>Fase A</b>	<b>Fase B</b>	<b>Fase C</b>
<b>10</b>	<b>RMS</b>	299.05	297.34	291.80
	<b>ER (%)</b>	3.28	2.83	4.97
<b>20</b>	<b>RMS</b>	294.14	308.21	302.26
	<b>ER (%)</b>	4.87	0.71	1.57

<b>30</b>	<b>RMS</b>	295.44	321.17	312.43
	<b>ER (%)</b>	4.44	4.93	1.75
<b>40</b>	<b>RMS</b>	297.78	319.88	294.64
	<b>ER (%)</b>	3.69	4.51	4.05
<b>50</b>	<b>RMS</b>	296.12	318.13	295.31
	<b>ER (%)</b>	4.22	3.94	3.83
<b>60</b>	<b>RMS</b>	304.49	305.24	296.63
	<b>ER (%)</b>	1.52	0.25	3.40
<b>70</b>	<b>RMS</b>	286.28	329.70	261.29
	<b>ER (%)</b>	7.41	7.71	14.91
<b>80</b>	<b>RMS</b>	277.37	339.03	273.77
	<b>ER (%)</b>	10.29	10.75	10.85
<b>Caso 3</b>	<b>Fase</b>	<b>Fase A</b>	<b>Fase B</b>	<b>Fase C</b>
	<b>RMS (A)</b>	201.25	198.40	200.47
<b>D(cm)</b>		<b>Fase A</b>	<b>Fase B</b>	<b>Fase C</b>
<b>10</b>	<b>RMS</b>	191.49	189.68	195.99
	<b>ER (%)</b>	4.85	4.35	2.23
<b>20</b>	<b>RMS</b>	192.38	200.00	196.58
	<b>ER (%)</b>	4.41	0.8	1.94
<b>30</b>	<b>RMS</b>	193.13	206.28	200.95
	<b>ER (%)</b>	4.03	3.93	0.24
<b>40</b>	<b>RMS</b>	192.08	205.27	197.94
	<b>ER (%)</b>	4.55	3.43	1.26
<b>50</b>	<b>RMS</b>	192.61	207.40	191.31
	<b>ER (%)</b>	4.29	4.49	4.57
<b>60</b>	<b>RMS</b>	208.63	247.66	204.55
	<b>ER (%)</b>	3.67	24.57	2.04
<b>70</b>	<b>RMS</b>	179.37	209.54	174.32

	<b>ER (%)</b>	10.87	5.56	13.05
<b>80</b>	<b>RMS</b>	196.31	224.22	160.21
	<b>ER (%)</b>	2.45	12.88	20.08
<b>Caso 4</b>	<b>Fase</b>	<b>Fase A</b>	<b>Fase B</b>	<b>Fase C</b>
	<b>RMS (A)</b>	100.98	102.72	105.75
<b>D(cm)</b>		<b>Fase A</b>	<b>Fase B</b>	<b>Fase C</b>
<b>10</b>	<b>RMS</b>	97.22	110.66	104.12
	<b>ER (%)</b>	3.72	7.51	1.54
<b>20</b>	<b>RMS</b>	101.16	107.95	95.67
	<b>ER (%)</b>	0.18	4.94	9.53
<b>30</b>	<b>RMS</b>	91.47	104.68	94.82
	<b>ER (%)</b>	9.42	1.86	10.34
<b>40</b>	<b>RMS</b>	85.04	90.64	92.89
	<b>ER (%)</b>	10.78	9.42	10.16
<b>50</b>	<b>RMS</b>	84.10	88.42	86.52
	<b>ER (%)</b>	16.71	13.53	18.18
<b>60</b>	<b>RMS</b>	72.81	84.95	89.83
	<b>ER (%)</b>	27.90	16.81	15.05
<b>70</b>	<b>RMS</b>	62.78	75.28	84.21
	<b>ER (%)</b>	37.83	25.95	20.37
<b>80</b>	<b>RMS</b>	69.15	74.26	73.04
	<b>ER (%)</b>	31.52	26.91	30.93
<b>Caso 5</b>	<b>Fase</b>	<b>Fase A</b>	<b>Fase B</b>	<b>Fase C</b>
	<b>RMS (A)</b>	46.85	52.23	52.07
<b>D(cm)</b>		<b>Fase A</b>	<b>Fase B</b>	<b>Fase C</b>
<b>10</b>	<b>RMS</b>	42.46	48.90	54.54
	<b>ER (%)</b>	9.37	6.39	4.73
<b>20</b>	<b>RMS</b>	41.11	51.99	56.44

	<b>ER (%)</b>	12.25	0.45	8.39
<b>30</b>	<b>RMS</b>	39.22	51.76	55.29
	<b>ER (%)</b>	10.11	10.15	10.55
<b>40</b>	<b>RMS</b>	41.31	48.36	46.33
	<b>ER (%)</b>	9.93	4.34	9.11
<b>50</b>	<b>RMS</b>	38.49	48.11	45.29
	<b>ER (%)</b>	17.84	7.91	13.02
<b>60</b>	<b>RMS</b>	42.44	45.50	34.17
	<b>ER (%)</b>	9.40	12.92	34.39
<b>70</b>	<b>RMS</b>	31.56	38.43	40.97
	<b>ER (%)</b>	32.63	26.50	21.33
<b>80</b>	<b>RMS</b>	30.45	27.86	24.13
	<b>ER (%)</b>	35.00	46.79	53.67
<b>Caso 6</b>	<b>Fase</b>	<b>Fase A</b>	<b>Fase B</b>	<b>Fase C</b>
	<b>RMS (A)</b>	234.29	165.76	250.81
<b>D(cm)</b>		<b>Fase A</b>	<b>Fase B</b>	<b>Fase C</b>
<b>10</b>	<b>RMS</b>	227.3	167.78	241.65
	<b>ER (%)</b>	2.97	0.81	3.65
<b>20</b>	<b>RMS</b>	224.32	175.94	245.26
	<b>ER (%)</b>	-4.24	4.06	2.21
<b>30</b>	<b>RMS</b>	222.64	176.95	253.97
	<b>ER (%)</b>	-4.96	4.46	1.26
<b>40</b>	<b>RMS</b>	222.89	178.09	241.09
	<b>ER (%)</b>	-4.85	4.92	3.88
<b>50</b>	<b>RMS</b>	224.32	175.11	262.00
	<b>ER (%)</b>	-4.24	3.73	4.46

Tabla 11 - Resultados a diferentes D para corriente objetivo de ~370 A, ~310 A, ~200 A, ~100 A, ~50 A y corriente objetivo asimétrica [4].

De estos resultados podemos apreciar que la medición del error relativo (ER) disminuye conforme la corriente

aumenta y la distancia  $D$  del sensor al conductor se hace más pequeña. En los casos cuando la corriente del conductor es mayor a 100 A (Caso 1, 2 y 3) y la distancia es menor a 60 cm, el error relativo se mantiene dentro del 5 %. Por otro lado, cuando la corriente del conductor es menor que 100 A, este error aumenta drásticamente conforme la  $D$  va en aumento, llegando a tener errores mayores al 10 % para cuando la  $D$  es mayor a 40 cm.

### 3.4.4 Problemática del método

Algunas problemáticas de este método son:

**Influencia de la proximidad del sensor al conductor:** Tal como se muestra en los casos anteriores, la influencia de la proximidad del sensor al conductor objetivo afecta a la precisión de la medida.

**Dificultades con campos magnéticos débiles:** Cuando la distancia " $D$ " es más larga, el campo magnético se vuelve más débil y es difícil de detectar sin perder información, lo que aumenta el ER del sensor.

**Inclinación del sensor:** Otra problemática de este método es la influencia de la orientación del sensor, las variaciones en la orientación del sensor son inevitable y pueden afectar la precisión de la medida. En este método se estudió como afectaría la medición de corriente si el sensor estuviera inclinado en la posición derecha-izquierda o de atrás hacia adelante, como muestran la **Figura 45**.

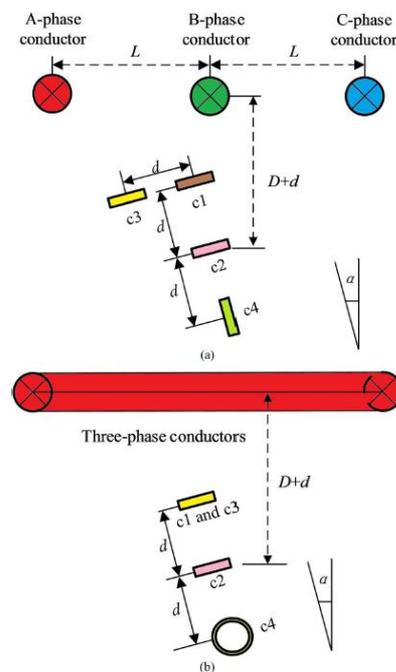


Figura 45 - Orientación del sensor. (a) Sensor que gira hacia la izquierda y hacia la derecha observado desde el frente. (b) Sensor que gira hacia adelante y hacia atrás observado desde un lateral [4].

En ambos casos, a medida que el ángulo de inclinación aumentaba, también lo hacía el error relativo. Esto se debe a que esta técnica se enfoca en encontrar la distancia  $D$  basándose en la idea de que la tensión en la bobina  $c_1$  y  $c_2$  son independiente de la corriente en la fase B, pero si el sensor se rota de derecha a izquierda (**Figura 45 a**) la corriente en la fase B puede tener una gran influencia en las tensiones de salida de las bobinas 1 y 2, y también en el error relativo de los resultados de la medición.

Una estrategia para reducir esta problemática es fabricar un tipo de estructura para mantener las bobinas fijas y evitar la rotación del sensor.

## 3.5 Bobinas sin núcleos enterradas

Este método, al igual que el visto anteriormente, utiliza bobinas sin núcleo como sensor de corriente, con la diferencia de que este no solo mide la corriente, sino que también proporciona información en tiempo real sobre la temperatura y la ampacidad de las líneas aéreas de transporte. Esta metodología fue desarrollada por la

empresa Promethean Devices, LLC, la cual desarrollo un sensor a base de bobinas sin núcleo llamado The Promethean RT-TLM (Real-Time Transmission Line Monitor, por sus siglas en inglés) para detectar la distribución del campo magnético de corriente alterna y realizar sus funciones de medición. Este dispositivo consta de dos sistemas, un primer sistema de campo para detectar el estado de la línea eléctrica y un segundo sistema, el cual es una estación base que realiza análisis y proporciona en tiempo real la información recibida por el sistema de campo. El sistema de campo y la estación base están vinculados mediante una red inalámbrica.

### 3.5.1 Ubicación y tipo de sensores [16] [17]

La parte de campo del RT-TLM utiliza tres sensores formados por un par de bobinas, orientadas ortogonalmente, como las mostradas en la **Figura 46**.

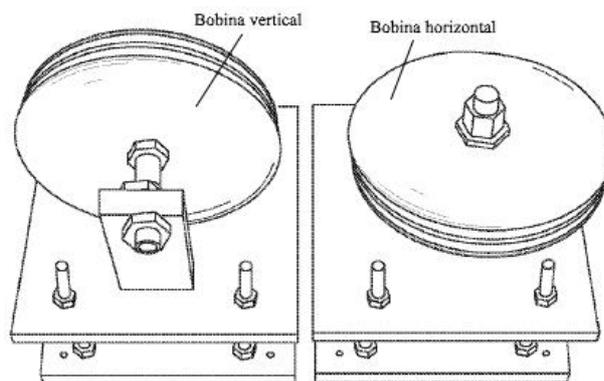


Figura 46 - Sensor de campo magnético RT-TLM, formado por dos bobinas sin núcleo [17].

Estos se ubican por debajo de cada conductor de fase y enterradas en el suelo. Estos sensores están vinculados a un paquete electrónico encargado de reducir y transmitir los datos a la estación base. En las **Figura 47** y **Figura 48** se muestra la ubicación de los sensores y el paquete electrónico.

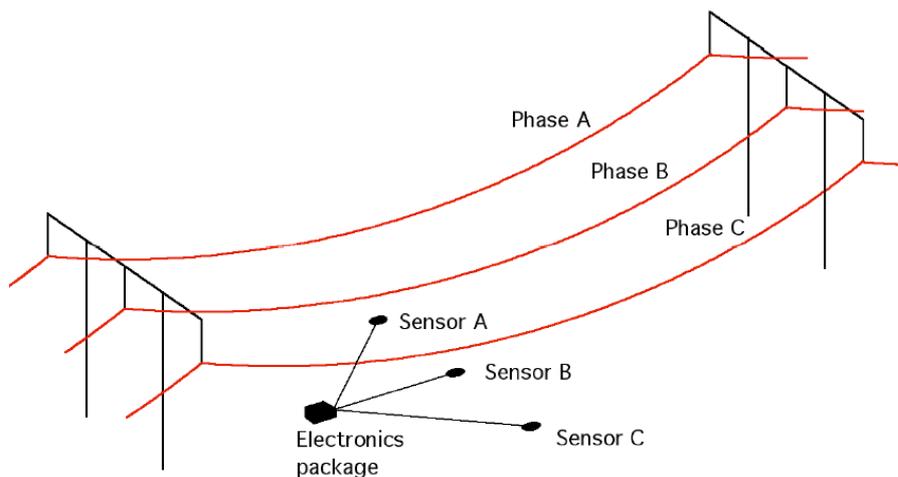


Figura 47 - Ubicación del dispositivo RT-TLM, los sensores y paquete electrónico [16].

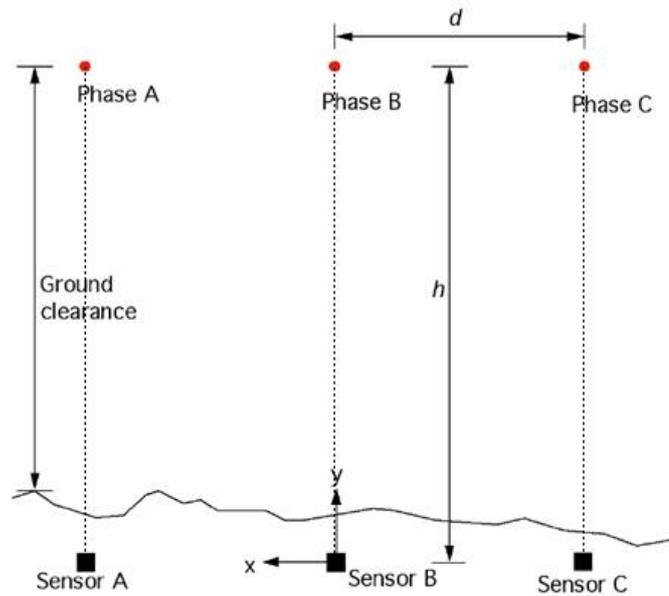


Figura 48 - Vista lateral de la ubicación de los sensores del RT-TLM enterrados (adaptado de [16], con modificaciones en los elementos gráficos).

#### Paquete electrónico

El paquete electrónico está compuesto por una microcomputadora para la reducción de datos, un enlace de datos inalámbrico (teléfono celular), sensores de temperatura ambiente y dos convertidores analógico-digital para cada sensor magnético. El trabajo de la computadora es convertir las formas de onda del campo magnético en amplitudes y fases, para luego enviar esa información a la estación base. En caso de fallos en la red (interrupciones o problemas en la conexión inalámbrica), la computadora almacena los datos en un buffer y una vez restablecido el enlace de datos, esta procede a enviar la información. El sistema prototipo mostrado en la **Figura 49**, es alimentado por dos paneles solares de 85 W, con un sistema de respaldo en baterías.



Figura 49 - Paneles solares y prototipo del paquete electrónico [16].

### 3.5.2 Formulación que relaciona la corriente con el campo medido

Los conductores de fase son catenarias muy largas, los conductores de fase casi lineales generan campos magnéticos que varían en el tiempo. La intensidad del campo en cualquier ubicación se puede medir con gran precisión, además si se mide al mismo tiempo en múltiples ubicaciones distintas, se puede utilizar para determinar con precisión la distancia a la que se encuentra los sensores de los conductores. Con esta distancia se puede utilizar para determinar parámetros en las líneas aéreas como la temperatura promedio del conductor, el ángulo de fase y la magnitud de corriente.

Para determinar el campo  $B$  combinado en cualquier ubicación, se debe calcular la suma vectorial de los tres

campos que intervienen, descomponiéndolos en componentes horizontales y verticales y sumándolos por separado.

Para un circuito como el mostrado en la **Figura 50**, las componentes horizontales y verticales en el punto  $P$  directamente debajo del conductor de la fase central (Fase B) y de acuerdo con lo visto en la **sección 2.2.2**, están dadas por:

$$B_n = \frac{\mu_0 i_n}{2\pi d_A} \quad (68)$$

Recordando que  $d_A$  es el vector de distancia desde el punto  $P$  a la fase A

Las componentes horizontal y vertical para cada fase serán:

$$B_{ax} = B_a \cos\left(\theta_a - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{i_a}{2\pi} \left(\frac{H}{D^2 + H^2}\right), \quad B_{ay} = B_a \sin\left(\theta_a - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{i_a}{2\pi} \left(\frac{D}{D^2 + H^2}\right) \quad (69)$$

$$B_{bx} = \frac{i_c}{2\pi} \left(\frac{1}{H}\right), \quad B_{by} = 0 \quad (70)$$

$$B_{cx} = \frac{i_c}{2\pi} \left(\frac{H}{D^2 + H^2}\right), \quad B_{cy} = \frac{i_c}{2\pi} \left(\frac{-D}{D^2 + H^2}\right) \quad (71)$$

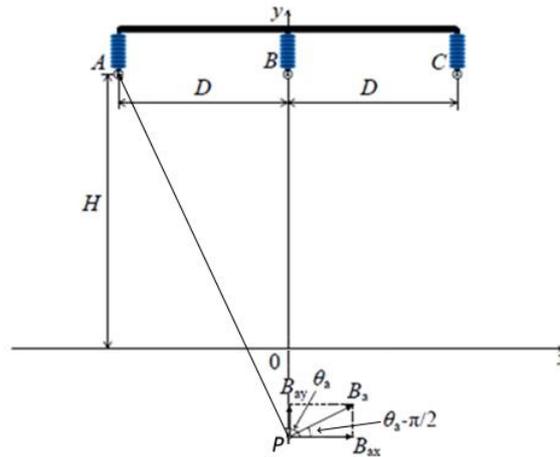


Figura 50 - Cálculo del campo magnético en un punto  $P$  debajo del conductor de fase central, adaptado de [7].

Dado que  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  son sinusoidales, el sistema debe sumar tres cantidades escalares sinusoidales desfasadas 120 grados. Si consideramos tres cantidades escalares de tensiones,  $V_a$ ,  $V_b$  y  $V_c$ , que varían de forma sinusoidal y están desfasada 120 grados. En notación fasorial será:

$$V_a = V_{ap} [\cos(0) + j \sin(0)] = V_{ap} \quad (72)$$

$$V_b = V_{bp} [\cos(120) + j \sin(120)] = V_{bp} \left[ -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right] \quad (73)$$

$$V_c = V_{cp} [\cos(-120) + j \sin(-120)] = V_{cp} \left[ -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right] \quad (74)$$

Donde  $V_{ap}$ ,  $V_{bp}$  y  $V_{cp}$  son  $V_{apico}$ ,  $V_{bpico}$  y  $V_{cpico}$  respectivamente. La magnitud de las cantidades combinadas está dada por:

$$\begin{aligned}
V &= [(parte\ real)^2 + (parte\ imaginaria)^2]^{\frac{1}{2}} \\
&= \left[ \left( V_{ap} - \frac{1}{2}V_{bp} - \frac{1}{2}V_{cp} \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{3}}{2}V_{bp} - \frac{\sqrt{3}}{2}V_{cp} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\
&= [V_{ap}^2 + V_{bp}^2 + V_{cp}^2 - (V_{ap}V_{bp} + V_{ap}V_{cp} + V_{bp}V_{cp})]^{1/2}
\end{aligned} \tag{75}$$

Eliminando el subíndice “P” nos queda:

$$V = [V_a^2 + V_b^2 + V_c^2 - (V_aV_b + V_aV_c + V_bV_c)]^{1/2} \tag{76}$$

Para un punto  $S$  de prueba directamente debajo de la fase central, el sistema combina las componentes de campo de las tres fases. Al insertar la componente  $x$  de las ecuaciones ( 69 ), ( 70 ) y ( 71 ) en la ecuación ( 76 ), se deduce que la magnitud del campo horizontal  $B_x$ , es:

$$B_x = [B_{ax}^2 + B_{bx}^2 + B_{cx}^2 - (B_{ax}B_{bx} + B_{ax}B_{cx} + B_{bx}B_{cx})]^{1/2} \tag{77}$$

$$B_x = \frac{i\sqrt{3}D}{2\pi H^2 + D^2} \tag{78}$$

Si realizamos lo mismo para la componente vertical nos queda:

$$B_y = \frac{i}{2\pi} \left( \frac{1}{H} - \frac{H}{H^2 + D^2} \right) \tag{79}$$

La proporción de las componentes es:

$$\frac{B_y}{B_x} = \frac{\sqrt{3}H}{D} \tag{80}$$

Cuando la carga en el conductor es equilibrada, la ecuación ( 80 ) es independiente del voltaje del circuito y de la corriente en los conductores de fase. Para un circuito de transmisión con geometría de conductor de fase horizontal, la ecuación ( 80 ) muestra que midiendo la amplitud de corriente alterna (CA) de  $B_x$  y  $B_y$  directamente debajo del conductor de fase central, la distancia entre las bobinas y los conductores de fase se puede calcular usando la siguiente expresión.

$$H = \frac{D B_y}{\sqrt{3} B_x} \tag{81}$$

Esta expresión determina la altura  $H$  en el caso ideal de corrientes perfectamente equilibradas en las tres fases (es decir, sin corriente de secuencia cero), donde  $H$  y  $D$  son la altura del conductor y la separación entre conductores, como se indica en la **Figura 50**.

Una vez encontrado  $H$  podemos calcular la corriente de fase despejándola de la ecuación ( 79 ).

$$i = 2\pi B_y \left( \frac{1}{H} - \frac{H}{H^2 + D^2} \right)^{-1} \tag{82}$$

Donde  $i = i_a = i_b = i_c$ .

En situaciones reales, las corrientes de los tres conductores suelen estar desequilibradas, lo que provoca una desviación del método de relación simple para determinar la altura. Para mejorar la precisión, se utiliza también la información de los sensores A y C para determinar las alturas de los conductores, así como la corriente en cada uno de ellos.

### Algoritmo

El software de esta metodología utiliza tecnología de ajuste para calcular los parámetros de interés a partir de los voltajes inducidos en los sensores. Este ajuste se compone de dos partes: una simulación de campo magnético y una rutina iterativa que trata de hacer coincidir los ajustes con las mediciones.

La simulación de campo tiene las siguientes entradas, que inicialmente son todas suposiciones:

- Las alturas del cable. Se supone que todos son iguales.
- Las tres corrientes de cable individuales, en amperios RMS.
- Las tres fases individuales del cable, en grados.

También necesita conocer la posición y orientación de las bobinas, datos que pueden ser recopilados con ayuda de un telémetro láser.

A partir de estos datos iniciales, la simulación predice cómo deberían ser las salidas de las bobinas en términos de amplitudes y fases. La rutina de ajuste luego realiza pasos iterativos:

- 1) Proporciona suposiciones iniciales para los siete valores desconocidos.
- 2) Compara las predicciones de la simulación con las mediciones reales para calcular un error.
- 3) Variando las suposiciones, intenta reducir este error. Si mejora, se mantiene la mejor suposición.
- 4) Este proceso continúa durante varias iteraciones, y los mejores ajustes se consideran como las respuestas finales que incluyen altura del cable, corrientes y fases.

### 3.5.3 Caso práctico

Se implementó un prototipo del dispositivo Promethean RT-TLM bajo una torre de transporte de la empresa Duke Energy Newport-Richmond de 500 kV, entre las torres 62 y 63. Las capacidades y características del prototipo se visualizan en la **Tabla 12**.

Medición	Precisión, 99 % de confianza	Notas
Altura del conductor	$\pm 0.12$ m	A ~18,5 metros
Temperatura	$\pm 7$ °C	La temperatura se deriva de la altura.
Corriente	$\pm 22$ amperios	A 830 amperios, promedio.
Frecuencia de actualización	Cada 10 segundos	
Latencia de datos	< 60 segundo	Más si la red se cae; no se pierde ningún dato.
<b>Características</b>		
Método de medida	Detección de campo magnético CA sin contacto.	
Estimación de ampacidad	Basado en la temperatura del conductor medida y las condiciones ambientales, de acuerdo con IEEE Std 738-1993.	
Fuente de alimentación	Panel solar con respaldo de batería	
Comunicación	Enlace de red inalámbrica EVDO (teléfono móvil).	

Tabla 12 - Características del prototipo RT-TLM de Promethean Devices [16].

Los datos de amplitud y fase del campo magnético detectado por el sistema de campo (Sensores y paquete

electrónico) se enviaron a una estación base en las oficinas de Promethean Devices, donde una computadora analizo los datos del sensor y calculo el espacio libre de la línea de transporte, las corrientes de fase y la temperatura. A partir de estos datos se estimó la ampacidad o capacidad máxima de transporte de corriente.

Toda esta información se almacenó en una base de datos, la cual está disponible en tiempo real a través de una interfaz web. Los datos obtenidos por este prototipo en la torre de transporte de 500 kV en un intervalo de tiempo se muestran en la **Figura 51**.

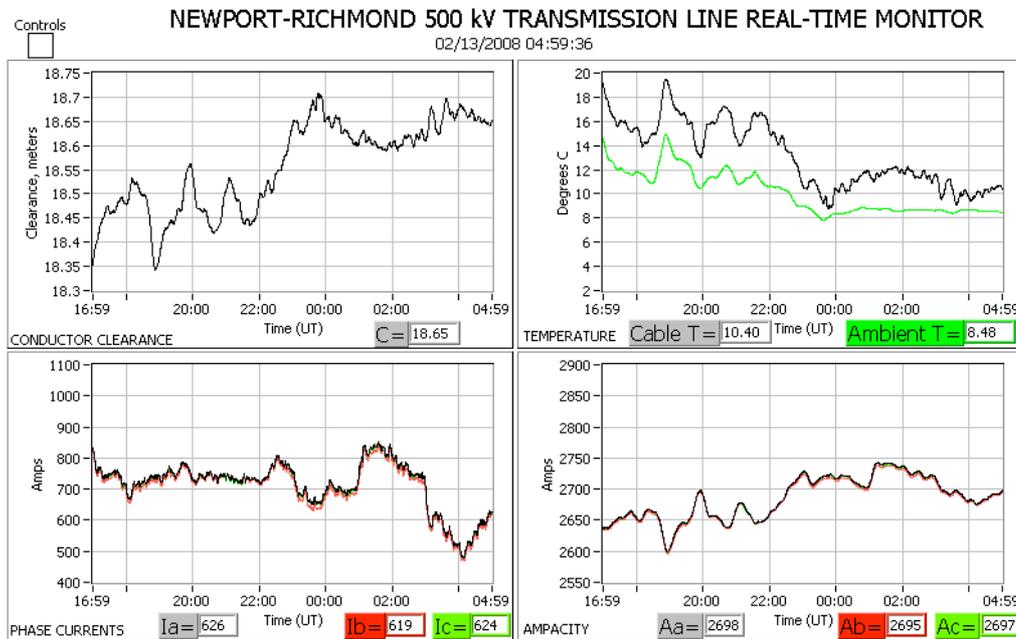


Figura 51 - Prototipo de interfaz web que muestra altura del conductor, la temperatura, la corriente y la ampacidad [16].

El dispositivo duró más de 150 días en el campo, midiendo temperaturas, corrientes y estimando ampacidades en la línea de transporte típica de 500 kV en el sistema Duke Energy. Se demostró así que el prototipo es estable.

### 3.5.4 Problemática del método

**Coste:** Este método conlleva un gran coste de implementación, ya que se deben realizar trabajos sobre el terreno donde se enterrarán los sensores y el paquete electrónico, esto conlleva la excavación, creación de zanjas y cableado de los elementos, así como la instalación de paneles solares y el sistema de respaldo de batería. Sin embargo, el método propone la utilización futura de un paquete electrónico de segunda generación, el cual consumirá una fracción de la energía y que solo requerirá un panel solar más pequeño. Esto reduciría el coste y hará que el sistema sea lo más discreto posible.

**Colocación de sensores:** Se necesita cuidado en la colocación de los sensores para evitar distorsiones del campo. Los sensores deben colocarse a al menos 100 metros de distancia de carreteras y otras líneas eléctricas.

**Influencia del viento:** El balanceo de la línea inducido por el viento puede introducir pequeños cambios en la altura de la línea. Para el prototipo esto aparece como un pequeño aumento en el ruido en la señal de altura. A pesar de esto, el método plantea que se está investigando cómo detectar y cuantificar el balanceo del viento para mejorar la precisión en la detección de la altura y proporcionar datos de carga de viento como una salida adicional.

**Complejidad en la calibración:** Ya instalado los sensores debajo de las líneas eléctricas y una vez que se hayan adquirido los datos iniciales por parte del dispositivo, es necesario ajustar la compensación de altura del software de análisis. Esto se hace utilizando información obtenida de un telémetro láser, el cual se conecta temporalmente a la computadora del paquete electrónico. Para cubrir un buen rango de los datos se deben registrar continuamente durante un aproximado de 10 horas. Una vez pasado este tiempo el desplazamiento de altura se ajusta para lograr una concordancia óptima entre el dispositivo y la altura del láser. Una calibración similar debe realizarse para las corrientes. Los datos de calibración se obtienen de los registros de medida de la empresa de servicios públicos para la línea de transporte que se está monitoreando. Estos datos se pueden utilizar para ajustar

un factor de escala en el software para lograr una concordancia óptima.

**No permite medición *in situ*:** Este método está diseñado para colocarse fijo debajo de una torre de transporte, esto solo permite la medición en un solo punto del sistema, por lo tanto, no es posible realizar medición *in situ*.

### 3.6 Método de sensores en varillas de detección [18].

En [18] se presenta un método para medir la corriente en línea aérea trifásica y medir la flecha en los conductores utilizando una matriz de sensores magnetorresistivos colocados en varillas de detección.

#### 3.6.1 Ubicación y tipo de sensores

Este método emplea un conjunto de varillas de detección compuestas por  $N$  sensores TMR colocados verticalmente con un espaciado entre sensores de  $d$ . Estas varillas se colocan en el suelo por debajo de los conductores de fases con un espaciado entre ellas de  $p$  tal como muestra la **Figura 52**. Esta figura muestra el diagrama de una línea de 500 kV y el conjunto de sensores por debajo de esta. Las líneas aéreas son, de izquierda a derecha, fase A, fase B y fase C. La distancia desde el punto de suspensión de las líneas al suelo es  $H$ , el tramo de línea es  $L$  y la flecha de la fase A se representa como  $sag_A$ .

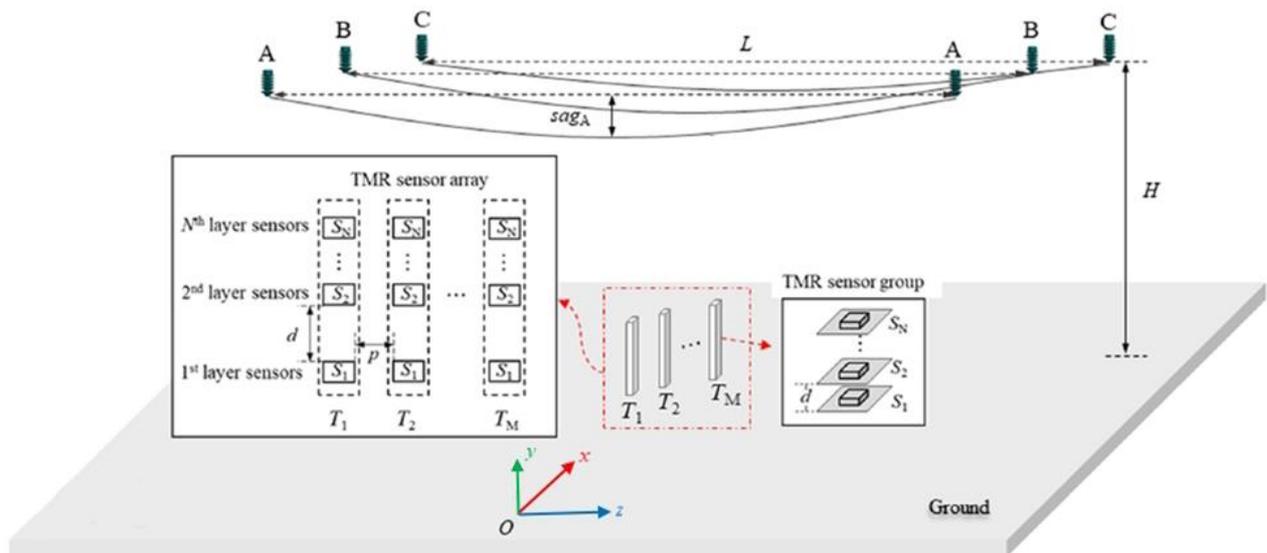


Figura 52 - Modelo de línea aérea trifásica de 500 kV (ignorando la torre) y conjunto de sensores en varillas de detección, adaptado de [18].

La matriz de sensores TMR consta de estas varillas de detección, y el  $j$ -ésimo sensor de cada varilla de detección constituye colectivamente la  $j$ -ésima capa de sensores. Un ejemplo de esto es, el sensor  $S_1$  en la varilla  $T_1$ , el sensor  $S_1$  en la varilla  $T_2$  y el sensor  $S_1$  en la varilla  $T_3$  constituyen colectivamente la primera capa de sensores.

#### Flecha del conductor

La flecha de la línea es la distancia entre la longitud del vano (la línea recta  $L$  que pasa por los dos puntos de suspensión de un conductor en dos apoyos consecutivos), y el punto más bajo de este mismo conductor. La forma geométrica formada por el conductor aéreo bajo la acción de la temperatura y la gravedad se puede describir utilizando la ecuación de la línea catenaria. Esta ecuación requiere que las alturas de suspensión de la línea de la misma fase sean las mismas, como se muestra en la siguiente ecuación:

$$y = H + \alpha \left[ \cosh\left(\frac{Z}{\alpha}\right) - \cosh\left(\frac{L}{2\alpha}\right) \right], \quad -\frac{L}{2} < Z < \frac{L}{2} \quad (83)$$

Donde:

$H$  es la altura de los puntos de suspensión de la línea aérea.

$\alpha$  es el coeficiente de catenaria de la línea.

$L$  es la longitud del vano.

### 3.6.2 Relación entre corriente y campo magnético

Este método presenta dos modelos para calcular la intensidad del campo magnético de una línea trifásica aérea, un **modelo teórico** y un **modelo simplificado**. Los dos se detallan a continuación.

#### Modelo teórico

Este modelo aplica La ley de Biot-Savart para calcular la intensidad del campo magnético excitado por la línea de transporte aérea en un punto arbitrario en el espacio. Integrando la ecuación ( 1 ) vista en la sección 2.1.2 nos queda:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{Id\vec{l} * \vec{r}}{r^3} \tag{84}$$

Donde:

$\mu_0$  es la permeabilidad del vacío.

$I$  es la corriente que fluye a través del conductor.

$\vec{l}$  es la trayectoria integral a lo largo de la curva donde se ubica el conductor.

$\vec{r}$  es el vector de posición del conductor infinitesimal al punto de campo.

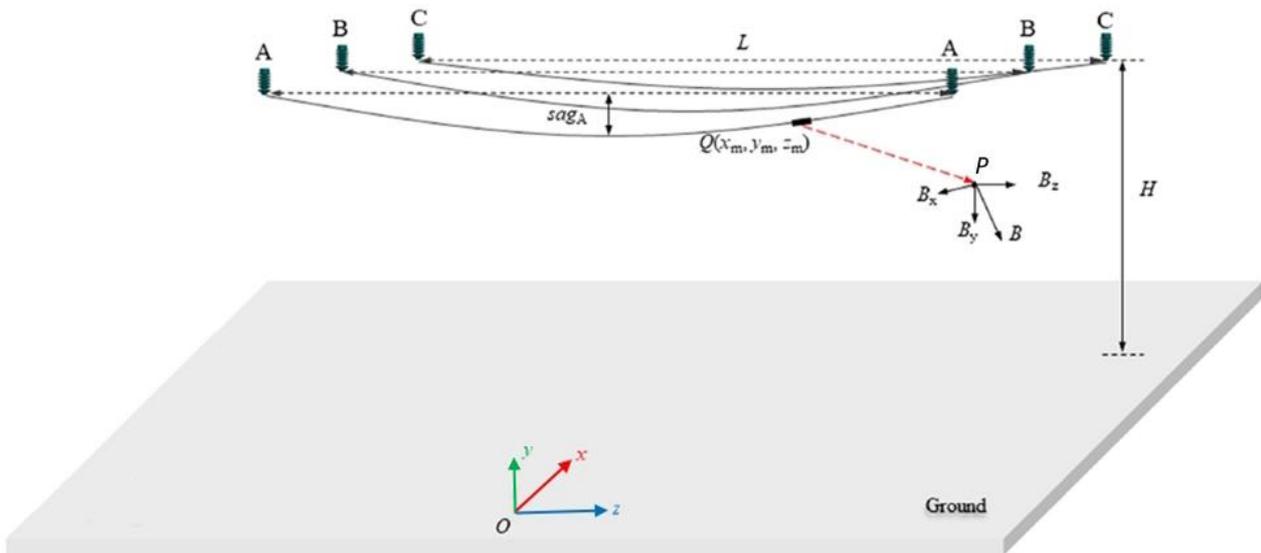


Figura 53 - Campo magnético originado por un conductor en un punto espacial  $P$ , adaptado de [18].

Tal y como se evidencia en la **Figura 53**, la combinación de las ecuaciones ( 83 ) y ( 84 ) proporciona la medida absoluta de la intensidad del campo magnético originado por un conductor infinitesimal  $Q(x_m, y_m, z_m)$ , cuyas coordenadas representan la posición exacta de ese conductor, a lo largo de una única línea aérea en el punto espacial  $P(x, y, z)$ , como se ilustra en las ecuaciones siguientes:

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \tag{85}$$

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \left[ \frac{\sinh(z_m/\alpha)(z - z_m)}{r^3} - \frac{(y - y_m)}{r^3} \right] dz_m \tag{86}$$

$$B_y = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{(x - x_m)}{r^3} dz_m \quad (87)$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{\sinh(z_m/\alpha)(x_m - x)}{r^3} dz_m \quad (88)$$

$$r = \sqrt{(x - x_m)^2 + (y - y_m)^2 + (z - z_m)^2} \quad (89)$$

Donde:

$B_x$ ,  $B_y$  y  $B_z$  son las componentes de la intensidad del campo magnético en los ejes x, y y z, respectivamente; e  $I$  es la corriente de un solo conductor aéreo.

El campo magnético producido por cada una de las  $n$  fases de la línea de transporte aérea interactúan mutuamente, y se puede emplear el principio de superposición de vectores para expresar la magnitud absoluta de la intensidad del campo magnético generado por múltiples líneas de transporte aéreas en un mismo punto del espacio. En este caso, se contemplan exclusivamente los elementos del campo magnético en cada dirección, como se detalla en las ecuaciones siguientes:

$$B_x = \sum_{i=1}^n I_i C_i^x \quad (90)$$

$$B_y = \sum_{i=1}^n I_i C_i^y \quad (91)$$

$$B_z = \sum_{i=1}^n I_i C_i^z \quad (92)$$

Donde:

$$C_i^x = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \left[ \frac{\sinh(z_m^i/\alpha)(z - z_m^i)}{r_i^3} - \frac{(y - y_m^i)}{r_i^3} \right] dz_m \quad (93)$$

$$C_i^y = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{(x - x_m^i)}{r_i^3} dz_m \quad (94)$$

$$C_i^z = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{\sinh(z_m^i/\alpha)(x_m^i - x)}{r_i^3} dz_m \quad (95)$$

El modelo físico de este método requiere múltiples sensores magnéticos ( $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ ) para medir el campo magnético por debajo de la línea de transporte aérea trifásica. Por lo tanto, la magnitud de la intensidad del campo magnético debe calcularse simultáneamente. Para facilitar este cálculo, las coordenadas de cada sensor se anotan como  $S_j(x_j, y_j, z_j)$ , estas coordenadas se sustituyen en las ecuaciones (93), (94) y (95). Ahora las ecuaciones (90), (91) y (92) se pueden reescribir de forma matricial generalizadas como:

$$\vec{B}_\xi = G_\xi \vec{I} \quad (96)$$

Donde:

$$\vec{B}_\xi = [B_{S1}^\xi \ B_{S2}^\xi \ \dots \ B_{SN}^\xi]^T \quad (97)$$

$$G_\xi = \begin{bmatrix} C_{11}^\xi & C_{21}^\xi & C_{31}^\xi \\ C_{12}^\xi & C_{22}^\xi & C_{32}^\xi \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{1N}^\xi & C_{2N}^\xi & C_{3N}^\xi \end{bmatrix} \quad (98)$$

$$\vec{I} = [I_1 \ I_2 \ I_3]^T \quad (99)$$

Donde  $\xi$  varía según las componentes del campo magnético en la dirección que se va a calcular, tomando valores de  $x$ ,  $y$  y  $z$ . El primer subíndice de la variable  $C$  indica el número del conductor, mientras que el segundo subíndice señala el número del sensor. La variable  $C$  únicamente incluye información sobre la posición geométrica de los conductores aéreos y los sensores, y por ello se nombra a la matriz  $G_\xi$  como la matriz de posición. Una vez que esta matriz está establecida, es posible calcular la corriente en cada conductor.

### Modelo simplificado

Para el modelo teórico, se necesitan realizar múltiples integraciones numéricas (ecuaciones (93), (94) y (95)) para determinar la variable  $C$ , lo que incrementa la complejidad computacional en la reconstrucción de la corriente y la flecha.

El modelo simplificado propuesto por Budnik y Machczyński se basa en la simplificación de la geometría del sistema eléctrico. En lugar de considerar la complicada disposición tridimensional de múltiples conductores aéreos y la necesidad de realizar integraciones numéricas complejas, proponen una aproximación más sencilla.

La idea es simplificar el cálculo del campo magnético generado por un conductor aéreo al considerarlo como si fuera un conductor recto e infinitamente largo que está a la misma altura vertical del punto donde se quiere calcular el campo. En lugar de lidiar con la geometría compleja y posiblemente curvada del conductor real, se asume que el efecto del campo magnético en ese punto específico sería el mismo que el producido por este conductor idealizado. La altura del punto sobre el conductor puede ser calculada mediante la ecuación (83).

Al adoptar esta simplificación, se evita la necesidad de realizar múltiples integraciones numéricas para calcular la variable  $C$ , reduciendo así la complejidad computacional asociada con la reconstrucción de la corriente y la flecha en el sistema eléctrico.

Es importante señalar que, al calcular el campo magnético superpuesto de cada conductor en el modelo simplificado, solo es necesario ajustar el cálculo de la variable  $C$ . Debido a la suposición de que cada conductor de fase consiste en múltiples conductores rectos de longitud infinita a lo largo de la dirección  $z$ , la componente del campo magnético en la dirección  $z$  se considera como 0. La variable  $C$  se calcula de la siguiente manera:

$$C_i^x = \frac{\mu_0 (y_m^i - y)}{2\pi r_i^2} \quad (100)$$

$$C_i^y = \frac{\mu_0 (x - x_m^i)}{2\pi r_i^2} \quad (101)$$

$$C_i^z = 0 \quad (102)$$

Para evaluar la discrepancia entre el modelo simplificado y el teórico, se calculó la intensidad del campo magnético en alturas específicas ( $y = 0$  m,  $y = 2$  m e  $y = 4$  m) en el plano  $xz$ . El análisis para ambos modelos se realizó en las mismas condiciones. La **Figura 54** muestra el error relativo de la intensidad del campo magnético entre ambos modelos.

En el rango  $z$  de  $[-150$  m,  $150$  m], el error relativo es  $\delta < 0,75$  % en varios planos de altura, pero cerca del punto de suspensión, el error aumenta rápidamente a más del 6 %, como se observa en la **Figura 54 (a)**. En el plano  $x = 0$  m, la **Figura 54 (b)** revela que el error relativo  $\delta$  es  $< 0,4$  % a lo largo de la dirección  $z$ . Estos resultados indican que el uso del modelo simplificado para abordar el problema inverso del campo magnético no solo mantiene una alta precisión de cálculo, sino que también reduce significativamente la complejidad computacional.

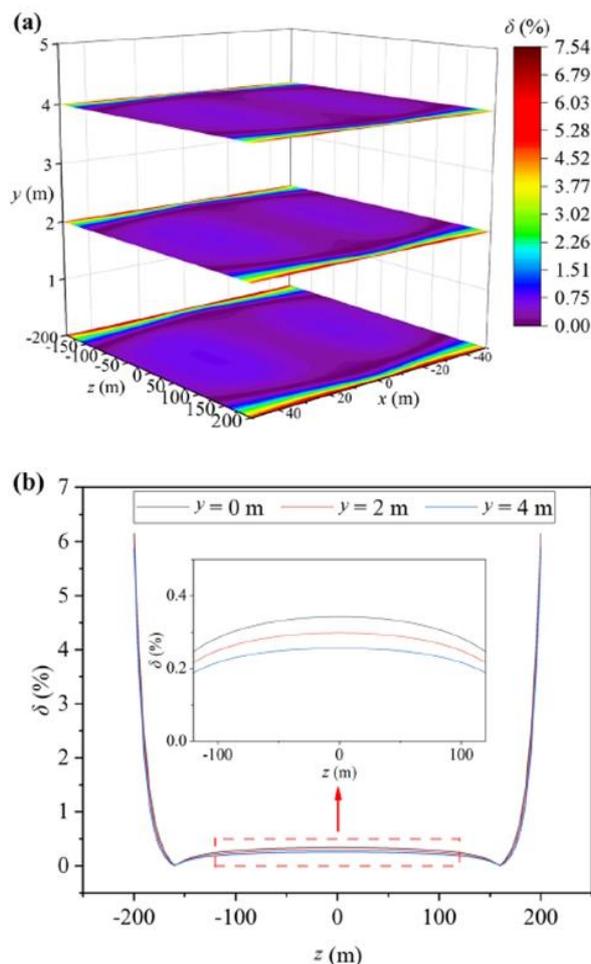


Figura 54 - Errores relativos entre el modelo simplificado y teórico de campo magnético: (a) planos xz a diferentes alturas y (b) plano  $x = 0$  m adaptado de [18].

### Número de condición

Los sensores TMR se pueden clasificar en sensores magnéticos de un solo eje, de dos ejes y de tres ejes según la dirección del eje sensible. Al realizar mediciones de campo magnético y cálculos de corriente para líneas aéreas, el uso de diferentes tipos de sensores TMR hará que la matriz (Ecuación (95)) cambie, lo que afectará la ubicación de diferentes tipos de sensores. En este método, al igual que el descrito en la **sección 3.3** utiliza el número de condición de la matriz de coeficientes de posición para determinar la ubicación de colocación razonable de los sensores seleccionados.

Es fundamental recordar que un número de condición demasiado alto indica un planteamiento incorrecto del modelo matemático. En modelos no lineales, un elevado número de condición aumenta los errores de resolución y desvía los resultados del cálculo del valor real. Así, para mantener la estabilidad y precisión del modelo matemático en el problema inverso, se debe tener en cuenta el tamaño del número de condición de la matriz del modelo basado en diferentes tipos de sensores y ubicaciones de instalación.

En este estudio se realizaron cálculos para determinar el número de condición del modelo simplificado utilizando sensores TMR de un solo eje. Para esto se utilizó un modelo de línea de transporte aérea como la mostrada en la **Figura 55**, donde la flecha de cada línea es la mostrada en la **Tabla 13**. Cuando se utiliza el modelo simplificado para calcular el campo magnético, no hay componente magnético en el eje z, por lo que no es necesario calcular el número de condición de la matriz del sensor del eje z.

Para el cálculo se utilizaron tres sensores magnéticos TMR de un solo eje ubicados en el plano xz (es decir, el primer sensor de cada grupo en la **Figura 52**:  $(T_1 - S_1, T_2 - S_1$  y  $T_3 - S_1)$  y con una distancia horizontal  $p$  entre sensores de 1 m.

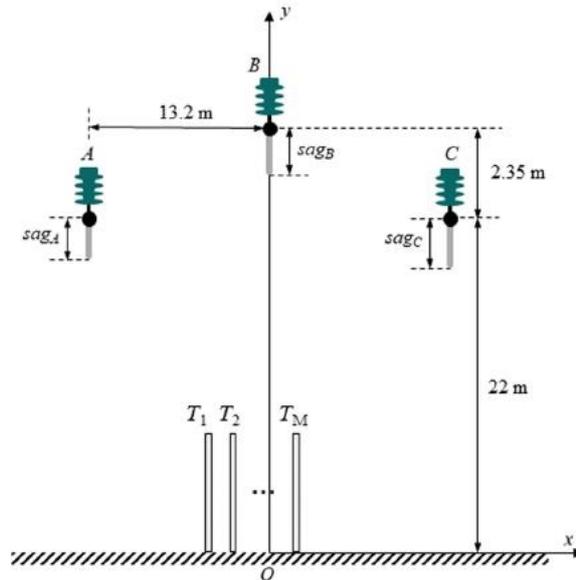


Figura 55 - Diagrama de estructura de la sección  $xy$  y  $z = 0$  del punto de suspensión de la línea aérea trifásica de 500 kV adaptado de [18].

Fase	Flecha (m)
Fase A	8
Fase B	8
Fase C	8

Tabla 13 - Flecha de cada línea para el cálculo del número de condición [18].

La **Figura 56** muestra los números de condición de las matrices  $G_x$  y  $G_y$ , calculados a nivel del suelo ( $y = 0$  m) y expresados en logaritmo base 10.

Las matrices  $G_x$  y  $G_y$  son matrices de posición en los ejes  $x$  e  $y$  respectivamente. Estas se componen de las variables  $C_i^x$  y  $C_i^y$ , estas representan las propiedades geométricas de cada una de las fases con respecto al punto de detección de cada sensor. Desarrollando las matrices  $G_x$  y  $G_y$  nos queda:

$$G_x = \begin{bmatrix} C_{11}^x & C_{21}^x & C_{31}^x \\ C_{12}^x & C_{22}^x & C_{32}^x \\ C_{13}^x & C_{23}^x & C_{33}^x \end{bmatrix}, \quad G_y = \begin{bmatrix} C_{11}^y & C_{21}^y & C_{31}^y \\ C_{12}^y & C_{22}^y & C_{32}^y \\ C_{13}^y & C_{23}^y & C_{33}^y \end{bmatrix} \quad (103)$$

Recordando que el primer subíndice de la variable  $C$  indica el número del conductor, mientras que el segundo subíndice señala el número del sensor.

Se nota que, para  $G_x$ , el número de condición es más bajo a lo largo del eje  $z$  cuando  $x = 0$  m en el área de la línea aérea. Para  $G_y$ , hay dos áreas donde el número de condición es más bajo: una en  $x = -5$  m en el lado positivo del eje  $x$ , y otra en  $x = 10$  m en el lado negativo. En el plano  $xz$ , el número de condición más bajo para  $G_x$  es de alrededor de 721 en el punto  $(0, 0)$ , y para  $G_y$  es aproximadamente 535 en  $(0, -5)$  y 549 en  $(0, 10)$ . Según estos hallazgos, para mantener  $\lg(\text{cond}(G))$  por debajo de 3.3 en sensores TMR de un solo eje, la mejor ubicación para el sensor del eje  $x$  sería en  $\{(x, z) \mid x \in (-5, 5), z \in (-200, 200)\}$ , y para el sensor del eje  $y$  sería en  $\{(x, z) \mid x \in (-10, 0) \cup (0, 10), z \in (-200, 200)\}$ .

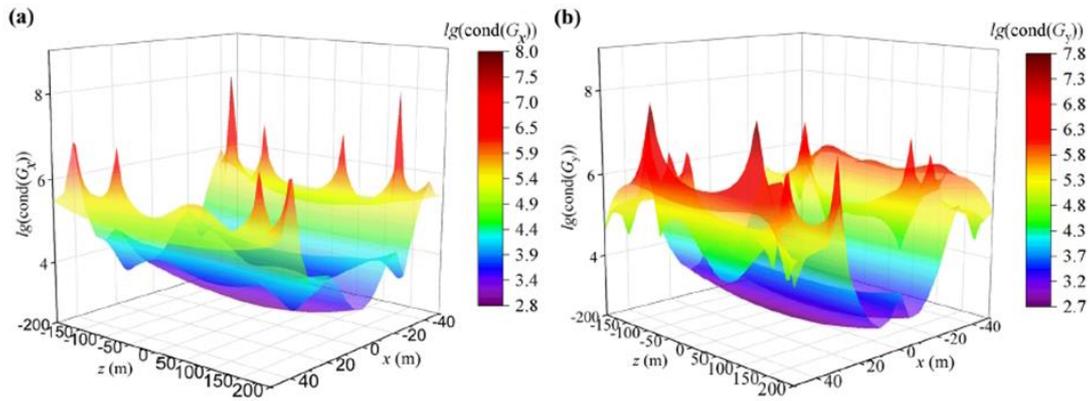


Figura 56 - Números de condición de las tres matrices de coeficientes del sensor de un solo eje obtenidos por el modelo simplificado en  $y = 0$  m: (a)  $G_x$  y (b)  $G_x$ , adaptado de [18].

Los cálculos anteriores sobre el número de condición mostraron que hay áreas donde las posiciones ideales para los sensores con direcciones de detección en los ejes  $x$  e  $y$  se superponen. Por lo tanto, se sugiere usar un sensor magnético de doble eje (dos direcciones de detección) en estas áreas superpuestas para recopilar más información sobre el campo magnético y mejorar el modelo matemático.

Utilizando los mismos datos de flecha de las líneas de la **Tabla 13**, se calcularon los números de condición para una matriz de coeficientes  $G_{xy}$ , que se forma con el sensor magnético de doble eje a diferentes alturas en el plano  $xz$ . Desarrollando esta matriz nos queda:

$$G_{xy} = \begin{bmatrix} C_{11}^x & C_{21}^x & C_{31}^x \\ C_{11}^y & C_{21}^y & C_{31}^y \\ C_{12}^x & C_{22}^x & C_{32}^x \\ C_{12}^y & C_{22}^y & C_{32}^y \\ C_{13}^x & C_{23}^x & C_{33}^x \\ C_{13}^y & C_{23}^y & C_{33}^y \end{bmatrix} \quad (104)$$

Los resultados, mostrados en la **Figura 57**, revelan que la distribución del número de condición de  $G_{xy}$  tiene una forma parecida a una bolsa, con valores mínimos en los puntos donde las líneas están más hundidas, alrededor de 44, 33 y 25. En un rango de  $x$  entre  $-15$  m y  $15$  m, el número de condición de esta matriz de coeficientes se mantiene en niveles bajos, lo que sugiere que es una buena área para colocar el sensor de doble eje.

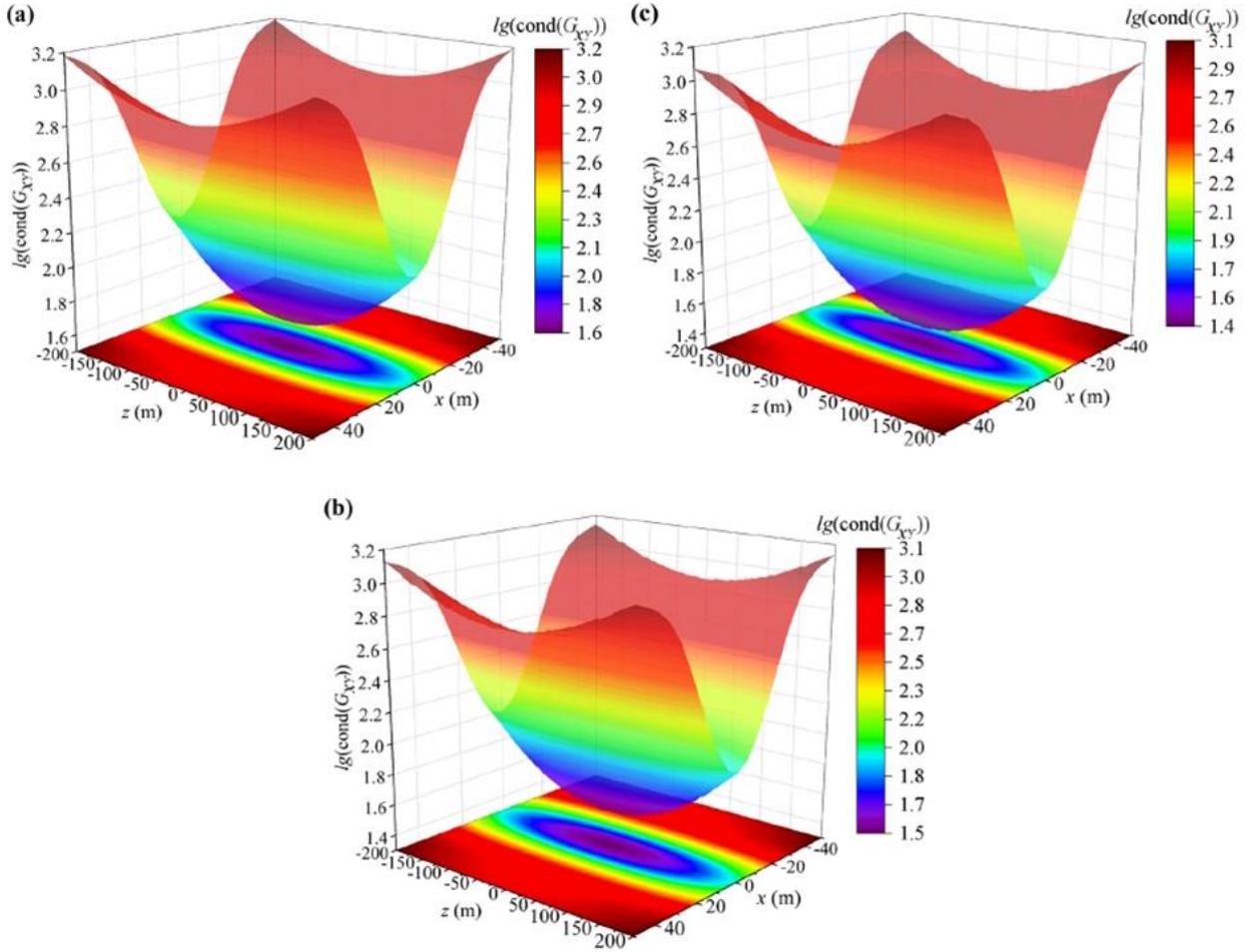


Figura 57 - Números de condición de las tres matrices de coeficientes del sensor de doble eje  $G_{xy}$  obtenidos mediante el modelo simplificado en el plano xz a diferentes alturas: (a)  $z = 0$  m, (b)  $z = 2$  m y (c)  $z = 4$  m, adaptado de [18]

### Efectos del campo magnético y el número de condición en la ubicación del conjunto de sensores

En el estudio del número de condición, se enfoca en determinar el tipo y la ubicación óptima de los sensores TMR. Es importante recordar que este número de condición afecta la precisión de los cálculos numéricos. Además, es crucial comprobar si el sensor puede detectar una señal fuerte en condiciones reales, ya que esto es vital para los cálculos que se realizarán posteriormente. Hasta ahora, no se ha encontrado un método en la literatura que evalúe la ubicación de los sensores teniendo en cuenta tanto su respuesta al campo magnético como el número de condición. Sin embargo, este método introduce un nuevo enfoque, llamado sensibilidad de posición del sensor, que ayuda a evaluar las ventajas y desventajas de dónde se colocan los sensores, considerando tanto la fuerza del campo magnético como el número de condición.

$$pS_{\xi} = \frac{1}{|B_{\xi, \max}| \cdot \text{cond}(G)} \sum_i |B_{\xi, i}| \quad (105)$$

$$pS = \sum_{\xi} pS_{\xi} \quad (106)$$

Donde,

$\text{cond}(G)$  es el número de condición de la matriz formada por el conjunto de sensores,  $\text{cond}(G_x)$  si es un conjunto en el eje x, y  $\text{cond}(G_{xy})$  si es en el eje xy.

$B_{\xi, i}$  es la componente de intensidad del campo magnético en la dirección  $\xi$  medida por el  $i$ -ésimo sensor.

$B_{\xi, \max}$  es la máxima componente de intensidad del campo magnético en la dirección  $\xi$  medida por el conjunto de sensores.

$\xi$  toma valores de x, y y z.

$pS_{\xi}$  representa la proporción del tamaño relativo del campo magnético medido por un tipo de sensor en un conjunto de sensores respecto al número de condición de ese conjunto, y es un parámetro para evaluar la ubicación de un solo sensor en el conjunto.

$pS$  es un parámetro para evaluar la ubicación del conjunto completo. Cuanto mayor sea el valor de  $pS$ , más fuerte será la señal del campo magnético medido por el sensor, y más estable será el modelo matemático correspondiente a la ubicación.

Es importante destacar que  $\text{cond}(G) \geq 1$ , por lo que dividir el valor del campo magnético por el número de condición equivale a reducir el valor medido del campo magnético, y el significado físico del valor  $pS$  puede entenderse como la intensidad del campo magnético medido por el conjunto de sensores después de ser afectado por su modelo matemático establecido. Para evaluar la ubicación del conjunto completo de sensores, es necesario adimensionalizar y sumar los valores de los campos magnéticos medidos por cada sensor en el conjunto, para evaluar si la mayoría de los sensores en este conjunto pueden medir valores de campo magnético relativamente fuertes en una ubicación específica.

En este método se calcularon los valores de sensibilidad de posición ( $pS$ ) para conjuntos de sensores de un eje ( $pS_x$  y  $pS_y$ ) y de dos ejes ( $pS_{xy}$ ) usando el modelo simplificado de campo magnético visto anteriormente. Las condiciones de cálculo son las mostradas en la **Tabla 14**. Los valores de sensibilidad de posición de los conjuntos de sensores de un solo eje y de dos ejes calculados por el modelo simplificado del campo magnético en el plano  $xz$  a diferentes alturas se muestran en la **Figura 58**.

Fase	Corriente (A)	Flecha (m)
Fase A	1000	8
Fase B	-500	8
Fase C	-500	8

Tabla 14 - Condiciones de cálculo para la sensibilidad de posición ( $pS$ ) [18].

Los resultados, mostrados en la **Figura 58**, revelan que la ubicación óptima para los sensores varía según la altura y la dirección del eje de detección del sensor.

Para los sensores de un solo eje con dirección de detección a lo largo del eje x (**Figura 58a**), la ubicación ideal se encuentra en un área específica donde el valor de  $pS_x$  es mayor a  $2.7 \times 10^{-3}$ . A medida que la altura aumenta, tanto el valor de  $pS_x$  como el área recomendada para colocar los sensores se expanden. En contraste, las áreas previamente consideradas ideales basadas en otros factores ya no son las mejores opciones.

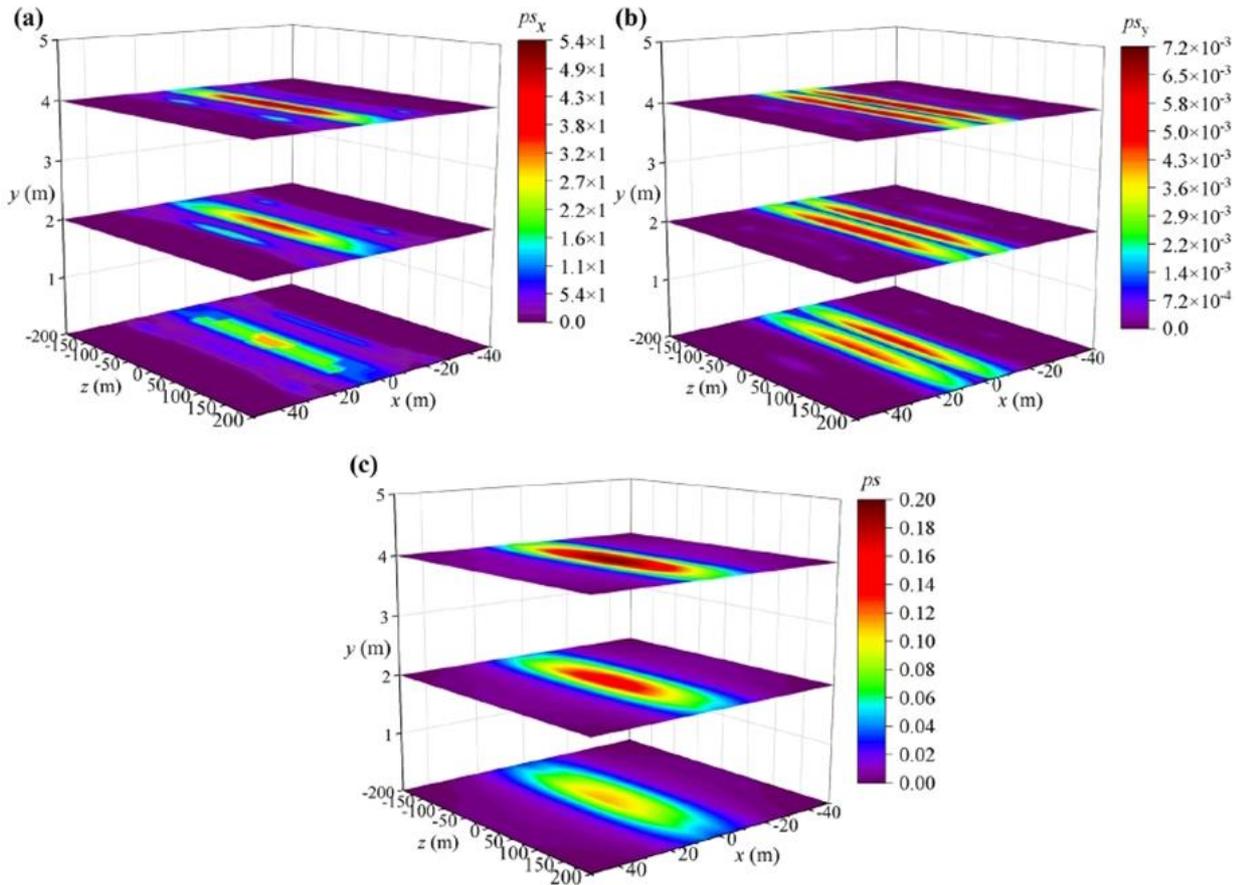


Figura 58 - Valores de sensibilidad de posición del conjunto de sensores de un solo eje y del conjunto de sensores de doble eje obtenidos mediante el modelo simplificado en el plano xz a diferentes alturas: (a)  $pS_x$  del conjunto de sensores del eje x, (b)  $pS_y$  del conjunto de sensores del eje y, y (c)  $pS$  del conjunto de sensores del eje xy, adaptado de [18].

En el caso de los sensores de un solo eje con direcciones de detección a lo largo el eje y (**Figura 58b**), hay dos áreas específicas en el plano xz que son adecuadas. Estas áreas se identifican por tener un valor de  $pS_y$  mayor a  $3.6 \times 10^{-3}$ . La distribución de estos valores es similar a la del número de condición, lo que indica que la ubicación de los sensores con direcciones de detección en el eje y está influenciada por el campo magnético y el número de condición.

Para los conjuntos de sensores de dos ejes (sensores con dos direcciones de detección en los ejes xy, (**Figura 58c**), la distribución de la sensibilidad de posición en el plano xz es similar a la del número de condición. Esto se debe a que el campo magnético en esta configuración es la suma de las mediciones de cada sensor de eje, y dado que el campo magnético en el eje x es más débil que en el eje y, el último tiene un mayor impacto en los cálculos. Además, el número de condición de estos conjuntos de sensores de dos ejes tiene una distribución similar, resultando en un valor de sensibilidad de posición elíptico.

Los resultados muestran que los valores de sensibilidad de posición para los conjuntos de sensores de dos ejes de detección son significativamente más altos que los de un solo eje de detección, lo que sugiere que los conjuntos de dos ejes son más adecuados para cálculos más detallados en estudios futuros.

### Algoritmo

Este trabajo propone un algoritmo de cálculo para determinar la flecha y la corriente basado en el análisis de la ubicación del conjunto de sensores visto anteriormente. Lo primero es instalar los sensores TMR en el punto medio ( $z = 0$  m) de un tramo de línea aérea y en el suelo dentro del área donde se extienden las líneas, como se muestra en la **Figura 55**. Las razones principales para esta colocación son:

1. En el punto medio del tramo de línea ( $z = 0$  m), el campo magnético se ve menos influenciado por líneas cercanas, lo que ayuda a reducir el error en las mediciones de los sensores.

2. De acuerdo con análisis previos, este punto medio es donde el campo magnético es más intenso y el modelo matemático es más preciso, lo que disminuye el error en el cálculo.
3. Colocar los sensores en el suelo resulta en una instalación más fácil, así como en un proceso de inspección y mantenimiento más rápido y seguro.

Al resolver el problema inverso del modelo matemático, es crucial primero identificar los parámetros desconocidos y luego especificar los detalles del conjunto de sensores TMR, como el número de sensores ( $N$ ), la distancia entre varillas de detección adyacentes horizontalmente ( $p$ ) y la distancia vertical entre sensores en la misma varilla ( $d$ ).

Este método se enfoca en la corriente y la flecha de la línea, identificando seis parámetros desconocidos:  $I_a, I_b, I_c, sag_A, sag_B, y sag_C$ . Para resolver esto, se necesitan al menos seis ecuaciones. Dado que un sensor TMR de doble eje puede proporcionar dos ecuaciones independientes, se requieren mínimo tres sensores. Los detalles específicos de estos sensores TMR se muestran en la primera fila de la **Tabla 15**. El método no especifica el espaciado horizontal entre los sensores (valor  $p$ ), ya que este puede variar según la sensibilidad de posición del sensor y no es necesario que sea el mismo entre cada barra de detección.

Número de varillas de detección (M)	Número de sensores verticales (N)	Distancia vertical entre sensores (d (m))
3	1	0
4	3	0.5

Tabla 15 - parámetros de la matriz de sensores TMR [18].

Las componentes de la intensidad del campo magnético medido por un sensor de doble eje pueden tratarse como si fueran en un mismo punto. De acuerdo con la ecuación ( 96 ), se puede obtener otra ecuación eliminando el valor de la corriente. Esta nueva ecuación ( 107 ) es un conjunto de ecuaciones no lineales que solo dependen de tres flechas desconocidas. Así, primero se calcula la flecha y luego se determina el valor de corriente de la línea, simplificando el número de variables desconocidas.

$$B_x = G_x \cdot G_y^{-1} B_y \quad (107)$$

$$\begin{cases} e = \|B_x - B_x^{cal}\| \\ s. t. sag \in S_{set} \end{cases} \quad (108)$$

La ecuación ( 108 ) es el modelo matemático presentado en este método. En este modelo,  $B_x$  representa la intensidad del campo magnético en la dirección  $x$ ;  $B_x^{cal}$  es la intensidad calculada del campo magnético en esa dirección.  $e$  es la distancia euclidiana entre  $B_x$  y  $B_x^{cal}$ , que también es la función objetivo utilizada para la optimización;  $S_{set}$  es un rango predefinido para la flecha, y los cambios en la flecha deben mantenerse dentro de este rango. En la **Figura 59** se ilustra el algoritmo introducido por este método para el cálculo de la flecha y la corriente. Este algoritmo consta de cuatro partes: **recolección de señales, cálculo de la caída de corriente, almacenamiento de datos y cálculo de corriente**. El proceso de este algoritmo se explica a continuación.

1. Utilizar los sensores para medir  $B_x$  y  $B_y$  en cada momento.
2. Inicializar los valores de las tres flechas desconocidas. Usar los datos de  $B_x$  y  $B_y$  recogidos para calcular la intensidad del campo magnético en la dirección  $x$  ( $B_x$ ) en el momento  $t_n$  utilizando la ecuación ( 107 ).
3. Comprobar con la ecuación ( 108 ) si  $e$  cumple la condición de tolerancia  $\epsilon$ . Si no es así, se actualizan los valores de flecha y repite los pasos 2 y 3. Si se cumple, guardar las flechas actuales y pasa al siguiente momento  $t_{n+1}$  para calcular nuevas flechas.
4. Una vez terminado el cálculo del campo magnético  $B_x$  en todos los momentos, se recopilan todas las flechas en cada momento y se ingresa al módulo de cálculo de corriente (CCM, por sus siglas en inglés). Luego se procesan estos datos para eliminar valores atípicos.

5. Calcular las flechas promedio de cada línea de fase, es decir, obtenga el valor de flecha final de cada línea de fase;
6. Combinar los datos para formar una matriz de coeficientes  $[G_x ; G_y]$  y calcular el valor de corriente de cada línea de fase en cada momento, basándose en los datos de  $B_x$  y  $B_y$ .

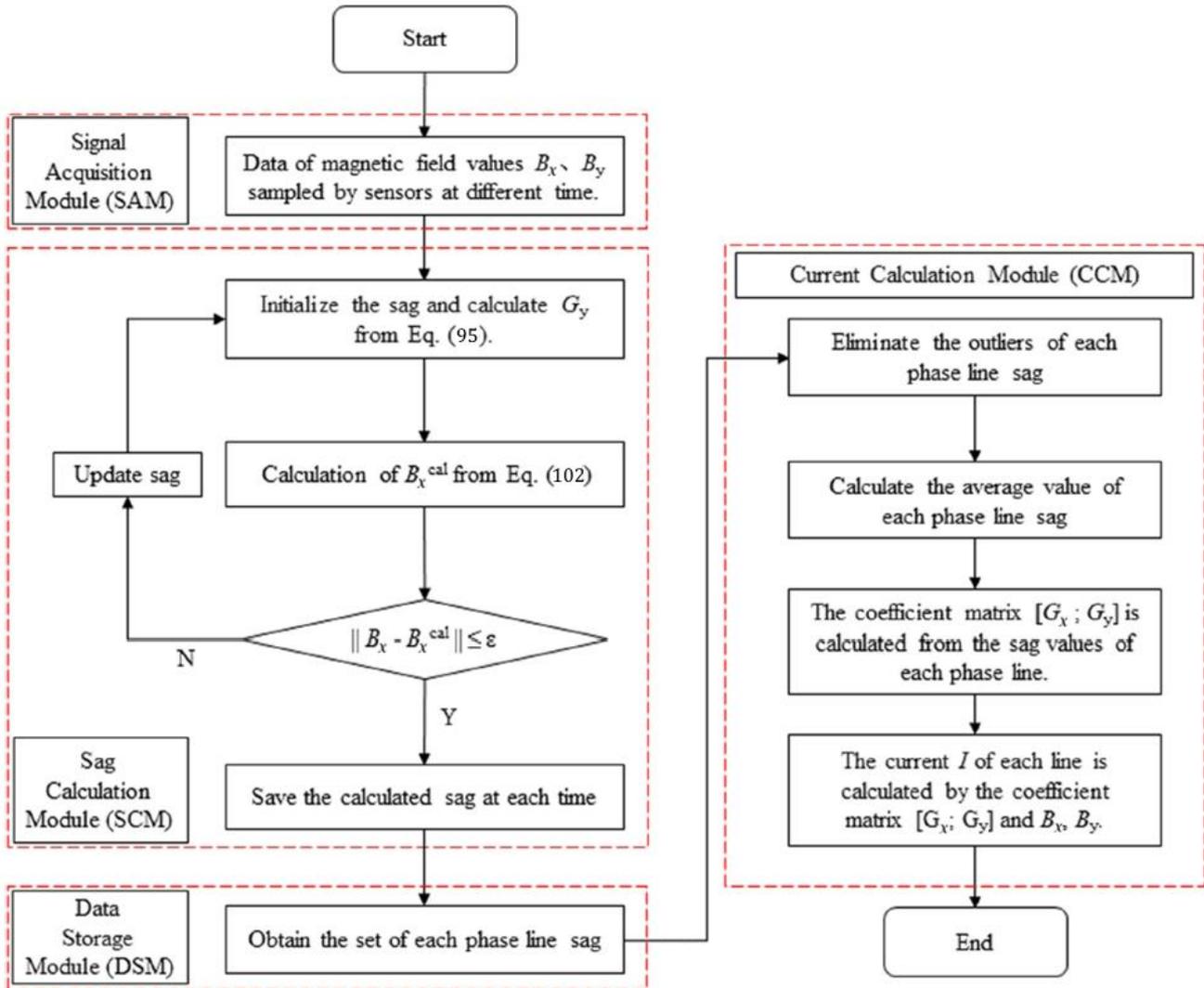


Figura 59 - Algoritmo de cálculo de flecha y corriente, adaptado de [18].

### 3.6.3 Caso práctico

Para comprobar si la ubicación del sensor propuesta en este método y el algoritmo son efectivos, se hicieron cálculos numéricos usando MATLAB. Los detalles de la línea se pueden ver en la **Figura 55**. Para que los resultados sean más confiables, se usó un conjunto de varios sensores verticales. Los parámetros específicos de este arreglo se muestran en la segunda fila de la **Tabla 15**, donde la primera capa de sensores se sitúa en el suelo. Las coordenadas de los sensores en el plano xz son:  $T_1$  (7, 0 m),  $T_2$  (6, 0 m),  $T_3$  (-6, 0 m),  $T_4$  (-7, 0 m). Si se necesita añadir más capas de sensores, la distancia vertical entre ellos,  $d$ , deberá disminuirse.

Primero, se analizó y calculó la corriente trifásica equilibrada bajo distintos niveles de flecha. Usando una corriente sinusoidal de 1 kA con fases de 0,  $-120^\circ$  y  $120^\circ$ , se tomaron 20 muestras de campo magnético cada milisegundo ( $\Delta t = 1$  ms). Con estos datos, se calcularon las flechas de cada línea de fase. Los resultados, mostrados en la **Tabla 16**, incluyen la flecha promedio (calculado a partir de los datos de los sensores) y el error relativo, comparando con el valor real. El error relativo encontrado fue menor al 3%. El error relativo menor al 3% podría atribuirse a diversas fuentes, como imprecisiones en el modelado de la geometría del sistema, aproximaciones en las ecuaciones utilizadas, falta de precisión en los datos de entrada, así como la influencia de

la tolerancia y convergencia del algoritmo utilizado en los cálculos.

	Fase	Valor real (m)	Valor calculado (m)				Error relativo (%)
			Primera capa	Segunda capa	Tercera capa	Media	
Caso 1	Fase A	8.0	8.13	8.06	8.13	8.11	1.33
	Fase B	8.0	8.02	8.00	7.98	8.00	0.00
	Fase C	8.0	8.18	8.21	8.13	8.17	2.18
Caso 2	Fase A	7.4	7.56	7.53	7.44	7.51	1.48
	Fase B	7.8	7.87	7.82	7.78	7.82	0.26
	Fase C	7.2	7.38	7.40	7.22	7.33	1.87
Caso 3	Fase A	9.6	9.78	9.78	9.63	9.73	1.35
	Fase B	9.1	9.09	9.09	9.09	9.09	-0.13
	Fase C	9.8	9.93	9.90	9.68	9.84	0.37

Tabla 16 - Resultados del cálculo de flecha de las líneas con corriente equilibrada [18].

Después de calcular la flecha, los valores se recogieron y se utilizaron para calcular la corriente actual. En el caso de corriente balanceada, el error cuadrático medio (RMSE) de la corriente calculada en cada caso se muestra en la **Figura 60**. El Error Cuadrático Medio (RMSE, por sus siglas en inglés Root Mean Square Error) es una medida estadística utilizada comúnmente para evaluar la precisión de un modelo en la predicción de valores numéricos. Se calcula como la raíz cuadrada de la media de los errores al cuadrado entre los valores predichos por el modelo y los valores reales observados. La fórmula para calcular el RMSE es la siguiente:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y}_i)^2} \quad (109)$$

Donde:

$n$  es el número total de observaciones.

$y_i$  son los valores reales.

$\tilde{y}_i$  son los valores predichos por el modelo.

El RMSE proporciona una medida de la dispersión de los errores entre los valores reales y los valores predichos. Cuanto menor sea el valor de RMSE, mayor será la precisión del modelo.

El RMSE Medio es simplemente el promedio del RMSE calculado para múltiples conjuntos de datos o iteraciones de un experimento. Esta medida proporciona una visión general de la precisión del modelo a lo largo de múltiples muestras o pruebas, lo que ayuda a evaluar su rendimiento de manera más robusta y generalizada.

De la figura se puede observar que el RMSE máximo de la corriente calculada no supera los 14 A, y en el mejor caso fue menor a 1 A. Este RMSE no depende del número de capas de sensores, aunque disminuye con más capas. En el Caso 2 (como se muestra en la **Figura 60b**), el error actual calculado para la primera capa de sensores es el mayor, mientras que el error actual calculado para la tercera capa de sensores es el más pequeño. La **Figura 61** muestra los valores actuales calculados para las capas primera y tercera en un ciclo, comparándolos con el valor real. Aunque el sensor de la primera capa tuvo un RMSE más alto, los resultados aún coincidían bien con los valores reales. En el Caso 2, el RMSE máximo para cada fase fue del 1,07 %, 1,14 % y 1,19 %,

demonstrando la precisión del algoritmo propuesto.

En situaciones reales, las líneas aéreas trifásicas suelen tener corrientes desequilibradas. Por esto, es importante analizar y verificar este tipo de corrientes. En este método se eligieron al azar tres ejemplos de corrientes desequilibradas para calcular. Los detalles de las amplitudes y fases de estas corrientes están en la **Tabla 17**. Se establecieron flechas para cada línea de fase de 7,4, 7,8 y 7,2 metros. Durante un ciclo de corriente, se tomaron 20 muestras de campo magnético cada milisegundo ( $\Delta t = 1$  ms) y se calculó la caída de la línea para estos tres casos con estos datos. Los resultados se presentan en la **Tabla 18**. Al comparar con el Caso 2 de corriente equilibrada (**Tabla 16**), se observa que el error relativo máximo aumentó ligeramente en los casos de corriente desequilibrada, pero, aun así, el error no superó el 4 %.

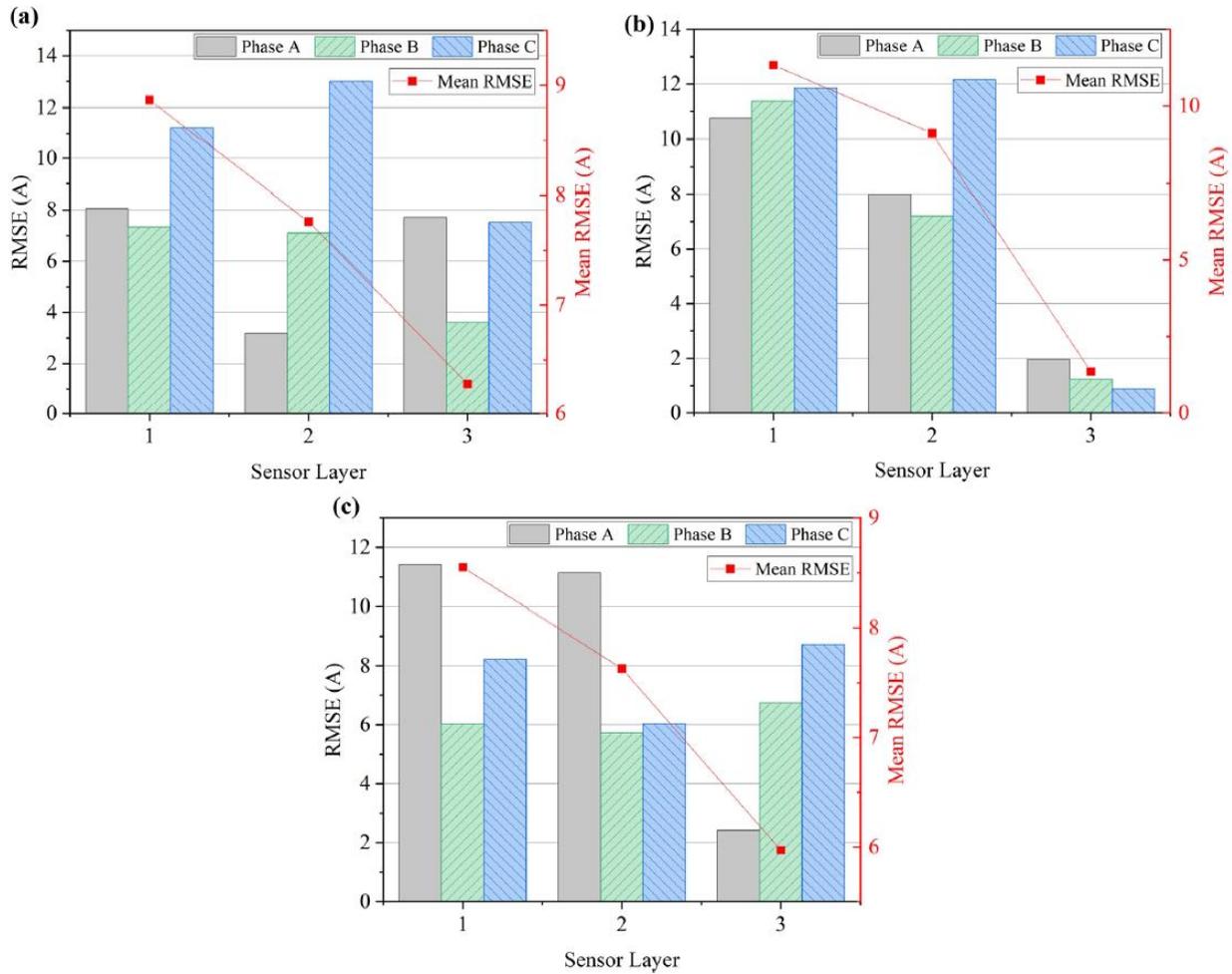


Figura 60 - El RMSE y el RMSE medio calculados a partir de cada sensor de capa en cada caso bajo corriente equilibrada: (a) Caso 1, (b) Caso 2 y (c) Caso 3 [18].

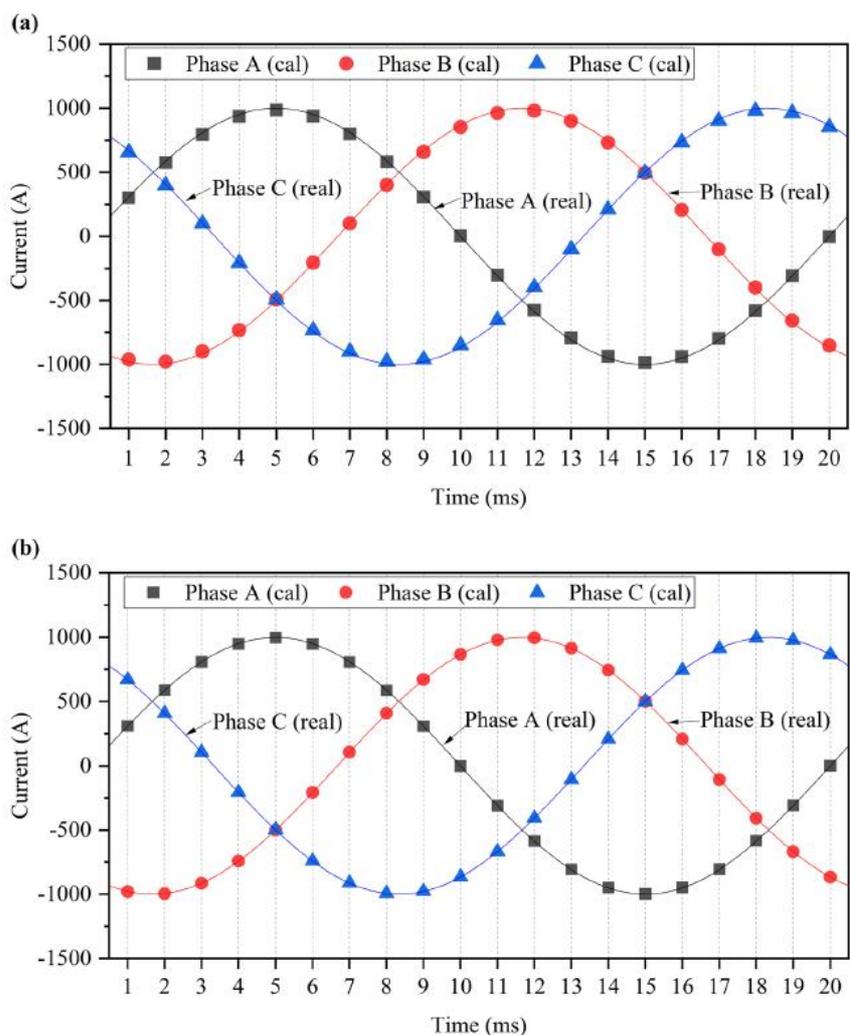


Figura 61 - La corriente calculada del Caso 2 en un ciclo: (a) primera capa y (b) tercera capa [18].

	Fase	Amplitud de corriente (A)	Angulo inicial (°)
Caso 1	Fase A	800	30
	Fase B	700	-100
	Fase C	600	-190
Caso 2	Fase A	750	-200
	Fase B	900	120
	Fase C	650	40
Caso 3	Fase A	750	-60
	Fase B	600	100
	Fase C	850	140

Tabla 17 - Tres tipos de corrientes desequilibradas y sus ángulos iniciales [18].

	Fase	Valor real (m)	Valor calculado (m)				Error relativo (%)
			Primera capa	Segunda capa	Tercera capa	Media	
Caso 1	Fase A	7.4	7.50	7.47	7.39	7.45	0.70
	Fase B	7.8	7.84	7.54	7.77	7.72	-1.09
	Fase C	7.2	7.44	7.43	7.38	7.42	3.01
Caso 2	Fase A	7.4	7.64	7.64	7.66	7.65	3.34
	Fase B	7.8	7.71	7.70	7.69	7.70	-1.29
	Fase C	7.2	7.36	7.39	7.41	7.39	2.60
Caso 3	Fase A	7.4	7.53	7.49	7.52	7.51	1.53
	Fase B	7.8	7.77	7.82	7.78	7.79	-0.13
	Fase C	7.2	7.43	7.40	7.45	7.43	3.18

Tabla 18 - Resultados del cálculo de flecha de las líneas con corriente desequilibradas [18].

Tras calcular la flecha, el sistema de almacenamiento de datos (DSM) recoge los valores de flecha en cada instante, mientras que el módulo de cálculo de corriente (CCM) determina los valores de la corriente. Se calculó el error cuadrático medio (RMSE) de la corriente para cada sensor en tres situaciones diferentes, mostrados en la **Figura 62**. Esta figura indica que el RMSE de cada corriente de fase no varía con el número de capas de sensores, y que el RMSE máximo cambia de manera aleatoria. Los RMSE máximos fueron 14,74 A, 14,61 A y 13,02 A en cada caso. En comparación con el caso de corriente equilibrada, el error aumenta un poco cuando se calcula la corriente desequilibrada. Además, se calcularon los valores de corriente para el sensor con el mayor error RMSE medio en cada caso durante un ciclo de cambio de corriente (una única oscilación completa de la corriente eléctrica, que va desde su máximo positivo hasta su máximo negativo y vuelve a cero). Los resultados, mostrados en la **Figura 63**, demuestran que la corriente desequilibrada calculada por el algoritmo concuerda bien con los valores reales y refleja adecuadamente la forma de onda del cambio de corriente.

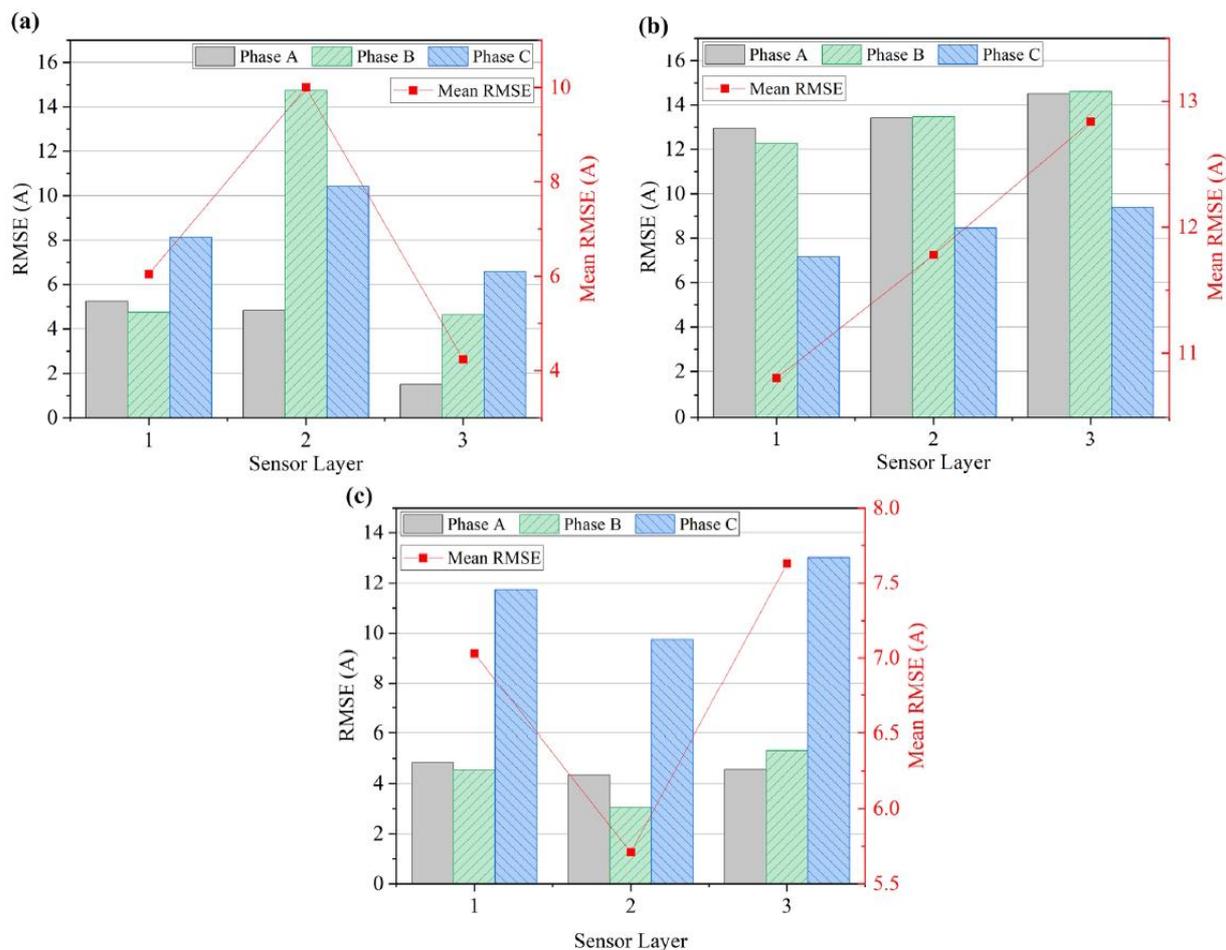


Figura 62 - El RMSE y el RMSE medio calculados a partir de cada sensor de capa en cada caso bajo corriente desequilibrada: (a) Caso 1, (b) Caso 2 y (c) Caso 3 [18].

Para hacer los resultados más claros, los cálculos de la amplitud de las corrientes trifásicas desequilibradas se presentan en la **Tabla 19**, y los de las fases iniciales en la **Tabla 20**. Comparando con los valores reales, el error máximo en la amplitud de la corriente desequilibrada calculada es del 2,53 %, y el mayor error en la fase inicial es de 0,5°. Esto muestra que el conjunto de sensores TMR y el algoritmo propuesto en este método son efectivos para predecir con precisión la flecha y la corriente en líneas aéreas trifásicas.

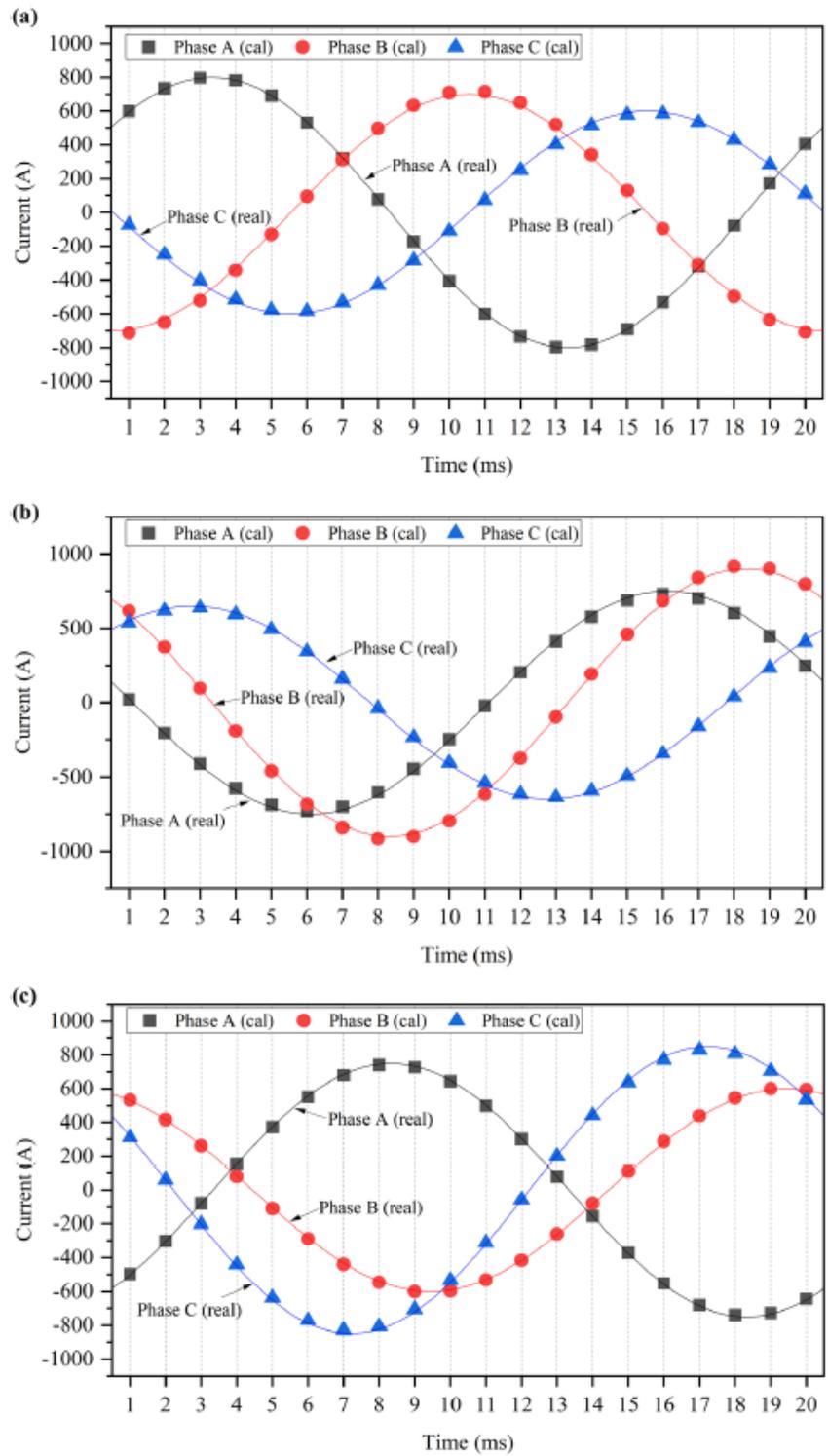


Figura 63 - Corriente calculada de la capa del sensor con el máximo RMSE medio en cada caso bajo corriente desequilibrada: (a) segunda capa en el Caso 1, (b) tercera capa en el Caso 2 y (c) tercera capa en el Caso 3 [18].

	Fase	Valor real (A)	Valor calculado (A)				Error relativo (%)
			Primera capa	Segunda capa	Tercera capa	Media	
Caso 1	Fase A	800	792.7	801.4	802.0	798.7	-0.16

	Fase B	700	694.3	720.3	703.3	706.0	0.85
	Fase C	600	588.6	588.4	590.8	589.3	-1.79
Caso 2	Fase A	750	731.9	731.3	729.8	731.0	-2.53
	Fase B	900	917.4	919.0	920.7	919.0	2.11
	Fase C	650	640.9	639.2	638.0	639.4	-1.64
Caso 3	Fase A	750	743.2	743.9	743.5	743.5	-0.86
	Fase B	600	604.8	601.4	605.5	603.9	0.65
	Fase C	850	833.4	836.3	831.6	833.8	-1.91

Tabla 19 - Error entre la amplitud calculada de la corriente desequilibrada y la corriente real [18].

	Fase	Valor real (°)	Valor calculado (°)				Error relativo (°)
			Primera capa	Segunda capa	Tercera capa	Media	
Caso 1	Fase A	30	29.9	30.5	30.1	30.1	0.1
	Fase B	-100	-100.3	-100.4	-100.5	-100.4	0.4
	Fase C	-190	-189.9	-190.9	-190.1	-190.3	0.3
Caso 2	Fase A	-200	-199.8	-199.8	-199.7	-199.8	0.2
	Fase B	120	120.1	120.0	120.0	120.0	0
	Fase C	40	39.6	39.5	39.5	39.5	0.5
Caso 3	Fase A	-60	-60.0	-60.0	-60.0	-60	0
	Fase B	100	100.4	100.4	100.5	100.4	0.4
	Fase C	140	140.0	140.0	140.0	140.0	0

Tabla 20 - Error entre el ángulo inicial calculado de la corriente desequilibrada y la corriente real [18].

### 3.6.4 Problemática del método

**Complejidad del Algoritmo:** El algoritmo propuesto para la reconstrucción de la corriente y la flecha de las líneas aéreas es inherentemente complejo, ya que implica dos componentes principales. Primero, el cálculo de la flecha, que requiere una precisión en la medición del campo magnético y su interpretación para determinar la deformación física de la línea. Segundo, la estimación de la corriente, que no solo depende de las mediciones del campo magnético, sino también de los datos recopilados de la flecha. Esta doble necesidad de análisis aumenta la complejidad, lo que requiere posiblemente ajustes en función de las condiciones locales y las especificaciones de la línea.

**Cantidad y Costo de los Sensores:** La implementación del método requiere un número significativo de sensores TMR para formar una varilla de detección completa, y a su vez, varias varillas para cubrir adecuadamente la extensión de la línea aérea. Esto implica un aumento en el costo del sistema de monitoreo, ya que cada sensor TMR representa un gasto. Sin embargo, a pesar de esto, mientras más sensores se utilice, más preciso serán las

mediciones.

**Retos en la Calibración y Ajuste del Modelo:** Dado que el método depende en gran medida de un modelo teórico y simplificado, la calibración y el ajuste de este modelo para que se alinee con las condiciones reales de las líneas aéreas es crucial. Esto puede requerir un análisis exhaustivo y ajustes frecuentes, lo que aumenta la complejidad de la implementación y el mantenimiento del sistema.

### 3.7 Sensores sobre torre de transporte mejorado [19]

El método que se explicará a continuación emplea sensores magnetorresistivos de doble eje, en una cantidad igual al número de conductores de fase, para identificar las componentes verticales y horizontales del campo magnético producido por la corriente que fluye a través de los conductores. Este método es capaz de reconstruir la corriente de fase y calcular la flecha de los conductores.

#### 3.7.1 Ubicación y tipo de sensor

Al igual que el método visto en la sección 3.2, este método aprovecha la estructura de las torres de transporte para colocar los sensores. Los sensores están dispuestos en conjunto y pueden ser colocados a cualquier altura en el plano vertical de la torre de transporte, por encima o por debajo de los conductores (ver **Figura 64**).

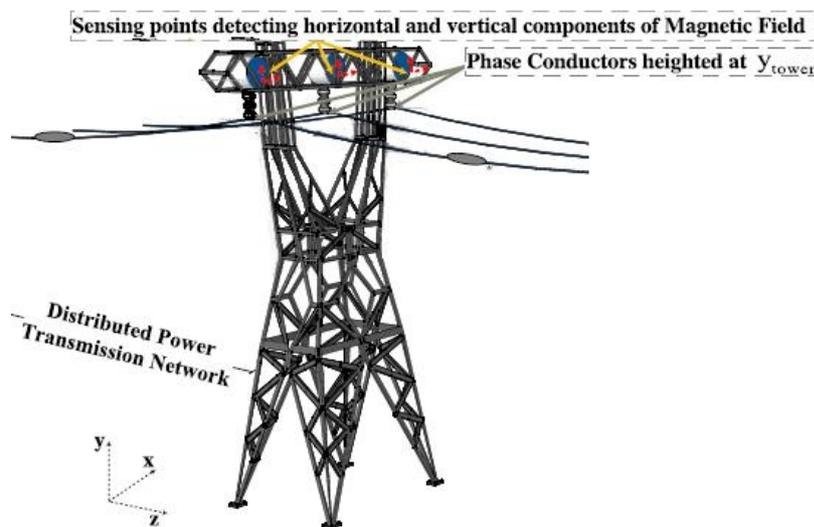


Figura 64 - Ubicación de los tres sensores de doble eje sobre la torre de transporte [19].

#### 3.7.2 Relación entre corriente y campo magnético

El desarrollo del marco matemático para la interpretación del campo magnético generado por varios conductores en cada punto de detección se detalla en la sección 3.6.2. Es importante recordar que el campo magnético emitido por cada conductor se rige por la ley de Biot-Savart y la ecuación de la catenaria ( 83 ). La magnitud del campo magnético,  $B$ , se puede determinar a través de la proyección de tres componentes ( $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ). Así, el vector generado en el punto de detección  $P(x, y, z)$  por el conductor de fase con corriente  $I$ , ubicado en  $Q(x_m, y_m, z_m)$ , tal como se muestra en la **Figura 53**, se puede calcular usando las ecuaciones (( 85 ) - ( 89 )). Estas ecuaciones se derivan aplicando el principio de Biot-Savart para el cálculo del campo magnético generado por conductores en forma de catenaria. La ecuación de catenaria ( 83 ) describe la altura del conductor a lo largo del segmento entre torres, combinando la altura del conductor en la torre,  $H$ , y la forma de catenaria que adopta el conductor bajo su propio peso, lo cual es proporcional al parámetro mecánico  $\alpha$ . La letra  $L$  representa la longitud del vano entre torres adyacentes.

Como se ha mencionado anteriormente, los sensores magnetorresistivos se presentan en configuraciones de uno a tres ejes para captar la proyección adecuada del vector del campo magnético. De ( 86 ) a ( 88 ) se desprende

claramente que los tres componentes del campo magnético son proporcionales a la corriente de fase  $I$ . Por lo tanto, el sensor monoaxial es suficiente para resolver el problema de reconstrucción actual. Sin embargo, las variaciones en la flecha de uno o varios conductores pueden alterar los coeficientes del campo magnético, lo que a su vez puede introducir incertidumbre en los resultados obtenidos tras la reconstrucción. Por ello, en este método se sugiere el uso de sensores magnetorresistivos de dos ejes, empleando las mediciones de un eje para la reconstrucción y las del otro eje para realizar comparaciones cuando se modifica la flecha. Este enfoque sitúa los sensores justo por debajo o por encima de los conductores de fase, sacando partido del hecho de que la componente vertical se anula, es decir, el término  $(x - x_m)$  en la ecuación ( 87 ) se hace cero.

Dado que el campo magnético disminuye con la distancia ( $r^2$ ), se asume que el campo magnético se irradia solo desde la mitad del vano a ambos lados de la torre. Para obtener el mismo efecto, la integración para los dos tramos de medio vano es suficiente. El parámetro de tensión mecánica responsable de la flecha ( $\alpha$ ) puede considerarse el mismo para un conductor en tramos vecinos debido al hecho de que el alargamiento del conductor es aproximadamente uniforme para el mismo conductor de fase en tramos vecinos. Como cada segmento de cable finaliza en la torre, es necesario realizar las integraciones de manera separada: la primera integral toma en cuenta la mitad del vano ( $S_1$ ) desde el punto de máxima flecha hasta la torre, mientras que la segunda integral abarca la mitad del vano ( $S_2$ ) desde la torre hasta el punto de máxima flecha más alejado de la torre (ver **Figura 65**). Para conseguir el efecto deseado, las componentes horizontal y vertical en las ecuaciones ( 86 ) y ( 87 ) se ajustan como:

$$B_{x_s} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[ \int_{-\frac{L}{2}}^0 \left[ \frac{\sinh(z_m/\alpha)(z - z_m)}{r^3} - \frac{(y - y_m)}{r^3} \right] dz_{ms1} + \int_0^{\frac{L}{2}} \left[ \frac{\sinh(z_m/\alpha)(z - z_m)}{r^3} - \frac{(y - y_m)}{r^3} \right] dz_{ms2} \right] \quad (110)$$

$$B_{y_s} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[ \int_{-\frac{L}{2}}^0 \left[ \frac{(x - x_m)}{r^3} \right] dz_{ms1} + \int_0^{\frac{L}{2}} \left[ \frac{(x - x_m)}{r^3} \right] dz_{ms1} \right] \quad (111)$$

Donde

$-(L/2)$  y  $(L/2)$  es la distancia del punto de máxima flecha de cada conductor de fase, hacia y desde las unidades de detección, respectivamente. Al integrar las variables en  $B_{x_s}$  y  $B_{y_s}$ , obtenemos los coeficientes del campo magnético ( $A_x$  y  $A_y$ ) para el conductor de fase con corriente  $I$ .

$$B_{x_s} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} A_x \quad (112)$$

$$B_{y_s} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} A_y \quad (113)$$

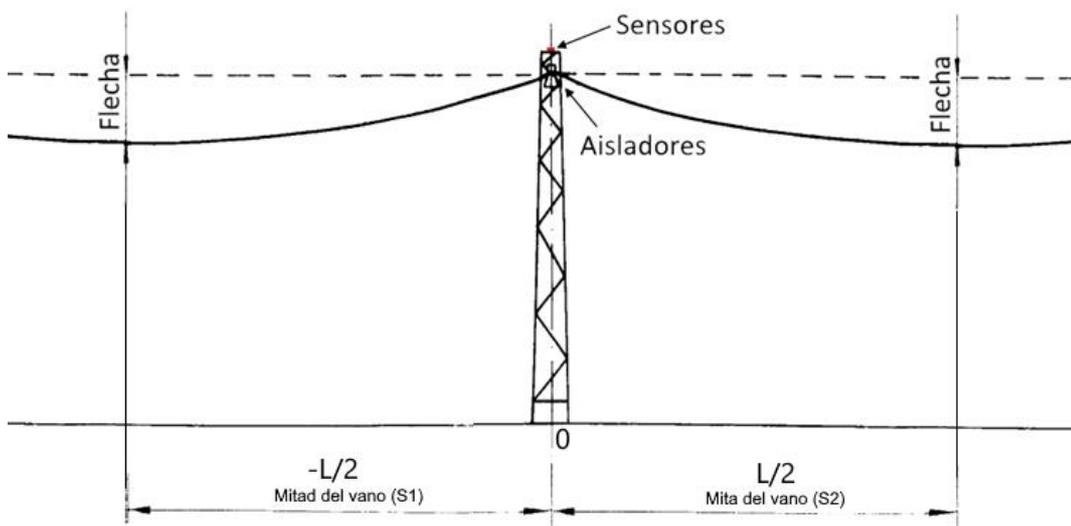


Figura 65 - Puntos de máxima flecha, hacia y desde las unidades de detección.

Varios conductores están suspendidos en la torre de transporte y, por lo tanto, es necesario determinar la contribución del campo magnético de cada uno de los conductores de fase en el cabezal del sensor. A partir de la linealidad de la ley de Biot-Savart, podemos aplicar el principio de superposición para generalizar ( 112 ) y ( 113 ) y calcular las proyecciones de las componentes (horizontal y vertical) en el punto de detección de los conductores de fase  $j$ .

$$B_{Xs} = \sum_{p=1}^j \frac{\mu_0 I}{4\pi} A_{p(x)} \quad (114)$$

$$B_{Ys} = \sum_{p=1}^j \frac{\mu_0 I}{4\pi} A_{p(y)} \quad (115)$$

Siguiendo la misma analogía, es posible establecer un sistema lineal que se ajuste a cualquier configuración de torre, incorporando ( $i$ ) sensores y ( $j$ ) conductores de fase. La matriz de coeficientes correspondiente se fundamenta en la posición de los conductores y la distancia entre cada conductor y el sensor. Esta matriz adoptará la forma de una matriz cuadrada, dado que el número de puntos de detección coincide con el número de conductores de fase ( $i = j$ ). La proyección del campo magnético detectado en ( $i$ ) puntos de detección a lo largo del eje horizontal se transformará en

$$B_{Xi} = \left[ \frac{\mu_0}{4\pi} \begin{pmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m1} & \cdots & A_{mm} \end{pmatrix} \right] I_j \quad (116)$$

De ( 87 ), podemos deducir que el término  $A_{mm} = 0$  cuando  $[m, m] = \{(1, 1), (2, 2), \dots\}$ . Estos son los puntos de detección en el mismo plano vertical, encima o debajo del conductor donde  $x_m - x = 0$ . En consecuencia, la componente vertical del campo magnético se convierte en

$$B_{Yi} = \left[ \frac{\mu_0}{4\pi} \begin{pmatrix} 0 & \cdots & A_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m1} & \cdots & 0 \end{pmatrix} \right] I_j \quad (117)$$

El producto de los coeficientes del campo magnético y la constante ( $\mu_0/4\pi$ ) se puede indicar como matriz de posición  $P_{cmpt}$  para la componente (cmpt). Podemos generalizar ( 116 ) y ( 117 ) para formular un sistema lineal. Dado que  $P_{cmpt}$  es una matriz no singular, la solución del problema inverso existe en todos estos casos. El problema de reconstrucción del sistema lineal y la corriente inversa se convierte en

$$B_{cmpt_i} = P_{cmpt} I_j \quad (118)$$

$$I_j = P_{cmpt}^{-1} B_{cmpt_i} \quad (119)$$

De acuerdo con la investigación mencionada en la sección 2.2.2, es crucial minimizar el número de condición (cond) para asegurar que el sistema lineal, permanezca bien condicionado. Se ha determinado que la disposición de los sensores en el plano vertical de la torre, situando cada sensor a una distancia horizontal nula del conductor de fase, reduce de manera adecuada el número de condición para las ecuaciones ( 116 ) y ( 117 ).

Para determinar la altura óptima de colocación de la matriz de sensores en este método, se calculó el número de condición para las matrices de posición ( $P_x$ ) y ( $P_y$ ) en varios modelos de sistemas. En la configuración mostrada en la **Figura 66**, se simuló distintos modelos para ubicar el conjunto de sensores (Sensor array placement test points) a alturas que van desde 4 metros hacia arriba y hacia abajo respecto a los conductores en el plano vertical, y para una flecha simétrica que varía entre 1 metro y 3.5 metros. Como se ilustra en el recuadro de la **Figura 66**, el número de condición (cond) se mantiene cercano a uno para los modelos descritos anteriormente.

El análisis sugiere que este método puede aplicarse a cualquier configuración de torre siguiendo la ecuación (

119); el conjunto de sensores debe colocarse en un punto donde el número de condición sea cercano a uno y la magnitud del campo magnético de los conductores de fase se encuentre dentro del rango de detección del sensor.

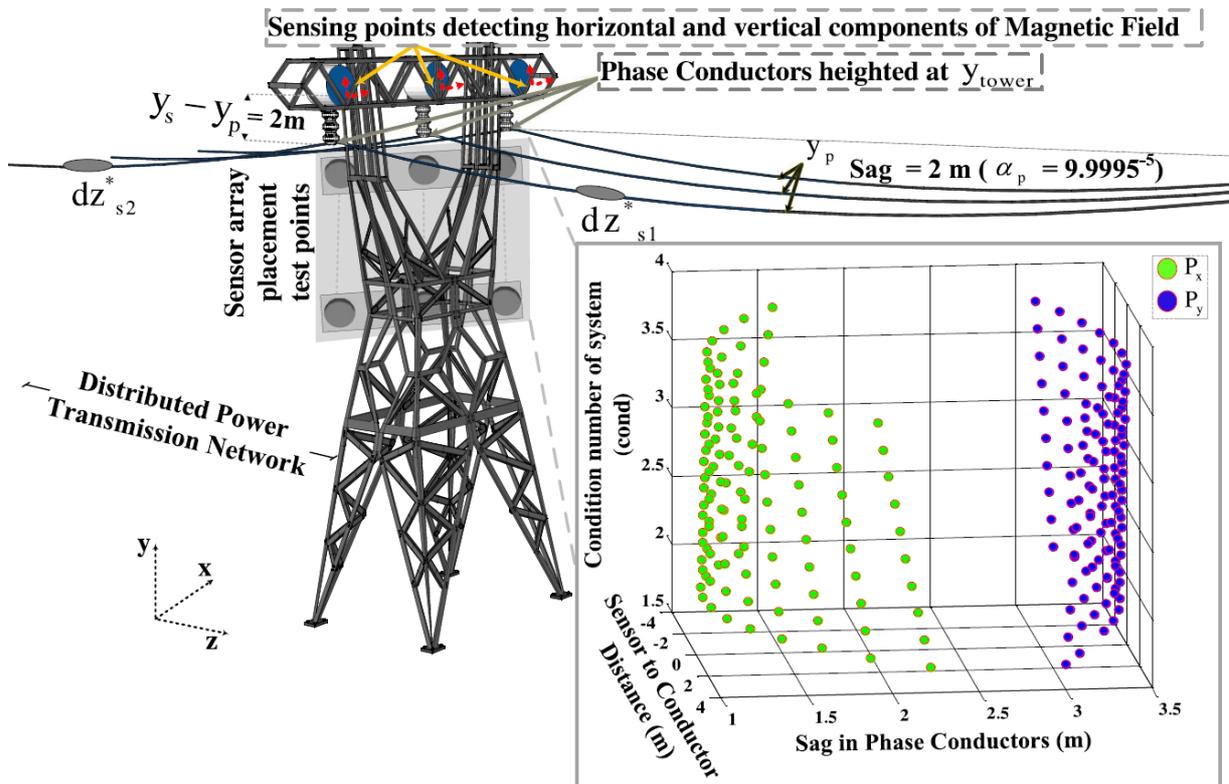


Figura 66 - Número de condición de las matrices de posición ( $P_x$  y  $P_y$ ) a varias alturas del sensor y diferentes condiciones de flecha [19].

### Algoritmo

La innovación de este estudio se basa en la capacidad de estimar simultáneamente la corriente de fase y la flecha del conductor usando únicamente sensores de doble eje en cantidad igual al número de conductores de fase. Se han tomado en cuenta el efecto de varios factores cruciales sobre la distribución del campo magnético en este algoritmo. Estos incluyen la longitud del segmento entre torres, el efecto de la flecha en los conductores, y el campo magnético generado por segmentos adyacentes. Para la estimación de la flecha, la distancia entre el sensor y el conductor se considera constante, mientras que la flecha del cable suspendido entre dos torres variará y tiende a aumentar principalmente con el incremento ocasional de la temperatura del conductor.

Tras la instalación de los sensores en los puntos de detección, las componentes horizontal y vertical del campo magnético son representadas mediante las matrices de coeficientes en las ecuaciones (116) y (117). Una vez que la matriz de sensores está fijada en la torre, las matrices de posición ( $P_x$ ) y ( $P_y$ ) se calculan usando el parámetro mecánico ( $\alpha$ ) en la ecuación (83) para conductores con flecha y las distancias entre el conductor y el sensor en la torre, para luego ser almacenadas en la memoria. El método sugerido es capaz de detectar cualquier cambio en la flecha, ya sea de manera simétrica en todos los conductores de fase o de manera asimétrica en uno o más. Además, estima la corriente de fase mediante la resolución de un problema de reconstrucción inversa. Este algoritmo se fundamenta en tres observaciones clave.

1. Mientras que las matrices de posición  $P_{cmpt}$  difieren para todos los componentes del campo magnético, la información sobre la corriente de fase es consistente o se mantiene igual, por lo tanto, si se conoce al menos una componente del campo magnético ( $B_x$  o  $B_y$ ) y la matriz de posición correspondiente ( $P_{cmpt}$ ), es posible reconstruir (calcular) la corriente de fase que está generando ese campo magnético.
2. Las componentes del campo magnético generadas por un conductor son afectadas tanto por la flecha del conductor como por la distancia entre el conductor y el sensor que mide el campo magnético. Esto significa que el resultado de reconstruir la corriente de fase y la matriz de posición ( $P_{cmpt}$ ) a lo largo de un eje se puede usar para verificar los resultados de la reconstrucción en el otro eje.

- En las ecuaciones ( 117 ), la presencia de un término diagonal cero ( $A_{mm}$ ) indica que un cambio en la flecha de un conductor de fase particular no afecta la magnitud vertical del campo magnético en el sensor más cercano a ese conductor. Sin embargo, una diagonal principal diferente de cero (como en la ecuación ( 116 )) indica que un cambio en la flecha afecta la magnitud del campo magnético horizontal en el sensor cercano al conductor. Por lo tanto, podemos comparar los resultados de la reconstrucción utilizando la posición del sensor tanto en el eje x como en el eje y para detectar cualquier cambio en la flecha.

El proceso completo se muestra en la **Figura 67**. El algoritmo comienza recuperando  $P_y$  de la memoria, almacenado en la instalación o durante la última actualización de la memoria, y usando el campo magnético muestreado a lo largo del eje y para realizar la reconstrucción de la fuente actual  $I_j$ . Luego, el producto de las corrientes de fase reconstruidas  $I_j$  y  $P_y$  se compara con el campo magnético muestreado a lo largo del eje x y se mide contra el umbral. Si la diferencia  $Diff_n$  para la comparación excede el umbral, la comparación se lleva a cabo de forma iterativa para los valores actualizados de  $P_x$  y  $P_y$  obtenidos incrementando  $\alpha$  en ( 83 ). Con cada iteración, los resultados se analizan para determinar el punto donde la diferencia entre  $B_{xi}$  medido y calculado arroja una pequeña  $Diff_n$ . Una vez cumplido este criterio, el algoritmo finaliza devolviendo el hundimiento correspondiente en todos los conductores. Luego, el sistema continúa calculando  $I_j$  hasta que  $Diff_n$  permanezca dentro del umbral.

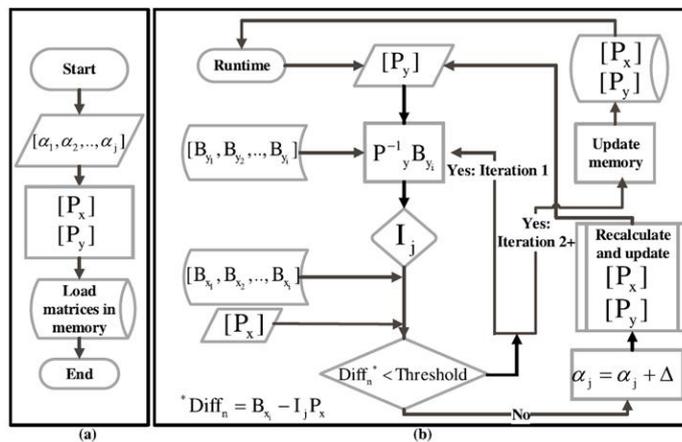


Figura 67 - Estimación de la flecha y algoritmo de reconstrucción actual. (a) Ejecución única en el momento de la instalación. (b) Ejecución en tiempo de ejecución [19].

### 3.7.3 Caso práctico y simulación

Este método evaluó el algoritmo diseñado para llevar a cabo la reconstrucción y estimación de la flecha en una configuración típica de torre de transporte trifásica, utilizando simulaciones numéricas procesadas en MATLAB, seguidas de una verificación experimental en un entorno de laboratorio a escala. Para las simulaciones numéricas, se empleó la disposición completa representada en la **Figura 66**.

Se asumió que un conjunto de sensores se colocaba a una altura de 2 m sobre los conductores de fase. La matriz constaba de tres sensores de doble eje, sensibles tanto en el eje horizontal como en el vertical. La distancia entre los sensores se mantuvo igual que la distancia entre los conductores, es decir, 11,8 m. Se utilizó el sistema lineal dado en ( 118 ), gobernado por ( 116 ) y ( 117 ), para simular las proyecciones horizontales y verticales del vector de campo magnético en cada punto de detección. El efecto de la longitud del tramo y la flecha se tuvo en cuenta en las matrices de posición  $P_x$  y  $P_y$  durante las simulaciones.

En cada iteración, la flecha se redefinió con un incremento de 0.01 m y luego se utilizó en el algoritmo. Esto aseguró que el algoritmo pudiera resolver cambios de hasta 0.01 m en la flecha. Reducir esta precisión aumentaría el tiempo de cálculo. Sin embargo, para una implementación práctica, está limitado por la capacidad del sensor y la intensidad del campo magnético radiado por los conductores, por lo tanto, el tamaño del paso debe ajustarse en consecuencia. Y la corriente al inicio de la prueba fueron de  $I_1 = 845.3204, I_2 = -389.8153, I_3 = -455.5052$ .

El algoritmo se probó para tres escenarios a diferentes flechas. La **Tabla 21** detalla los distintos escenarios de

prueba y resume los resultados para la identificación de la flecha correspondiente de los respectivos conductores y la corriente reconstruida. Los resultados indican que la corriente de fase y el hundimiento se estiman correctamente con un error inferior al 1% en todos los casos. Gráficamente, las diferencias para los tres escenarios de prueba se pueden observar en la **Figura 68**, que se encuentra disponible numéricamente en la **Tabla 21**.

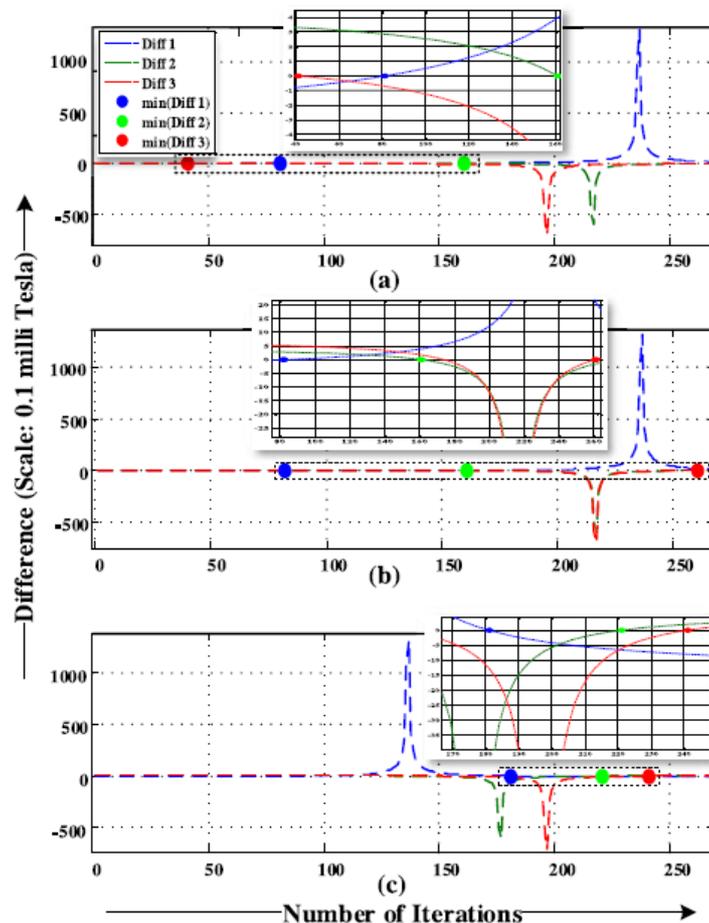


Figura 68 - Representación gráfica de Diff<sub>n</sub>, descrita numéricamente en la tabla 21 [19].

		Diferencia: $Diff_n = I_j * P_x - B_{xi}, I_j = P_y B_{yt} : [(n, i, j)] = [(1,1,1), (2,2,2), (3,3,3)]$							
Condiciones de la prueba	Escenario 1: Flecha asimétrica			Escenario 2: Flecha asimétrica			Escenario 3: Flecha simétrica		
	Conductor 1	Conductor 2	Conductor 3	Conductor 1	Conductor 2	Conductor 3	Conductor 1	Conductor 2	Conductor 3
Iteraciones	$Diff_1$	$Diff_1$	$Diff_1$	$Diff_1$	$Diff_1$	$Diff_1$	$Diff_1$	$Diff_1$	$Diff_1$
1	-1.2809	3.5998	0.4134	-1.2875	3.5916	6.0059	-9.5680	4.8533	5.8571
30	-0.9322	3.4056	0.1334	-0.9391	3.3977	5.7782	-8.3918	4.5491	5.5769
59	-0.4698	3.1400	-0.2649	-0.4773	3.1323	5.4664	-6.3366	4.0948	5.1782
88	0.1727	2.7544	-0.8764	0.1645	2.7472	5.0136	-1.8266	3.3429	4.5662
117	1.1265	2.1440	-1.9343	1.1173	2.1376	4.2967	16.0708	1.8584	3.5074
146	2.6906	1.0318	-4.2069	2.6797	1.0267	2.9897	51.3145	-2.4447	1.2327
175	5.7280	-1.6336	-12.6020	5.7137	-1.6354	-0.1432	2.1652	-169.4288	-7.1685
204	14.1781	-16.6326	-42.4876	14.1546	-16.6159	-17.7750	-4.7301	-3.9551	-37.0637

233	161.2703	-12.3953	-7.0892	161.0860	-12.3821	-12.8003	-7.4806	1.3663	-1.6335
262	20.3931	-1.3959	-3.0543	20.3655	-1.3961	0.1316	-8.9602	3.0763	2.4063
Min ( $Diff_n$ )	0.0043	0.0007	0.0002	0.0120	0.0031	0.0335	0.0011	0.0062	0.0073
Min en la iteración	81	161	41	82	161	261	181	221	241
Flecha (memoria)	1.2000	1.4000	1.6000	1.2000	1.4000	1.4000	2.2001	1.8000	1.6000
Nueva flecha	2.0000	3.0000	2.0000	2.0000	3.0000	4.0000	4.0000	4.0000	4.0000
Flecha calculada	2.0101	3.0102	2.0101	2.0201	3.0102	4.0105	4.0105	4.0105	4.0105
Ir	845.3126	-389.5919	-454.1749	844.1380	-389.0803	-457.2989	845.2395	-389.8526	-455.0970

Tabla 21 - Salida del algoritmo para diferentes escenarios de flecha, de flecha no simétricas y simétricas en una configuración de circuito [19].

### Experimento de laboratorio

Para validar los resultados de la simulación, se implementó una versión a escala de un circuito típico en el entorno del laboratorio. Este montaje consistió en dos torres de soporte y conductores trifásicos dispuestos en una configuración plana. Dado que no se contaba con una estructura de soporte sobre los conductores, como se muestra en la **Figura 64**, se optó por ubicar el conjunto debajo de los conductores en la torre de soporte. Sin embargo, siguiendo el procedimiento, se eligió una posición en el plano vertical donde el número de condición del modelo del sistema se aproximará a la unidad. En consecuencia, cada sensor se colocó debajo del conductor de fase a una distancia de 27 cm, y la distancia entre sensores se mantuvo igual que la distancia entre conductores, es decir, 30 cm. Se ajustaron los conductores para que las flechas de los conductores de fase fueran asimétricas, midiendo 29, 30.5 y 32 cm respectivamente, utilizando un calibrador. Para emular un estado de carga equilibrado, se emplearon tres cargas resistivas, cada una con una resistencia de 14.6 ohmios y una potencia nominal máxima de 4 W. Para inducir un desequilibrio en la corriente de carga, se incrementó la carga resistiva en uno de los conductores. Bajo estas dimensiones, el número de condición del modelo del sistema,  $P_x$  y  $P_y$ , fue de 2.38 y 2.67, respectivamente.

En este estudio, utilizaron sensores de campo magnético basados en magnetorresistencias. Estos dispositivos se encuentran fácilmente disponibles en el mercado, configurados en un arreglo de puente de Wheatstone equilibrado. Aquí, cualquier modificación en el campo magnético ocasiona variaciones en la resistencia, generando así un voltaje de salida que es directamente proporcional al campo magnético aplicado en la dirección específica de detección. Por consiguiente, se empleó un sensor TMR triaxial, con captura de muestras únicamente para dos de sus componentes.

Durante la preparación experimental, uno de los principales objetivos fue diseñar una cadena de instrumentación adecuada para el propósito. Dado que el campo magnético alrededor de los conductores de fase es extremadamente débil, del orden de microtesla, se requiere una amplificación significativa dependiendo de la sensibilidad del sensor, el voltaje de alimentación y el rango del convertidor analógico-digital (ADC). Para detectar este campo magnético tan tenue, fue esencial filtrar el campo magnético terrestre, que permanece constante en un punto del espacio y genera una polarización de voltaje en la salida del puente. La saturación del amplificador de alta ganancia del sistema de medición se produce debido a la presencia del campo magnético terrestre. Este voltaje no deseado se elimina mediante la conexión de ambos extremos del puente del sensor a filtros de paso alto, lo que elimina la compensación del campo magnético terrestre en la salida diferencial, así como cualquier compensación por desequilibrio de resistencia en la configuración completa del puente de Wheatstone.

Luego, la señal diferencial del puente de Wheatstone se amplifica en dos etapas, primero utilizando un amplificador de instrumentación (INA333) en la PCB diseñada específicamente para este propósito, y luego con un amplificador operacional (AD8597) disponible en la placa de evaluación. La alimentación de los tres sensores se realiza mediante una fuente de alimentación estable que proporciona un voltaje de suministro bipolar de 5 V. Un ADC simultáneo de seis canales en la placa de evaluación adquiere muestras de las mediciones analógicas y posteriormente transmite los datos a una computadora portátil a través de la misma placa de evaluación. La configuración experimental completa se detalla en la **Figura 69**.

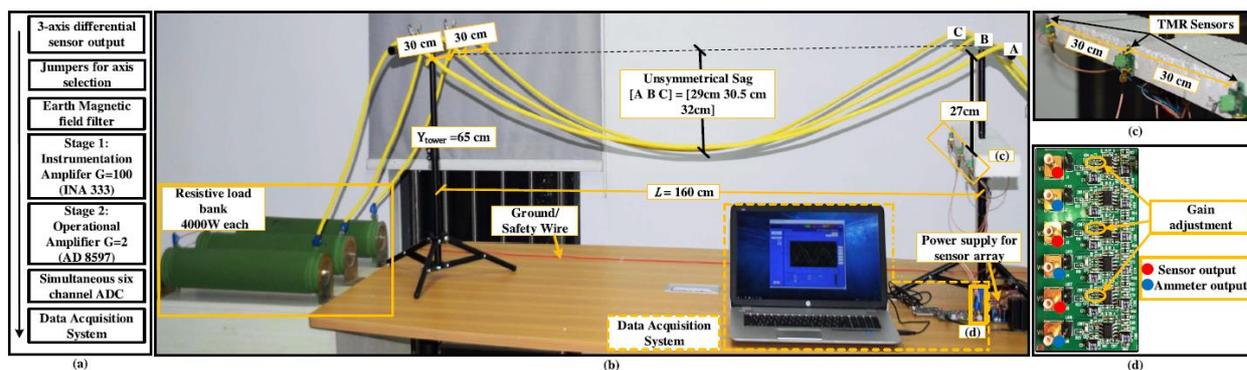


Figura 69 - Configuración de torre típica de un circuito a escala con conjunto de sensores de campo magnéticos adjuntados. a) Diagrama de bloques de la cadena de instrumentación para el procesamiento de datos del conjunto de sensores. (b) Configuración experimental completa. (c) Conjunto de sensores con amplificador de primera etapa. (d) Amplificación de segunda etapa lograda agregando una resistencia a la configuración de ganancia unitaria AD8597 en la placa de evaluación ADC. [19].

Con el fin de evaluar con precisión la flecha y la corriente reconstruida, se introdujo en la memoria una flecha simétrica de 20 cm (distinta a la flecha real). El tamaño del paso incremental se mantiene 0,1 cm para poder adaptarse a cambios mínimos en la flecha. El algoritmo logra estimar con precisión las flechas asimétricas de 29, 30,5 y 32 cm en los conductores, respectivamente. Este cálculo se realiza con un margen de error inferior al 1%, siguiendo un procedimiento idéntico al detallado en la **Tabla 21**. Una vez que el algoritmo detecta la caída, procede con la reconstrucción de la corriente de fase, como se muestra en la **Figura 67b**.

Se compara el campo magnético registrado por los tres sensores a lo largo del eje y con el campo magnético calculado, el cual se obtiene multiplicando la corriente medida  $I_j$  por un amperímetro y la matriz de posición  $P_y$ . Como referencia para determinar el error en la corriente reconstruida, se utiliza la corriente medida con tres pinzas amperimétricas. Los resultados obtenidos confirman la concordancia entre el campo magnético medido y el calculado, y se observa que la forma de onda de la corriente reconstruida sigue de cerca la forma de onda del amperímetro (ver **Figura 70**). El error cuadrático medio entre las formas de onda de referencia y las reconstruidas sigue siendo inferior al 1%. En este método, se emplea la distancia euclidiana como medida de disimilitud entre dos vectores para evaluar la diferencia porcentual entre la forma de onda de referencia y la reconstruida utilizando los datos del sensor. Esta diferencia porcentual permanece por debajo del 2,6% para los estados de equilibrio de carga y de desequilibrio de carga (ver **Tabla 22**).

	Erro cuadrático medio	Diferencia porcentual (Distancia euclidiana)
<b>Estado de carga balanceada</b>		
(a) Campo Magnético		
Conductor 1	$6.9926 \cdot 10^{-8} T$	0.2420
Conductor 2	$9.4189 \cdot 10^{-8} T$	0.3268
Conductor 3	$1.1206 \cdot 10^{-7} T$	0.8785
(b) Corriente de fase		
Conductor 1	0.5087 A	0.4135
Conductor 2	0.6846 A	2.5162
Conductor 3	0.5621 A	2.0923
<b>Estado de carga desbalanceada</b>		

(a) Campo Magnético		
Conductor 1	$7.5661 \cdot 10^{-8} T$	0.9656
Conductor 2	$1.1150 \cdot 10^{-7} T$	0.5572
Conductor 3	$1.1119 \cdot 10^{-7} T$	1.0982
(b) Corriente de fase		
Conductor 1	0.7571 A	0.8129
Conductor 2	0.6114 A	0.7312
Conductor 3	0.4941 A	0.3399

Tabla 22 - Error cuadrado medio y diferencia porcentual entre mediciones de referencia y calculadas [19].

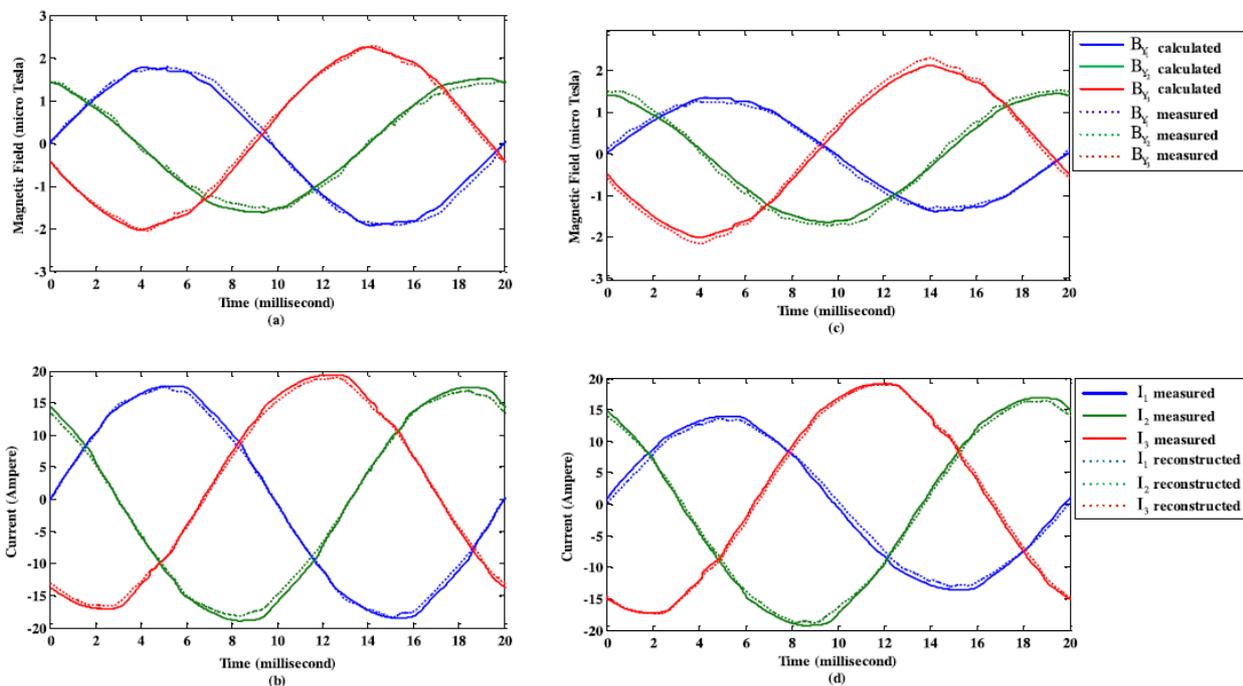


Figura 70 - Campo magnético detectado y formas de onda de corriente reconstruidas para corriente de carga equilibrada y desequilibrada para una configuración de circuito, referenciada con amperímetro [19].

### 3.7.4 Problemática del método

Este método comparte las mismas problemáticas del método de la sección 3.1.

**No permite medición *in situ*:** Al estar fijo en la cima de una torre de transporte, solo puede realizar mediciones en un punto específico, lo que excluye la posibilidad de mediciones *in situ*, que son necesarias para tareas temporales y a corto plazo.

**Exposición a condiciones ambientales:** Al no incluir una estructura de protección para los sensores, están expuestos a condiciones ambientales como lluvia, hielo, granizo, polvo, niebla o nieve, lo que podría afectar su precisión.

**Dificultad en la instalación y mantenimiento:** La instalación y mantenimiento de este método son complicados y peligrosos, ya que requieren trabajar en alturas y cercanía a conductores eléctricos vivos, a menos que se interrumpa la transmisión de electricidad, lo que también es problemático.





# 4 CONCLUSIONES

---

*Cuatro cosas no regresan: la palabra dicha, la flecha arrojada, el tiempo pasado y la oportunidad perdida.*

*- Al Halif Omar Ibn -*

En este trabajo se han evaluado seis metodologías distintas para la medición de corriente sin contacto en líneas aéreas de transporte. Cada una presenta ventajas y desventajas específicas, y su aplicabilidad depende del contexto y los requisitos del sistema de medición.

**1. Metodología sobre torre de transporte:** Esta técnica, aunque económica y de precisión aceptable, enfrenta desafíos significativos. La necesidad de instalar sensores magnetorresistivos en las torres implica riesgos en su implementación y mantenimiento. Además, la exposición a condiciones ambientales adversas y la limitación a estructuras específicas de torres de transporte dificultan su uso generalizado. Esta metodología es más adecuada para mediciones a largo plazo en ubicaciones fijas del sistema.

**2. Metodología sobre el suelo:** Esta alternativa ofrece flexibilidad y movilidad, siendo una solución *in situ* para mediciones temporales en diversos tramos de una línea de transporte. Su diseño portátil y la inclusión de un algoritmo compuesto mejoran su precisión y fiabilidad. Sin embargo, se ve afectada por la posición de los sensores, lo que requiere una estructura especial para mantener su alineación. Esta metodología resulta ser una opción económica y práctica para aplicaciones que requieren mediciones móviles y rápidas.

**3. Bobinas en el suelo:** Aunque esta técnica es fácil de implementar y adaptable a mediciones *in situ*, su precisión se ve considerablemente afectada por la distancia a los conductores y la orientación de las bobinas. La necesidad de mantener las bobinas en una posición fija para obtener mediciones precisas añade una capa de complejidad. A pesar de su portabilidad, esta metodología es menos confiable debido a sus limitaciones inherentes, lo que la hace menos adecuada para aplicaciones que requieren alta precisión.

**4. Método de bobinas sin núcleos enterradas:** Esta es la metodología más costosa y compleja, pero ofrece ventajas significativas. La protección de los sensores contra condiciones ambientales y la capacidad de proporcionar mediciones en tiempo real y de larga duración la convierten en una solución robusta y completa. A pesar de los desafíos iniciales en la instalación y calibración, su implementación exitosa en una línea de transporte real y su capacidad para proporcionar datos adicionales como la temperatura la hacen altamente viable y confiable.

**5. Método de sensores en varillas de detección:** Este método innovador se destaca por su capacidad para integrar la evaluación de la flecha de las líneas en el cálculo de la corriente, una característica única que no ofrecen los otros métodos vistos. Los resultados de las simulaciones indican que su precisión es aceptable, con errores mínimos gracias a su algoritmo especializado. Además, este método se centra en determinar la mejor ubicación para la colocación de los sensores, no solo desde un punto de vista geométrico, sino también buscando el punto donde la señal de captación del campo magnético es más fuerte. A pesar de que el uso de sensores TMR es económico, este método podría implicar un costo mayor comparado con otros métodos que utilizan el mismo tipo de sensor debido al uso de un número más elevado de sensores. Su diseño potencialmente portátil permitiría a un operario realizar mediciones desde una distancia segura en el suelo. Sin embargo, su precisión se ve comprometida por la posición de los sensores; una inclinación inadecuada puede afectar los resultados, lo cual se soluciona con una estructura diseñada para mantener los sensores en una posición fija.

**6. Sensores sobre torre de transporte mejorado:** Este método introduce una perspectiva innovadora al integrar la evaluación de la flecha de las líneas en el cálculo de la corriente. Emplea un conjunto de sensores de doble eje colocados en la torre de soporte para estimar tanto la corriente como la flecha con una precisión aceptable, como demostraron los resultados de simulaciones numéricas y experimentos de laboratorio. Se observa que al colocar los sensores separados entre sí y en paralelo a los conductores no solo se mejora el número de condición, sino que también se ayuda a la convergencia del algoritmo para la estimación de la flecha. Sin embargo, su diseño fijo en la parte superior de la torre de transporte limita la medición a un solo punto del sistema, lo que lo hace menos adecuado para aplicaciones que requieren mediciones *in situ* y móviles. Además, la falta de una estructura para proteger los sensores puede comprometer la precisión de las mediciones en condiciones ambientales adversas, lo que representa una preocupación significativa en entornos de transmisión de energía. La implementación de este método también presenta desafíos logísticos y de seguridad, ya que requiere que los operarios trabajen a gran altura y en proximidad a conductores energizados, lo que puede resultar peligroso y requerir interrupciones en la transmisión de electricidad durante la instalación y el mantenimiento.

En conclusión, la elección de la metodología adecuada depende de factores como la economía, la precisión requerida, la facilidad de implementación y mantenimiento, y la naturaleza de las aplicaciones (*in situ* vs. a largo plazo). Mientras que algunas metodologías son más adecuadas para mediciones temporales y móviles, otras ofrecen soluciones más duraderas y precisas para aplicaciones fijas. La decisión final debe basarse en un balance entre estos factores, teniendo en cuenta las necesidades específicas del sistema eléctrico en cuestión. La **Tabla 23** presenta un resumen de estos puntos.

<b>Comparación de las metodologías estudiadas</b>					
<b>Metodología</b>	<b>Distancia de medición</b>	<b>Medición <i>in situ</i></b>	<b>Implementación</b>	<b>Precisión en la medición</b>	<b>Flecha</b>
<b>Sensores MR sobre torre de transporte</b>	Media	No	Media	Aceptable	N/A
<b>Sensores MR sobre el suelo</b>	Larga	Si	Fácil	Aceptable	Constante
<b>Bobinas sin núcleo</b>	Larga	Si	Fácil	Baja	Constante
<b>Bobinas sin núcleos enterradas</b>	Larga	No	Complicada	Aceptable	Constante
<b>Sensores MR en varillas de detección</b>	Larga	Si	Media	Aceptable	Calculada
<b>Sensores MR sobre torre de transporte mejorado</b>	Media	No	Media	Aceptable	Calculada

Tabla 23 - Comparación de las metodologías estudiadas.



# REFERENCIAS

- [1] H. D. Young y R. A. Freedman, Física universitaria, con física moderna, Decimosegunda ed., vol. 2, Mexico D.F.: Pearson, 2009.
- [2] R. A. Serway y J. w. Jewett, Física para ciencias e ingeniería con Física Moderna, Séptima ed., vol. 2, Mexico D.F.: Cengage Learning, 2009.
- [3] D. J. Griffiths, Introduction to electrodynamics, Fourth, Ed., Pearson, 2013.
- [4] J. Wu, Z. Chen, C. Wang y L. Hao, A novel low-cost multicoil-based smart current sensor for three-phase currents sensing of overhead conductors, vol. 31, IEEE transactions on power delive, 2016.
- [5] Q. Huang, A. H. Khawaja, Y. Chen y J. Li, Magnetic Field Measurement with Applications to Modern Power Grids, Wiley-IEEE Press, 2020.
- [6] EMF, «Overhead power lines.,» 2014. [En línea]. Available: <https://www.emfs.info/sources/overhead/>.
- [7] x. Ma, Y. Xiang y K. L. Chen, Phase Current Measurement for Overhead Lines Using Contactless Sensors, IEEE 7th International Conference on Power and Energy (PECon) 2018, 2018.
- [8] M. J. Caruso, T. Bratland, C. H. Smith y R. Schneider, A New Perspective on Magnetic Field Sensing, vol. 15, 1998, pp. 34-47.
- [9] L. Pujadas y M. Valdés, Efecto Hall monografía del curso "Medidas Eléctricas", Facultad de Ingeniería - UdelAR, 2012.
- [10] LEM, «Hall Effect Current Sensors,» [En línea]. Available: <https://www.lem.com/en/hall-effect-current-sensors>.
- [11] J. Sánchez Moreno, Diseño, fabricación, caracterización y estudio de aplicabilidad de un sensor de corriente eléctrica basado en tecnología válvula de espín y un detector de temperatura basado en rutenio., Valencia, 2013.
- [12] «Multi Dimension Sensing the future,» [En línea]. Available: <https://www.dowaytech.com/en/1776.html>.
- [13] X. Sun, Q. Huang, L. J. Jiang y P. W. T. Pong, Overhead high-voltage transmission-line current monitoring by magnetoresistive sensors and current source reconstruction at transmission tower, vol. 50, IEEE Transactions on Magnetism, 2014.
- [14] D. C. Giménez, Tecnología de materiales, Instituto San Pablo - Luján.
- [15] K. L. Chen, Intelligent contactless current measurement for overhead transmission lines, IEEE Transactions on Smart Grid, 2022.

- 
- [16] P. G. Halverson , S. J. Syracuse, R. Clark y F. M. Tesche, Non-contact sensor system for real-time high-accuracy monitoring of overhead transmission lines, Charlotte: Promethean Devices, LLC, 2008.
- [17] S. J. Syracuse, R. Clark, P. G. Halverson, F. M. Tesche y C. . V. Barlow.Estados Unidos Patente US 8,280,652 B2, 2012.
- [18] W. Si, Y. Shou, D. Ju, H. Deng, S. Qian, Y. Gu y J. Yang, Computational analysis of reconstructing current and sag of three-phase overhead line based on the TMR sensor array, De Gruyter, 2023.
- [19] A. Habib Khawaja, Q. Huang, J. Li y Z. Zhang, Estimation of Current and Sag in Overhead Power Transmission Lines With Optimized Magnetic Field Sensor Array Placement, IEEE, 2017.