
UN ANÁLISIS DE LA EFICIENCIA PRODUCTIVA DE LOS PAÍSES DE LA UNIÓN EUROPEA A TRAVÉS DE MODELOS DE FRONTERA ESTOCÁSTICA

JOSÉ MANUEL GAVILÁN RUIZ

FRANCISCO JAVIER ORTEGA IRIZO

Departamento de Economía Aplicada I
Universidad de Sevilla
Avenida Ramón y Cajal 1, 41018 Sevilla

e-mail: gavi@us.es, fjortega@us.es
Teléfono: 954556970

Resumen

En el contexto de los modelos de producción con frontera estocástica, se analiza la eficiencia productiva de los 28 países pertenecientes a la Unión Europea. Para ello, se selecciona un panel de datos abarcando un amplio periodo de tiempo, lo que permite estudiar si en los años de crisis hay una mayor eficiencia como consecuencia de las medidas de ajuste. Se considera una especificación translog de un modelo de tipo Cobb-Douglas, en el que el output es medido a través de PIB de los países, y dos factores productivos (capital y trabajo). El modelo incluye además una componente de tendencia que recoge la posible presencia de cambio tecnológico y variables ficticias para cada país con el objetivo de separar la heterogeneidad no observada de la ineficiencia productiva. En relación a la perturbación que modeliza la ineficiencia, se considera un modelo de tipo Battese y Coelli (1995) con una componente de tendencia y una variable relacionada con el crecimiento económico. Finalmente, se descompone el crecimiento de la productividad como suma de los cambios en la tecnología, en la escala de producción y en la ineficiencia.

Palabras clave: Producción, Productividad, Eficiencia, Frontera Estocástica, Datos de Panel.

Área Temática: Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa.

Abstract

In the setting of the Stochastic Frontier Production Models, the productive efficiency of the 28 countries belonging to the European Union is analysed. To this end, a panel data encompassing a broad period of time is selected, which allows to study whether there is a greater efficiency in the year of crisis as a consequence of the adjustment measures. A translog specification of a Cobb-Douglas model is considered, in which the output is measured through the GDP of the countries, and two productive factors (capital and labour). The model also includes a trend component that addresses the possible presence of technological change, and dummy variables for each country with the goal of separating the unobserved heterogeneity from the productive inefficiency. In relation to the perturbation modelling the inefficiency, a model of the type Battese and Coelli (1995) with a trend component and a variable related the economic growth is considered. Finally, the growth of the productivity is decomposed as the sum of the changes in the technology, in the production scale and in the inefficiency.

Key Words: Production, Productivity, Efficiency, Stochastic Frontier, Panel Data.

Thematic Area: Quantitative Methods for Business and Economics.

1. INTRODUCCIÓN

El estudio de la productividad, razón entre el valor de un producto y los insumos, es un tema muy recurrente en la literatura económica. A nivel macroeconómico, es un factor clave del crecimiento económico y desde la perspectiva de la microeconomía, su importancia se debe a que es un determinante de la rentabilidad y competitividad de una firma.

Es en el ámbito de la macroeconomía donde el estudio de la productividad cobra impulso. En los trabajos pioneros de Abramovitz (1956) y Solow (1957), el crecimiento de lo que hoy se llama Productividad Total factorial (PTF) se atribuía principalmente al cambio técnico. Sin embargo, los cambios en la productividad se pueden atribuir a otros factores como las economías de escala y la eficiencia (ver, por ejemplo, Abramovitz 1993). Es importante señalar que existen dos tipos de eficiencia: técnica y asignativa (Greene 2008). La eficiencia técnica, que es la que se va a considerar en el presente trabajo, se refiere al uso excesivo de los recursos para producir cierta cantidad de outputs. La eficiencia asignativa está relacionada con una asignación incorrecta de los recursos dados los precios de mercado.

Los primeros modelos de producción que aparecieron en la literatura económica asumían la hipótesis de que todas las unidades productivas son igualmente eficientes, es decir, que pueden producir la misma cantidad de outputs contando con los mismos recursos. Así, las funciones estiman el nivel medio de producción para unos inputs dados. En Farrel (1957) se introdujo la novedosa idea de modelizar la situación en la que, contando con los mismos recursos, la producción final fuese diferente para las unidades productivas, debido a que en unos casos el proceso de producción es más eficiente que en otros. Concretamente, se plantea que los inputs disponibles determinan no el nivel medio, sino la frontera máxima de producción; la diferencia entre el máximo posible y la producción real es una medida de la ineficiencia en el proceso productivo.

Siguiendo la iniciativa de Farrel, Aigner y Chu (1968) proponen un modelo en el que se expresa un determinado output en función de una serie de inputs y parámetros desconocidos más una perturbación aleatoria negativa; la parte determinista del modelo representa la frontera de producción o valor máximo alcanzable de outputs para unos inputs dados, mientras que la perturbación aleatoria (diferencia entre la producción real y la máxima posible) representaría el grado de ineficiencia en el proceso productivo. A partir de la ineficiencia, pueden obtenerse a su vez medidas de eficiencia. Pronto surgieron críticas argumentando que esta modelización no tiene en cuenta ninguna fuente de errores de medida ni ningún otro tipo de variaciones aleatorias que serían achacadas a ineficiencia en el proceso productivo.

Tratando de dar respuesta a este último problema, Aigner y otros (1977), Battese y Corra (1977) y Meusen y van den Broeck (1977) formularon modelos econométricos con término de error compuesto, que actualmente conocemos por modelos de producción con frontera estocástica (MPFE). En ellos, se introducen dos perturbaciones; una es una medida de la ineficiencia, mientras que la otra refleja todas las posibles fuentes de variaciones aleatorias. Desde entonces, el uso de este tipo de modelos se ha generalizado y aplicado a multitud de áreas de conocimiento, como por ejemplo en agricultura (Maietta, 2002), pesca (Melfou y otros, 2009), sector bancario (Brissimis y otros, 2010), deportes (Barros y otros, 2009), etc. Señalemos que el análisis de eficiencia puede hacerse también a través del análisis envolvente de datos (DEA), que son técnicas no paramétricas y determinísticas que conducen a la resolución de un problema de optimización. Debido a su naturaleza determinística, este enfoque asigna como ineficiencia cualquier desviación de la producción observada con respecto a la frontera estimada, ignorando otros factores fuera del control de las firmas, lo que puede verse como una debilidad de este enfoque. En Coelli y otros (2005) se encuentra una descripción de ambas metodologías.

El objetivo principal de este trabajo es analizar la eficiencia productiva de los 28 países que forman parte de la Unión Europea en la actualidad, en un período que abarca desde 2000 a 2014. Para ello, se aplican técnicas MPFE a un panel de datos obtenidos del Banco Mundial. El interés está dirigido tanto a la eficiencia de cada país como a la evolución de la eficiencia en el tiempo. Dado que este amplio período abarca años de alto crecimiento económico y de profunda crisis, se pretende estudiar también si en los años de crisis las medidas de ajuste consiguen que aumente la eficiencia o por el contrario la eficiencia es mayor en los períodos de bonanza económica. Siguiendo la propuesta metodológica de Kumbhakar y Lovell (2000), se proporcionan además estimaciones de la influencia sobre el crecimiento de la productividad de

los tres componentes mencionados (el cambio técnico, las economías de escala, y la eficiencia técnica).

A partir de aquí, en la Sección 2 se desarrolla el MPFE y su aplicación para la medición de la eficiencia; en la Sección 3 se especifica las variables utilizadas así como el modelo planteado; en la Sección 4 se ofrecen los resultados en base al modelo estimado y en la Sección 5 se recogen las principales conclusiones obtenidas.

2. MODELOS ECONÓMÉTRICOS PARA EL ANÁLISIS DE EFICIENCIA

La formulación básica del MPFE para datos de panel es:

$$y_{it} = f(x_{it}, \beta) + v_{it} - u_{it}, \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (1)$$

donde y_{it} es la producción de la firma i en el período t , x_{it} es el vector de todos sus inputs, β es un vector de parámetros a estimar y $f(\cdot)$ es la función de producción. En estos modelos, las funciones más utilizadas son las de tipo Cobb-Douglas y las de tipo translogarítmico.

La perturbación aleatoria $\varepsilon_{it} = v_{it} - u_{it}$ se compone de dos partes (de ahí que también hablemos de modelo de error compuesto), $v_{it} \in \mathbb{R}$ que recoge las fuentes de variación aleatorias y $u_{it} \geq 0$ que representa la ineficiencia en el proceso productivo. Comúnmente se supone $v_{it} \sim N(0, \sigma_v^2)$, aunque también es posible relajar esta hipótesis permitiendo la presencia de heterocedasticidad (Hadri, 1999).

Si asumimos la hipótesis de que la ineficiencia es invariante en el tiempo, el modelo sería $y_{it} = f(x_{it}, \beta) + v_{it} - u_i$. En este caso es posible estimar sin hacer ninguna hipótesis distribucional sobre u_i , aplicando las técnicas de estimación de efectos fijos en datos de panel y haciendo posteriormente un cambio de origen en las estimaciones de las u_i para que todas sean mayores o iguales que cero (Greene, 2008). Alternativamente, podemos suponer una distribución de probabilidad positiva para u_i y estimar por máxima verosimilitud. La distribución más frecuentemente utilizada ha sido la Normal truncada en 0 (que denotaremos por N^+), aunque también es reseñable el uso de la distribución Exponencial (especialmente en la metodología bayesiana) y la Gamma.

La hipótesis de que la ineficiencia sea invariante en el tiempo, puede ser poco adecuada, especialmente cuando el número de períodos temporales observados es amplio. Green (2004) sugiere que esta hipótesis podría ser justificable en paneles de a lo sumo 5 años. Para modelizar una eficiencia cambiante en el tiempo, una posibilidad es aplicar el estimador de efectos fijos al modelo $y_{it} = f(x_{it}, \beta) + v_{it} - u_{it}$, donde $u_{it} = \delta_{i1} + \delta_{i2}t$ o bien $u_{it} = g(t)U_i$ (Cornwell et. Al 1990). La otra alternativa propuesta en la literatura ha sido considerar $u_{it} = g(t)U_i$, donde $g(t)$ es una función del tiempo y $U_i \sim N^+(\mu, \sigma_u^2)$ (Kumbhakar, 1990, Battese y Coelli, 1992).

Sin embargo, la modelización que ha adquirido mayor uso es la propuesta en Battese y Coelli (1995) debido a su flexibilidad, pues permite que el término de ineficiencia varíe transversalmente y a través del tiempo, a la vez que posibilita la introducción de factores explicativos de esa variabilidad. Concretamente, el planteamiento es considerar el modelo $y_{it} = f(x_{it}, \beta) + v_{it} - u_{it}$, donde $u_{it} \sim N^+(m_{it}, \sigma_u^2)$ y m_{it} viene dado por una ecuación lineal en la que intervienen factores explicativos de la ineficiencia que pueden variar transversalmente y/o a lo largo del tiempo. Así, $m_{it} = z_{it}'\delta$, donde z_{it} es el vector de factores y δ es un vector de parámetros desconocidos.

Es importante mencionar que al tratarse de modelos de producción, las variables suelen considerarse en escala logarítmica y por tanto conocida la ineficiencia $u_{it} \geq 0$, podemos obtener una medida de la eficiencia dada por $EF_{it} = \text{Exp}(-u_{it})$ acotada entre 0 y 1, donde 1 significa máxima eficiencia.

En relación a la descomposición del crecimiento de la PTF, a través de su definición y de la diferenciación de la ecuación (1) escrita en términos logarítmicos como es lo habitual, $\ln y_{it} = \ln f(x_{it}, \beta) + v_{it} - u_{it}$, se llega a la expresión planteada en Kumbhakar y Lovell (2000)²⁵⁸

$$PTF = TC - \frac{\partial u}{\partial t} + (\varepsilon - 1) \sum_j \frac{\varepsilon_j}{\varepsilon} \dot{x}_j,$$

donde $TC = \frac{\partial \ln f(\cdot)}{\partial t}$ mide el cambio tecnológico y $-\frac{\partial u}{\partial t}$ en la eficiencia técnica. El último

término corresponde a los efectos de escala, siendo $\varepsilon_j = \frac{\partial f(\cdot)}{\partial x_j} \frac{x_j}{f(\cdot)}$ la elasticidad de la producción respecto al insumo j . Así, las economías de escala se pueden medir como $\varepsilon = \sum_j \varepsilon_j$, de manera que un valor superior a la unidad es indicativo de que la producción crece más que proporcionalmente ante un aumento de los insumos.

3. VARIABLES SELECCIONADAS Y MODELO PLANTEADO

La muestra seleccionada para efectuar el análisis de eficiencia comprende los 28 países que actualmente forman parte de la Unión Europea en un horizonte temporal que abarca desde 2000 a 2014. Para medir la producción utilizamos el Producto Interior Bruto per cápita en Dólares de Estados Unidos a precios constantes de 2005 (PIB). Se considera un modelo con dos factores productivos, capital y empleo para los que se ha recabado información de las variables Formación Bruta de Capital²⁵⁹, también per cápita y en Dólares de Estados Unidos a precios constantes de 2005 (FBC) y número total de empleados per cápita (EMP). Los datos han sido obtenidos del Banco Mundial. El panel de datos se compone de 28 países y 15 años, si bien no es completamente balanceado, puesto que los datos de FBC desde 2011 a 2014 no están disponibles para Malta. Hay por tanto 4 datos faltantes y, en consecuencia, la muestra utilizada tiene un total de 416 observaciones.

Para estimar la frontera, se usa una función de producción translogarítmica, debido a que es una forma funcional flexible que permite que el rendimiento de cada factor productivo sea no constante y que contiene como caso particular al modelo de Cobb-Douglas, por lo que podemos contrastar la idoneidad o no de esta última formulación.

Además de los factores capital y empleo, se introduce una componente de tendencia para recoger la posible presencia de cambio tecnológico. En efecto, cuando se analizan datos de panel debe tenerse en cuenta la posibilidad de que la frontera de producción varíe a lo largo del tiempo para unos mismos inputs, debido a la posible mejora tecnológica en el proceso de producción. Un coeficiente de tendencia significativo y positivo quiere decir que con los mismos inputs es posible producir más a medida que avanzamos en el tiempo. Este extremo es fácilmente contrastable a partir del modelo estimado. La no inclusión de este término haría que el posible cambio tecnológico fuese imputado a variación temporal de la ineficiencia, con lo que se obtendrían estimaciones sesgadas de la eficiencia.

Observemos que los términos de interacción del modelo translogarítmico correspondientes al tiempo y los factores productivos permiten la existencia de cambio técnico no neutral, es decir, que las participaciones relativas del capital y del trabajo en la producción varíen a lo largo del tiempo.

Al objeto de separar la heterogeneidad no observada (efecto fijo de cada país sobre la frontera de producción) de la ineficiencia productiva, planteamos el denominado modelo de verdaderos efectos fijos de Greene (Greene 2004, 2008) en el que se introducen $N-1$ variables ficticias, siendo N el número de países, cuyos coeficientes recogen la heterogeneidad no observada

²⁵⁸ Se ha omitido el término correspondiente a la ineficiencia asignativa ya que no se van a considerar precios de insumos.

²⁵⁹ Se han considerado otras opciones para medir el factor capital, como la Formación Bruta de Capital Fijo o el Stock de Capital. Todas ellas están fuertemente correlacionadas, con coeficientes de correlación lineal por encima de 0.94, por lo que se pueden considerar *proxies* las unas de las otras. Además, la variable Stock de Capital ha dejado de ofrecerse a través de la web del Banco Mundial.

separándola así del término de ineficiencia. La no inclusión de estos términos supondría que la posible presencia de heterogeneidad no observada sería imputada a variación transversal de la ineficiencia, con lo que se obtendrían estimaciones sesgadas de la eficiencia.

Concretamente, definimos las variables D_i , $i = 1 \dots N$ dadas por 1 si la observación es del país i -ésimo y $D_i = 0$ en caso contrario. Por tanto, el modelo que se plantea para estimar la frontera es:

$$\begin{aligned} \ln PIB_{it} = & \alpha + \beta_1 \ln FBC_{it} + \beta_2 \ln EMP_{it} + 0.5\beta_{11} (\ln FBC_{it})^2 + 0.5\beta_{22} (\ln EMP_{it})^2 + \\ & + \beta_{12} (\ln FBC_{it})(\ln EMP_{it}) + \beta_3 t + 0.5\beta_{33} t^2 + \beta_{13} t \ln FBC_{it} + \beta_{23} t \ln EMP_{it} + \\ & + \sum_{i=2}^N \alpha_i D_{it} + v_{it} - u_{it} \end{aligned}$$

donde se asume la hipótesis habitual de que el término de perturbación aleatoria v_{it} sigue una distribución Normal de media 0 y varianza σ_v^2 .

En cuanto a la perturbación que recoge la ineficiencia, planteamos un modelo de tipo Battese y Coelli (1995). Entre los objetivos de este artículo está estudiar la evolución que ha experimentado la eficiencia productiva en el período analizado, por lo que una de las variables que se introducen como factor de la ineficiencia es una componente de tendencia. También se pretende analizar en qué medida la crisis económica ha podido influir en la eficiencia, por lo que se ha incluido una variable relacionada con el crecimiento económico, en concreto la variable *CREC* definida como la tasa de variación interanual del PIB per cápita en Dólares de Estados Unidos a precios constantes de 2005. De esta forma, la modelización usada para la ineficiencia es:

$$m_{it} = \delta_0 + \delta_1 t + \delta_2 CREC_{it}$$

Observemos que si el coeficiente estimado de t es significativo y positivo entonces a medida que pasa el tiempo aumentaría la ineficiencia o, equivalentemente, disminuiría la eficiencia (de manera análoga un coeficiente de tendencia estimado negativo significa un aumento de la eficiencia en el tiempo). Con respecto al coeficiente de la variable *CREC*, un valor estimado positivo significaría que una aceleración del crecimiento económico provoca una menor eficiencia productiva.

Para la estimación del modelo se utiliza el método de máxima verosimilitud implementado en la versión 1.1-0 del paquete *frontier* del software R (Coelli y Henningsen, 2013), que utiliza una reparametrización de las varianzas σ_v^2 y σ_u^2 . Concretamente se definen $\sigma^2 = \sigma_v^2 + \sigma_u^2$ y $\gamma = \sigma_u^2 / \sigma^2$. Este último parámetro indica la proporción de varianza del término de error compuesto debido a ineficiencia.

4. RESULTADOS

Los resultados de la estimación de máxima verosimilitud del modelo considerado se ofrecen en la Tabla 1. Es destacable la significatividad de la práctica totalidad de los parámetros del modelo (frontera, ineficiencia y varianza), de especial relevancia es el parámetro γ que alcanza una estimación cercana a 1, indicando la importancia de la ineficiencia al analizar la producción de los países de la Unión Europea.

Con el objetivo de analizar la conveniencia del modelo seleccionado se contrastan una serie de modelos alternativos anidados en éste a través del test de razón de verosimilitud, los resultados se exponen en la Tabla 2.

En el primero de los contrastes se evalúa la inexistencia de ineficiencia técnica (tanto de su componente aleatorio como del sistemático) o dicho de otro modo, si la producción de los países de la Unión Europea opera sobre la frontera. En el segundo contraste se considera la posibilidad de que el componente sistemático de la ineficiencia sea no significativo, es decir que las variables tiempo y *CREC* no expliquen la ineficiencia productiva. Dado que los p-valores de estos dos contrastes son muy bajos, se rechazan las correspondientes hipótesis

nulas, con lo que la ineficiencia es estocástica y está relacionada con las variables mencionadas, lo que confirma la conveniencia de elegir un modelo de efectos de eficiencia de Battese y Coelli (1995).

Tabla 1. Estimación de máxima verosimilitud del modelo considerado. Los códigos de significación son los siguientes: 0.000 '*' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.10.**

Variable	Parámetro	Estimación	Error estándar	Estadístico	p-valor	
Fontera de la función de producción						
Constante	α	10.812190	0.888483	12.17	< 2.2e-16	***
LnEMP	β_1	2.970641	0.779493	3.81	0.0001384	***
LnFBC	β_2	-0.155912	0.153606	-1.02	0.3100997	
(LnEMP) ²	β_{11}	0.886802	0.423370	2.09	0.0362043	*
(LnFBC) ²	β_{22}	0.033873	0.014715	2.30	0.0213387	*
LnEMP*LnFBC	β_{12}	-0.256537	0.059350	-4.32	1.54e-05	***
t	β_3	0.103665	0.006522	15.89	< 2.2e-16	***
t ²	β_{33}	0.000268	0.000196	1.36	0.172651	
t*LnEMP	β_{13}	0.020858	0.003368	6.19	5.90e-10	***
t * LnFBC	β_{23}	-0.009547	0.000512	-18.64	< 2.2e-16	***
D ₂ , Bélgica	α_2	-0.025763	0.013021	-1.98	0.0478632	*
D ₃ , Bulgaria	α_3	-1.618119	0.020906	-77.40	< 2.2e-16	***
D ₄ , Croacia	α_4	-0.950679	0.013887	-68.46	< 2.2e-16	***
D ₅ , Chipre	α_5	-0.572911	0.014170	-40.43	< 2.2e-16	***
D ₆ , República Checa	α_6	-0.821102	0.012420	-66.11	< 2.2e-16	***
D ₇ , Dinamarca	α_7	0.159947	0.007043	22.71	< 2.2e-16	***
D ₈ , Estonia	α_8	-1.034766	0.014067	-73.56	< 2.2e-16	***
D ₉ , Finlandia	α_9	0.010275	0.007654	1.34	0.1794336	
D ₁₀ , Francia	α_{10}	-0.054994	0.010956	-5.02	5.18e-07	***
D ₁₁ , Alemania	α_{11}	-0.007060	0.007684	-0.92	0.3582135	
D ₁₂ , Grecia	α_{12}	-0.359536	0.012321	-29.18	< 2.2e-16	***
D ₁₃ , Hungría	α_{13}	-0.880005	0.014133	-62.26	< 2.2e-16	***
D ₁₄ , Irlanda	α_{14}	0.197827	0.014152	13.98	< 2.2e-16	***
D ₁₅ , Italia	α_{15}	-0.108445	0.013324	-8.14	3.98e-16	***
D ₁₆ , Letonia	α_{16}	-1.204732	0.016762	-71.87	< 2.2e-16	***
D ₁₇ , Lituania	α_{17}	-1.055509	0.018747	-56.30	< 2.2e-16	***
D ₁₈ , Luxemburgo	α_{18}	0.554737	0.020430	27.15	< 2.2e-16	***
D ₁₉ , Malta	α_{19}	-0.484310	0.017262	-28.06	< 2.2e-16	***
D ₂₀ , Países Bajos	α_{20}	0.073742	0.007449	9.90	< 2.2e-16	***
D ₂₁ , Polonia	α_{21}	-1.014569	0.016203	-62.62	< 2.2e-16	***
D ₂₂ , Portugal	α_{22}	-0.537959	0.012851	-41.86	< 2.2e-16	***
D ₂₃ , Rumania	α_{23}	-1.519944	0.019933	-76.25	< 2.2e-16	***
D ₂₄ , República Eslovaca	α_{24}	-0.748501	0.013244	-56.52	< 2.2e-16	***
D ₂₅ , Eslovenia	α_{25}	-0.561894	0.012568	-44.71	< 2.2e-16	***
D ₂₆ , España	α_{26}	-0.312333	0.012306	-25.38	< 2.2e-16	***
D ₂₇ , Suecia	α_{27}	0.081919	0.007288	11.24	< 2.2e-16	***
D ₂₈ , Reino Unido	α_{28}	0.072184	0.008525	8.47	< 2.2e-16	***
Modelo de ineficiencia						
Constante	δ_0	0.046443	0.030001	1.55	0.1216084	
t	δ_1	-0.034200	0.006186	-5.53	3.23e-08	***
CREC	δ_2	2.193086	0.481817	4.55	5.32e-06	***
Parámetros de varianza						
	σ^2	0.004785	0.001111	4.31	1.67e-05	***
	γ	0.972149	0.010054	96.69	< 2.2e-16	***

El tercero de los contrastes contempla la posibilidad de considerar una función de producción de Cobb-Douglas en lugar de la especificación translogarítmica, lo cual también se rechaza ampliamente. En el cuarto test se considera la posibilidad de que no haya cambio técnico y en el quinto si éste es neutral, ambas se rechazan claramente, con lo que hay cambio técnico no neutral, de hecho dado que $\beta_{13} = 0.020858 > 0$ y $\beta_{23} = -0.009547 < 0$ el cambio técnico favoreció el uso del empleo en detrimento del capital en el periodo considerado. Finalmente, el sexto contraste considera la posibilidad de que las variables ficticias por países introducidas en el modelo a modo de efectos fijos para captar la heterogeneidad no observada no sean significativas, también esta hipótesis se rechaza con claridad.

Tabla 2. Algunos test de razón de verosimilitud en relación al modelo planteado.

Test	Hipótesis nula (H_0)	p-valor
1	$\gamma = \delta_0 = \delta_1 = \delta_2 = 0$	0.00e+00
2	$\delta_1 = \delta_2 = 0$	8.51e-39
3	$\beta_{11} = \beta_{22} = \beta_{12} = \beta_{33} = \beta_{13} = \beta_{23} = 0$	2.29e-59
4	$\beta_3 = \beta_{33} = \beta_{13} = \beta_{23} = 0$	3.04e-78
5	$\beta_{13} = \beta_{23} = 0$	3.40e-55
6	$\alpha_2 = \dots = \alpha_{28} = 0$	1.36e-299

Tabla 3. Promedios anuales de las elasticidades de los factores productivos y de las eficiencias estimadas.

Año	Eficiencia	Elasticidad Trabajo	Elasticidad Capital	Retornos a Escala
2000	0.905777	0.108802	0.334350	0.443152
2001	0.920119	0.128371	0.324367	0.452738
2002	0.936655	0.149613	0.314098	0.463712
2003	0.940017	0.163165	0.304623	0.467788
2004	0.948846	0.171335	0.296012	0.467346
2005	0.960214	0.187847	0.285654	0.473502
2006	0.967400	0.201018	0.274560	0.475578
2007	0.975969	0.213363	0.263859	0.477222
2008	0.981426	0.243712	0.252111	0.495823
2009	0.987561	0.306910	0.240940	0.547851
2010	0.989006	0.308964	0.236066	0.545030
2011	0.988930	0.312254	0.228601	0.540855
2012	0.990462	0.345518	0.218088	0.563607
2013	0.990685	0.371478	0.208436	0.579914
2014	0.987366	0.390743	0.197960	0.588703

Una vez estimado el modelo, se han obtenido las elasticidades de los dos factores considerados en el proceso de producción (capital y trabajo), los retornos a escala y las eficiencias. En la Tabla 3 se muestran los valores medios para el conjunto de todos los países considerados y para cada año. Estos aparecen representados en las Figuras 1 y 2. Se observa que la elasticidad de la producción al trabajo ha ido aumentando con el tiempo, mientras que la elasticidad de la producción al capital ha ido decreciendo en el periodo de tiempo considerado, en general se observan retornos a escala decrecientes en todos los años considerados. Asimismo, se observan niveles muy altos de eficiencia técnica en el periodo analizado, se comienza con una eficiencia técnica de 0.9058 en 2000 y ésta ha ido creciendo hasta alcanzar un máximo en torno a 0.99 en los últimos años. No se aprecia ningún efecto significativo en estas tendencias de la crisis económica internacional que comenzó en 2008 y de la que aún no nos hemos recuperado.

La Tabla 4 muestra las elasticidades y las eficiencias medias de todo el periodo considerado para cada uno de los países de la Unión Europea. Estos valores aparecen representados en las Figuras 3 y 4. Todos los países presentan retornos decrecientes de escala. En relación a la eficiencia técnica, lo más destacable es que en general todos los países presentan un alto nivel, siempre por encima del 90%. Los países que presentan una mayor eficiencia en el conjunto del periodo considerado, exhibiendo una eficiencia superior a 0.985, son Francia, Portugal, Dinamarca e Italia. Los países con menor eficiencia productiva en el periodo, con una eficiencia por debajo de 0.945, son Irlanda, Letonia, Lituania y la República Eslovaca.

Tabla 4. Promedios para cada país de las elasticidades de los factores productivos y de las eficiencias estimadas.

País	Eficiencia	Elasticidad Trabajo	Elasticidad Capital	Retornos a Escala
Austria	0.974303	0.151177	0.263516	0.414693
Bélgica	0.982387	0.010434	0.306983	0.317417
Bulgaria	0.960283	0.542960	0.239302	0.782262
Croacia	0.978176	0.272234	0.280527	0.552761
Chipre	0.983510	0.379259	0.235244	0.614504
República Checa	0.961942	0.342721	0.242517	0.585238
Dinamarca	0.986934	0.158402	0.257114	0.415516
Estonia	0.953460	0.378494	0.240868	0.619362
Finlandia	0.969953	0.122325	0.272995	0.395320
Francia	0.985175	0.058169	0.297568	0.355737
Alemania	0.978115	0.182550	0.264389	0.446939
Grecia	0.964924	0.160728	0.292096	0.452824
Hungría	0.964929	0.295937	0.273731	0.569668
Irlanda	0.941144	0.007335	0.294386	0.301721
Italia	0.988610	0.042408	0.310971	0.353379
Letonia	0.925542	0.433828	0.238673	0.672501
Lituania	0.919663	0.472171	0.236374	0.708544
Luxemburgo	0.957027	-0.106884	0.312475	0.205591
Malta	0.945751	0.241433	0.298157	0.539590
Países Bajos	0.981717	0.207938	0.248618	0.456556
Polonia	0.967883	0.394205	0.257145	0.651351
Portugal	0.986003	0.344889	0.240413	0.585302
Rumania	0.951365	0.588176	0.217137	0.805312
República Eslovaca	0.905139	0.296819	0.262962	0.559781
Eslovenia	0.957879	0.291885	0.250114	0.541999
España	0.975701	0.080490	0.295777	0.376267
Suecia	0.976938	0.144075	0.262775	0.406850
Reino Unido	0.975392	0.201332	0.258632	0.459964

El modelo de efectos de eficiencia considerado (Battese y Coelli, 1995), tiene dos componentes que se estiman de manera simultánea: la frontera estocástica y el modelo de ineficiencia. Los resultados relacionados con la función de producción se han usado para analizar la naturaleza y los efectos del cambio técnico, estimar las elasticidades de los factores y las economías de escala. Centramos nuestra atención ahora en el segundo componente, nótese que en esta parte del modelo la variable dependiente es la ineficiencia, la cual se transforma en una medida de la eficiencia a través de la ecuación $EF_{it} = \text{Exp}(-u_{it})$. Remarquemos de nuevo que de esta forma, un signo negativo de un parámetro en el modelo de ineficiencia significa que la variable asociada disminuye la ineficiencia o, lo que es lo mismo aumenta eficiencia. Según los resultados obtenidos (Tabla 1), el tiempo t tiene un efecto negativo sobre la ineficiencia, lo que significa que en términos generales a medida que pasa el tiempo aumenta la eficiencia productiva. Por otra parte la variable $CREC$ tiene un efecto positivo sobre la ineficiencia, es decir, si esta variable aumenta, la ineficiencia se incrementa, o la eficiencia disminuye. En otras palabras, si un país aumenta su tasa de crecimiento, su ineficiencia productiva aumenta, lo que se puede entender como que los países tienden a ser más eficientes en periodos de crisis. Posiblemente, este hecho sea responsable de que la eficiencia promedio no haya disminuido significativamente en los años de crisis.

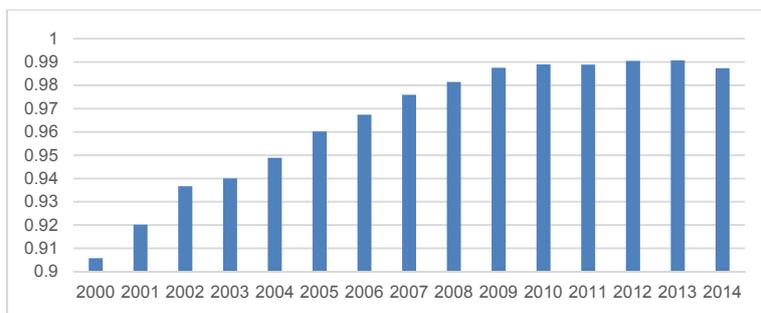


Figura 1. Promedios anuales de las eficiencias estimadas²⁶⁰.

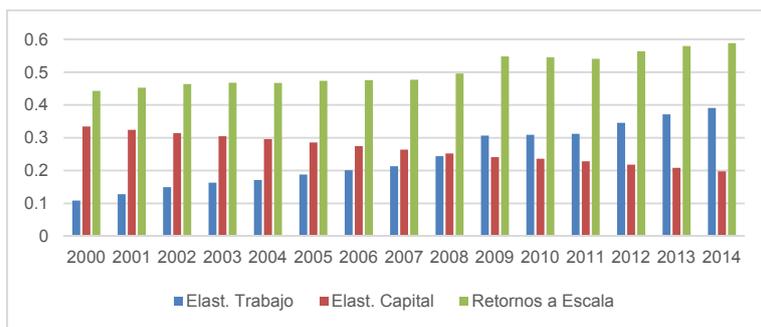


Figura 2. Promedios anuales de las elasticidades del trabajo y del capital, y de los retornos de escala estimados.

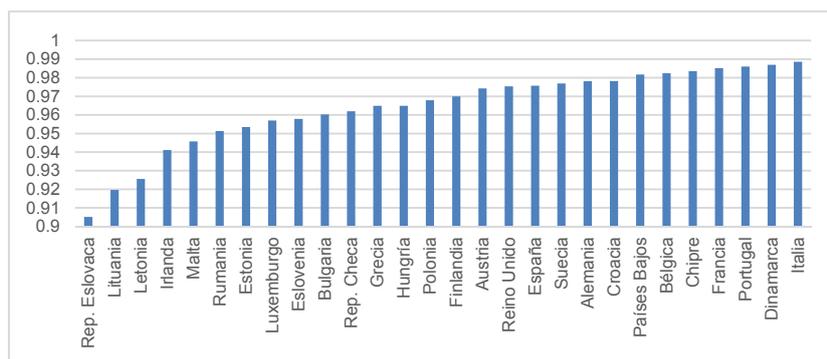


Figura 3. Promedios por países de las eficiencias (en orden creciente) estimadas²⁶¹.

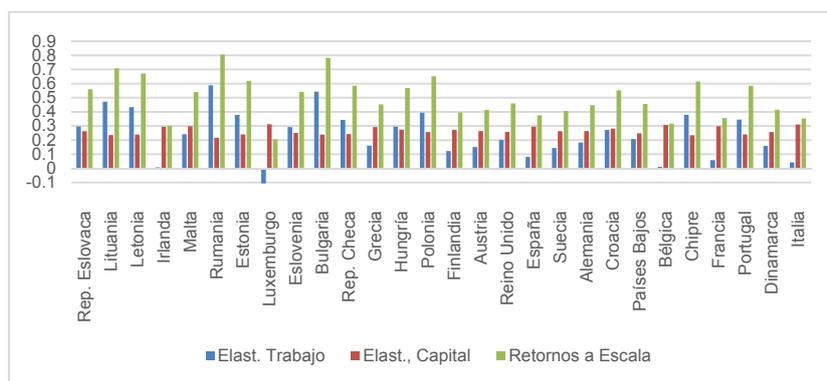


Figura 4. Promedios por países de las elasticidades del trabajo y del capital, y de los retornos de escala estimados.

²⁶⁰ Dado que todas las eficiencias están entre 0.90 y 1, se ha representado el eje de las eficiencias entre esas dos cantidades para apreciar mejor la evolución temporal de las mismas.

²⁶¹ Dado que todas las eficiencias están entre 0.90 y 1, se ha representado el eje de las eficiencias entre esas dos cantidades para apreciar mejor la evolución temporal de las mismas.

El crecimiento de la productividad (o PTF) relaciona la diferencia entre el aumento en la producción y el aumento de los insumos. En este sentido, los cambios en la productividad pueden ser atribuidos a diferencias en la tecnología, en la escala de producción y en la ineficiencia (Fried y otros, 2008). Siguiendo la metodología de descomposición de la PTF propuesta por Kumbhakar y otros (2000) y presentada al final de la Sección 2 se puede estimar las contribuciones de estas tres fuentes a la productividad. La Tabla 5 muestra los resultados de tal descomposición. Se observa que en promedio el efecto de las economías de escala no es importante, de hecho para la mayoría de los países tal efecto es negativo, y que el elemento que más ha contribuido al crecimiento de la PTF ha sido el aumento en la eficiencia técnica, seguido del cambio técnico.

Tabla 5. Descomposición del crecimiento de la PTF

País	Crecimiento PFT	Cambio Técnico	Efectos de Escala	Eficiencia Técnica
Alemania	0.034554	0.003511	-0.002279	0.033321
Austria	0.024000	0.000441	-0.010039	0.033598
Bélgica	0.045366	0.020488	-0.007963	0.032842
Bulgaria	0.033865	0.010890	-0.010479	0.033454
Chipre	0.043365	0.012160	-0.002431	0.033636
Croacia	0.037212	0.011013	-0.006700	0.032899
Dinamarca	0.032638	0.003306	-0.004421	0.033753
Eslovenia	0.028771	0.012612	-0.016450	0.032608
España	0.029156	0.002931	-0.006948	0.033173
Estonia	0.029172	0.001946	-0.006467	0.033693
Finlandia	0.037665	0.005116	-0.000902	0.033452
Francia	0.040745	0.006466	0.001279	0.033001
Grecia	0.040930	0.011453	-0.003524	0.033001
Hungría	0.021023	-0.000807	-0.010357	0.032187
Irlanda	0.036985	0.002346	0.000829	0.033811
Italia	0.034032	0.015117	-0.012739	0.031654
Letonia	0.037424	0.016784	-0.010813	0.031453
Lituania	0.003477	-0.004796	-0.024458	0.032730
Luxemburgo	0.054169	0.010759	0.011065	0.032345
Malta	0.039474	0.004979	0.000920	0.033575
Países Bajos	0.040963	0.014795	-0.006934	0.033102
Polonia	0.050742	0.010936	0.006085	0.033721
Portugal	0.049907	0.020760	-0.003389	0.032537
Reino Unido	0.031817	0.010558	-0.009697	0.030956
República Checa	0.038913	0.009199	-0.003045	0.032760
República Eslovaca	0.035519	0.002877	-0.000727	0.033369
Rumania	0.025632	0.003101	-0.010881	0.033411
Suecia	0.035942	0.005529	-0.002946	0.033359
Promedios	0.035481	0.008017	-0.005515	0.032979

5. CONCLUSIONES

En este artículo se usa el modelo de efectos de eficiencia propuesto por Battese y Coelli (1995) para analizar la eficiencia productiva en el periodo 2000-2014 del conjunto de países que forma la Unión Europea e identificar algunos de sus determinantes. Para ello se considera una función de producción translogarítmica que pone de manifiesto la existencia de cambio técnico

no neutral. El output considerado para medir la producción es el Producto Interior Bruto (medido per cápita en Dólares de Estados Unidos a precios constantes de 2005). Se consideran dos factores productivos, capital (medido a través de la Formación Bruta de Capital per cápita y en Dólares de Estados Unidos a precios constantes de 2005) y empleo (medido a través del número total de empleados per cápita), obteniendo un panel de datos no balanceado de 28 países y 15 años. Además de los dos factores mencionados, se introduce una componente de tendencia que recoge la presencia de cambio tecnológico. Para separar la heterogeneidad no observada de la ineficiencia productiva se considera el modelo de verdaderos efectos fijos (Greene 2004, 2005) introduciendo 27 variables ficticias para los países. En referencia a la perturbación que recoge la ineficiencia, para analizar la evolución temporal que ha experimentado la eficiencia productiva en el período analizado se introduce una componente de tendencia. Asimismo, para analizar en qué medida la crisis económica ha podido influir en la eficiencia, se ha introducido una variable que mide crecimiento económico a través de la tasa de variación del PIB.

Los resultados obtenidos ponen de evidencia la presencia de ineficiencia técnica en el proceso productivo, la cual en términos generales es pequeña y ha ido decreciendo en el periodo considerado, por lo que no se observa ninguna influencia importante de la crisis económica que comenzó en 2008 sobre la eficiencia económica. Se observa una influencia positiva de la variable *CREC* sobre la ineficiencia productiva, es decir una aceleración del crecimiento económico influye negativamente en la eficiencia productiva. Se observa también que el tiempo ha tenido un efecto negativo sobre la ineficiencia, en términos generales la eficiencia productiva mejora con el paso del tiempo.

Por otra parte, en términos medios, los cambios en la en la productividad apenas se han visto afectados por las economías de escala, el elemento que más ha contribuido al crecimiento de la PTF ha sido el incremento en la eficiencia técnica, seguido del cambio técnico.

REFERENCIAS

- ABRAMOVITZ, M. (1956): Resource and Output Trends in the United States Since 1870. *American Economic Review*, 46, 5-23.
- ABRAMOVITZ, M. (1993): The Search for the Sources of Growth: Areas of Ignorance, Old and New. *Journal of Economic History*, 53 (2), 217-243.
- AIGNER, J.; CHU, S. (1968): On Estimating the Industry Production Function. *American Economic Review*, 58 (4), 826-839.
- AIGNER, J.; LOVELL, K. y SCHMIDT, P. (1977): Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models. *Journal of Econometrics*, 6 (1), 21-37.
- BARROS, C.P.; GARCIA-DEL-BARRIO, P.; LEACH, S. (2009): Analysing the technical efficiency of the Spanish Football League First Division with a random frontier model, *Applied Economics*, 41, 3239-3247.
- BATTESE, G.E.; CORRA, G.S. (1977): Estimation of a production frontier model: With application to the Pastoral Zone of Eastern Australia. *Australian Journal of Agricultural Economics*, 21, 169-179.
- BATTESE, G.E.; COELLI, T. (1992): Frontier production functions, technical efficiency and panel data: with application to paddy farmers in India. *Journal of Productivity Analysis*, 3, 153-169.
- BATTESE, G.E.; COELLI, T.J. (1995): a Model for Technical Inefficiency Effects in a Stochastic Frontier Production Function for Panel Data, *Empirical Economics*, 20, 325-332.
- BRISSIMIS, S.N.; DELIS, M.D.; TSIONAS, E.G. (2010): Technical and allocative efficiency in European banking, *European Journal of Operational Research*, 204, 153-163.
- COELLI, T.; PRASADA, D.S.; O'DONNELL, C.; BATTESE, G. (2005): *An introduction to efficiency and productivity analysis*. Springer, Nueva York.
- COELLI, T.; HENNINGSEN, A. (2013): frontier: Stochastic Frontier Analysis. R package version 1.1-0. <http://CRAN.R-Project.org/package=frontier>.

- CORNWELL, C.; SCHMIDT, P.; SICKLES, R. (1990): Production frontiers with cross-sectional and time-series variation in efficiency levels. *Journal of Econometrics*, 46, 185-200.
- FARREL, M. J. (1957): The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society, Serie A*, 120 (3), 253-282.
- FRIED, H.; LOVELL, K.; SCHMIDT, S. (2008): Efficiency and Productivity. En FRIED, H.; LOVELL, K.; SCHMIDT, S. (eds.), *The Measurement of Productive Efficiency and Productivity Growth*. Oxford University Press.
- GREENE, W. (2004): Distinguishing between heterogeneity and inefficiency: stochastic frontier analysis of the World Health Organization's Panel Data on National Health Care Systems. *Health Economics*, 13, 959-980.
- GREENE, W. (2008): The Econometric Approach to Efficiency Analysis. En FRIED, H.; LOVELL, K.; SCHMIDT, S. (eds.): *The Measurement of Productive Efficiency and Productivity Growth*. Oxford University Press.
- HADRI, K. (1999): Doubly Heteroscedastic Stochastic Frontier Cost Function Estimation. *Journal of Business & Economic Statistics*, 17 (3), 359-363.
- KUMBHAKAR, S. (1990): Production frontiers, panel data and time varying technical inefficiency. *Journal of Econometrics*, 46, 201-211.
- KUMBHAKAR, S.; DENNY, M. y FUSS, M. (2000): Estimation and decomposition of productivity change when production is not efficient: a panel data approach. *Econometric Reviews*, 19 (9), 425-460.
- KUMBHAKAR, S.; LOVELL, K. (2000): *Stochastic Frontier Analysis*. University Press, Cambridge.
- MAIETTA, O.W. (2002): The decomposition of cost inefficiency into technical and allocative components with panel data of Italian dairy farms. *European Review of Agricultural Economics*, 27, 473-495.
- MEEUSEN, W.; VAN DEN BROECK, J. (1977): Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error. *International Economic Review*, 18, 435-444.
- MELFOU, K.; THEOCHAROPOULOS, A.; PAPANAGIOTOU, E. (2009): Assessing productivity change with SFA in the sheep sector of Greece. *Operational Research*, 9, 281-292.
- SOLOW, R. (1957): Technical Change and the Aggregate Production Function. *The Review of Economics and Statistics*, 39 (3), 312-320.