

# TRABAJO DE FIN DE GRADO

“Con los cuadriláteros también se juega”

## PROPUESTA DE INTERVENCIÓN



**Grado en Educación Primaria**

Realizado por: Laura Molina Martínez

Tutor/a académico: Rocío Toscano Barragán

Departamento: Didáctica de las Matemáticas

Curso: 2022/2023

## ÍNDICE

<b>Resumen.</b> .....	<b>3</b>
<b>1. Introducción.</b> .....	<b>4</b>
<b>2. Marco teórico</b> .....	<b>6</b>
<b>2.1. El rechazo a la asignatura de Matemáticas.</b> .....	<b>6</b>
<b>2.2. La geometría como contenido en Educación Primaria.</b> .....	<b>7</b>
<b>2.2.1. Elementos geométricos básicos.</b> .....	<b>7</b>
<b>2.3. La geometría como objeto de aprendizaje</b> .....	<b>11</b>
<b>2.3.1. La teoría del desarrollo cognitivo de Piaget</b> .....	<b>11</b>
<b>2.3.2. El modelo de razonamiento de van Hiele</b> .....	<b>12</b>
<b>2.3.3. La imagen y la definición del concepto</b> .....	<b>14</b>
<b>2.3.4. Errores y dificultades en el aprendizaje de la geometría</b> .....	<b>15</b>
<b>2.4. La geometría como objeto de enseñanza</b> .....	<b>16</b>
<b>2.4.1. Enseñanza de la geometría en el currículum.</b> .....	<b>16</b>
<b>2.4.2. Fases del modelo de razonamiento de van Hiele</b> .....	<b>16</b>
<b>2.4.3. Enseñanza de la geometría con las TIC</b> .....	<b>18</b>
<b>2.4.4. Enseñanza de la geometría a través del juego</b> .....	<b>18</b>
<b>3. Objetivos</b> .....	<b>19</b>
<b>4. Metodología</b> .....	<b>20</b>
<b>5. Propuesta de intervención</b> .....	<b>20</b>
<b>Fase 1: Información.</b> .....	<b>21</b>
<b>Fase 2: Orientación dirigida.</b> .....	<b>27</b>
<b>Fase 3: Explicitación.</b> .....	<b>37</b>
<b>Fase 4: Orientación libre.</b> .....	<b>38</b>
<b>Fase 5: Integración</b> .....	<b>44</b>
<b>6. Resultados y discusión.</b> .....	<b>47</b>
<b>7. Conclusión.</b> .....	<b>48</b>
<b>8. Bibliografía.</b> .....	<b>51</b>

## **Resumen.**

La geometría y su visión espacial son indispensables para nuestros alumnos, por lo tanto, es de vital importancia que desarrollen un aprendizaje significativo. Así que la mejor forma de que esto se dé es trabajando los contenidos de forma entretenida, provocando su participación activa.

En este Trabajo de Fin de Grado se va a realizar una propuesta de intervención dentro del área de las Matemáticas. Concretamente trata los cuadriláteros, un tema encuadrado en el bloque de geometría. La idea principal de esta propuesta es, desde un punto de vista lúdico y con la utilización de materiales manipulables y las TIC, enseñar a partir de la motivación del alumnado para así evitar el rechazo a la asignatura en los años posteriores.

Para el desarrollo de esta propuesta, se ha utilizado el modelo de van Hiele, realizando actividades para cada una de las cinco fases de las que se compone y, teniendo en cuenta el nivel dos de razonamiento del alumnado.

**Palabras clave:** cuadriláteros, propuesta de intervención didáctica, juego, motivación, rechazo.

## **1. Introducción.**

En la última década, la educación en España está sufriendo numerosos cambios, pero hay aspectos que siguen sin cambiar con el paso de los años. Uno de ellos, y del que va a ocupar el desarrollo de este Trabajo Fin de Grado, es la enseñanza de una asignatura tan importante como las Matemáticas. Esta asignatura en gran parte de los colegios de nuestro país se sigue enseñando de una manera tradicional, provocando con ello el desinterés y la poca motivación por parte del alumnado, con el consiguiente aprendizaje poco o nada significativo.

De acuerdo con Núñez García (2017) hay diversos factores los cuales inciden en el desinterés hacia las Matemáticas por parte del alumnado: el uso de estrategias aburridas por parte del docente, la no utilización de materiales manipulativos, la mala relación entre el docente y el alumno o el poco apoyo por parte de los padres en tareas realizadas en casa. Estos factores, entre otros, provocan en el alumno temor y desagrado a las Matemáticas, haciéndole huir de ellas o provocando un rechazo hacia ellas.

La motivación para la realización de este trabajo surge a raíz de la vivencia personal que he tenido en las clases de Matemáticas a lo largo de las distintas etapas educativas, me refiero concretamente a la mayoría de mis compañeros que siempre han sentido fobia por la asignatura de Matemáticas. Todos lo achacaron a la alta dificultad que entrañan las Matemáticas, pero, después de leer sobre el tema y descubrir los numerosos motivos que pueden incidir en este rechazo a la asignatura, me interesa profundizar más allá de su dificultad, tratando la forma de enseñarla por parte de los docentes.

Hace más de una década que dejé de ser alumna de Educación Primaria, pero al regresar el pasado año a mi colegio de la infancia como docente de prácticas percibí muchos cambios en cuanto a la innovación y a la metodología utilizada para el proceso de enseñanza-aprendizaje en todas las asignaturas menos en la asignatura de Matemáticas, que, para mi sorpresa, todo seguía igual: el profesor explicando en la pizarra de forma teórica y mandando ejercicios del libro de texto para que los alumnos lo realicen y “aprendan”.

La asignatura de Matemáticas abarca distintos bloques de contenidos, en este caso, me gustaría centrarme en la geometría, ya que en las distintas etapas educativas percibí una importante falta o ausencia de visión espacial en muchos de mis compañeros, un aspecto primordial a trabajar en Educación Primaria para un adecuado aprendizaje de los contenidos de geometría.

Dentro de la Didáctica de las Matemáticas, la visión espacial se trata, según Bishop (1989), de una evaluación de los procesos y las capacidades de los alumnos para realizar tareas que requieren “ver” o “imaginar” mentalmente los objetos tanto matemáticos como geométricos.

La visión espacial es una capacidad muy importante en diferentes aspectos de la vida, no solo en lo relacionado con la geometría, y por ello es fundamental que desde niños se trabaje en ello de manera adecuada.

Los alumnos que tengan experiencias donde se manipulen los objetos en lugar de observarlos dibujados en un libro de texto, tendrán una menor dificultad a la hora de comprender ciertos conceptos geométricos. Por lo tanto, una forma de que el alumnado desarrolle un aprendizaje significativo respecto a la geometría y su visión espacial es la introducción de materiales manipulativos en el aula, y por ello, se considera de vital importancia su utilización en la enseñanza de las Matemáticas.

La finalidad de este trabajo es realizar una propuesta de intervención didáctica en la que se trabaje la geometría desde materiales manipulativos y de forma lúdica, introduciendo recursos interactivos con la utilización de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC). Todo ello se va a realizar con el objetivo de seducir a nuestros alumnos para que conozcan y diferencien los distintos tipos de cuadriláteros que existen, y, al mismo tiempo, con el objetivo de fomentar la visión espacial.

## **2. Marco teórico.**

### **2.1. El rechazo a la asignatura de Matemáticas.**

Para Alonso et al. (2004), los dos motivos principales en los que se fundamenta el rechazo a las matemáticas son: la dificultad que tiene para el alumno abordar los distintos contenidos matemáticos y la vivencia del propio alumno de esta dificultad. Los autores indican que esto se debe a que, ante el mismo problema, hay alumnos que perciben el problema como un reto que van a superar y otros alumnos que lo perciben como otra ocasión donde van a volver a fracasar. Alonso et al. (2004) consideran las matemáticas como una asignatura para la cual son necesarias estrategias cognitivas de orden superior para asimilar los conceptos/contenidos matemáticos, y esto lo perciben los propios alumnos. Además, los aprendizajes se acumulan y, por lo tanto, los problemas también, lo que puede provocar un aburrimiento por parte del alumno que genere un rechazo a la asignatura, y que, además, piense que para superar la asignatura son necesarias unas capacidades intelectuales que él no tiene (Alonso et al., 2004).

Para Alonso et al., (2004), el rechazo a las matemáticas se desarrolla a partir de las vivencias, no se nace con él. Esta conclusión se saca debido a la aparición de este rechazo de forma tardía a lo largo de la escolarización, manifestándose, según Escorcía (s.f), a partir del tercer año de Educación Primaria, en este proceso tiene mucho que ver la dificultad intrínseca de las propias Matemáticas (Alonso et al., 2004).

Para Ramírez y González (2016), el rechazo tan generalizado a las matemáticas por parte de los estudiantes es debido a la combinación de diferentes factores (personales, sociales y culturales) que tienen influencia directa en la forma en la que los estudiantes perciben la asignatura. Además, destacan la importancia de la labor del docente y la necesidad de fomentar en el aula un ambiente que promueva el aprendizaje significativo y la construcción de una relación positiva con las matemáticas.

Según Escorcía (s.f.), el rechazo es algo que ocurre como consecuencia del trabajo realizado en los niveles educativos anteriores. Además, se presupone que el alumnado conoce los conceptos por el mero hecho de haber sido ya calificados y se ignora el aprendizaje real de este. Por ello es necesario generar conceptos que rebasen al sentido común y que los alumnos sean conscientes de los procesos de transmisión y construcción de las matemáticas en la escuela, pero también de las actitudes que se promueven en ellas (Escorcía, s. f.).

## **2.2. La geometría como contenido en Educación Primaria.**

Según el Diccionario de la Real Academia Española (RAE), la geometría se define como la ciencia que tiene por objeto el estudio de las propiedades métricas de las figuras en el plano o en el espacio, incluyendo entre ellas los cuerpos sólidos.

Para Díaz (2019), la geometría es muy importante en la educación ya que contribuye al desarrollo de habilidades en los estudiantes como la capacidad de visualización, razonamiento espacial y análisis de figuras y patrones. Además, señala la importancia de que los docentes promuevan el aprendizaje significativo en la enseñanza de la geometría con el uso de recursos didácticos y estrategias que permitan que el alumno comprenda los conceptos de manera práctica y aplicada a situaciones de la vida cotidiana.

Los autores García et al. (2018) y Jiménez y Aguilar (2017) destacan que la geometría tiene una influencia muy significativa en el desarrollo de habilidades cognitivas y espaciales en los estudiantes. Además, ayuda a los estudiantes a desarrollar la capacidad de visualización, resolución de problemas y pensamiento crítico. Según García et al. (2018), es interesante el uso de metodologías activas y recursos didácticos innovadores para su enseñanza, enfatizando en la importancia de que los docentes estén bien formados en esta área para poder impartirla de manera efectiva.

En esta misma línea, para Jiménez y Aguilar (2017) la enseñanza de la geometría es muy importante ya que se encuentra presente en diferentes áreas de la vida cotidiana, como en ingeniería, arquitectura y artes. Es imprescindible que los programas educativos tengan un enfoque interdisciplinario para la enseñanza de la geometría, ya que se relaciona con otras áreas de conocimiento como la física, química o tecnología.

### **2.2.1. Elementos geométricos básicos.**

Autores como López y Vásquez (2018) y Martínez y Muñoz (2016), definen los elementos geométricos básicos como aquellas formas geométricas que sirven como base fundamental para la construcción de figuras geométricas más complejas. Martínez y Muñoz (2016) consideran el conocimiento de estos elementos fundamental para la comprensión y posterior resolución de los problemas geométricos. En el contexto de Educación Primaria, es más adecuado considerar las figuras geométricas como los elementos geométricos básicos.

Existen figuras bidimensionales y figuras tridimensionales, pero las que van a ocupar este Trabajo Fin de Grado son las bidimensionales. Una figura bidimensional es una representación plana de un objeto de dos dimensiones. Estas suelen representarse en papel o pantalla y están compuestas por líneas, curvas y ángulos que las delimitan y definen su forma. Algunas figuras bidimensionales son: triángulo, cuadrilátero, círculo... (Gómez y López, 2018).

Respecto a la clasificación de las figuras geométricas, dependiendo del tipo de definición que se dé de las diferentes figuras, De Villiers (1994) distingue entre dos tipos de clasificaciones: clasificación jerárquica y clasificación partitiva.

Según Morales y Patricia (s.f.), la clasificación jerárquica se refiere a la organización de un conjunto de conceptos de manera que los conceptos más específicos se encuentran dentro de conjuntos más generales. En el contexto de los cuadriláteros, estos se consideran un conjunto más específico que los polígonos. A su vez, los trapecios forman un subconjunto de los cuadriláteros. Para Morales y Patricia (s.f.), la clasificación de un conjunto de conceptos no es independiente del proceso de definición, ya que, en algunos casos, como en la clasificación jerárquica de un cuadrado como rectángulo, se requiere definir previamente al rectángulo como un “cuadrilátero con dos pares opuestos de lados paralelos y ángulos rectos” (p. 22), sin agregar ninguna otra característica al rectángulo. De Villiers (1994), denomina a este tipo de definición como inclusiva.

Por otro lado, Morales y Patricia (s.f.) definen la clasificación partitiva como la que implica que los diversos subconjuntos de un conjunto más amplio se consideren como conjuntos disjuntos entre sí. Por ejemplo, en el contexto de los cuadriláteros, este conjunto de figuras se divide en tres categorías: paralelogramos, trapecios y trapezoides. Para este tipo de clasificación según De Villiers (1994), se necesitan definiciones exclusivas. Morales y Patricia (s.f.) entienden que se utiliza la definición exclusiva en el caso que se desee excluir al cuadrado de los rectángulos, dando la siguiente definición: “Cuadrilátero con dos pares de lados opuestos paralelos de diferentes tamaños y ángulos rectos” (p. 23) ya que con ella se establece una división en el conjunto de cuadriláteros con cuatro ángulos rectos, distinguiendo entre cuadrados y no cuadrados (siendo estos los rectángulos).

De Villiers (1994) realiza un análisis sobre la función que tiene la clasificación jerárquica en las matemáticas y el papel que desempeña la clasificación partitiva. Este autor llega a la conclusión que, aunque muchos profesores consideran inaceptable la clasificación partitiva en la enseñanza de las matemáticas, es igualmente válida y se utiliza con frecuencia. Además,



añade que, en su caso prefiere la clasificación jerárquica porque permite que los estudiantes entiendan el papel, la función y el valor de un contenido matemático específico.

A pesar de la gran cantidad de figuras bidimensionales que hay, el foco de este TFG va a estar en los cuadriláteros. El Diccionario de la Real Academia Española define la palabra cuadrilátero como: “figura plana de cuatro lados o un polígono de cuatro lados”.

En función del paralelismo de sus lados, Godino y Ruiz (2002) proponen la siguiente clasificación de los cuadriláteros en la que no incluye el romboide como tipo de paralelogramo:

- Paralelogramos:
  - Rectángulo: paralelogramo con sus cuatro ángulos rectos.
  - Rombo: paralelogramo con sus cuatro lados iguales.
  - Cuadrado: paralelogramo con sus cuatro ángulos y cuatro lados iguales.  
Lo señala como rectángulo y rombo a la vez.
- No paralelogramos:
  - Trapecio: cuadrilátero que tiene únicamente dos lados opuestos paralelos.
    - Isósceles: tiene los lados no paralelos iguales.
    - Escaleno: tiene los lados no paralelos distintos.
    - Rectángulo: uno de los lados no paralelos es perpendicular a la base.
  - Trapezoide: cuadrilátero que no tiene ningún par de lados paralelos.  
(Godino y Ruiz, 2002, pp. 472-474).

En la Instrucción 12/2022, del 23 de junio, podemos encontrar el saber básico “C. Sentido espacial” en el que se encuadra el bloque de geometría para cada uno de los 3 ciclos de Educación Primaria.

Dentro del saber básico “C. Sentido espacial”, se encuentra el bloque “MA.03.C.1. Figuras geométricas de dos y tres dimensiones” (Instrucción 12/2022, 2022, p. 123). Este bloque tiene unos saberes básicos mínimos diferentes según el ciclo en el que se encuentre. En este caso, para el Primer Ciclo de Educación Primaria, son los siguientes:

MA.01.C.1.1. Figuras geométricas sencillas de dos dimensiones en objetos de la vida cotidiana: identificación en objetos de nuestro entorno, en el arte y patrimonio artístico andaluz y clasificación atendiendo a sus elementos (círculo, triángulo, cuadrado y rectángulo).

MA.01.C.1.2. Estrategias y técnicas de construcción de figuras geométricas sencillas de una, dos o tres dimensiones de forma manipulativa.

MA.01.C.1.3. Vocabulario geométrico básico: descripción verbal de los elementos y las propiedades de figuras geométricas sencillas.

MA.01.C.1.4. Propiedades de figuras geométricas de dos dimensiones: exploración mediante materiales manipulables (mecanos, tangram, juegos de figuras, etc.) y herramientas digitales.

MA.01.C.1.5. La simetría. Su construcción con papel y otros materiales. (Instrucción 12/2022, 2022, p. 123)

En el caso del Segundo Ciclo de Educación Primaria, los saberes básicos mínimos correspondientes al bloque “MA.02.C.1. Figuras geométricas de dos y tres dimensiones” (Instrucción 12/2022, 2022, p. 129) son:

MA.02.C.1.1. Figuras geométricas de dos o tres dimensiones en objetos de la vida cotidiana: identificación y clasificación atendiendo a sus elementos y a las relaciones entre ellos.

MA.02.C.1.2. Estrategias y técnicas de construcción de figuras geométricas de dos dimensiones por composición y descomposición, mediante materiales manipulables, instrumentos de dibujo (regla y escuadra) y aplicaciones informáticas.

MA.02.C.1.3. Vocabulario geométrico: descripción verbal de los elementos y las propiedades de figuras geométricas sencillas.

MA.02.C.1.4. Propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones: exploración mediante materiales manipulables y lúdicos (cuadrículas, geoplanos, polícubos, magia educativa, etc.) y el manejo de herramientas digitales (programas de geometría dinámica, realidad aumentada, robótica educativa, etc.) (Instrucción 12/2022, 2022, p. 129)

Para el Tercer Ciclo de Educación Primaria, el bloque se define con el mismo nombre “MA.03.C.1. Figuras geométricas de dos y tres dimensiones” (Instrucción 12/2022, 2022, p. 136) e incluye los siguientes saberes básicos mínimos:

MA.03.C.1.1. Figuras geométricas en objetos de la vida cotidiana: identificación y clasificación atendiendo a sus elementos y a las relaciones entre ellos.

MA.03.C.1.2. Técnicas de construcción de figuras geométricas por composición y descomposición, mediante materiales manipulables, instrumentos de dibujo y aplicaciones informáticas.

MA.03.C.1.3. Vocabulario geométrico: descripción verbal de los elementos y las propiedades de figuras geométricas.

MA.03.C.1.4. Propiedades de figuras geométricas: exploración mediante materiales manipulables y lúdicos (cuadrículas, geoplanos, polícubos, magia educativa, etc.) y herramientas digitales (programas de geometría dinámica, realidad aumentada, robótica educativa, etc.).

(Instrucción 12/2022, 2022, p. 136)

## **2.3. La geometría como objeto de aprendizaje**

### **2.3.1. La teoría del desarrollo cognitivo de Piaget**

Según De la Torre (2003), Piaget entendió que el desarrollo cognitivo del individuo implica un progreso gradual hacia la consecución de una adaptación inteligente al entorno, que se caracteriza por un equilibrio más completo entre los diversos procesos psicológicos. Además, añade que, en este proceso, el individuo se enfrenta a nuevos conocimientos que entran en confrontación con los previos, lo que da lugar a una etapa de transición en la cual se reconstruye la estructura de conocimiento y se alcanza un estado de equilibrio más maduro.

Piaget presenta dos conceptos importantes en su teoría del desarrollo cognitivo, la asimilación y el acomodamiento. Durante el acomodamiento, los nuevos elementos de conocimiento pueden entrar en conflicto con las ideas previas que ya se han adquirido. La asimilación se refiere al proceso mediante el cual el individuo integra nuevos datos, mientras que la acomodación los incorpora a las estructuras de conocimiento previamente establecidas (De la Torre, 2003).

Tanto la teoría de Piaget como el modelo de razonamiento de van Hiele, del que se hablará a continuación, comparten la perspectiva de que el desarrollo de los conceptos espaciales y geométricos implica una progresión desde una aproximación inductiva y cualitativa hacia

formas de razonamiento cada vez más deductivas y abstractas. Además, ambos modelos se basan en la idea de niveles o etapas que son recursivas en ambos casos (Braga, 1991).

Braga (1991) incide también en que la teoría piagetiana se trata de una teoría del desarrollo y no del aprendizaje, lo que significa que Piaget no se ocupó de cómo fomentar el progreso de los niños de un nivel a otro. En lugar de ello, su investigación tiene un enfoque general y se basa en las teorías del aprendizaje y del desarrollo. Según esta teoría, el proceso de aprendizaje se entiende como un proceso madurativo, lo que hace que el valor de la enseñanza sea menos relevante.

### **2.3.2. El modelo de razonamiento de van Hiele**

El modelo de razonamiento de van Hiele surge a raíz de la experiencia docente y las dificultades observadas por los hermanos Pierre M. van Hiele y Dina van Hiele-Geldof, dos profesores de geometría en Educación Secundaria. Este se crea para describir y comprender cómo los estudiantes adquieren habilidades y conocimientos relacionados con la geometría (Gutiérrez y Jaime, 1991).

Van Hiele afirma que cuando un niño no entiende alguna cuestión es que no ha terminado el proceso de aprendizaje necesario para pasar al siguiente nivel de razonamiento, que la edad solo es importante en cuanto al número de experiencias a las que ha podido tener acceso el niño (Gutiérrez y Jaime, 1991).

Gutiérrez y Jaime (1991) dividen el modelo de razonamiento de van Hiele en dos partes, siendo este una teoría tanto de aprendizaje como de enseñanza de la geometría. Este apartado va a ocupar la parte que se centra en el aprendizaje del alumno y explica la evolución del razonamiento geométrico que sigue. Los niveles de razonamiento de van Hiele son los 4 siguientes (Gutiérrez y Jaime, 1991):

- Nivel 1: Reconocimiento. El estudiante percibe los objetos en su totalidad y como unidades y los describe por su aspecto físico, clasificándolos en base a similitudes físicas. Además, no reconoce las propiedades de los objetos y utiliza un lenguaje cotidiano e impreciso.

Por ejemplo, “el alumno identifica cuadrados y rombos por su posición y aspecto, por lo tanto, al girar un cuadrado, lo puede confundir con un rombo” (Gutiérrez y Jaime, 1991, p. 51).

- Nivel 2: Análisis. El estudiante percibe los objetos formados por partes y con propiedades, pero sin identificar las relaciones entre ellas. Por ello, puede describir los objetos de manera informal, realizando una lista de propiedades redundantes o incluso incluyendo propiedades que son irrelevantes, pero no sabe hacer clasificaciones lógicas, solo hacen clasificaciones exclusivas considerando propiedades matemáticas. Deduce nuevas relaciones entre partes o nuevas propiedades de manera informal mediante la experimentación. Tiene dificultades en la relación entre propiedades, partes o figuras. Por ejemplo, un alumno que se encuentra en el nivel 2 de análisis daría la siguiente definición en la que se demuestra que el alumno identifica las propiedades como independientes, sin relacionarlas entre ellas: “Un rectángulo es un polígono que tiene 4 lados paralelos 2 a 2, con 4 ángulos rectos, con diagonales iguales, que se cortan en el punto medio” (Gutiérrez y Jaime, 1991, p. 52).
- Nivel 3: Clasificación. El estudiante realiza clasificaciones basadas en la lógica y puede descubrir nuevas propiedades a partir de las relaciones ya conocidas. Describe las figuras de forma formal, con una lista de propiedades necesarias y suficientes, y comprende los pasos de un razonamiento lógico, pero de manera aislada. El alumno es capaz de realizar clasificaciones tanto inclusivas como exclusivas de las figuras considerando sus propiedades matemáticas, además es capaz de realizar relaciones entre propiedades, partes o figuras. Utiliza razonamientos lógicos que se apoyan en la manipulación de materiales o dibujos (Jaime y Gutiérrez, 1990), pero no es capaz de realizar razonamientos lógicos formales propios ni los necesita. Aunque entiende los pasos individuales de un razonamiento lógico, aún no es capaz de encadenarlos. Por lo tanto, en este nivel el estudiante todavía no es capaz de realizar razonamientos lógicos deductivos completos.  
Como ejemplo de que el alumno clasifica los cuadriláteros a partir de sus propiedades relacionando las figuras, realizarían la siguiente afirmación: “cualquier cuadrado es un rectángulo, pero no todos los rectángulos son cuadrados” (Gutiérrez y Jaime, 1991, p. 52).
- Nivel 4: Deducción. El estudiante realiza razonamientos lógicos formales y comprende la estructura axiomática de las matemáticas. Además, reconoce la posibilidad de llegar a obtener el mismo resultado a partir de diferentes enfoques, siendo capaz de dar definiciones equivalentes de una misma figura.

En este nivel, el alumno “puede demostrar formalmente cualquiera de los teoremas utilizados en el nivel 3 y propiedades como que la suma de los ángulos de un cuadrilátero es  $360^\circ$ ” (Gutiérrez y Jaime, 1991, p. 52).

### **2.3.3. La imagen y la definición del concepto**

Turégano (2006) define la imagen del concepto como un conjunto de representaciones mentales que el estudiante asocia con un determinado concepto, las cuales pueden ser imágenes visuales, impresiones o experiencias. Esta imagen se forma a lo largo del tiempo a través de diversas experiencias, y puede no coincidir completamente con la definición formal o con otras imágenes del mismo concepto. Como resultado, el comportamiento del estudiante puede diferir de lo que espera el profesor. Los autores Tall y Vinner (1981) introdujeron el término "*evoked concept-image*" para describir la parte de la memoria que se activa en un concepto concreto, ya que un mismo estudiante puede reaccionar de manera diferente ante el mismo concepto en diferentes situaciones.

Vinner (1991) nos indica sobre la definición del concepto que todos los conceptos matemáticos, a excepción de los conceptos primitivos, tienen definiciones formales que se presentan a los estudiantes en algún momento. Sin embargo, al decidir si un objeto matemático es un ejemplo o un contraejemplo de un concepto, los estudiantes no siempre usan la definición formal.

Turégano (2006) aporta que para enseñar un concepto, se debe comenzar mostrando múltiples ejemplos y contraejemplos para que los estudiantes puedan comprender y visualizar el concepto. Añade que, en el caso de los conceptos sencillos, el docente puede incluso pedir que los estudiantes sugieran su propia definición. Además, señala la importancia de seleccionar cuidadosamente los ejemplos y contraejemplos para asegurarse de que sean adecuados para transmitir el concepto de manera efectiva.

Según la teoría de Vinner (1981), para obtener un concepto se necesita desarrollar un mecanismo que permita construir y reconocer todos los ejemplos que conforman el concepto según lo establecido por la comunidad matemática. Este proceso implica un proceso de internalización y comprensión profunda de las características y propiedades del concepto.

En todo ejemplo de concepto hay características o atributos relevantes e irrelevantes. Las propiedades relevantes de un concepto son aquellas que lo definen como tal y son útiles para proporcionar una definición de este; y las propiedades irrelevantes, en cambio, son aquellas que

no son esenciales para definir el concepto en sí, pero pueden ser útiles para distinguir entre diferentes ejemplos, estas se suelen utilizar para llevar a cabo clasificaciones (Turégano, 2006).

Turégano (2006) se basa en los planteamientos de Hershkowitz para indicar la importancia de que se presenten al alumno todos los ejemplos posibles y algunos contraejemplos para mostrar la presencia de los atributos relevantes e irrelevantes. Los ejemplos ayudan a identificar los atributos relevantes como aquellas propiedades que tienen todos los ejemplos mostrados y a la vez se identifican los atributos irrelevantes como aquellas propiedades que no comparten todos los ejemplos, por otro lado, los contraejemplos van a ilustrar la ausencia de los atributos relevantes.

#### **2.3.4. Errores y dificultades en el aprendizaje de la geometría**

Es evidente que ciertos estudiantes cometen errores que persisten sin evolucionar ni corregirse a lo largo de su educación, y estos errores pueden durar incluso hasta su formación como maestros. Si no se corrigen, estos errores pueden transmitirse a sus propios alumnos en el futuro (Contreras y Blanco, 2001).

En relación con las formas y figuras planas, Gutiérrez y Jaime (1991) indican que, como desarrolla van Hiele en los niveles de razonamiento, cuando una forma geométrica cambia su posición prototípica, el niño cree de forma errónea que su forma y tamaño también cambia. Añade que esto se debe a su tendencia a representar los objetos de forma estática y prototípica, lo que puede generar obstáculos en la comprensión de conceptos geométricos. Por ejemplo, a los niños les resulta complejo reconocer los conceptos representados y las ilustraciones no habituales y tienen preferencia las figuras “derechas”, sobre todo las que tienen un ángulo recto. Además, asumen que la igualdad de la longitud de los segmentos es un requisito necesario para el paralelismo.

Continuando con los obstáculos generados por el uso exclusivo de la geometría estática, uno de ellos es suponer que la base del rectángulo es siempre mayor que su altura, por mencionar un ejemplo. También, se ha observado que, en el estudio de alturas, medianas, mediatrices y bisectrices, se presupone que todas estas líneas se encuentran siempre dentro del triángulo. Esto puede generar dificultades para los estudiantes al trazar alturas en los lados de un triángulo obtusángulo o en el caso del triángulo rectángulo en el que dos alturas coinciden con los lados (López y Esteves, 2008).

Teniendo en cuenta el desarrollo de las representaciones bidimensionales del espacio tridimensional, Guillén (2000) comenta que algunos de los errores frecuentes que se observan en los alumnos son creer que la base de una figura es la superficie en la que se apoya los objetos, o no considerarla como una cara de la figura en el caso de prismas y pirámides, enfocándose únicamente en las caras laterales. López y Esteves (2008) señalan que se ha evidenciado que los libros de texto pueden influir en la construcción de la imagen del concepto, ya que suelen enfatizar la importancia de la base como un criterio de clasificación de objetos. Un ejemplo de cómo la base puede tener un papel importante en la clasificación de los prismas es que su forma determina el nombre que se le da a la figura (como en el caso del prisma triangular), y también puede influir en si se considera un prisma regular o no (López y Esteves, 2008).

## **2.4. La geometría como objeto de enseñanza**

### **2.4.1. Enseñanza de la geometría en el currículum.**

En la Instrucción 12/2022, del 23 de junio, se sugiere que el área de geometría debe enfatizar en la experiencia directa y práctica, especialmente en los niveles iniciales, a través de la manipulación de objetos. A medida que los estudiantes avanzan, se debe fomentar el uso de recursos digitales para apoyar su aprendizaje. Además, se deben presentar situaciones de aprendizaje que fomenten la reflexión, el razonamiento, la conexión de ideas, la comunicación y la representación.

También se menciona que, para fomentar el aprendizaje de los conceptos matemáticos, es importante utilizar materiales lúdicos y actividades emocionantes, como juegos de magia educativa, juegos de mesa y herramientas manipulativas. Estas actividades pueden ayudar a captar la atención y el interés de los estudiantes, motivándolos a investigar y explorar los contenidos de manera activa. Además, las metodologías activas son particularmente apropiadas para el enfoque competencial, ya que fomentan la construcción del conocimiento y el trabajo colaborativo a través del intercambio de ideas.

### **2.4.2. Fases del modelo de razonamiento de van Hiele**

El modelo de razonamiento de van Hiele plantea una estructura de enseñanza en cinco fases para ayudar a los alumnos a avanzar en su nivel de razonamiento. Estas fases se organizan de manera cíclica, ya que una vez que los estudiantes han pasado por las cinco fases y han alcanzado un nivel de razonamiento más alto, deben comenzar nuevamente el recorrido por las cinco fases para continuar avanzando. Aunque las fases son las mismas para todos los niveles,



solo se mantiene constante la metodología de trabajo, ya que los contenidos matemáticos, el lenguaje y la resolución de problemas varían para cada nivel. Las fases del modelo de van Hiele son las siguientes (Gutiérrez y Jaime, 1991):

- Fase 1: Información. El profesor debe informar a los estudiantes sobre el campo de investigación que van a trabajar y, al mismo tiempo, averiguar los conocimientos previos que poseen los estudiantes sobre ese tema. Si los estudiantes tienen conocimientos organizados, el profesor debe utilizarlos como punto de inicio para la enseñanza, y si son erróneos, debe corregirlos antes de comenzar a enseñar los nuevos conocimientos.
- Fase 2: Orientación dirigida. Los estudiantes utilizan el material proporcionado por el profesor para explorar el campo de investigación. Este material suele estar formado por una serie de actividades diseñadas específicamente para aprender los conceptos y propiedades esenciales del área. Las actividades deben estar bien enfocadas hacia los objetivos de aprendizaje, y el profesor debe dar pautas claras sobre qué hacer, como, por ejemplo, doblar, medir, buscar simetrías, entre otros. De esta manera, las estructuras fundamentales se presentan a los estudiantes de manera gradual.
- Fase 3: Explicitación. En esta fase se fomenta el diálogo entre los estudiantes y se busca crear una red de relaciones entre conceptos propios del área de estudio. El profesor solo interviene para guiar y apoyar a los estudiantes. Esta fase tiene los siguientes objetivos:
  - o Unir las experiencias adquiridas a los símbolos lingüísticos precisos.
  - o Aprender a expresarse con precisión dentro de cada nivel de razonamiento.
  - o Reflexionar “en voz alta” sobre el trabajo realizado.(Gutiérrez y Jaime, 1991, p. 55)
- Fase 4: Orientación libre. En esta fase, los estudiantes deberán poner en práctica los conocimientos adquiridos en las fases previas a través de investigaciones y tareas diseñadas por el profesor, con el fin de consolidar y ampliar su comprensión del tema de estudio. Estas tareas deben ser:
  - o Menos dirigidas que las de la fase 2.
  - o Que puedan desarrollarse de diversas formas o que tengan diferentes soluciones.
  - o Que persigan profundizar en dichos conocimientos para: afianzar su uso, que se relacionen unos con otros y descubrir propiedades que no podrían haberse estudiado antes por su complejidad.(Gutiérrez y Jaime, 1991, p. 155)

- Fase 5: Integración. En esta última fase, el profesor sintetiza todo el campo de estudio que los estudiantes han explorado en las fases previas, con el fin de que estos obtengan una visión panorámica y puedan integrar los nuevos conocimientos con los previos. El profesor proporciona comprensiones globales sin aportar nuevos conocimientos al estudiante.

### **2.4.3. Enseñanza de la geometría con las TIC**

Cabero y Duarte (1999) define las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) como las que se centran en tres elementos básicos: la microelectrónica, la informática y las telecomunicaciones. Sin embargo, estos medios no operan de forma independiente, sino que interactúan y se interconectan entre sí, lo que permite la creación de nuevas formas de comunicación.

Hartshorne y Bétréma (2010) analizan el papel de la tecnología en el apoyo al desarrollo del pensamiento espacial y geométrico y sugieren que las tecnologías digitales tienen el potencial de mejorar el aprendizaje y la enseñanza de la geometría. Según Cabero y Duarte (1999), las TIC posibilitan una mayor interacción entre docentes y alumnos. Asimismo, favorecen la adquisición de nuevos conocimientos y enriquecen el proceso de enseñanza-aprendizaje con el uso de recursos multimedia como imágenes, videos, audios y otros elementos.

Por lo general, la enseñanza de las matemáticas se lleva a cabo de manera poco atractiva y tradicional por parte del docente, lo que deja de lado los intereses y necesidades de cada alumno. Es necesario, por lo tanto, fomentar acciones creativas para captar la atención de los estudiantes durante el aprendizaje de las matemáticas. Las herramientas tecnológicas y los programas informáticos pueden ser muy útiles para estimular el pensamiento crítico, la adquisición de habilidades para la vida, el desarrollo de múltiples inteligencias y el aprendizaje significativo (Flores Cuevas et al., 2021).

Para ello, GeoGebra es uno de los softwares más utilizado en el área de matemáticas, este es un software educativo que contribuye al proceso educativo de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles de la educación básica. Este programa combina diferentes áreas de las matemáticas, como la geometría, el álgebra, el análisis y la estadística, y ofrece una amplia variedad de construcciones geométricas que facilitan el aprendizaje de esta disciplina (Flores Cuevas et al., 2021).

### **2.4.4. Enseñanza de la geometría a través del juego**

Según Chamorro (2005), el juego tiene un gran valor y potencial didáctico en la educación, especialmente en edades tempranas. La autora sugiere que es esencial reconocer la naturaleza lúdica de las matemáticas en la educación infantil, ya que esto contribuirá a que los estudiantes se diviertan y puedan desarrollar habilidades matemáticas más avanzadas en niveles educativos posteriores.

El uso del juego como recurso didáctico en la enseñanza de las matemáticas puede generar satisfacción y diversión en los alumnos. Además, es interesante ya que puede requerir esfuerzo en áreas como la concentración, atención o memorización. Es posible entender el juego como una herramienta manipulativa y de aprendizaje en la Educación Primaria, y no solo como una fuente de entretenimiento y diversión (Edo, 2003).

Alsina (2004) expone varias características que hacen del juego un recurso didáctico interesante, lo que refuerza su elección como opción pedagógica. A continuación, se muestran algunas de ellas:

- Es parte de la realidad de los niños.
- Es motivador y fomenta la implicación.
- Se pueden trabajar distintas habilidades, conocimientos y actitudes.
- Los alumnos pierden el miedo a afrontar nuevos conocimientos.
- Posibilita el aprendizaje a partir del propio error y el de los demás.
- Respeto la diversidad de capacidades del alumnado.
- Permite desarrollar la atención, concentración, la memoria y la resolución de problemas.

(Alsina, 2004, p.14)

Es importante destacar que, según Chamorro (2005), el juego como recurso didáctico no debe estar influenciado por factores externos de motivación, ya que, si los alumnos perciben que después del juego hay una evaluación o calificación, puede perder su carácter lúdico. Además, la autora señala que el juego es capaz de generar satisfacción y placer, lo que se considera una de sus características más importantes.

Por último, Edo (2003) avisa de que es relevante seleccionar cuidadosamente el tipo de juego que se utilizará según los objetivos buscados, ya que éste puede resultar beneficioso tanto por sus características propias como por las habilidades que pueda desarrollar para un trabajo formal.

### **3. Objetivos**

En este Trabajo Fin de Grado se pretende realizar una propuesta de intervención didáctica en la que se trabaje la geometría desde materiales manipulativos y de forma lúdica, introduciendo recursos interactivos con la utilización de las TIC. Esta intervención estará destinada a alumnos de tercer curso de Educación Primaria y en ella se trabajarán las figuras planas, concretamente, los cuadriláteros.

Los objetivos específicos de este TFG son:

- Proponer una intervención para trabajar los cuadriláteros con alumnos de tercer curso.
- Aproximar a los alumnos a los tipos de cuadriláteros.
- Distinguir tipos de cuadriláteros y construir sus respectivas definiciones.
- Hacer uso de materiales manipulativos y tecnológicos para facilitar a los alumnos el reconocimiento y la clasificación de los tipos de cuadriláteros.
- Seducir al alumnado con juegos para que, a través de la motivación y la implicación, conozcan y diferencien los diferentes tipos de cuadriláteros existentes.

#### **4. Metodología**

Esta propuesta de intervención está compuesta por actividades lúdicas haciendo uso de materiales manipulativos y de las TIC. Esto nos va a ayudar a que el grado de motivación e implicación del alumno aumente, repercutiendo de manera positiva en la construcción del conocimiento gracias a que, es el propio alumno quien tiene un papel activo en su aprendizaje, lo que beneficia a la adquisición de los conocimientos de forma significativa.

Como nos indica el modelo de razonamiento de van Hiele en el nivel 2 de análisis los alumnos reconocen partes y propiedades de las figuras, por tanto, en las actividades se tendrán en cuenta estos elementos. En el nivel 2 los alumnos dan definiciones con una lista de propiedades que son redundantes u omiten alguna propiedad necesaria y suficiente, además, son capaces de realizar clasificaciones exclusivas basadas en propiedades matemáticas.

Para que se produzca un progreso a través del nivel 2 de van Hiele, se realizan actividades basadas en las 5 fases de su modelo: información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración.

Además, con el objetivo de evitar ciertos errores y dificultades relacionaos con la forma prototípica asociada a cada tipo de figura, se va a dar un imaginario rico a través de diversas figuras en las que se aprecien tanto atributos relevantes como irrelevantes.

#### **5. Propuesta de intervención**

La intervención está destinada a alumnos de tercer curso para trabajar los tipos de cuadriláteros. La propuesta está formada por 6 sesiones de 60 minutos de duración.

**Temporalización:**

<b>Fase:</b>	<b>Actividad:</b>	<b>Sesión:</b>
Fase 1. Información	¿Cuáles son los cuadriláteros?	1
	¿Qué tipo de cuadrilátero es?	
	En busca de los cuadriláteros.	2
Fase 2. Orientación dirigida	¿Cómo se clasifican los cuadriláteros?	3
	Reconoce los paralelogramos.	
	Trabajamos con paralelogramos.	
	Jugamos con la clasificación de cuadriláteros.	
Fase 3. Explicitación	Compartiendo ideas.	4
Fase 4. Orientación libre	Completa la tabla.	
	Encuentra el cuadrilátero.	5
	¡Construye tú mismo!	
Fase 5. Integración	Aprendemos con las cartas.	6
	El dominó de los cuadriláteros.	

**Fase 1: Información.**

Durante esta fase se van a realizar 3 actividades diferentes que irán enfocadas a conocer las ideas previas del alumnado sobre los cuadriláteros, así como para introducirlos en este tema e informarles sobre lo que van a trabajar en las posteriores sesiones.

Para hacer uso del recurso interactivo a modo de juego, se han diseñado dos actividades (que incluyen 3 juegos interactivos) con las plantillas de la página web Wordwall.

También se ha diseñado una actividad en la que se utilizan dos imágenes reales para que los alumnos sean capaces de reconocer los cuadriláteros en la vida cotidiana y el aprendizaje no se quede solo en una imagen dibujada en un libro de texto.

**Actividad 1: ¿Cuáles son cuadriláteros?**

Objetivo: Reconocer cuadriláteros identificando sus propiedades fundamentales/atributos relevantes.

Materiales: 1 ordenador por alumno, pizarra digital o tradicional.

Distribución del alumnado: esta actividad se realizará una primera parte de manera individual y la segunda con el grupo clase en conjunto.

Desarrollo:

El profesor se dirige a los alumnos de la siguiente manera:

*Hoy vamos a empezar el tema de los cuadriláteros, que está englobado en el bloque de geometría, ¿sabéis qué tipo de figuras geométricas son los cuadriláteros?*

*Vamos a hacer un juego de forma individual para comprobar si sabéis reconocerlos.*

A continuación, el profesor reparte un ordenador a cada alumno y escribe en la pizarra el enlace en el que deben entrar: <https://wordwall.net/resource/57542201>.

Una vez los alumnos tengan abierto el enlace en sus pantallas del ordenador, el profesor se dirige a ellos para explicarles en qué consiste la actividad.

*En esta actividad tenéis que arrastrar cada una de las imágenes de la izquierda hacia el grupo que corresponda: los cuadriláteros o los que no son cuadriláteros.*

*Se os va a cronometrar el tiempo que tardéis en terminarlo, arriba a la izquierda os marca el tiempo, este tiempo servirá para la clasificación final. Cuando tengáis la actividad completada tenéis que dar a “Submit answer” que significa “Enviar respuestas”, sino el tiempo va a seguir sumando y no van a llegar vuestros resultados.*

*Cuando finalicéis la actividad, vais a ver una pantalla en la que se recoge el tiempo que habéis tardado, cuantas figuras habéis identificado correctamente y la posición que ocupáis en la clasificación. Además, podéis ver las respuestas que habéis fallado y corregirlas.*

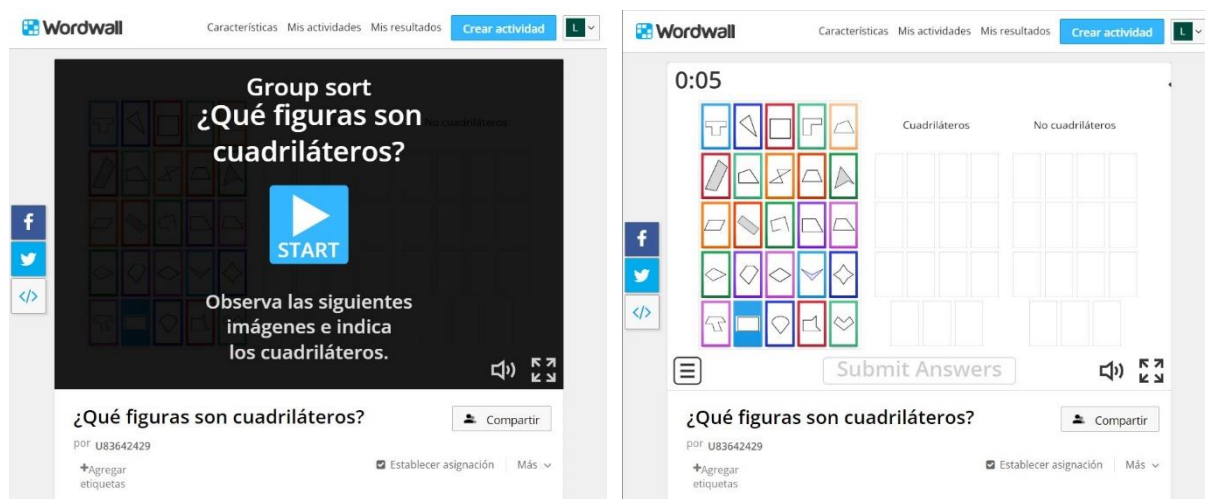


Figura 1. ¿Qué figuras son cuadriláteros? (Elaboración propia con Wordwall).

Una vez finalizada la actividad, el docente dibuja los cuadriláteros en la pizarra (o los proyecta en la pizarra digital) y realiza las siguientes preguntas que se deberán responder entre toda la clase a modo de reflexión grupal, siendo el profesor el que controla el turno de palabra:

- a) *¿Qué creéis que tienen en común los cuadriláteros que están dibujados en la pizarra?*
- b) *¿Cuántos lados paralelos tienen cada uno de ellos?*
- c) *¿Y lados iguales?*
- d) *¿Y cómo son sus ángulos? ¿Agudos? ¿Rectos? ¿Obtusos?*

## **Actividad 2: ¿Qué tipo de cuadrilátero es?**

Objetivos: Conocer los nombres de los cuadriláteros que existen e identificarlos con sus respectivas imágenes.

Materiales: Pizarra digital o proyector conectado al ordenador del profesor.

Distribución del alumnado: esta actividad se realizará con el grupo-clase al completo.

Desarrollo:

El docente proyecta en la pizarra la actividad del siguiente enlace en la que, el grupo-clase al completo deberá descubrir cada una de las palabras del juego: <https://wordwall.net/resource/57543630> .

El profesor se dirige a los alumnos para dar las instrucciones del juego:

*Ahora pasamos a la siguiente actividad, ¿alguien se acuerda del juego del ahorcado? Para los que no se acuerden, vais a ir levantando la mano y, quien yo elija va a decir una letra, si la palabra contiene esa letra el ordenador nos dirá dónde está situada, de lo contrario, irá dibujando el muñeco. Si dibuja el muñeco entero sin que adivinemos la palabra entre todos, hemos perdido. Recordad que tenemos 7 oportunidades de fallo antes de que el muñeco se dibuje entero. Si alguno cree que sabe la palabra, tiene que levantar las dos manos para que yo lo vea y le dé el turno. Tenemos que adivinar 6 palabras que resuelvan la pregunta que veis en la pizarra: ¿Qué tipos de cuadriláteros existen? ¡Vamos a empezar!*

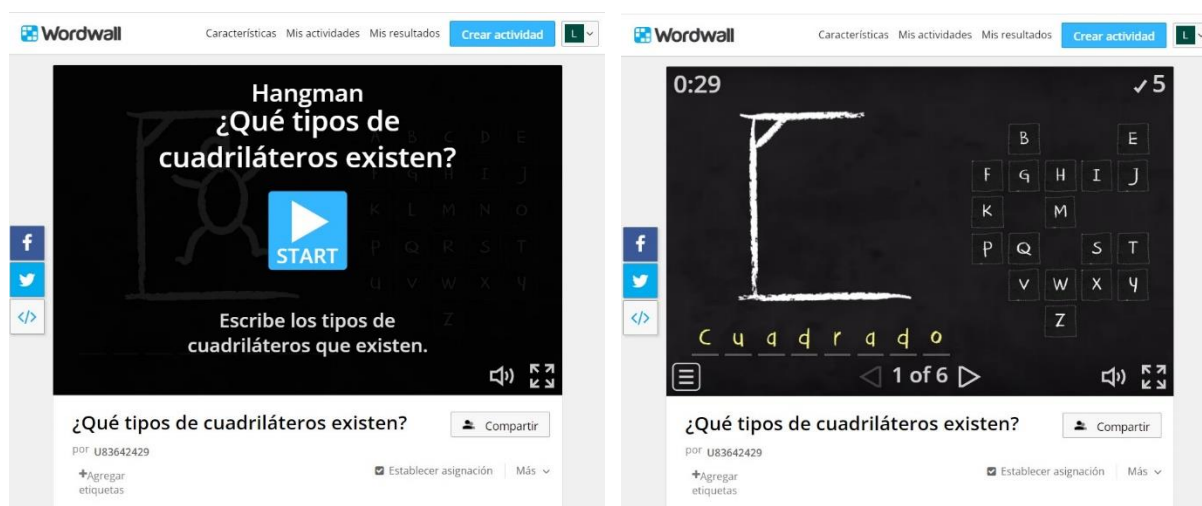


Figura 2. ¿Qué tipos de cuadriláteros existen? (Elaboración propia con Wordwall).

Una vez descubiertas todas las palabras, el docente proyecta en la pizarra digital o proyector el siguiente juego que también se realiza de forma conjunta con todo el grupo-clase. Este consiste en colocar a cada figura el nombre que le corresponda: <https://wordwall.net/resource/57577539>.

El profesor se dirige a los alumnos de la siguiente manera:

*Ahora vamos a pasar a otro juego, con los tipos de cuadriláteros que hemos descubierto en el juego anterior, vamos a intentar, entre todos, descubrir qué figura se corresponde con cada uno de ellos. Para jugar a este juego, las normas son las mismas que el de antes, hay que levantar la mano para que yo decida a quién le toca hablar. Como algunos habéis hablado en el juego de antes y todos tenemos que participar, primero van a tener la oportunidad de hablar los que no hayan hablado. Para empezar, que levante la mano en silencio quien sepa a qué*



*nombre de los 6 que hay ahí le corresponde a la primera figura (señalando la primera figura)... (así sucesivamente siguiendo el orden de las figuras).*

Para controlar la participación del alumnado, el docente tendrá la lista de la clase en la que deberá marcar con una cruz los alumnos que ya han participado, evitando así posibles confusiones.

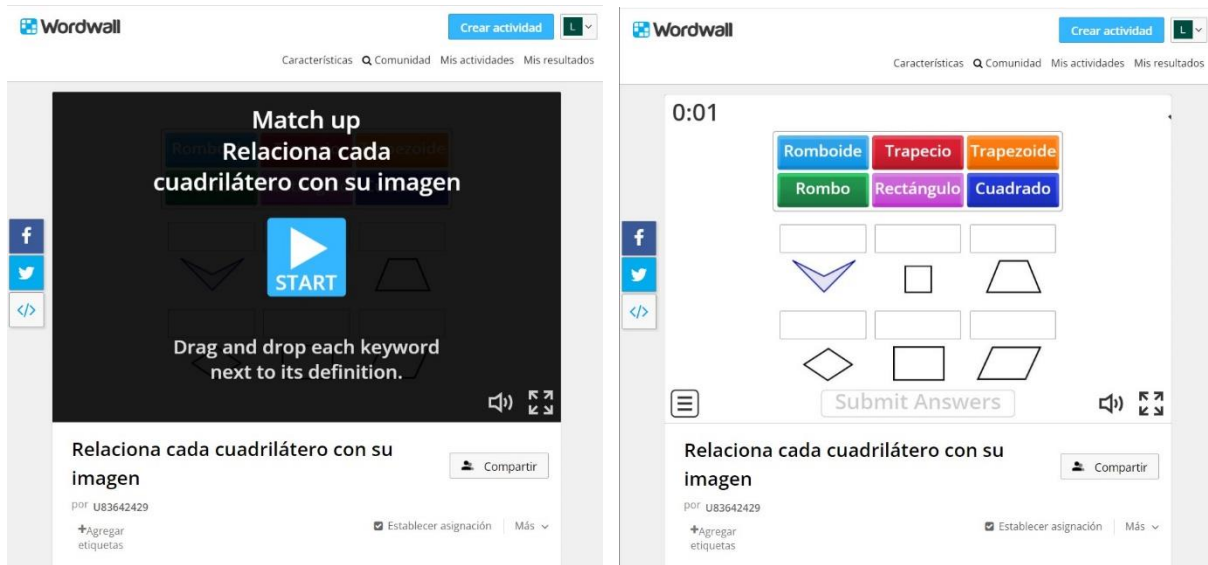


Figura 3. ¿Qué tipo de cuadrilátero es la figura? (Elaboración propia con Wordwall).

### **Actividad 3: En busca de los cuadriláteros.**

**Objetivo:** Identificar cuadriláteros y sus respectivos nombres en imágenes que representan la vida cotidiana.

**Materiales:** Pizarra digital o proyector conectado con el ordenador del profesor, folio con dos imágenes presentes en la vida cotidiana (ver Figura 4 y Figura 5) y cronómetro.

**Distribución del alumnado:** esta actividad se realizará una primera parte de manera individual y, una vez resuelta dicha parte, se pondrá en común con todo el grupo-clase.

#### **Desarrollo:**

El docente entregará a cada alumno un folio con dos imágenes (Figura 4 y 5), una más sencilla y otra más compleja, impresas y dejará a los alumnos 10 minutos para que señalen en las imágenes, numerándolos, todos los cuadriláteros que encuentran y escribirán abajo, al lado de cada número, el tipo de cuadrilátero al que corresponde. Una vez finalizado el tiempo, se

proyectarán las imágenes en la pizarra (primero la Figura 4 y después la Figura 5) para debatir de forma conjunta los cuadriláteros que aparecen en las imágenes.

El docente se dirige a los alumnos para proporcionarles las siguientes indicaciones:

*En el día de hoy, vamos a seguir con los cuadriláteros. ¿Veis este salón y esta casa que tenéis en el folio que os he entregado? Pues ahora se complica un poco más el juego del último día, os voy a dejar 10 minutos para que, de forma individual y sin ayuda del compañero, señaléis encima de cada imagen todos los cuadriláteros que veáis. Los tenéis que señalar con un número porque, cuando hayáis encontrado todos, debajo de la imagen, en el hueco en blanco que veis, vais a tener que poner el número con el nombre que corresponde a cada uno de los cuadriláteros que habéis encontrado. Una vez que suene el cronómetro significará que se ha acabado el tiempo, así que todos soltaremos el lápiz sobre la mesa y estará prohibido escribir.*

Una vez finalizado el tiempo, se vuelve a dirigir al alumnado de la siguiente forma:

*Que levante la mano el que haya encontrado 1 cuadrilátero. Venga \*nombre del alumno\*, ¿qué cuadrilátero has encontrado? Tienes que decir dónde está en la imagen y cómo se llama. Ahora tiene que levantar la mano el que haya encontrado 2 cuadriláteros. Venga \*nombre del alumno\* di cuales has encontrado, pero sin repetir los que ya se han dicho... (así sucesivamente hasta encontrar todos los cuadriláteros de la imagen).*



Figura 4. Imagen que representa salón de casa (extraída de Muebles Lara, s.f.)



Figura 5. Imagen que representa casa de la vida cotidiana (extraída de Planos de casas modernas, 2015).

## **Fase 2: Orientación dirigida.**

En esta fase se van a realizar 4 actividades con el objetivo de conseguir que los estudiantes descubran, comprendan y aprendan la clasificación de los tipos de cuadriláteros en función del paralelismo de sus lados y las propiedades principales (medida de sus lados y ángulos) de dichos cuadriláteros las cuales los diferencian unos de otros.

Debido a que esta fase se basa en el descubrimiento del alumno siempre guiado por el docente, se realizarán una gran cantidad de preguntas, dirigiendo así el aprendizaje del alumnado. Además, se ha organizado el contenido para que sea presentado de manera progresiva.

Para llevar a cabo estos ejercicios se ha utilizado material manipulativo como Geotiras y figuras realizadas en cartón. También se ha hecho uso del recurso interactivo con una actividad en GeoGebra.

### **Actividad 4: ¿Cómo se clasifican los cuadriláteros?**

Objetivo: Clasificar los tipos de cuadriláteros en base al paralelismo y medida de sus lados con materiales manipulables.

Materiales: Geotiras y proyector.

Distribución del alumnado: esta actividad se realizará en conjunto con todo el grupo-clase.

Desarrollo:

El profesor se dirige a los alumnos de la siguiente manera:

*Durante la clase anterior empezamos el tema de los cuadriláteros y estuvimos descubriendo los cuadriláteros que había y relacionándolos con su imagen, ¿os acordáis? Venga, para demostrar que es verdad vamos a hacer un pequeño repaso en la pizarra. Vosotros me levantáis la mano (si queda alguno sin participar de la sesión anterior, se seguirá dicho orden) y quien yo elija tiene que ir a la pizarra y escribir el nombre de un cuadrilátero y, si es capaz, dibujarlo, sino yo le ayudo.*

*¿Quién quiere empezar? Venga, \*nombre del alumno\* ven a la pizarra...*

Una vez finalizado el repaso, el profesor se vuelve a dirigir a los alumnos de la siguiente manera:

*Pues ahora que ya nos acordamos de los cuadriláteros que trabajamos ayer, vamos a seguir avanzando con el tema, ¿no?*

*Para ello hoy he traído a clase unas tiras que se llaman “Geotiras” y sirven para formar diferentes cuadriláteros. Fijaros muy bien en cómo se hace, porque a lo mejor algún día os pido a vosotros que lo hagáis.*

*Con estas tiras vamos a empezar a explicar la clasificación de los cuadriláteros, pero como hay muchos tipos de clasificaciones dependiendo de lo que nos fijemos, en la de hoy nos vamos a fijar en cuántos lados paralelos tienen los cuadriláteros.*

El docente proyecta en la pizarra la siguiente imagen:

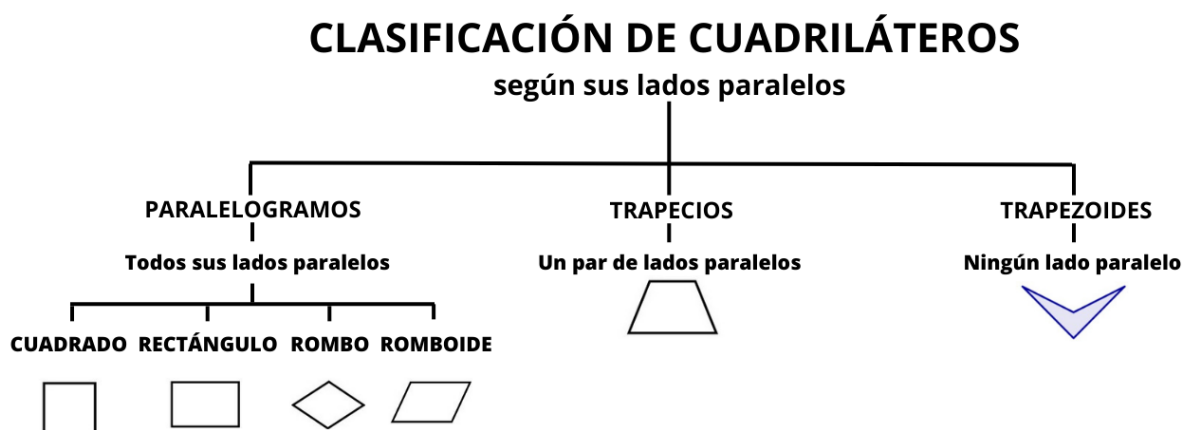


Figura 6. Clasificación de cuadriláteros (Elaboración propia con Canva).

Después de proyectar la imagen, el profesor se dirige a los alumnos de la siguiente manera:

*La sesión anterior, aprendimos cuáles eran los: cuadrados, rectángulos, rombos, romboides, trapecios y trapezoides. Así que, ya que conocemos todos los cuadriláteros que hay en esta clasificación, vamos a explicar cómo se dividen dependiendo de los lados paralelos que tengan.*

*Los paralelogramos, en los que están el cuadrado, rectángulo, rombo y romboide, son los cuadriláteros que tienen todos los lados paralelos, veis (el profesor señala el paralelismo de los lados de las 4 figuras).*

*Los trapecios, tienen solo un par de lados paralelos (señalando los dos lados paralelos), ¿sabéis qué significa la palabra par no? Significa dos, como un par de zapatos, que son dos zapatos.*

*El último tipo de cuadriláteros son los trapezoides, que también los hemos visto y no tienen ningún lado paralelo, ¿veis? (señalando todos los lados para que los alumnos reconozcan que ninguno de sus lados es paralelo).*

El profesor saca las Geotiras y muestra al alumnado que hay 4 tamaños diferentes, cada una de un color. A continuación, se dirige a los alumnos de la siguiente manera:

*Ahora que hemos visto la clasificación, vamos a ver cómo, depende del tamaño de las tiras que se combinan, va a resultar uno u otro tipo de cuadrilátero.*

*Primero vamos a probar con todas las tiras del mismo tamaño, ¿qué creéis que va a pasar? Viendo el esquema en la pizarra, ¿cuál o cuáles figuras son las que tienen todos los lados iguales y qué tipo de figura es según la clasificación?*

El profesor construye con 4 tiras del mismo color y tamaño las dos posibilidades: cuadrado y rombo.

*¿Qué ha pasado? Hay dos tipos diferentes de cuadriláteros de los que hemos visto, ¿cuáles son? (si ningún alumno lo nombra, lo dice el profesor). Efectivamente, el cuadrado y el rombo, entonces, si los dos tienen los lados iguales y tiene todos sus lados paralelos como podemos comprobar, ¿en qué se diferencian? ¿Cuál propiedad nos puede faltar? (si ningún alumno contesta,*

*responde el profesor). Claro, los ángulos, en el cuadrado los ángulos son todos iguales, todos forman  $90^\circ$  mientras en el rombo solo son iguales 2 a 2.*

*Entonces hemos visto que, si utilizamos 4 tiras del mismo tamaño, podemos conseguir diferentes cuadriláteros, pero en todos ellos sus lados son paralelos e iguales.*

*Ahora vamos a pasar a coger 2 tiras rojas y dos tiras amarillas, ¿qué creéis que vamos a conseguir? ¿qué tipo de cuadrilátero va a salir de 2 tiras de un tamaño y 2 de otro?*

El profesor pasa a construir con 2 tiras de un color y tamaño y 2 tiras de otro con sus dos posibilidades: rectángulo y romboide.

*Otra vez hemos conseguido dos cuadriláteros distintos que coinciden en el tamaño de sus lados así que, una vez adivinemos cuáles son, vamos a tener que descubrir la diferencia entre ellos.*

*Entonces, ¿cuáles son estos cuadriláteros? (si ningún alumno contesta, responde el profesor). Claro, el rectángulo y el romboide. ¿Cuál es la diferencia entre ellos? (espera que alumnos respondan) Los ángulos otra vez, el rectángulo tiene todos sus ángulos iguales de  $90^\circ$ , como el cuadrado, mientras que el romboide los tiene iguales dos a dos, como el rombo.*

*Ahora que ya hemos conseguido averiguar el tamaño de los lados de los paralelogramos, vamos a probar con dos tiras rojas, una amarilla y una verde, a ver qué tipo de cuadrilátero nos sale.*

El profesor construye con 2 tiras de un color y 2 de diferente color entre sí y forma la siguiente figura: el trapecio.

*Esta vez solo nos ha salido una figura, ¿cuántos lados paralelos tiene esta? ¿todos? ¿un par de lados paralelos? ¿ninguno? Así es, tiene un par de lados paralelos, los otros dos lados no son paralelos entre sí. Entonces podemos ver que, un trapecio es un cuadrilátero que tiene dos lados iguales y dos lados diferentes. Esto además de que tiene un par de lados paralelos, claro.*

*Bueno, este ha sido muy fácil identificarlo porque sólo era una figura, ¿no? Vamos a pasar a coger una tira de cada color, así que el cuadrilátero que voy a construir tiene todos sus lados diferentes.*

El profesor construye con 1 tira de cada color y forma la siguiente figura: trapezoide.

*Esta figura que nos ha salido... ¿cuántos lados paralelos tiene? (espera a la respuesta del alumnado). Si no tiene ningún lado paralelo... ¿qué figura era? Exacto, este es un trapezoide, porque ninguno de sus lados es paralelo y, además, hemos descubierto que para que sea un trapezoide, tienen que ser todos los lados de diferente tamaño.*

*Espera... Acabo de darme cuenta de que se pueden formar otras figuras con cuatro tiras de diferentes colores...*

El profesor construye con las mismas tiras un trapecio escaleno y rectángulo.

*Me han salido dos figuras diferentes y tenemos que descubrir, mirando la clasificación y con todas las propiedades que hemos dicho ya qué tipo de cuadriláteros son.*

*Vamos con la primera (trapecio rectángulo), ¿en qué nos podemos fijar primero? En los ángulos, en los lados paralelos... Claro, en los lados paralelos, ¿esta figura tiene todos sus lados paralelos? ¿un par de lados paralelos? ¿o ningún lado paralelo? ¡Es verdad! Tiene un par de lados paralelos, por lo tanto... ¿qué figura es? Claro, es un trapecio.*

*Y, por último, vamos a ver qué es la segunda figura (trapecio escaleno), ¿tiene todos sus lados paralelos? ¿un par? ¿o ninguno? ¿Otra vez tiene un par de lados paralelos? ¡Qué fácil! ¿Qué figura es entonces? Un trapecio otra vez, claro.*

*Con esto podemos ver que no podemos fijarnos solo en la medida de los lados para saber qué tipo de cuadrilátero es, sino que primero debemos fijarnos en los lados paralelos, después en los ángulos y, por último, en la medida de sus lados.*

### **Actividad 5: Reconoce los paralelogramos.**

Objetivo: Identificar el tipo de cuadrilátero en función del paralelismo con materiales manipulables.

Materiales: 16 paralelogramos (2 por grupo al azar), 8 trapecios (1 por grupo) y 8 trapezoides (1 por grupo) realizados en cartón.

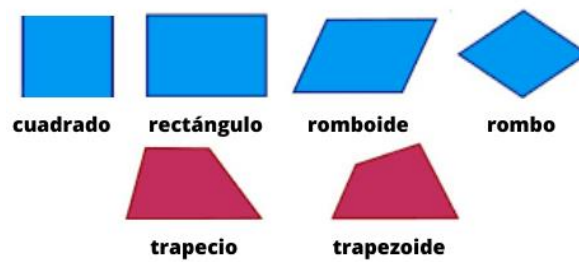


Figura 7. Cuadriláteros para clasificar (Elaboración propia con Canva).

Distribución del alumnado: esta actividad se realizará en grupos de 3 personas aproximadamente.

Desarrollo:

El profesor formará grupos de 3 personas en función del conocimiento previo sobre el tema identificado en la primera sesión, intentando que en cada grupo haya un alumno con nivel más alto que sirva de apoyo para el grupo. Una vez formados los grupos, se reparten 4 cuadriláteros pegados en cartón y recortados (Figura 7) por grupo: 2 paralelogramos, 1 trapecio y 1 trapezoide. A la hora de repartir a los grupos, los trapecios y trapezoides son los mismos para todos los grupos, pero respecto a los paralelogramos (cuadrado, rectángulo, rombo y romboide) se reparten 2 a cada grupo indiferentemente de lo que les toque, es decir, algunos grupos tendrán cuadrado y rombo, otros cuadrado y rectángulo, etc.

Una vez finalizado, se realizará una rápida puesta en común para asegurarnos de que han hecho correctamente la clasificación.

El profesor se dirige a los alumnos de la siguiente manera:

*Vamos a pasar a una nueva actividad que vamos a hacer en los grupos que he formado. Cada grupo debe tener 4 cuadriláteros diferentes y lo que tenéis que hacer es llegar a un acuerdo entre todo el grupo y decidir cuáles son paralelogramos, trapecios y trapezoides. Una vez terminéis, vamos a ponerlo en común con los demás compañeros para asegurarnos de que lo hemos hecho de forma correcta.*

*Venga, el grupo de \*nombre del alumno\* enseñadnos cuales habéis clasificado como paralelogramos... etc.*



## **Actividad 6: Trabajamos con paralelogramos.**

Objetivo: Reconocer las propiedades principales (paralelismo, igualdad de lados, ángulos) de los cuadriláteros.

Materiales: 8 cuadrados (1 por grupo), 8 rectángulos (1 por grupo), 8 rombos (1 por grupo), 8 romboides (1 por grupo), 8 trapecios (1 por grupo) y 8 trapezoides (1 por grupo) realizados en cartón (Figura 7), folios, bolígrafo.

Distribución del alumnado: esta actividad se realizará en grupos de 3 personas aproximadamente.

### Desarrollo:

Esta actividad consiste en la elaboración de una lista de propiedades (en grupo) de los siguientes cuadriláteros, en un principio se le entrega al alumnado todos los tipos de paralelogramos para así realizar una explicación: un cuadrado, un rectángulo, un rombo y un romboide.

El docente se dirige al alumnado de la siguiente manera:

*Una vez que ya habéis clasificado las figuras en función de si son paralelogramos o no, vamos a pasar a la siguiente actividad con los mismos grupos. Dejad a un lado las que no sean paralelogramos que las vamos a usar después. Ahora os voy a dar otros dos paralelogramos para que tengáis los 4 tipos de paralelogramos diferentes.*

*También os voy a entregar un folio en el que tenéis que escribir el nombre del paralelogramo y debajo, hacer una lista de propiedades como lo que hemos dicho en la primera actividad del día de hoy, a ver si sois capaces de reconocer las propiedades entre todos si tenéis el cuadrilátero delante y lo podéis tocar.*

*Para poder identificar mejor las características podéis comparar las figuras, que para eso las tenéis delante.*

Una vez finalizada la primera parte de la actividad (se dejarán aproximadamente de 10 a 15 minutos, en función del ritmo de la clase), se incluirán el trapecio y trapezoide (que tendrán en sus mesas) y se les instará a elaborar las propiedades de estos.

*¿Ya habéis terminado todos? Bueno pues, ahora volved a coger los dos cuadriláteros no paralelogramos que he dicho antes que dejaraís apartados y*

*tenéis que hacer lo mismo que acabáis de hacer con los paralelogramos, escribir el nombre y hacer una lista de propiedades debajo, volviendo a comparar todas las figuras para que os sea más fácil sacar las propiedades.*

Una vez finalizada la segunda parte (para la que se dejarán entre 5 y 10 minutos), se pondrán en común los resultados.

*Ahora que todos hemos terminado, vamos a ir grupo por grupo cuando yo vaya dando el turno de palabra diciendo qué propiedades habéis puesto, aunque ya las hayan dicho vuestros compañeros del grupo anterior, tenéis que decirla para que yo sepa que la habéis puesto. A partir de ahora, dejad los lápices y bolis a un lado, está prohibido escribir.*

*Venga el primer grupo... ¿cómo habéis llamado a este cuadrilátero y qué propiedades habéis encontrado? (el profesor muestra el cuadrilátero del que quiere que hablen para que toda la clase lo vea y así con todos los grupos y cuadriláteros).*

Una vez finalizada la actividad y para asegurarse de que los alumnos han entendido la relación entre cuadriláteros, se realizarán las siguientes preguntas a las que responderán en voz alta siguiendo el orden de la lista de las actividades anteriores:

*Ahora que todos hemos corregido nuestra lista de propiedades y sabemos que están bien, voy a hacer algunas preguntas que tenemos que intentar responder entre todos, ¿vale? El que sepa la respuesta tiene que levantar la mano y soy yo la que doy la palabra como en las actividades anteriores.*

- a. ¿Qué tienen en común el cuadrado y el rombo?*
- b. ¿Y el rectángulo y el romboide?*
- c. Entonces... ¿el cuadrado y el rectángulo no tienen nada en común?*
- d. ¿Y el rombo y el romboide?*
- e. Y, ¿hay alguna propiedad de las que hayáis escrito que tengan los 4 cuadriláteros?*
- f. ¿El trapecio y el trapezoide tienen alguna propiedad en común? ¿O todas son diferentes? ¿Por qué creéis que pasa esto?*
- g. ¿Y los paralelogramos y trapecio? ¿O los paralelogramos y el trapezoide?*

## Actividad 7: Jugamos con la clasificación de cuadriláteros.

Objetivo: Comprobar las propiedades principales (paralelismo, ángulos e igualdad de lados) de los cuadriláteros.

Materiales: 1 ordenador portátil para cada alumno y pizarra digital o proyector para el docente, cronómetro.

Distribución del alumnado: esta actividad se realizará de manera individual.

Desarrollo:

Para la siguiente actividad, se ha realizado una pequeña adaptación de la actividad encontrada en la página web GeoGebra, para evitar entrar en la clasificación de los tipos de trapecios y trapezoides.



Figura 8. Jugamos con la clasificación de cuadriláteros (Adaptación de imagen extraída de <https://www.geogebra.org/m/anq8f392>).

### Instrucciones

#### Teoría:

- **Mueve** los puntos de colores para modificar los cuadriláteros.
- Haciendo **click** en cada figura, haremos que gire sola, o se detenga.
- Marcando la casilla "ver **ángulos**", verás el valor de los ángulos de cada cuadrilátero.  
*Observa estas propiedades:*
- Los ángulos de un cuadrilátero **siempre suman 360°**, incluso en el caso de la flecha, que es un polígono cóncavo.  
Por eso, en el caso de los **rectángulos**, como los ángulos son iguales, los cuatro deben ser **rectos**. Además, eso implica que los **lados** serán paralelos e **iguales dos a dos**.
- Comprueba que en los paralelogramos, los ángulos opuestos son iguales y los contiguos suplementarios.  
Encuentra alguna relación similar para los trapecios rectángulos e isósceles, la cometa y la flecha.
- Marcando la casilla "ver **diagonales**", veremos sus diagonales.  
*Comprueba estas propiedades:*  
¿Para qué tipo de cuadriláteros sus diagonales son siempre **perpendiculares**?  
Fíjate en que las diagonales de los paralelogramos siempre se cortan en el punto medio.

Figura 9. Instrucciones juego clasificación cuadriláteros GeoGebra (Imagen extraída de <https://www.geogebra.org/m/anq8f392>).

El profesor escribe en la pizarra el enlace a la página web de GeoGebra: <https://www.geogebra.org/m/anq8f392> . A continuación, entrega un ordenador portátil a cada uno y se dirige a los alumnos de la siguiente manera:

*Os he dado a cada uno un ordenador para la siguiente actividad que vamos a hacer, tenéis que abrir Google y copiar el enlace a la página web que he escrito en la pizarra.*

*Una vez que todos estéis dentro, bajad un poco para abajo donde pone instrucciones (Figura 9) (todo esto lo hace el profesor en la pizarra digital para que todos lo vean). Venga \*nombre de alumno\* empieza a leer las instrucciones en alto (cada vez que se lea una instrucción el docente la ejemplificará en la pizarra desde la página web, por ejemplo, moviendo los puntos para que el alumno sea consciente de los movimientos que se pueden realizar).*

*Bueno ahora que ya habéis leído y visto todo lo que se puede hacer, os voy a dejar 5 minutos para que probéis lo que hemos leído en las instrucciones y lo que he hecho en la pizarra (Figura 8).*

Una vez terminados los 5 minutos de prueba y, para finalizar, el profesor pasará a hacer las siguientes dos preguntas:

- a. *(El profesor gira el cuadrado  $45^\circ$  en su ordenador). Si colocamos el cuadrado así, ¿podríamos decir que es un rombo? ¿Por qué? (Si dicen que sí, se les dice que marquen la casilla de “ver ángulos” arriba a la derecha para mostrar que los ángulos siguen siendo  $90^\circ$ ).*
- b. *(El profesor acorta el ancho del rectángulo y alarga su altura). ¿Creéis que esto sigue siendo un rectángulo? ¿O para que lo sea la base tiene que ser más larga que la altura?*

*Ahora que sabéis lo que os acabo de explicar, os voy a dejar otros 5 minutos para que probéis todos los movimientos que podéis hacer con los cuadriláteros.*

### **Fase 3: Explicitación.**

Esta fase está enfocada a un repaso de todo lo explicado en las fases de información y orientación dirigida. Para continuar con el afianzamiento de los conceptos por parte del alumno, el profesor se basa en un debate grupal con mucha interacción entre los alumnos y el docente, para que esto les sirva de ayuda a la hora de ordenar sus ideas y expresarlas.

Además, esta fase va a servir como comienzo de una nueva sesión, para recordar a los alumnos lo trabajado en las sesiones anteriores.

El docente se dirige al alumnado de la siguiente manera:

*Bueno, para empezar la clase de hoy vamos a repasar lo que hemos trabajado hasta ahora. ¿Alguien sabría decirme qué es lo que hemos hecho estas últimas clases? Bien, hemos trabajado los cuadriláteros, ¿qué sabemos hasta ahora de cuadriláteros entonces? Sabemos los tipos de cuadriláteros que hay, su clasificación y sus propiedades.*

*Para repasarlo todo vamos a hacer un esquema en la pizarra entre todos, ¿quién quiere empezar? (el docente empieza el esquema escribiendo la palabra cuadriláteros). Muy bien, hay 3 tipos de cuadriláteros en función del paralelismo de sus lados: los paralelogramos, los trapecios y los trapezoides. ¿Otra persona que me diga cuál era la diferencia entre cada uno de ellos? Así es, los paralelogramos tienen todos los lados paralelos, los trapecios un par de lados paralelos y los trapezoides ninguno (todo esto queda reflejado en la pizarra a modo de esquema).*

*Ahora, dentro de los paralelogramos había más, ¿no? ¿Quién quiere salir a escribirlo? (Sale un alumno a escribirlo). Bien, están el cuadrado, rectángulo, rombo y romboide. Ahora necesito alguien que levante la mano y me diga las propiedades del cuadrado. Así es, todos los lados y ángulos rectos. ¿Y las del rectángulo? Todos los ángulos rectos y lados iguales dos a dos. Ahora los rombos que tienen todos sus lados iguales. Y, por último, ¿quién me dice las propiedades del romboide? Muy bien, tiene los lados iguales dos a dos.*

*Pues ya hemos terminado el repaso, ¿alguien tiene alguna duda?*

#### **Fase 4: Orientación libre.**

Durante esta fase van a aparecer actividades más complejas de aplicación de lo trabajado anteriormente: clasificación de cuadriláteros y sus propiedades. Serán actividades abiertas que deberán solucionar los alumnos sin apoyo del profesor, hay ejercicios que se pueden desarrollar de diversas formas o con diferentes soluciones.

Para hacer uso del recurso interactivo a la misma vez que el juego, se utiliza una actividad de la web GeoGebra. También en esta fase se utiliza material manipulativo como son las Geotiras.

#### **Actividad 8: Completa la tabla.**

Objetivo: Ejemplificar los tipos de cuadriláteros a partir de las propiedades dadas.

Materiales: Ficha con la tabla (ver Figura 9) y cronómetro.

Distribución del alumnado: esta actividad se realizará de manera individual.

Desarrollo:

En esta actividad el alumno debe completar la tabla con ejemplos de diferentes cuadriláteros en los recuadros correspondientes. Solo hay un recuadro que no se podría rellenar, que es el de 4 lados paralelos y 0 lados iguales.

El docente debe llevar las fichas impresas (Figura 9) para repartirlas de forma individual a cada alumno.

El profesor se dirige al alumnado de la siguiente manera:

*Chicos, ahora que ya hemos trabajado y conocemos todos los tipos de cuadriláteros y su clasificación, os toca trabajar a vosotros solos sin mi ayuda.*

*Os voy a repartir una ficha que tenéis que poner vuestro nombre porque después me la vais a entregar.*

*(Una vez todos los alumnos tienen su ficha) Ahora que todos tenéis vuestra ficha, voy a explicar solo 1 vez lo que tenéis que hacer, tenéis que rellenar la tabla que hay ahí dibujando los cuadriláteros que tienen las propiedades que están escritas, por ejemplo (señala el primer recuadro), aquí tenéis que dibujar el tipo de cuadrilátero que no tenga ningún lado paralelo ni igual y escribir debajo su nombre: cuadrado, rombo, romboide...*

¿Todos lo habéis entendido? Yo no os puedo ayudar, tenéis que hacerlo como creáis que está bien, dibujadlo en vuestro cuaderno antes de hacerlo en la tabla por si os habéis equivocado. Os voy a dejar 20 minutos para que trabajéis en esto (a los 20-25 minutos se recogen las fichas).

1. Completa la siguiente tabla dibujando los cuadriláteros correspondientes.

Nº de lados paralelos		0	1 par	4
Nº de lados iguales	0			
	2			
	4			

Figura 10. Ficha tabla para dibujar cuadriláteros (Elaboración propia en Word).

### Actividad 9: Encuentra el cuadrilátero.

Objetivo: Identificar los cuadriláteros trabajados en el aula relacionándolos con sus respectivos nombres a través del juego.

Materiales: 1 ordenador portátil para cada alumno y cronómetro.

Distribución del alumnado: esta actividad se realizará de manera individual.

#### Desarrollo:

La siguiente actividad se corresponde con la segunda parte de la adaptación a la actividad de GeoGebra, para acceder a ella se utilizará el siguiente enlace: <https://www.geogebra.org/m/anq8f392> y se pinchará en el botón “¡A jugar!”.

Las adaptaciones realizadas en este caso son dos: en la primera se borran los tipos concretos de trapecios (rectángulo, isósceles y escaleno) y trapezoides (cometa, flecha) ya que no se han incluido estos en la clasificación; la segunda adaptación es que, entre los cuadriláteros que sale para que “capture” el alumno salgan más de uno del tipo que se pide, para que así el alumno tenga más de una opción y eso pueda generar una pequeña duda que debe resolver.

El juego consiste en coger con el gancho la figura que se pide en el recuadro de arriba a la izquierda, para que el gancho baje es necesario pulsar el botón; ¡Cógelo! Si se falla perderá 1 punto y si acierta se ganará 1 punto, esto se sumará abajo a la izquierda. Para cambiar de figura se pulsará en “hacer otro”, tecla que se encuentra al lado del “cógelo”. Para este juego se les dará 5-10 minutos a los alumnos.

El profesor reparte un ordenador portátil a cada alumno y se dirige a ellos de la siguiente manera:

*Para continuar con el tema vamos a hacer la segunda parte de una actividad que ya hicimos en la sesión anterior. ¿Os acordáis de la página GeoGebra? Pues copiad este enlace en el buscador (señalando el enlace que habrá escrito el profesor en la pizarra: <https://www.geogebra.org/m/anq8f392> ). Cuando estéis dentro vais a ver la misma actividad que ya hicimos, pero, esta vez vamos a jugar a un juego así que pulsad la tecla: ¡A jugar!*

*Este juego lo vamos a hacer igual que la actividad anterior, voy a explicarlo ahora y ya no voy a ayudaros más ni explicar nada. Una vez le habéis dado a la tecla “a jugar” os saldrá una pantalla en la que hay varios cuadriláteros diferentes moviéndose de un lado a otro y un gancho arriba en el medio (Figura 11). Pues con este gancho tendréis que coger el cuadrilátero que os pida el juego arriba a la izquierda, donde pone: Necesito un... \*cuadrilátero correspondiente\*. Para cogerlo debéis de pulsar la tecla cógelo justo cuando la figura esté pasando por debajo del gancho, si está más hacia el lado no podréis cogerla y habréis perdido el punto. Una vez terminado, hayáis fallado o acertado, tendréis que pulsar la tecla de al lado de “cógelo”, que pone “hacer otro” (Figura 12).*

*Para este ejercicio os voy a dejar 10 minutos. ¿Alguna duda o todo entendido?*





Figura 11. Juego clasificación cuadriláteros GeoGebra (Imagen extraída de <https://www.geogebra.org/m/anq8f392>).



Figura 12. Juego clasificación cuadriláteros GeoGebra error (Imagen extraída de <https://www.geogebra.org/m/anq8f392>).



Figura 13. Juego clasificación cuadriláteros GeoGebra acierto (Imagen extraída de <https://www.geogebra.org/m/anq8f392>).

### **Actividad 10: ¡Construye tú mismo!**

**Objetivo:** Construir diferentes tipos de cuadriláteros con material manipulativo (Geotiras).

**Materiales:** Geotiras, pizarra y cronómetro.

**Distribución del alumnado:** esta actividad se realizará en grupos de 3 alumnos.

**Desarrollo:**

Para esta actividad el profesor volverá a colocar a los alumnos en los mismos grupos de 3 de la actividad 6 y les entregará una bolsa con Geotiras (Figura 13) a cada grupo, cada bolsa contendrá 4 tiras de cada color (en total 16).

Esta consistirá en formar con Geotiras diferentes cuadriláteros en función de los retos planteados por el profesor. En este caso los retos serán escritos por el profesor en la pizarra uno a uno y serán indicando pistas como, por ejemplo: el cuadrilátero que buscamos tiene dos lados iguales. De este modo se está indicando una de las propiedades que tiene que cumplir, dejando libertad para que cada grupo realice la opción que quiera.

Una vez que todos los grupos finalicen el primer reto, todos los grupos lo mostrarán al resto de la clase para ver todas las opciones posibles a partir de esa pista y pasará al segundo reto, así sucesivamente. Para cada reto se dejarán 2-3 minutos.

Los retos que se van a plantear al alumno son los siguientes:

- 2 o más lados paralelos, todos los ángulos rectos.
- Lados iguales 2 a 2.
- Ningún lado igual ni paralelo.
- 4 lados iguales.
- Ningún lado igual, un par de lados paralelos.

El profesor se dirige al alumnado de la siguiente manera:

*Para el día de hoy os he traído algo que ya hemos utilizado en este tema, pero que yo no os he dejado utilizarlo... ¡Las Geotiras! Para trabajar con ellas nos vamos a poner en los mismos grupos de 3 de la última vez (sino se acuerdan los coloca el profesor). Cada grupo va a tener una bolsita de estas (señalándola) con 16 Geotiras, 4 de cada color.*

*El juego va a consistir en que yo voy a escribir un reto en la pizarra que deberéis cumplir formando la figura a la que creáis que se refiere, ¿vale? Para cada reto os voy a dejar 3 minutos, cuando pite el cronómetro hay que parar y nadie puede tocar las Geotiras.*

*Pues vamos a empezar, el primer reto es... (lo escribe en la pizarra a la vez que lo dice en voz alta): 2 o más lados paralelos, todos los ángulos rectos.*

*Se acabó el tiempo, ahora cuando yo nombre vuestro grupo, uno de los componentes tendrá que levantarse de la silla y enseñar su figura al resto de la clase, diciendo el nombre y por qué la han hecho (Así sucesivamente con todos los retos).*



Figura 14. Geotiras (Imagen extraída de <https://www.ebay.es/itm/144568421552> )

## **Fase 5: Integración.**

En esta última fase se pretende resumir y evaluar los contenidos ya trabajados en las fases anteriores. Para ello se van a utilizar 2 actividades diferentes que estarán basadas en 2 juegos tradicionales como son: las cartas y el dominó. Esto se realiza con el objetivo de buscar la motivación del alumno en el momento de la evaluación, evitando otro tipo de sentimientos en ellos y aumentando su rendimiento.

### **Actividad 11: Aprendemos con las cartas.**

Objetivo: Estructurar un esquema de los tipos de cuadriláteros y sus propiedades principales de forma jugada.

Materiales: Juego de cartas para cada alumno (plantilla en Figura 14), cronómetro, cámara (móvil).

Distribución del alumnado: esta actividad se realizará de manera individual.

#### Desarrollo:

Esta actividad, como ya se ha comentado antes, va a servir de síntesis del tema y de evaluación para que el docente conozca si se han cumplido los objetivos marcados. Respecto a la evaluación, se van a hacer fotografías a los resultados finales de los alumnos para la posterior corrección. La solución del juego de cartas es muy clara, por lo que no hay posibles confusiones (ver Figura 15).

Es un juego de cartas las cuáles el alumno tiene que organizar formando un esquema final con la clasificación de cuadriláteros que se ha trabajado durante toda la situación de enseñanza-aprendizaje. Se va a trabajar de manera individual y durante 15 minutos, así que, hay que hacer muchas copias de la plantilla (1 para cada estudiante).

El docente se dirige al alumnado de la siguiente manera:

*Para terminar el tema de los cuadriláteros vamos a hacer dos juegos que, además me van a servir para evaluaros lo que habéis aprendido. Este es el primero, que va a consistir en un juego de cartas que ahora os voy a repartir y, de forma individual, tenéis que formar un pequeño esquema de la clasificación de los cuadriláteros que tanto hemos trabajado, pero con las cartas.*

Hay cartas repetidas, ¿qué significará eso? Efectivamente, que hay algunos cuadriláteros que tienen las mismas propiedades, ¿no?

Venga pues os voy a repartir un montón de cartas a cada uno. A partir de que yo diga “ya”, podéis empezar. Vais a tener 15 minutos, pero si alguno termina antes que levante la mano y yo voy a su sitio para hacerle una foto al resultado para poder corregirlo después. Muy importante que cuando pite el cronómetro nadie mueve ninguna carta ni las toca y no podéis hablar entre vosotros, esto es como un examen que va a servir para vuestra nota así que no podéis ayudar al compañero de al lado.

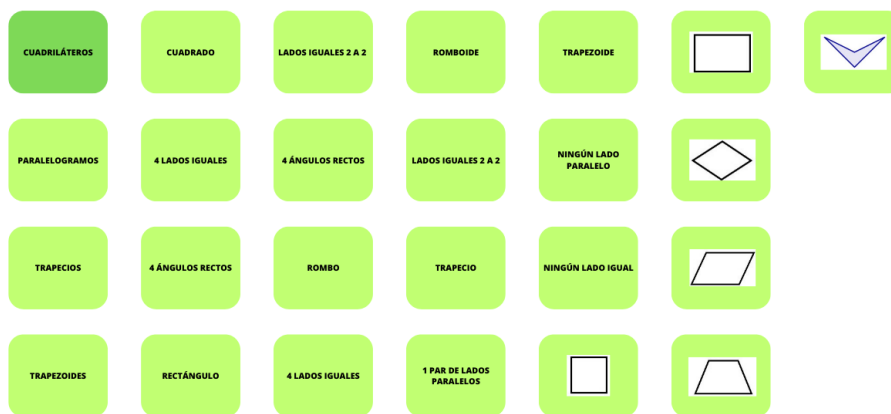


Figura 15. Fichas juego de cartas (Elaboración propia con Canva).

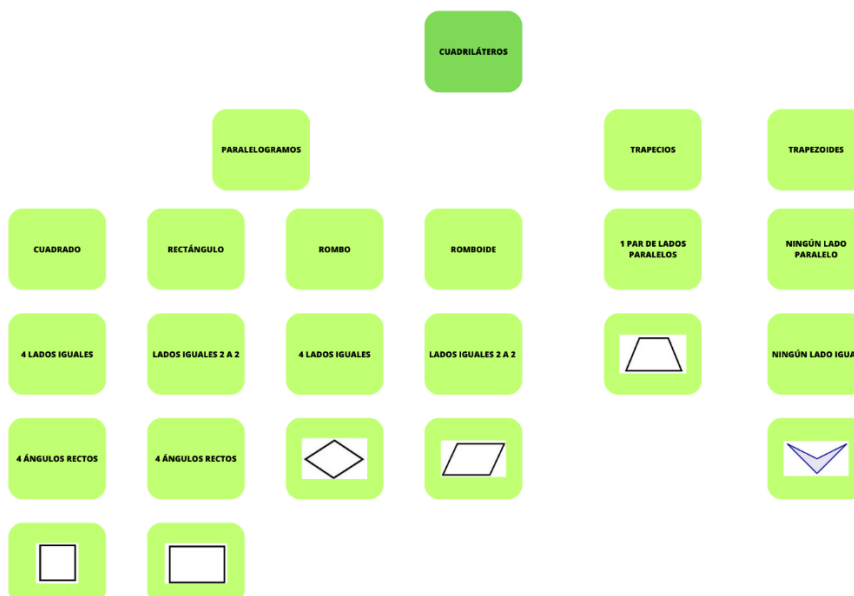


Figura 16. Solución juego de cartas (Elaboración propia con Canva).

## **Actividad 12: El dominó de los cuadriláteros.**

Objetivo: Construir un dominó reconociéndolo las características de los cuadriláteros con sus nombres o imágenes.

Materiales: Dominó (ver Figura 16).

Distribución del alumnado: esta actividad se realizará por parejas.

Desarrollo:

Esta actividad es una adaptación del juego tradicional del “dominó”, utilizando el nombre, representaciones visuales y propiedades de los cuadriláteros en lugar de los tradicionales números en sus piezas. Una de las diferencias con el juego tradicional es que cuando el alumno no puede poner ficha debe pasar, ya que no hay fichas suficientes para que pueda coger del montón sobrante.

Para jugar a este juego el profesor va a colocar a los alumnos por parejas y cada uno de ellos tendrá 6 fichas que deberá colocar formando el dominó final. Se jugará al juego 2-3 veces cambiando de parejas para que haya más probabilidad de que el alumno haya utilizado todas las fichas en algún momento.

El profesor se dirige al alumnado de la siguiente manera:

*Bueno pues para terminar el tema vamos a jugar al dominó ¿todo el mundo ha jugado alguna vez al dominó? (si alguno no sabe jugar se coloca con un alumno que si sepa para que le enseñe). Os voy a poner por parejas y repartir un juego a cada una de las parejas para que juguéis uno contra el otro.*

*Hago un repaso muy rápido de cómo se juega: hay dibujos, palabras y definiciones. Hay que relacionar las piezas poniéndolas con las que correspondan, ya sea el dibujo con la palabra, la definición con el dibujo, palabra con palabra... Si llega un turno que no podéis poner ninguna de las piezas, deberéis pasar y le toca a vuestro compañero colocar su ficha. ¿Entendido? Vamos a jugar varias partidas contra diferentes compañeros así que ya os*

*cambiaré yo, pero siempre que terminéis levantad la mano para que yo vaya a vuestra mesa y vea si está correcto o no.*

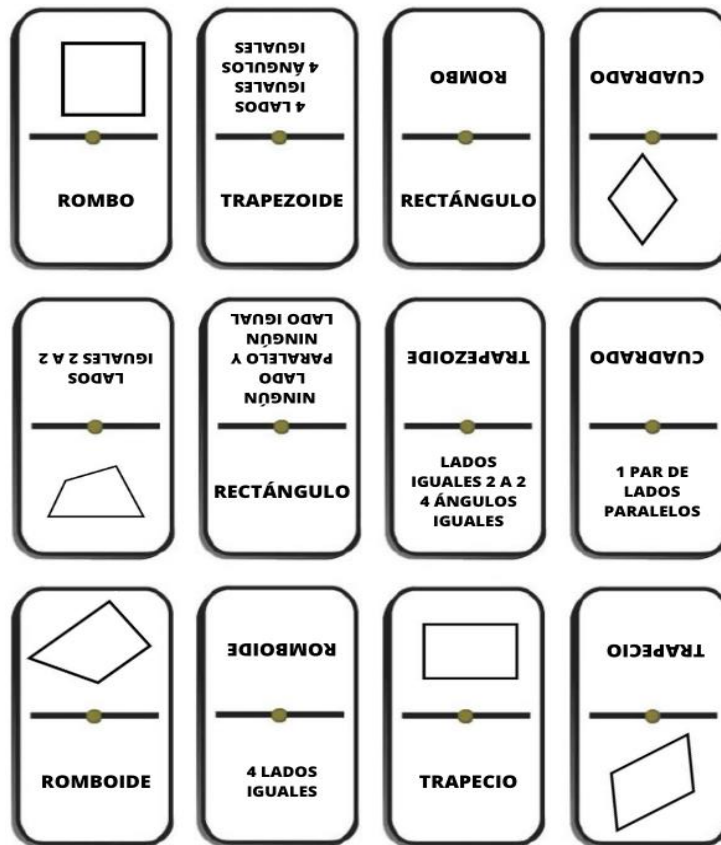


Figura 17. Plantilla dominó (Elaboración propia con Canva).

## 6. Resultados y discusión.

La propuesta de intervención está formada por 6 sesiones, en estas sesiones se han planteado distintos tipos de actividades utilizando materiales manipulativos, las TIC y juegos para trabajar los cuadriláteros con alumnos de tercer curso de Educación Primaria. Todo ello va a hacer que el alumnado se sienta implicado, motivado e interesado a la hora de abordar las tareas, lo que conllevará que el alumno tenga un papel activo en su propio aprendizaje favoreciendo la adquisición de los conocimientos de manera significativa.

Con el objetivo de que el alumno no se acostumbre a trabajar el contenido con un solo tipo de material (manipulativo o tic), se han combinado actividades de todos los tipos. Es decir, en una sesión se puede encontrar una actividad con material manipulativo y otra que necesita las TIC. A pesar de esto, para facilitar el trabajo del docente que vaya a llevar a cabo la propuesta y la organización del aula, en las sesiones que esto ocurre, el uso de ordenadores portátiles se hará

siempre al inicio o final de la clase. Además, solamente en 3 sesiones de las 6 planificadas serán necesarios los ordenadores portátiles, teniendo en cuenta que no en todos los centros educativos tienen acceso a ellos todos los días.

El uso de las TIC es muy importante en el aprendizaje del alumnado, ya que viven rodeados de ellas por lo que son elementos esenciales a integrar en el aula. En todas las actividades que se integran las TIC se hace desde el juego, con juegos diseñados en la página web “Wordwall”, algo que se entiende como doble motivación para el alumno: el uso de las tecnologías y jugar mientras aprende matemáticas.

Como se ha dicho anteriormente, otro de los elementos integrados en la propuesta son los materiales manipulativos, siendo en este caso las Geotiras y los cuadriláteros realizados en cartón. Con las Geotiras es el propio alumno el que genera su propio aprendizaje, probando las diferentes posiciones o tipos de cuadriláteros que puede crear, esto es un aspecto muy interesante en la implicación del alumno en la tarea.

Para evaluar el contenido se han utilizado juegos tradicionales como son el dominó y las cartas, esto además de motivación va a provocar que el alumno se olvide de que es una actividad a través de la que va a ser evaluado por parte del docente, perdiendo esos nervios o “fobia” que provocan los exámenes o pruebas de evaluación en algunos alumnos.

La realización de la propuesta de intervención se ha basado en el modelo de razonamiento de van Hiele, teniendo en cuenta el nivel de razonamiento en el cual se encuentran los alumnos y siguiendo las 5 fases para que el alumno avance a través del nivel 2 en el que se encuentra. Esto se ha visto reflejado en la estructura de las actividades, siguiendo un orden lógico para que se produzca el aprendizaje del alumnado.

Para terminar, esta propuesta se ha realizado con la intención de favorecer la motivación del alumnado desde los primeros años de enseñanza de la asignatura de Matemáticas para evitar el futuro rechazo en el que acaban cayendo muchos alumnos.

## **7. Conclusión.**

Este Trabajo Fin de Grado me ha permitido diseñar una propuesta de intervención didáctica para un contenido concreto como son los cuadriláteros, considerando aspectos lúdicos y tecnológicos para abordar el aprendizaje de los contenidos de manera que los alumnos se vean implicados en su propio aprendizaje.



Respecto al primer objetivo, considero que la propuesta de intervención se ha adecuado al tercer curso de Educación Primaria, teniendo en cuenta el nivel de razonamiento en el que se encuentran los alumnos y siguiendo el orden establecido a la hora de presentar los diferentes contenidos para favorecer el aprendizaje.

El segundo y tercer objetivo se consiguen a través de la utilización de las fases del aprendizaje de van Hiele, aproximando al inicio de la intervención al alumnado a los diferentes tipos de cuadriláteros, para que sean ellos mismos los que terminen construyendo sus propias definiciones gracias a las actividades realizadas.

En cuanto al cuarto objetivo, a lo largo de toda la propuesta de intervención se utilizan materiales manipulativos y tecnológicos, ya que se ha considerado indispensable su presencia para provocar la implicación por parte del alumnado, ayudándole a la comprensión y visión espacial de las diferentes figuras.

El quinto y último objetivo es en el que se ha fundamentado el Trabajo Fin de Grado, siendo la enseñanza a través de la motivación la razón por la que me decidí a hacer este tipo de propuesta de intervención. Es de vital importancia recuperar el interés del alumnado en esta materia ya que es indispensable para el futuro y, solo a través de la motivación e implicación del alumnado y docente se puede conseguir, para ello es fundamental el carácter lúdico de las actividades que se realizan, siendo este el principal motivo de atracción para el alumno.

La única limitación de este trabajo ha sido la imposibilidad de llevar la intervención a la práctica ya que no disponía de un aula y unos alumnos a los que presentarles la propuesta. Si se hubiera llevado a la práctica se podría haber obtenidos resultados acerca de los aspectos que funcionan de la propuesta y los que se podrían mejorar.

A pesar de no haberlo podido llevar a la práctica, a través de la realización de este Trabajo Fin de Grado he consultado infinidad de fuentes bibliográficas, profundizando en el tema y, sobre todo, en cómo enseñar la geometría con un orden establecido.

Viendo la gran cantidad de actividades, juegos o ideas que se encuentran en las redes, pienso que es un recurso al que se le saca muy poco provecho a la hora de impartir la asignatura y que se debería utilizar más con el objetivo de que a los alumnos les guste lo que están estudiando, no lo hagan por obligación y sin implicación alguna.

Concluyo este Trabajo Fin de Grado con la sensación de que pocos docentes se atreven a realizar propuestas de intervención de este estilo debido a que, hay una gran cantidad de ellos

que han crecido con el rechazo a las matemáticas, por lo que, si no se pone esfuerzo en ello, nada va a cambiar.

## 8. Bibliografía.

- Alsina, À. (2004). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos para niños y niñas de 6 a 12 años*. Narcea.
- Bishop (1989). *Matemática y Educación: Retos y cambios desde una perspectiva internacional*. Graó.
- Braga, G. (1991). Apuntes para la enseñanza de la geometría. *Signos Teoría y Práctica de la Educación* 4, 52-57. Recuperado de [http://www.quadernsdigitals.net/index.php?accionMenu=hemeroteca.VisualizaArticuloIU.visualiza&articulo\\_id=562](http://www.quadernsdigitals.net/index.php?accionMenu=hemeroteca.VisualizaArticuloIU.visualiza&articulo_id=562)
- Cabero, J., y Duarte, A. (1999). Evaluación de medios y materiales de enseñanza en soporte multimedia. Píxel-Bit. *Revista de Medios y Educación*, 13, 23-45.
- Chamorro, M. C. (2005). *Didáctica de las matemáticas para la Educación Infantil*. Pearson Educación.
- Contreras González, L. C., & Blanco, L. J. (2001). ¿Qué conocen los maestros sobre el contenido que enseñan?: un modelo formativo alternativo. *XXI: revista de educación*.
- De la Torre, A. (2003). El Método socrático y el Modelo de Van Hiele. *Lecturas Matemáticas*, 24, 99-121. Recuperado de <http://www.scm.org.co/Articulos/733.pdf>
- De Villiers, M. (1994) The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 11-18.
- Díaz, L. (2019). La importancia de la geometría en la educación básica. *Educación y Humanidades*, 11(2), 112-122.
- Edo, M. (2003). Jocsnomés per calculary. Ambelspetits es pontanarmésellà?. *Perspectiva Escolar*, 237, 14-21.
- Espinosa Morales, S. P. (2008). Jerarquías inclusiva y exclusiva para la clasificación de cuadriláteros: el caso de algunos maestros de primaria.
- Flores Cuevas, F., Vásquez Martínez, C. R., & González González, F. A. (2021). El uso de las TIC en la enseñanza de conceptos geométricos en la educación básica. *RIDE. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 12(23). <https://doi.org/10.23913/ride.v12i23.1024>
- García, D., Hernández, S., & Ruíz, J. (2018). La importancia de la enseñanza de la geometría en la educación básica. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 20(3), 82-90.
- Gómez, J. L., & López, L. A. (2018). El aprendizaje de las figuras bidimensionales en la educación básica. *Educatio Siglo XXI*, 36(1), 77-96.

Godino, J. D., & Ruíz, F. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.

Guillén, G. (2000). Sobre el aprendizaje de conceptos geométricos relativos a los sólidos. Ideas erróneas. *Enseñanza de las Ciencias*, 18(1), 35-53.

Gutiérrez, Á., & Jaime, A. (1991). El Modelo de razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la geometría. Un ejemplo: Los Giros. *Educación matemática*, 3(02), 49-65.

Hartshorne, R., & Bétréma, M. (2010). El desarrollo del pensamiento geométrico y espacial. En J. Cai y E. A. Silver (Eds.), *Conferencias seleccionadas del 7º Congreso Internacional sobre Educación Matemática* (pp. 223-239). Springer.

Hidalgo Alonso, S., Maroto Sáez, A. I., & Palacios Picos, A. (2004). ¿Por qué se rechazan las matemáticas?: Análisis evolutivo y multivariante de actitudes relevantes hacia las matemáticas. *Revista de educación*.

Jiménez, A., & Aguilar, G. (2017). La enseñanza de la geometría en la educación básica: importancia y retos. *Revista de Investigación Académica*, 39, 1-10.

López, L., & Vásquez, J. (2018). Geometría y reconocimiento de elementos geométricos básicos en estudiantes de educación básica. *Revista de Investigación Académica*, 50, 1-9

López, M. B., & Esteves, M. A. Z. (2008). Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas. *Campo Abierto. Revista de Educación*, 27(1), 55-71.

Martínez, E., & Muñoz, J. (2016). Enseñanza y aprendizaje de los elementos geométricos básicos en educación secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 34(1), 69-84.

Míguez-Escorcía, M. (2004). El rechazo hacia las matemáticas. Una primera aproximación. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 17, 292-298

Muebles Lara. (s. f.). Salón Kronos 722 | Salones modernos en Muebles Lara. [Fotografía] <https://muebles-lara.es/salones-modernos/1404-salon-kronos-722.html>

Núñez García, E. F. (2017). Implementación del Juego como estrategia para superar la matefobia y propiciar el interés por el aprendizaje de las matemáticas. *Revista de Investigación y Evaluación Educativa*, 4(1), 66-77.

Planosdecasasmodernas. (2015). Planos de casa sencilla con dos dormitorios. [Fotografía] <https://planosdecasasmodernas.com/plano-de-casa-sencilla-con-2-dormitorios/>

Ramírez, G., & González, J. (2016). El rechazo a las matemáticas: una revisión teórica. *Educación matemática*, 28(1), 77-104.

Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.

Turégano Moratalla, P. (2006). Una interpretación de la formación de conceptos y su aplicación en el aula. *Ensayos: revista de la Escuela Universitaria de Formación del Profesorado de Albacete*, 21, 35-48.

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. En D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp., 65-81). Kluwer Academic Publishers.