

---

CONOCIMIENTO, ENTORNOS DE APRENDIZAJE  
Y TUTORIZACIÓN PARA LA FORMACIÓN  
DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICAS

---

*Construyendo comunidades de práctica*

**Edición**

M. Carmen Penalva  
Isabel Escudero  
David Barba

## ÍNDICE

Este libro ha sido posible gracias al apoyo de los siguientes Proyectos de Investigación (I+D) del Plan Nacional de Investigación:

- SEJ2004-05479 - *Entornos de aprendizaje basados en videos como herramientas en la formación universitaria. Análisis de niveles de desarrollo de competencia profesional.*  
IP: Salvador Llinares.
- SEJ2005-02535 - *Desarrollo de un sistema tutorial en un entorno e-learning para mejorar las competencias en resolución de problemas de matemáticas. Análisis de niveles de competencia.*  
IP: Josep M. Fortuny.
- SEJ2005-01283- *Un estudio sobre el aprendizaje de contenidos matemáticos en el bachillerato.*  
IP: M<sup>a</sup> Victoria Sánchez.

©

Josep Maria Fortuny  
Salvador Llinares  
M. Victoria Sánchez

David Barba  
Carmen Burgués  
M. Luz Callejo  
Cecilia Calvo  
Pedro Cobo  
Isabel Escudero  
Mercedes García  
José María Gavilán  
Joaquim Gimenez  
M. Carmen Penalva  
Rafael Rodríguez  
Ana Isabel Roig  
Germán Torregrosa  
Ramón Trigueros  
Gloria Sánchez-Matamoros  
Julia Valls

I.S.B.N.: 84-611-1416-7  
Depósito Legal: GR-I.475/2006

Maquetación e impresión:  
Grupo Proyecto Sur.  
Proyecto Sur Industrias Gráficas, S.L.  
Telf.: 958 57 37 43 - [industria grafica@proyectosur.com](mailto:industria grafica@proyectosur.com)

### PRESENTACIÓN

9

### CAPÍTULO I.

CONOCIMIENTO, ENTORNOS DE APRENDIZAJE Y TUTORIZACIÓN

*M. Carmen Penalva, Germán Torregrosa, Isabel Escudero,  
José María Gavilán y Ana Isabel Roig*

11

1.1. Introducción

13

1.2. Relación dialéctica entre la investigación y la practica de  
formar Profesores responsables de la Educación Matemática

15

1.3. Referencias

23

### CAPÍTULO II.

VIDEO-CLIPS Y ANÁLISIS DE LA ENSEÑANZA: CONSTRUCCIÓN DEL  
CONOCIMIENTO NECESARIO PARA ENSEÑAR MATEMÁTICAS

*Julia Valls, Salvador Llinares y M. Luz Callejo*

25

2.1. Introducción

27

2.2. Aprender a enseñar matemáticas: Diseño de entornos de  
aprendizaje

28

2.3. Las "Sesiones Docentes" como instrumentos para diseñar  
entornos de aprendizaje

31

2.4. Dificultades y limitaciones de las sesiones docentes virtuales

39

2.5. Conclusiones

41

2.6. Referencias

41

\* COMENTARIOS. *Rafael Rodríguez*

45

### CAPÍTULO III.

LAS TRAYECTORIAS HIPOTÉTICAS DE FORMACIÓN INICIAL (TRHIFI) COMO  
INSTRUMENTO PARA EL ANÁLISIS DEL DESARROLLO PROFESIONAL. ANÁLISIS  
DE UN CASO EN LA FORMACIÓN DE FUTUROS DOCENTES DE PRIMARIA  
EN MATEMÁTICAS

*Carmen Burgués y Joaquim Gimenez*

49

3.1. Introducción

51

3.2. Marco teórico

52

3.3. El estudio

56

3.4. Análisis y resultados

58

3.5. Discusiones e implicaciones

64

3.6. Referencias

65

\* COMENTARIOS. *Josep Maria Fortuny*

69

<b>CAPÍTULO IV.</b>	INTERPRETACIÓN DE UN PROCESO DE PRÁCTICAS. RELATO DE UNA EXPERIENCIA DE UNA ALUMNA DE PRÁCTICAS	
	<i>Rafael Rodríguez</i>	70
	4.1. La situación	73
	4.2. Delimitación	74
	4.3. Actividades y Programación	75
	4.4. Grabación de una estrategia	80
	4.5. Resolución de estrategias	83
	4.6. Referencias	86
	* COMENTARIOS. <i>David Barba</i>	87
<b>CAPÍTULO V.</b>	TALLERES DE PROFESIONALIZACIÓN DOCENTE EN LA FORMACIÓN INICIAL DE MAESTROS DE PRIMARIA	
	<i>Cecilia Calvo y David Barba</i>	89
	5.1. Introducción	91
	5.2. Entorno en que se desarrolla la experiencia	92
	5.3. El taller de vídeos	92
	5.4. Cuestionario	97
	5.5. Un hallazgo que contradice nuestras expectativas	99
	5.6. Reflexiones finales	101
	5.7. Referencias	101
	* COMENTARIOS. MODELO DE APRENDIZAJE LOCAL DEL ESTUDIANTE PARA MAESTRO Y USO DE VIDEO-CLIPS. <i>Salvador Linares</i>	103
<b>CAPÍTULO VI.</b>	LA TUTORIZACIÓN SISTEMÁTICA COMO ESTRATEGIA DE FORMACIÓN EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS	
	<i>Pedro Cobo y Josep M. Fortuny</i>	111
	6.1. Introducción	113
	6.2. Arquitectura del AGENTGEOM	114
	6.3. Marco teórico	116
	6.4. El papel del profesor en su relación con el AGENTGEOM	118
	6.5. Conclusiones y perspectivas sobre el AGENTGEOM	122
	6.6. Referencias	124
	* COMENTARIOS. EL USO DE SISTEMAS TUTORIALES INTELIGENTES PARA LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO. <i>María Luz Callejo</i>	127

<b>CAPÍTULO VII.</b>	UN ESTUDIO SOBRE EL APRENDIZAJE DE CONTENIDOS MATEMÁTICOS EN EL BACHILLERATO DENTRO DE UNA COMUNIDAD DE INDAGACIÓN	
	<i>Victoria Sánchez, Mercedes García, Isabel Escudero, José M. Gavilán, Ramón Trigueros y Gloria Sánchez-Matamoros</i>	137
	7.1. Introducción	139
	7.2. Antecedentes y fundamento teórico	140
	7.3. Objetivos y diseño metodológico	142
	7.4. La comunidad de indagación como un contexto de toma de decisiones	143
	7.5. Hacia una meta-comunidad de indagación	147
	7.6. Referencias	147
	* COMENTARIOS. <i>Mercedes García, Victoria Sánchez, Isabel Escudero, José M. Gavilán, Ramón Trigueros y Gloria Sánchez-Matamoros</i>	151
<b>CAPÍTULO VIII.</b>	CONCLUSIONES. INVESTIGACIÓN SOBRE LA FORMACIÓN DE PROFESORES RESPONSABLES DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA	
	<i>M. Carmen Penalva, Germán Torregrasa, Isabel Escudero, José María Gavilán y Ana Isabel Roig</i>	155
	8.1. Referencias	159
<b>LISTA DE AUTORES Y AFILIACIÓN</b>		161

---

# CAPÍTULO I

## CONOCIMIENTO, ENTORNOS DE APRENDIZAJE Y TUTORIZACIÓN

*M. Carmen Penalva / Germán Torregrosa / Isabel Escudero / José M<sup>a</sup> Gavilán / Ana Isabel Roig*

### 1.1. Introducción

En los últimos años, el avance experimentado por la Didáctica de la Matemática se ha puesto de manifiesto en el desarrollo de numerosos Proyectos de Investigación financiados tanto por el Plan Nacional, como en planes autonómicos y comunitarios, que han contribuido a su consolidación como campo científico. En particular, la formación de Profesores de Matemáticas de los diferentes niveles educativos ha sido uno de los focos de interés.

En estas investigaciones, entre otros aspectos, se ha tratado de identificar qué debe ser el conocimiento necesario para aprender a enseñar Matemáticas y cómo se puede acceder a dicho conocimiento a través de la consideración de entornos de aprendizaje y los correspondientes sistemas tutoriales asociados. Sin embargo, las investigaciones normalmente se desarrollan en paralelo, estableciéndose la relación entre los resultados a posteriori, cuando ya se han finalizado los proyectos y se han divulgado a través de diferentes publicaciones sus resultados. El trabajo que aquí se presenta pretende:

Compartir, argumentar y validar diferentes proyectos de investigación.

Conectar ideas, aspectos metodológicos, resultados, etc., que se van obteniendo durante el proceso de desarrollo de los mismos, contribuyendo a crear una red de conocimiento científico en el campo de la Formación de Profesores en relación con las Matemáticas.

Identificar todo aquello que puede incidir en nuestro aprendizaje como investigadores.

Estamos intentando sentar las bases para la generación de una comunidad de indagación interuniversitaria en la que la mejora de nuestra labor investigadora sea el objetivo común.

Las diferentes iniciativas de innovación que se describen en el libro se analizaron, en una versión preliminar, en el "Seminario sobre Entornos de Aprendizaje y Tutorización para la

Formación del Profesorado de Matemáticas” celebrado en Bellaterra (febrero, 2006) <<http://blues.uab.es/~ipdmc/uauab/uauabus.htm>> que se organiza como continuación del “Seminario Interuniversitario en la Formación del Profesor apoyado en videoclips” que tuvo lugar en Alicante (noviembre, 2005) para estudiar el uso de los vídeos en la Formación Inicial de los Profesores responsables de la Educación Matemática (profesores de matemáticas, maestros que imparten matemáticas), en adelante PEM. Los títulos de los dos Seminarios hacen referencia explícita a tópicos de la Investigación en Didáctica de la Matemática:

- formación inicial de los PEM, identificación de conocimiento necesario para enseñar matemáticas y proceso de aprendizaje,
- diseño de entornos de enseñanza-aprendizaje,
- uso de vídeos,
- procesos de construcción del conocimiento necesario para enseñar matemáticas.

Dichos seminarios tenían como objetivo inicial indagar sobre la formación de los PEM de los diferentes niveles educativos desde la doble perspectiva conceptual y práctica.

Desde el papel de formadores de los PEM y también como investigadores en Educación Matemática combinamos docencia e investigación para profundizar en la complejidad del proceso de construcción del conocimiento profesional de los estudiantes y así extender el campo de Didáctica de la Matemática. Además, en el contexto del Espacio Europeo de Educación Superior (EEES), en el que están inmersas las instituciones universitarias en las que se sitúan los programas de formación inicial de los profesores, se plantean desafíos relativos a la calidad del proceso formativo de los estudiantes. En este contexto, consideramos que uno de los retos importantes para reforzar la Educación Superior Europea es el papel que pueden desempeñar los grupos de investigación.

Con estos encuentros no sólo se pretende el intercambio de experiencias científicas y profesionales sino también elaborar estructuras modulares (ideas, aspectos metodológicos, resultados, etc.) de los Proyectos de Investigación, financiados tanto por el Plan Nacional como en planes autonómicos y comunitarios, que se están desarrollando, e integrarlos en una estructura flexible que permita extender el conocimiento relativo a la formación de los PEM desde la Didáctica de la Matemática y aplicarlo a situaciones nuevas docentes y de investigación. Es decir, estamos intentando, de forma colaborativa, sentar las bases para la generación de una comunidad de indagación interuniversitaria en la que la mejora de nuestra labor investigadora con repercusión en la práctica sea el objetivo común.

Durante la última sesión de trabajo, para relacionar y sintetizar los distintos trabajos y los correspondientes comentarios presentados, tratamos de elaborar un documento de

Conclusiones que recogiera las ideas fundamentales expuestas. Dicho documento se elaboró en una sesión Plenaria con la participación de todos los ponentes (pertenecientes a cinco universidades distintas). Al hilo de la confección del documento, que se elaboró colaborativamente a partir de un borrador que presentamos, ya que fuimos la comisión designada al efecto, se consensuaron los significados a utilizar de varios términos planteados en los debates posteriores a las distintas exposiciones, construyendo de esta forma no sólo conocimiento personal, sino también, conocimiento de tipo social de los formadores de los PEM e investigadores en los procesos formativos de los PEM. Para guardar una cierta coherencia en la descripción de las ideas de esta publicación, comentamos en primer lugar los aspectos más relevantes de los tres proyectos I+D que se presentaron y de los comentarios realizados, así como las ideas principales del resto de aportaciones no vinculadas a proyectos.

Los tres Proyectos son:

SEJ2004-05479 - Entornos de aprendizaje basados en vídeos como herramientas en la formación universitaria. Análisis de niveles de desarrollo de competencia profesional. IP: Salvador Llinares.

SEJ2005-02535 - Desarrollo de un sistema tutorial en un entorno e-learning para mejorar las competencias en resolución de problemas de matemáticas. Análisis de niveles de competencia. IP: Josep M. Fortuny.

SEJ2005-01283- *Un estudio sobre el aprendizaje de contenidos matemáticos en el bachillerato.* IP: M<sup>a</sup> Victoria Sánchez.

Las investigaciones y comentarios que se exponen pretenden establecer una relación dialéctica entre la investigación y la práctica de formar PEM, como pasamos a resumir a continuación.

## **1.2. Relación dialéctica entre la investigación y la práctica de formar Profesores responsables de la Educación Matemática**

- 1) La aportación de Valls et al., capítulo 2, se contextualiza en un proyecto de investigación que trata de caracterizar diferentes niveles de desarrollo de competencias profesionales en programas de formación de profesores de matemáticas y de analizar el proceso de generación de “comunidades de aprendizaje” en entornos de aprendizaje diseñados ad hoc. Con esta finalidad se han diseñado e implementado “entornos de aprendizaje” basados en vídeos y en la metodología de casos.

Los entornos de aprendizaje se entienden como una “conjunción de las tareas diseñadas y la concepción de una determinada manera de usarlas, incluyendo el papel del formador de profesores y los documentos adicionales” (García, 2000: 63; Llinares, 2004a: 97-98) que ayuden a los estudiantes a construir conocimiento. Las decisiones a tomar por el formador para el diseño de entornos de aprendizaje están vinculadas a la explicitación de una trayectoria hipotética de aprendizaje que se supone pueden seguir los estudiantes para maestro, entendiendo dicha trayectoria como una panorámica (a priori) del proceso de aprendizaje del estudiante. En sus reflexiones Rodríguez señala que el uso de estas trayectorias hipotéticas es muy positivo ya que permite una mejor adecuación del conjunto de actividades planteadas a los alumnos, al vincular la toma de decisiones a los principios sobre los que se apoya el proceso de construcción del conocimiento necesario para enseñar matemáticas (el modelo de aprendizaje).

Para Valls et al. estos principios son tres: la “práctica de enseñar matemáticas” como foco, la construcción social de conocimiento y el carácter evolutivo de la construcción del conocimiento (integración progresiva de los instrumentos conceptuales en el desarrollo de la práctica) (Llinares, 2004b; Llinares, 2005). Respondiendo a esta forma de concebir la construcción del conocimiento necesario para enseñar matemáticas, los entornos diseñados incorporan videos y transcripciones de lecciones, espacios de debate virtual que favorecen la interacción y, por tanto, la construcción social de conocimiento y una estructuración en itinerarios de formación mediante “sesiones docentes”. Los itinerarios de formación diseñados tienen como objetivo introducir a los PEM de manera progresiva en el análisis de situaciones de enseñanza de las matemáticas, facilitando la incorporación de instrumentos conceptuales de manera gradual en sus reflexiones a través de la participación en los debates. Desde esta perspectiva, los videos permiten la observación de situaciones reales de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas siendo el punto de partida para desarrollar “razonamiento pedagógico” (Wilson et al., 1987). Además, como señala Rodríguez pueden generar “modelos espontáneos de razonamiento” sobre cómo los estudiantes interpretan el caso presentado desde los que desarrollar “razonamientos profesionales”.

Los entornos de aprendizaje diseñados por Valls et al. conjugan sesiones presenciales y sesiones virtuales. La herramienta tecnológica utilizada para desarrollar las sesiones virtuales es la “Sesión Docente” del Campus Virtual de la Universidad de Alicante. Esta herramienta permite conjugar diferentes tipos de recursos que responden a las ideas anteriores (video, audio, materiales adjuntos y debates virtuales).

Los autores concluyen con una reflexión sobre la puesta en práctica de estos entornos y las dificultades puestas de manifiesto. Estas dificultades son tanto de índole técnico (dificultades propias de los espacios de interacción, condiciones de conexión a la

red...), como de índole conceptual (necesidad de realizar una conexión más explícita entre las decisiones que articulan el entorno diseñado y la trayectoria hipotética de aprendizaje que se pretende generar.

- II) En el capítulo 6 Cobo y Fortuny presentan un sistema tutorial inteligente, denominado AGENTGEOM, que simula el papel del profesor en la enseñanza de la resolución de problemas de matemáticas, tratando de ayudar al estudiante en la mejora de sus competencias en matemáticas. El proyecto de investigación tiene un doble objetivo: por un lado, elaborar el sistema tutorial inteligente, y por otro, analizar el uso de dicho sistema en la formación de profesores.

El sistema AGENTGEOM combina dos agentes artificiales (mediador y tutor). El agente mediador gestiona las acciones del profesor y del alumno. El agente tutor ayuda a los alumnos en la resolución de problemas. El sistema facilita la generación de un debate social simulado, y como señalan los autores “el alumno ha de desempeñar el papel de actor principal, ya que la progresión en el debate dependerá sobre todo de las aportaciones temáticas que él haga a través de su interficie”.

Para el diseño del sistema se consideran distintos marcos teóricos integrados, que permitan explicar los elementos que intervienen en la resolución de problemas, así como analizar las interacciones sociales, destacando el papel que juegan “en el debate social la coordinación de varios sistemas de representación”. En relación con esta característica, en sus comentarios Callejo señala la dificultad que conlleva extrapolar el marco teórico de interacciones “entre pares” a la situación del sistema tutorial.

Con respecto al uso del sistema AGENTGEOM en la formación de profesores, los autores consideran la necesidad de ampliar los dominios de conocimiento del profesor más tradicionales (Llinares, 1994) con un dominio específico de conocimiento del medio informático. En particular Cobo y Fortuny indican que “la utilización del AGENTGEOM por parte del profesor puede influir en su formación respecto de la enseñanza de la resolución de problemas... Además, ha de analizar los procesos de resolución de sus alumnos para tratar de que se beneficien al máximo de su relación con el sistema”.

Callejo en su reflexión subraya el potencial del sistema tutorial inteligente AGENTGEOM para ayudar a mejorar la propia formación de profesores en la resolución de problemas y en el conocimiento didáctico específico de dicha resolución. No obstante, señala las dificultades que encierra para el profesor el diseño del “espacio problema” tanto en la consideración de las estrategias como en la gestión informática. En este sentido considera que el diseño de recursos didácticos no es una tarea especifi-

ca del profesor por el conocimiento técnico que conlleva, sino que dicho diseño “corresponde a equipos de expertos de distintas especialidades” que podrían incluir profesores en ejercicio. Además, hace una propuesta para la formación del profesorado de matemáticas en resolución de problemas, que se desarrolla en varias fases o estadios, desempeñando éste los papeles de resolutor y profesor, que se puede apoyar en la utilización del sistema tutorial inteligente AGENTGEOM.

Los autores, conscientes de las exigencias que el sistema actualmente diseñado demanda a los profesores, proponen mejorar el diseño del AGENTGEOM tanto en el aspecto informático como en el pedagógico. Pretenden facilitarle al profesor la introducción de nuevos problemas y que éste pueda disponer de una amplia variedad de problemas geométricos, con distintas estrategias y niveles de dificultad.

- III) La iniciativa de Sánchez et al., que se describe en el capítulo 7, se contextualiza en un proyecto de investigación que intenta explorar el uso de los procesos matemáticos como articuladores de la toma de decisiones en el nivel de Bachillerato y la información que puede derivarse para la formación de profesores. El objetivo del proyecto se sitúa en la confluencia de tres campos básicos en la investigación en Didáctica de la Matemática: Formación de Profesores, Sistema Educativo (en particular, en el nivel de Bachillerato) y Aprendizaje Matemático. Se adopta una perspectiva situada, en la que la forma en la que una persona aprende es parte de lo que aprende, como marco de referencia que permite considerar conjuntamente la enseñanza y el aprendizaje dentro del grupo (Lave y Wenger, 1991).

Sánchez et al. señalan que “en coherencia con la perspectiva situada, asumen que una comunidad de indagación (Jaworski, 2003; García, Sánchez, Escudero y Llinares, 2003, en prensa), constituida por profesores universitarios de Didáctica de la Matemática/ investigadores y profesores de Matemáticas de Secundaria/ investigadores, es el contexto adecuado para llevar a cabo un proyecto de estas características”. En este sentido, la idea de “comunidad de indagación” así considerada se convierte en una idea relevante para entender la relación dialéctica entre la investigación y la práctica de formar profesores.

La contribución de Sánchez et al. se centra en la descripción del primer objetivo de la comunidad de indagación constituida “Identificar conceptos y procedimientos básicos que articulan los contenidos de las Matemáticas de Bachillerato en los Diseños Curriculares y textos escolares”. En su reflexión García et al. señalan la necesidad de explicitar la coherencia entre este objetivo y la perspectiva teórica adoptada. Para ello indican que en la aportación se presenta sólo el primer objetivo del Proyecto y que éste se articula a través de otros objetivos que obligan a buscar un marco teórico en el que se consideren conjuntamente enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos.

En el estudio se recoge que, para dar un significado compartido al objetivo planteado (Identificar conceptos y procedimientos básicos), la comunidad de indagación creada para este fin se ha implicado en distintos tipos de prácticas, que han permitido tomar diferentes decisiones de procedimiento:

- i) utilizar como foco de análisis determinados metaconceptos matemáticos (definiciones, demostraciones, modelizaciones) que llevan a la construcción del conocimiento matemático,
- ii) centrarse en los Bachilleratos Técnicos y Sociales, y
- iii) manejar todos los miembros de la comunidad las mismas referencias previas.

En los comentarios se plantea por qué centrarse en metaconceptos en lugar de en los conceptos (por ejemplo, función, fracción...) y se responde basándose en “lo que realmente interesa cuando se aborda un proyecto de estas características desde la Didáctica de la Matemática no es tanto qué conceptos son relevantes en los distintos campos matemáticos relacionados con el nivel considerado, sino qué metaconceptos pueden dar cuenta de la construcción por parte de los alumnos de esos conceptos matemáticos”. Se abre la posibilidad de que puedan identificarse otros metaconceptos a lo largo del desarrollo del proyecto, e ir refinando, completando y validando el marco conceptual que permita analizarlos.

Termina la ponencia subrayando la idea de “comunidad de indagación” para abordar la “forma de llevar a cabo el proyecto”, resaltando características de dicha comunidad e incidiendo en que dicha noción es distinta de la suma de los miembros. En la réplica se destaca “lo que es clave en el estudio, la idea de ‘comunidad’. En ella se plantean los problemas, que se convierten en problemas de la comunidad... Los problemas, vengan de la práctica de los profesores o de los propios investigadores, son asumidos por la comunidad, que los retoma como propios y los aborda desde los diferentes referentes”. Desde este punto de vista se asume que la información generada por la “comunidad de indagación” puede tener una influencia decisiva en la consideración del conocimiento necesario para enseñar matemáticas que los programas de formación deben llegar a considerar como contenido.

- IV) En el capítulo 3, Burgués y Giménez plantean el análisis de una experiencia de formación de estudiantes para maestro considerada como un “sistema de práctica profesional reflexiva”. Los autores consideran la existencia de una estrecha relación entre el conocimiento del maestro y las situaciones de enseñanza en las que el conocimiento es usado. Desde esta perspectiva se plantea la cuestión de investigación:

¿Cómo describir propuestas de innovación de forma sistemática y organizada de modo que permita generar indicadores de desarrollo profesional?

Para dar respuesta a esta cuestión Burgués y Giménez usan la noción de “trayectoria hipotética de formación inicial (TRHIFI)” para contenidos profesionales. Fortuny en su valoración resalta la finalidad de la investigación, medir los indicios de cambio, y el énfasis puesto en la idea de “trayectoria hipotética de formación inicial”.

La investigación se centra en generar indicadores de desarrollo profesional en propuestas de formación centradas en el:

- reconocimiento de significados aritméticos
- sus representaciones conceptuales,
- complejidad, y
- los conocimientos didácticos asociados.

A partir del constructo “Trayectoria hipotética de aprendizaje” (Clements, 2004; Gravemeijer, 1994, 2001; Simon, 1994) usado para describir el posible camino que los estudiantes pueden seguir en el desarrollo de las ideas matemáticas incorporadas, los autores caracterizan como “trayectorias hipotéticas de formación inicial” determinadas por:

- los objetivos de aprendizaje de la formación inicial,
- una visión anticipatoria de los investigadores sobre el posible proceso de enseñanza-aprendizaje que podría darse en el aula, y
- las actividades instruccionales planificadas, que han sido desarrolladas a través de las tres fases que componen la investigación.

Los autores han llamado a esta forma de proceder “investigación por desarrollo” porque la intención es investigar para y desde la práctica. La tarea propuesta a los estudiantes para maestro consistió en el diseño de una secuencia de enseñanza que debía tener como objetivo la construcción del concepto de centena para alumnos de primer ciclo de Educación Primaria.

Los estudiantes en esta tarea producen un texto, y el texto se convierte en un “árbol de señalización” (‘mini-instrumento’ de investigación). El “árbol” permite comparar relaciones conceptuales. Burgués (2005) constata que los estudiantes para maestro,

- usan ejemplos como elementos introductorios,
- progresan de forma desigual en el reconocimiento de la multiplicidad de significados, y
- ven a menudo las representaciones como elementos de motivación o clarificación de significados.

Desde estos datos, los análisis han mostrado que había mayores indicios de desarrollo profesional cuando los alumnos tenían que tomar decisiones instructivas. Al final de su aportación Burgués y Gimenez plantean preguntas, tales como:

¿Hasta qué punto las trayectoria hipotética de formación inicial (TRHIFIS) no son más que “learning hypothetical trajectories” (LHT) y no deberían considerarse “algo nuevo”?

En sus comentarios, Fortuny destaca la importancia que puede llegar a tener la consideración de los indicadores identificados en la investigación: relevancia del contenido matemático, definiciones y representaciones de par y mitad, significados matemáticos y didácticos... Además, propone para un trabajo futuro abordar la componente comunicativa de la investigación:

¿Hasta qué punto debería haberse considerado la influencia de elementos comunicativos-colaborativos-interactivos para explicar mejor la construcción en el desarrollo de las TRHIFI atribuida a conexiones?

- V) La experiencia de Rodríguez, que se muestra en el capítulo 4, está basada en la realización de las prácticas docentes de los estudiantes para maestro en un centro de primaria. En ella se describe un modelo de prácticas a través del análisis de un caso. El caso se centra en el análisis del proceso de construcción del conocimiento necesario para enseñar matemáticas de una estudiante para maestro durante las actividades realizadas en las prácticas de enseñanza centradas en el estudio de las estrategias de cálculo y resolución de problemas que utilizan los alumnos en el aula de Primaria. En este sentido las prácticas de enseñanza se consideran contextos profesionalizadores para los estudiantes para maestro y por tanto en contextos de aprendizaje.

La novedad presentada por Rodríguez, como bien señala Barba en sus reflexiones, consiste en la utilización de vídeos como instrumento de recogida de datos. Los vídeos eran grabados por la propia estudiante y por un compañero también en periodo de prácticas. Además, la estudiante hace uso de un diario de campo en el que recoge información detallada sobre sus prácticas. Estos dos instrumentos (vídeo y diario), posibilitan la reflexión del estudiante sobre su propia práctica. Así el modelo presentado se enmarca en la idea de “práctica reflexiva”.

La estudiante en prácticas recoge en sus grabaciones ciertos momentos del proceso de enseñanza-aprendizaje que después presenta a su tutor por medio de un videorelato donde expone el desarrollo de su intervención. Dicha exposición recoge los siguientes apartados:



- Preparación de la evaluación inicial.
- La evaluación inicial.
- Actividades y programación.
- Sesiones (Incluyendo videos).
- Evaluación final.

La presentación se convierte en un instrumento para la reflexión sobre la profesionalización de la alumna. A tal efecto Barba señala que se debería buscar indicios de la utilización de los referentes teóricos adquiridos durante los estudios de Magisterio. Esto se debería usar como punto de partida para la reflexión y discusión entre el tutor de prácticas y el estudiante en prácticas, convirtiendo las actividades realizadas por el estudiante en actividades significativas y por tanto en contexto de aprendizaje (y profesionalización en la labor de enseñar).

VI) En el capítulo 5 Calvo y Barba presentan una experiencia de talleres de profesionalización basados en el uso de recursos: vídeos, applets y libros de texto. Los autores pretenden compartir dicha experiencia, que está en proceso de desarrollo y generar un debate en relación con la evaluación de los “talleres de profesionalización” mediante la identificación de indicadores del proceso de construcción del conocimiento necesario para enseñar matemáticas (profesionalización en la labor de enseñar).

Los vídeos se clasifican según el foco de interés, el profesor o los estudiantes. Para los autores, los vídeos “acercan la clase” al estudiante en formación. En este sentido Llinares, en los comentarios, indica que el potencial de este “acercamiento” está condicionado por el uso que se hace del recurso en las aulas de formación de profesores.

En la comunicación, los autores señalan algunos problemas que presenta el uso de vídeos como recurso, entre ellos, el idioma del discurso del vídeo, la fuente de vídeos, etc. Desde este contexto se señala el interés de disponer de una base de datos de vídeos categorizados por temas. Por último proponen para debate la siguiente cuestión:

¿Qué herramientas existen para evaluar la eficacia de un taller que tiene por objeto la profesionalización?

Llinares, en sus reflexiones, señala que los talleres planteados en la experiencia de Calvo y Barba pueden considerarse como contextos en los que generar trayectorias de aprendizaje. En este sentido, las tareas diseñadas y su secuenciación y uso por parte del formador deben basarse en modelos locales de aprendizaje del estudiante para profesor.

Para Llinares, la necesidad de que los estudiantes aprendan conocimiento teórico para el desarrollo de la práctica profesional pasa por el diseño de entornos de aprendizaje, entendidos como “conjunción de las tareas diseñadas y la concepción de una determinada manera de usarlas, incluyendo el papel del formador de profesores y los documentos adicionales” (Llinares, 2004 a, pp. 97-98). Así el diseño de entornos de aprendizaje obliga a tomar decisiones en diferentes ámbitos de responsabilidad del formador de maestros:

1. Sobre la identificación del conocimiento de didáctica de la matemática y el diseño de los entornos de aprendizaje en los que se integra.
2. Sobre la gestión de los entornos de aprendizaje.
3. Sobre la identificación de un modelo de aprendizaje local del estudiante para maestro.
4. Sobre el papel del formador de profesores en los entornos de aprendizaje diseñados.

Finalmente, como respuesta a la cuestión planteada por los autores, Llinares señala la conveniencia de explicitar modelos locales de aprendizaje de los estudiantes para maestros como referencia para tomar decisiones sobre la eficacia de los “talleres profesionalizadores”.

## REFERENCIAS

- BURGUÉS, C. (2005). La formació inicial de matemàtiques per a mestres de Primària: Del trencament de les concepcions prèvies a l'actuació professional. Tesis de Licenciatura. Facultad de Pedagogía. Universidad de Barcelona.
- CLEMENTS, D.H; SARAMA, J. (Ed.) (2004). Hypothetical Learning Trajectories *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2).
- GARCÍA, M. (2000). El aprendizaje del estudiante para profesor de Matemáticas desde la naturaleza situada de la cognición: implicaciones para la formación inicial de maestros. En C. Corral y E. Zurbano (Eds.) *Actas del IV Simposio sobre propuestas Metodológicas y de Evaluación en la Formación Inicial de los Profesores del Área de Didáctica de la Matemática*. (pp. 55-80) Oviedo: Universidad de Oviedo.
- GARCÍA, M.; SÁNCHEZ, V.; ESCUDERO, I.; LLINARES, S. (2003). *The dialectic relationship between theory and practice in Mathematics Teacher Education*. In CERME3 (Group 11), Bellaria, Italy.
- GARCÍA, M.; SÁNCHEZ, V.; ESCUDERO, I.; LLINARES, S. (en prensa). *The dialectic relationship between theory and practice in Mathematics Teacher Education*.
- GRAVEMEIJER, K. (1994). Educational development and developmental research in mathematics education, *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 443-471.
- GRAVEMEIJER, K.P.E. (2001). *Developmental research, a course in elementary data analysis as an example*. Paper presented at The Netherlands and Taiwan Conference on Common Sense in Mathematics Education. Taipei, Taiwan, November 2001.

- JAWORSKI, B. (2003). Inquiry as a pervasive pedagogic process in mathematics education development. In CERME3 (Group 11), Bellaria, Italy, <http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3>.
- LAVE, J.; WENGER, E. (1991). *Situated Learning. Legitimate Peripheral Participation* NY, Cambridge University Press, NY.
- LLINARES, S. (1994). El profesor de matemáticas. Conocimiento base para la enseñanza y desarrollo profesional. En L.A. Santaló et al. (Eds.), *La enseñanza de las matemáticas en la educación intermedia*. (pp. 296-337). Madrid. Ediciones Rialp S.A.
- LLINARES, S. (2004a). La generación y uso de instrumentos para la práctica de enseñar matemáticas en la Educación Primaria. *UNO. Revista de Didáctica de la Matemática*, 36, 93-115.
- LLINARES, S. (2004b). *Construir conocimiento necesario para enseñar matemáticas. Prácticas sociales y tecnológicas*. Conferencia presentada en Seminario ticinese sulla didáctica della matematica. L'Alta Scuola Pedagogica (ASP): Locarno.
- LLINARES, S. (2005). *Relación entre teorías sobre el aprendizaje del profesor de matemáticas y diseño de entornos de aprendizaje*. Conferencia pronunciada en el 5º Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM): Oporto, Portugal.
- SIMON, M. (1994). Learning Mathematics and learning to teach: Learning cycles in Mathematics Education, *Educational studies in mathematics*, 26 (1), 71-94.
- WILSON, M.; SHULMAN, L.; RICHERT, A. (1987). '150 different ways' of knowing: Representing of Knowledge in teaching. En J. Calderhead (Ed.), *Exploring Teachers' Thinking*. (pp. 104-124). London: Casell Education.

## CAPÍTULO II

### VÍDEO-CLIPS Y ANÁLISIS DE LA ENSEÑANZA: CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO NECESARIO PARA ENSEÑAR MATEMÁTICAS

*Julia Valls / Salvador Llinares / M. Luz Callejo*