# Comportamientos autocorrelativos en el IBEX y otros índices bursátiles

*Jesús Sánchez Montero jsmonter@cica.es*

*Javier Gamero Rojas jgam@jet.es*

*Mª Angeles Domínguez Serrano adoser@cica.es*

Dpto. Economía Aplicada I

Universidad de Sevilla

**Palabras clave:**

Series bursátiles, series temporales, autocorrelación, análisis técnico.

**Resumen:**

Se describen y analizan ciertos comportamientos autocorrelativos de varios índices bursátiles internacionales, centrándonos principalmente en el IBEX. Tales "auto relaciones" internas podrían responder, al menos parcialmente, cuestiones como: existencia de reversión a la media, existencia de memoria a corto plazo en las cotizaciones, indicadores técnicos que pudieran recoger esa información, etc.

Para el desarrollo del análisis se recurre a diferentes variaciones sobre el concepto clásico de autocorrelación, para buscar, en lo posible, una amplificación o una mejor descripción de algunos efectos de auto-dependencia temporal a fin de intentar comprobar y cuantificar, en su caso, su existencia.

**Introducción:**

Estudiaremos la evolución temporal de la serie formado por algunos índices bursátiles internacionales mediante la construcción de la diferencia primera de los logarítmos de los precios de cierre diarios (a la serie así formada le denominaremos dlx).

Nos centraremos en primer lugar en el índice IBEX, estudiando su evolución desde el 18 de octubre de 1990 hasta el 8 de enero del 2001.

Una primera aproximación consiste en estudiar las autocorrelaciones del proceso dlx. Es conocido que tanto el IBEX como la mayoría de las series bursátiles tienen una evolución similar a la de un camino aleatorio multiplicativo excepto que tanto la media como la varianza del proceso varían (o pueden variar en el tiempo) de forma más o menos sutil. De la variación en el tiempo de la varianza (condicionada) se han ocupado un gran contingente de trabajos enfocados en gran parte a esquemas ARCH, GARCH y derivados.

Las variaciones en media parecen más esquivas y son de más directa aplicaciones en los mercados al contado en donde la volatilidad no es un factor directo de rentabilidad *per se*. En nuestro breve trabajo no pretendemos abordar este problema con generalidad, sino estudiar las posibles ineficiencias del mercado a corto plazo con un enfoque práctico similar al espíritu del llamado "análisis técnico bursátil".

Uno de los conceptos que aparecerán más a menudo en el trabajo es el de "reversión a la media". Esta expresión, no técnica, tiene varias acepciones, no necesariamente coincidentes; en el presente trabajo en tendemos por "reversión a la media" la (posible) propensión del mercado a corregir (o autocompensar) un movimiento anterior mediante un movimiento opuesto (seguramente de menor amplitud) posterior.

En nuestro estudio trabajaremos con ideas similiares a las autocorrelaciones clásicas, pero generalizándolas en cierto sentido adecuado a nuestros propósitos. Por ello nos permitimos exponer a continuación el sentido de nuestra específica generalización, partiendo del concepto ya conocido y con ánimo de servir de puente a nuestra construcción.

Una autocorrelación lineal de orden k para la serie dlx nos indica el impacto (lineal) que produce la variación diaria "pasada" dlx(t-k) en la variación "presente" dlx(t), o, lo que es lo mismo, el impacto lineal de la variación "pasada" dlx(t-1) en la variación "futura" dlx(t-1+k). Por tanto cada autocorrelación solo tiene en cuenta el efecto que produce un solo instante de tiempo sobre un único instante "posterior".

Vamos a generalizar estas autocorrelaciones lineales a otras en las que para cada momento t hallemos la correlación existente entre una combinación lineal de los n valores anteriores con una función de los m valores posteriores.

Para ello consideraremos la correlación que hay entre las siguientes dos series. Una primera serie *u* que representa la bajada del índice en momentos inmediatamente anteriores a t (inclusive) y otra serie *v* que significa la evolución de la cotización a partir del instante t (no inclusive).

Trataremos el caso particular consistente en que *u* fuese una combinación lineal de las n últimas variaciones logarítmicas del índice:

$$u_t = a_0 \cdot dlx_t + a_1 \cdot dlx_{t-1} + ... + a_{n-1} \cdot dlx_{t-n+1}$$

Para reducir el número de parámetros que definen *u* y teniendo en cuenta que, previsiblemente las últimas variaciones observadas serán más relevantes de cara a la predicción, efectuamos la siguiente reparametrización de las ponderaciones:

$$a'_h = h^{-b}\ ,\ \ h = 0,\ldots,n-1,\ a_h = a'_h \,/\, \Sigma a'_h$$

Es decir, $a_h$ son pesos de ponderación relativos (de suma unitaria) con estructura potencial. Con ello obtenemos una representación biparamétrica (b y n) para *u*. El parámetro b será considerado mayor que cero para imponer la interpretación de que las últimas variaciones son las más ponderadas. Remarcamos el hecho de que las ponderaciones son potenciales y no exponenciales, lo que indica que *u* no es una media móvil exponencial sino una "media móvil potencial". La razón lógica que ha llevado a los autores a escoger este camino en particular se sale de los objetivos propuestos en esta comunicación. En cualquier caso, en el transcurso del trabajo se podrá comprabar cómo la "mecánica" particular de ponderación no jugará un pael relevante en las conclusiones.

Manipulando el parámetro b tendríamos unas ponderaciones más o menos sesgadas hacia el presente o el pasado, con los casos extremos b = 0, equiponderación, y b = Infinito, en donde el único valor con ponderación es el último observado.

El parámetro n límita la cantidad de instantes del pasado que van a considerarse. Nótese que si b >= -1 la serie $\Sigma a'_h$ no converge y necesitaremos forzosamente un valor finito para n.

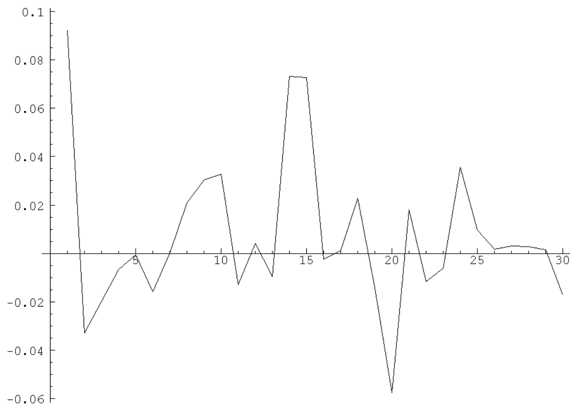
Pasemos ahora a la construcción de *v*. Trataremos el caso particular siguiente:

$$v_t = p,\ \text{si } \text{máx}_{k=1,m}\ \Sigma_{i=1,k}\ dlx_{t+i} >= p \text{ y}$$
$$v_t = \Sigma_{i=1,m}\ dlx_{t+i}\ ,\ \text{en otro caso}$$

El razonamiento detrás de esta construcción es que *v* es la rentabilidad que se obtendría en los m días posteriores a t, con una rentabilidad objetivo de salida igual a p. Esta descripción de *v* es también biparamétrica con p mayor que 0 y m mayor o igual que 1.

**Estudio sobre el IBEX:**

Tomemos como punto de partida las autocorrelaciones lineales habituales de la serie dlx.

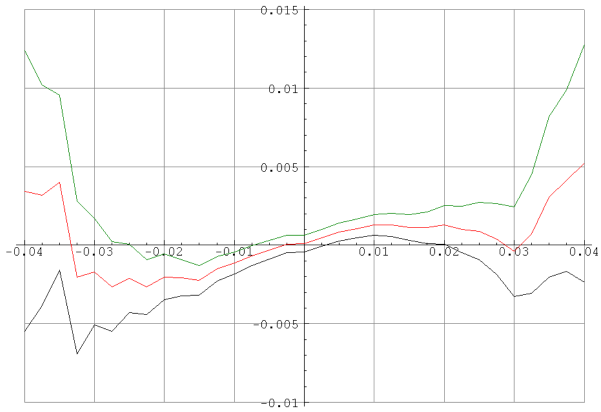



La primera autocorrelación parece significativa (si es que queremos adoptar un criterio gaussiano para simplificar la discusión), así como otras de orden superior (las de orden 14 y 15, por ejemplo). La primera de ellas es especialmente importante por ser referente a un plazo corto, que es en el que nos circunscribimos en este trabajo. La autocorrelación empírica r1 es la autocorrelación generalizada $r_{uv}$ en el caso particular en que n=1 y m=1. Para analizar posibles no linealidades en la relación vamos a construir la curva de regresión (empírica) entre *u* y *v* con n = 1 y m = 1, es decir, entre dlx(t-1) y dlx(t). Dicha curva la calcularemos promediando los valores de *v* que acompañan a valores de *u* en un entorno de un valor $u_0$ dado. Es decir, la curva de regresión será, en nuestra estimación, una función:

$$g(u_0) = \text{media}(v \,/\, \text{existe } (u,v) \text{ con } | u - u_0| < h)$$

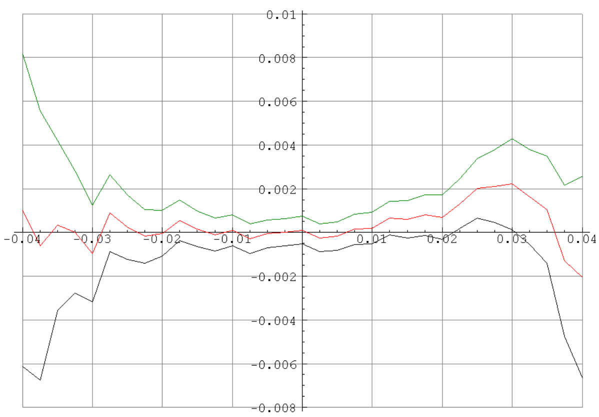
El valor de h determina el *entorno* en el que se va a calcular $g(u_0)$. Si h es demasiado pequeño $g(u_0)$ se estimará con un número demasiado pequeño de elementos y si es demasiado grande $g(u_0)$ se estimará con valores demasiado alejados de $u_0$ y la función g() estimada resultará deformada.

Para orientarnos en la significatividad de los valores g(u) vamos a calcular también las bandas de confianza alrededor de la función señalando los límites correspondientes a una probabilidad centrada del 95% teniendo en cuenta la desviación típica y el número de elementos que entran en el cálculo de cada g(u) (mediante la distribución t-Student). Para facilitar las conclusiones y con objeto de eliminar la subida del índice IBEX en la década considerada, vamos a “centrar” dlx restándole su media, con lo cual estamos “provocando” que el IBEX tenga una rentabilidad bruta nula en el periodo total.

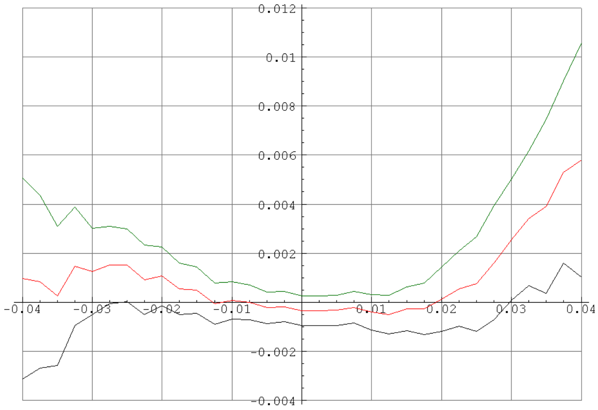



Puede observarse como la estructura lineal detectada por la autocorrelación r1 parece circunscribirse a un entorno del origen desde -1.5% hasta +1% aproximadamente. Fuera de ese intervalo hay indicios de comportamiento tipo "reversión a la media", es decir, según hemos establecido,, cuando dlx(t-1) es suficientemente grande, dlx(t) tiende a ser más pequeño de lo que la estructura lineal implicaría o incluso negativo; cuando dlx(t-1) es suficientemente pequeño, dlx(t) tiende a ser mayor de lo que la estructura lineal implicaría o incluso positiva. Este tipo de relación positiva en pequeñas variaciones diarias y negativa en grandes variaciones diarias se puede asociar a lo que en la práctica de la bolsa se denomina informalmente "teoría del rebote" ("si la bolsa baja mucho subirá luego, si sube mucho bajará luego").

A fin de comparar la curva de regresión obtenida con la que se hubiese obtenido si la serie dlx hubiese sido construida "al azar" (es decir, sin información predictiva alguna) hemos formado dos series ficticias "simul" y "redlx" mediante la generación de números pseudoaleatorios con distribución normal independiente con media y varianza iguales a dlx, en el primer caso, y remuestreo aleatorio sin reemplazamiento (o sea, permutando



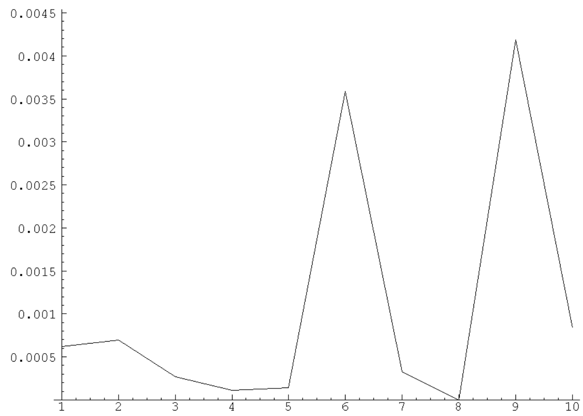
los valores de dlx, para respetar la distribución marginal incondicional) en el segundo. Las gráficas de las curvas de regresión y sus bandas correspondientes aparecen a continuación.



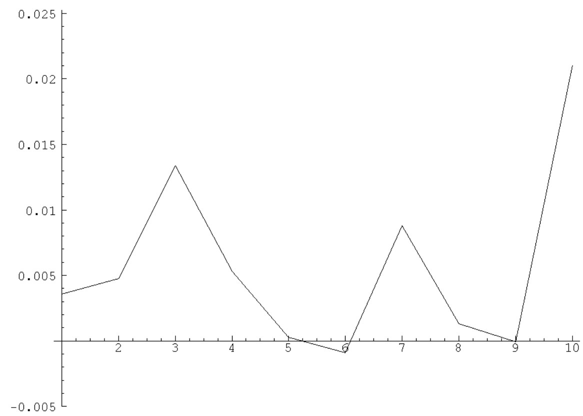

En ambos casos observamos, como era de esperar, la ausencia tanto de estructura lineal en un entorno del origen como de "reversión a la media".

Veamos ahora si generalizando el caso n=1, m=1 podemos encontrar estructuras más significativas y que pudiesen tener aplicación como indicadores técnicos en el análisis bursátil. Una primera generalización que estudiaremos será ver qué ocurre fijando m=1 y tomando diferentes valores de n con precio objetivo de salida p= Infinito, lo que significa ver que impacto tiene una variación en los n días anteriores en la cotización del día después.

Para cada valor de m calcularemos la curva de regresión y hallaremos el valor máximo de la banda mínima de confianza, lo que viene a ser un criterio similar al "maximin" (y así lo denominaremos de ahora en adelante por simplificar la nomenclatura). El sentido de esta elección es que, en un uso técnico práctico del indicador *u*, se buscaría aquel valor de *u* que mas rentabilidad esperada (estimada por la curva de regresión empírica g(u)) ofrecería, y para medir esta rentabilidad nos quedamos con el caso más desfavorable del intervalo de confianza de dicha esperanza ( o sea el cuantil 2'5% de la distribución de E[*v*] en el sentido bayesiano). En el siguiente gráfico aparecen representados dichos valores:




De estos valores parece deducirse que los valores bajos de n no son necesariamente los mejores. Exploremos el caso n = 6 y veamos que comportamiento tendríamos con diferentes valores de m:

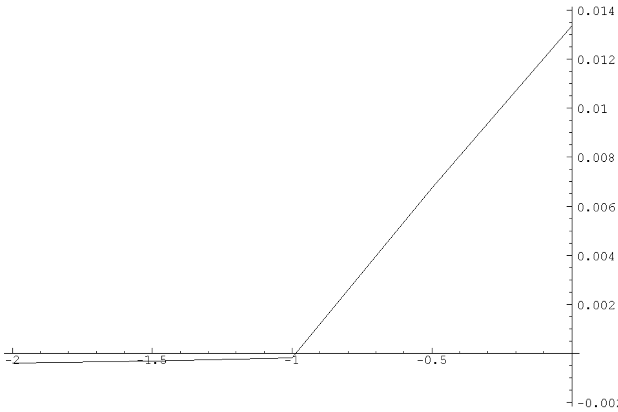



En la interpretación de este gráfico tenemos que tener en cuenta que la variación de cotización representada en el eje de ordenadas se produce en m días y por ello teniendo en cuenta las comisiones de operativa bursátil no siempre el valor más elevado es el más conveniente. Por ejemplo, para m = 3 tenemos un valor máximo entre los mínimos dentro del intervalo de confianza del 95% de 0’0134 y para m = 10 tenemos un valor de 0’0210, si los gastos de comisiones suponen un tanto por uno igual a *c* entonces la rentabilidad neta diaria para ambos valores sería respectivamente de:

$$(0'0134 - c) / 3, (0'0210 - c)/10$$

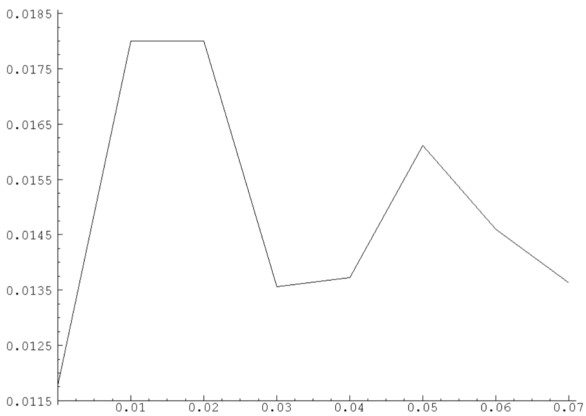
El caso m = 3 sería más atractivo que m = 10 desde el punto de vista de la rentabilidad neta diaria si $c < 1'0\%$, en caso contrario m = 10 sería más interesante.

Podemos preguntarnos si en la elaboración de la serie u con n=6 que recoge la evolución bursátil en los últimos 6 días utilizando b=0, es decir equiponderación, podríamos obtener resultados mejores ponderando de forma decreciente según nos alejamos en el pasado, es decir b < 0. Para estudiar esta posibilidad vemos los valores Maximin anteriormente explicados para n=6, m=3 y diferentes valores de b.




Resulta aparente que las ponderaciones más desequilibradas (b<<0) son menos convenientes, quizás porque vienen a desechar en la práctica las variaciones más lejanas en el pasado y por ello serían similares a utilizar n < 6. Problemas de significatividad aparte, las ponderaciones con b=0 resultan tener un rendimiento histórico óptimo entre los valores de b utilizados.

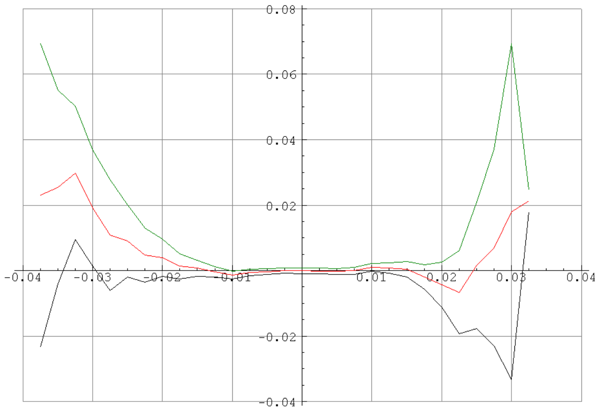
Para explorar el efecto de la rentabilidad de salida p en la construcción de la serie *v*, que hasta ahora hemos supuesto infinita, vamos a combinar diferentes valores de p con los parámetros n=6, m=3 y b=0 que hemos utilizado anteriormente. En la gráfica que incluimos a continuación aparecen los maximin para los diferentes valores de p.




Valores pequeños de p como 1% ó 2% parecen beneficiosos para este conjunto de parámetros.

Quede claro que el conjunto de parámetros n=6, m=3, b=0 y p=2% no tiene porqué ser el óptimo global tetradimensional sino simplemente unos valores hallados secuencialmente que resultan óptimos de forma condicional y que nos sirven para explorar el comportamiento del IBEX de cara a una inversión a corto plazo.

Por último, presentamos la curva de regresión que se obtiene con aquel conjunto de parámetros, en donde pueden observarse las rentabilidades más altas para valores muy bajos y muy altos de *u*.




Conclusiones:

*La relación entre un valor de variación relativa diaria y el siguiente en el IBEX presenta una estructura lineal positiva en un entorno de aproximadamente un 1% alrededor del origen. Fuera de ese entorno la estructura es menos clara y presenta indicios de "reversión a la media" con una zona de posible variación significativamente positiva alrededor del valor –3%.*

*Históricamente parece deducirse que la consideración de la variación de la cotización en las últimas 6 sesiones es un predictor más conveniente desde un punto de vista técnico para la variación que ocurrirá a corto plazo que la consideración de la variación en la última sesión.*

*Se ha encontrado que en las circunstancias y período de tiempo en que se ha basado este trabajo la "realización" de la rentabilidad se efectua en un período históricamente óptimo de tres días.*

*La información recogida en las variaciones de los 6 últimos días parece quedar expresada de forma óptima equiponderando o heteroponderando ligeramente con un exponente de ponderación b= -0'5.*

*La rentabilidad objetivo debe de ser una cantidad suficientemente elevada para obtener mejores resultados. Hemos hallado que un objetivo del 5% al menos ha dado un buen rendimiento en el período considerado.*

**Construcción de un indicador técnico:**

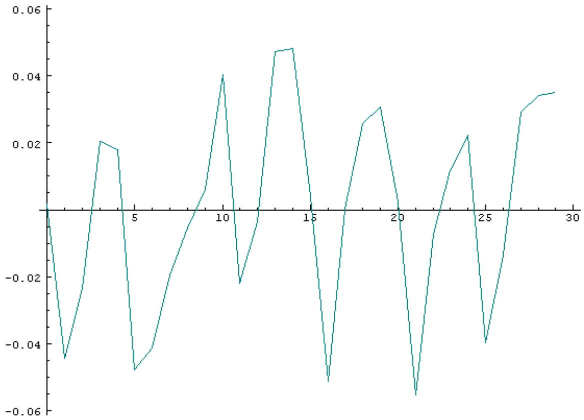
Analizada la relación curvilínea entre $u$ y $v$ se podría usar esa información para construir un indicador útil para el análisis técnico. Para ello calcularíamos una media móvil potencial sobre la diferencia primera del logaritmo. En el contexto del software habitual empleado en el análisis técnico se construiría primero el "Momento" de orden 1 del logaritmo de los cierres, y aplicando posteriormente una media recursiva con la ponderación potencial anteriormente indicada.

Construido el indicador u tendríamos que observar la línea de regresión de $v$ respecto a $u$, en el caso del IBEX podríamos utilizar para $v$ el caso m=3 y p suficientemente grande o infinito. En dicha línea de regresión deberíamos encontrar un valor $u_0$ de $u$ con un promedio para $v$ significativamente mayor que cero. Las señales de compra se generarían cuando el indicador $u$ cruzase $u_0$ . Este indicador es parametrizable escogiendo el parámetro b.

Completando el indicador con un generador de señales de venta tendríamos un sistema de inversión. Según la definición de $v$, que nos permite interpretar el indicador $u$, las señales de venta se generarían en primer lugar si se sobrepasa el objetivo de rentabilidad p y en segundo lugar cuando se alcance el día m. Igual que en el caso de $u$, las órdenes de venta serían parametrizables en p.

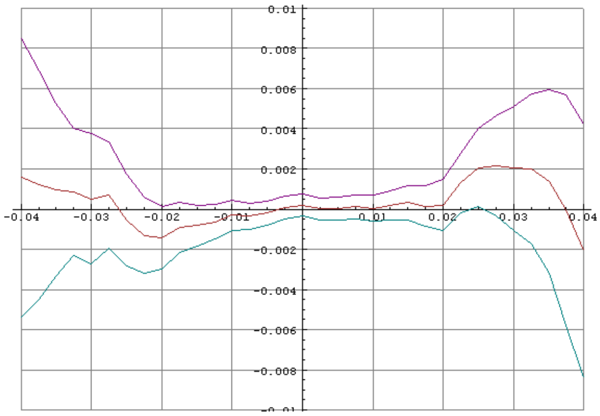
**Análisis del índice DAX**:

Hemos realizado el análisis del DAX en el período que va desde el 2 de enero de 1991 hasta el 8 de enero del 2001, y calculado las diferencias logarítmicas dlx. Para eliminar del análisis el crecimiento sistemático del índice DAX en la década considerada, hemos realizado igual que en el caso del IBEX una traslación de dlx restándole su media, lo que equivale a considerar que en el período total el DAX ha tenido una rentabilidad bruta nula. El comportamiento a corto plazo observado es muy diferente del comportamiento del IBEX. Comenzando por las autocorrelaciones lineales



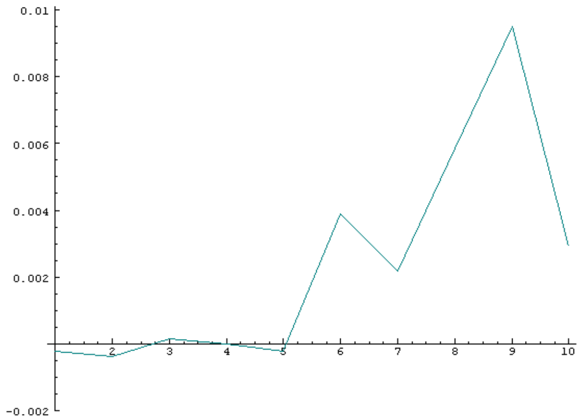

Nótese como la primera autocorrelación es prácticamente nula y evidentemente no significativamente distinta de cero. En lugar de eso aparecen como ligeramente significativas en sentido negativo las de orden 2, 5 y 6 entre otras, y algunas de orden superior lo son en sentido positivo.

Para comprobar si tras una primera autocorrelación casi nula se camufla una relación no lineal más compleja vamos a representar la línea de regresión correspondiente a n=1, m=1



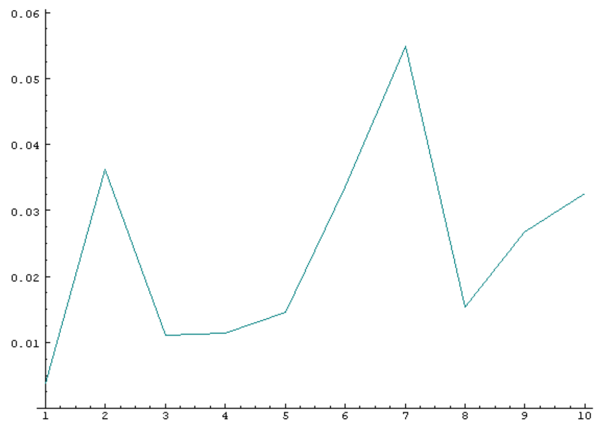

No podemos observar ninguna estructura lineal ni de otro tipo significativamente señalada en este gráfico. Nótese como la ordenada 0 está dentro de las bandas de confianza prácticamente en todo momento.

Veamos si es posible aumentar la significatividad de la relación entre u y v jugando con los parámetros n y m. Consideremos m=1 y varios valores de n, el gráfico Maximin resultante sería:



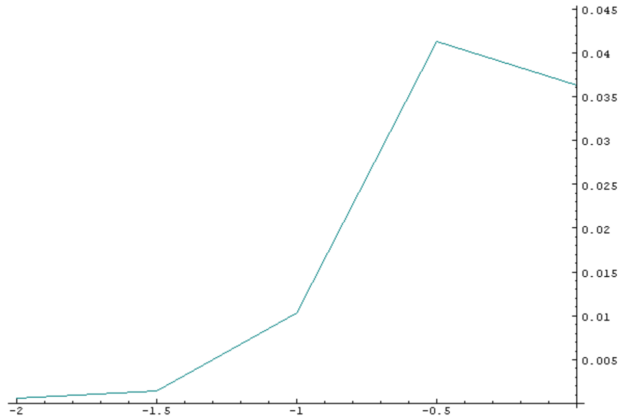

(El valor en n=8 está indeterminado). Podemos observar como los valores pequeños de n no ofrecen significatividad de rentabilidades mayores que cero. A partir de n=6 obtenemos resultados mejores, nótese cierto paralelismo con el caso del IBEX.

Aprovechando este paralelismo estudiemos los diferentes valores de m con un valor n=6.

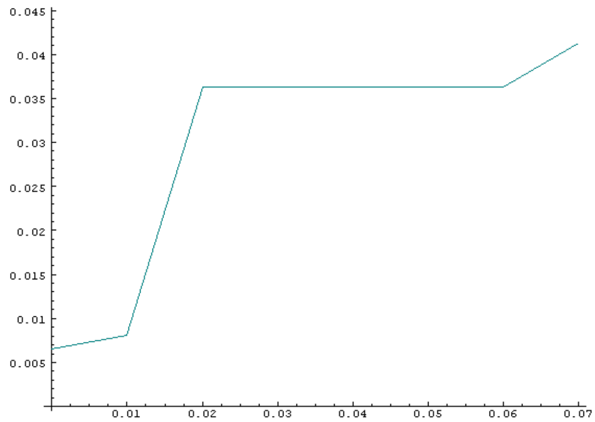



Teniendo en cuenta los comentarios hechos en el apartado anterior dedicado al IBEX el valor más atractivo para n=6 en cuanto a rentabilidad neta diaria sería m=2 salvo para comisiones bursátiles en torno al 3% o superiores. De nuevo observamos cierta analogia con el índice IBEX en donde con n=6 se estableció un valor m=3.

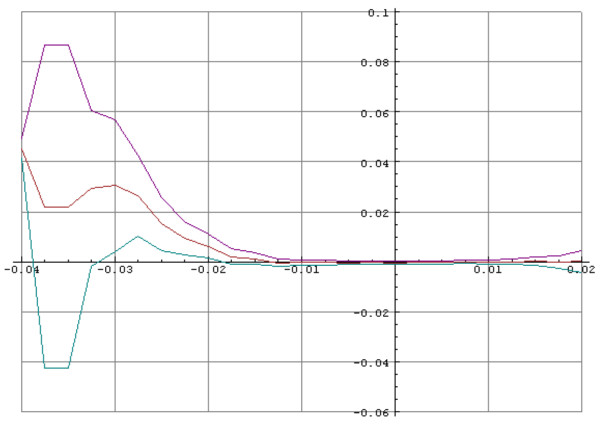
El parámetro b de ponderaciones sería más conveniente en valores cercanos a 0, en concreto el óptimo histórico es -0'5, como puede apreciarse en la gráfica correspondiente a los maximin con n=6 y m=2:




Dados n = 6, m = 2 y b = - 0.5, las rentabilidades objetivo p mejores son aquellas a partir del 2% (ver gráfica).



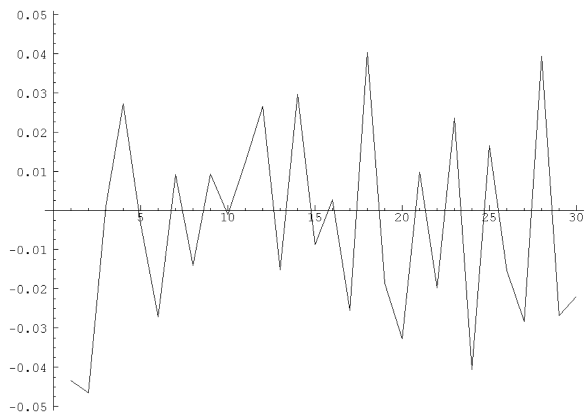

Finalizamos representando la curva de regresión con los parámetros considerados hasta ahora (n = 6, m= 2, b = - 0’5, p = infinito), a modo de ilustración y como orientación para un posible uso técnico del indicador *u* en el *trading* a corto. Nótese cómo los valores interesantes de *u* son los notablemente negativos.



**Estudio del Indice NIKKEI de Tokio:**

Por último, analizaremos el comportamiento del NIKKEI, del que hemos considerado el periodo desde el 4 de enero de 1991 al 8 de enero del 2001. De nuevo haremos el centrado de las diferencias de los logaritmos de los cierres diarios, restándoles su media, para conseguir un equivalente con rentabilidad bruta cero.

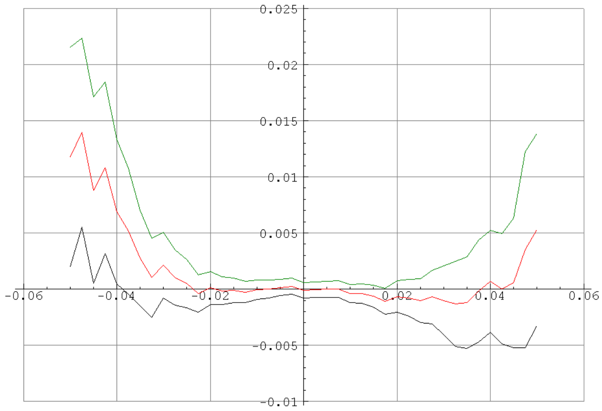
Las autocorrelaciones lineales presentan un matiz diferente a los dos casos anteriores.



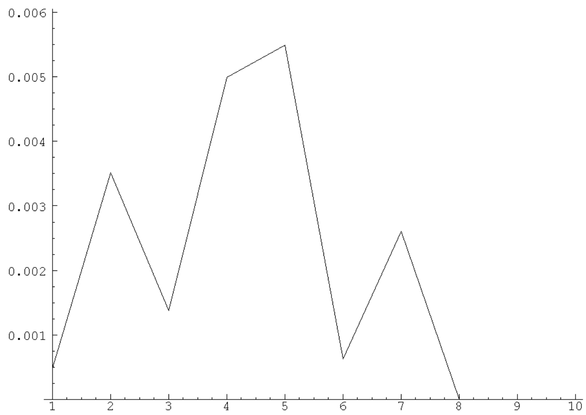

Si en el IBEX la primera autocorrelación es significativamente mayor que cero, y en el DAX la segunda es significativamente menor que cero, en el NIKKEI tenemos las dos primeras son significativamente menores que cero.

La estructura de regresión para n = 1 y m = 1 es la reflejada en la línea de regresión que aparece a continuación:

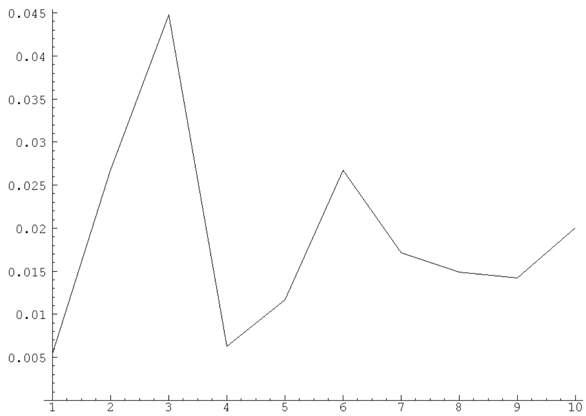
En el gráfico encontramos la razón para la autocorrelación de orden uno negativa. No hay estructura lineal negativa auténtica, pero para valores del indicador *u* muy negativos (menores al -4%) se obtienen promedios significativamente positivos. Por lo tanto hay una reversión a la media parcial: cuando hay una variación negativa importante tiende a ocurrir una variación positiva posterior. En cambio no se da reversión a la media cuando hay desviaciones importantes positivas. Este comportamiento en el periodo histórico considerado no es compartido por los dos Indices bursátiles ya estudiados en apartados anteriores.




Observando los valores maximin para m = 1 y varios valores de n (ver gráfico), vemos como el valor que destaca es n = 5, afirmando, como en el IBEX y en el DAX, la importancia de considerar la evolución del Indice en, aproximadamente, la última semana de sesiones (5 días hábiles, por lo regular).

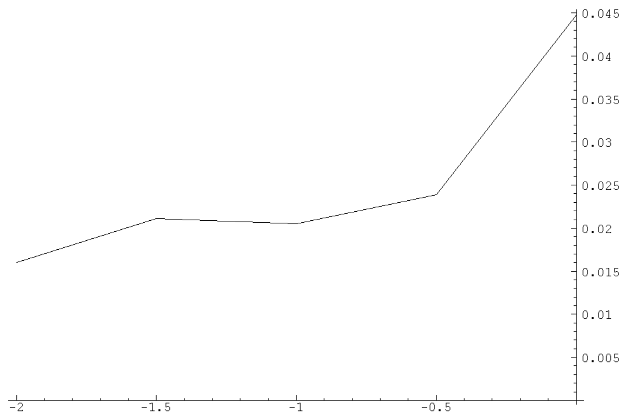



Basándonos en n = 5 y buscando valores maximin para m (gráfico a continuación),



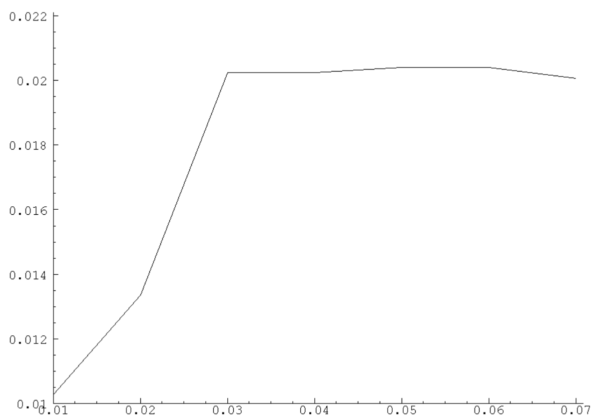

volvemos a coincidir, en lo sustantivo, con los casos anteriores, señalándose m = 3 como valor paramétrico que arrojó un mayor grado de rentabilidad neta diaria (para valores razonables de comisiones bursátiles).

Prosiguiendo en paralelo con los análisis de los Indices español y germano, investigamos la dependencia de los maximin respecto al parámetro *b* de ponderación para la construcción del indicador *u*. De nuevo graficamos los resultados:



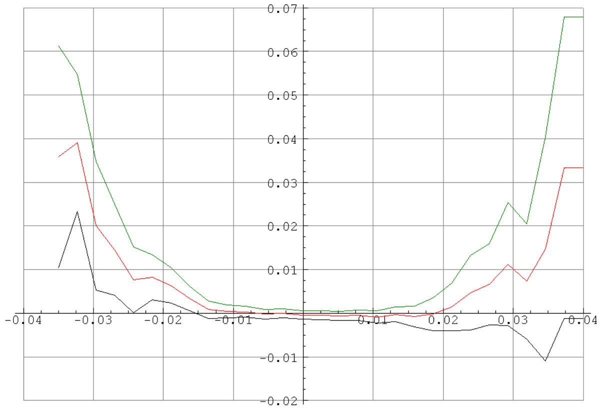

Una vez más comprobamos la superioridad de las ponderaciones equitativas para el indicador *u*.

Respecto a la rentabilidad *p* de salida, sabiendo el resultado encontrado tanto para IBEX como para DAX, no resulta sorprendente comprobar (en la representación gráfica que sigue) como sólo valores elevados de *p* tienen una buena *perfomance* en términos maximin.




En este caso, a partir de p = 3% es donde se estabilizan los resultados.

Si reunimos los parámetros n = 5, m = 3, b = 0 y p = infinito, e insistiendo una vez más en que no es nuestra intención pretender en que estos valores sean el óptimo global en términos de maximin, podemos estudiar el comportamiento regresivo de *v* en función de *u*.




Con nitidez advertimos el comportamiento del NIKKEI: valores suficientemente negativos del indicador *u* (por debajo del 1’5%) traen como consecuencia valores de rentabilidad *v* claramente positivos, y, en contraste, ausencia de comportamiento significativo en el lado positivo. Es decir, cuando el NIKKEI sube, no parece afectar de una forma clara a posteriores sesiones, en cambio cuando baja (con cierta contundencia) tiende a recuperarse a corto plazo (m = 3 días).