

# LA MODELIZACIÓN DE LOS PILOTES EN EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS (EF)

## Modelling of piles in finite element (FE) method

José Luis Justo<sup>a</sup>, Manuel Vázquez-Boza<sup>a</sup>, Enrique Justo<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Departamento de Estructuras de Edificación e Ingeniería del Terreno, Universidad de Sevilla.

**RESUMEN** – Este artículo presenta una descripción detallada de las ventajas e inconvenientes de los pilotes volumétricos y embebidos. La dependencia de los resultados del tamaño de la malla es más significativa en el pilote embebido. Para grupos numerosos de pilotes, la cantidad de elementos en el sistema se reduce significativamente usando pilotes embebidos. Se han comparado los resultados obtenidos con ambos modelos con los datos obtenidos de ensayos de carga a escala real en un caso de estudio de un pilote hincado prolongado con un micropilote, sometido a compresión, tracción y cortantes (caso 1) y con los resultados de un análisis elastoplástico, realizado con un método establecido, como es el de la ecuación integral (caso 2). En el caso 1, los resultados para el pilote a compresión revelaron que el pilote volumétrico puede reproducir el escalón que se produce cuando hay un cambio en la sección del pilote, algo que no es posible con un pilote embebido. Para carga axial de tracción y carga lateral, el pilote embebido reproduce mejor el desplazamiento medido en la cabeza del pilote o la distribución de esfuerzos a lo largo del mismo. Las conclusiones obtenidas se refieren principalmente a los tipos de modelización numérica descritos en el texto del artículo y a los programas en que se aplican.

**ABSTRACT** – This paper presents a detailed description of the relative advantages and disadvantages of volume piles and embedded piles. The mesh dependency is more significant in an embedded pile. When a large number of piles have to be considered, the number of elements in the system is significantly reduced using embedded piles. The results obtained with both models were compared with the data obtained from full-scale loading tests in a case study of a driven pile followed by a micropile, subjected to compression, tension and shear (case 1), and with the results of an elastoplastic analysis carried out with the well-established integral equation method (case 2). In case 1, the results of the pile subject to compression revealed that the volume pile can reproduce the step produced by a change in the section of the pile, something not possible with an embedded pile. For tension tests or lateral load, the embedded pile reproduces better the displacement measured in the head of the pile or the efforts along the shaft. The conclusions obtained refer mainly to the types of numerical modelling described in the text of the paper and to the programs in which they apply.

**Palabras Clave** – Pilote volumétrico, pilote embebido, dependencia de la malla.

**Keywords** – Volume pile; embedded pile; mesh dependency.

## 1 – INTRODUCCIÓN

En los cálculos por elementos finitos (EF), los pilotes generalmente se modelan como columnas de material elástico con una interfaz (opcional) en el exterior del pilote. Son los llamados pilotes volumétricos (PV). En el programa “Plaxis 3D Foundation” (Brinkgreve y Swolfs, 2007), el diseñador de pilotes debe dibujar su perímetro y, en grupos de pilotes, los puntos perimetrales de

---

E-mails: jlj@us.es (J. Justo), mboza@us.es (M. Vázquez-Boza), ejem@us.es (E. Justo)

ORCID: orcid.org/0000-002-3429-0080 (J. Justo), orcid.org/0000-0001-6742-1764 (M. Vázquez-Boza), orcid.org/0000-00003-3860-4419 (E. Justo)

pilotes próximos se pueden colocar a una distancia demasiado cercana que hace que no sea posible generar la malla.

Por otro lado, otra posibilidad es utilizar pilotes embebidos (PE), en los que el pilote se construye como un elemento de viga delgada, es decir, se considera como un elemento lineal en lugar de volumétrico (Brinkgreve et al. 2015). Si se deben considerar una gran cantidad de pilotes, el número de elementos en el sistema se reduce significativamente en comparación con los modelos de EF con PV (Tschuchnigg y Schweiger. 2013 y 2015).

Como se mostrará más adelante, ambas formas de modelizar el pilote tienen limitaciones y deben tomarse precauciones durante el mallado, para obtener resultados adecuados.

### 1.1 – Pilotes embebidos (PE)

Una viga embebida es un elemento estructural (un pilote, bulón o lechada de anclaje) compuesto por elementos de viga que pueden colocarse en una dirección arbitraria en el subsuelo y que interactúan con el subsuelo por medio de elementos de interfaz especiales.

Sadek y Shahrou (2004) han presentado la formulación de un elemento de viga embebido en 3D (EVE), destinado al modelado numérico de problemas tridimensionales relacionados con refuerzo de estructuras. El refuerzo generalmente se modela mediante elementos de viga conectados a nodos de elementos de suelo. En consecuencia, la construcción de la malla tiene que reconocer y, finalmente, anticipar una distribución geométrica adecuada del refuerzo que, a menudo, conducirá a mallas que incluyen refuerzos inclinados. Eso agregará grandes dificultades al análisis de estructuras con importantes refuerzos, como las redes de micropilotes. Para superar esta dificultad, los autores utilizaron un programa de EF (DIANA) que contiene un elemento especial llamado "refuerzo embebido" cuyas líneas pueden desviarse de los nodos de los elementos sólidos. El análisis de estructuras reforzadas con refuerzo rígido, como las redes de micropilotes, requiere la formulación de un EVE que pueda soportar los esfuerzos de flexión y se pueda incorporar fácilmente en las mallas existentes.

El elemento de viga tenía dos nodos y seis grados de libertad en cada nodo que representa tres desplazamientos y tres rotaciones. El sistema proporciona elementos de interfaz para tener en cuenta los desplazamientos relativos entre la viga y los elementos sólidos.

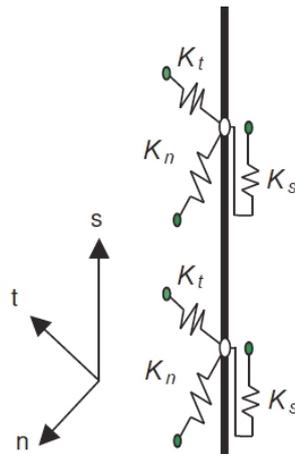
La ecuación constitutiva en la interfaz de la viga se define como:

$$\begin{bmatrix} t_s \\ t_t \\ t_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_s & 0 & 0 \\ 0 & K_n & 0 \\ 0 & 0 & K_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_s^p - u_s^s \\ u_n^p - u_n^s \\ u_t^p - u_t^s \end{bmatrix} \quad (1)$$

donde  $t_s$  es la tensión cortante en la dirección axil, mientras que  $t_t$  y  $t_n$  son las tensiones normales al eje en dos direcciones perpendiculares;  $u_s^p$  es la componente tangencial del desplazamiento de la viga, también en la dirección axil, mientras que  $u_n^p$  y  $u_t^p$  son los desplazamientos normales a la viga en dos direcciones perpendiculares. Las siglas  $u^s$  indican los desplazamientos correspondientes del suelo.  $K_s$  es la rigidez elástica al corte de los elementos integrados en la interfaz;  $K_n$  y  $K_t$  son las rigideces elásticas normales (Fig. 1). Se asignan valores elevados para  $K_n$  y  $K_t$ .

Este elemento permite el análisis de estructuras reforzadas con mallas simplificadas que no necesitan tener en cuenta la orientación del refuerzo. Los autores han comparado cálculos realizados con micropilotes convencionales, para lo cual hay que adaptar la malla desde el principio a la orientación de estos, y embebidos, lo que permite usar una malla convencional, y los resultados obtenidos fueron casi idénticos.

Plaxis BV usó este EVE para producir un PE. Durante las investigaciones internas realizadas para Plaxis por Septanika en 2005 (v. Engin et al., 2007), se agregó un elemento de interfaz embebido en la punta del pilote, que representa el contacto suelo-pilote en su base. Se observó un

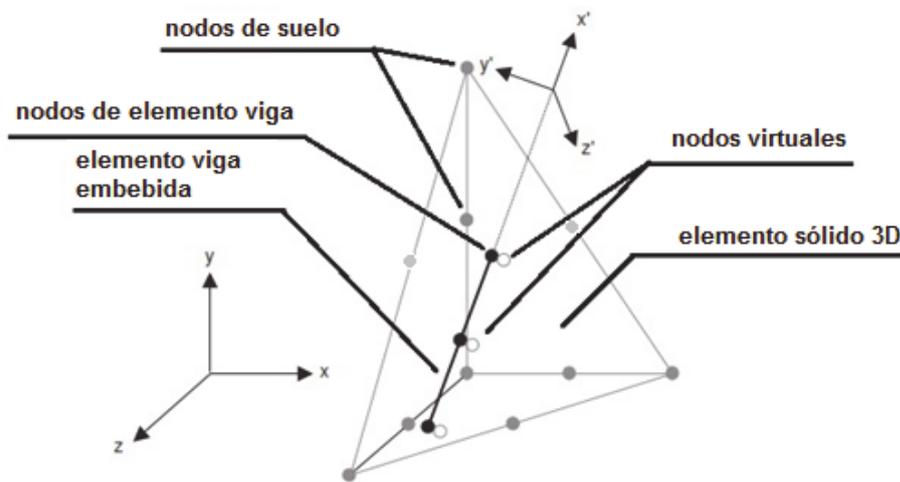


**Fig. 1** – Rigideces del elemento interfaz embebido en el eje del pilote (Brinkgreve et al., 2018).

comportamiento dependiente de la malla en suelos inelásticos; además, en mallas muy finas y finas, también se observó un fallo "premature" (debido a inestabilidad numérica). Para evitar este efecto, el PE se mejoró aún más introduciendo una región elástica alrededor del elemento de pilote (Engin et al., 2007). Se obliga a los puntos de Gauss del suelo dentro de la zona del pilote a permanecer elásticos.

Como resultado de estos estudios, se desarrolló el pilote embebido (PE) en el software Plaxis 3D Foundation (Brinkgreve y Swolfs, 2007).

En la última versión de Plaxis, un PE está compuesto de elementos de viga que pueden cruzar un elemento de suelo tetraédrico de 10 nodos en cualquier lugar con cualquier orientación arbitraria (Fig. 2) y que interactúa con el subsuelo mediante elementos de interfaz especiales (Brinkgreve et al., 2015).



**Fig. 2** – Gráfico del EVE, representado por la línea gruesa. Los círculos vacíos son los nodos virtuales de elemento suelo. Los círculos grises son los nodos del suelo (Engin et al., 2007).

La interacción puede implicar una resistencia en el fuste, así como una resistencia en la punta. La resistencia en el fuste y la fuerza en la punta están determinadas por el desplazamiento relativo entre el pilote y el suelo. Los elementos de viga son lineales elásticos y se definen con los mismos parámetros que un elemento de viga normal. Tras el mallado, los elementos de viga son elementos de 3 nodos con tres grados de libertad de traslación y tres de rotación por nodo. El elemento permite los desplazamientos de la viga debido a las cargas axil, cortante y flector. Los elementos de la interfaz especial utilizados en el PE son diferentes de los elementos de la interfaz normal usada en los PV. Por lo tanto, en la posición de los nodos del elemento viga, se crean nodos virtuales en el elemento de suelo a partir de las funciones de forma de dicho elemento (Fig. 2). La interfaz especial forma una conexión entre los nodos del elemento viga y estos nodos virtuales y, por lo tanto, con todos los nodos del elemento de volumen del suelo. Los esfuerzos del pilote se evalúan en los puntos de integración del elemento de viga y se extrapolan a los nodos del elemento viga.

El enfoque actual del PE considera diferentes tipos de modelos de fricción última en el contorno: (a) constante o lineal, (b) multilineal y (c) dependiente de la capa. En este último tipo, la resistencia al movimiento del pilote está relacionada con los parámetros del suelo y un coeficiente de reducción. Es importante notar que las opciones (a) y (b) implican que la capacidad de carga del pilote es una entrada y no el resultado del análisis porque la fricción máxima en el fuste está predefinida. En la opción (c), para evitar que la resistencia por el fuste pueda aumentar a valores altos no deseados, también se introduce valor máximo de la resistencia por fuste ( $T_{max}$ ) en el pilote. Además, en la punta del pilote se introduce una resistencia puntual ( $F_{max}$ ) que no se puede superar. Estos valores son los máximos obtenidos mediante soluciones analíticas, ensayos in situ o pruebas de carga (v. Documento básico SE-C, 2006).

Para las tensiones cortantes en el fuste, la relación constitutiva está determinada por la ecuación (1). Por defecto, las rigideces de la interfaz incorporada se definen de manera que la rigidez de los elementos incorporados de la interfaz no influya en la rigidez elástica total de la estructura del pilote:

$$K_s \gg G_{soil} \quad (2)$$

Para que la interfaz permanezca elástica, el esfuerzo en el fuste en un punto particular debe cumplir:

$$|t_s| < T_{max} \quad (3)$$

Si la resistencia por el fuste está relacionada con los parámetros del suelo, el esfuerzo en el fuste será elástico siempre que:

$$|t_s| < (\sigma_n^{media} tg \Phi_i + c_i) \pi D \quad (4)$$

donde  $D$  es el diámetro del pilote equivalente,  $\sigma_n^{media} = (\sigma'_t + \sigma'_n) / 2$ , los parámetros  $\Phi_i$  y  $c_i$  son el ángulo de rozamiento interno y la cohesión de la interfaz embebida, ligados con la capa de suelo a través de un coeficiente de interfaz  $R_{inter}$ :

$$tg \Phi_i = R_{inter} tg \Phi_{suelo} \quad (5)$$

$$c_i = R_{inter} c_{suelo} \quad (6)$$

Para comportamiento plástico, el esfuerzo cortante en el fuste viene dado por:

$$|t_s| \leq T_{max} \quad (7)$$

$$|t_s| = (\sigma_n^{media} tg \Phi_i + c_i) \pi D \quad (8)$$

También hay un elemento de interfaz embebido en la punta del pilote, con comportamiento elástico-rígido plástico. No se permiten esfuerzos de tracción. La relación constitutiva en la punta del pilote y su criterio de rotura vienen definidos por:

$$F_{punta} = K_{punta} (u_{punta}^p - u_{punta}^s) \leq F_{max} \quad (9)$$

donde  $K_{punta}$  es la rigidez del resorte en la punta del pilote y  $K_{punta} \gg G_{suelo}$ .

Tschuchnigg y Schweiger (2013) han señalado que el valor de  $K_{punta}$  de referencia, es decir el que aplica Plaxis por defecto, no era lo suficientemente alto y debería multiplicarse por un factor de 5. Esta modificación, ya realizada en las versiones modernas de Plaxis (Brinkgreve et al., 2015 y 2018), reduce el desplazamiento relativo necesario para movilizar  $F_{max}$  y la relación carga-asiento del pilote embebido mejora.

Para comportamiento plástico:

$$F_{punta} = F_{max} \quad (10)$$

Aunque un PE no ocupa volumen, se supone un volumen particular alrededor del pilote y debajo de la punta (zona elástica) en el que se excluye el comportamiento plástico del suelo. El tamaño de esta zona se basa en el diámetro del pilote equivalente. Como se mostrará más adelante, es aconsejable generar elementos de malla que tengan dimensiones similares o algo mayores que el diámetro del pilote. Para obtener mallas de alta calidad, la punta del pilote debe coincidir con un nodo de esquina de un elemento sólido.

Turello et al. (2016) han presentado un nuevo EVE con una superficie de interacción que, según los autores, tiene algunas ventajas con respecto al EVE propuesto por Sadek y Sharour (2004). La validación presentada por los autores corresponde a suelos elásticos lineales sometidos a carga lateral, y también se observa una cierta dependencia de la malla.

En la formulación de su modelo, Turello et al. (2017) introducen una interfaz elastoplástica y obtienen resultados, en un suelo sin cohesión, muy superiores a los correspondientes a un suelo lineal-elástico y aceptablemente parecidos a los conseguidos con el método de Reese y Welch (1975). En un suelo arenoso obtienen resultados que se adaptan bastante bien a los valores medidos.

En una contribución posterior, Turello et al. (2019) extienden el método a grupos de pilotes sometidos a carga lateral y comparan los resultados obtenidos con su método en tres ejemplos:

1. Un análisis elástico de un grupo de 9 pilotes. Para una separación entre ejes de pilotes,  $s$ , es mayor que 4 diámetros,  $D_p$ , se obtiene un buen acuerdo con un modelo ABAQUS o con el método de Randolph (1981), pero si  $s/D_p < 3$ , hay una discrepancia clara, sobre todo con este último método.
2. Un análisis elastoplástico de un grupo de 2 pilotes. Se consigue un acuerdo razonable con un modelo ABAQUS.
3. Un caso real en el que se han medido los desplazamientos en un grupo de 6 pilotes. Se obtiene un acuerdo aceptable con los resultados experimentales.

En la formulación de Sadek y Shahrour (2004) y en las derivadas de ella, solo un pilote puede intersectar cada elemento de suelo. Por lo tanto, es necesaria una discretización lo suficientemente fina para simular grupos de pilotes numéricamente. Ninic' et al. (2014) presentan un EVE en el que la interacción suelo-pilote a lo largo del fuste se formula mediante un contacto friccional 3 D, punto a punto, usando los puntos de integración de los elementos viga y los puntos de referencia ubicados arbitrariamente dentro de los elementos sólidos como puntos de control. Una vez creado el EVE se implementa en el programa de elementos finitos marco de CIMNE (Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Barcelona, España) [Kratos 2012]. La capacidad este modelo de PE propuesto para representar grupos de pilotes sometidos a cargas axiales y laterales combinadas se

demuestra mediante una serie de ejemplos seleccionados. Sin embargo, este EVE solo ha sido probado en suelos lineales elásticos y también se observa una cierta dependencia de la malla.

## 1.2 – Pilotes volumétricos (PV)

La primera fase para el modelado y cálculo del PV de Plaxis consiste en su instalación. Las propiedades del material se asignan en esta fase. El sistema permite considerar pilotes con diferentes secciones o diferentes materiales. Para pilotes individuales, si se quiere obtener una buena calidad de malla es útil insertar un círculo en la parte superior del pilote, lo que obliga al generador de malla a crear una malla mejor. Como el programa no puede funcionar con contornos curvos, el pilote circular se sustituye por un pilote octogonal. La forma más sencilla de obtener los resultados es aplicar un doble click sobre la línea de color púrpura que representa el eje del pilote. Entonces se abre una ventana en la que aparecen los desplazamientos (en la línea central) y las fuerzas estructurales del PV.

## 2 – MODELOS DE SUELOS UTILIZADOS

En este artículo se han utilizado los siguientes modelos de suelos:

1. Lineal elástico
2. El método simplificado de Randolph (1981)
3. Métodos basados en la ecuación integral de Poulos y Davis (1980)
4. Modelo de endurecimiento (HSM-Hardening soil)
5. Modelo de endurecimiento de suelo con rigidez para pequeñas deformaciones

El modelo lineal-elástico y el de la ecuación integral son de sobra conocidos (ver, por ejemplo en Jiménez salas et al., 1981; Poulos y Davis, 1980).

El modelo de materiales del suelo elegido preferentemente en este artículo es el modelo de suelo de endurecimiento (HSM) (Schanz et al., 1999; Brinkgreve y Swolfs, 2007).

Un suelo con endurecimiento, después de haber sufrido una deformación plástica y una vez que se eliminan las tensiones, es capaz de resistir nuevas tensiones con una deformación más pequeña. Cuando se trata de procesos de descarga y recarga, es apropiado utilizar un modelo HSM. Es un modelo de plasticidad no perfecta. La superficie de límite elástico (SLE) puede expandirse debido a la deformación plástica. Cuando el suelo se somete a una tensión desviadora primaria, muestra una rigidez decreciente y simultáneamente se desarrollan tensiones plásticas irreversibles. El HSM es un modelo de rigidez doble, menor en los procesos de carga primaria ( $E_{50}$ ) y mayor en los procesos de descarga-recarga ( $E_{ur}$ ). El modelo incluye la dilatancia del suelo ( $\psi$ ) e introduce una superficie de fluencia tapón (yield cap).

Una idea básica para la formulación del modelo de endurecimiento del suelo es la relación hiperbólica (Kondner y Zelasko, 1963) entre la deformación principal,  $\epsilon_1$  y la tensión desviadora,  $q$ , en la carga triaxial primaria (Fig. 3):

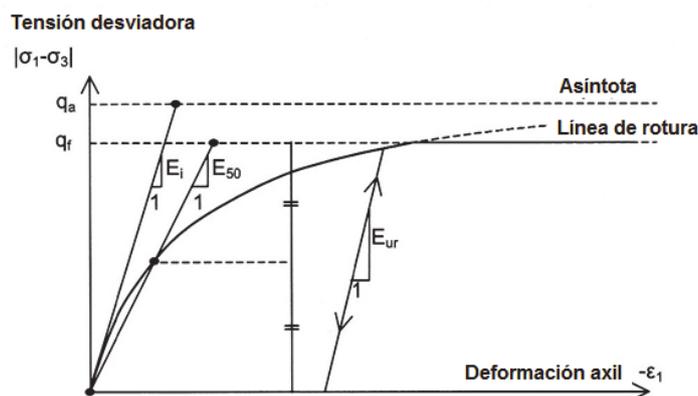
$$\epsilon_1 = \frac{1}{E_i} \frac{q}{1 - q/q_a} \quad (\text{para } q < q_f) \quad (11)$$

Cuando se dibuja esta ecuación, se encuentra que el valor asintótico,  $q_a$ , es mayor que la tensión desviadora en rotura,  $q_f$ :

$$q_f = R_f \cdot q_a \quad (12)$$

En Plaxis se elige  $R_f = 0,9$  como un ajuste por defecto adecuado.

$E_{50}$  es el módulo para  $q / q_f = 1/2$



**Fig. 3** – Modelo de endurecimiento (HSM). Figura elaborada por los autores a partir de un gráfico incluido en Brinkgreve y Swolfs (2007)

Sustituyendo la ecuación (12) en la ecuación (11):

$$E_{50} = E_i (1 - R_f/2) \quad (13)$$

Tanto la superficie de fluencia como la superficie de fluencia tapón tienen la forma hexagonal del criterio clásico de rotura de Mohr-Coulomb. De hecho, la superficie de fluencia al corte puede expandirse hasta la superficie de rotura de Mohr-Coulomb. La superficie de fluencia tapón se expande en función de la presión de preconsolidación,  $\sigma'_p$ .

El modelo de Endurecimiento de Suelo con Rigidez para pequeñas deformaciones (Brinkgreve et al., 2018) es una variación del método de endurecimiento usado con frecuencia en dinámica de suelos y en algunos casos de carga estática.

### 3 – VALIDACIÓN DE LOS MODELOS

Los cálculos realizados con ambos tipos de pilotes y con diversos modelos de suelos, se van a comparar con los resultados de ensayos de carga. Se va a prestar especial atención a la influencia de la malla en los resultados obtenidos.

Las validaciones presentadas en la sección 4 fueron desarrolladas por autores que pertenecen al entorno Plaxis. En la sección 5 se presentan los resultados obtenidos por los autores de este artículo. En el subapartado 5.1 se desarrolla, con cierto detalle, un problema específico, presentado por parte de los autores, utilizando distintas versiones del programas Plaxis. En el apartado 5.2 se comparan los resultados obtenidos con el método de la ecuación integral (Poulos y Davis, 1980) y con programas de Plaxis.

### 4 – BIBLIOGRAFÍA DE AUTORES DEL ENTORNO DE PLAXIS

Tschuchnigg y Schweiger (2013) compararon los resultados obtenidos con un modelo axisimétrico, y con modelos 3D de Plaxis con PV y PE. En todos los casos se utilizó un modelo de suelo HSM. En los pilotes individuales, la influencia del coeficiente de interfaz (ecuaciones 5 y 6) en el asiento en la cabeza del pilote es muy importante, pero en los grupos de pilotes su importancia es significativamente menor. Los asientos globales obtenidos con los tres modelos estuvieron muy próximos, pero la fricción lateral obtenida con el PE suponiendo una distribución constante o multilineal de la resistencia por el fuste límite es bastante diferente.

Tschuchnigg y Schweiger (2015) realizaron un análisis inverso de un ensayo de carga sobre pilotes utilizando PV y PE con la resistencia por el fuste definida como dependiente de los parámetros de la capa. La concordancia de los resultados es aceptable, pero el rendimiento del PE mejora aún más cuando  $K_s$ , se multiplica por un factor de 5. Los mismos autores realizaron un análisis comparativo utilizando PV y PE en un caso publicado de una losa pilotada (Chow y Small, 2008) bajo cargas verticales y horizontales. La distribución de los desplazamientos, fricción lateral y momentos a lo largo del pilote coincidió muy bien con los resultados publicados y el grosor de la malla no tuvo una influencia significativa.

En el PE de Plaxis, las rigideces de la interfaz no pueden ser controladas por el usuario, que solo puede utilizar los valores de referencia. No obstante, estos valores tienen una influencia importante en los resultados. En muchos de los ejemplos presentados en esta validación, la capacidad del PE se define mediante distribuciones de la fricción constantes o trapezoidales tomadas de las pruebas de carga. Esto indica que la fricción lateral fue una entrada y no un resultado del cálculo.

## 5 – RESULTADOS PRESENTADOS POR LOS AUTORES DE ESTE ARTÍCULO

Se van a presentar y comparar aquí tres casos de cálculos realizados con PE y PV. La novedad con respecto a las validaciones del apartado 4 es que los ejemplos no han sido calculados por autores que pertenezcan al entorno de Plaxis. En los tres ejemplos, la fricción final en el fuste se ha definido como dependiente de la capa, por lo que la fricción resultante por el fuste es un resultado del análisis y no una entrada. Finalmente, los cálculos de Plaxis se han realizado con Plaxis 3D AE y Plaxis 3D Foundation v.2, es decir, con versiones relativamente modernas y mejoradas de Plaxis.

### 5.1 – Caso 1: pilote hueco extendido con un micropilote

Cinco pilotes huecos idénticos se introdujeron 12,1 m en el suelo y, posteriormente, se perforó un micropilote, de 8 m de largo, debajo la punta de cada pilote (Fig. 4).

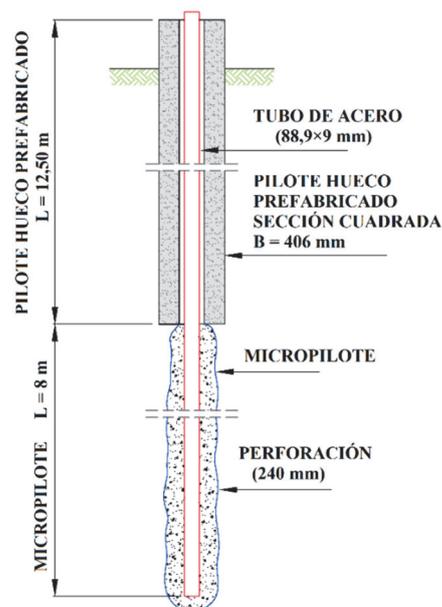
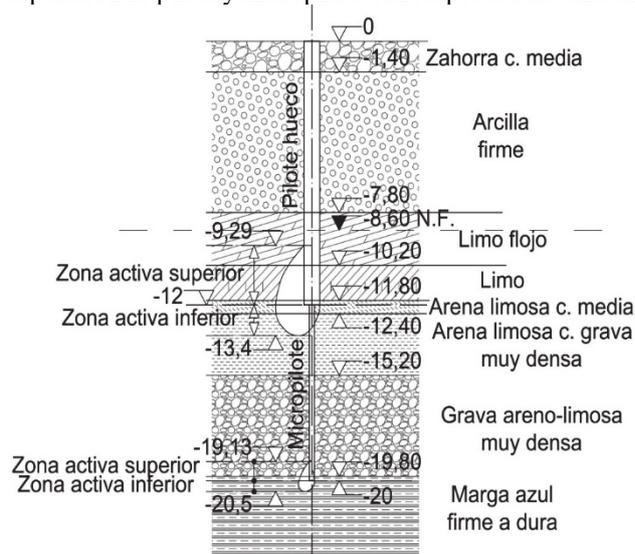


Fig. 4 – Pilote prefabricado y micropilote

La Fig. 5 muestra la posición de pilote y micropilote con respecto a las diferentes capas de suelo.



**Fig. 5** – Perfil del suelo y pilotes (dimensiones en m)

Los parámetros de cálculo de las distintas capas de suelo figuran en la Tabla 1. El modelo de material del suelo elegido fue el HSM (Brinkgreve y Swolfs, 2007; Shanz et al, 1999) debido a su capacidad para modelar los ciclos de carga y descarga mediante la definición de una doble rigidez, más pequeña durante los ciclos de carga primaria ( $E_{50}$ ) y mayor en los procesos de carga-descarga.

Para la rama de descarga y recarga se han tomado los valores que señala por defecto el manual de Plaxis:

$$E_{ur}^{ref} = 3 E_{50}^{ref}$$

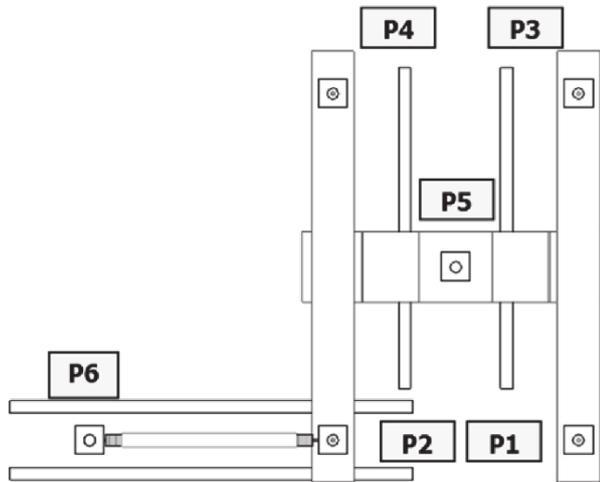
$$\nu_{ur} = 0.2$$

$$R_f = 0.9$$

**Tabla 1** – Parámetros de cálculo de las diferentes capas de suelo en el ejemplo 1 (USCS, sistema de clasificación unificado de suelos; NP, no plástico; c. compactación)

Suelo	Prof. (m)	$N$ (g/30cm)	USC S	$c'$ (kPa)	$\phi'$	$m$	$E_{50}^{ref}$ (MPa)
Zahorra c. media	1,40	13	GM	2	32	0.7	15
Arcilla firme	7,80	19	CH	44	24	1	19
Limo flojo NP	10,2	5	ML	1	30	0.8	18
Limo beige NP	11,8	9	ML	1	30	0.8	18
Arena limosa de c. media NP	12,4	21	SM	1	35	0.9	20
Arena limosa con grava muy densa NP	15,2	81	SM	1	45	0.9	65
Grava areno-limosa NP	19,8	50	GM	1	45	0.5	60
Arcilla margosa azul firme a dura		69	CH	75	21	1	158

La Fig. 6 muestra el diseño del ensayo. Usando un marco rígido, el pilote central P5 se ensayó a compresión y los cuatro pilotes exteriores (P1 a P4), se utilizaron como pilotes de reacción, a tracción. El pilote central (P5) sometido a compresión estaba equipado con bandas extensométricas de fibra óptica, al igual que uno de los pilotes a tracción (P2 en la Fig. 5) que luego se usó para el ensayo de carga horizontal.



**Fig. 6** – Vista en planta del esquema del ensayo de carga

La Tabla 2 muestra la secuencia de la carga de compresión cíclica. La secuencia de carga de tracción fue similar, pero reduciendo las cargas a  $\frac{1}{4}$ . Los detalles de los ensayos y los resultados preliminares han sido descritos por Justo et al. (2016). Sin embargo, los resultados se han mejorado aquí utilizando una mejor malla. Un estudio del mallado se realiza en el caso 2. En el PE los mejores resultados se obtienen con "tamaños de elementos" de suelo algo mayores que el diámetro del pilote. En el PV la influencia del mallado es menos importante y el mejor resultado se obtiene con malla de media a gruesa. Estos consejos se han seguido en este artículo y no se hizo en el del año 2016, lo que ha hecho que el máximo asiento calculado a compresión pase de 30,9 a 23,6 mm, aproximándose, así, mucho más al asiento medido.

**Tabla 2** – Secuencia de la carga a compresión

Fase	Carga (kN)	Fase	Carga (kN)	Fase	Carga (kN)
1	0	7	0	13	3000
2	500	8	500	14	3500
3	1000	9	1000	15	4000
4	1500	10	1500	16	3000
5	2000	11	2000	17	2000
6	1000	12	2500	18	1000
				19	0

### 5.1.1 – Pilote a compresión

Usando el programa Plaxis 3D y el modelo PE, la rotura se produce en la fase 12 (Tabla 2) con una carga de 2500 kN, debido a que este tipo de modelo de pilote no puede reproducir el escalón existente en la unión entre pilote y micropilote. Para el PE, una vez que el pilote cuadrado y el micropilote estén acoplados y activos, la resistencia por la base del pilote se ignora en los cálculos (es decir,  $F_{\max} = 0$ ). Por lo tanto, cuando la carga alcanza un cierto nivel, el pilote no puede sostenerla, lo que provoca un error en el análisis.

Por lo tanto, parece que un PV puede adaptarse mejor a este problema de modelado. La Fig. 7 compara los asientos medidos y calculados en la cabeza del pilote utilizando el PV de Plaxis y una malla gruesa.

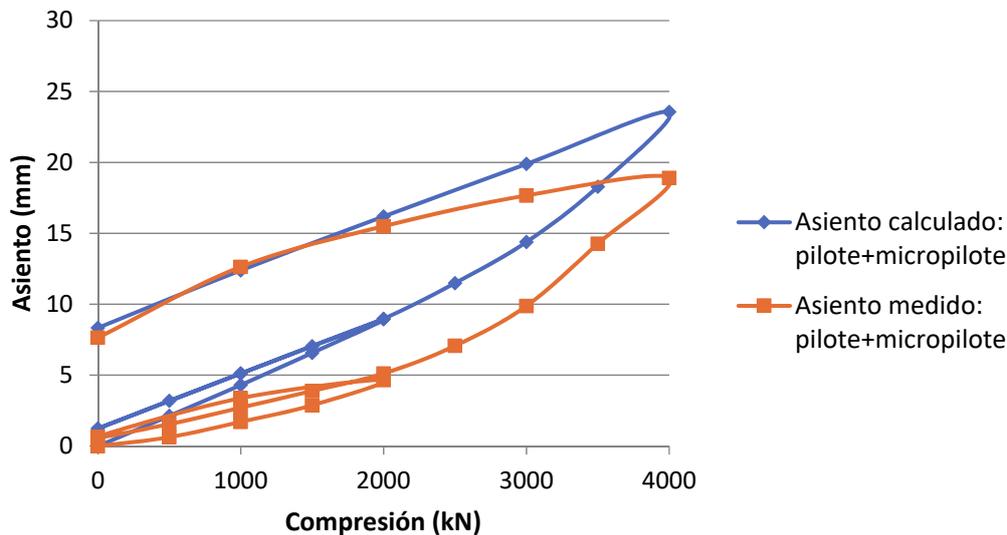


Fig. 7 – Comparación entre los asientos medidos en el cabeza del pilote y los asientos calculados con el PV.

El asiento máximo medido fue de 18,9 mm y el asiento máximo calculado de 23,6 mm. El modelado es aceptable teniendo en cuenta la dificultad de estimar los parámetros de los suelos granulares mediante ensayos de penetración dinámica y presiométricos, como se ha hecho con las capas arenosas de la Tabla 1. También hubo un acuerdo aceptable entre la distribución de fuerzas calculada y medida a lo largo del pilote (Fig. 8). La Fig. 9 muestra los esfuerzos cortantes en dirección vertical; los medidos a lo largo del eje son mayores que los calculados con el PV, lo que explica que los asientos medidos sean más pequeños.

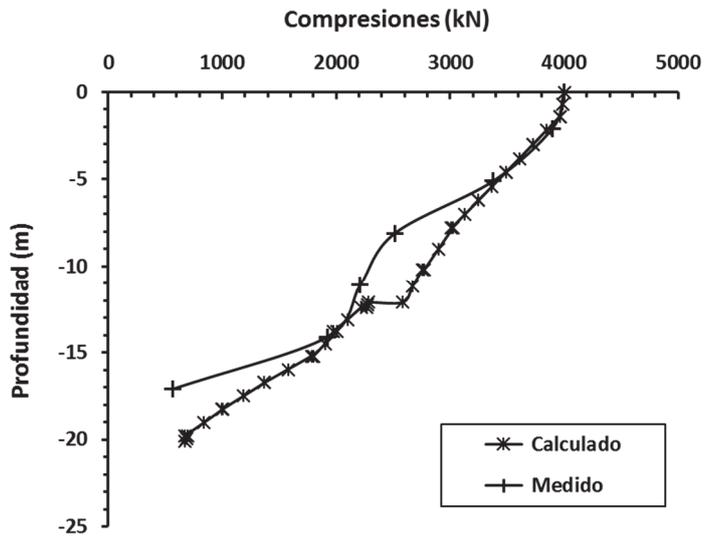


Fig. 8 – Fuerzas a lo largo del pilote sometido a compresión

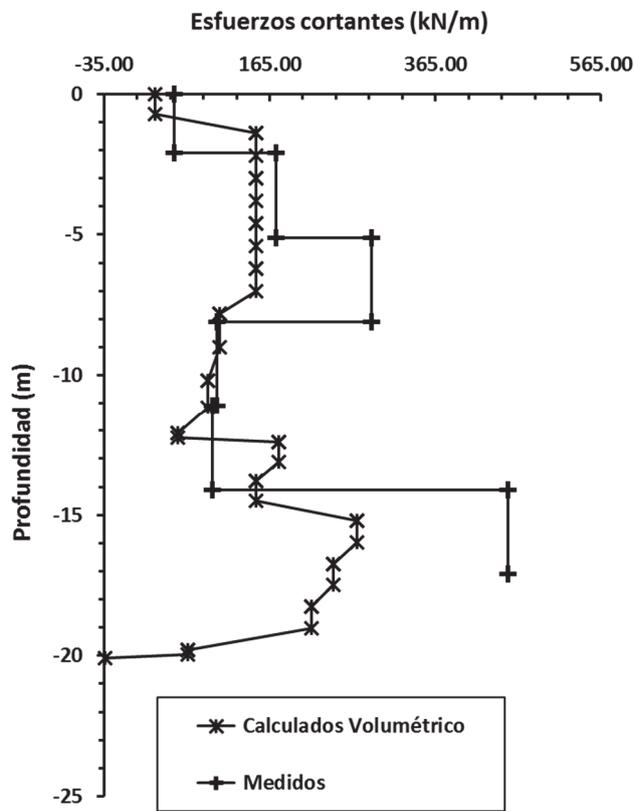
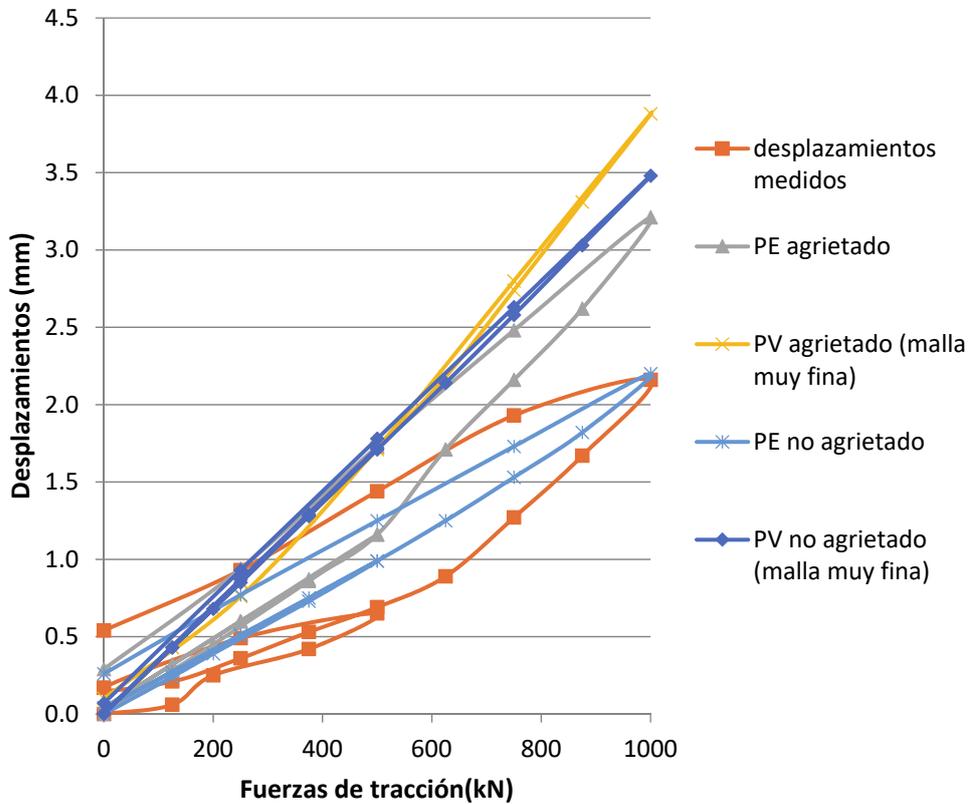


Fig. 9 – Esfuerzos cortantes en dirección vertical

### 5.1.2 – Pilote a tracción

Las medidas en los dos sensores superiores y las observaciones (Justo et al., 2016) indicaron que los 7 m superiores del pilote sufrieron agrietamiento. El agrietamiento de los pilotes en el ensayo de carga de tracción se simuló como una disminución en la sección de  $0,115 \text{ m}^2$  desde la cabeza hasta los 2,50 m de profundidad de  $0,05 \text{ m}^2$  hasta los 5,50 m de profundidad. El agrietamiento se produjo cuando la carga de tracción aumentó desde 500 a 625 kN. La Fig. 10 compara los desplazamientos de tracción medidos y calculados utilizando PV y PE.



**Fig. 10** – Comparación entre los desplazamientos medidos y calculados en cabeza en el pilote+micropilote utilizando PV y PE en ensayos de tracción.

El PE se adapta mejor a los desplazamientos medidos, que se exceden al usar el PV. La Fig. 11 compara la distribución de esfuerzos calculados y medidos a lo largo del pilote. El diagrama muestra que los esfuerzos de tracción medidos a lo largo del pilote son algo menores que los calculados en el PE. Los mayores esfuerzos cortantes son los calculados con el PV.

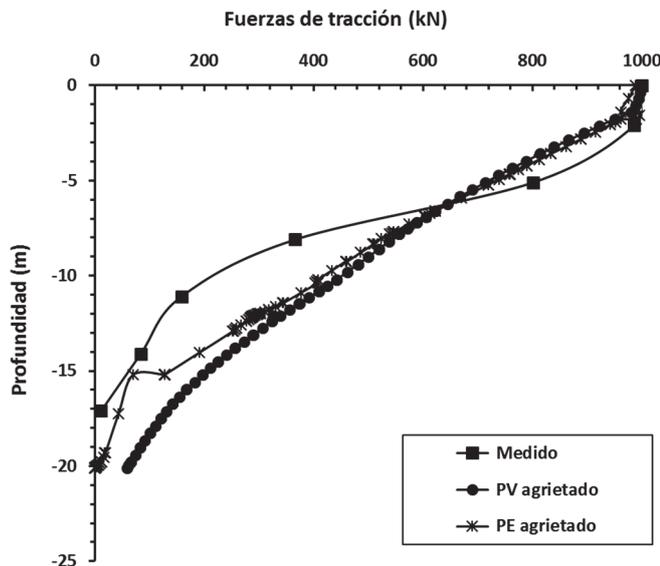


Fig. 11 – Esfuerzos a lo largo del pilote a tracción

### 5.1.3 – Pilotes bajo carga lateral

El micropilote se inyectó debajo del pilote P2, pero no debajo del P6, que cumplía la función de pilote de reacción en el ensayo de carga vertical (Fig. 6). Ambos pilotes fueron instrumentados, lo que permite comparar los resultados del pilote hueco, con y sin micropilote. La Fig.12 compara los desplazamientos laterales medidos y calculados para el pilote + micropilote P2 sometido a carga lateral.

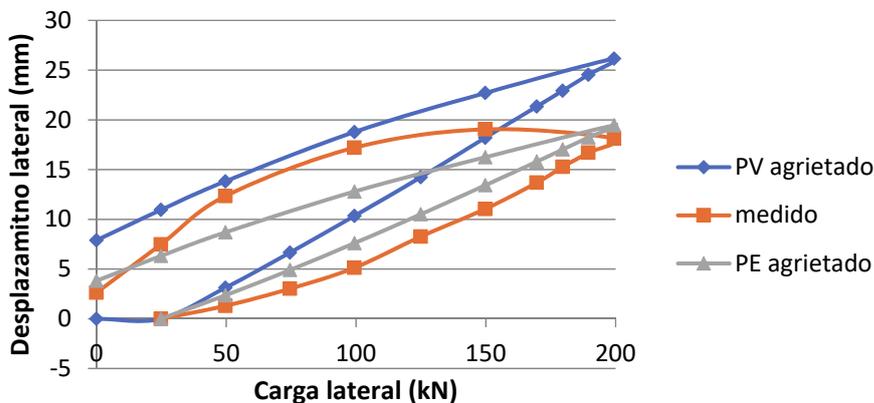


Fig. 12 – Desplazamiento del pilote+micropilote agrietado, bajo carga lateral.

El desplazamiento máximo calculado con el PE casi coincide con el desplazamiento máximo medido, que a su vez es algo más bajo que el calculado con el PV. En el pilote P6 (Fig. 13) el desplazamiento medido es mayor que el calculado con el PE y menor que el calculado con el PV.

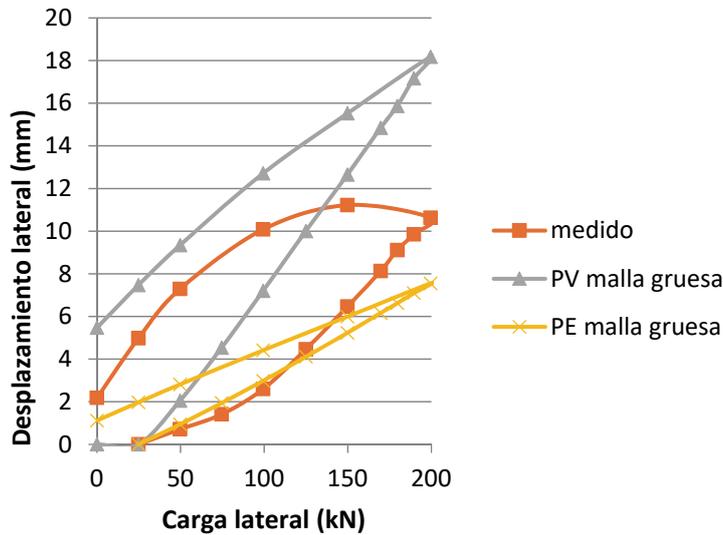


Fig. 13 – Desplazamiento del pilote aislado, no agrietado, bajo carga lateral

El desplazamiento medido es algo inferior en el pilote aislado P6 que en el pilote + micropilote P2, porque el pilote P2 se agrietó durante el ensayo de tracción anterior.

Los momentos flectores calculados (Fig. 14) son nulos por debajo de 6 m en todos los casos. En la parte superior, el flector es menor en el PE. Es lógico que los momentos en el pilote aislado (P6) sean algo mayores, ya que este pilote no sufrió tracciones y no se fisuró.

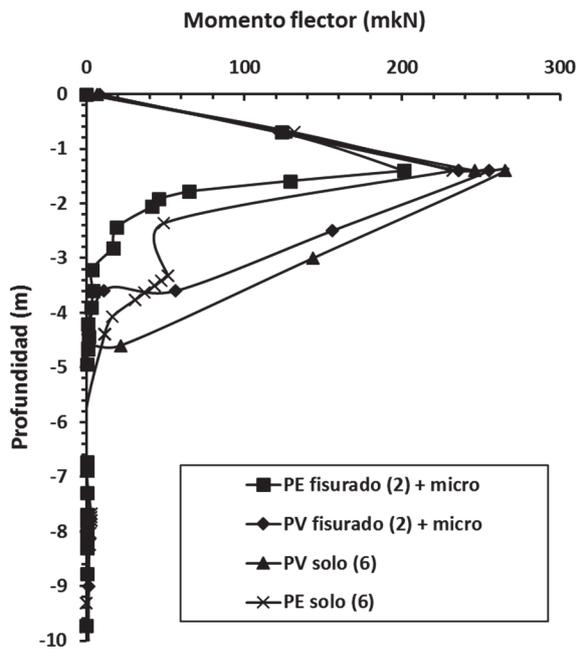


Fig. 14 – Momentos flectores en PV y PE, fisurados y sin fisurar.

## 5.2 – Caso 2: comparación con el método de la ecuación integral en un pilote individual

Poulos y Davis (1968) resolvieron el problema de un pilote incompresible sujeto a una carga axial, en un suelo lineal elástico, utilizando el método de la ecuación integral. Su solución ha sido comparada con la obtenida con PV y PE de Plaxis, utilizando diferentes densidades de malla y profundidad de suelo. Los datos para el pilote elegido se indican en la Tabla 3.

**Tabla 3** – Datos de entrada

	<i>E</i> (kPa)	<i>v</i>	Longitud (m)	Anchura o diámetro (m)
Suelo	104	0.499		
Dimensiones en planta			15	15
Pilote	1010	0.45	25	1

*E*= módulo de Elasticidad      *v* = coeficiente de Poisson

La malla se ha cambiado de muy gruesa a muy fina y la profundidad del suelo se ha cambiado de 35 a 200 m. Los resultados se resumen en la Tabla 4.

Podría suponerse que la solución de Poulos y Davis (1968) es bastante exacta en un suelo lineal elástico. En el PV, el asiento se acerca al de Poulos y Davis con un aumento en la profundidad del suelo. Parece que una distribución gruesa de elementos horizontales y una malla de distribución media de elementos verticales mejora los resultados de una malla muy gruesa, gruesa o muy fina, pero, en cualquier caso, los resultados no son demasiado sensibles a la malla.

Se ha introducido un nuevo parámetro en la Tabla 4 para el PE: el "tamaño del elemento". En este caso particular, al usar una malla muy gruesa, gruesa, media o incluso fina con una profundidad de 200 m, el "tamaño del elemento" es mucho mayor que el diámetro del pilote y eso podría explicar por qué los asientos son tan pequeños. Parece que los mejores resultados se obtienen con tamaños

**Tabla 4** – Comparación entre las soluciones de Plaxis y de Poulos y Davis (1968)

Pilote	Malla	Prof. del suelo (m)	Tamaño del elemento (m)	Asiento (mm)
PE (Plaxis 3D AE)	Muy gruesa	35	4.1	4,0
	Gruesa	200	15,1	1,9
	Media	200	10,1	2,7
	Fina	200	7,0	2,6
	Fina	35	1,4	7,2
	Muy fina	50	1,4	7,8
	Muy fina	75	1,9	7,3
	Muy fina	200	5,0	4,0
PV (Plaxis 3D Foundation)	G(H) a M (V)	35		7,9
	G(H) a M (V)	50		8,9
	G(H) a M (V)	75		9,4
	Muy gruesa	200		9,0
	Gruesa	200		8,9
	G(H) a M (V)	200		10,1
	Muy fina	200		9,6
Poulos y Davis (1968)				11,9

G(H) a M (V) = gruesa en sentido horizontal a media en sentido vertical

de elementos algo mayores que el diámetro del pilote, y parece que, para alcanzar este resultado, es necesario usar una malla fina para una profundidad de 35 m o una malla muy fina para profundidades mayores (50 y 75 m) y así se obtienen asientos mayores, más cercanos a la solución de Poulos y Davis; para una profundidad de 200 m, el "tamaño del elemento" vuelve a ser muy grande, incluso con una malla muy fina y, de nuevo, los asientos son demasiado bajos. Los resultados de la Tabla indican como, en algunos casos, los métodos de EF son solo aproximados y el cuidado que hay que prestar al mallado.

## 6 – CONCLUSIONES

Del análisis realizado por los autores en los ejemplos presentados anteriormente, se han deducido las siguientes conclusiones:

1. En todos los métodos de modelización de pilotes estudiados se observa una importante influencia de la malla en los resultados, por lo que es recomendable controlar este parámetro adecuadamente, según cada caso (apartados 1.2, 4, 5.1, 5.11, 5.12, 5.13, y 5.2).

2. En el caso del PV, para el cálculo de asientos, la malla puede variar de gruesa a muy fina, pero para obtener una buena precisión en los valores de los esfuerzos cortantes y los momentos flectores bajo carga lateral, es mejor usar una malla fina a muy fina (apartados 1.2, 4, 5.1, 5.11, 5.1.3, y 5.2).

3. Para los PE, el punto importante es que el tamaño promedio del elemento no debe ser mucho mayor que el diámetro equivalente del pilote (apartado 5.2).

4. Un PV puede reproducir el escalón producido por un cambio en la sección del pilote, pero eso no es posible con un PE (apartado 5.1.1).

5. Ambos tipos de pilotes encajan de manera aceptable en el desplazamiento medido en pilotes sujetos a tracción o fuerzas laterales, pero el acuerdo es mejor con el PE. Lo mismo puede decirse de la distribución de esfuerzos a lo largo del pilote (apartado 5.1.2).

6. En algunas losas pilotadas con pilotes próximos, a menudo no es posible usar PV porque estarán demasiado cerca para establecer una malla adecuada. Si se debe considerar un gran número de pilotes, el número de elementos en el sistema se reduce significativamente en los modelos EF, utilizando PE en lugar de PV (Tschunigg y Schweigger, 2013 y 2015).

## 7 – REFERENCIAS

- Brinkgreve, R.B.J.; Swolfs, W.M. (2007). *Plaxis 3D Foundation. Version 2*. Plaxis BV, Delft, Holanda.
- Brinkgreve, R.B.J.; Kumarswamy, S.; Swolfs, W.M. (2015). *PLAXIS 3D Anniversary Edition*. Plaxis BV, Delft, Holanda.
- Brinkgreve, R.B.J.; Kumarswamy, S.; Swolfs, W.M. (2018). *PLAXIS 2018*. Plaxis BV, Delft, Holanda.
- Chow, H.; Small, J. (2008). *Case histories for piled rafts*. Proceedings BGA International Conference on Foundations. Dundee, pp. 451-62.
- Documento básico SE-C (2006). *Seguridad estructural. Cimientos*. Real decreto 314/2006 de 17 de marzo por el que se aprueba el Código Técnico de la Edificación (BOE 28 de marzo de 2006).
- Engin, H.K.; Septanika, E.G.; Brinkgreve, R.B.J. (2007). *Improved embedded beam elements for the modelling of piles*. En: Pietruszczak, Pande, editores. Proceedings of the 10th international symposium on numerical models in geomechanics (NUMOG). Rhodes, Greece, London: Taylor – Francis Group, p. 475-80.

- Jiménez Salas, J.A.; Justo, J.L.; Serrano, A. (1981). *Geotecnia y Cimientos II. Mecánica del suelo y de las Rocas*. Dossat, Madrid.
- Justo, J.L.; Arcos, J.L.; Justo, E.; Gil, R.; Vázquez-Boza, M.; Martín, F.; Durand, P. (2016). *A hollow pile extended with a micro-pile: tests and modelling*. Proceedings Institution Civil Engineers-Geotechnical Engineering; 43:174-185.
- Kondner, R. L.; Zelasko, J. S. (1963). *A hyperbolic stress-strain formulation of sands*. Proceedings of the 2nd Pan American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering., Brazilian Association of Soil Mechanics, Sao Paulo, Brazil, pp. 289–324.
- Kratos (2012). Página web, noviembre de 2012. <http://www.cimne.com/kratos/>.
- Ninic', J.; Stascheit. J.; Meschke., G. (2014). *Beam-solid contact formulation for finite element analysis of pile-soil interaction with arbitrary discretization*. International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 38, pp.1453–1476.
- Poulos, H.G.; Davis, E.H. (1968). The settlement behaviour of single axially loaded incompressible piles and piers. *Géotechnique*; 18, N° 3, pp. 351-71.
- Poulos, H.G.; Davis, E.H. (1980). *Pile Foundation Analysis and Design*. John Wiley and Sons, NY.
- Randolph, M.F. (1981). *The response of flexible piles to lateral loading*. *Geotechnique*; 31, N° 2, pp. 247-259.
- Reese, L.C.; Welch, R.C. (1975). *Lateral Loading of deep foundations in stiff clay*. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 101, N° 7, 633-649.
- Sadek, M.; Sharour, I. (2004). *A three dimensional embedded beam element for reinforced geomaterials*. International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 28, pp. 931-946.
- Shanz, T.; Vermeer, P.A.; Bonnier, P.G. (1999). *The hardening-soil model: formulation and verification*. En: Brinkgreve, editor. Beyond 2000 in Computational Geotechnics: Ten Years of PLAXIS International. Balkema, Rotterdam, The Netherlands, pp. 281-290.
- Tschuchnigg, F.; Schweiger, H.F. (2013). *Comparison of deep foundation systems using 3D finite element analysis employing different modelling techniques*. Geotechnical Engineering. Journal of the SEAGS and AGSSEA, 44, N° 3, pp. 40-46.
- Tschuchnigg, F.; Schweiger, H.F. (2015). *The embedded pile concept-Verification of an efficient tool for modelling complex deep foundations*. Computers and Geotechnics, 63, pp. 244-254.
- Turello, D.F.; Pinto, F.; Sánchez, P.J. (2016). *Embedded beam element with interaction surface for lateral loading of piles*. International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 40: pp. 568-582.
- Turello, D.F.; Pinto, F.; Sánchez, P.J. (2017). *Three dimensional elasto-plastic interface for embedded beam elements with interaction surface for the analysis of lateral loading of piles*. International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 41, N° 6, pp. 859-879.
- Turello D.F.; Pinto, F.; Sánchez, P.J. (2019). *Analysis of lateral loading of pile groups using embedded beam elements with interaction surface* International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 43, N° 1, pp. 272-292.