

Capítulo 17. El modelo MTSK desde la perspectiva del profesor de Educación Infantil: foco en el dominio matemático

M. Cinta Muñoz-Catalán (1), Nuria Joglar-Prieto (2), Mónica Ramírez (2,3), Myriam Codes (4)

(1) Universidad de Sevilla, (2) Universidad Complutense de Madrid, (3) Universidad La Salle, (4) Universidad de Huelva

Introducción

La investigación sobre el conocimiento profesional del profesor de infantil respecto de la enseñanza de las matemáticas se encuentra aún en una etapa muy incipiente. Los modelos teóricos existentes, construidos sobre la base del conocimiento del profesorado de Educación Primaria y Secundaria principalmente, parten del trabajo de Shulman (1986), quien introdujo la distinción entre conocimiento de la materia (SMK) y conocimiento didáctico del contenido (PCK), entendiendo este último dominio como una amalgama entre contenido y pedagogía. Los escasos estudios centrados en el profesor de Infantil en relación con las matemáticas ponen el foco en aspectos relacionados con el PCK (e.g. Lee, 2010; Lee, 2017; McCray y Chen, 2012), destacando su papel decisivo en la calidad de la enseñanza y en el aprendizaje de los alumnos, posiblemente basados en la consideración de que este dominio marca la diferencia entre el especialista en contenido y el pedagogo.

En la exhaustiva revisión que Rollnick y Mavhunga (2016) realizan sobre el SMK y su papel en la formación del profesorado, centran su reflexión en el de primaria y secundaria, sin referencia alguna al de Infantil. El trabajo de Oppermann *et al.* (2016) parece una excepción a este respecto, abogando por considerar el conocimiento de la propia Matemática como elemento necesario para la construcción de un adecuado PCK del profesorado de infantil.

El trabajo que en el grupo venimos realizando sobre el conocimiento del profesor de infantil lo abordamos desde la óptica del modelo MTSK (Carrillo *et al.* 2018) por varios motivos. Por un lado, porque otros modelos, como el MKT (Ball *et al.*, 2008), están condicionados por el enfoque pedagógico adoptado para la etapa en un determinado contexto educativo; habiéndose mostrado no adecuado, por ejemplo, para aplicarlo sobre la práctica de docentes que trabajan con una pedagogía de naturaleza social como ocurre en Noruega (Mosvold *et al.*, 2011). Además, nuestro posicionamiento interpretativo a la hora de abordar el conocimiento del profesor de infantil, la consideración de que la especificidad del conocimiento del profesor afecta tanto al SMK como al PCK y no solo a un subdominio (Carrillo *et al.*, 2018), junto con el papel que las concepciones (sobre la matemática y su enseñanza y aprendizaje) y sus relaciones con los otros subdominios pueden tener en la comprensión de la práctica en esta etapa

educativa, refuerzan la idoneidad de utilizarlo como modelo analítico para comprender el conocimiento profesional del profesor de infantil.

Nuestras investigaciones, que integran tanto dominios del contenido matemático como del PCK, se han desarrollado con un doble objetivo. Por un lado, han tratado de comprender y caracterizar el conocimiento del profesor de infantil, tanto considerando las Matemáticas en su conjunto (Muñoz-Catalán, Joglar, Ramírez y Liñán, 2019), como en relación con determinados tópicos matemáticos. Por ejemplo, el caso de la resta (Muñoz-Catalán *et al.*, 2017), la descomposición numérica y los cuerpos geométricos (Muñoz-Catalán, Joglar *et al.*, 2019; Escudero *et al.*, 2021), el Álgebra (Muñoz-Catalán *et al.*, 2021) o la medida de la magnitud longitud (Ramírez-García *et al.*, en prensa). Además, se ha abordado tanto desde una perspectiva teórica, como con profesorado en activo. En ellas se ha puesto de relieve la densidad y especificidad del conocimiento matemático que este profesional necesita. Por otro lado, han pretendido contribuir al desarrollo del propio modelo teórico para que se convierta en una herramienta útil para comprender el conocimiento de este profesional.

En este capítulo pretendemos compartir los avances logrados sobre la caracterización del modelo MTSK en relación con el conocimiento del profesor de Educación Infantil. En particular, mostramos una mirada crítica y constructiva del dominio del Conocimiento Matemático (MK), por ser el dominio en el que hemos encontrado mayores dificultades en los procesos de análisis, con la finalidad de contribuir a que su caracterización permita captar la especificidad del conocimiento especializado de este profesor.

Comenzamos el capítulo mostrando una caracterización del profesor de Educación Infantil respecto de la enseñanza de las matemáticas, haciendo referencia a su formación docente en el contexto español y a nuestro posicionamiento sobre los rasgos claves de las matemáticas en esta etapa educativa. Creemos puede ayudar a comprender mejor las consideraciones que planteamos sobre el modelo. A continuación, respondemos al objetivo de este capítulo mostrando una revisión crítica de la caracterización de los subdominios del MK respecto de la propuesta consensuada de MTSK (Carrillo *et al.*, 2018), planteando propuestas de concreción. Para ilustrar la pertinencia de esta propuesta para comprender la especificidad del conocimiento de este profesional, presentamos el análisis del conocimiento especializado de una profesora con relación a la enseñanza de la identificación de variables y sus valores como paso previo a la clasificación. Cerramos el capítulo con unas consideraciones finales.

El profesor de Educación Infantil y la enseñanza de las matemáticas: perfil y posicionamiento

El profesor de infantil es un profesor generalista, encargado de desarrollar todas las áreas del currículo. Para este profesional, el alumnado no es solo aprendiz de conocimientos curriculares, sino que lo concibe de una manera holística y vela por su desarrollo integral. Los conocimientos psicopedagógicos generales poseen un gran peso en su formación inicial, siendo escasa su formación en contenidos matemáticos y didáctico-matemáticos (Alsina, 2020; Gasteiger *et al.*, 2019). Este enfoque generalista se ve reforzado por el modo en que está organizado el currículo español, el cual aparece estructurado en

tres áreas (*conocimiento de sí mismo y autonomía personal, conocimiento del entorno y lenguaje: comunicación y representación*). Las distintas áreas de conocimiento se configuran en la urdimbre del mismo, aunque no siempre sea obvio para el profesor identificar a cuál de las tres áreas contribuyen las Matemáticas y cómo lo hacen, cuáles son los contenidos matemáticos que se deben trabajar en esta etapa, cómo secuenciarlos por ciclos y cursos y con qué enfoque deben ser trabajados.

No se puede entender al profesor, si no se conoce al alumnado con el que trabaja. El alumnado de Infantil están en una etapa madurativa que condiciona de manera decisiva su labor profesional. En ella, se inicia en el desarrollo del lenguaje y el aprendizaje de términos para nombrar los conceptos nuevos; posee una capacidad limitada para mantener la atención y concentración, así como de autorregulación biológica; necesita manipular e interactuar con objetos como modo de favorecer y potenciar su pensamiento, dado que su razonamiento posee rasgos propios pre-lógicos. En la cara opuesta de la moneda, es un alumnado libre, no condicionado por las normas implícitas y explícitas de las dinámicas escolares. La investigación ha revelado que cuando se le facilita el trabajo en entornos matemáticamente significativos y retadores, en un clima de rigor, indagación y profundización, es capaz de realizar un trabajo matemático de alto nivel, con rasgos propios del pensamiento abstracto de las matemáticas (anticipando futuros eventos, prediciendo resultados y pensando en términos condicionales) (Greenes, Ginsburg y Balfanz, 2004).

Aunque las matemáticas escolares disten de las matemáticas formales, uno de sus cometidos principales debe ser promover el desarrollo de una forma de pensamiento que le permita organizar y comprender la realidad que le rodea, tanto como usuario de la misma como constructor de conocimiento matemático. Esta manera de concebir las matemáticas escolares y el alumnado de infantil con respecto al aprendizaje de matemáticas tiene implicaciones particulares sobre el papel del profesor y, por tanto, sobre su conocimiento especializado para enseñarlas.

Nuestro posicionamiento sobre los retos a los que debe responder este profesional lo expresamos en Muñoz-Catalán (2018) y seleccionamos los tres que consideramos más significativos. Por un lado, considerando que los niños perciben las situaciones de manera diferente a como lo hacen los adultos, el profesorado debe conocer cómo procesan los contenidos de aprendizaje, las dificultades con las que suelen encontrarse, así como interpretar adecuadamente lo que los alumnos hacen y piensan. Por otro lado, puesto que el alumnado actúa en su mundo con todo su ser y de una manera holística, no parcelada por áreas de conocimiento, este profesional debe crear entornos de aprendizaje respetuosos con su alumnado. Esto supone revestir las experiencias con un enfoque lúdico y manipulativo, pero siendo muy conscientes tanto del conocimiento matemático como del desarrollo intelectual, social, emocional y físico que desea promover. El tercer reto tiene que ver con el hecho de que, a pesar de la aparente sencillez de los contenidos de la etapa, el profesor debe ser un profesional que sepa identificar con rigor los cimientos del edificio matemático y, por tanto, su conocimiento debe trascender los propios de la etapa. Esto supone también visualizar los contenidos elementales desde una perspectiva matemática avanzada (Klein, 1914, 1945), conocedor de que lo que se aprende en esta edad temprana se reflejará en

la comprensión posterior que el alumnado construya de los principales conceptos matemáticos (Pitta-Pantazi y Christou, 2011).

Nuestra experiencia trabajando en contextos de desarrollo profesional con profesor de infantil pone de relieve que, en general, comparte una necesidad de mejorar su enseñanza de las Matemáticas. Su práctica cotidiana le lleva a ser consciente de las carencias que tiene y su conocimiento especializado suele ser producto de su reflexión personal e intuición. Llama la atención la importancia que le otorga a un uso preciso y riguroso del lenguaje en la clase (Escudero *et al.*, 2021), aunque manifiesta una limitada capacidad para la formalización, en coherencia con la formación inicial recibida (Gasteiger *et al.*, 2019). En el diseño de las actividades, comienza poniendo énfasis en buscar contextos significativos que ayuden a los niños a entrar en la actividad y a potenciar su pensamiento matemático. También cobra mucho peso la atención a cuestiones biológicas y al uso de juguetes y colores como modo de captar su atención (Ramírez-García *et al.*, en prensa).

Consideramos que la caracterización del modelo MTSK adaptada a este profesional debe permitir capturar estos matices que acabamos de reflejar.

El modelo MTSK para el profesor de Educación Infantil con foco en el *Mathematical Knowledge*

En todos nuestros estudios (indicados al comienzo del capítulo) hemos puesto de relieve que el modelo MTSK (Carrillo *et al.*, 2018) se ha mostrado útil para comprender el conocimiento especializado del profesorado de infantil respecto de la enseñanza de las matemáticas. Sin embargo, la caracterización de algunos subdominios o categorías existentes parece limitada para identificar y expresar aspectos idiosincrásicos del conocimiento de este profesional. Esta limitación es más recurrente en los subdominios del dominio del MK que en los del PCK, por lo que hemos decidido en este capítulo centrar nuestra reflexión en los primeros. No abordaremos el dominio de las concepciones en este trabajo.

En contra de lo que cabría esperar por la aparente sencillez de las matemáticas de la etapa, el profesorado de Educación Infantil requiere un sólido MK que, además, es específico del nivel educativo (e.g. Muñoz-Catalán *et al.*, 2017; Muñoz-Catalán, Joglar *et al.*, 2019; Muñoz-Catalán *et al.*, 2021). A continuación, presentamos una discusión de la caracterización de los subdominios, cuestionando la utilidad de las categorías en la comprensión del conocimiento del profesor de esta etapa y proponiendo posibles modos de avanzar en su caracterización para su adaptación a la etapa de Educación Infantil.

Conocimiento de los temas (KoT)

Este subdominio *describe qué y de qué manera el profesor conoce los temas que enseña* (Carrillo *et al.*, 2018, p.7). Desde el modelo MTSK se asume que el profesor debe conocer los contenidos matemáticos y sus significados de manera fundamentada, por lo que este subdominio integra el conocimiento que quiere que aprenda el alumno con un nivel de profundización mayor. La caracterización del subdominio y las categorías definidas (procedimientos; definiciones, propiedades y sus fundamentos; registros de representación; fenomenología y aplicaciones) se han mostrado adecuadas para analizar el conocimiento

del profesor de infantil (e.g. Muñoz-Catalán, Joglar *et al.*, 2019; Muñoz-Catalán *et al.*, 2021; Ramírez-García *et al.*, en prensa).

No obstante, en la comprensión del conocimiento de este profesional parece cobrar un papel especial describir *el cómo conoce* los temas que enseña frente al *qué conoce*. El conocimiento es contextualizado (Llinares, 1994); así, lo que conoce y el modo en que conoce el profesor el contenido matemático está condicionado por la etapa educativa en la que trabaja y el modo en que lo aborda en clase. Por este motivo, en la etapa de Educación Infantil, en la que habitualmente el profesor prescinde del aparataje simbólico y formal que acompaña a los contenidos matemáticos en etapas posteriores, la comprensión del conocimiento especializado del profesor desde este subdominio debe poner el acento en cómo caracteriza la esencia matemática de los contenidos que trabaja, qué rasgos valora como definitorios y cuáles como accesorios, y qué sabe sobre el papel que juegan en la construcción del propio concepto matemático.

Así, un profesor que pretenda que el alumnado se inicie en la clasificación de cuerpos geométricos, mostraría conocimiento especializado si considerara las siguientes variables y sus valores como criterios de clasificación: *tener o no una punta significativa* (que integra al cono y a las pirámides) o *rodar o no rodar* (que puede dar lugar a la diferenciación entre cuerpos redondos y poliedros). Ninguno de ellos son criterios formales y matemáticamente son discutibles, pero la selección de esos criterios puede venir determinada por el rol que le atribuye en la génesis del conocimiento de este contenido matemático. Todos estos aspectos tienen que ver con *cómo conoce* un determinado tema. Por el contrario, consideramos que sería insuficiente identificar como KoT saber que las caras de los prismas de base cuadrada son cuadrados y rectángulos, o saber recitar la secuencia numérica porque por sí mismo no da cuenta de la especificidad de su conocimiento para la enseñanza. Aunque no se había hecho explícita, esta convicción está presente en nuestros trabajos (e.g. Escudero *et al.*, 2021; Muñoz-Catalán, Joglar *et al.*, 2019).

En los análisis realizados, citados anteriormente, las categorías *definiciones, propiedades y fundamentos y registros de representación* parecen cobrar mucho peso en esta etapa. En relación con la primera, el conocimiento formal de los temas es un conocimiento demandado por el propio profesorado pues considera que sus carencias limitan sus estrategias y recursos de enseñanza al sentirse inseguro para tratar con rigor los conceptos y procesos matemáticos que implementa (Muñoz-Catalán, Joglar-Prieto *et al.*, 2019; Ramírez-García *et al.*, en prensa).

En cuanto a la segunda, es habitual que usen en una misma situación de enseñanza varios registros de representación incluso en paralelo, utilizándolos como recursos de enseñanza y potenciando la conversión entre ellos, de ahí su directa vinculación con el dominio KMT (Joglar-Prieto y Ramírez-García, 2018; Muñoz-Catalán *et al.*, 2021; Muñoz-Catalán, Joglar *et al.*, 2019). Para identificar los sistemas de representación nos basamos en una adaptación del *modelo de traslaciones entre múltiples*

representaciones (Lesh *et al.*, 1987) para el caso de las matemáticas, que presentamos en Muñoz-Catalán (2018). En esta adaptación, se identifican 5 sistemas de representación: *modelos manipulativos*, *gráficos*, *situaciones reales*, *lenguaje verbal* y *símbolo matemático*. El modelo inicialmente diferenciaba entre los sistemas de representación “símbolo escrito” y “símbolo hablado”, incluyendo en el primero tanto los símbolos matemáticos como lingüísticos. Como en Infantil, por un lado, se inicia con el desarrollo del lenguaje oral, estando el lenguaje escrito supeditado al desarrollo psicomotor, y, por otro lado, se debe potenciar la capacidad de designación simbólica, para que vayan otorgando significado a los primeros signos numéricos y operatorios (Vecino, 2005), consideramos que era pertinente sustituirlos por los sistemas de *lenguaje verbal* (incluyendo el oral y escrito) y *símbolo matemático*. Los otros tres sistemas (*modelos manipulativos*, *gráficos* y *situaciones reales*) permanecen como en el modelo original.

En nuestros análisis, esta categoría es muy frecuente porque todo el profesorado informante despliega una variedad de registros de representación potenciando las conversiones entre ellos (e.g. Joglar-Prieto y Ramírez-García, 2018; Muñoz-Catalán, Joglar *et al.*, 2019; Muñoz-Catalán *et al.*, 2021) mostrándose como una categoría que capta un aspecto idiosincrásico de este profesorado. De todos los sistemas de representación, los que suelen usar para hacer tangibles las ideas matemáticas y potenciar el pensamiento y la comunicación son el de *modelos manipulativos*, el *lenguaje verbal* y *situaciones reales*. Este último registro es muy característico de esta etapa, pues el profesorado lo usa como vehículo para trabajar los contenidos matemáticos y hacer que estos emerjan como herramientas que le permite comprender al alumnado su mundo.

Las categorías *fenomenología* y *procedimientos* poseen rasgos parecidos a lo descrito anteriormente, aunque su presencia ha sido menor en los casos estudiados hasta el momento. En muchas ocasiones, el conocimiento que tiene el profesorado de las situaciones que dan sentido a un tema matemático (fenomenología) se usa para adaptarlas y transformarla en situaciones reales (registro de representación) que actúan de detonante de la actividad matemática del aula. Así, ambas categorías (fenomenología y registro de representación) aparecen relacionadas.

Conocimiento de la estructura matemática (KSM)

En este subdominio se contemplan cuatro tipos de conexiones: *conexiones de complejización*, *de simplificación*, *transversales* y *auxiliares*. Quizás porque la etapa de Infantil se encuentra al principio del proceso de enseñanza y aprendizaje, nos ha resultado más operativo considerar conjuntamente *las conexiones de simplificación y complejización* en una única categoría. Estas permiten, respectivamente, comprender y desarrollar conceptos avanzados desde una perspectiva elemental y conceptos elementales desde una perspectiva avanzada. Siempre hemos considerado que esta conexión debería jugar un papel importante en la caracterización del conocimiento de este profesional, aunque no haya sido fácil

identificarlo en los estudios cuyo foco ha sido el conocimiento movilizado por el profesorado de infantil (Muñoz-Catalán, Joglar *et al.*, 2019).

En Muñoz-Catalán *et al.* (2021) pusimos de relieve cómo este tipo de conexión podría ser impulsora y articuladora del conocimiento especializado del profesor. Partiendo de un vídeo de una profesora que trabajaba la descomposición del número natural, analizamos el conocimiento que movilizaba junto al *conocimiento especializado evocado al investigador por las oportunidades* (Liñán *et al.*, en prensa). La identificación de ambos tipos de conocimientos nos permitió reflexionar sobre el conocimiento especializado que sería necesario para abordar este contenido adoptando un enfoque algebraico como perspectiva avanzada del aritmético. Dicho enfoque podría impulsar el despliegue por parte del profesor de elementos de conocimiento especializado muy específicos de la etapa, orientados a centrar la atención del alumnado en propiedades de las operaciones como la conmutativa, la asociativa, o la existencia de elemento neutro en el caso de la suma de números naturales y, así, promovería su pensamiento algebraico sobre la base de contenidos aritméticos.

En nuestros trabajos no hemos encontrado evidencias de conexiones *auxiliares* y *transversales*, quizás por la naturaleza de las matemáticas escolares desprovistas de formalismos. Sin embargo, consideramos que el profesorado de esta etapa también dispone de una visión cohesionada de las matemáticas, no solo mediante las conexiones de simplificación y complejización, como se observa en el análisis que se presenta en el apartado siguiente. Una línea interesante de trabajo a este respecto sería indagar qué puede aportar la noción de *Gran Idea* (ver, por ejemplo, Kuntze *et al.*, 2011) en la caracterización de este subdominio para este profesional.

Conocimiento de las prácticas matemáticas (KPM)

Para el buen desempeño profesional del profesor de infantil, conocer cómo se razona y procede para llegar a resultados matemáticos establecidos y cómo se valida es muy importante, como señalan Muñoz-Catalán, Joglar-Prieto *et al.* (2019). Este conocimiento le puede dar pautas tanto para organizar el diseño instruccional, como para gestionar el desarrollo del trabajo matemático en el aula. La caracterización de este subdominio para esta etapa debe considerar, por un lado, que el conocimiento del profesor está ligado a las matemáticas que desarrolla en su clase y, por otro lado, que es una etapa generadora de los cimientos del conocimiento y razonamiento matemático. Por ejemplo, no formaría parte de su práctica habitual construir con su alumnado una definición de triángulo matemáticamente válida y precisa, pero sí ayudarle a que identifique sus elementos significativos, por la visión global que el alumnado posee en esta etapa, que le permita diferenciarlo de otros polígonos. Así, el profesor podrá mostrar triángulos diferentes, junto con otros polígonos, para que, mediante la *comparación* entre las diferentes figuras, observe qué comparten los triángulos entre sí, y qué los diferencian de las demás figuras. La *identificación* de atributos sería el primer paso para construir en un futuro una definición de triángulo.

Desde la perspectiva del *Pensamiento Matemático Avanzado* (Tall, 1991), ligada a las matemáticas formales, podría cuestionarse si *comparar* o *identificar* son prácticas matemáticas, lo que tiene inevitablemente repercusiones en cómo identificar elementos de este subdominio para este profesional. Aunque dichas prácticas deban ser el referente para caracterizar el KPM de modo que sea útil para capturar la particularidad del conocimiento de este profesional, consideramos necesario desarrollar una nueva mirada sobre las prácticas matemáticas en el aula de Infantil que permita concebirlas como formas de promover el conocimiento matemático. Así, hemos introducido el indicador *formas de génesis epistemológica*¹ para recoger estos precursores de prácticas matemáticas identificadas en nuestras investigaciones (Muñoz-Catalán *et al.*, 2017; Muñoz-Catalán *et al.*, 2021). Hicimos un primer intento a este respecto cuando planteamos en Muñoz-Catalán *et al.* (2013) identificar los precursores y la complejización del procedimiento de la clasificación, ligándolo con otros procedimientos que constituyen la base de su construcción, como: la identificación, la comparación, la elección de criterios y la ordenación, entre otros.

De los indicadores que actualmente caracterizan a este subdominio, *Procesos asociados a la Resolución de problemas como forma de producir matemáticas* (Muñoz-Catalán, Joglar *et al.*, 2019) y *Papel de los símbolos y uso del lenguaje formal* (Muñoz-Catalán *et al.*, 2021; Muñoz-Catalán, Joglar *et al.*, 2019), son los únicos que hemos evidenciado en nuestros trabajos. Este último indicador parece cobrar especial importancia por ser una etapa creadora del lenguaje. Frecuentemente, el profesorado informante de nuestros estudios ha mostrado su preocupación por usar un lenguaje preciso y específico en determinadas situaciones, preocupados por evitar la confusión entre objeto matemático y su representación. Por ejemplo, se cuestionaban: ¿es correcto aceptar que un alumno diga que una alcantarilla es un círculo, o hay que matizar que es un objeto con forma circular?

A continuación, mostraremos a través de un ejemplo concreto cómo el modelo MTSK nos ayuda a comprender la práctica de una profesora de Educación Infantil, permitiéndonos identificar aspectos del conocimiento especializado que moviliza en su aula ejemplificando la emergencia de ciertas categorías o indicadores específicos de esta etapa en el caso del dominio MK.

Descripción y análisis de un episodio de clase

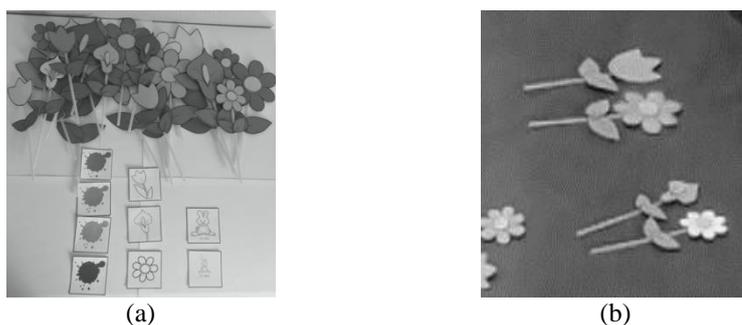
En esta sección analizamos un episodio, de unos 20 minutos de duración, en el que Raquel, una profesora novel de Educación Infantil, aborda la enseñanza de contenidos relacionados con la identificación de atributos y sus valores, y el agrupamiento de objetos de una colección. Trabaja con un grupo de 12 alumnos de 4-5 años.

En particular, se pone el foco del análisis en los elementos del subdominio MK para enfatizar tanto su relevancia en la etapa como la necesidad de revisar algunas categorías e indicadores para operativizar el uso del modelo.

¹ Siguiendo la misma estructura discursiva que el actual indicador “formas de validación y demostración”.

Raquel utiliza un material de elaboración propia contextualizado dentro del proyecto que se está desarrollando en ese momento en el centro: *Las profesiones, hoy voy a ser jardinero*. Al comenzar el episodio presenta el material (una colección de flores elaboradas con cartulina de colores y pajitas) con el objetivo de que sus alumnos descubran las variables de los elementos de la colección y los valores de cada una de ellas. Con cada descubrimiento de variable, les muestra unas tarjetas de simbolización que representan una posible designación de sus valores de manera simbólica (Figura 1 a). El material tiene tres variables: cantidad de superficie (grande-pequeño), tipo de flor (lirios, tulipanes y margaritas) y color (azul, morado, rosa, rojo). A continuación, el alumnado debe seleccionar los elementos que cumplan el valor de la variable indicado por la profesora (oralmente o a través de tarjetas de simbolización), formando subconjuntos concretos según una finalidad que ella indica. Raquel conoce así situaciones que dan sentido al desarrollo del pensamiento lógico matemático. En este caso sería la necesidad de identificar características de una colección de objetos, las flores, para clasificarlas, por ejemplo, en función del color para plantarlas en diferentes macetas siguiendo criterios estéticos en el jardín o en función del tipo de flor para organizarlas en macetas en función de la cantidad de agua que necesiten (KoT, fenomenología).

Figura 1. *Material elaborado por la profesora para la enseñanza de la identificación y el agrupamiento*



Raquel va colocando las tarjetas de simbolización según el alumnado identifica los valores de la variable color (al preguntarles ella inicialmente cómo eran las flores, detectan en primer lugar que eran de colores y van señalando ejemplos de cada color). En un momento dado, cuando los alumnos todavía no habían identificado ninguna flor morada, la profesora les pregunta si todas las flores son rojas, rosas y azules, a lo que inicialmente contestan que sí. Cuando les pide que piensen si eso es verdad, uno de ellos coge una flor morada y dice que no, que hay flores que son moradas y, por tanto, no son rojas, ni rosas, ni azules. Raquel guía la sesión para que los alumnos encuentren un contraejemplo, concedora de su papel en la validación del conocimiento (como precursora de la práctica de demostración en matemáticas) (KPM).

Cuando han terminado de identificar los distintos colores que tienen las flores, lanza una nueva pregunta.

Raquel: ¿Qué más? ¿Cómo son las flores? Alumno 2: Algunas tienen huella.

Raquel: ¿Todas son así? ¿Las demás no tienen esa forma? ¿Hay alguna más que tenga esa forma? [el alumnado no contesta] Las que tienen esta forma las vamos a llamar tulipanes, tienen los pétalos como un poquito así, más puntiagudos.

Raquel: ¿Qué más podemos decir de las flores? [silencio] ¿Todas son iguales? Alumnos: No...

Raquel: ¿Qué tienen? Así, como esta forma [hace gestos circulares con las manos]. Alumno 3: Pétalos.

Raquel: Vamos a decir que tiene forma de margarita [pone la tarjeta de simbolización].

Según van distinguiendo los distintos valores de la variable forma, Raquel va mostrando las tarjetas de simbolización de la forma correspondiente.

Como se puede observar hasta el momento, tanto en el diseño de la actividad como en la actuación de la profesora, conoce el papel de las variables y sus valores en la promoción del pensamiento lógico matemático (KoT, Definiciones y propiedades). También conoce que la clasificación supone una partición de una colección de elementos que permite la organización en conjuntos o clases (KoT, Definiciones y propiedades). Ambos conocimientos le permiten construir un material como representación concreta de dichos elementos lógicos dentro del contexto del proyecto (KoT, Registros de representación). Es más, Raquel conoce cinco registros de representación diferentes y maneja las conversiones entre ellos: situación real, al conectar con el proyecto en el que están trabajando en ese momento; lenguaje verbal, a través de la lengua castellana oral; modelo manipulativo, con las flores; icónico-gráfico, a través de las tarjetas de simbolización con algunos rasgos simbólico-matemáticos (como el tachado en el caso de las negaciones) (KoT, registros de representación). Raquel muestra así una característica específica de la práctica del profesor de Educación Infantil, puesta de relieve anteriormente en la descripción del subdominio KoT. Se trata del uso en paralelo en una misma sesión de varios sistemas de representación, haciendo constantemente explícitas conversiones entre ellos a través del lenguaje oral y conectando directamente las decisiones de enseñanza que va tomando con dicho conocimiento y con su conocimiento de las potencialidades y limitaciones de cada representación puesta en juego para el aprendizaje de sus alumnos. La presencia constante del uso del lenguaje oral, y el apoyo en la situación real relevante y en el material manipulativo son característicos de la práctica docente de esta etapa. Su conocimiento de los registros de representación se conecta con aspectos del conocimiento de la enseñanza de las matemáticas, haciendo que Raquel elija una secuenciación entre registros partiendo de lo más concreto hacia lo más abstracto, como muestra su decisión de mostrar solamente las tarjetas de simbolización al final de cada parte. El peso de los registros más concretos en el episodio es también característico de la etapa como se ha mencionado anteriormente en el capítulo, dándole un peso específico y final al registro simbólico en el proceso de enseñanza.

Cuando Raquel insiste preguntando de nuevo cómo son las flores, con el objetivo de identificar la variable tamaño, el alumnado no contesta o vuelve a decir colores o formas. Así que les indica:

Raquel: ¿Qué tamaños tenemos? Varios alumnos: Grandes, pequeñas, medianas...

Raquel: ¿Cuál es la grande? [una niña señala una margarita grande] ¿Cuál es la pequeña? [los niños señalan un lirio pequeño] ¿Y cuál es mediana? [un niño señala un tulipán grande y una margarita pequeña. La margarita les parece siempre más grande que el lirio y que el tulipán, aunque la variable tamaño tome solo dos valores: grande y pequeño].

Raquel coloca las flores alineadas, primero el tulipán grande (que el alumnado indica como mediana), después la margarita grande, después la margarita pequeña (que también es considerada por el alumnado como mediana) y, finalmente, el lirio pequeño (Figura 1b).

Raquel: ¿Cuál es la pequeña? [Los alumnos señalan el lirio pequeño]. Igual parece más pequeña por la forma de la flor, esta es una...margarita y esta es un tulipán [las superpone], estas dos son grandes [indicando las dos flores grandes] y estas dos son pequeñas [indicando las dos pequeñas].

Al pedir a los niños que identifiquen la variable tamaño, refiriéndose a la cantidad de superficie, se da cuenta de la dificultad que tienen en distinguir la cantidad de superficie (grande o pequeña) por la forma de las flores elegida, y decide colocar las flores alineadas, una al lado de otra, siguiendo las indicaciones de los niños y también las superpone. Conoce el procedimiento de comparación de cantidad de magnitud a partir del tallado de longitudes y superposición de superficies (KoT, procedimientos) y sabe que es adecuado para la etapa. No obstante, en este caso, este procedimiento de superposición no sirve para encontrar el orden por tamaño de las flores.

A continuación, Raquel muestra las tarjetas de simbolización de los dos tamaños y revisa todas las tarjetas de simbolización introducidas hasta el momento:

Raquel: ¿Cuántos colores tenemos? Cuatro: azul, rojo, rosa y morado. ¿Cuántas formas tenemos? Tres: tulipán, margarita y lirio. ¿Cuántos tamaños tenemos? Dos: grande y pequeño.

Prosigue con el objetivo de realizar agrupamientos y presentar las tarjetas de simbolización:

Raquel: Pon en un montón todas las flores que sean de un mismo color. [La Alumna 4 coge algunas flores moradas].

Cuando Raquel pide a los niños que formen un montón con todas las flores que sean de un mismo color, se puede intuir que conoce la definición de conjunto a partir de los valores de las variables de sus elementos, y cuando las organiza en moradas y no moradas, está presente la idea de clasificación dicotómica (como se aprecia en el diálogo que se presenta a continuación) que resulta al establecer una relación de equivalencia en el conjunto de las flores (KoT, definiciones y propiedades).

Raquel continúa preguntando a la alumna si ha terminado de colocar todas las flores moradas en el montón, ella asiente, pero otra compañera lo niega. Raquel le pregunta a la compañera:

Raquel: ¿Qué pasa? Alumna 5: Faltan más...

Raquel: ¿Faltan más qué? Alumna 5: Flores moradas.

Raquel: Alumna 4, ¿te parece bien como lo ha puesto tu compañera o estaba bien como lo habías puesto antes? Alumna 4: Como las he puesto yo.

Raquel: ¿Tú qué querías poner? Yo te he pedido que pongas las flores del mismo color. ¿Qué color has puesto? Alumna 4: Moradas.

Raquel: Habías puesto tres flores moradas, pero había algunas más moradas y tu compañera las ha puesto aquí también. Bien, estas flores que tenemos aquí decimos que son moradas, y ¿cómo son todas las flores que tenemos aquí? [Señala el resto]. Alumnos: azules, ... rojas ...

Raquel: Entonces se puede decir que todas estas flores de aquí no son moradas, pues mirad, veis esta tarjeta, tiene el color morado como tachado. Si pongo esta tarjeta aquí indica que todas estas de aquí son "no moradas".

A lo largo del episodio, parece que la profesora caracteriza la esencia matemática de la idea de partición de un conjunto, o equivalentemente de relación de equivalencia, considerando en este momento inicial de la actividad como rasgo definitorio de esa noción trabajar con una clasificación dicotómica a través de la negación de un valor de una variable (KoT, Definiciones y propiedades), usando el registro de representación simbólico para este fin (KoT, Registro de representación).

Tras esta aclaración, Raquel repite la actividad pidiéndole a otra niña que forme un conjunto con todas las flores que sean de una misma forma, y presenta la tarjeta de simbolización de negación de una forma. A continuación, Raquel le pide a un alumno que forme un conjunto de flores que tengan un mismo tamaño, presentando también la tarjeta de simbolización negativa de un tamaño y da por cerrada la actividad.

Cabe destacar que en la gestión del episodio se observan decisiones de Raquel que manifiestan la importancia que le otorga a la formalización del contenido trabajado (cuando recapitula las variables y valores trabajadas en la clase) y a la simbolización (cuando se muestran las tarjetas de simbolización), acciones que pueden interpretarse como germen de prácticas matemáticas (formas de génesis epistemológica, como nuevo indicador de KPM). Hasta este momento, en el desarrollo de la actividad ha hecho uso de procedimientos de identificación (cuando tienen que seleccionar las flores según un criterio), comparación y ordenación (para encontrar los valores de la variable tamaño), tres procedimientos base de la clasificación (de nuevo indicadores específicos de la etapa de Infantil dentro del subdominio KPM) (Muñoz-Catalán *et al.*, 2013) como hemos mencionado anteriormente. Podemos considerar estos procedimientos también como gérmenes de prácticas matemáticas. Esta idea de germen de práctica matemática parece específica de la etapa de Educación Infantil y primeros años de Educación Primaria, y nos permite hablar sobre niveles de conocimiento de la práctica no solo en su profundización, sino también en sus componentes.

Para terminar, conviene mencionar que, a lo largo del episodio analizado, aparecen evidencias también de aspectos del conocimiento didáctico del contenido de Raquel, conectados directamente con los elementos del MK discutidos. Algunas de estas relaciones podrían ser características o específicas de la etapa. Por ejemplo, la profesora reconoce la dificultad de entender el símbolo asociado a la variable tamaño (KFLM) y, por eso, toma la decisión de mostrar la tarjeta del símbolo a la vez que presenta las flores, es decir, no deja que sean los niños quienes lo descubran como hizo en el caso de los otros atributos (KMT, estrategia). También, a la hora de elegir y secuenciar las representaciones de los objetos puestas en juego, Raquel moviliza elementos de su conocimiento sobre teorías de enseñanza (KMT) o sobre las características de aprendizaje de sus alumnos (KFLM).

Consideraciones finales

Considerando las publicaciones existentes que estudian el conocimiento especializado del profesor de Educación Infantil para enseñar matemáticas, en este capítulo presentamos una primera propuesta de

recaracterización de los subdominios del MK para responder a las dificultades detectadas durante los procesos de análisis y recoger la especificidad/idiosincrasia del conocimiento de este profesional. La propuesta trata de dar respuesta a la necesidad de que las caracterizaciones de los subdominios incluyan la consideración del conocimiento matemático, sus relaciones y prácticas matemáticas desde sus precursores, así como desde su evolución a través de la formalización progresiva de los conceptos matemáticos, en sintonía con ver la matemática elemental desde una perspectiva avanzada (Klein, 1914, 1945). Se trata de un primer acercamiento con el que pretendemos seguir promoviendo la reflexión e investigación a este respecto.

En el caso del profesor de infantil, parece que se agudiza la dificultad de acceder al conocimiento especializado haciéndolo solo desde las observaciones de aula por la distancia que existe entre las matemáticas escolares y las matemáticas que debe saber el profesor. Además, la búsqueda de caracterización de determinados subdominios desde el conocimiento especializado movilizado por el profesor, como ocurre con el KSM, resulta infructuosa, toda vez que la formación matemática de estos profesionales es deficiente (Alsina, 2020) y carecen de una visión cohesionada de las mismas. Investigar en entornos colaborativos de desarrollo profesional, en el que trabajan conjuntamente profesores e investigadores-formadores está resultando muy útil en este sentido, como se muestra en Ramírez-García *et al.* (en prensa).

El caso de Raquel nos ha permitido poner de relieve la operatividad de esta caracterización para comprender las decisiones de la profesora desde la perspectiva de su conocimiento especializado. El foco de este capítulo, centrado solamente en el dominio matemático, ha soslayado aspectos importantes de la comprensión del conocimiento del profesor para enseñar matemáticas, como el papel que tiene el PCK en la práctica del profesor de infantil y su íntima ligazón con el dominio del MK (no siempre valorado en su justa medida en infantil). Así, en el caso analizado, la profesora era conocedora del carácter globalizado del aprendizaje en infantil, especialmente importante en el caso de las matemáticas, al tratar de enfocar la construcción de los conceptos matemáticos desde su papel en la resolución de situaciones de su entorno (expectativas de aprendizaje, KMLS), pues utiliza como estrategia de enseñanza la metodología basada en proyectos (KMT, recursos). Precisamente, su conocimiento de *teorías de aprendizaje* (KFLM) queda patente al tener en cuenta focos de interés de los alumnos en el diseño del material integrando la actividad en el proyecto.

Creemos que la investigación sobre el conocimiento especializado del profesor de infantil debe seguir una doble vía: identificando elementos de conocimiento que requiere este profesor para enseñar matemáticas (que repercute en el contenido de la formación de este profesional) y reflexionando sobre la caracterización del modelo MTSK como herramienta analítica para este profesional. Esta idea, junto con la búsqueda de nuevos abordajes metodológicos para identificar y acceder a su conocimiento y la indagación del peso del conocimiento pedagógico general en su práctica al enseñar matemáticas, serán ejes de trabajos futuros.

REFERENCIAS

- Alsina, A. (2020). La Matemática y su didáctica en la formación de maestros de Educación Infantil en España: Crónica de una ausencia anunciada. *La Gaceta de la RSME*, 23(2), 373–387.
- Ball, D. L., Thames, M. H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.100718>
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. y Muñoz-Catalán, M.C. (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253 <http://dx.doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>.
- Escudero, A. M., Muñoz-Catalán, M. C. y Yáñez, J. (2021). Conocimiento especializado de un profesor de educación infantil al enseñar cuerpos geométricos. *Zetetike*, 29, e021005. <https://doi.org/10.20396/zet.v29i00.8661819>.
- Gasteiger, H., Bruns, J., Benz, C., Brunner, E. y Sprenger, P. (2019). Mathematical pedagogical content knowledge of early childhood teachers: a standardized situation-related measurement approach. *ZDM*, 52(2), 193-205. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01103-2>
- Greenes, C., Ginsburg, H. P. y Balfanz, R. (2004). Big Math for Little Kids. *Early Childhood Research Quarterly*, 19(1), 159-166. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2004.01.010>
- Joglar-Prieto, N. y Ramírez-García, M. (2018). Una visión de la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil desde la práctica. En M.C. Muñoz-Catalán y J. Carrillo (Eds.), *Didáctica de matemáticas para maestros de Educación Infantil* (pp. 299-318). Editorial Paraninfo.
- Klein, F. (1914, 1945). *Elementary mathematics from an advanced standpoint*. Dover.
- Kuntze, S., Lerman, S., Murphy, B., Kurz-Milcke, E., Siller, H. S. y Winbourne, P. (2011). Professional knowledge related to big ideas in mathematics. An empirical study with pre-service teachers. En M. Pytlak, T. Rowland y E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2717-2726). Polonia.
- Lee, J. (2010). Exploring kindergarten teachers' pedagogical content knowledge of mathematics. *International Journal of Early Childhood*, 42, 27-41. <https://doi.org/10.1007/s13158-010-0003-9>
- Lee, J. E. (2017). Preschool Teachers' Pedagogical Content Knowledge in Mathematics. *International Journal of Early Childhood*, 49, 229-243. <https://doi.org/10.1007/s13158-017-0189-1>
- Liñán, M.; Muñoz-Catalán, M.C.; Contreras, L.C. y Barrera-Castarnado, V. (En prensa). Specialised knowledge for teaching Geometry in a Primary Education class: analysis from the knowledge mobilised by a teacher and the knowledge evoked in the researcher. *Mathematics*.
- Llinares, S. (1994). El profesor de matemáticas. Conocimiento base para la enseñanza y desarrollo profesional. En L. A. Santaló, S. Llinares, V. Sánchez, A. Taibo y A. García-Hoz (Eds.). *La enseñanza de las matemáticas en la educación intermedia* (pp. 296-337). Rialp.

- McCray, J. y Chen, J. Q. (2012). Pedagogical content knowledge for preschool mathematics: Construct validity of a new teacher interview. *Journal of Research in Childhood Education*, 26(3), 291-307. <https://doi.org/10.1080/02568543.2012.685123>
- Mosvold, R., Bjuland, R., Fauskanger, J. y Jakobsen, A. (2011). Similar but different – investigating the use of MKT in a Norwegian kindergarten setting. In M. Pytlak, T. Rowland, y E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1802-1811). PME.
- Muñoz-Catalán, M. C. (2018). Las matemáticas en Educación Infantil. En M.C. Muñoz-Catalán y J. Carrillo (Eds.), *Didáctica de matemáticas para maestros de Educación Infantil* (pp. 1-20). Editorial Paraninfo.
- Muñoz-Catalán, M. C., Joglar, N., Ramírez, M., Escudero, A. M., Aguilar, Á. y Ribeiro, C. M. (2019). El conocimiento especializado del profesor de infantil desde el aula de matemáticas. En Badillo, E., Climent, N., Fernández, C. y M. T. González (eds.). *Investigación sobre el profesor de matemáticas: práctica de aula, conocimiento, competencia y desarrollo profesional* (pp. 63-84). Ediciones Universidad Salamanca.
- Muñoz-Catalán, M. C., Joglar-Prieto, N., Ramírez-García, M. y Liñán-García M. M. (2019). MTSK en educación infantil. En J. Carrillo, M. Codes y L. C. Contreras (eds.), *IV Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* (pp. 24-31). Universidad de Huelva Publicaciones.
- Muñoz-Catalán, M. C., Liñán-García, M. M. y Ribeiro, M. (2017). El conocimiento especializado para enseñar la operación de resta en Educación Infantil. *Cadernos de Pesquisa* (número especial), 24, 4-19. <http://dx.doi.org/10.18764/2178-2229.v24nespecialp4-19>.
- Muñoz-Catalán, M. C., Montes, M. A., Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C. y Aguilar, Á. (2013). *La clasificación de figuras planas en Primaria: una visión de progresión entre etapas y ciclos*. Universidad de Huelva.
- Muñoz-Catalán, M. C., Ramírez, M., Joglar-Prieto, N. y Carrillo, J. (2021). Early childhood teachers' specialised knowledge to promote algebraic thinking as from a task of additive decomposition. *Journal for the Study of Education and Development*. <https://doi.org/10.1080/02103702.2021.1946640>
- NCTM (2003), *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Reston (VA).
- Oppermann, E., Anders, Y. y Hachfeld, A. (2016). The influence of preschool teachers' content knowledge and mathematical ability beliefs on their sensitivity to mathematics in children's play. *Teaching and Teacher Education*, 58, 174-184. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2016.05.004>
- Pitta-Pantazi, D. y Christoy, C. (2011). The structure of prospective kindergarten teachers' proportional reasoning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(2), 149-169. <https://doi.org/10.1007/s10857-011-9175-y>

- Ramírez-García, M., Belmonte, J.M., Pizarro, N. y Joglar-Prieto, N. (En prensa). Aproximación al conocimiento especializado del maestro de Educación Infantil sobre la longitud y su medida en un contexto colaborativo de desarrollo profesional. *Acta Sci. (Canoas)*, 23(7), Nov. 2021.
- Rollnick, M. y Mavhunga, E. (2016) The Place of Subject Matter Knowledge in Teacher Education. In J. Loughran and M. Hamilton (eds). *The International Handbook on Teacher education* (pp. 423-452). Springer.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. <https://doi.org/10.3102%2F0013189X015002004>
- Tall, D. (1991). *Advanced Mathematical Thinking*. Springer.
- Vecino, F. (2005). Desarrollo del pensamiento simbólico en el niño. En C. Chamorro (Ed.), *Didáctica de las Matemáticas. Colección didáctica infantil* (pp. 63-99). Pearson prentice hall.