

~~T.2~~  
20 t.56

UNIVERSIDAD DE SEVILLA

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES

TESIS

SIMULACION ENERGETICA DE EDIFICIOS  
MEDIANTE UN MODELO DE  
RESPUESTA EN FRECUENCIA

por

JOSE LUIS MOLINA FELIX

Ingeniero Industrial por la E.S.I.I. de Sevilla

Sevilla, Marzo de 1987

*A mis padres*

Deseo expresar mi agradecimiento,

- Al profesor R. Velázquez Vila, por su estímulo y labor de dirección en la elaboración de este trabajo;
- Al doctor S. Alvarez por la ayuda que ha supuesto su profundo conocimiento de la Transferencia de Calor en Edificios;
- A los demás compañeros de la Cátedra de Termotécnica, por sus ayudas y aliento continuos;
- A Lali Cantillana, que mecanografió el manuscrito con profesionalidad y entusiasmo admirables.

INDICE

	Pag.
LISTA DE SIMBOLOS	ix
CAPITULO 1. <u>INTRODUCCION</u>	1
CAPITULO 2. <u>REVISION BIBLIOGRAFICA. CONTENIDO</u>	5
2.1 REVISION BIBLIOGRAFICA	5
2.2 CONTENIDO	10
CAPITULO 3. <u>TRANSFERENCIA DE CALOR EN EDIFICIOS</u>	14
CAPITULO 4. <u>FUNDAMENTO TEORICO</u>	20
CAPITULO 5. <u>FORMULACION DE LAS ECUACIONES DE TRANSFERENCIA EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA</u>	27
5.1. ECUACION DE CONDUCCION	28
5.1.1 <u>Cerramientos homogéneos</u>	29
5.1.2 <u>Cerramiento de multiples capas homogéneas.</u>	33
5.1.3 <u>Cerramientos semitransparentes</u>	36
5.1.4 <u>Respuesta en frecuencia de cerramientos</u>	37
5.2. CONDICIONES DE CONTORNO PARA LA ECUACION DE CONDUCCION	45
5.2.1 <u>Condiciones de contorno exteriores</u>	45
5.2.1.1 Absorción de radiación solar de onda corta.	46
5.2.1.2 Intercambio convectivo con el aire exterior.	47
5.2.1.3 Intercambio radiante de onda larga entre la superficie y los alrededores.	48
5.2.1.4 Intercambio radiante de onda larga entre la superficie y la atmósfera.	48



5.2.2	<u>Condición de contorno exterior. Temperatura equivalente. Temperatura Sol-Air.</u>	49
5.2.3	<u>Condiciones de contorno interiores</u>	53
5.2.3.1	Intercambio convectivo con el aire interior	53
5.2.3.2	Intercambios radiantes	54
a)	Intercambio radiante de onda corta.	57
b)	Intercambio radiante de onda larga.	59
5.3.	ACOPLAMIENTO DE LAS ECUACIONES	63
5.3.1.	<u>Balances superficiales</u>	63
5.3.2.	<u>Balance sobre el aire exterior</u>	66
5.3.3.	<u>Formulación matricial de las ecuaciones.</u>	67
5.3.3.1	Cálculo de la carga a temperatura constante.	67
5.3.3.2	Cálculo de la evolución de la temperatura del aire interior.	68
CAPITULO 6.	<u>ANALISIS DE LAS SOLICITACIONES</u>	71
6.1.	DATOS METEOROLOGICOS EN BASE HORARIA ANUAL	74
6.2.	DATOS METEOROLOGICOS EN BASE A DIAS DE REFERENCIA	103
6.3.	SOLICITACIONES INTERNAS	109
CAPITULO 7.	<u>ESTUDIOS DE SENSIBILIDAD</u>	111
7.1.	DESCRIPCION DE LOS MODULOS UTILIZADOS	113
7.1.1	<u>Tipos de construcción</u>	114
7.1.2	<u>Propiedades radiantes de las superficies</u>	114
7.1.3	<u>Coeficientes de transferencia por convección</u>	114
7.1.4	<u>Otros datos</u>	115
7.2	MODELIZACION DEL INTERCAMBIO RADIANTE	120
7.3	REPRESENTACIÓN DE DATOS DEL CONTORNO. PERIODO DE UN DIA	123

7.3.1	Variables meteorológicas	123
7.3.2	Fuentes internas	133
7.4.	PROPIEDADES OPTICAS DE LOS CERRAMIENTOS SEMITRANSARENTES	138
7.5.	FUNCIONAMIENTO INTERMITENTE DEL EQUIPO ACONDICIONADOR	141
7.6.	REPRESENTACION DE DATOS METEOROLOGICOS. PERIODO DE UN AÑO.	147
7.7.	CALCULOS ESTACIONALES	153
CAPITULO 8.	<u>CONCLUSIONES. DESARROLLO FUTURO</u>	160
8.1.	CONCLUSIONES	160
8.2.	DESARROLLO FUTURO	163
REFERENCIAS		
ANEXO 1.	DESARROLLO EN SERIE DE FOURIER DE FUNCIONES MUESTREADAS	174
A1.1	<u>Introducción</u>	174
A1.2	<u>Integral de Fourier. Transformada de Fourier. Serie de Fourier</u>	174
A1.3	<u>Desarrollo en Serie de Fourier de funciones muestreadas.</u>	180
A1.4	<u>Conclusiones</u>	188
ANEXO 2.	CALCULO DE LOS FACTORES DE PONDERACIÓN PARA LA TEMPERATURA INTERIOR DEL AIRE DE EDIFICIOS - (ROOM-Air Weighting Factors) A PARTIR DE LA - RESPUESTA EN FRECUENCIA	189
A2.1	<u>Introducción</u>	189
A2.2	<u>Cálculo de RAWF a partir de la respuesta en frecuencia</u>	192

A2.3 <u>Aplicación numérica</u>	198
---------------------------------	-----

ANEXO 3. CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA CORRESPONDIENTE A LOS RAWF CON CAUDALES DE VENTILACION E INFILTRACION VARIABLES.	201
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

## LISTA DE SIMBOLOS

$A(A_j)$	Elemento (1,1) de la matriz de transmisión de un muro (muro j-ésimo)
$B(B_j)$	Elemento (1,2) de la matriz de transmisión de un muro (muro j-ésimo) ( $m^2K/W$ )
$C(C_j)$	Elemento (2,1) de la matriz de transmisión de un muro multicapa ( $W/m^2K$ )
$C_1, C_2$	Constantes de integración
$C_p$	Calor específico (Jul/Kg K)
$C_{pA}$	Calor específico del aire (Jul/Kg K)
$d$	Espesor de una capa homogénea de un muro multicapa (m)
$D(D_j)$	Elemento (2,2) de la matriz de transmisión de un muro (muro j-ésimo)
$e$	Presión parcial del vapor de agua en la atmósfera (mb)
$E_j$	Radiación solar difusa incidente en el exterior del muro j ( $W/m^2$ )
$F_{ij}$	Factor de forma entre las superficies interiores de los cerramientos i y j.
$F_{sa}$	Factor de forma entre la superficie exterior de un cerramiento y los alrededores.
$F_{sc}$	Factor de forma entre la superficie exterior de un cerramiento y el cielo.
$h$	Coefficiente de transferencia convectivo ( $W/m^2K$ )
$h_j$	Coefficiente de transferencia convectivo en la superficie interior del cerramiento j-ésimo ( $W/m^2K$ )
$h_{cr}$	Coefficiente de transferencia mixto convectivo-radiante en la superficie exterior de un cerramiento ( $W/m^2K$ )

$i$	Unidad imaginaria
$J_j$	Radiosidad de la $j$ -ésima superficie interior ( $W/m^2$ )
$k$	Conductividad térmica ( $W/m K$ )
$K_C$	Coefficiente corrector por altura de las nubes.
$l$	Semiespesor de un muro homogéneo (m)
$m$	Índice de nubosidad
$m_A$	Masa de aire contenida en el interior del edificio en estudio (Kg)
$q$	Flujo de calor ( $W/m^2$ )
$q_n$	Amplitud compleja del armónico $n$ -ésimo de la representación en serie de Fourier del flujo de calor $q$ ( $W/m^2$ )
$q_{aj}$	Flujo de calor absorbido por la capa $j$ -ésima de un vidrio simple.
$q_C$	Flujo de calor convectivo en la superficie de un muro ( $W/m^2$ )
$q_C$	Amplitud compleja de un armónico del desarrollo en serie de Fourier de $q_C$ ( $W/m^2$ )
$q_{CD}$	Flujo de calor que alcanza la superficie interior de un cerramiento por conducción ( $W/m^2$ )
$q_{CD}$	Amplitud compleja de un armónico del desarrollo en serie de Fourier de $q_{CD}$ ( $W/m^2$ )
$q_{cj}$	Flujo de calor radiante de longitud de onda corta que alcanza la superficie interior del muro $j$ -ésimo procedente de las fuentes internas ( $W/m^2$ )
$q_{cj}$	Amplitud compleja de un armónico del desarrollo en serie de Fourier de $q_{cj}$ ( $W/m^2$ )
$q_{lj}$	Flujo radiante de onda larga incidente sobre la superficie interior del muro $j$ -ésimo procedente de las fuentes internas ( $W/m^2$ )

$q_{1j}$	Amplitud compleja de un armónico del desarrollo en serie de Fourier de $q_{1j}$ ( $W/m^2$ )
$q_{RAL}$	Flujo de calor radiante de longitud de onda larga intercambiado con los alrededores de un cerramiento - ( $W/m^2$ )
$q_{RCj}$	Flujo neto de calor radiante de longitud de onda corta en la superficie interior del cerramiento j-ésimo -/ ( $W/m^2$ )
$q_{RCj}$	Amplitud compleja de un armónico del desarrollo en serie de Fourier de $q_{RCj}$ ( $W/m^2$ )
$q_{RLAT}$	Flujo neto de calor radiante de longitud de onda larga intercambiado entre la atmósfera y la superficie exterior de un cerramiento ( $W/m^2$ )
$q_{RLj}$	Flujo neto de calor radiante de longitud de onda larga en la superficie interior del cerramiento j-ésimo -/ ( $W/m^2$ )
$q_{RLj}$	Amplitud compleja de un armónico del desarrollo en serie de Fourier de $q_{RLj}$ ( $W/m^2$ )
$Q_E$	Aporte energético del equipo acondicionador (W)
$Q_E$	Amplitud compleja de un armónico del desarrollo en serie de Fourier de $Q_E$ (W)
$Q_S$	Aporte energético sensible de las fuentes internas (W)
$Q_S$	Amplitud compleja de un armónico del desarrollo en serie de Fourier de $Q_S$ ( $W/m^2$ )
$R_d(R_D)$	Radiación difusa (directa) sobre un muro ( $W/m^2$ )
$R_d(R_D)$	Amplitud compleja de un armónico del desarrollo en serie de Fourier de $R_d(R_D)$ ( $W/m^2$ )
$R_i^C$	Resistencia térmica de la cámara de aire i-ésima de un vidrio ( $m^2K/W$ )
$R_{int}$	Radiación incidente sobre el vidrio desde el interior ( $W/m^2$ )

$R_{jk}$	Resistencia de contacto entre las capas $j$ y $k$ de un muro ( $m^2K/W$ )
$R_T$	Resistencia térmica total de un vidrio ( $m^2K/W$ )
$S_j$	Superficie del muro $j$ ( $m^2$ )
$t$	Tiempo (S)
$T$	Temperatura (K)
$T'_n$	Amplitud compleja del armónico $n$ -ésimo del desarrollo en serie de Fourier de $T$ (K)
$T_a$	Temperatura del aire ambiente exterior (K)
$T'_a$	Amplitud compleja de un armónico del desarrollo en serie de Fourier de $T_a$ (K)
$T_A$	Temperatura del aire interior (K)
$T'_A$	Amplitud compleja de un armónico del desarrollo en serie de Fourier de $T_A$ (K)
$T_c$	Temperatura efectiva de cielo (K)
$T_{eq}$	Temperatura equivalente (K)
$T'_{eq}$	Amplitud compleja de un armónico del desarrollo en serie de Fourier de $T_{eq}$ (K)
$T_j$	Temperatura en la superficie interior del cerramiento $j$ -ésimo (K)
$T'_j$	Amplitud compleja de un armónico del desarrollo en serie de Fourier de $T_j$ (K)
$T_m$	Temperatura media del local (K)
$T_{SAj}$	Temperatura sol-air del cerramiento $j$ -ésimo (K)
$T'_{SAj}$	Amplitud compleja de un armónico del desarrollo en serie de Fourier de $T_{SAj}$ (K)
$T_{se}$	Temperatura de la superficie exterior del cerramiento $j$ -ésimo (K)
$v$	Velocidad del viento (m/s)

$x, x_1, x_2$	Posiciones espaciales (m)
$z$	Parámetro resultante de la integración de la ecuación diferencial de conducción en régimen periódico establecido ( $m^{-1}$ )
$\alpha$	Difusividad térmica ( $m^2/s$ )
$\alpha_{ce}$	Absortividad para radiación de corta en el exterior de un cerramiento
$\alpha_{cj}$	Absortividad para radiación de corta en el interior del cerramiento $j$
$\alpha_{dj}$	Absortividad para radiación difusa exterior en la capa $j$ -ésima de un vidrio
$\alpha_{Dj}$	Absortividad para radiación directa
$\alpha_{int}$	Absortividad de un vidrio para la radiación procedente del interior
$\alpha_{lj}$	Absortividad para radiación de larga en el interior del cerramiento $j$ -ésimo
$\alpha_n$	Amplitud compleja del armónico $n$ del desarrollo en serie de Fourier de una función.
$\epsilon_c^o$	Emisividad del cielo
$\epsilon_{cj}$	Emisividad de corta de la superficie interior del cerramiento $j$ -ésimo
$\epsilon_{le}$	Emisividad de larga de la superficie exterior de un cerramiento
$\epsilon_{lj}$	Emisividad de larga de la superficie interior del cerramiento $j$ -ésimo.
$\rho$	Densidad ( $Kg/m^3$ )
$\rho_A$	Densidad del aire interior ( $Kg/m^3$ )
$\rho_{cj}$	Reflectividad de corta de la superficie interior del cerramiento $j$ -ésimo
$\rho_{lj}$	Reflectividad de larga de la superficie interior del cerramiento $j$ -ésimo



$\Phi, \Psi$	Angulos (rad)
$\tau_{cj}$	Transmisividad de corta del interior del cerramiento j
$\omega$	Pulsación de una excitación periodica ( $s^{-1}$ )

CAPITULO 1

INTRODUCCION

## CAPITULO 1. INTRODUCCION

El diseño térmico de la edificación ha experimentado recientemente un cambio sustancial desde un punto de vista metodológico, que se está traduciendo a su vez en consecuencias prácticas de gran valor por lo que respecta a la energética edificatoria.

Con anterioridad a esa inflexión metodológica, el diseño térmico se hacía a partir de las llamadas preexistencias constituidas por el clima, la epidermis edificatoria y las características ocupacionales y funcionables del propio inmueble.

Resulta obvio el interés que, desde el punto de vista energético, supone la determinación a partir de las preexistencias, de factores tales como la potencia de diseño, la demanda energética y las características de zonificación e inversión térmica. No obstante, en los últimos tiempos se ha tomado conciencia de que la línea metodológica que marca este proceder requería un cambio sustancial. En efecto, no puede calificarse de racional un diseño térmico a partir de las preexistencias, por cuanto que estas constituyen una hipoteca energética que no se puede amortizar en el futuro mediante los sistemas térmicos de acondicionamiento.

El cambio metodológico mencionado se orienta indefectiblemente hacia una concepción térmica global del edificio, o, dicho de otra manera, hacia una optimización energética del edificio a través de su diseño arquitectónico.

El papel de la ingeniería térmica en el marco de la edi

ficación, adquiere de esta forma una nueva dimensión al tener que desarrollar métodos de cálculo que guíen de una manera efectiva el diseño del edificio desde el punto de vista término.

Las diferentes fases del proceso de diseño llevan asociadas un nivel creciente en la definición del edificio. En consecuencia, cada una de ellas requiere la utilización de herramientas de cálculo con características específicas y orientadas hacia objetivos energéticos distintos. No obstante, todas ellas tienen un rasgo común que es el hecho de estar inmersas en un proceso altamente interactivo en el cual múltiples y variadas alternativas de diseño deben ser evaluadas, tanto en términos de confort como de consumo de energía.

En las primeras etapas de diseño el nivel de definición del edificio es mínimo. En ellas, los resultados de un análisis energético, deben únicamente ser contemplados desde un punto de vista cualitativo, por lo cual, los métodos empleados en estas etapas deben sacrificar la exactitud a la rapidez.

A medida que va progresando el diseño, los grados de libertad van disminuyendo y se va pasando de apreciaciones meramente cualitativas a valoraciones cuantitativas más precisas que permitan determinar el impacto energético de las diferentes alternativas o estrategias de diseño.

En la última etapa, la idea de optimización aparece con nitidez. Ya no basta con evaluar tendencias, sino que cada opción estudiada debe ser objeto de un análisis económico detallado, en el que se consideren, tanto la inversión inicial de la misma, como el consumo de energía que ocasiona a nivel estacional o anual. Obviamente, la opción estudiada debe satisfacer previamente los esquemas de confort.

Mientras mayor es el nivel de definición del edificio, mayor es la precisión que se requiere a las herramientas de diseño que se utilizan para su evaluación energética. El problema fundamental es que este aumento de precisión no debe suponer una pérdida de la rapidez de cálculo que debe ser una constante de todo el proceso interactivo de diseño.

En la actualidad, si se quieren obtener unos resultados fiables hay que recurrir a métodos de cálculo que en su inmensa mayoría son de base horaria y en consecuencia muy lentos. Estos métodos son aptos para el cálculo de cargas en condiciones extremas, pero su utilización como herramientas de diseño es totalmente inviable desde un punto de vista operativo.

En otro orden de cosas, la incorporación cada vez más frecuente de elementos solares pasivos a los edificios, requiere una profundización en la modelización de ciertos mecanismos, tales como la redistribución de la radiación solar y los intercambios radiantes de larga longitud de onda.

La presente Tesis pretende sentar las bases teóricas y metodológicas de una herramienta de diseño multipropósito, capaz de dar respuesta a las necesidades de exactitud y rapidez que demandan las etapas intermedias y avanzadas del proceso de diseño, tanto en edificios convencionales como pasivos. Por otra parte, la exactitud del método desarrollado lo hace asimismo utilizable a nivel del diseño térmico puramente ingenieril, es decir, de la selección, dimensionado y control de los equipos y sistemas de acondicionamiento.

CAPITULO 2

REVISION BIBLIOGRAFICA

CONTENIDO

## CAPITULO 2. REVISION BIBLIOGRAFICA. CONTENIDO

### 2.1. REVISION BIBLIOGRAFICA

Las ecuaciones que describen el comportamiento térmico de los edificios, no pueden resolverse analíticamente. Así, la mayoría de los estudios, se encaminan a la obtención de métodos de resolución aproximada.

Existen dos familias de métodos de resolución: los que -/ aproximan la solución de las ecuaciones diferenciales y los -/ que aproximan las solicitaciones. En la primera familia se encuentran los métodos numéricos. En la segunda los métodos im-/ pulsionales y los de respuesta en frecuencia.

Los métodos numéricos no tienen, en principio, ninguna limitación, aparte de las impuestas por el propio método numérico utilizado. Lo más habitual, es utilizar diferencias finitas para modelizar el edificio en su conjunto. Los pasos espacia-/ les y temporales se eligen de conformidad con la precisión y - velocidad de cálculo requeridas.

Los otros dos tipos de métodos, se basan en las solucio-/ nes analíticas existentes para la ecuación diferencial de conducción para excitaciones particulares. La utilización de exci- taciones unitarias (tipo escalón, rampa, triangular, etc.), es la base de los métodos impulsionales, tal como el de los facto- res de respuesta.

Los métodos de respuesta en frecuencia utilizan excitacio- nes senoidales, de diferentes frecuencias como excitaciones ba- sicas.

La presente Tesis se dedica al desarrollo de un método de respuesta en frecuencia. A estos se limita la siguiente revisión bibliográfica.

En 1939, Alford et al./1/, publican un trabajo en el que proponen un método, para el cálculo del flujo de calor que --/ atraviesa un muro homogéneo, en cuyo interior se mantiene una temperatura constante y cuyo exterior está sometido a excitaciones, periódicas, de temperatura y radiación solar. El método es manual, y se basa en el desarrollo en serie de Fourier de las excitaciones y la solución, aplicando el principio de superposición, para cada armónico por separado. Presentan las expresiones analíticas de la solución que obtienen y, para facilitar su manejo, las representan en ábacos que, en función de la frecuencia del armónico considerado y de las propiedades térmicas del muro, calculan el amortiguamiento y desfase que - sufre una onda de calor al atravesar el muro.

Mackey y Wright /2,3/ amplían, en 1946, el mismo estudio anterior a muros multicapa. Su principal aportación es la definición de la temperatura sol-air que simplifica notablemente - la condición de contorno en el exterior de los cerramientos. Los muros multicapa, son tratados calculando las propiedades - térmicas de un muro homogéneo equivalente.

Las ideas de amortiguamiento y retraso, de los trabajos - anteriores, dan lugar al concepto de diferencia equivalente de temperatura (TETD), que permite el cálculo manual del flujo de calor que penetra en un local, por conducción a través de los muros. No considera, en absoluto, el intercambio radiante en - el interior del recinto.

Hasta 1953, los métodos de cálculo se limitan a la determinación de la carga térmica de locales mantenidos a temperatu



ra constante. En ese año, Muncey /4/, publica el primer método, basado en la respuesta en frecuencia, capaz de determinar la -/ evolución espontánea de la temperatura interior de un local so- metido a excitaciones periódicas. El método, se basa en la ana- logía entre un muro homogéneo y un cuadripolo eléctrico pasivo.

Pipes /5/ y Carslaw y Jaeger /6/ resuelven la transferen- cia de calor por conducción, a través de muros multicapa. Se - basan en la transformada de Laplace de las ecuaciones diferen- ciales y son la base de todos los métodos posteriores.

Hasta ahora, todos los trabajos se han limitado al estu- dio de la conducción, en régimen periódico establecido, a tra- vés de muros. Los locales formados por distintos muros no po- dían tratarse más que superponiendo los resultados correspon- dientes a los muros que los componen. En 1963, Muncey /7/ uti- liza la respuesta en frecuencia de edificios completos para -/ calcular la respuesta a excitaciones del tipo escalón, hasta - entonces imposibles de tratar con este grupo de métodos. El -/ procedimiento, es la base para el cálculo de los denominados - factores de ponderación de un local para las diversas solicita- ciones, a través de la respuesta en frecuencia, en lugar de -/ partiendo de los factores de respuesta de cada cerramiento.

En 1964, Gupta /8/ propone el primer método de cálculo, - basado en la respuesta en frecuencia de muros, que considera - el intercambio radiante entre las paredes interiores. Gupta -/ considera el intercambio radiante entre cada dos superficies, lo cual es sólo una aproximación, ya que todas las superficies están acopladas, a menos que sean negras. Muncey, que en su -/ trabajo de 1953 no había tenido en cuenta estos intercambios, indica en 1966 /9/, que el error cometido es del orden de que supone no considerar la situación del mobiliario, y que, ade- más, supone un esfuerzo de cálculo considerable. Propone incre

mentar el valor de los coeficientes de película interiores, lo que equivale a considerar los intercambios radiantes entre cada pared y la temperatura ambiente. Esta aproximación es la habitual y la manera más sencilla de linealizar el intercambio radiante.

En la década de los 70, se desarrolla, en Gran Bretaña, el método de la Admitancia. También se basa en considerar periódicas las excitaciones. Loudon /10/, y Danter /11/, establecen la base del método, definiendo una temperatura ficticia a la que refieren los intercambios radiantes. Milbank y Harrington /12/ desarrollan el método. La Admitancia, se define como la energía que entra en la superficie de un muro cuando la temperatura exterior, a esa superficie, varía un grado centígrado de forma senoidal. Existe una admitancia para cada frecuencia, pero el método no considera más que el ciclo fundamental, de 24 horas.

En 1977, Sonderegger /13/, utiliza, por primera vez, un método de respuesta en frecuencia, para hacer estudios de sensibilidad. Esto le permite predecir cual debe ser la situación de una capa de aislante, en un muro, de forma que las condiciones de confort se mantengan, bajo diferentes condiciones de operación. Se empieza a utilizar la respuesta en frecuencia, como ayuda al diseño.

En 1979, Green y Ulge /14/, proponen un método que utiliza la respuesta en frecuencia de locales completos, para encontrar funciones de transferencia para cada tipo de sollicitación. Esto les permite utilizar un método de factores de ponderación, en el dominio del tiempo. A juicio de sus autores, el método es suficientemente rápido y detallado para ser utilizado como ayuda al diseño de edificios.

A partir de 1980, los investigadores del Centro de Estudios de la Energía del Instituto de Tecnología de la India -/inician una serie de trabajos, en que utilizan la respuesta en frecuencia de muros para multitud de estudios de sensibilidad /15,16,17,18/. También confeccionan modelos para recintos completos /19,20/; aproximan los intercambios radiantes, como si ocurriesen entre cada superficie y la temperatura interior. - Los últimos trabajos los dedican al modelizado de elementos constructivos singulares, típicos de los edificios solares pasivos, de forma que puedan integrarse en modelos globales de edificios /21,22,23/.

Todos los trabajos anteriores se basan en la periodicidad natural de las variables meteorológicas; normalmente utilizan datos meteorológicos reales, correspondientes a un día típico, o extremo, y obtienen las frecuencias importantes mediante un desarrollo en serie de Fourier. Los métodos de respuesta en -/frecuencia son, sin embargo, fácilmente extensibles a una base temporal mayor, un año por ejemplo, sin más que añadir un armónico más, de un ciclo al año, que tenga en cuenta las variaciones de las variables meteorológicas de un día a otro. En este sentido, se encaminan los trabajos de Hittle /24,25,26,27/. Este autor propone una metodología, para el tratamiento de datos meteorológicos anuales, que es directamente aprovechable por - cualquier método de respuesta en frecuencia. El objetivo de -/Hittle, no es tanto el desarrollo de un método de respuesta en frecuencia, como la simplificación del tratamiento de los datos meteorológicos, obteniendo fórmulas que sustituyan a los datos reales. Hittle utiliza la respuesta en frecuencia, única-mente, para tratar la conducción a través de los cerramientos opacos, para calcular ganancias instantáneas, que después utiliza en un método de factores de ponderación.

## 2.2. CONTENIDO

Todos los trabajos revisados en el apartado anterior son simplificados. Admiten más hipótesis de las matemáticamente necesarias.

Los trabajos que se refieren a muros aislados, sólo tie-  
nen interés como etapa inicial de los que consideran recintos completos. En los que modelizan los locales en su conjunto, -/  
destacan las siguientes deficiencias:

- El intercambio radiante de onda larga, es tratado de modo -/  
muy simplificado. El intercambio radiante de onda corta no -  
se considera más que en tres de las referencias /14,19,20/,  
pero ninguna menciona cómo se distribuye la radiación que pe  
netra en el local entre las diversas superficies. Si bien en  
un edificio convencional, el intercambio radiante es una par  
te pequeña del total, en las nuevas tipologías constructivas,  
que empiezan a incorporar elementos solares pasivos, no pue-  
de dejar de tenerse en cuenta del modo más detallado posible.
- La variación de las propiedades radiantes de los vidrios, -/  
así como la posibilidad de manejar sistemas vidriados comple-  
jos, no son mencionadas en ninguno de los trabajos.
- A excepción de los trabajos de Hittle, ningún autor menciona  
la posibilidad de utilizar los métodos de respuesta en fre-  
cuencia para cálculos estacionales.

Aunque no es patrimonio de los métodos de respuesta en -/  
frecuencia, ningún autor considera la posibilidad de un funcio-  
namiento interrumpido del equipo. Los que lo consideran, o po-  
drían considerarlo (no mencionan tampoco nada al respecto), -/  
abandonan el dominio de la frecuencia muy prematuramente, a ni  
vel de ganancias para cada solicitud.

El objetivo de la presente Tesis, es desarrollar un método de respuesta en frecuencia suficientemente ágil como para servir de base a un programa de ayuda al diseño de edificios, y suficientemente preciso como para poder adaptarse al grado de detalle requerido por la incorporación de tipologías pasivas.

En relación con este último aspecto, el método no incorpora más hipótesis de las estrictamente necesarias desde un punto de vista matemático y, en consecuencia, subsana las deficiencias observadas en los modelos actualmente existentes. En concreto, el modelo contempla de manera detallada los intercambios radiantes, tiene en cuenta la variación de las propiedades ópticas de los vidrios, simples o complejos, puede realizar cálculos en base anual, o estacional, y considera la posibilidad del funcionamiento interrumpido del equipo acondicionador.

Trás revisar, brevemente, los mecanismos de transferencia de calor que tienen lugar en el edificio, capítulo 3, se establecen las bases matemáticas de todos los modelos de respuesta en frecuencia, capítulo 4, haciendo mención de las hipótesis matemáticas, irrenunciables, en este tipo de métodos.

El capítulo 5, se dedica al desarrollo del modelo de respuesta en frecuencia. Se analiza el modo de resolución de cada uno de los mecanismos de transferencia. Una vez escritas las ecuaciones, estas se acoplan para resolver el campo térmico del edificio bajo las dos condiciones de operación tradicionales:

- 1) Temperatura del aire interior constante.
- 2) Oscilación libre de la temperatura interior.

El capítulo 6, se dedica a los datos meteorológicos, y a la representación de las fuentes internas de calor. Se analizan dos tipos básicos de datos. Por una parte, los datos meteorológicos horarios para años completos, por otra los basados en días de referencia. Si bien los primeros, son más directamente utilizables por el modelo que se desarrolla, los segundos son los únicos disponibles en España.

En el capítulo 7, se realizan estudios de sensibilidad, del modelo desarrollado, a diferentes variables. Los principales estudios tratan de fijar el número de armónicos que deben tomarse en la aproximación, tanto de las excitaciones exteriores como interiores. Los resultados se comparan con los de un modelo detallado, validado experimentalmente /28/. También se incluyen aplicaciones para poner de manifiesto la utilidad del modelo desarrollado.

En el capítulo 8, se resumen las conclusiones y aportaciones más importantes de este trabajo.

Por último, se realizan unas consideraciones sobre el método utilizado en el desarrollo en serie de Fourier de las excitaciones, anexo 1. Los anexos 2 y 3 tratan de la conexión del método de respuesta en frecuencia con los de factores de ponderación. La sistemática desarrollada en los mismos, permite eliminar algunas de las restricciones inherentes a los métodos de respuesta en frecuencia.

## CAPITULO 3

### TRANSMISION DE CALOR EN EDIFICIOS

### CAPITULO 3. TRANSMISION DE CALOR EN EDIFICIOS

Como es sabido, la fuerza impulsora de la transferencia de calor, es la diferencia de temperatura. La necesidad de mantener, en el interior de los edificios, unas condiciones determinadas de confort, hace que aquellos no estén en equilibrio térmico con sus alrededores.

El edificio, considerado como un sistema térmico, se ve sometido a las siguientes sollicitaciones:

- En el exterior:

Radiación solar  
Temperatura del aire exterior  
Temperatura de los alrededores  
Temperatura de la bóveda celeste

- En el interior:

Fuentes internas de calor (iluminación, ocupantes, equipos generadores de calor).

Como respuestas a estas sollicitaciones, aparecen sobre el edificio los siguientes flujos de calor: (Figura 1).



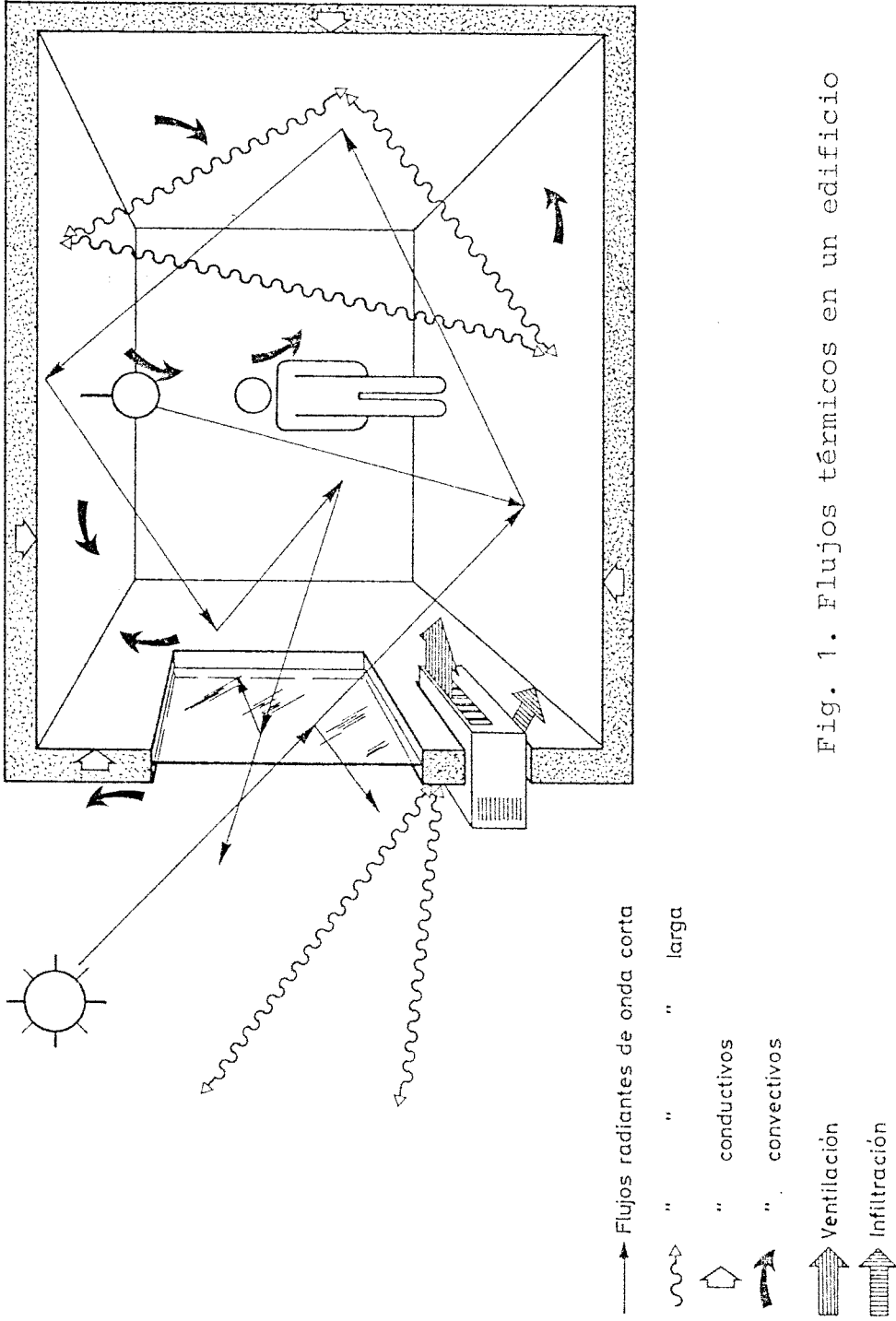


Fig. 1. Flujos térmicos en un edificio

\* CONDUCCION

El calor se transfiere por conducción a través de los cerramientos opacos y semitransparentes. En los cerramientos opacos, es necesario considerar la transferencia en régimen --/ transitorio, mientras en los semitransparentes, cuya capacidad calorífica es pequeña, puede considerarse en régimen permanente. La conducción es generalmente asumida como unidimensional, aunque existen situaciones en las que esto no es --/ cierto, como en esquinas, puentes térmicos y suelos en contacto con el terreno.

\* CONVECCION

Aparece convección: entre el aire exterior y la superficie exterior de los cerramientos; entre la superficie interior de estos y el aire interior; en el interior de las cámaras de aire de los cerramientos, si existen.

\* RADIACION

Al estudiar la transferencia de calor por radiación en los edificios hay que diferenciar dos zonas del espectro de la radiación térmica: las longitudes de onda cortas ( $\lambda < 2.5 \mu\text{m}$ ), que cubren prácticamente la totalidad de la radiación solar; las longitudes de onda largas ( $\lambda > 2.5 \mu\text{m}$ ), que comprenden, --/ prácticamente, toda la radiación emitida por los cuerpos a temperatura ambiente.

Puesto que los componentes del edificio no emiten radiación de onda corta, esta sólo puede ser absorbida, reflejada y --/ transmitida. La radiación solar es absorbida, y reflejada, --

en el exterior de los cerramientos opacos. Los cerramientos semitransparentes, transmiten parte de la radiación solar - que incide sobre ellos, al interior del edificio. Aquí, junto a la fracción radiante de onda corta de las luminarias, - es absorbida y reflejada por los cerramientos opacos. Una -/ parte, puede ser transmitida al exterior, si existen cerra-/ mientos semitransparentes.

Los flujos de calor por radiación de onda larga, aparecen en todas las superficies, tanto exteriores como interiores. En las superficies exteriores, aparecen intercambios radiantes de larga con los alrededores y con la bóveda celeste. En las superficies interiores, aparecen intercambios entre cada superficie y todas las otras, y además, con los objetos inte-/ riores, como ocupantes, dispositivos de iluminación y equipos diversos.

Además de los indicados, aparecen flujos de calor directa mente sobre el aire interior del edificio. Estos, son debidos a las infiltraciones de aire exterior, a la ventilación, y al aporte energético del equipo acondicionador, si existe. Tam-/ bién son cedidas al aire interior las fracciones convectivas - de las fuentes internas.

Se observa que todos los mecanismos están involucrados y acoplados entre sí. El acoplamiento es a tres niveles:

- En cada cerramientos, las condiciones de contorno para la -/ ecuación de conducción involucran los otros mecanismos.
- Cada cerramiento, está acoplado con todos los demás, directa mente por medio del intercambio radiante, e indirectamente a través del aire interior.

- Entre cada dos zonas térmicas del edificio, existe un acoplamiento por conducción a través de las medianeras, y puede haberlo por convección y radiación.

Debido a la presencia de conducción transitoria, hay que trabajar en régimen transitorio, y debido al múltiple acoplamiento, el edificio debe ser considerado en su conjunto.

CAPITULO 4

FUNDAMENTO TEORICO

CAPITULO 4. FUNDAMENTO TEORICO

La base teórica del método que se desarrolla en esta Te-  
sis se encuentra en la solución del siguiente problema:

"Considérese una capa homogénea de un sólido infinito li-  
mitada por dos planos paralelos en las posiciones  $x = -1$  y  $-$ /  
 $x = 1$ . La temperatura inicial del sólido es cero y para  $t > 0$  -  
se mantienen ambas superficies a temperatura  $\text{sen}(\omega t + \phi)$ . Se de-  
sea calcular las distribuciones de temperatura y flujo de ca-  
lor en la región ocupada por el sólido".

En las condiciones expuestas, los campos de temperatura -  
y flujo de calor son únicamente función de la coordenada espa-  
cial  $x$  y del tiempo.

La distribución de temperatura se obtiene resolviendo la  
ecuación:

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \quad (1.a)$$

$$t > 0$$

$$-1 < x < 1$$

sometida a las condiciones de contorno

$$T(x,0) = 0 \quad (1.b)$$

$$T(-1,t) = \text{sen}(\omega t + \phi) \quad (1.c)$$

$$T(+1,t) = \text{sen}(\omega t + \phi) \quad (1.d)$$

Conocida la distribución de temperatura, la de flujos de calor se calcula mediante la ley de Fourier:

$$q(x,t) = -k \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \quad (2)$$

La solución al problema planteado en las ecuaciones (1) - puede encontrarse en los libros clásicos de transferencia de calor; como por ejemplo, Carslaw y Jaeger / 6 /, obteniéndose:

$$T(x,t) = A \operatorname{sen}(\omega t + \phi + \psi) +$$

$$+ 4\pi\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^n (2n+1) [4l^2\omega \cos(\phi) - \alpha(2n+1)^2\pi^2 \operatorname{sen}(\phi)]}{16l^4\omega^2 + \alpha^2\pi^4 (2n+1)^4} \right.$$

$$\left. \exp\left(\frac{-\alpha(2n+1)^2\pi^2 t}{4l^2}\right) \cos\left(\frac{(2n+1)\pi x}{2l}\right) \right\} \quad (3.a)$$

donde:

$$A = \left| \frac{\cosh(Kx(1+i))}{\cosh(Kl(1+i))} \right| = \left( \frac{\cosh(2Kx) + \cos(2Kx)}{\cosh(2Kl) + \cos(2Kl)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.b)$$

$$\psi = \arg \left( \frac{\cosh(Kx(1+i))}{\cosh(Kl(1+i))} \right) \quad (3.c)$$

$$K = \left( \frac{\omega}{2\alpha} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.d)$$

El primer término de (3.a) representa la solución en régimen periódico establecido, y es la que permanece después de un tiempo suficientemente grande como para que el resto de los términos de (3.a), que representan la respuesta transitoria, se hagan despreciables.

Si se considera el tiempo suficientemente grande, la solución del problema es sólomente:

$$T(x,t) = A \operatorname{sen}(\omega t + \phi + \psi) \quad (4)$$

Si ahora se somete el sólido en estudio a una excitación en temperatura en sus superficies de la forma:

$$\sum_{m=1}^{\infty} a_m \operatorname{sen}(m \omega t + \phi_m) \quad (5)$$

es posible obtener la solución, aplicando el principio de superposición, puesto que la ecuación diferencial y las condiciones de contorno son lineales e invariantes. La solución para el campo de temperaturas en régimen periódico establecido es, sencillamente:

$$\sum_{m=1}^{\infty} a_m A_m \operatorname{sen}(m \omega t + \phi_m + \psi_m) \quad (6)$$

donde  $A_m$  y  $\psi_m$  son  $A$  y  $\psi$  obtenidas a partir de (3.b) y (3.c) -/ respectivamente, sustituyendo  $\omega$  por  $m \omega$ .

Se habrá observado que la ecuación (5) es una forma particular del desarrollo de Fourier para una función periódica. -/ Normalmente, un desarrollo en serie de Fourier de una función  $f$ , de periodo  $t_0$ , se expresa mediante /29/:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n \exp(i n \omega_0 t) \quad (7.a)$$

donde

$$\alpha_n = \frac{1}{t_0} \int_{-t_0/2}^{+t_0/2} f(t) \exp(-i n \omega_0 t) \quad n=0, 1, 2, \dots (7.b)$$

$$\omega_0 = 2\pi/t_0 \quad (7.c)$$



Se observará que los coeficientes  $\alpha_n$  calculados mediante (7.b) son números complejos.

Es posible calcular la solución al problema que se planteó inicialmente para excitaciones, en temperatura, complejas. La idea es obtener la solución a un problema real por superposición de las soluciones a problemas más sencillos obtenidos al desarrollar las excitaciones en serie de Fourier.

Considérese de nuevo el problema original sometido, ahora, a las siguientes condiciones de contorno: (se cambian las coordenadas de las superficies a  $x=x_1$  y  $x=x_2$  para mayor generalidad):

$$T(x_1, t) = \alpha_1 \exp(i \omega t) \quad (8.a)$$

$$T(x_2, t) = \alpha_2 \exp(i \omega t) \quad (8.b)$$

Restringiendo el estudio al régimen periódico establecido, la solución a la ecuación (1.a) puede suponerse de la forma:

$$S(x, t) = A(x) \exp(i \omega t) \quad (9)$$

Esta solución debe satisfacer la ecuación diferencial:

$$\frac{\partial^2 S(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\rho c_p}{k} \frac{\partial S(x, t)}{\partial t} \quad (10.a)$$

$$t > 0$$

$$x_1 < x < x_2$$

y las condiciones de contorno:

$$S(x_1, t) = \alpha_1 \exp(i \omega t) \quad (10.b)$$

$$S(x_2, t) = \alpha_2 \exp(i \omega t) \quad (10.c)$$

Sustituyendo  $S(x, t)$  por su valor dado por (9), se obtiene:

$$\frac{d^2 A(x)}{dx^2} - \frac{i \omega \rho c_P}{k} A(x) = 0 \quad (11.a)$$

$$A(x_1) = \alpha_1 \quad (11.b)$$

$$A(x_2) = \alpha_2 \quad (11.c)$$

La solución a esta ecuación diferencial es de la forma:

$$A(x) = C_1 \exp(z x) + C_2 \exp(-z x) \quad (12.a)$$

siendo:

$$z = (1+i) \left( \frac{\omega \rho c_P}{2k} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (12.b)$$

y  $C_1$  y  $C_2$ , constantes, a determinar a partir de las condiciones de contorno:

$$\alpha_1 = C_1 \exp(z x_1) + C_2 \exp(-z x_1)$$

$$\alpha_2 = C_1 \exp(z x_2) + C_2 \exp(-z x_2)$$

se obtiene:

$$C_1 = \frac{\alpha_1 \exp(-z x_2) - \alpha_2 \exp(-z x_1)}{\exp(z(x_1 - x_2)) - \exp(-z(x_1 - x_2))} \quad (12.c)$$

$$C_2 = \frac{\alpha_2 \exp(z x_1) - \alpha_1 \exp(z x_2)}{\exp(z(x_1 - x_2)) - \exp(-z(x_1 - x_2))} \quad (12.d)$$

Si en la solución obtenida se hace  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$  y  $x_1 = -1$  y  $x_2 = 1$  se obtiene:

$$A(x) = \frac{\cosh(z x)}{\cosh(z l)} \quad (13)$$

cuyo módulo y argumento coinciden, respectivamente, con los valores  $A$  y  $\psi$  dados por (3.b) y (3.c).

Este proceso de resolución es mucho más general que el inicial, al poderse utilizar para cualquier tipo de excitación desarrollable en serie de Fourier.

Como se ha indicado, es posible obtener la solución a cualquier problema de conducción como el planteado de la siguiente forma:

1. Desarrollar en serie de Fourier, en la forma dada por las ecuaciones 7, las excitaciones.
2. Resolver el problema para cada frecuencia incluida en el desarrollo y sumar los resultados.

El resultado que se obtiene es el desarrollo en serie de Fourier de la respuesta al problema que se haya planteado.

La ventaja de este procedimiento es que no siempre se necesitan infinitos términos para representar las excitaciones, con razonable exactitud /25,30/.

La única limitación que tiene el método que se ha expuesto es que, al utilizar el principio de superposición, sólo es válido para problemas en que las ecuaciones algebraicas y diferenciales que lo describan sean lineales, e invariantes.

CAPITULO 5

FORMULACION DE LAS

ECUACIONES DE TRANSFERENCIA

EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

CAPITULO 5. FORMULACION DE LAS ECUACIONES DE TRANSFERENCIA  
TERMICA EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

La metodología expuesta en el Capítulo 4, es utilizable, únicamente, si todas las ecuaciones de transferencia térmica - del edificio, pueden plantearse de un modo compatible con el -/ método de resolución. La compatibilidad exige la expresión de las excitaciones en forma de una serie de Fourier; este tema - se tratará con detalle en el Capítulo 6.

En este Capítulo, se da solución concreta a los problemas de transferencia, que fueron presentados en el Capítulo 3.

Se comienza estudiando la ecuación de conducción, plan-/  
teando su resolución del modo más sencillo, que, como se ve -/  
después, resulta el más general.

A continuación se analizan las condiciones de contorno -/  
que se imponen a la ecuación de conducción. Primero en las su-  
perficiees exteriores de los cerramientos, después en las inte-  
riores.

Finalmente se acoplan todas las ecuaciones anteriores, me-  
diante balances de energía superficiales y sobre el aire, lo -  
cual conduce a una formulación matricial de las ecuaciones.

### 5.1. ECUACION DE CONDUCCION

En base a los desarrollos del apartado anterior, es posible resolver cualquier problema de conducción en régimen periódico establecido. Sin embargo el proceso es excesivamente general. Cuando se estudia la transferencia de calor en edificios tiene poco interés el conocimiento de la distribución de temperatura en el interior de los cerramientos; se está más bien interesado en la determinación de las temperaturas y flujos de calor en los extremos del cerramiento.

En este apartado se estudia, primero para cerramientos homogéneos y de múltiples capas homogéneas, después para los semitransparentes, la solución de la ecuación de conducción con condiciones de contorno de temperatura impuesta.

En el apartado 5.2 se verá que es posible reducir cualquier otro tipo de condición de contorno (flujo de calor impuesto o convección) a temperatura impuesta.

Las hipótesis que se realizan en todos los casos son las siguientes:

- 1) La transferencia de calor por conducción es unidimensional, de modo que está regida por la ecuación (1.a).
- 2) Las propiedades físicas del material que compone el muro son constantes, independientes de la posición, la temperatura o el tiempo.

Estas hipótesis, aseguran la linealidad e invariancia del problema matemático y, por ello, permiten la aplicación del principio de superposición.

Si se considera una excitación en temperatura, esta podrá ser representada por una serie de Fourier de la forma dada en las ecuaciones (7), será por ejemplo:

$$T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_n \exp(in \omega_0 t) \quad (14)$$

$\omega_0$  es la pulsación ( $2\pi/t_0$ ) correspondiente al periodo ( $t_0$ ) de la temperatura como función del tiempo.

Al aplicar superposición se estudia la respuesta del sistema a cada componente de la excitación por separado. En los apartados siguientes se analizarán los resultados para una de estas componentes, frecuencias o armónicos, de las excitaciones.

Si la respuesta obtenida es, por ejemplo, un flujo de calor, de acuerdo a la ecuación (9), se podrá expresar de la forma:

$$q(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q_n \exp(in \omega_0 t) \quad (15)$$

Como se verá, es posible obtener los armónicos de la respuesta,  $q_n$ , en función de los armónicos de la excitación,  $T_n$ , de la misma frecuencia.

#### 5.1.1. Cerramientos homogéneos

Tal como se ha expuesto en el Capítulo 4, la solución general de un problema de conducción, pasa por la obtención del campo de temperaturas. El campo de flujo de calor puede obtenerse mediante la ecuación (2). Este proceso permite conocer la temperatura y el flujo de calor en cada punto del sólido en estudio.



Para los fines que se persiguen aquí, no es, sin embargo, necesario conocer dichas distribuciones de temperatura y flujo de calor. Por el contrario es suficiente determinar esas variables en las superficies del sólido en estudio, en este caso, - en las superficies interior y exterior del cerramiento.

Considérese pues un cerramiento, homogéneo, tal como se muestra en la figura 2. Supóngase una temperatura  $T_1 \exp(i\omega t)$  en la superficie situada en  $x = x_1$  y  $T_2 \exp(i\omega t)$  en  $x = x_2$ . (Nótese que se hace referencia a uno de los armónicos, el de frecuencia  $\omega$ , de las temperaturas reales a que está sometido el cerramiento).

Tal como se obtuvo en el Capítulo 4, (ecuación (9)), la solución para el campo de temperaturas se expresa mediante:

$$T(x,t) = [C_1 \exp(z x) + C_2 \exp(-z x)] \exp(i\omega t) \quad (16)$$

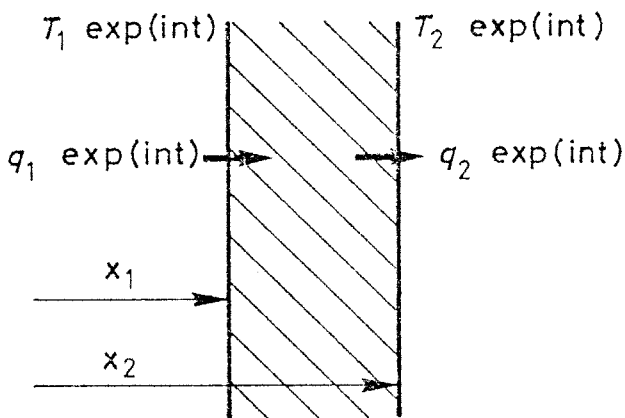


Fig. 2. Muro Homogéneo

Según (2) el flujo de calor viene dado por:

$$q(x,t) = -k \left[ C_1 z \exp(zx) - C_2 x \exp(-zx) \right] \exp(i\omega t) \quad (17)$$

que puede escribirse de la forma:

$$q(x,t) = q \exp(i\omega t) \quad (18)$$

Si se particularizan las ecuaciones (16) y (17) para las superficies exterior (subíndice 1) e interior (subíndice 2) -/ del muro se obtiene:

$$T_1 \exp(i\omega t) = \left[ C_1 \exp(zx_1) + C_2 \exp(-zx_1) \right] \exp(i\omega t) \quad (19.a)$$

$$q_1 \exp(i\omega t) = -k \left[ C_1 z \exp(zx_1) - C_2 z \exp(-zx_1) \right] \exp(i\omega t) \quad (19.b)$$

$$T_2 \exp(i\omega t) = \left[ C_1 \exp(zx_2) + C_2 \exp(-zx_2) \right] \exp(i\omega t) \quad (19.c)$$

$$q_2 \exp(i\omega t) = -k \left[ C_1 z \exp(zx_2) - C_2 z \exp(-zx_2) \right] \exp(i\omega t) \quad (19.d)$$

Puesto que  $\exp(i\omega t)$  es distinto de cero, es posible dividir las ecuaciones (19) por este factor y queda:

$$T_1 = C_1 \exp(zx_1) + C_2 \exp(-zx_1) \quad (20.a)$$

$$q_1 = -k \left[ C_1 z \exp(zx_1) - C_2 z \exp(-zx_1) \right] \quad (20.b)$$

$$T_2 = C_1 \exp(zx_2) + C_2 \exp(-zx_2) \quad (20.c)$$

$$q_2 = -k \left[ C_1 z \exp(zx_2) - C_2 z \exp(-zx_2) \right] \quad (20.d)$$

De las ecuaciones (20.c) y (20.d) se pueden calcular  $C_1$  y  $C_2$ , se obtiene:

$$C_1 = \frac{1}{2} \left( T_2 - \frac{q_2}{k z} \right) \exp(-z x_2) \quad (21.a)$$

$$C_2 = \frac{1}{2} \left( T_2 + \frac{q_2}{k z} \right) \exp(z x_2) \quad (21.b)$$

Sustituyendo estos valores en (20.a) y (20.b) y utilizando las funciones seno y coseno hiperbólicos en lugar de la exponencial se llega a:

$$T_1 = T_2 \cosh(z(x_1 - x_2)) - q_2 \frac{\sinh(z(x_1 - x_2))}{k z} \quad (22.a)$$

$$q_1 = -T_2 k z \sinh(z(x_1 - x_2)) + q_2 \cosh(z(x_1 - x_2)) \quad (22.b)$$

Las ecuaciones (22) suelen aparecer en la literatura en forma matricial:

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ q_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_2 \\ q_2 \end{pmatrix} \quad (23.a)$$

donde:

$$A = D = \cosh(z d) \quad (23.b)$$

$$B = \frac{\sinh(z d)}{k z} \quad (23.c)$$

$$C = k z \operatorname{senh}(zd) \quad (23.d)$$

$$d = x_2 - x_1 \quad (23.e)$$

$$z = (1+i) \left(\frac{\omega}{2\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (12.b)$$

Las ecuaciones (23) relacionan las magnitudes complejas, del armónico que se está considerando, de las temperaturas y flujos de calor en las superficies del muro.

En transferencia de calor en edificios lo que más interesa es determinar el flujo de calor que alcanza la superficie interior del muro ( $q_2$ ) en función de las temperaturas superficiales exterior ( $T_1$ ) e interior ( $T_2$ ). A partir de la ecuación (23.a) puede obtenerse:

$$q_2 = \left(\frac{1}{B}\right) T_1 - \left(\frac{A}{B}\right) T_2 \quad (24)$$

Esta ecuación es la que se utilizará para representar la transferencia de calor por conducción a través de un cerramiento.

Los números complejos  $(1/B)$  y  $(A/B)$  se denominarán en lo sucesivo "coeficientes de respuesta en frecuencia".

### 5.1.2. Cerramientos de múltiples capas homogéneas

Los cerramientos utilizados en los edificios pueden ser asimilados a una concatenación de capas homogéneas, como se ve en la figura 3.

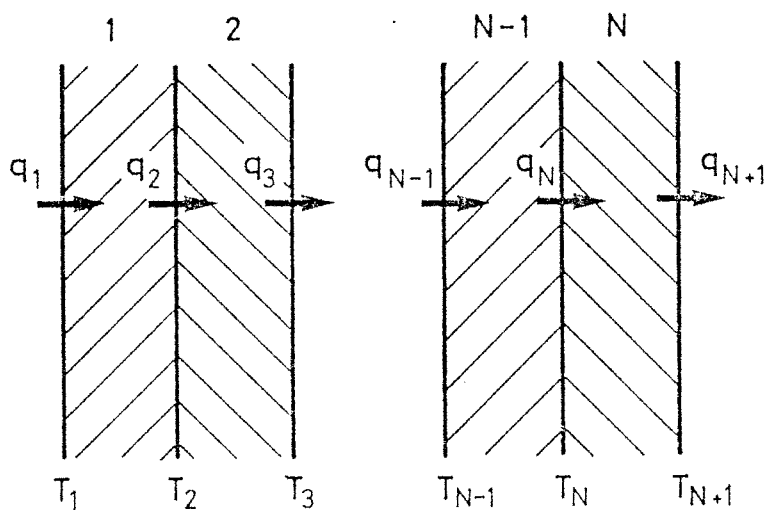


Fig. 3. Muro Multicapa

Si se supone que en la cara exterior (la cara que está -/ más cerca del exterior) de la capa \$j\$ existe una temperatura \$T\_j\$ y un flujo de calor \$q\_j\$ y en la cara interior (la cara que está más cerca del interior) una temperatura \$T\_{j+1}\$ y un flujo de calor \$q\_{j+1}\$, de acuerdo al resultado para muros homogéneos, será:

$$\begin{pmatrix} T_j \\ q_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_j & B_j \\ C_j & D_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{j+1} \\ q_{j+1} \end{pmatrix} \quad (25)$$

Es así posible relacionar las temperaturas y flujos extremos del cerramiento, \$T\_e, q\_e\$, en la superficie exterior, con -/ los de la superficie interior, \$T\_i\$ y \$q\_i\$, en un muro de \$N\$ capas homogéneas:

$$\begin{pmatrix} T_e \\ q_e \end{pmatrix} = \prod_{j=1}^N \begin{pmatrix} A_j & B_j \\ C_j & D_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_i \\ q_i \end{pmatrix} \quad (26)$$

que puede expresarse

$$\begin{pmatrix} T_e \\ q_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_i \\ q_i \end{pmatrix} \quad (27)$$

De esta forma puede tratarse un muro de múltiples capas - exactamente como uno homogéneo, sin más que calcular la "matriz de transmisión" de las capas que lo constituyen. Puesto que el producto de matrices no es conmutativo, deben multiplicarse -/ las matrices en el orden en que sus respectivas capas aparecen en el muro.

Se ha considerado que el contacto entre las capas homogéneas que componen el muro es perfecto; si ello no es así, puede mantenerse el tratamiento introduciendo la resistencia de - contacto como "una capa" más. En efecto, si la resistencia de contacto entre las capas  $j$  y  $k$  es  $R_{jk}$  se tiene:

$$q_{j+1} = q_k = \frac{T_{j+1} - T_k}{R_{jk}} \quad (28)$$

que puede escribirse en forma matricial:

$$\begin{pmatrix} T_{j+1} \\ q_{j+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & R_{jk} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_k \\ q_k \end{pmatrix} \quad (29)$$

Idéntico razonamiento puede utilizarse si el cerramiento incluye una cámara de aire.

También es posible tratar con esta metodología las condiciones de contorno convectivas. El coeficiente de transferencia de calor por convección puede suponerse equivalente a una capa adicional del muro, una resistencia térmica pura de valor el inverso del coeficiente de transferencia.

Así, si un muro transfiere calor por convección al aire de su entorno con coeficientes  $h_e$  en el exterior, a temperatura  $T_e$ , y  $h_i$  en el interior, a temperatura  $T_i$ , los flujos de calor  $q_e$  y  $q_i$  respectivamente se relacionan con las temperaturas mediante:

$$\begin{pmatrix} T_e \\ q_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1/h_e \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1/h_i \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_i \\ q_i \end{pmatrix} \quad (30)$$

que de nuevo puede ponerse, multiplicando las tres matrices, en la forma de la ecuación (27).

### 5.1.3. Cerramientos semitransparentes

Para los cerramientos semitransparentes del edificio se acepta generalmente la hipótesis de que no tienen inercia térmica alguna, pueden por tanto tratarse en régimen permanente.

La matriz de transmisión del vidrio es la unidad puesto que su temperatura se ha supuesto uniforme. Si el vidrio es compuesto e incluye cámaras de aire, su matriz de transmisión será el producto de las matrices de transmisión de las cámaras de aire que contenga.

#### 5.1.4. Respuesta en frecuencia de cerramientos

Se ha estudiado el problema general de transferencia de calor por conducción, a través de cerramientos, y se ha visto que, en general, es posible obtener una matriz de transmisión que relaciona las temperaturas y los flujos de calor en sus superficies.

En cualquier caso, se ha visto que la ecuación

$$q_2 = (1/B) T_1 - (A/B) T_2 \quad (24)$$

proporciona el valor del flujo de calor que alcanza el interior del muro cuando este se somete a las temperaturas  $T_1$  y  $T_2$  en sus extremos.

Un caso de particular interés resulta cuando se hace  $T_2$  nula para todas las frecuencias. Esto puede ser debido a que la temperatura en el interior del muro sea constante, y se tome como referencia para todas las temperaturas. En estas condiciones es:

$$q_2 = (1/B) T_1 \quad (31)$$

Este caso particular ha sido ampliamente estudiado /2,3, 13,15,16,17/.

Si  $q_2$  se interpreta como la respuesta a una acción,  $T_1$ , sobre el sistema térmico que es el muro, la ecuación (31) es la función de transferencia del sistema en el dominio de la frecuencia.

El muro se comporta como un sistema lineal introduciendo en la respuesta un amortiguamiento y un desfase respecto a la



excitación. El factor de amortiguamiento es el módulo, y el retraso el argumento, del número complejo  $(1/B)$

En las figuras 4a y 4b, 5a y 5b, 6a y 6b, se han representado, en función de la frecuencia, el amortiguamiento y desfase que introducen tres muros cuyas características se indican en la tabla 1. Los datos han sido tomados de la referencia -/31/.

El amortiguamiento se ha adimensionalizado dividiéndolo por el coeficiente global de transferencia en régimen permanente.

En las figuras puede verse cómo el muro se comporta como un filtro para las altas frecuencias. El amortiguamiento es mayor a medida que aumenta la frecuencia y, para igual frecuencia, mayor cuando aumenta la inercia térmica del muro. El desfase tiene un comportamiento similar, los muros más inertes introducen un retraso mayor que los más ligeros.

Este comportamiento puede ser utilizado de forma inmediata en el tratamiento de las variables meteorológicas (Capítulo 6). Puesto que dichas variables son excitaciones exteriores al muro, si la respuesta en frecuencia de este es conocida, pueden no tenerse en cuenta términos del desarrollo en serie de Fourier correspondientes a frecuencias superiores a una determinada, para la cual la respuesta del muro sea muy pequeña.

En las figuras se han representado los amortiguamientos y desfases hasta valores de frecuencia para los que el amortiguamiento se reduce a un 1% del valor de régimen permanente.

La acción de filtrado del muro se pone de manifiesto más claramente en las figuras 7, 8 y 9. En ellas se somete el muro correspondiente a las figuras 5a y 5b (46) a excitaciones puras

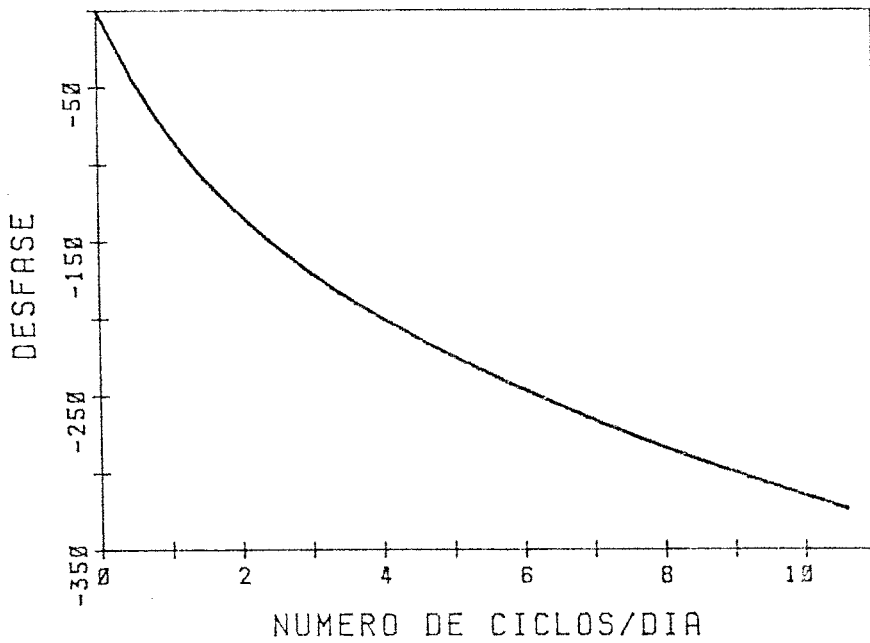


Fig. 4b. Desfase en función de la frecuencia. Muro 50

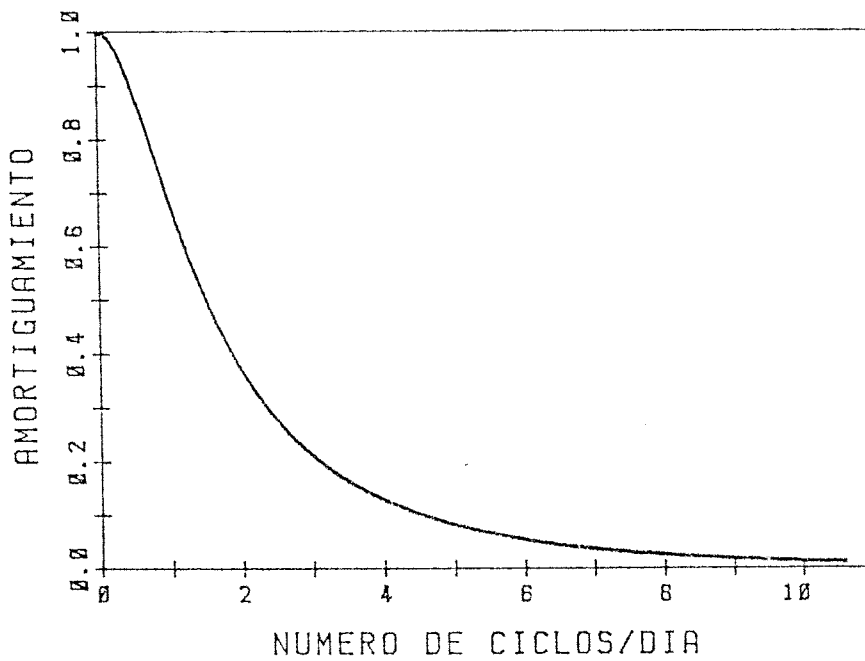


Fig. 4a. Amortiguamiento en función de la frecuencia. Muro 50

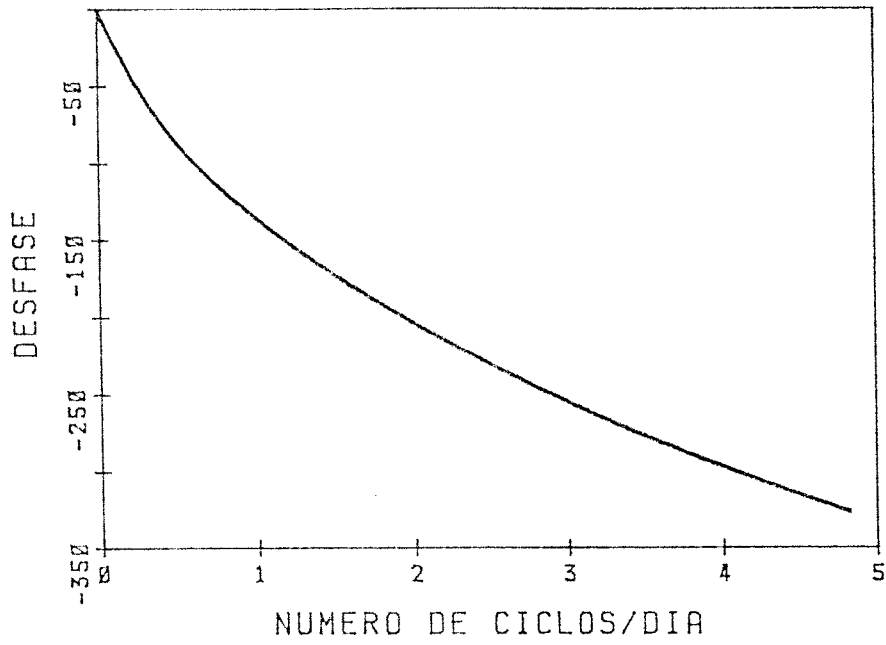


Fig. 5b. Desfase en función de la frecuencia. Muro 46.

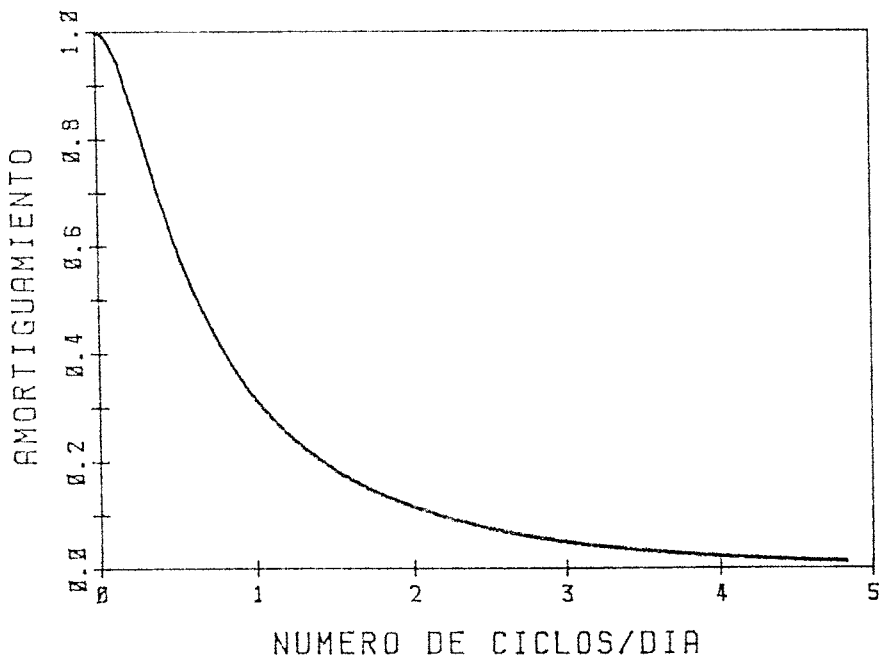


Fig. 5a. Amortiguamiento en función de la frecuencia. Muro 46.

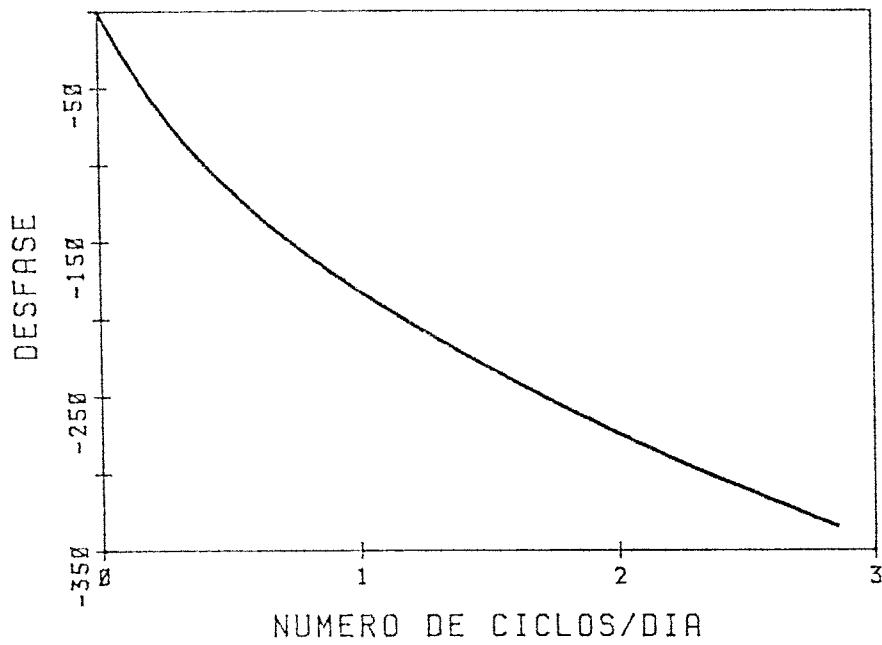


Fig. 6b. Desfase en función de la frecuencia. Muro 52.

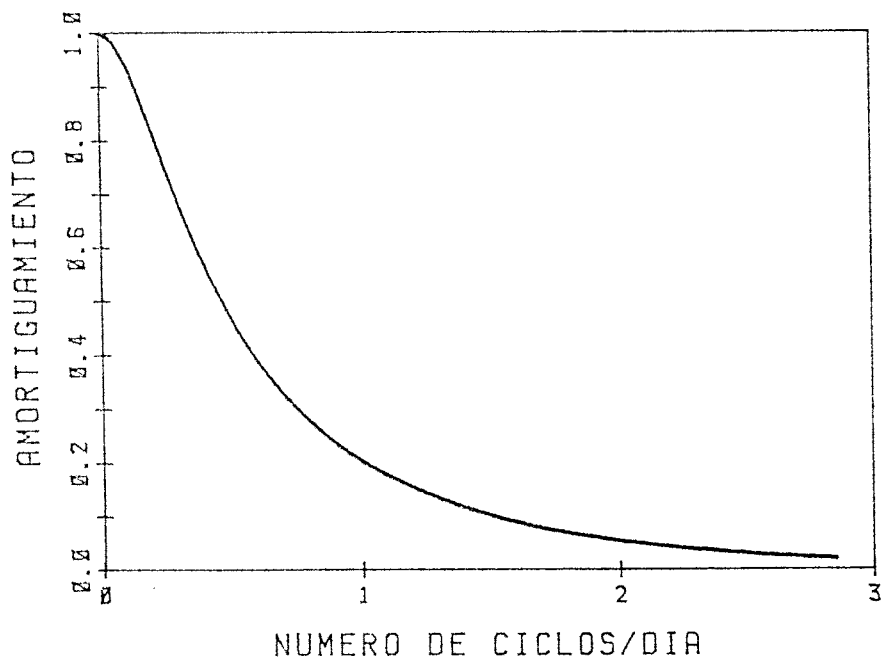


Fig. 6a. Amortiguamiento en función de la frecuencia. Muro 52.

TABLA 1-a. Características constructivas de los muros utilizados en las figuras 4,5 y 6

Nº de referencia	Materiales (ext.-int.)	U(W/m <sup>2</sup> K)	Peso (Kg/m <sup>3</sup> )
46	A5 L5 C5 L3 E3 A8	1.24	276
50	A5 E2 L4 C5 L3 E3 A8	1.47	208
52	A5 E2 B4 C5 L3 E3 A8	0.82	340

TABLA 1-b. Propiedades térmicas de los materiales constituyentes de los muros 46,50 y 52

Claves	ESPESOR (m)	CONDUCTIVIDAD TÉRMICA (W/m/K)	DENSIDAD (Kg/m <sup>3</sup> )	CALOR ESPECÍFICO (Jul/Kg/K)	RESISTENCIA TÉRMICA (m <sup>2</sup> K/W)
A5: Aire exterior vertical	-	-	-	-	0.06
A8: Aire interior vertical	-	-	-	-	0.11
B4: Bloque hormigón ligero	0.240	0.33	1000	1050	-
C5: Cámara de aire (5 cm)	-	-	-	-	0.18
E2: Enfoscado de cemento	0.020	1.40	2000	1050	-
E3: Enlucido de yeso	0.015	0.30	800	920	-
L3: Ladrillo hueco sencillo	0.040	0.49	1200	920	-
L4: Ladrillo hueco doble	0.090	0.49	1200	920	-
L5: Ladrillo macizo	0.120	0.49	1800	920	-

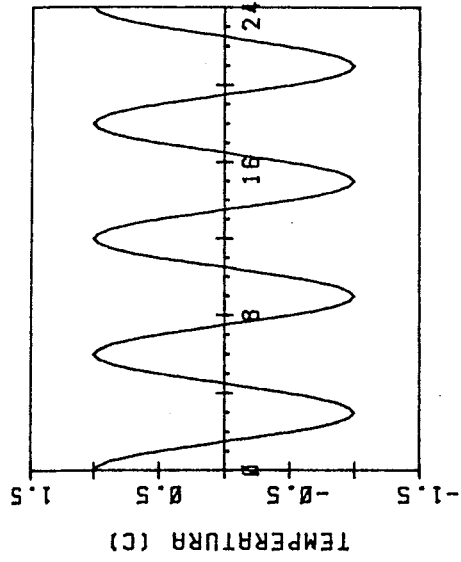


Fig. 9a. Excitación en temperatura exterior. 4 Ciclos/día

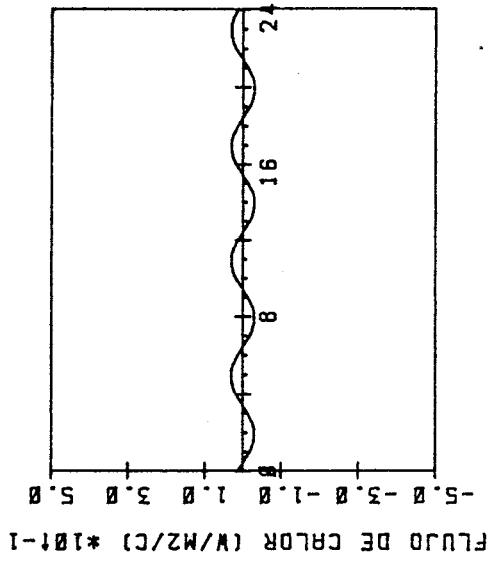


Fig. 9b. Respuesta en flujo de calor interior.

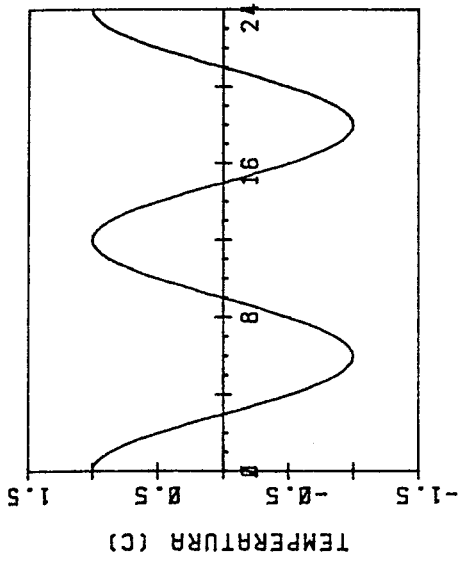


Fig. 8a. Excitación en temperatura exterior. 2 Ciclos/día

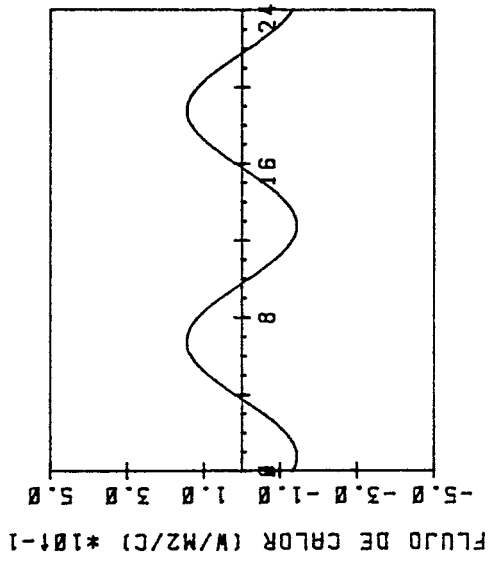


Fig. 8b. Respuesta en flujo de calor interior.

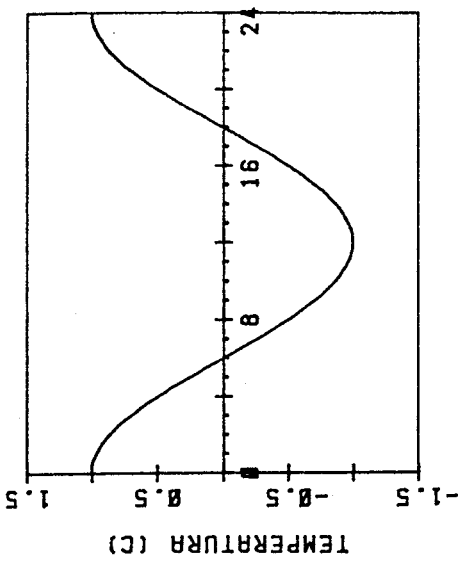


Fig. 7a. Excitación en temperatura exterior. 1 Ciclo/día.

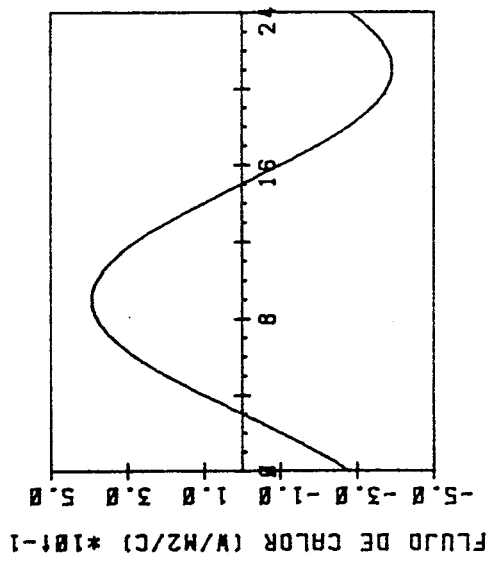


Fig. 7b. Respuesta en flujo de calor interior.

mente senoidales de amplitud unidad en su cara exterior, en el interior, se mantiene una temperatura constante e igual a cero. Se representa el flujo de calor que alcanza la superficie interior del muro.

En la figura 7 la frecuencia de la excitación corresponde a un ciclo del día. Esta frecuencia aumenta a dos ciclos al día en la figura 8. Por último la figura 9 representa la acción sobre una excitación de frecuencia 4 ciclos al día.

La respuesta en frecuencia de muros puede utilizarse también para obtener criterios de diseño. Es posible elegir un muro que introduzca un retraso determinado entre las excitaciones y el flujo de calor hacia el interior.

Como se verá en el Capítulo 6, los componentes fundamentales de las variables meteorológicas son los armónicos correspondientes a 1 y 2 ciclos al día. Un muro tal como el de las figuras 4a y 4b (50) introduce un retraso, para esas frecuencias, del orden de 5 horas, mientras que el de las figuras 5a y 5b (46) produce un retraso de unas 9 horas; para el muro de las figuras 6a y 6b (52) el desfase se aproxima a 12 horas.

## 5.2. CONDICIONES DE CONTORNO PARA LA ECUACION DE CONDUCCION

En el apartado anterior, se ha visto la metodología para la resolución de la ecuación de conducción. Se han utilizado - condiciones de contorno de temperatura impuesta y se ha indicado que cualquier otro tipo es planteable en términos de temperatura impuesta.

Las condiciones de contorno existentes en la realidad son convectivas, radiantes, o de flujo de calor impuesto. En este - apartado se estudian con detalle las condiciones reales y el - modo en que se expresan como temperatura impuesta.

Se ven primero las condiciones en las superficies exteriores de los cerramientos, fuertemente ligadas a los datos meteorológicos, y a continuación en las superficies interiores.

Todo el desarrollo se hace para uno de los armónicos de - las variables consideradas; el modo de obtener estos armónicos, se verá en el Capítulo 6.

### 5.2.1. Condiciones de contorno exteriores

En el exterior de un cerramiento ocurren los siguientes - procesos de transferencia de calor:

- Absorción de radiación solar de onda corta.
- Intercambio convectivo con el aire exterior.
- Intercambio radiante de onda larga entre la superficie y los alrededores.
- Intercambio radiante de onda larga entre la superficie y la atmósfera.



En esta sección, se precisa la forma en que cada uno de estos mecanismos ha sido tenido en cuenta, estableciendo las hipótesis necesarias para mantener la linealidad e invariancia de la condición de contorno exterior, imprescindible tal como se ha expuesto en el Capítulo 4.

#### 5.2.1.1. Absorción de radiación solar de onda corta

La energía térmica emitida por el sol, alcanza la atmósfera terrestre donde es parcialmente absorbida y difundida. Tradicionalmente se la considera dividida en dos componentes, directa y difusa. La longitud de onda de la radiación solar está en el rango de  $0 \div 2.5 \mu\text{m}$ .

Para los cerramientos opacos, la absorción de la radiación solar de onda corta supone un flujo de calor impuesto. Se consideran grises y no se hace distinción de propiedades ópticas para las componentes directa y difusa.

Para los cerramientos semitransparentes, es habitual expresar las propiedades ópticas para la radiación solar directa, en función del coseno del ángulo de incidencia de dicha radiación, sobre la superficie:

$$P(\theta) = \sum_{n=0}^5 C_n \cos^n(\theta) \quad (32)$$

P puede ser la absortividad, reflectividad o transmisividad.

Las propiedades para radiación difusa, se obtienen a partir de las de directa, mediante integración para todos los ángulos de incidencia:

$$P_d = 2 \sum_{n=0}^5 \frac{C_n}{n+2} \quad (33)$$

Los valores de los coeficientes pueden encontrarse en -/ / 32 / para diversas clases de vidrio, o pueden calcularse con la metodología expuesta en / 28 /. Las propiedades radiantes de los materiales de construcción, aparecen en cualquier manual - de transferencia de calor.

Conocidas las propiedades radiantes, la condición de contorno correspondiente a la absorción de radiación solar, se expresa mediante:

$$q_{RC} = \alpha_{ce} (R_D + R_d) \quad (34)$$

En los cerramientos semitransparentes, hay que tener en cuenta que parte de la radiación es transmitida por el vidrio, de modo que aparece, en la condición de contorno en el interior, un término correspondiente a radiación solar de onda corta.

#### 5.2.1.2. Intercambio convectivo con el Aire Exterior

El flujo de calor por convección, que la superficie del muro recibe del aire exterior, se expresa habitualmente mediante:

$$q_C = h (T_a - T_{se}) \quad (35)$$

El coeficiente de transferencia depende de la configuración, velocidad del fluido, diferencia de temperatura entre la superficie y el aire, y de las propiedades termofísicas de este último.

Las condiciones en los edificios permiten, sin embargo, simplificar esta dependencia, y se encuentran en la bibliografía expresiones del tipo:

$$h = a + b v^n \quad (36)$$

siendo  $v$  la velocidad del viento.

Las constantes,  $a$ ,  $b$  y  $n$  se determinan experimentalmente.

Puesto que se necesitan condiciones de contorno invariantes, no es posible mantener la dependencia del coeficiente de transferencia con la velocidad del viento, ni con ningún otro parámetro. El coeficiente debe ser constante y puede estimarse con la expresión (36) para las condiciones de viento adecuadas al lugar de cálculo.

#### 5.2.1.3. Intercambio radiante de onda larga entre la superficie y los alrededores

Las superficies exteriores de los cerramientos, intercambian energía radiante de onda larga con los objetos de los alrededores. Suponiendo que dichos objetos se encuentran a la temperatura ambiente, puede cuantificarse dicho intercambio mediante:

$$q_{RLAL} = \epsilon_{le} F_{sa} (\sigma T_a^4 - \sigma T_{se}^4) \quad (37)$$

$F_{sa}$  es el factor de forma entre la superficie y los alrededores.

#### 5.2.1.4. Intercambio radiante de onda larga entre la superficie y la atmósfera

La radiación atmosférica se origina como consecuencia de la presencia en la atmósfera de gases participativos que emiten y absorben radiación de onda larga.

Este hecho se tiene en cuenta mediante la emisividad del cielo ( $\epsilon_C^0$ ) y la temperatura efectiva del cielo ( $T_C$ ), relacionados por:

$$T_C^4 = \epsilon_C^0 T_a^4 \quad (38)$$

Brunt realizó una correlación empírica entre el contenido de humedad de la atmósfera, dado por la presión parcial del vapor de agua ( $e$ , en mb), y la emisividad del cielo, en condiciones de cielo despejado:

$$\epsilon_C^0 = 0,564 + 0,059 \sqrt{e} \quad (39)$$

La presencia de nubes en la atmósfera, modifica el valor de la emisividad del cielo, que puede calcularse mediante:

$$\epsilon_C = m K_C (1 - \epsilon_C^0) + \epsilon_C^0 \quad (40)$$

donde  $m$  es la fracción de cielo cubierto y  $K_C$  un coeficiente - que depende de la altura de las nubes.

El flujo de calor impuesto a la superficie, a causa de la radiación atmosférica, se calcula mediante:

$$q_{RLAT} = \epsilon_{le} F_{sc} (\epsilon_C \sigma T_a^4 - \sigma T_{se}^4) \quad (41)$$

### 5.2.2. Condición de contorno exterior. Temperatura equivalente. Temperatura Sol-Air

Se está ahora en condiciones de plantear la condición de contorno exterior, como un equilibrio térmico que puede escribirse:

$$q_{RC} + q_C + q_{RLAL} + q_{RLAT} = q_{CD} \quad (42)$$

siendo:

- $q_{RC}$  Flujo de calor absorbido por radiación de onda corta.
- $q_C$  Flujo de calor absorbido por intercambio convectivo con el aire
- $q_{RLAL}$  Flujo de calor absorbido por intercambio radiante de onda larga entre los alrededores y la superficie
- $q_{RLAT}$  Flujo de calor absorbido por intercambio radiante de onda larga entre la atmósfera y la superficie
- $q_{CD}$  Flujo de calor que entra al muro, por conducción, en la superficie exterior.

Si se sustituyen las expresiones (35), (37) y (41) en -/ (42), se obtiene:

$$q_{CD} = q_{RC} + h(T_a - T_{se}) + \epsilon_{le} F_{sa} (\sigma T_a^4 - \sigma T_{se}^4) + \epsilon_{le} F_{sc} (\epsilon_c \sigma T_a^4 - \sigma T_{se}^4) \quad (43)$$

Se notará que esta ecuación es no lineal. Los fundamentos del método que se está desarrollando, exigen la linealidad de las ecuaciones. Afortunadamente, (43) puede expresarse de la forma:

$$q_{CD} = q_{RC} + h_{cr} (T_{eq} - T_{se}) \quad (44)$$

$h_{cr}$  es un coeficiente de transferencia mixto, convectivo-radiante,  $T_{eq}$  es lo que se denomina Temperatura Equivalente, que se calcula mediante;

$$T_{eq} = T_a + \frac{\epsilon_{le} \sigma T_a^4 (F_{sc} \epsilon_c + F_{sa} - 1)}{h_{cr}} \quad (45)$$

Si se supone  $F_{sc} + F_{sa} = 1$ , (45), se expresa:

$$T_{eq} = T_a + \frac{\epsilon_{le} F_{sc}}{h_{cr}} (\epsilon_c - 1) \sigma T_a^4 \quad (46)$$

El término  $(\epsilon_c - 1) \sigma T_a^4$  sólo es función de las condiciones meteorológicas y puede considerarse una más.

La expresión (44) es ya lineal, y puede adaptarse a la notación utilizada, para un armónico de los que aparecen en las excitaciones:

$$q_{CD} = q_{RC} + h_{cr}(T_{eq} - T_{se}) \quad (47)$$

Si  $q_{RC}$  se expresa como en la ecuación (34), aún es posible simplificar más la condición de contorno:

$$q_{CD} = h_{cr} \left( T_{eq} + \frac{\alpha_{ce}(R_D + R_d)}{h_{cr}} - T_{se} \right) \quad (48)$$

llamando:

$$T_{SA} = T_{eq} + \frac{\alpha_{ce}(R_D + R_d)}{h_{ce}} \quad (49)$$

se introduce el concepto de temperatura sol-aire ya utilizado por Alford y otros en 1939

$$q_{CD} = h_{cr}(T_{SA} - T_{se}) \quad (50)$$

Alvarez / 28 / unificó el tratamiento de medios semitransparentes y opacos con una generalización del concepto de temperatura sol-air. Mediante su metodología no es necesario considerar diferentes ecuaciones, para la condición de contorno ex-

terior para vidrios, de las utilizadas para cerramientos opacos. La temperatura Sol-Air para muros viene dada por la ecuación (49). Para vidrios, incluso múltiples, propone:

$$T_{SA} = T_{eq} + q_{an} R_T + \frac{1}{h_{cr}} \sum_{j=1}^{n-1} q_{aj} + \sum_{j=2}^{n-1} q_{aj} \left( \sum_{i=1}^{j-1} R_i^C \right) \quad (51)$$

donde  $q_{aj}$  es el calor absorbido por la capa de vidrio número  $j$ ,  $R_j^C$  es la resistencia de la cámara de aire entre el vidrio  $j$  y el  $j+1$ ,  $R_T$  es la resistencia total del vidrio y  $n$  es el número de capas de vidrio. Para el caso de un solo vidrio (51), queda reducida a:

$$T_{SA} = T_{eq} + q_a R_T \quad (51.a)$$

El calor absorbido por una capa de vidrio se calcula mediante:

$$q_{aj} = \alpha_{Dj} R_D + \alpha_{dj} R_d + \alpha_{int} R_{int} \quad (52)$$

siendo  $\alpha_D$  la absorptividad para radiación directa exterior,  $\alpha_d$  la absorptividad para la radiación difusa exterior, y  $\alpha_{int}$  la absorptividad para la radiación de onda corta que alcanza el vidrio desde el interior.

Puesto que todas las expresiones son lineales, pueden ser utilizadas directamente, cambiando los valores de las magnitudes radiantes, flujos de calor, y temperaturas, por la magnitud compleja del armónico en estudio de las variables correspondientes.

La expresión (50) queda como la condición de contorno en el exterior en un caso general y será la utilizada.

La formulación matricial de la ecuación de conducción, -/ (27), se utiliza, sin más que: 1) añadir una capa ficticia, correspondiente al coeficiente de transferencia mixto convectivo-radiante, y 2) considerar la temperatura Sol-Air, calculada mediante (49), para muros, y (51) para vidrios, como temperatura impuesta en la superficie exterior del muro.

### 5.2.3. Condiciones de contorno interiores

Los mecanismos de transferencia de calor, que aparecen en las superficies interiores de los cerramientos de un edificio, son los siguientes:

- Intercambio convectivo con el aire del interior del edificio.
- Absorción de radiación de onda corta, proveniente de -/ fuentes internas (iluminación), o directamente radiación solar que han transmitido los vidrios.
- Intercambio radiante de onda larga, entre la superficie en estudio y las demás superficies que forman el interior del edificio.

Lo que sigue es el planteamiento de la condición de contorno interior a partir de un análisis de los procesos de transferencia anteriores.

#### 5.2.3.1. Intercambio convectivo con el aire interior

La convección, en la superficie interior de los cerramientos, depende de los mismos factores que se apuntaron para la superficie exterior. Su estudio detallado es muy complejo y, -



como en las superficies exteriores se recurre a correlaciones experimentales.

La forma de estas correlaciones es:

$$h = K_1 + K_2 (\Delta T)^n$$

diversos autores proporcionan valores diferentes de las constantes.

Ferris / 33 /, propone los siguientes valores (h en W/m<sup>2</sup>C,  $\Delta T$  en K):

Pared vertical :	$h = 1.6 \Delta T^{0.33}$
Suelo :	$h = 2.1 \Delta T^{0.33}$
Techo :	$h = 1.0 \Delta T^{0.33}$

Las expresiones se corresponden con el modelo de convección libre turbulenta y son no lineales.

Aquí se linealiza el coeficiente de película, tomando un valor constante, calculado con alguna de las expresiones anteriores o tomado de otra fuente bibliográfica. Esto está especialmente justificado, si el sistema de acondicionamiento es de aire impulsado, entonces puede utilizarse un solo valor constante para toda la superficie. ASHRAE / 34 / propone valores entre 2.27 y 6.81 W/m<sup>2</sup>C.

#### 5.2.3.2. Intercambios Radiantes

La energía radiante en el interior de un edificio puede considerarse dividida en dos bandas, una de onda corta ( $\lambda < 2.5 \mu\text{m}$ ), y otra de onda larga ( $\lambda > 2.5 \mu\text{m}$ ). Como se observa en

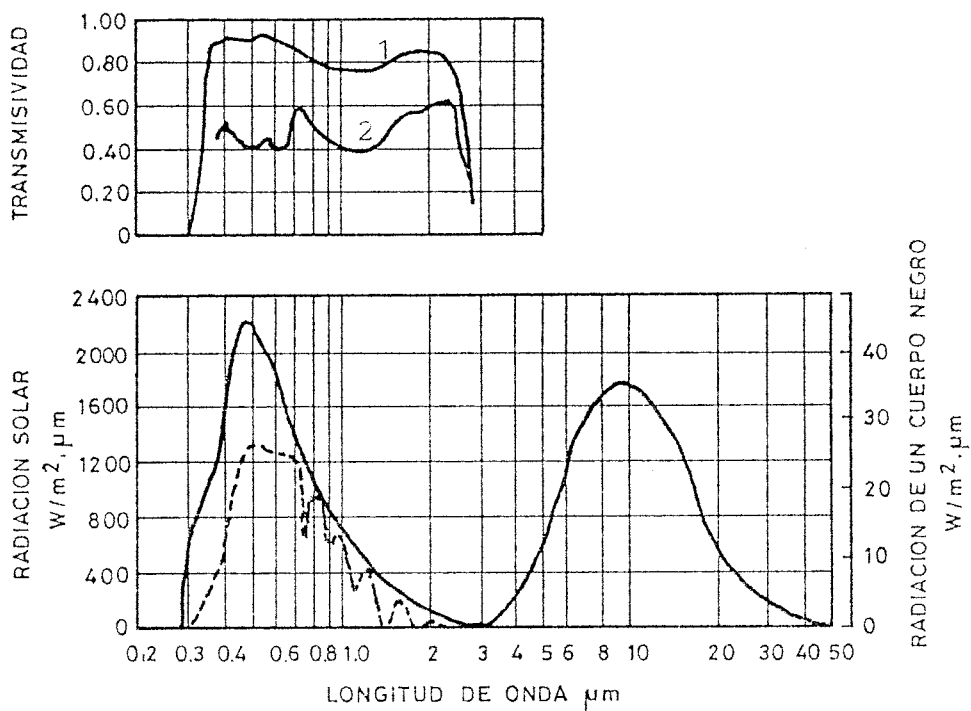


Fig. 10. Transmisividades de dos vidrios (1 Convencional, 2 Absorbente) y espectros de la radiación solar, y de un cuerpo negro a temperatura ambiente.

la figura 10, la radiación solar está contenida en la banda de onda corta, y la que emite un cuerpo a una temperatura normal en un edificio, está en la banda de onda larga. La figura también muestra la transmisividad espectral de un vidrio convencional y otro absorbente. Se observa que la transmisividad es nula para longitudes de onda largas. Este hecho, causante del conocido efecto invernadero, permite el tratamiento por separado de los intercambios radiantes de longitudes de onda corta y larga. Aunque una superficie absorba radiación de onda corta, sólo emite en la banda de larga, y los vidrios son opacos a estas longitudes de onda.

Las superficies interiores de los muros, sean opacas o semitransparentes, se consideran grises, y se suponen constantes y conocidas sus propiedades radiantes, en las bandas de onda larga y corta. Se supone, asimismo, que el conjunto de cerramientos del edificio forma un recinto cerrado. Estas suposiciones permiten la resolución de las ecuaciones de intercambio radiante, por el método de las radiosidades.

La radiosidad, se define como la cantidad total de energía radiante que abandona la superficie, sea por emisión propia, por reflexión, o por transmisión de una radiación incidente en su cara exterior.

Todas las magnitudes radiantes se consideran difusas.

Los factores de forma, entre las superficies que forman el recinto, pueden calcularse mediante la metodología de Hamilton et al. / 35 / o mediante métodos aproximados como los propuestos por Allard et al. /36/.

## a) Intercambio radiante de onda corta

Las únicas fuentes de onda corta, en el interior de un edificio, son las luminarias, incandescentes y fluorescentes, y la radiación solar que penetra en el recinto, transmitida por los vidrios.

En el desarrollo que sigue, se denomina  $E_j$  a la radiación solar difusa incidente sobre el exterior de la superficie número  $j$ , y,  $q_{cj}$  a la radiación de onda corta incidente sobre su superficie interior. La radiosidad de la superficie  $j$ , en un recinto de  $n$  superficies, viene dada por:

$$J_j = \rho_{cj} \left( \sum_{i=1}^n F_{ji} J_i + q_{cj} \right) + \tau_{cj} E_j \quad (53)$$

La resolución de las ecuaciones debe conducir al cálculo del flujo neto sobre todas las superficies. El flujo neto se define como la cantidad neta de energía que abandona la superficie, diferencia entre lo que emite y lo que absorbe.

En la banda de onda corta, puesto que no hay emisión de energía radiante, el flujo neto se calcula mediante:

$$q_{RCj} = -\alpha_{cj} \left( \sum_{i=1}^n F_{ji} J_i + q_{cj} \right) \quad (54)$$

Combinando las expresiones (53) y (54) se obtiene:

$$q_{RCj} = -\frac{\alpha_{cj}}{\rho_{cj}} (J_j - \tau_j E_j) \quad (55)$$

Pueden calcularse los flujos netos, una vez conocidas las radiosidades.

La ecuación (53) puede reescribirse de la forma:

$$J_j - \rho_{cj} \sum_{i=1}^n F_{ji} J_i = \rho_{cj} q_{cj} + \tau_{cj} E_j \quad (56)$$

o, utilizando la  $\delta$  de Kronecker,

$$\sum_{i=1}^n (\delta_{ji} - \rho_{cj} F_{ji}) J_i = \rho_{cj} q_{cj} + \tau_{cj} E_j \quad (57)$$

Si la ecuación (57) se plantea para todas las superficies que forman el recinto, se obtiene un sistema de ecuaciones que permite calcular las radiosidades. Conocidas estas, la ecuación (55) permite calcular el flujo neto radiante de onda corta que abandona la superficie.

La notación matricial, permite la expresión compacta de las ecuaciones planteadas.

La ecuación (57) da lugar a la expresión:

$$[D_{ji}] \{J_i\} = \{\rho_{cj} q_{cj} + \tau_j E_j\} \quad (58.a)$$

donde  $[D_{ji}]$  denota una matriz, cuadrada de orden  $n$ , cuyos términos se calculan, mediante:

$$d_{ji} = \delta_{ji} - \rho_{cj} F_{ji} \quad (58.b)$$

$\{J_i\}$  es un vector, columna de dimensión  $n$ , formado por los valores de las radiosidades.  $\{\rho_{cj} q_{cj} + \tau_j E_j\}$  es un vector, columna de dimensión  $n$ , formado por lo que indica para cada superficie.

El vector de radiosidades se calcula mediante:

$$\{J_i\} = [D_{ji}]^{-1} \{\rho_{cj} q_{cj} + \tau_{cj} E_j\} \quad (59)$$

Por último, los flujos netos se obtienen de:

$$\{q_{RCj}\} = \text{diag} \left[ -\frac{\alpha_{cj}}{\rho_{cj}} \right] \left( [D_{ji}]^{-1} \{\rho_{cj} q_{cj} + \tau_{cj} E_j\} - \{\tau_{cj} E_j\} \right) \quad (60)$$

La notación  $\text{diag}[v_j]$  indica una matriz diagonal cuyos elementos valen  $v_j$ .

Nótese, que (60) es "una expresión" lineal, que puede ser escrita directamente en términos de los armónicos de las variables que intervienen:

$$\{q_{RCj}\} = \text{diag} \left[ -\frac{\alpha_{cj}}{\rho_{cj}} \right] \left( [D_{ji}]^{-1} \{\rho_{cj} q_{cj} + \tau_{cj} E_j\} - \{\tau_{cj} E_j\} \right) \quad (61)$$

Nótese también que todas las matrices son reales y constantes para todas las frecuencias, ello permite calcularlas sólo una vez, lo cual agiliza la resolución del problema. Además, estas ecuaciones son independientes de la temperatura de las superficies por lo cual no están acopladas con el resto, pueden resolverse independientemente y obtener el flujo neto de radiación de onda corta en cada superficie.

#### b) Intercambio radiante de onda larga

Las fuentes de radiación de onda larga, en el interior del edificio, son, además de las luminarias, incandescentes y

fluorescentes, y las fuentes internas de calor (por ejemplo, radiadores), las propias superficies.

En lo que sigue, se denominará  $q_{1j}$  a la energía radiante de onda larga, procedente de las fuentes internas, que incide sobre la superficie  $j$ ,  $T_j$  será la temperatura (K) de la superficie.

La radiosidad de la superficie  $j$  se calcula según:

$$J_j = \epsilon_{1j} \sigma T_j^4 + \rho_{1j} \left( \sum_{i=1}^n F_{ji} J_i + q_{1j} \right) \quad (62)$$

El flujo neto,  $q_{RLj}$ , sobre la superficie es:

$$q_{RLj} = \epsilon_{1j} \sigma T_j^4 - \alpha_{1j} \left( \sum_{i=1}^n F_{ji} J_i + q_{1j} \right) \quad (63)$$

Si las superficies son grises, de acuerdo con la ley de Kirchoff, es  $\alpha_j = \epsilon_j$  y combinando (62) y (63) se llega a:

$$q_{RLj} = \frac{\epsilon_{1j}}{1 - \epsilon_{1j}} (\sigma T_j^4 - J_j) \quad (64)$$

esta expresión permite, conocidas las radiosidades, el cálculo de los flujos netos radiantes de onda larga sobre cada superficie.

La ecuación (62), escrita para las  $n$  superficies del recinto, forma un sistema de ecuaciones, que permite calcular las radiosidades:

$$\sum_{i=1}^n (\delta_{ji} - (1 - \epsilon_{1j}) F_{ji}) J_i = \epsilon_{1j} \sigma T_j^4 + (1 - \epsilon_{1j}) q_{1j} \quad (65)$$

Utilizando, de nuevo, notación matricial, las radiosidades se calculan mediante:

$$\{J_i\} = [A_{ji}]^{-1} \{\varepsilon_{1j} \sigma T_j^4 + (1-\varepsilon_{1j}) q_{1j}\} \quad (66.a)$$

donde los elementos de  $[A_{ji}]$  se calculan mediante;

$$a_{ji} = \delta_{ji} - (1-\varepsilon_{1j}) F_{ji} \quad (66.b)$$

La ecuación (64) puede escribirse también para todas las superficies, en forma matricial:

$$\{q_{RLj}\} = \text{diag} \left[ \frac{\varepsilon_{1j}}{1-\varepsilon_{1j}} \right] (\{\sigma T_j^4\} - \{J_i\}) \quad (67)$$

(66) puede sustituirse en (67):

$$\begin{aligned} \{q_{RLj}\} = \text{diag} \left[ \frac{\varepsilon_{1j}}{1-\varepsilon_{1j}} \right] (\{\sigma T_j^4\} - [A_{ji}]^{-1} \{\varepsilon_{1i} \sigma T_i^4\} - \\ [A_{ji}]^{-1} \{(1-\varepsilon_{1i}) q_{1i}\}) \end{aligned} \quad (68)$$

Haciendo operaciones, se llega a:

$$\{q_{RLj}\} = [B_{ji}] \{\sigma T_i^4\} - [C_{ji}] \{q_{1i}\} \quad (69.a)$$

donde:

$$[B_{ji}] = \text{diag} \left[ \frac{\varepsilon_{1j}}{1-\varepsilon_{1j}} \right] ([I] - [A_{ji}]^{-1} \text{diag} [\varepsilon_i]) \quad (69.b)$$

$$[C_{ji}] = \text{diag} \left[ \frac{\varepsilon_{1j}}{1-\varepsilon_{1j}} \right] [A_{ji}]^{-1} \text{diag} [1-\varepsilon_{1i}] \quad (69.c)$$

$[I]$  es la matriz unidad



La expresión (69) permite el cálculo de los flujos netos de onda larga. Sin embargo no es lineal y no puede utilizarse directamente en el modelo de respuesta en frecuencia que se está confeccionando.

Alvarez / 28 / demuestra que (69.a) puede linealizarse cometiendo un error muy pequeño. La expresión linealizada es:

$$\{q_{RLi}\} = 4\sigma T_m^3 [B_{ji}] \{T_i\} - [C_{ji}] \{q_{li}\} \quad (70)$$

$T_m$  es una temperatura, constante, media del local en estudio.

Esta expresión, sí puede ser adoptada por el modelo:

$$\{q_{RLi}\} = 4\sigma T_m^3 [B_{ji}] \{T_i\} - [C_{ji}] \{q_{li}\} \quad (71)$$

Como se vé, la condición de contorno anterior, involucra las temperaturas de todas las superficies y no puede plantearse independientemente para una de ellas como se hizo para la exterior.

### 5.3. ACOPLAMIENTO DE LAS ECUACIONES

En los apartados anteriores se han desarrollado expresiones que relacionan, las excitaciones del edificio, con las temperaturas superficiales y del aire interior.

Se procederá ahora al acoplamiento de las ecuaciones de modo que puedan resolverse los siguientes dos problemas fundamentales:

- 1) ¿Qué energía es necesario aportar al edificio para mantener su temperatura interior constante?.
- 2) ¿Cómo evoluciona la temperatura del aire interior, si el equipo acondicionador no existe, o no funciona?.

El primer problema es el típico de cálculo de cargas térmicas en la edificación. El segundo ha empezado a tener interés en los últimos años con el desarrollo de edificios solares pasivos.

El sistema de ecuaciones se plantea a partir de balances superficiales sobre cada superficie interior, obtenidos a partir de las condiciones de contorno interiores, acoplados mediante la ecuación de conducción a las condiciones exteriores del muro; aparecerán  $n$  ecuaciones (una para cada cerramiento), con  $n+1$  incógnitas (las temperaturas superficiales interiores y la temperatura del aire interior). No aparecen las temperaturas superficiales exteriores ya que no se necesitan. La ecuación que falta la suministra un balance de energía en el aire interior al edificio.

#### 5.3.1. Balances superficiales

Para cada superficie interior de los cerramientos, la condición de contorno se expresa:

$$q_{CD} = q_C + q_{RL} + q_{RC} \quad (72)$$

donde:

$q_{CD}$  es el flujo de calor que alcanza la superficie interior, por conducción a través del cerramiento.

$q_C$  es el flujo de calor cedido al aire interior por convección.

$q_{RL}$  es el flujo neto radiante de onda larga cedido por la superficie.

$q_{RC}$  es el flujo neto radiante de onda corta cedido por la superficie.

La ecuación (72) puede escribirse para todas las superficies interiores, dando lugar a un sistema de  $n$  ecuaciones. La expresión matricial del mismo es la siguiente:

$$\{q_{CDj}\} = \{q_{Cj}\} + \{q_{RLj}\} + \{q_{RCj}\} \quad (73)$$

el vector  $\{q_{CDj}\}$  puede calcularse, a partir de las condiciones exteriores (Temperatura Sol-Air) y la ecuación (24) de conducción a través del cerramiento:

$$q_{CDj} = \left(\frac{1}{B_j}\right) T_{SAj} - \left(\frac{A_j}{B_j}\right) T_i \quad (74)$$

La escritura de (74) para todas las superficies permite obtener la expresión para el vector  $\{q_{CDj}\}$ :

$$\{q_{CDj}\} = \text{diag}\left[\frac{1}{B_j}\right] \{T_{SAj}\} - \text{diag}\left[\frac{A_j}{B_j}\right] \{T_j\} \quad (75)$$

El vector  $\{q_{Cj}\}$  se expresa mediante:

$$\{q_{Cj}\} = \text{diag} [h_j] (\{T_j\} - \{T_A\}) \quad (76)$$

El vector  $\{T_A\}$  tiene todos sus elementos iguales al valor del armónico considerado de la temperatura del aire interior.

Los vectores  $\{q_{RCj}\}$  y  $\{q_{RLj}\}$  vienen dados por las expresiones (61) y (71) respectivamente. Puesto que el flujo neto de corta longitud de onda es independiente de las temperaturas, se mantendrá sin sustituir por su valor.

El balance superficial queda:

$$\begin{aligned} & \text{diag} \left[ \frac{1}{B_j} \right] \{T_{SAj}\} - \text{diag} \left[ \frac{A_j}{B_j} \right] \{T_j\} = \\ & = \text{diag} [h_j] \{T_j\} - \text{diag} [h_j] \{T_A\} + \\ & + 4\sigma T_m^3 [B_{ij}] \{T_j\} - [C_{ij}] \{q_{lj}\} + \\ & + \{q_{RCj}\} \end{aligned} \quad (77)$$

Agrupando los términos en que aparece  $\{T_j\}$  queda, finalmente:

$$\begin{aligned} [O] \{T_j\} = & -\text{diag} [h_j] \{T_A\} - \text{diag} \left[ \frac{1}{B_j} \right] \{T_{SAj}\} - \\ & [C_{ij}] \{q_{lj}\} + \{q_{RCj}\} \end{aligned} \quad (78.a)$$

siendo:

$$[O] = -\text{diag} \left[ \frac{A_j}{B_j} \right] - \text{diag} [h_j] - 4\sigma T_m^3 [B_{ij}] \quad (78.b)$$

## 5.3.2. Balance sobre el Aire Interior

El balance de energía sobre el aire del interior del edificio, se expresa:

$$m_A C_{P_A} \frac{dT_A(t)}{dt} = \sum_{j=1}^n A_j h_j (T_j - T_A(t)) + Q_S(t) + \rho_A C_{P_A} V (T_e(t) - T_A(t)) + Q_E(t) \quad (79)$$

El aire recibe energía, de las  $n$  paredes del edificio, -/ por convección, de las fuentes de energía internas (parte sensible), del aire ambiente exterior, por la ventilación e infiltración, y del equipo de acondicionamiento (parte sensible).

Si, tal como expresa (79), la temperatura del aire interior es una función del tiempo, se podrá escribir:

$$T_A(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_{A_n} \exp(in\omega_0 t) \quad (80)$$

La variación de energía interna del aire resulta valer entonces:

$$m_A C_{P_A} \frac{dT_A(t)}{dt} = m_A C_{P_A} \sum_{n=-\infty}^{\infty} in\omega_0 T_{A_n} \exp(in\omega_0 t) \quad (81)$$

Esta expresión permite que (79) se pueda escribir por separado para cada armónico:

$$in\omega_0 C_{P_A} T_{A_n} = \sum_{j=1}^n A_j h_j (T_j - T_{A_n}) + Q_S + \rho_A C_{P_A} V (T_e - T_{A_n}) + Q_E \quad (82)$$

### 5.3.3. Formulaci3n matricial de las ecuaciones

Las expresiones (78) y (82) forman un sistema de  $n+1$  ecuaciones con  $n+1$  inc3gnitas. Estas ecuaciones pueden ser resueltas por los m3todos cl3sicos / 37 / para sistemas de ecuaciones lineales.

Aqu3, siguiendo la pr3ctica habitual, se considera la resoluci3n del sistema de ecuaciones bajo dos condiciones extremas, ya apuntadas al principio de este apartado:

- 1) El equipo de acondicionamiento funciona de tal forma, que la temperatura del aire interior se mantiene constante.
- 2) El equipo de acondicionamiento no funciona, o no existe, permitiendo que la temperatura del aire interior evolucione libremente.

En el primer caso se ver3 que es posible calcular la carga t3rmica, en el segundo la evoluci3n temporal de la temperatura del aire interior.

#### 5.3.3.1. C3lculo de la carga a temperatura constante

Si la temperatura del aire interior es constante, la ecuaci3n (82), est3 desacoplada de la (78).

La ecuaci3n (82) es, para este caso:

$$0 = \sum_{j=1}^n A_j h_j (T_j - T_A) + Q_S + \rho_A C_{P_A} V (T_e - T_A) + Q_E \quad (83)$$

de donde puede calcularse  $Q_E$ , si se conocen las temperaturas superficiales. Estas se calculan de (78):

$$\{T_j\} = [0]^{-1} \{-\text{diag}[h_j]\} \{T_A\} - \text{diag} \left[ \frac{1}{B_j} \right] \{T_{SAj}\} - [C_{ji}] \{q_{1j}\} + \{q_{RCj}\} \quad (84)$$

Calculados los valores de  $Q_E$  para cada frecuencia, se obtiene la evolución temporal:

$$Q_E(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_{E_n} \exp(in\omega_0 t) \quad (85)$$

Debe tenerse en cuenta que, al ser constante la temperatura del aire interior, su desarrollo en serie de Fourier sólo tiene un término, el correspondiente a frecuencia nula.

### 5.3.3.2. Cálculo de la evolución de la temperatura del aire interior

En este caso las ecuaciones (78) y (82) deben resolverse simultáneamente. La notación matricial permite una expresión compacta para el cálculo de las amplitudes de la temperatura interior, para cada frecuencia.

La ecuación (82) puede expresarse matricialmente:

$$m_A C_{P_A} i\omega T_A = \{A_j h_j\}^T \{T_j\} - T_A \sum_{j=1}^n A_j h_j + Q_S + \rho_A C_{P_A} V(T_e - T_A) \quad (86)$$

ó agrupando los términos que afectan a la temperatura del aire:

$$G T_A = \{A_j h_j\}^T \{T_j\} + Q_S + \rho_A C_{P_A} V T_e \quad (87.a)$$

siendo,

$$G = m_A C_{PA} i\omega + \sum_{j=1}^n A_j h_j + \rho_A C_{PA} V \quad (87.b)$$

La ecuación (78) puede escribirse también como:

$$[O] \{T_j\} = \{P\} - T_A \{h_j\} \quad (88.a)$$

donde:

$$\{P\} = -\text{diag} \left[ \frac{1}{B_j} \right] \{T_{SAj}\} - \{q_{1j}\} + \{q_{RCj}\} \quad (88.b)$$

Entre las ecuaciones (87) y (88), es posible calcular la temperatura del aire, se obtiene:

$$T_A = \frac{\{A_j h_j\}^T [O]^{-1} \{P\} + Q_S + \rho_A C_{PA} V T_e}{G + \{A_i h_i\}^T [O]^{-1} \{h_i\}} \quad (89)$$

Conocido el valor de  $T_A$  para cada frecuencia, la evolución temporal de la temperatura del aire interior se calcula mediante (80).



CAPITULO 6

ANALISIS DE LAS SOLICITACIONES

## CAPITULO 6. ANALISIS DE LAS SOLICITACIONES

El fundamento teórico que se utiliza en el desarrollo del modelo de respuesta en frecuencia, precisa que las excitaciones a que se somete el edificio sean representables en serie de Fourier (ecuación 7). Para ello, la única condición práctica es, que las funciones que representen las excitaciones sean periódicas. Se plantea así un problema para el método que se propone: las excitaciones a que se ve sometido el edificio, no son periódicas.

Sin embargo, se puede argumentar lo siguiente, a favor del modelo de respuesta en frecuencia, basado en solicitaciones periódicas:

- a) Las variables meteorológicas, temperatura y radiación solar, son cualitativamente periódicas: El sol sale y se pone cada día, de modo exactamente predecible, y esto afecta a la temperatura del aire que varía de modo sinusoidal, en teoría con un mínimo a la hora de salida del sol y un máximo dos o tres horas después del mediodía solar.
- b) Las solicitaciones interiores no son, en absoluto, periódicas, salvo en edificios del sector servicios, sin embargo hay patrones de iluminación y ocupación repetitivas de un día a otro: la iluminación se acciona cuando llegan los ocupantes y estos suelen hacerlo a horas, prácticamente constantes, durante todo el año. En edificios residenciales la iluminación se acciona cuando no hay luz natural suficiente, lo cual ocurre prácticamente a las mismas horas durante el año.

- c) En el diseño de un edificio se utilizan las llamadas condiciones de proyecto, días extremos, de verano e invierno. Se supone que estos días se repiten indefinidamente y eso está en total concordancia con el método que aquí se desarrolla. El aplicar la metodología de respuesta en frecuencia supone admitir que las solicitaciones se repiten indefinidamente.
- d) La normativa legal vigente / 38 /, exige, como una parte del proyecto, la previsión del consumo energético anual del edificio. El consumo, puede obtenerse a partir de la demanda energética, conocidas las características del equipo de acondicionamiento. El consumo se estima en condiciones medias. Si existen datos meteorológicos en base anual, es posible considerar las solicitaciones de periodo un año. Al utilizar la metodología que aquí se expone, se está suponiendo que ese año se repite indefinidamente. Como se verá en este capítulo el análisis de los datos meteorológicos elimina las condiciones extremas conservando únicamente las tendencias.
- e) Existe, además, una técnica de evaluación de la demanda energética, basada en la idea de días de referencia, uno o más para cada mes. Los días de referencia se suponen repetidos a sí mismos hasta lograr el régimen periódico establecido. El método que aquí se propone sigue exactamente esa idea.
- f) Por último, esta Tesis pretende ser la base de una herramienta de ayuda al diseño por ordenador. Por tanto, debe ser ágil, permitir la realización de estudios paramétricos fiables, más que obtener resultados cuantitativamente exactos.

En este capítulo, se estudian por separado las solicitudes exteriores, meteorológicas, y las interiores, ocupantes, iluminación, equipos generadores de calor. Para las primeras - se estudian los dos casos apuntados más arriba: datos en base horaria anual y datos en base a días de referencia. Para las fuentes internas de calor, se vé únicamente su representación en serie de Fourier. Los estudios de sensibilidad permitirán - cuantificar las ideas que se expondrán en los apartados siguientes.

## 6.1. DATOS METEOROLOGICOS EN BASE HORARIA ANUAL

Las variables meteorológicas fundamentales que intervienen en las ecuaciones obtenidas en el capítulo 5, únicas que serán tenidas en cuenta aquí, son la temperatura ambiente seca y la radiación solar, directa y difusa, que alcanza la superficie.

Conocido el valor de la radiación solar, directa y difusa, incidente sobre superficie horizontal, es posible determinar su valor sobre cualquier otra orientación, por medio de conocidas relaciones trigonométricas / 39 /, a partir de la posición solar.

En los últimos años se ha generalizado / 40 /, aún no en España, la recogida y almacenamiento en soportes magnéticos, de datos meteorológicos. Una "cinta" de datos meteorológicos típica contiene, para cada hora, valores para las siguientes variables, entre otras:

- Temperatura exterior seca.
- Radiación solar directa sobre superficie horizontal.
- Radiación solar difusa sobre superficie horizontal.
- Humedad relativa.
- Índice de nubosidad.

El modelo de respuesta en frecuencia desarrollado en el capítulo 5, necesita valores en el dominio de la frecuencia de las siguientes variables:

- Temperatura exterior seca.
- Radiación solar, directa y difusa, sobre cada superficie.
- Radiación atmosférica.

La obtención de la radiación sobre superficies de orientación diferente de la horizontal, es suficientemente conocida, como se ha dicho anteriormente. La radiación atmosférica se obtiene como se ha indicado en el apartado 5.2.2.

El objetivo de este apartado es la obtención de series de Fourier, ecuación (7), que representen, en el dominio de la frecuencia, a cada una de las variables anteriores.

Para ello, el método inmediato, es la aplicación de las técnicas clásicas de desarrollo en serie de Fourier de funciones muestreadas, comentado en el anexo 1. Para series largas, sin embargo, el algoritmo de transformación clásico, es extraordinariamente ineficiente. En 1965 Cooley y Tukey / 41 /, desarrollan un algoritmo de transformación rápido (FFT, Fast Fourier Transform), válido cuando el número de datos es una potencia de dos. Posteriormente, Syngleton / 42 / modifica el algoritmo para que pueda manejar un número arbitrario de datos.

Aquí se utiliza la metodología desarrollada por Syngleton para obtener las amplitudes complejas de los términos del desarrollo en serie de Fourier clásico. A partir de  $N$  datos reales, es posible obtener  $(N/2-1)$  amplitudes complejas diferentes (Anexo 1). Si el intervalo de muestreo de los datos es  $T$  horas, el periodo será  $NT$  horas, y las amplitudes que se obtienen corresponden a frecuencias a intervalos  $1/(NT)$ .

En las figuras 11, 12 y 13 se han representado los módulos de las amplitudes complejas obtenidas para temperatura exterior seca, radiación directa y difusa sobre superficie horizontal, respectivamente, obtenidas de datos meteorológicos de la ciudad de Trappes (Francia), a falta de datos de ciudades españolas.

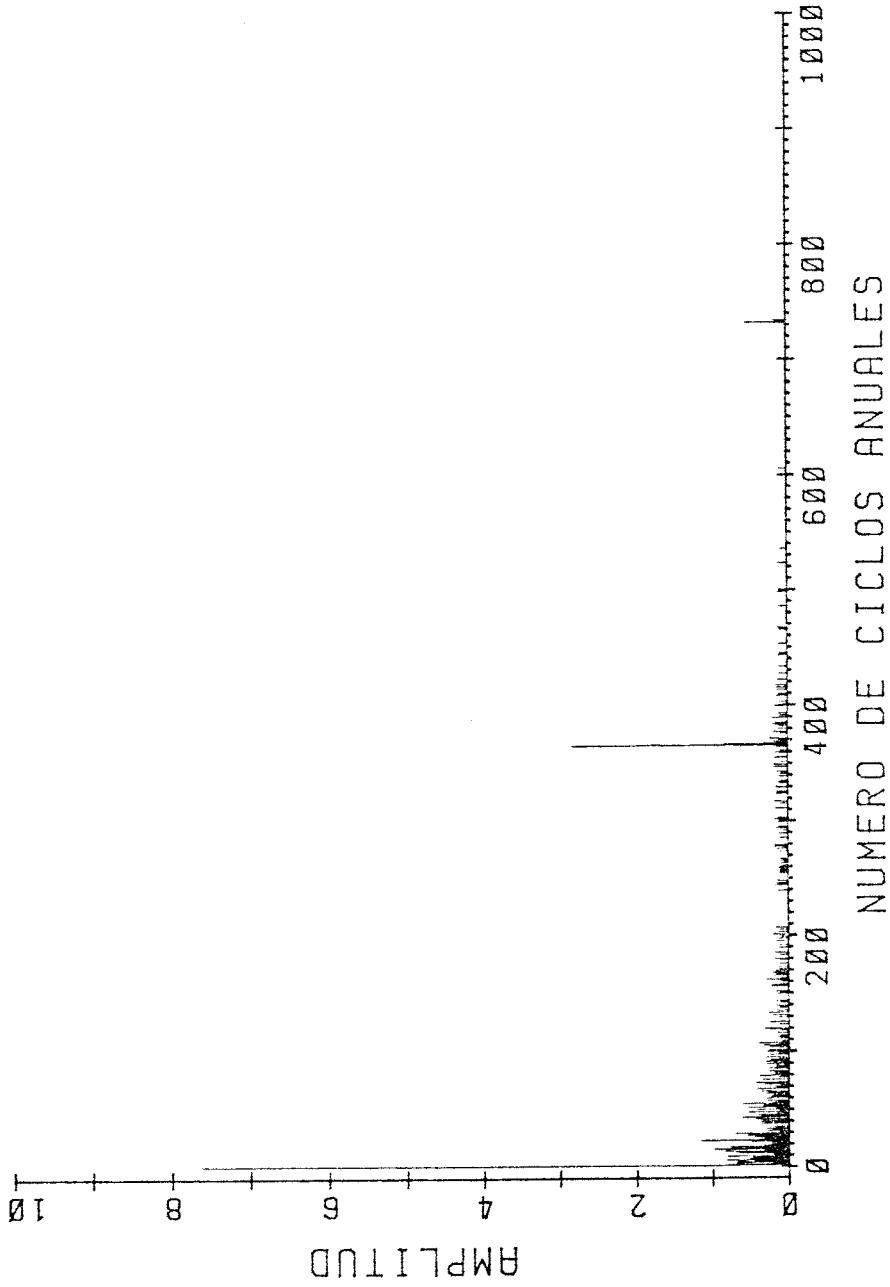


Fig. 11. Módulos de las amplitudes complejas del desarrollo en serie de Fourier de la temperatura exterior.

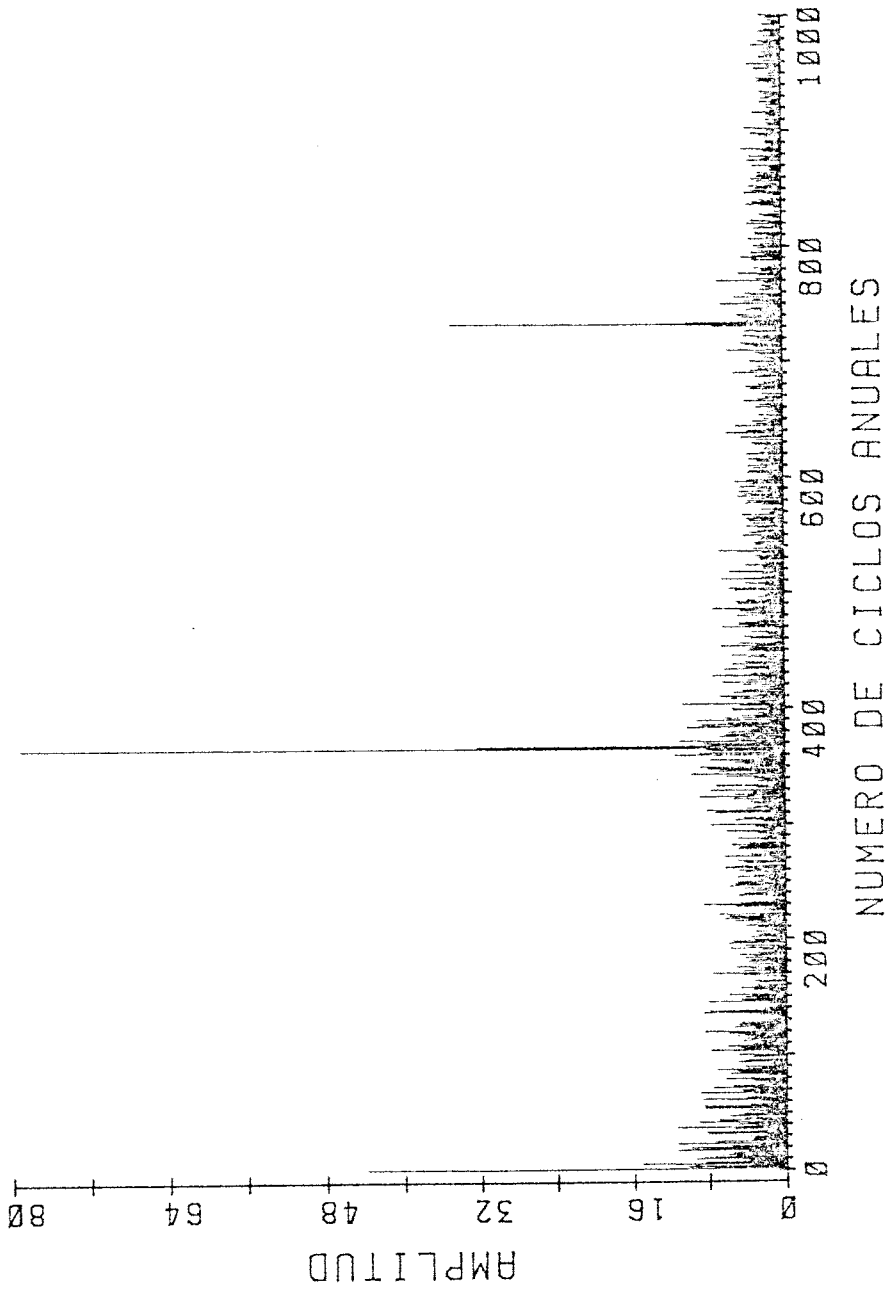


Fig. 12. Módulos de las amplitudes complejas del desarrollo en serie de Fourier de la radiación solar directa sobre superficie horizontal.



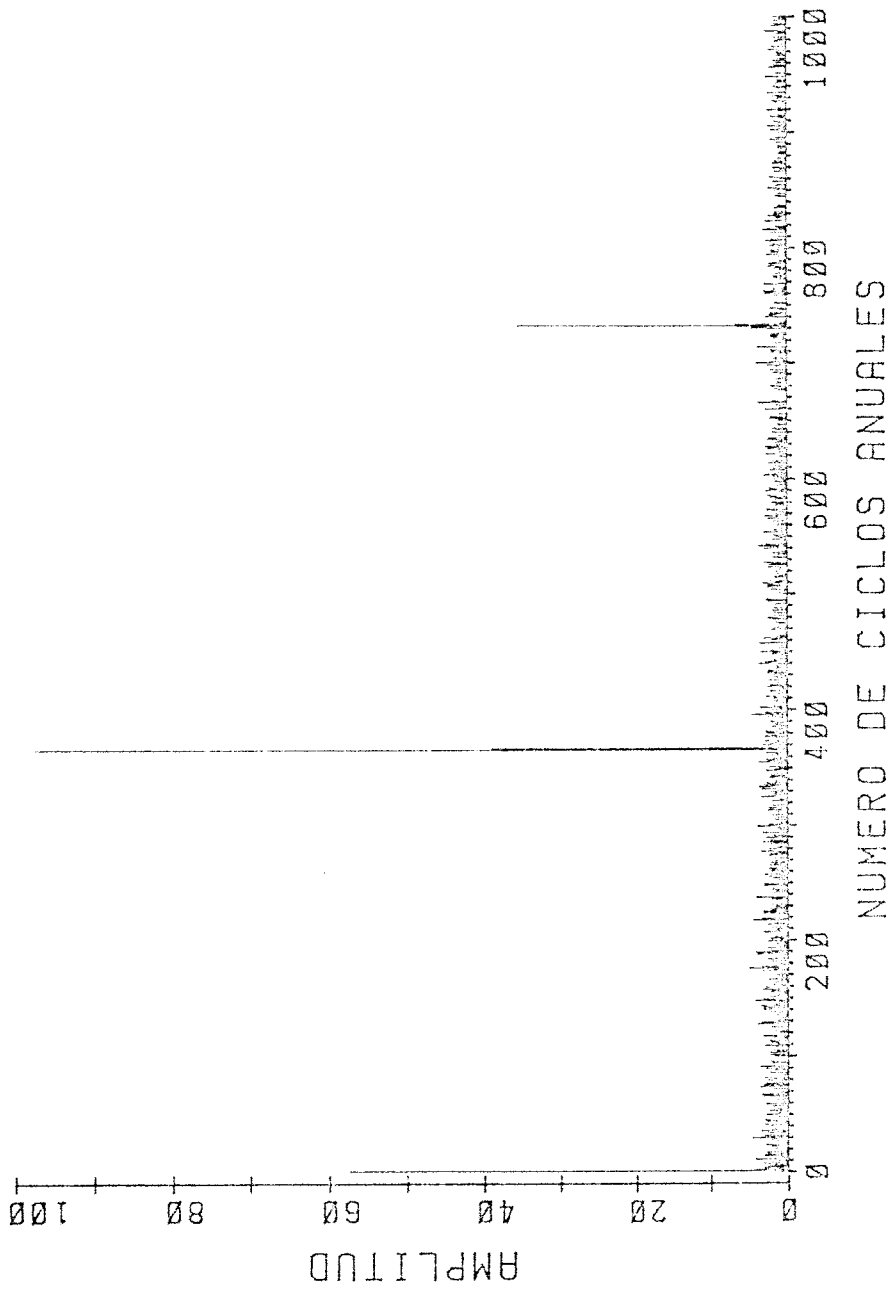


Fig. 13. Módulos de las amplitudes complejas del desarrollo en serie de Fourier de la radiación solar difusa sobre superficie horizontal.

El siguiente paso, sería la resolución de las ecuaciones del capítulo 5, para cada una de las frecuencias y, hecho esto, sintetizar la serie obtenida para la variable de interés, por ejemplo, la carga térmica.

Sin embargo, la observación de las figuras anteriores, permite descartar muchas de las frecuencias. En esas figuras, se han representado frecuencias relativamente altas, hasta 1000 ciclos al año. Sólo aparecen las amplitudes superiores al 1% de la máxima. Puede observarse que hay frecuencias mucho más importantes que otras. Destacan, como era de esperar, las frecuencias correspondientes al ciclo diario y a dos ciclos al día, estas especialmente para las radiaciones.

Hittle / 25 /, ha realizado un trabajo, exhaustivo, sobre la representación de los datos meteorológicos en el dominio de la frecuencia. Su idea, coincidente con la expresada anteriormente, es la representación de las variables meteorológicas, sólo con unas pocas frecuencias, las mayores. El objetivo de este autor, es la obtención de unos datos meteorológicos que no ocupen mucho espacio en un computador, y sean suficientemente representativos de los datos reales, para obtener, sin un error demasiado importante, las necesidades energéticas de un edificio. Hittle demuestra que el modelo que propone, es perfectamente válido para análisis comparativos y estudios de sensibilidad.

En su trabajo, Hittle propone la inclusión de factores aleatorios en la expresión que proporciona cada variable meteorológica. Esas componentes, no pueden ser tenidas en cuenta aquí, por ser posible su inclusión sólo en el dominio del tiempo.

El resto del modelo es perfectamente utilizable. A falta de la componente aleatoria, una variable meteorológica, cual-

quiera, se representa por la suma del valor medio, la contribución del ciclo anual (1 ciclo/año), el ciclo diario (366 ciclos/año, el año utilizado es bisiesto), y dos ciclos al día (732 ciclos/año), y además, otros armónicos detectados importantes. Estos "otros armónicos importantes" aparecen muy localizados junto a los correspondientes al ciclo diario y, a veces, junto al de dos ciclos al día. Se denominan "side-bands" y provocan una modulación en la amplitud de las variables meteorológicas a lo largo del año. Además de estos, pueden aparecer otros armónicos importantes en cualquier zona del espectro. Obsérvense, por ejemplo, amplitudes importantes para frecuencias bajas para la temperatura, figura 11.

Los efectos cualitativos de aumentar el número de armónicos a incluir en el modelo meteorológico, se ven en las series de figuras siguientes. Se ha confeccionado un grupo para cada variable: temperatura, radiación directa, radiación difusa.

#### \* Temperatura

En la figura 14 se representan los valores reales de la temperatura, tal como vienen dados en la cinta de datos meteorológicos.

En la figura 15 se ha representado la temperatura, tal como queda, al sintetizarla con su valor medio y los armónicos correspondientes al ciclo anual, un ciclo al día y dos ciclos al día. Se observa una tendencia a seguir la evolución anual, pero se han perdido por completo los valores extremos. La amplitud del ciclo diario es constante, durante todo el año.

En la figura 16 se añaden a los anteriores los armónicos correspondientes a las side-bands del ciclo diario. Como se ha dicho, su efecto es modificar la amplitud del ciclo diario a -

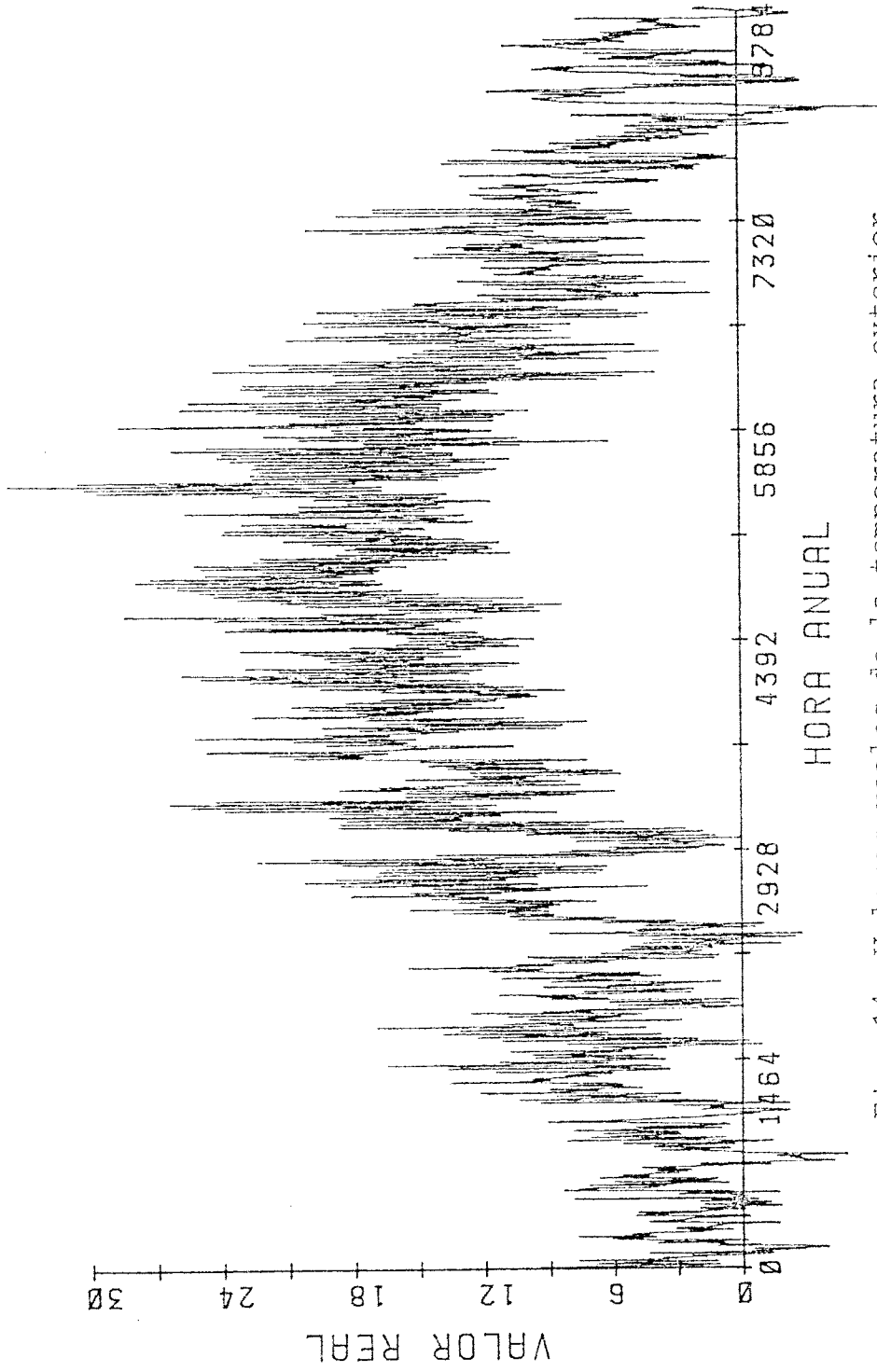


Fig. 14. Valores reales de la temperatura exterior.

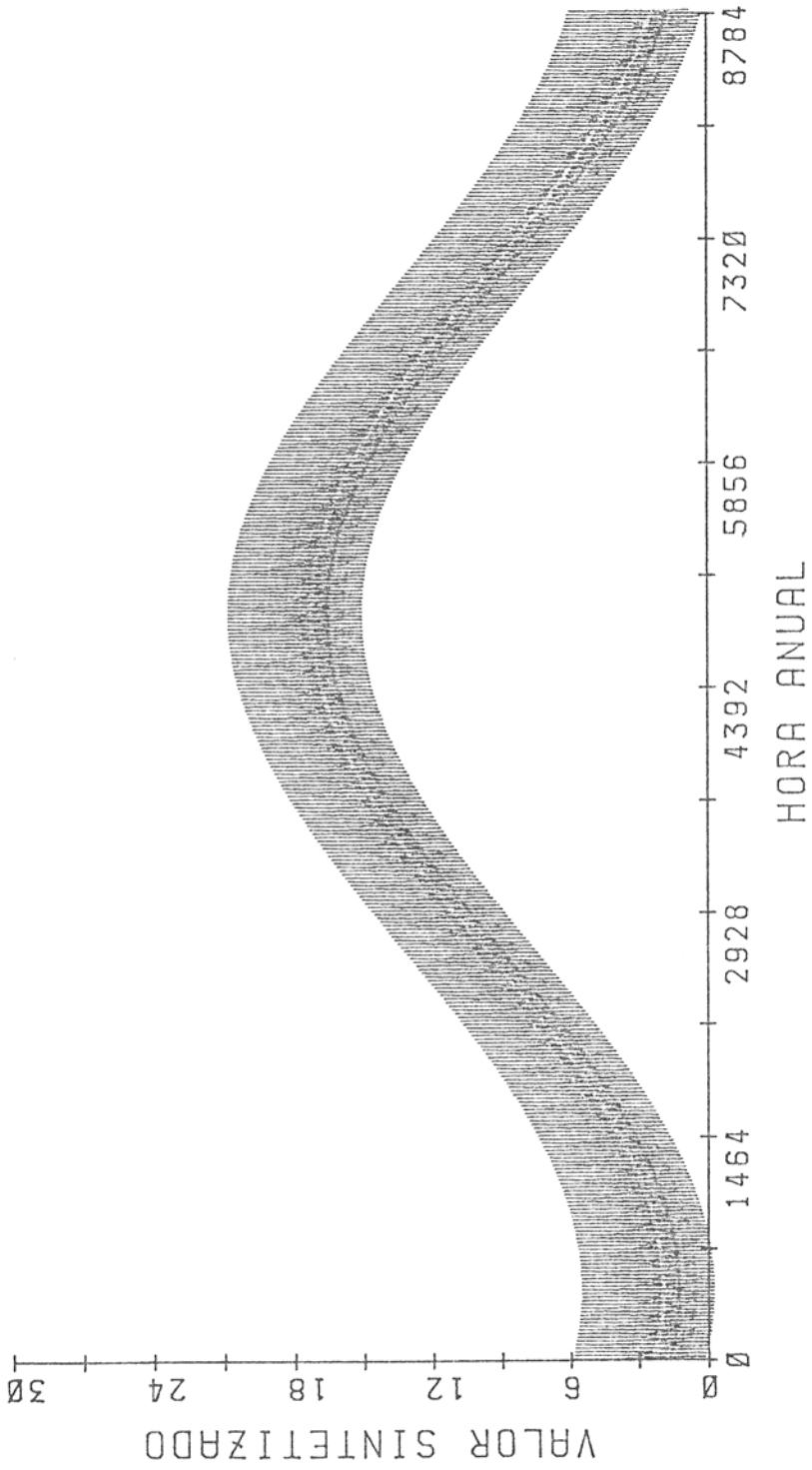


Fig. 15. Valores de temperaturas exteriores sintetizados con  $\frac{3 \text{ armónicos}}{\text{al día}}$  (ciclo anual + ciclo diario + dos ciclos

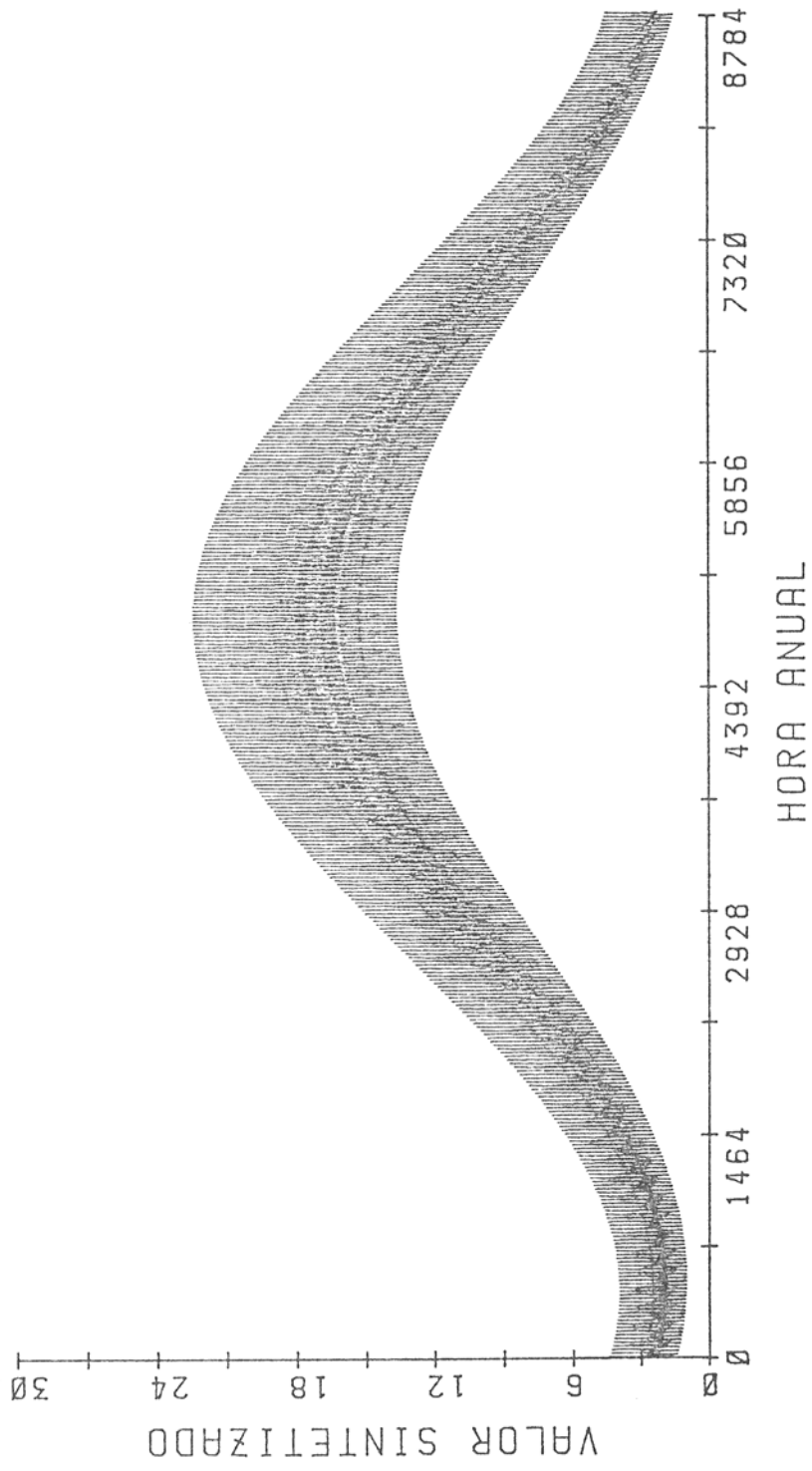


Fig. 16. Valores de temperaturas exteriores sintetizados con 5 armónicos (ciclo anual + ciclo diario + dos ciclos al día + side bands del ciclo diario).

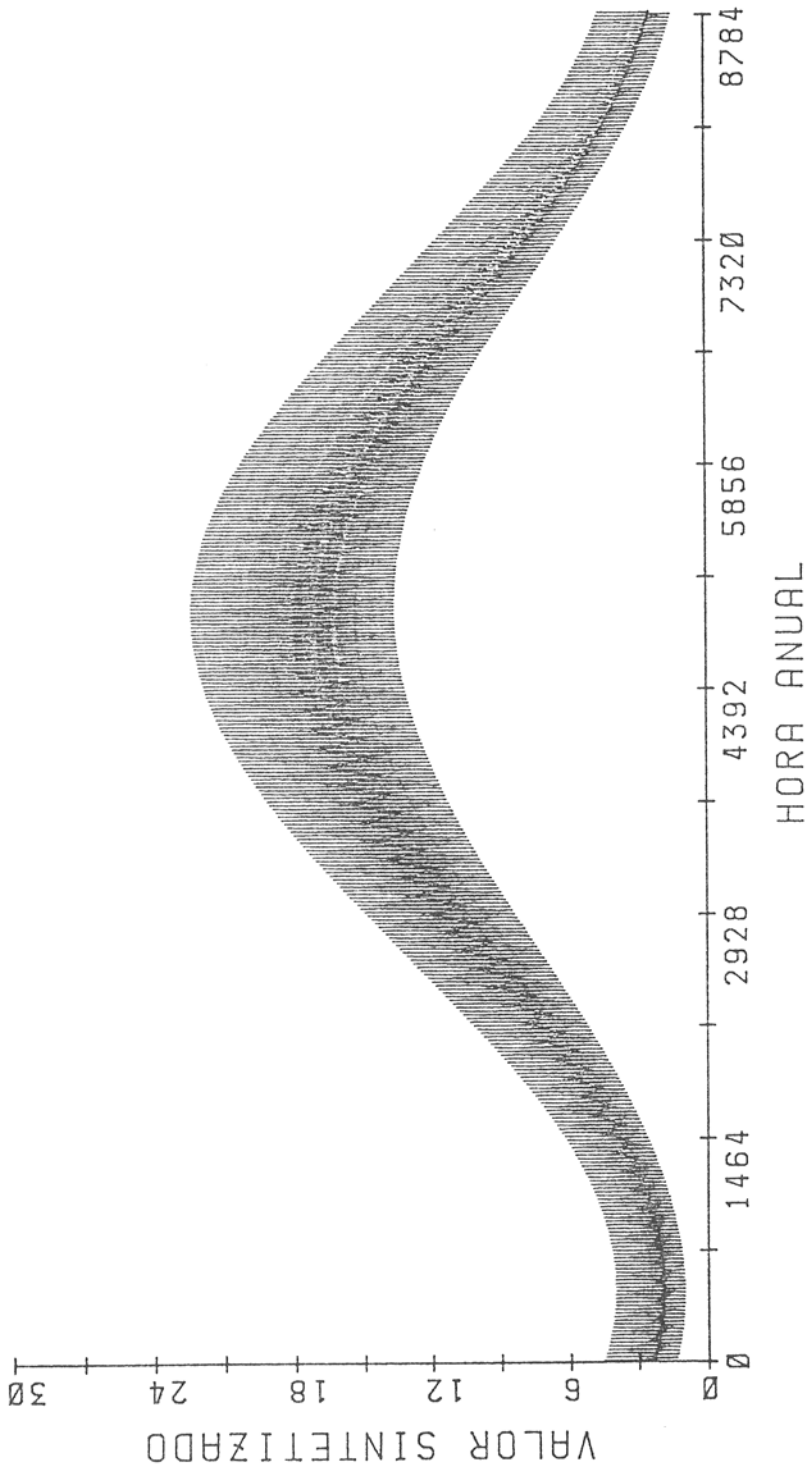


Fig. 17. Valores de temperaturas exteriores sintetizados con 7 armónicos (ciclo anual + ciclo diario + dos ciclos al día + side bands del ciclo diario + side bands de dos ciclos al día).

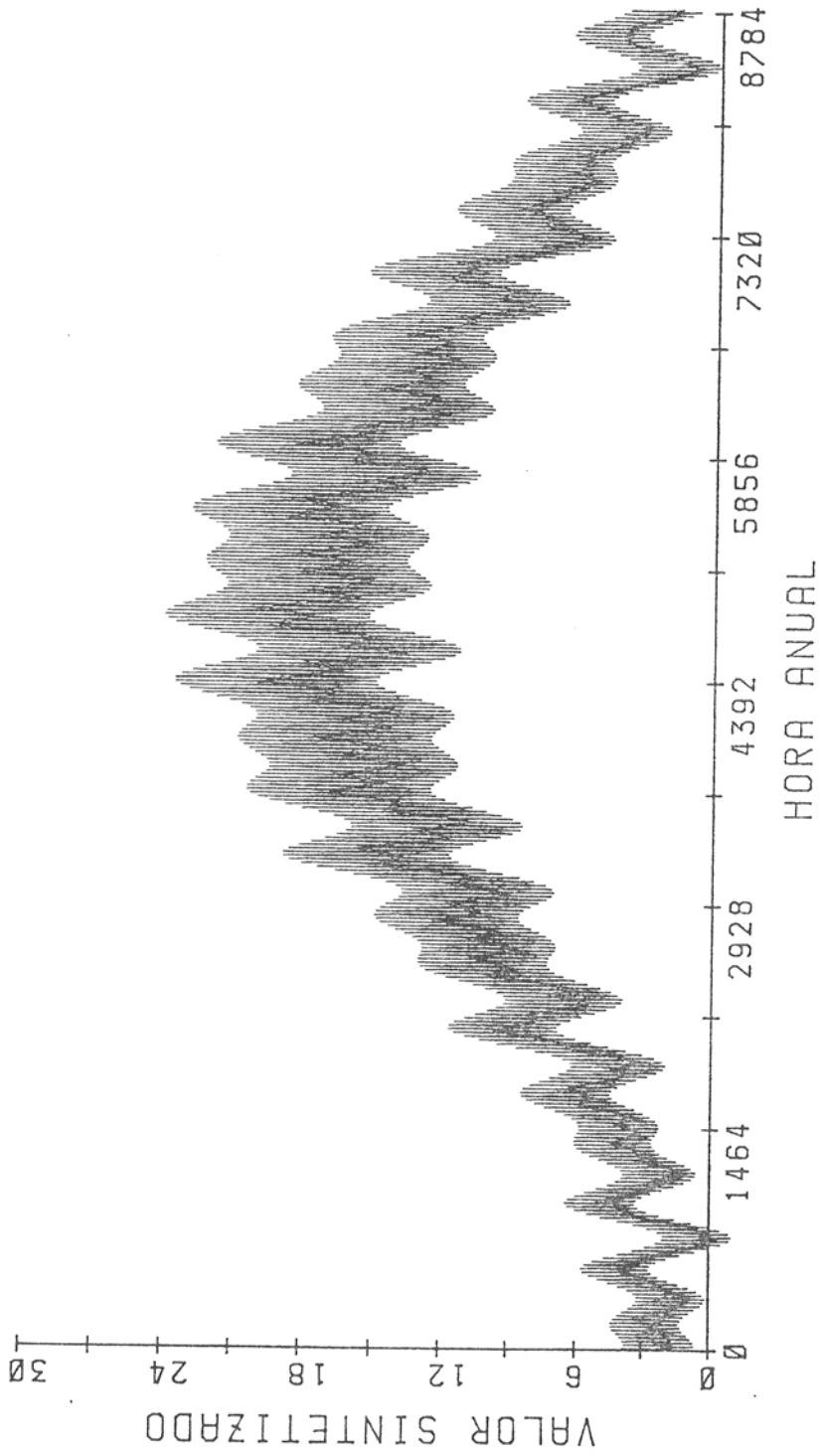


Fig. 18. Valores de temperaturas exteriores sintetizados con  $\frac{9}{9}$  armónicos (ciclo anual + ciclo diario + dos ciclos al día + side bands del ciclo diario + side bands de dos ciclos al día + dos otros mayores armónicos).



lo largo del año. Se pone de manifiesto la mayor oscilación de temperatura en los meses de verano que en los de invierno.

La figura 17 es idéntica a la anterior. Se han añadido -/ las side-bands del armónico de dos ciclos al día, pero sus amplitudes son tan pequeñas que no se aprecia ninguna diferen- / cia.

Hasta ahora ha sintetizado un año teórico, realmente no - representa más que las tendencias generales del año real en -/ que se basa. La inclusión, además de los armónicos anteriores, de los dos armónicos mayores (corresponden a 23 y 16 ciclos al año) modifica sustancialmente la forma de la figura 18, respecto a la anterior. De alguna manera, se representan las particularidades de los datos reales.

\* Radiación directa

La figura 19 muestra los datos reales de radiación directa, sobre superficie horizontal.

En la figura 20 se ha sintetizado la radiación directa -/ con el valor medio, el ciclo anual, diario y dos ciclos al día. Tal como ocurría en la temperatura se pierden los valores ex-/ tremos. En este caso se introducen valores negativos en los me ses de invierno y valores siempre positivos en los meses de ve rano, lo cual no tiene sentido físico.

En la figura 21, se añaden los side-bands del ciclo dia-/ rio. Se observa, de nuevo, la modulación de la amplitud diaria. Aún aparecen valores negativos, pero la radiación se aproxima al eje de abcisas durante todo el año.

La inclusión de los side-bands del armónico de dos ciclos al día, figura 22, reduce los valores negativos y hace aumen-/ tar la amplitud durante los meses de verano.

En la figura 23, se han añadido a los anteriores los dos armónicos mayores, que corresponden a 6 y 5 ciclos al día. El efecto es, cualitativamente, empeorar el año sintetizado, de - nuevo aparecen días con radiación siempre positiva.

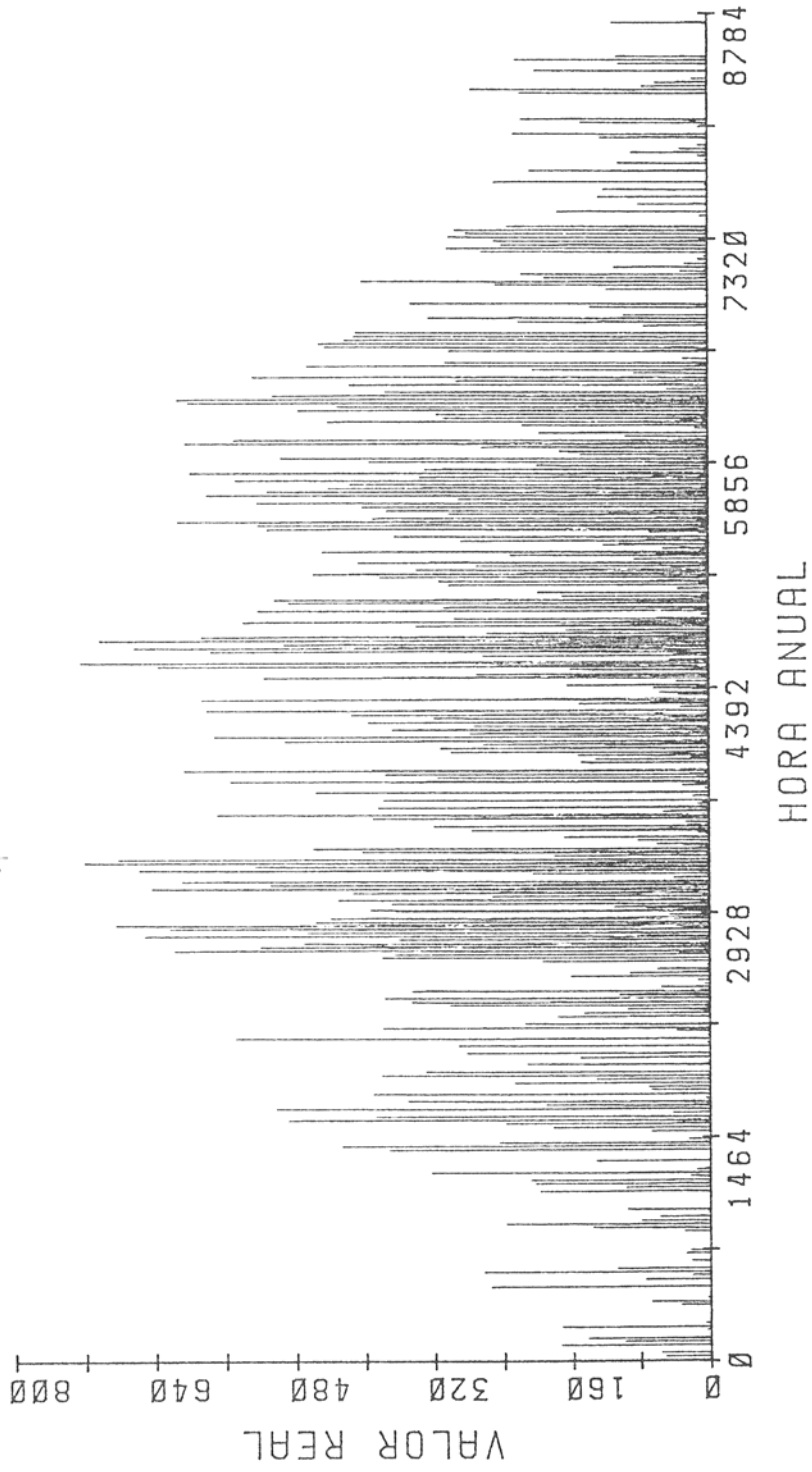


Fig. 19. Valores reales de radiación solar directa sobre superficie horizontal.

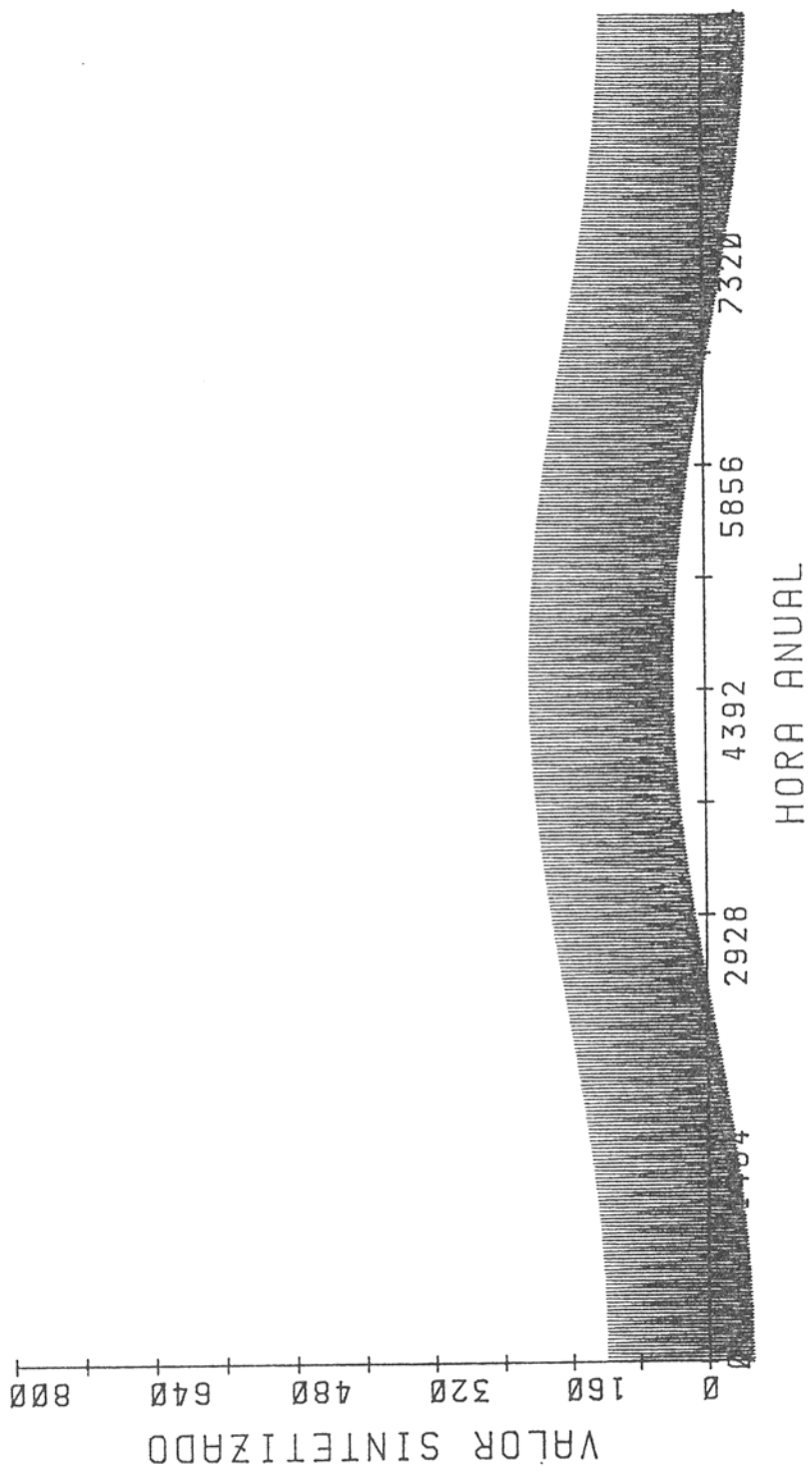


Fig. 20. Valores de radiación solar directa sobre superficie horizontal sintetizados con 3 armónicos (ciclo anual + ciclo diario + dos ciclos al día).

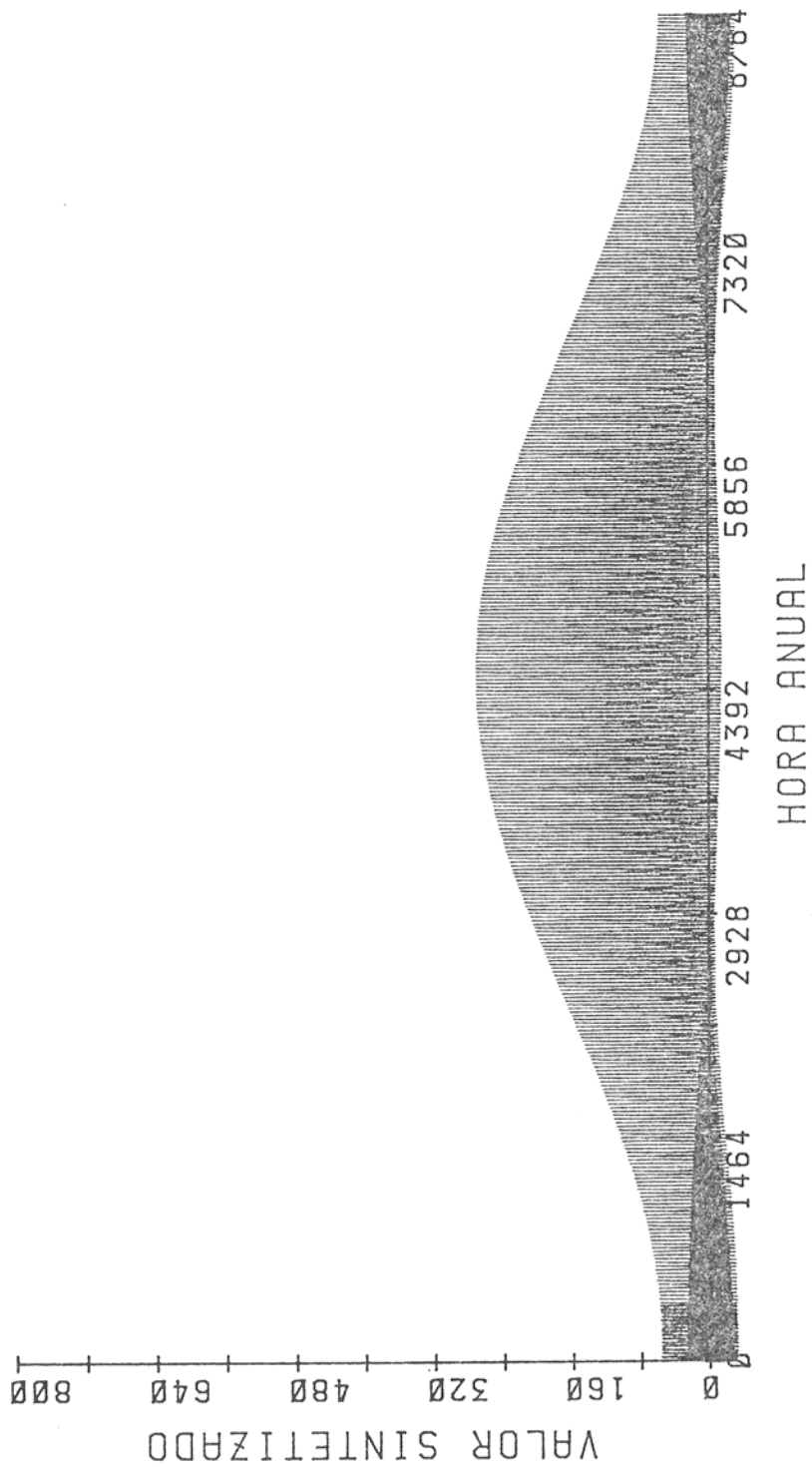


Fig. 21. Valores de radiación solar directa sobre superficie horizontal sintetizados con 5 armónicos(ciclo anual + ciclo diario + dos ciclos al día + side bands del ciclo diario).

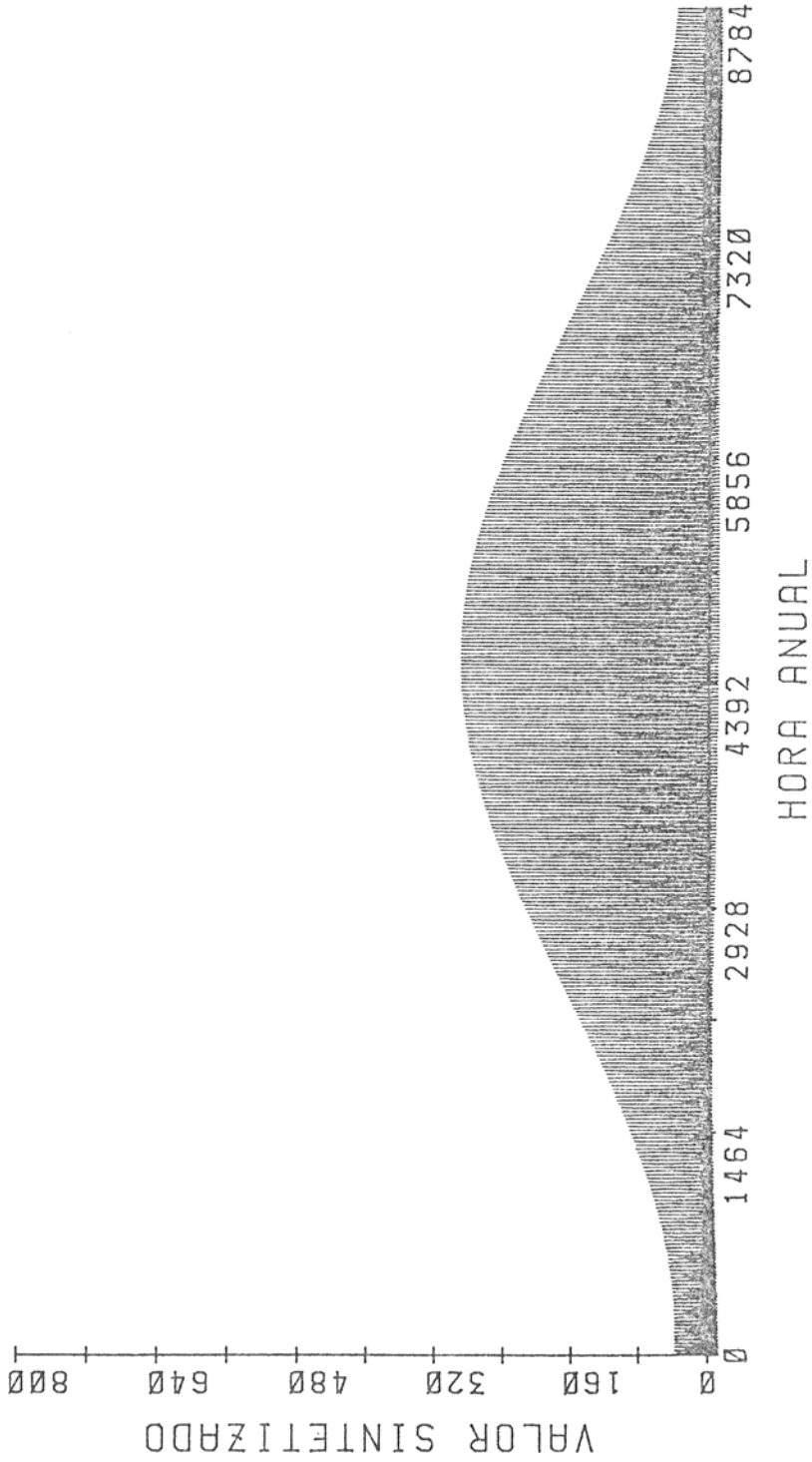


Fig. 22. Valores de radiación solar directa sobre superficie horizontal sintetizados con 7 armónicos(ciclo anual + ciclo diario + dos ciclos al día + side bands del ciclo diario + side bands de dos ciclos al día).

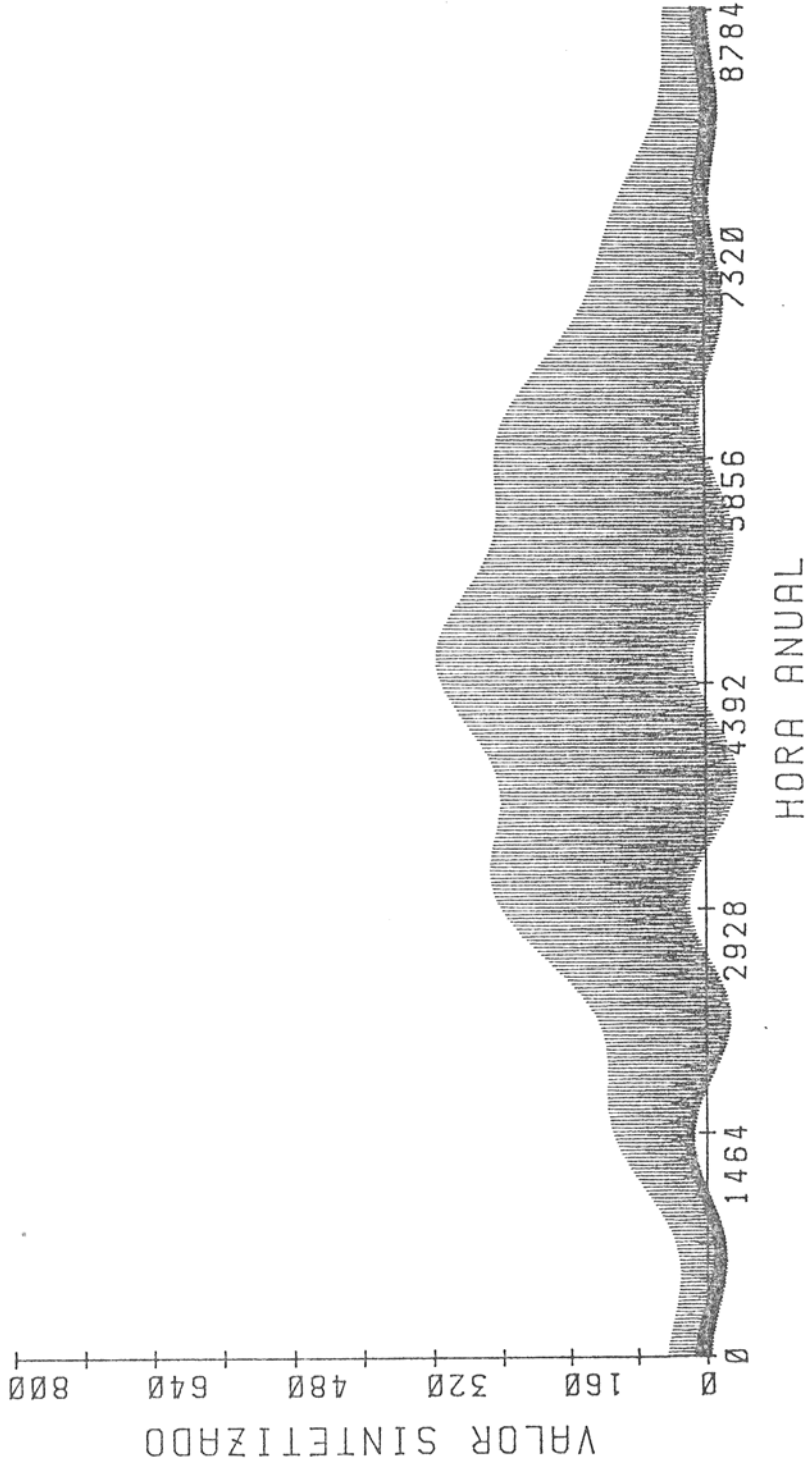


Fig. 23. Valores de radiación solar directa sobre superficie horizontal sintetizados con 9 armónicos (ciclo anual + ciclo diario + dos ciclos al día + side bands del ciclo diario + side bands de dos ciclos al día + dos otros mayores armónicos).

\* Radiación difusa

Las figuras 24 a 28 muestran los resultados obtenidos para la radiación difusa. Cabe hacer idénticos comentarios a los de la radiación directa.



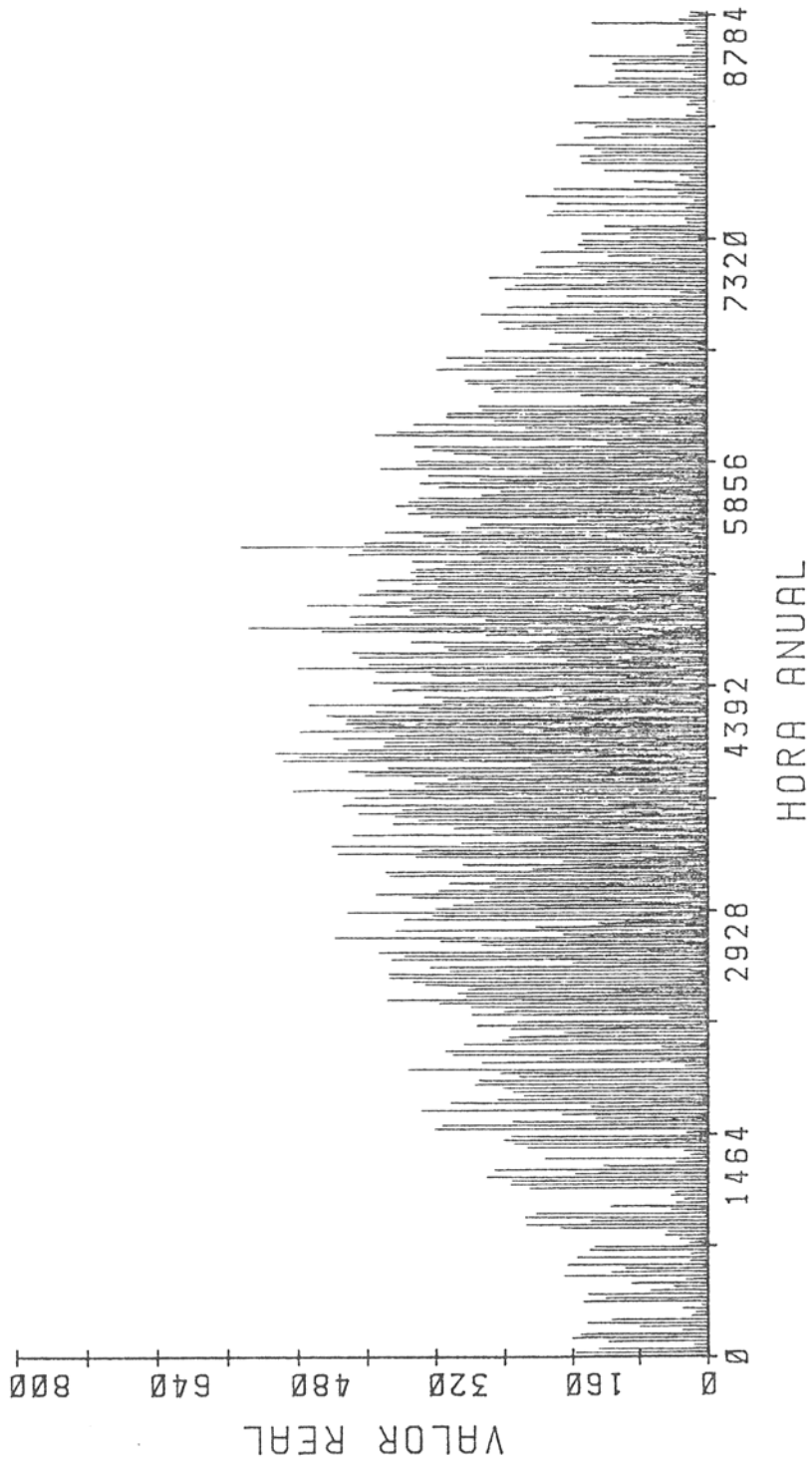


Fig. 24. Valores reales de radiación solar difusa sobre superficie horizontal.

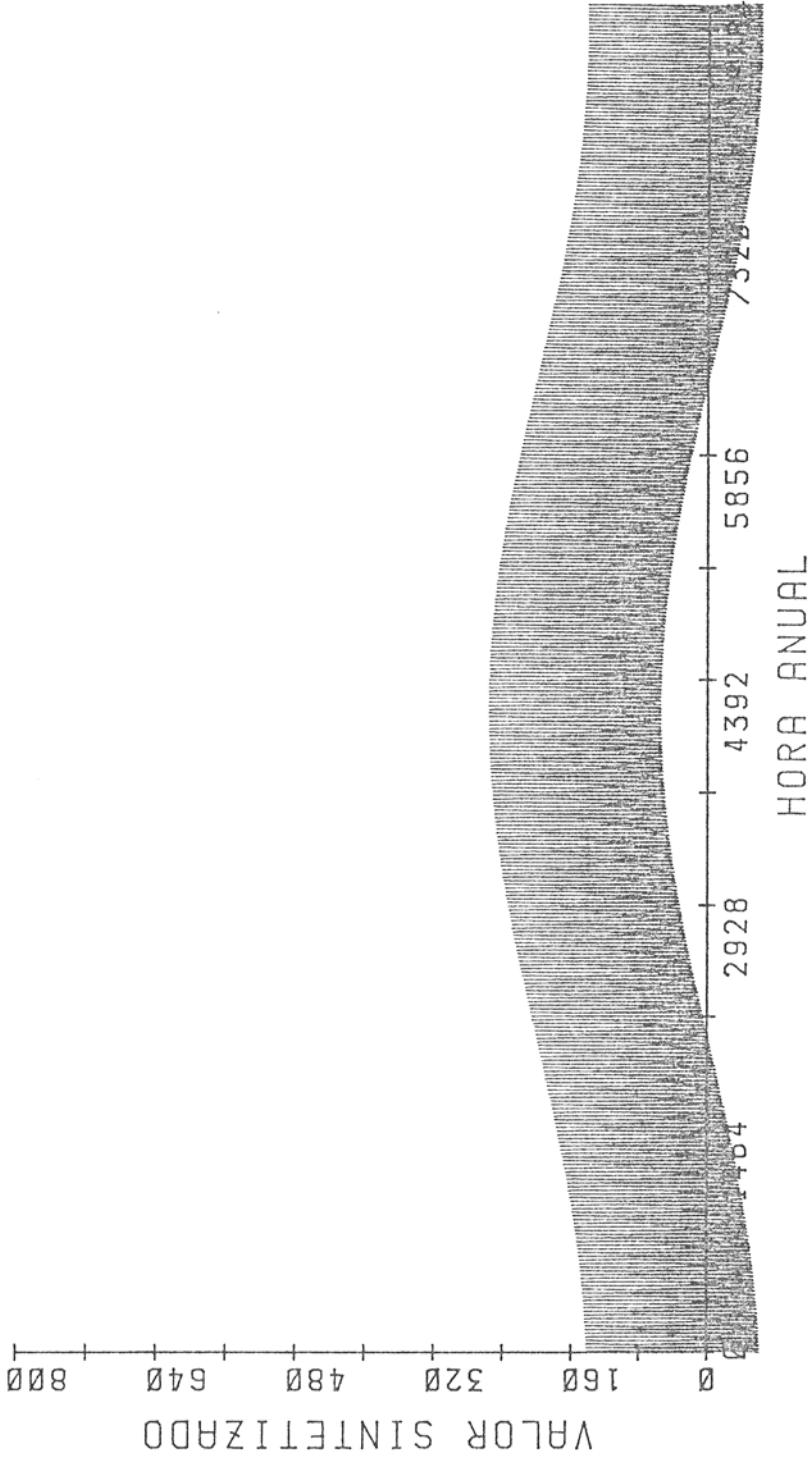


Fig. 25. Valores de radiación solar difusa sobre superficie horizontal sintetizados con 3 armónicos (ciclo anual + ciclo diario + dos ciclos al día).

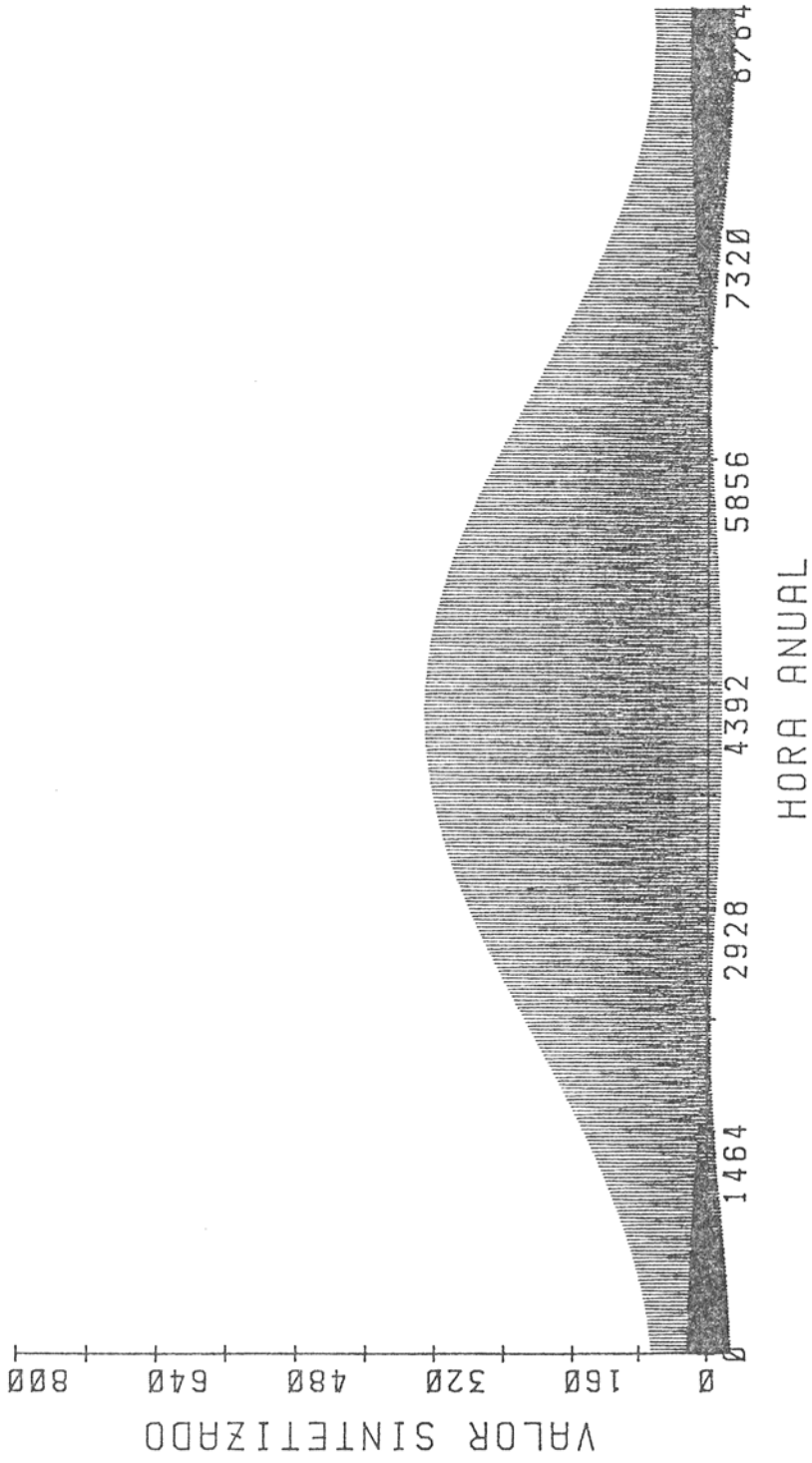


Fig. 26. Valores de radiación solar difusa sobre superficie horizontal sintetizados con 5 armónicos (ciclo anual + ciclo diario + dos ciclos al día + side bands del ciclo diario).

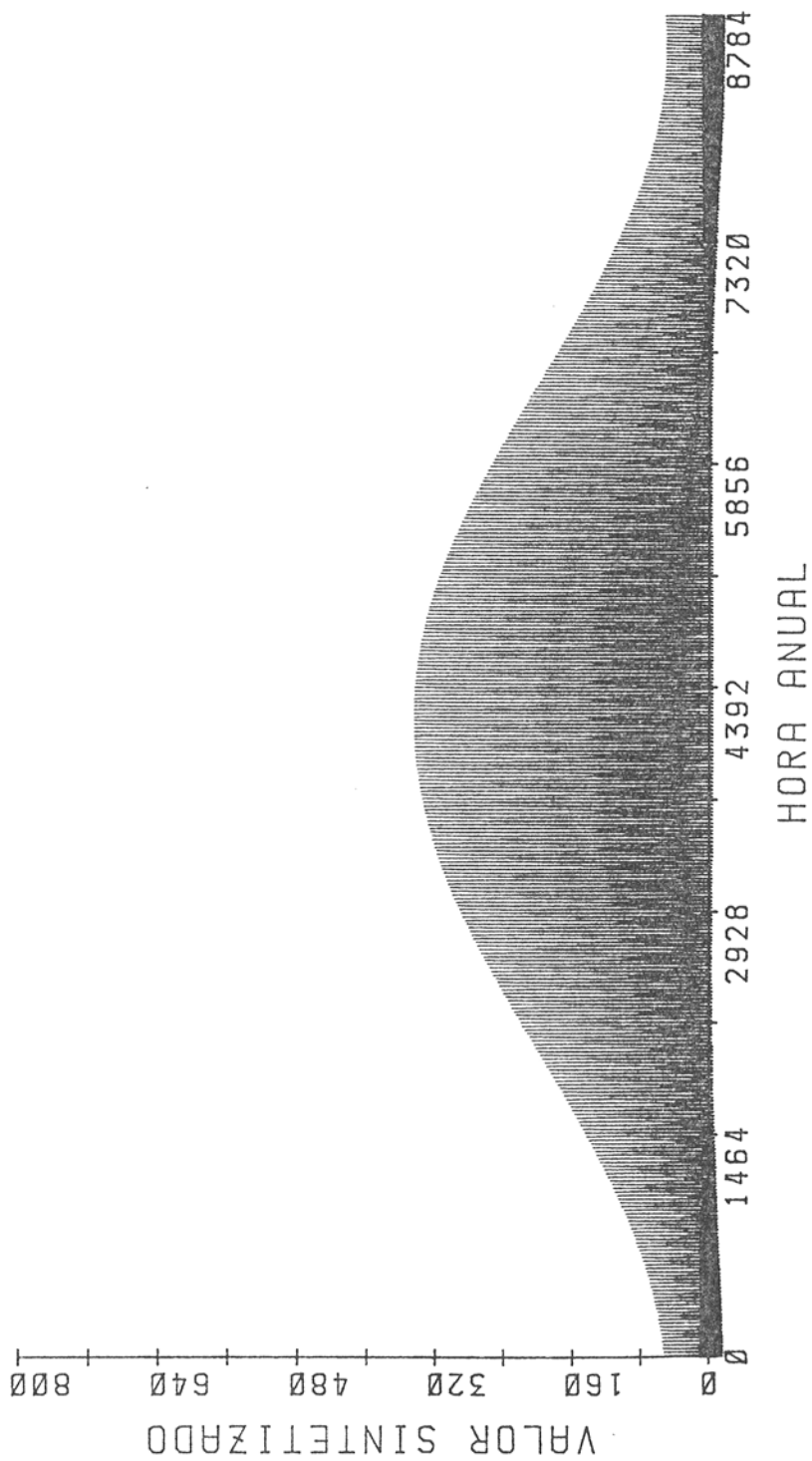


Fig. 27. Valores de radiación solar difusa sobre superficie horizontal sintetizados con 7 armónicos (ciclo anual + ciclo diario + dos ciclos al día + side bands del ciclo diario + side bands de dos ciclos al día).



Fig. 28. Valores de radiación solar difusa sobre superficie horizontal sintetizados con 9 armónicos ( ciclo anual + ciclo diario + dos ciclos al día + side bands del ciclo diario + side bands de dos ciclos al día + dos otros mayores armónicos).

Las figuras 14 a 28, muestran las variaciones anuales de la temperatura, radiación directa y radiación difusa, pero no dejan ver cómo es la variación diaria.

Para facilitar esta visualización, se han confeccionado - las figuras 29 y 30. Se representan los valores diarios de temperatura, radiación directa y radiación difusa, sintetizados - con el valor medio y 3,5,7 y 9 armónicos. La primera representa un día de invierno, 9 de Febrero. La segunda un día de verano, 21 de Junio. En ambas figuras se observa que, a nivel diario, los cambios en las temperaturas son poco importantes. No así para los valores de radiación. En estos casos se observa - una mejora importante al añadir los side-bands del ciclo diario y los de dos ciclos al día (aproximaciones de 5 y 7 armónicos respectivamente). Cualitativamente, parece mejor el año -/ teórico de radiación directa y difusa (aproximación de 7 armónicos) que el obtenido con 9 armónicos, que pretende ajustarse mejor al año real.

Todos los comentarios que se han realizado son cualitativos. En el capítulo 7, dedicado a análisis de sensibilidad y - aplicaciones, se decidirá cual aproximación es mejor, de acuerdo al error cometido en la evaluación de variables globales.

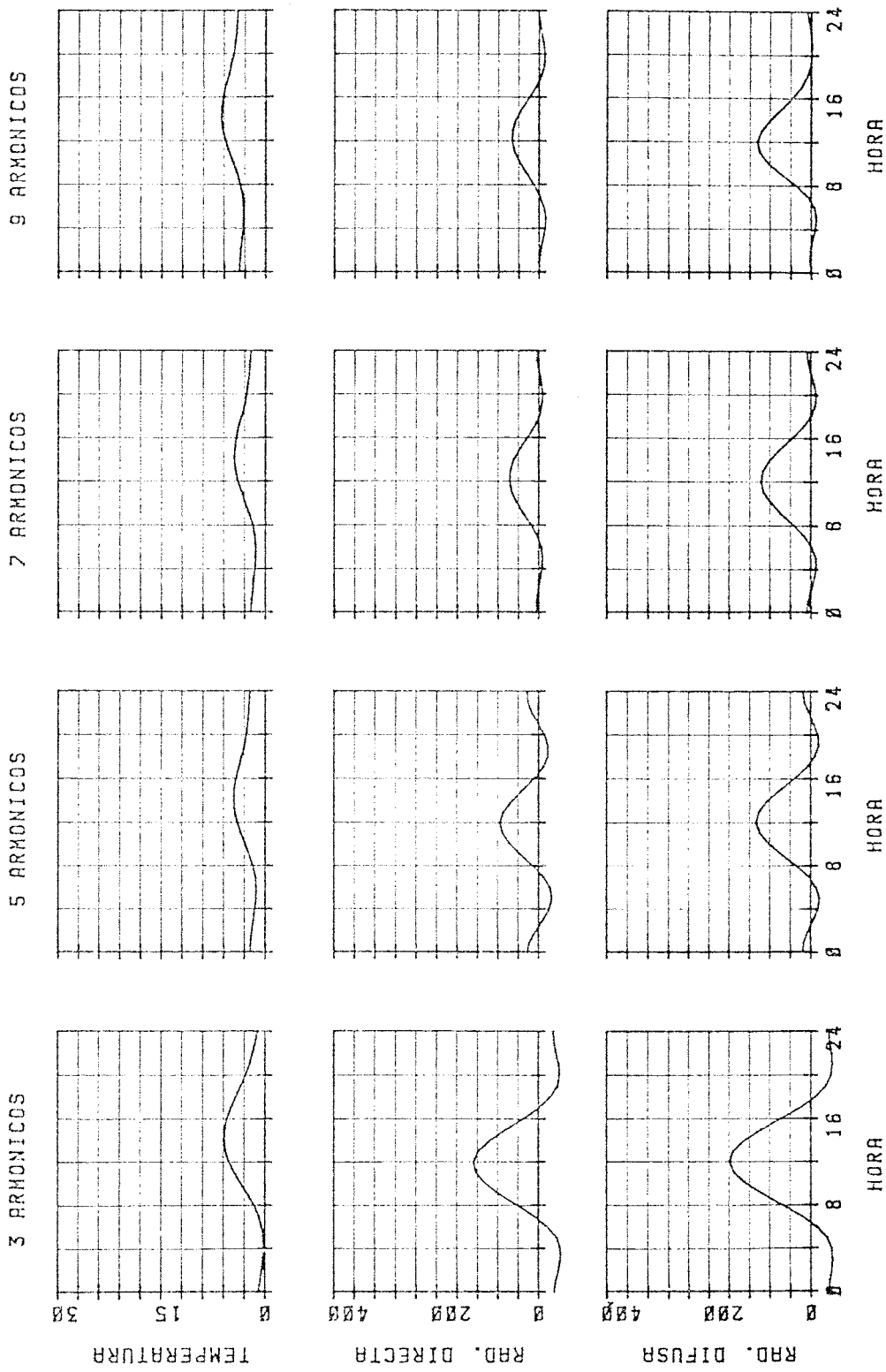


Fig. 29. Valores diarios (9 de febrero) de temperatura exterior, radiación solar directa y radiación solar difusa, sintetizados con 3,5,7 y 9 armónicos.

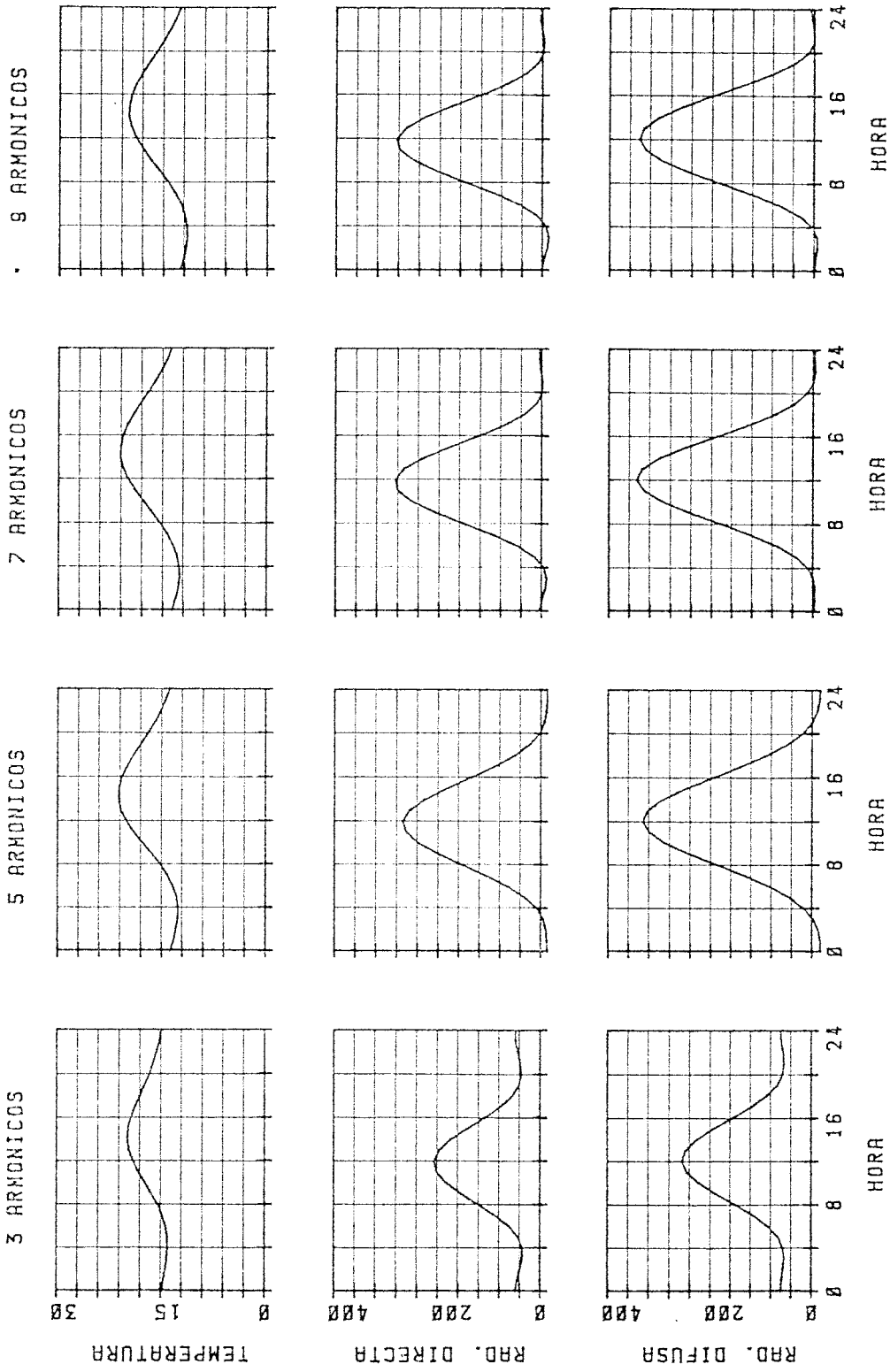


Fig. 30. Valores diarios (21 de junio) de temperatura exterior, radiación solar directa y radiación solar difusa, sintetizados con 3,5,7 y 9 armónicos.



## 6.2. DATOS METEOROLOGICOS EN BASE A DIAS DE REFERENCIA

Desafortunadamente, ni en las localidades españolas, ni en la mayoría de las extranjeras, existen datos como los utilizados en el apartado anterior.

Alvarez, Velázquez y Roldán / 43 /, han publicado un trabajo que permite la generación de años meteorológicos tipo, basados en el concepto de días de referencia, a partir de variables que sí están disponibles en todas las localidades con observatorio meteorológico. Estas variables son valores diarios de temperaturas extremas y de radiación solar global sobre superficie horizontal. Los autores comprueban la validez del modelo, con solo tres días de referencia por mes, para el que se obtienen errores, en base anual, inferiores al 3%, referidos a los valores obtenidos con datos horarios anuales.

El modelo es directamente utilizable por el método de respuesta en frecuencia que se desarrolla aquí, especialmente para la temperatura, que siempre aparece representada como un valor medio, más una onda sinusoidal de frecuencia un ciclo al día, más otra de frecuencia dos ciclos al día. La radiación se distribuye en sus componentes directa y difusa, y se obtienen sus valores horarios mediante correlaciones, bien conocidas, tales como las de Collares-Pereira / 44 /, o de Liu y Jordan - / 45 /. A los valores obtenidos hay que aplicarles un tratamiento similar al del apartado anterior, pero para un número muy inferior de datos (aproximadamente, la décima parte).

Cada uno de los días de referencia está asociado a un factor de peso, obtenido estadísticamente. Para calcular una variable, por ejemplo la carga térmica a temperatura interior constante, se hace el cálculo para cada uno de los días de referencia. El resultado buscado es la suma, ponderada por los -

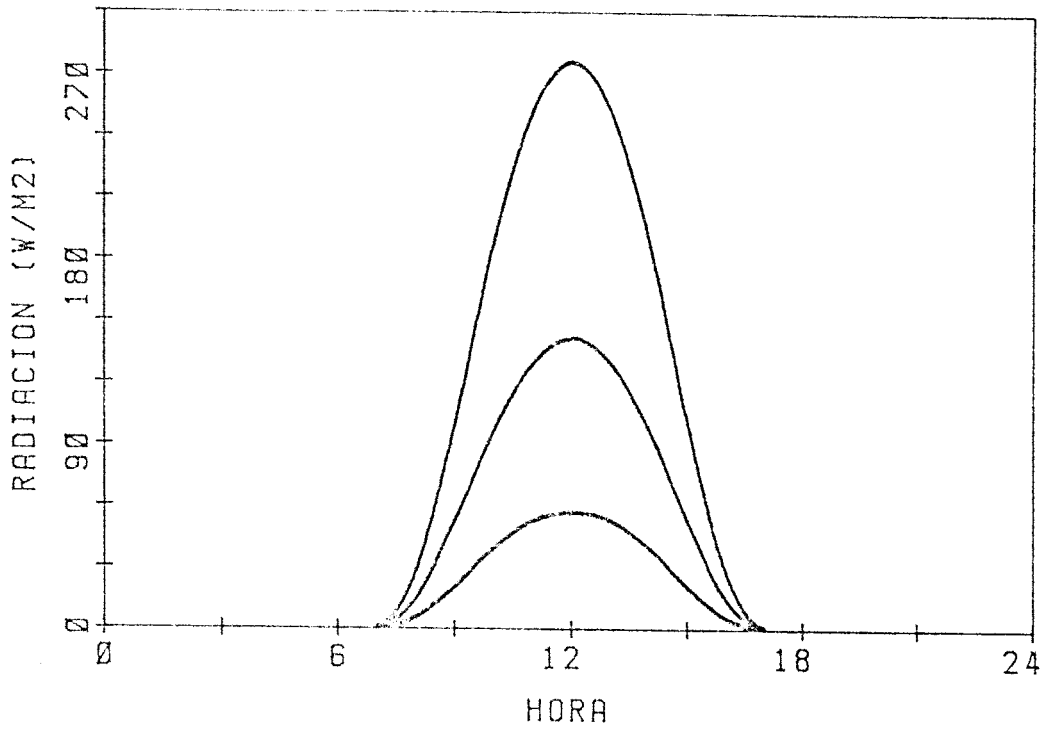
factores de peso correspondientes (que, en definitiva, representan el número de días representados por cada día de referencia), de los resultados de cada día.

La utilización práctica del modelo meteorológico, supone que cada día de referencia se repite hasta obtener el régimen periódico establecido. Así, el modelo de respuesta en frecuencia es directamente aplicable, con ventaja sobre los modelos horarios, que deben repetir el cálculo para cada día, hasta obtener dicho régimen.

Según los autores, el modelo se comporta mejor a medida que aumenta el tamaño de la muestra utilizada. El año meteorológico utilizado en el apartado anterior, es un año de referencia, y no uno real / 46 /, representativo de 10 años. Por tanto, se puede utilizar como una muestra suficiente para obtener un año meteorológico en base a días de referencia.

Las figuras 31 y 32 muestran los resultados obtenidos para los meses de Enero y Junio. En la parte superior se muestran las curvas de radiación global sobre superficie horizontal y - en la inferior las de temperatura. Aparecen también, los pesos asociados a cada día.

Las figuras 33 y 34 son las mismas anteriores con los valores reales de cada día superpuestos. Como era de esperar hay días por encima del día de referencia superior, días por debajo del inferior y bastantes días alrededor del medio. Obsérvese que este modelo meteorológico se acerca bastante más a los extremos que el basado en el análisis armónico de datos horarios anuales, desarrollado en el apartado anterior.



TRAPPES	ENERO
Peso estadístico : SUP:0.179 MED:0.643 INF:0.179	

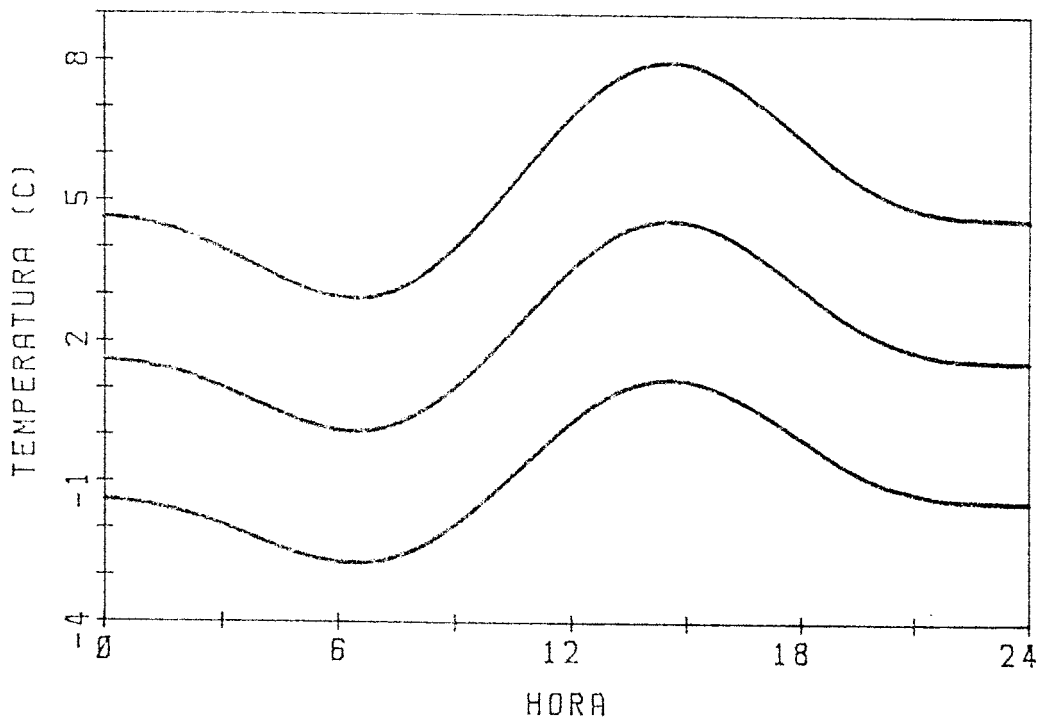
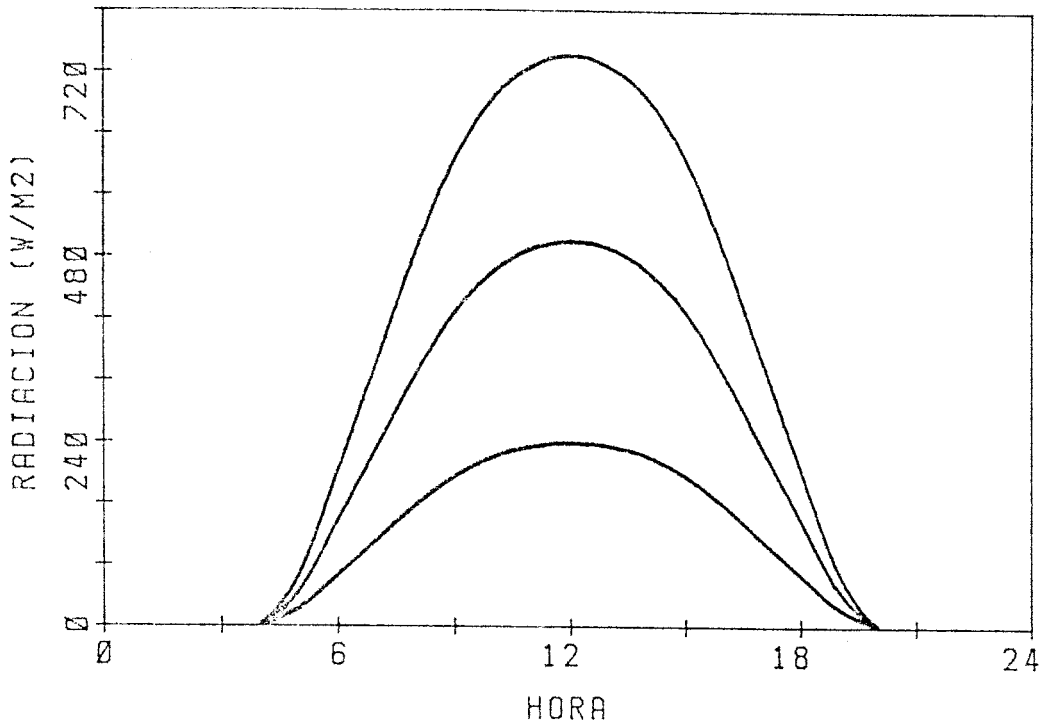


Fig. 31. Dias de referencia para Trappes. Enero.



TRAPPES

JUNIO

Peso estadístico : SUP:0.179 MED:0.641 INF:0.179

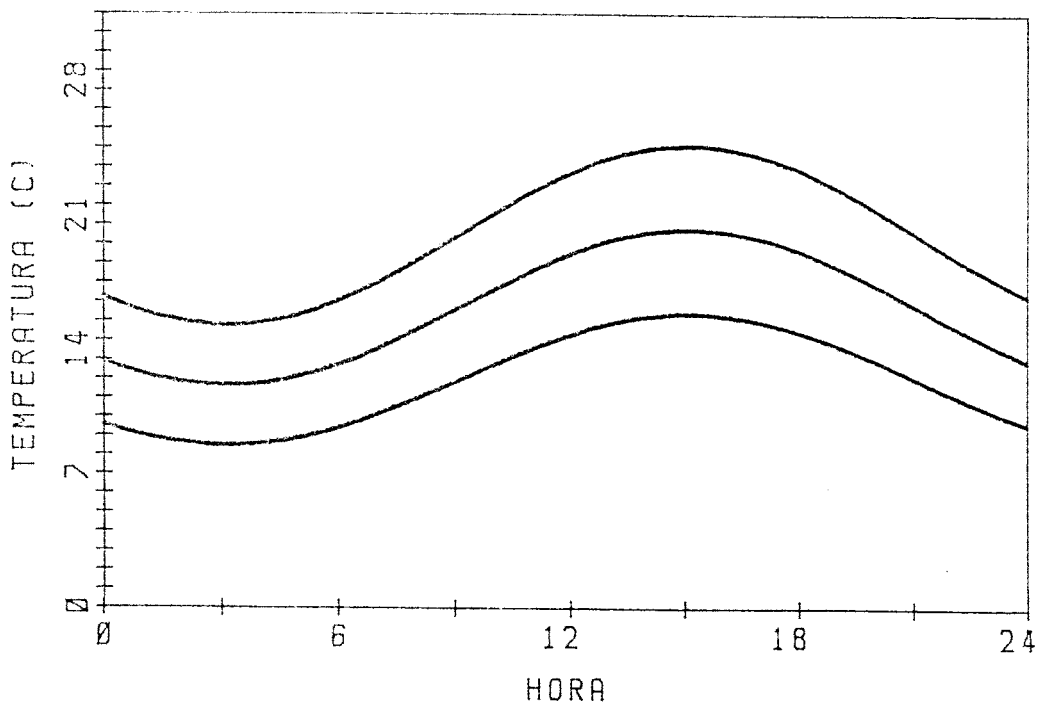
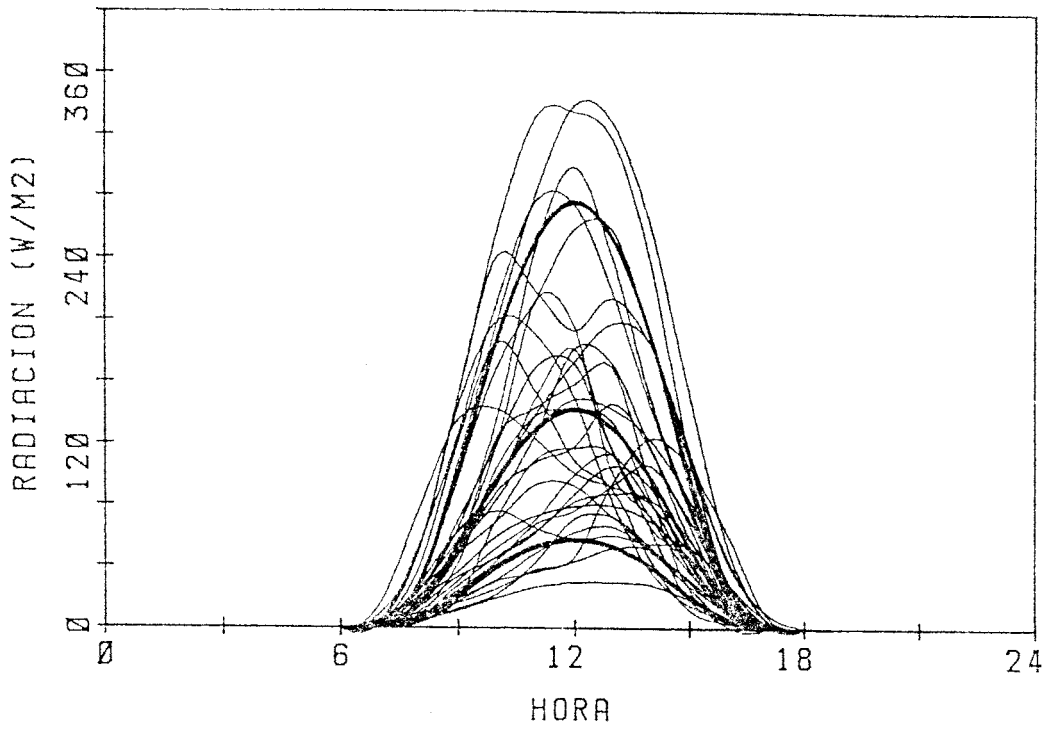


Fig. 32. Dias de referencia para Trappes. Junio.



TRAPPES

ENERO

Peso estadístico : SUP:0.179 MED:0.643 INF:0.179

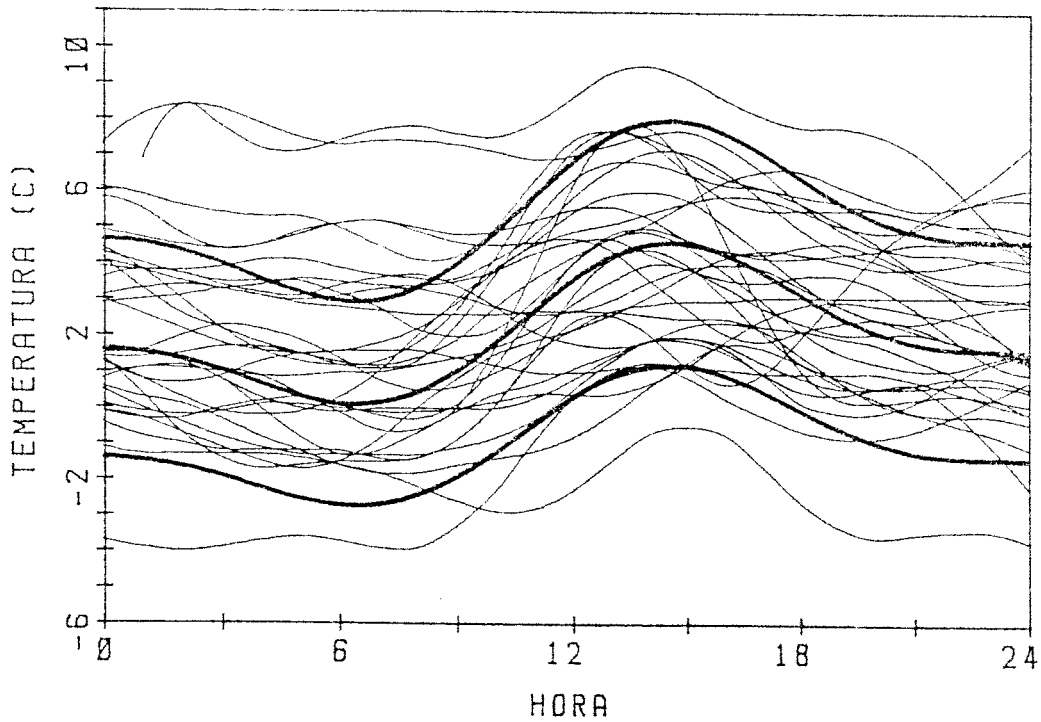
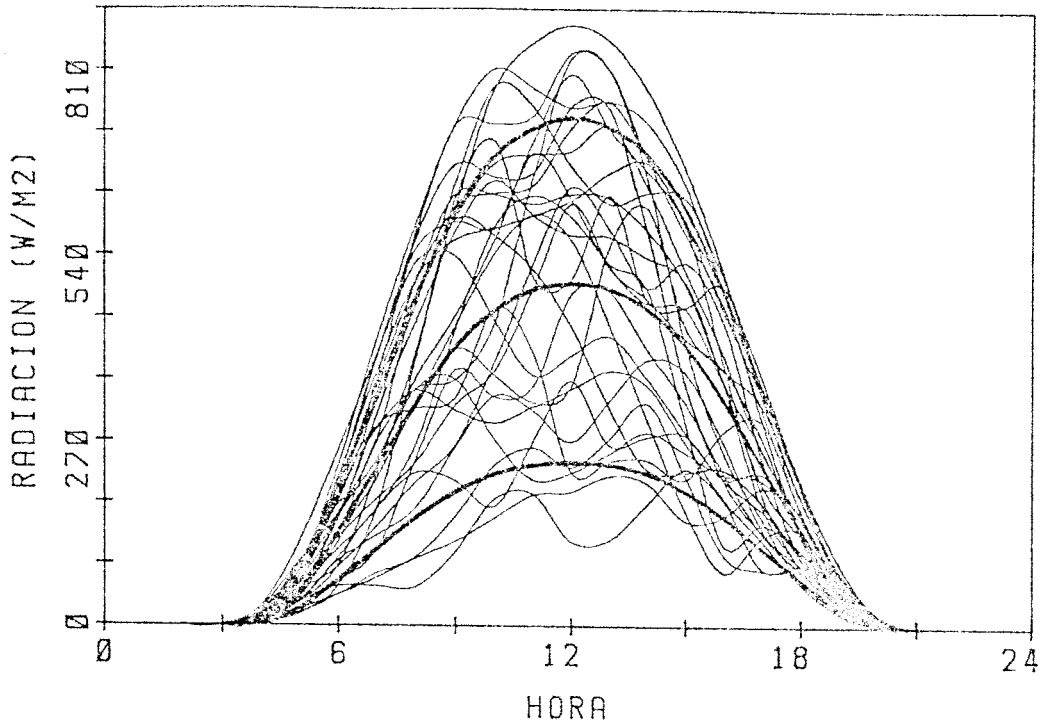


Fig. 33. Días de referencia y días reales para Trappes. Enero.



TRAPPES

JUNIO

Peso estadístico : SUP:0.179 MED:0.641 INF:0.179

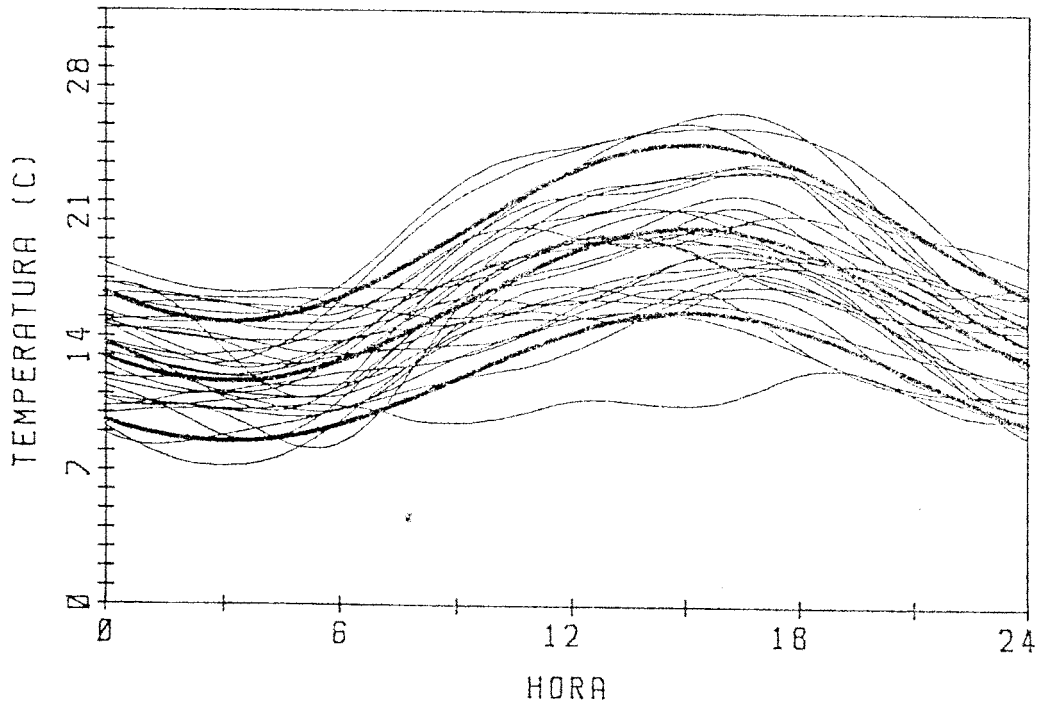


Fig. 34. Días de referencia y días reales para Trappes. Junio.

### 6.3. SOLICITACIONES INTERNAS

Las solicitudes interiores al edificio, ocupantes, iluminación, equipos generadores de calor, no deberían tenerse en cuenta en este método de respuesta en frecuencia más que si tuviesen valores constantes durante todo el tiempo de cálculo.

Sin embargo, tal como puede verse en las ecuaciones desarrolladas en el capítulo 5, los valores que representan a las fuentes internas (en las ecuaciones aparecen las fracciones -/ sensible, radiante de corta longitud de onda y radiante de larga longitud de onda), aparecen aislados, caso de la fracción -/ sensible en la ecuación (82) de balance sobre el aire interior; o bien aparecen multiplicados por términos constantes, como -/ ocurre en la ecuación de la redistribución de radiación de onda corta (61) y en la de balance sobre cada superficie interior (78).

Este hecho permite considerar perfiles variables de las fuentes internas. Estos perfiles pueden suponerse idénticos para todos los días y someterlos a un desarrollo en serie de -/ Fourier, tal como se describe en el anexo 1. Los términos que aparecen en las ecuaciones mencionadas son las amplitudes complejas correspondientes a cada frecuencia.

CAPITULO 7

ESTUDIOS DE SENSIBILIDAD



## CAPITULO 7. ESTUDIOS DE SENSIBILIDAD

En los capítulos anteriores se ha desarrollado la teoría del modelo de respuesta en frecuencia que se propone en esta Tesis. La aplicación práctica del mismo, requiere una fase posterior que es la realización de estudios de sensibilidad tendientes a lograr una definición completa del modelo que alcance un compromiso entre la exactitud de los resultados y el esfuerzo de cálculo, tal como se apuntó en la introducción, teniendo presente, por otra parte, el tipo de aplicaciones y más concretamente la etapa de diseño a la que se orienta.

En este sentido, los estudios de sensibilidad que se han realizado son de dos tipos:

- Influencia de las hipótesis realizadas en la modelización, tanto las debidas a la propia naturaleza del modelo de respuesta en frecuencia (linealización del intercambio radiante), como las introducidas para aumentar su velocidad de cálculo, tales como el cálculo aproximado de los factores de forma y la aproximación de la variación de las propiedades ópticas de los medios semitransparentes.
- Influencia de la representación de los datos del contorno (variables meteorológicas y fuentes internas). Se trata de determinar el número de armónicos a tomar en los desarrollos en serie de Fourier, que afectan directamente a la respuesta térmica del edificio.

Los resultados de las diversas aproximaciones, se comparan con los correspondientes a un modelo detallado, no lineal,

de base horaria, fundamentado en las funciones de transferencia en  $z$ , y validado experimentalmente /28/.

Los estudios que se realizan se encuentran divididos en tres grupos: los independientes del período de cálculo, los que toman como base un día, y los que se hacen en base estacional o anual.

En el primer grupo se encuentra el estudio de la influencia del intercambio radiante y del cálculo aproximado de factores de forma.

Tomando como período de tiempo un día, se estudia, en primer lugar, la influencia del número de armónicos tomados en la representación de las excitaciones exteriores e interiores, en la evaluación de la carga a temperatura constante y la evolución libre de temperatura. Posteriormente, se analiza la influencia de considerar, o no, la variación de las propiedades ópticas de los vidrios con el ángulo de incidencia de la radiación solar. Finalmente se introduce el funcionamiento interrumpido del equipo. Las conclusiones parciales de cada estudio se utilizan en los que le siguen.

Por último, en el grupo de estudios con período de cálculo anual, se analiza la influencia del número de armónicos tomados para sintetizar el año meteorológico y de nuevo la variación de las propiedades ópticas de los vidrios, en el cálculo de la demanda anual de calefacción. Los cálculos en base estacional se realizan con los dos modelos meteorológicos comentados en el Capítulo 6. Todas las conclusiones del bloque de estudios en base un día, se utilizan en el modelo de días de referencia.

Para tener en cuenta la influencia del tipo de construcción del edificio en estudio, se realizan los cálculos sobre tres módulos. Estos se describen con detalle en el siguiente apartado.

### 7.1. DESCRIPCION DE LOS MODULOS UTILIZADOS

Excepto la modelización del intercambio radiante, los estudios de sensibilidad, que se haran en los siguientes apartados, se refieren a tres edificios geoméricamente idénticos, - con materiales de construcción diferentes.

La figura 35 es una representación esquemática del edificio. Las dimensiones interiores son: 10 x 10 metros en la base y 3 metros de altura. Las ventanas, están orientadas al sur y al este y tienen 15 m<sup>2</sup>. El edificio no está en contacto con el terreno, sino sobre un vacío sanitario que se supone a temperatura ambiente. Esta disposición es una de las recomendadas por la Agencia Internacional de la Energía /50/.

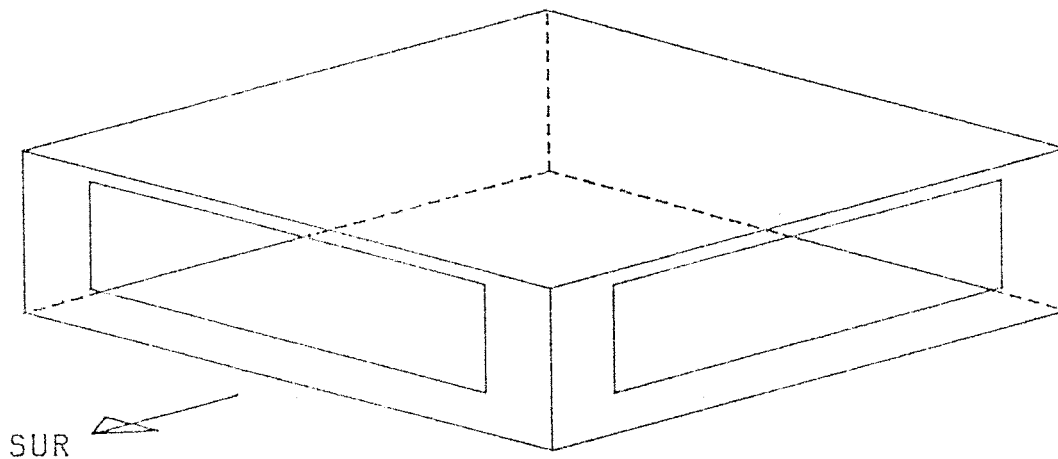


Fig. 35. Representación esquemática de la geometría de los módulos utilizados.

### 7.1.1. Tipos de construcción

Se han considerado tres casos, en adelante referenciados como Ligerero, Medio y Pesado, considerando el peso del edificio por metro cuadrado de suelo.

En cada uno de los edificios, los cerramientos verticales son idénticos. Las características constructivas de cada uno - de los tipos considerados se describen en las tablas 2 , 3 y 4 para los módulos ligero, medio y pesado respectivamente.

Los vidrios, idénticos en todos los casos, son simples y sus propiedades ópticas se calculan, en función del coseno del ángulo de incidencia de la radiación, mediante la expresión -/ (32). Los coeficientes, tomados de ASHRAE /32/, aparecen en la tabla 5 , la emisividad para la radiación de onda larga se ha tomado 0.85.

### 7.1.2. Propiedades Radiantes de las Superficies

Se ha tomado, siguiendo las indicaciones de la AIE una absorptividad para la radiación solar de 0.8 en la cara exterior del techo y 0.6 para todas las otras superficies.

Para la radiación de onda larga se ha tomado una emisividad de 0.9 en todas las superficies.

### 7.1.3. Coefficientes de transferencia por convección

Los coeficientes de transferencia que se necesitan han sido tomados de ASHRAE.

En el exterior, se ha tomado un valor de  $16.25 \text{ W/m}^2 \text{ K}$  (mixto convectivo-radiante), en todas las superficies excepto el -suelo. Para las superficies interiores, incluida la superficie exterior del suelo, se ha tomado un coeficiente de valor  $2 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ .

#### 7.1.4. Otros datos

Las temperaturas interiores se mantienen, en los casos -/ que se calculan cargas a temperatura interior constante, en -/ 20 C en invierno y 24 C en verano.

Se supone un volumen de aire de ventilación, e infiltra- / ción, de 0.5 renovaciones por hora.

TABLA 2 . Características Constructivas del Edificio Ligero

	ESPESOR (m)	CONDUCTIVIDAD TERMICA (W/m/K)	DENSIDAD (Kg/m <sup>3</sup> )	CALOR ESPECIFICO (Jul/Kg/K)
<u>TECHO:</u>				
Hormigón ligero	0.05	0.4	1000	1050
<u>SUELO:</u>				
Hormigón ligero	0.05	0.4	1000	1050
<u>CERRAMIENTOS VERTICALES:</u>				
Placa de fibra de madera	0.03	0.35	1000	2100
Poliuretano expandido	0.04	0.023	40	1590
Hormigón ligero	0.04	0.4	1000	1050

TABLA 3 . Características Constructivas del Edificio Medio

	ESPESOR (m)	CONDUCTIVIDAD TERMICA (W/m/K)	DENSIDAD (Kg/m <sup>3</sup> )	CALOR ESPECIFICO (Jul/Kg/K)
<u>TECHO:</u>				
Hormigón ligero	0.1	0.4	1000	1050
<u>SUELO:</u>				
Hormigón ligero	0.1	0.4	1000	1050
<u>CERRAMIENTOS VERTICALES:</u>				
Enlucido y guarnecido de yeso	0.02	0.3	800	920
Ladrillo hueco sencillo	0.04	0.49	1200	920
Poliuretano expandido	0.04	0.023	40	1590
Ladrillo macizo	0.12	0.87	1800	1380

TABLA 4. Características Constructivas del Edificio Pesado

	ESPESOR (m)	CONDUCTIVIDAD TERMICA (W/m/K)	DENSIDAD (Kg/m <sup>3</sup> )	CALOR ESPECIFICO (Jul/Kg/K)
<u>TECHO:</u>				
Enlucido y guarnecido de yeso	0.015	0.3	800	920
Forjado cerámico	0.15	0.4	1250	880
Impermeabilizante	0.003	0.19	1100	1050
Mortero de cemento	0.02	1.4	2000	1050
Baldosin catatan	0.02	1.05	2000	840
<u>SUELO:</u>				
Terrazo	0.03	1.16	2000	1050
Mortero de cemento	0.02	1.4	2000	1050
Forjado cerámico	0.15	0.4	1250	880
Enlucido y guarnecido de yeso	0.015	0.3	800	920
<u>CERRAMIENTOS VERTICALES:</u>				
Enlucido y guarnecido de yeso	0.02	0.3	800	920
Ladrillo hueco sencillo	0.04	0.49	1200	920
Poliuretano expandido	0.04	0.023	40	1590
Hormigón en masa	0.20	1.6	2400	1050



TABLA 5. Coeficientes para el cálculo de transmisividad  
y absorptividad del vidrio utilizado en los Edificios Ligeros Medio y Pesado.

$i$	$\tau_i$	$\alpha_i$
0	-0.00885	0.01154
1	2.71235	0.77674
2	-0.62062	-3.94657
3	-7.07329	8.57881
4	9.75995	-8.38135
5	-3.89922	3.01188

## 7.2. MODELIZACION DEL INTERCAMBIO RADIANTE

Una de las mayores hipótesis admitidas en el método de respuesta en frecuencia es la linealidad del intercambio radiante de onda larga. Esta es, sin embargo, una de las hipótesis requeridas para la aplicación del principio de superposición, base del modelo de respuesta en frecuencia desarrollado.

Por otra parte, si se quiere utilizar este modelo en las primeras etapas del diseño de un edificio, no tiene sentido, y a menudo no es posible, calcular factores de forma exactos, ya que no se conoce con exactitud la geometría del edificio. La complejidad del cálculo exacto de factores de forma, sugiere la utilización de métodos aproximados en la evaluación de dichos factores.

Allard y otros /36/, proponen métodos simplificados de cálculo de factores de forma en función de las áreas de cada cerramiento del edificio. En uno de estos métodos el factor de forma entre la superficie  $i$  y la  $j$  se calcula mediante:

$$F_{ij} = \frac{S_j}{S_T} \quad , \quad F_{ii} = 0 \quad (90)$$

donde  $S_T$  es la suma de las áreas de todas las superficies, incluida  $S_i$ . Esta relación cumple la propiedad de reciprocidad, pero no la de adición, ya que:

$$\sum_{j=1}^n F_{ij} = \frac{S_T - S_i}{S_T} \neq 1 \quad (91)$$

Basándose en este procedimiento, Rodríguez /51/ ha desarrollado un algoritmo iterativo, que distribuye el error, introducido al hacer  $F_{ii} = 0$ , entre los otros factores de forma,

de modo que se consigue satisfacer simultáneamente reciprocidad y adición, con un error suficientemente pequeño.

Para analizar la influencia de la linealización, combinada con el cálculo aproximado de los factores de forma, se han estudiado tres geometrías (cúbica, paralelepípedica baja (5x5x1), paralelepípedica alargada (1x5x1), con diferentes propiedades radiantes y diferentes temperaturas impuestas. Se ha calculado el flujo neto, que aparece en cada una de las seis superficies, de dos formas diferentes:

- 1: modelo linealizado con factores de forma exactos.
- 2: modelo linealizado con factores de forma aproximados.

En la tabla 6 aparecen los errores cometidos, en la evaluación del flujo neto sobre la superficie que más absorbe, en relación a los valores obtenidos mediante un modelo exacto (no lineal) con factores de forma exactos. El único parámetro con notable influencia es la diferencia de temperatura entre las superficies. En la tabla aparece la diferencia entre la superficie más fría (en la cual se calcula el flujo neto cuyo error se representa) y la más caliente.

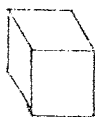
Se observa un aumento progresivo del error al aumentar la diferencia de temperatura, que era de esperar por la forma en que se ha realizado la linealización.

Los factores de forma aproximados sólo introducen error en la geometría alargada, que es poco frecuente; en los otros casos, el error disminuye, muy poco.

A la vista de los resultados y teniendo en cuenta que las diferencias de temperatura no son muy altas en los edificios convencionales, donde además la contribución del intercambio radiante es pequeña, se ha adoptado la metodología de Rodríguez para la estimación de factores de forma.

TABLA 6. Errores (%) en la evaluación del flujo neto sobre la superficie de máxima absorción

$\Delta T$ -max	APROX-1	APROX-2	APROX-1	APROX-2	APROX-1	APROX-2
5	0.493	0.465	0.243	0.192	0.239	5.51
10	1.147	1.127	0.328	0.276	0.650	5.942
20	2.405	2.389	0.522	0.470	1.416	6.748
30	3.599	3.583	0.751	0.700	2.118	7.48



### 7.3. REPRESENTACION DE DATOS DEL CONTORNO. PERIODO DE UN DIA

#### 7.3.1. Variables Meteorológicas

En este apartado se estudia la influencia del número de armónicos utilizados para representar las variables meteorológicas, en el cálculo de la carga térmica a temperatura constante, y la evolución libre de temperatura interior. Se utilizan los datos meteorológicos correspondientes a dos días de referencia, generados con la metodología expuesta en el Capítulo 6, a partir de los datos meteorológicos de Trappes. Los días utilizados son el inferior de enero, y el superior de julio.

Para cada uno de los días se obtiene la evolución horaria de: temperatura exterior; radiación solar, directa y difusa, sobre cada superficie. A partir de estas muestras, de 24 valores, siguiendo el proceso descrito en el Anexo 1 se obtiene la representación en serie de Fourier de cada una de las variables.

Puesto que la temperatura se obtiene como una serie de Fourier de dos términos en la metodología de generación de días de referencia, no se necesitan más que dos armónicos para ajustarla exactamente. La radiación solar, sin embargo, no se ajusta bien, ni siquiera con el máximo número de armónicos, once, que se pueden extraer de una muestra de 24 valores. Por ello, tal como se indica en el Anexo 1, es necesario obtener una muestra mayor. Se ha doblado el número de puntos, obteniendo valores a intervalos de media hora, por interpolación lineal. A partir de 48 puntos, pueden obtenerse 23 armónicos. La representación de la radiación es ahora mejor, con los 11 primeros armónicos así obtenidos, que con los 11 que se obtenían a partir de la muestra original de 24 valores.

Se han calculado, la carga térmica y la evolución libre de temperatura interior, con 23, 11, 8, 4 y 2 armónicos, para los módulos ligero medio y pesado.

Los resultados se han comparado con los del método de referencia mediante el cálculo de dos errores representativos para la carga térmica y otros dos para la temperatura interior:

Para la carga térmica se calcula el error medio como:

$$\epsilon_m = \frac{\sum_{i=1}^{24} |Q(i) - QR(i)|}{\sum_{i=1}^{24} |QR(i)|} \quad (92)$$

$Q(i)$  es el valor calculado para la hora  $i$ ;  $QR(i)$  es el valor de referencia para esa hora.

El error total se calcula como:

$$\epsilon_T = \frac{QT - QTR}{QTR} \quad (93.a)$$

siendo

$$Q_T = \sum_{i=1}^{24} Q(i) \quad (93.b)$$

$$Q_{TR} = \sum_{i=1}^{24} QR(i) \quad (93.c)$$

Para la temperatura interior, se calcula el error medio como:

$$\epsilon_m = \frac{\sum_{i=1}^{24} |T(i) - TR(i)|}{24 (TR_{\max} - TR_{\min})} \quad (94)$$

$T(i)$  es la temperatura calculada a la hora  $i$ ;  $TR(i)$  es la temperatura calculada por el modelo de referencia a la misma hora;  $(TR_{\max} - TR_{\min})$  es la oscilación máxima de la temperatura interior.

El segundo error para la temperatura es, simplemente, la mayor diferencia encontrada entre los valores calculados, para cada hora, por el modelo que se propone y el de referencia.

En las tablas 7 y 8 se han agrupado los errores para la carga térmica en los meses de enero y julio respectivamente.

Los errores para la temperatura interior, aparecen en la tabla 9 para enero, y en la tabla 10 para julio.

El tipo de aplicaciones a que está orientado el modelo de respuesta en frecuencia incluye la evaluación del consumo energético de un edificio. Este consumo puede evaluarse partiendo de la carga térmica a temperatura constante. La carga se calcula, en todos los casos, con un error total inferior al 1%, a partir de sólo dos armónicos (uno y dos ciclos al día). La inclusión de más armónicos no mejora sustancialmente el resultado, y, en cambio, aumenta el tiempo de cálculo (del orden de 1 segundo de C.P.U. por armónico). La evolución horaria de la carga térmica, caracterizada por el error medio, se determina con errores inferiores al 3% a partir de 4 armónicos.

La evolución de la temperatura interior se determina, a partir de 4 armónicos, con diferencias máximas inferiores a 1 grado Celsius. La evolución horaria, se encuentra con errores inferiores al 3% también con cuatro armónicos.

Se observará que el error no disminuye sustancialmente al aumentar el número de armónicos. Este hecho se debe, fundamentalmente, a que los muros son muy inertes en el sentido de in-

TABLA 7. Errores (%) en el cálculo de la carga térmica a temperatura constante. Enero

NUMERO DE ARMONICOS	MODULO LIGERO		MODULO MEDIO		MODULO PESADO	
	$\epsilon_m$	$\epsilon_T$	$\epsilon_m$	$\epsilon_T$	$\epsilon_m$	$\epsilon_T$
2	0.53	0.47	0.43	0.42	0.51	0.51
4	0.48	0.48	0.43	0.43	0.51	0.51
8	0.48	0.48	0.43	0.43	0.51	0.51
11	0.48	0.48	0.43	0.43	0.51	0.51
23	0.48	0.48	0.43	0.43	0.51	0.51

TABLA 8. Errores (%) en el cálculo de la carga térmica a temperatura constante. Julio

NUMERO DE ARMONICOS	MODULO LIGERO		MODULO MEDIO		MODULO PESADO	
	$\epsilon_m$	$\epsilon_T$	$\epsilon_m$	$\epsilon_T$	$\epsilon_m$	$\epsilon_T$
2	3.89	-0.31	2.43	-0.21	1.71	-0.21
4	2.23	-0.15	1.54	-0.10	1.21	-0.13
8	2.06	-0.19	1.34	-0.13	1.06	-0.16
11	2.04	-0.18	1.22	-0.12	1.07	-0.15
23	2.00	-0.18	1.18	-0.12	1.01	-0.15



TABLA 9. Errores (%) en el cálculo de la temperatura interior. Enero.

NUMERO DE ARMONICOS	MODULO LIGERO		MODULO MEDIO		MODULO PESADO	
	$\epsilon_m$	$\epsilon_T$	$\epsilon_m$	$\epsilon_T$	$\epsilon_m$	$\epsilon_T$
2	3.43	0.21	1.96	0.14	1.22	0.09
4	2.58	0.21	1.46	0.13	1.21	0.08
8	2.58	0.20	1.45	0.13	1.21	0.08
11	2.58	0.20	1.45	0.13	1.22	0.08
23	2.58	0.20	1.45	0.12	1.22	0.08

TABLA 10. Errores (%) en el cálculo de la temperatura interior Julio.

NUMERO DE ARMONICOS	MODULO LIGERO		MODULO MEDIO		MODULO PESADO	
	$\epsilon_m$	$\epsilon_T$	$\epsilon_m$	$\epsilon_T$	$\epsilon_m$	$\epsilon_T$
2	2.44	1.37	1.59	0.76	0.86	0.45
4	2.63	1.00	1.73	0.63	0.87	0.33
8	2.62	1.04	1.69	0.58	0.84	0.27
11	2.62	1.05	1.69	0.60	0.84	0.26
23	2.62	1.04	1.68	0.58	0.84	0.26

troducir un fuerte amortiguamiento en las excitaciones de frecuencias elevadas, tal como se puso de manifiesto en las figuras 4 a 7 del apartado 5.1.4.

Por otra parte, hay que considerar que la temperatura exterior, que tiene gran incidencia sobre el comportamiento térmico del edificio, está perfectamente ajustada con dos armónicos. Esto también justifica los buenos resultados obtenidos -/ con dos armónicos, en comparación con los alcanzados con veintitres. Incluso para casos en que la temperatura no se ajusta bien con dos armónicos, se obtienen buenos resultados, a partir de sólo cuatro /30/. Las figuras 36 y 37 tomadas de la referencia anterior muestran el ajuste de las excitaciones (temperatura sol-air y radiación solar directa para una pared orientada al oeste) y la evolución de temperatura exacta y aproximada (en la superficie con máximo error) con dos y cuatro armónicos respectivamente. Con cuatro armónicos se obtienen ya resultados casi coincidentes (diferencia máxima de temperatura inferior a 0.07 grados Celsius).

En las figuras 38 y 39 se representan los resultados obtenidos para los tres módulos en enero y julio respectivamente - con cuatro armónicos.

En estas figuras se puede ver el efecto de amortiguamiento, que reduce claramente, tanto la carga térmica como la oscilación de temperatura interior.

Las desviaciones entre los resultados del módulo pesado - son en realidad menores de lo que aparentemente muestran las - tablas, ya que en el cálculo de los errores se divide por cantidades que resultan menores.

Por las razones apuntadas, se utilizarán en el resto de - los estudios de sensibilidad cuatro armónicos para representar las variables meteorológicas.

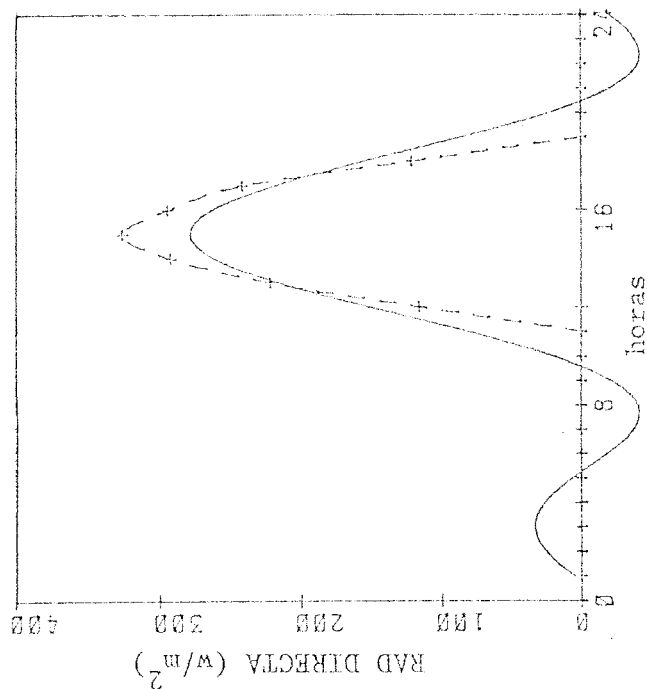
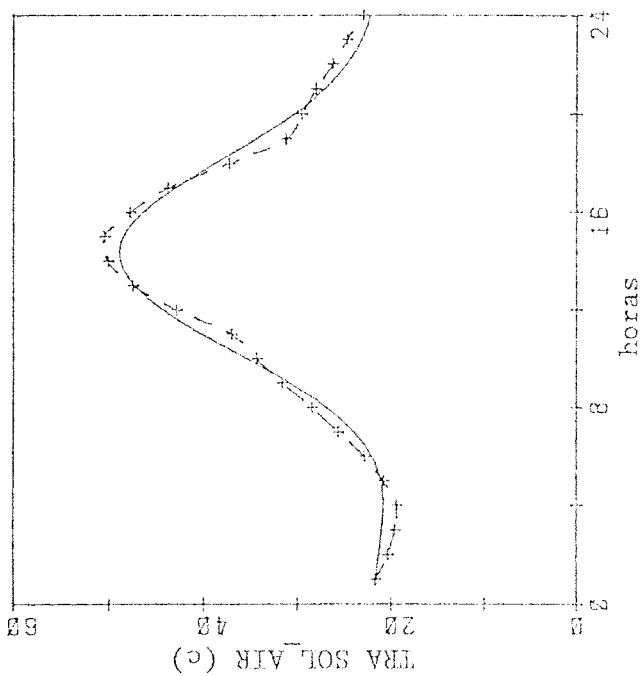


Fig. 36. Datos reales (línea disconti-

nua) y valores ajustados (línea continua) con 2 armónicos para radiación solar directa y temperatura sol-air para superficie Este y temperatura superficial en la superficie interior con máximo error.

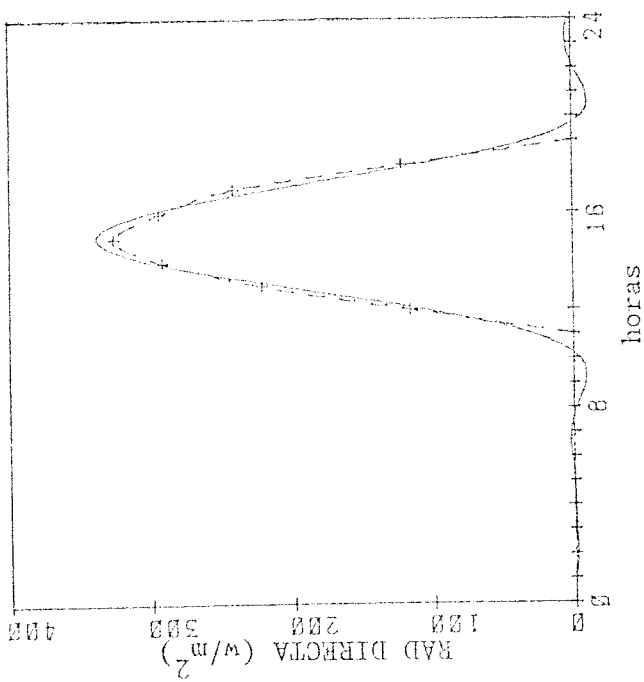
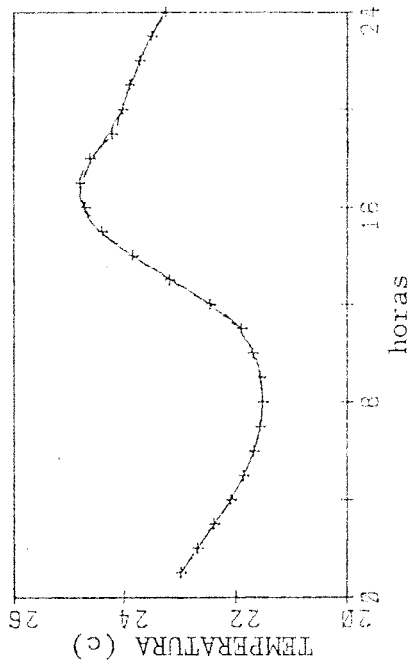
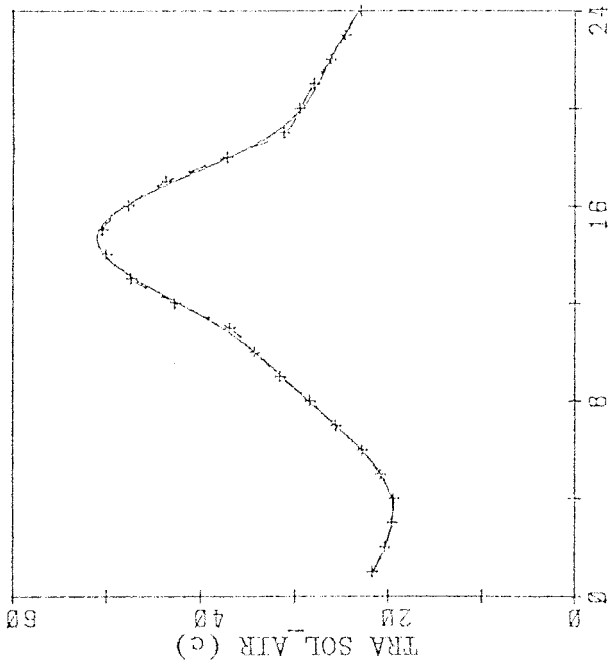
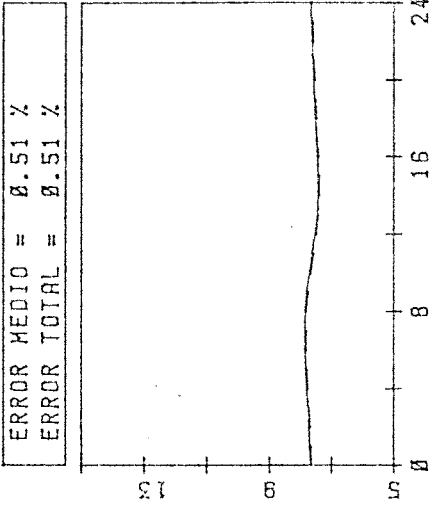
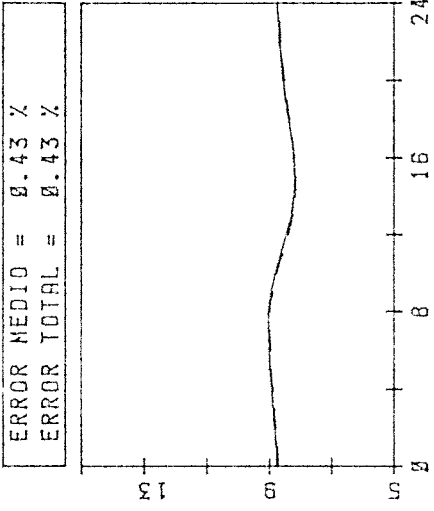


Fig. 37. Datos reales (línea discontinua) y valores ajustados (línea continua) con 4 armónicos para radiación solar directa y temperatura sol-air para superficie Este y temperatura superficial en la superficie interior con máximo error.

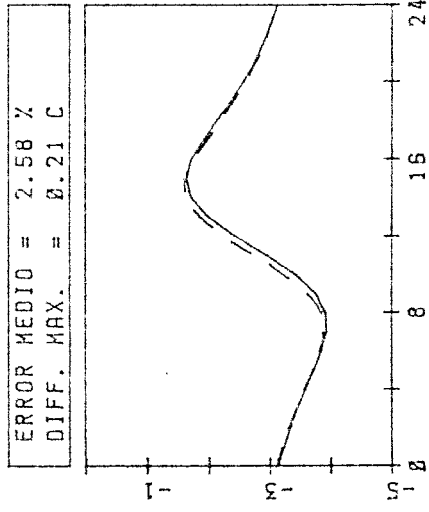
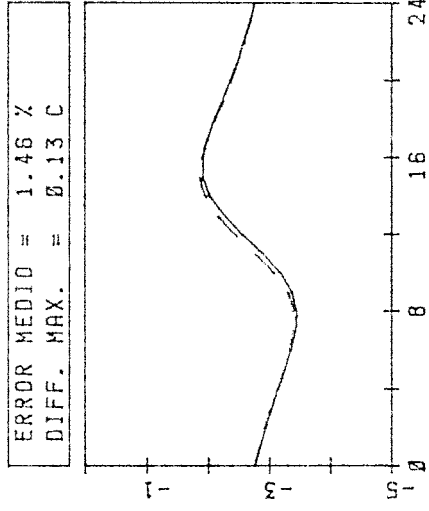
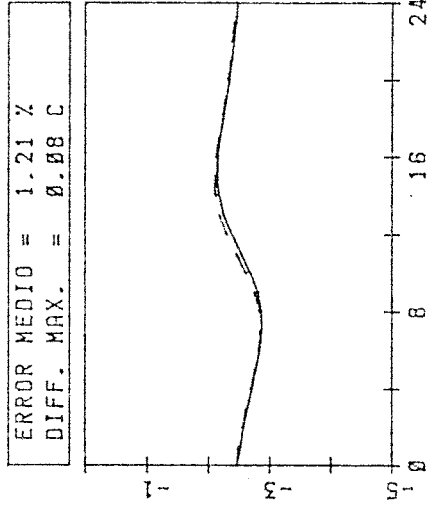
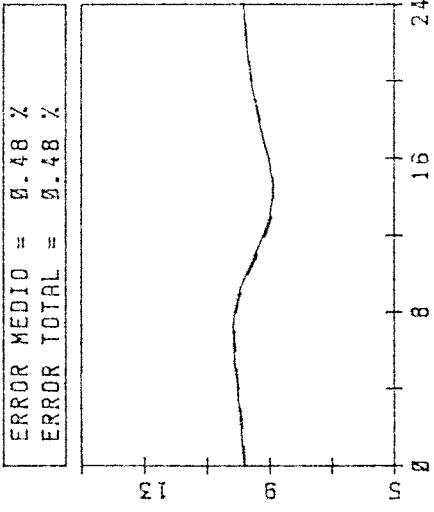
PESADO



MEDIO



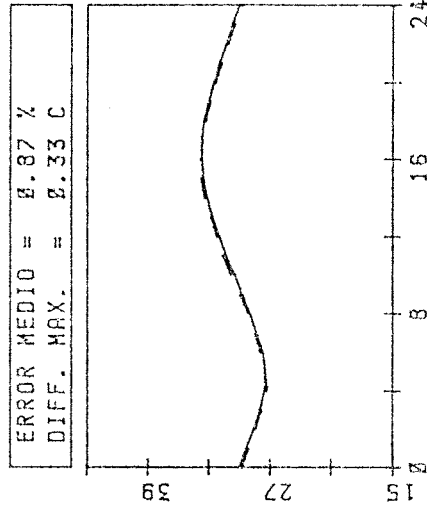
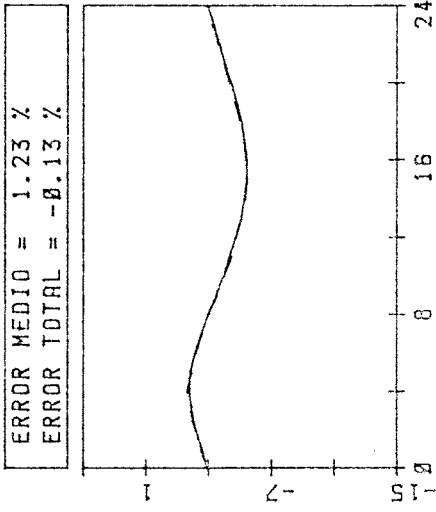
LIGERO



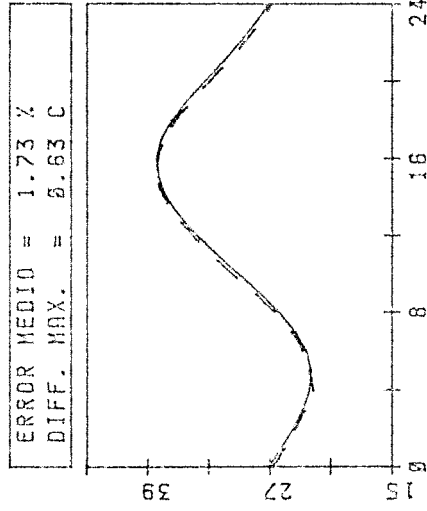
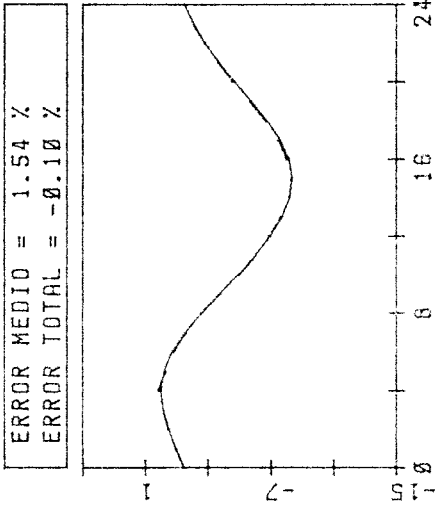
ENERO, 4 ARMONICOS

Fig. 38. Carga térmica y evolución de temperatura interior en los módulos ligero, medio y pesado. Valores obtenidos para el mes de Enero con 4 armónicos.

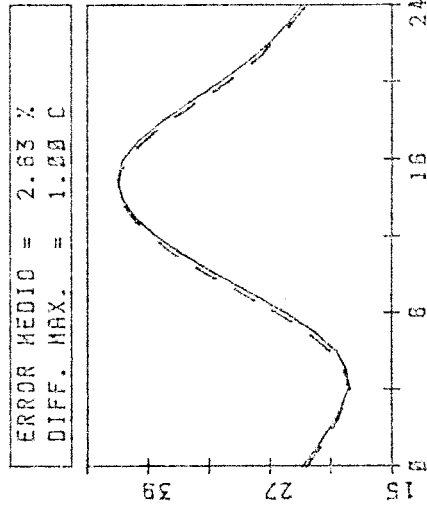
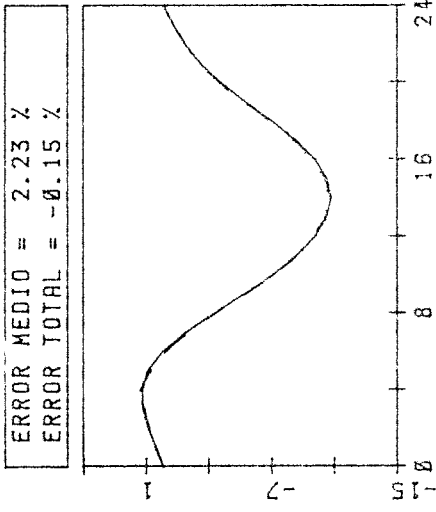
PESADO



MEDIO



LIGERO



JULIO, 4 ARMONICOS

Fig. 39. Carga térmica y evolución de temperatura interior en los módulos ligero, medio y pesado. Valores obtenidos para el mes de Julio con 4 armónicos.

### 7.3.2. Fuentes internas

En los casos contemplados en el apartado anterior no se incluyó, entre las solicitaciones de los módulos, ninguna fuente interna. Aquí, se analiza cómo influye el número de armónicos tomado en la representación de estas excitaciones en la carga térmica que aparece sobre un módulo. Para simplificar, únicamente se ha considerado el módulo medio.

Se consideran 5 ocupantes, con una aportación sensible unitaria de 75 W (40% convectivo, 60% radiante de onda larga). El período de ocupación se ha tomado 8 horas, desde las 9 am hasta las 16 am. El resto de las excitaciones se consideran nulas, y se calcula la carga térmica necesaria para mantener una temperatura interior de 20 grados Celsius.

La tabla 11 muestra los errores medio y total, definidos anteriormente, que se obtienen al utilizar 2, 4, 8 y 11 armónicos.

TABLA 11. Errores en el cálculo de la carga térmica de ocupación.

Número de armónicos	$\epsilon_m$	$\epsilon_T$
2	7.44	0.99
4	6.68	0.94
8	5.94	0.30
11	1.47	-0.23

Aunque el error medio es grande, a partir de sólo dos armónicos se obtienen errores totales inferiores al 1%. Los errores medios elevados se justifican al observar las figuras 40, 41, y 42 donde se representan las excitaciones y cargas obtenidas para 2, 4 y 11 armónicos. Con trazo discontinuo, aparecen los resultados del modelo de referencia. Con trazo continuo, un ajuste de los valores obtenidos por el modelo de respuesta en frecuencia.

La carga de ocupación es estimativa, ya que es difícil predecir con exactitud cuantos ocupantes tendrá un edificio. Excepto en aplicaciones particulares (auditorios, salas de fiesta, grandes oficinas) las cargas internas son pequeñas frente a las demás; en el caso que se ha analizado resultan del orden del 3%. Así, y teniendo en cuenta que el modelo desarrollado resuelve las ecuaciones del campo térmico para cada frecuencia distinta encontrada en las excitaciones, las fuentes internas se representarán con el mismo número de armónicos que las excitaciones exteriores, en este caso cuatro.



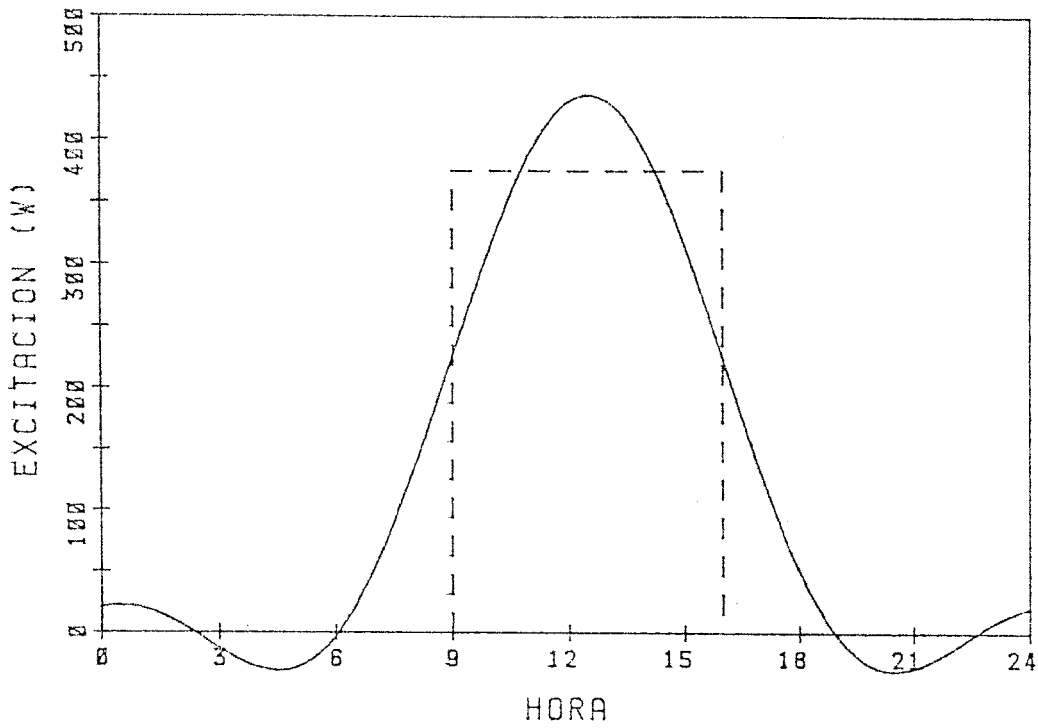


Fig. 40a. Excitación real de ocupación y valores sintetizados con 2 armónicos.

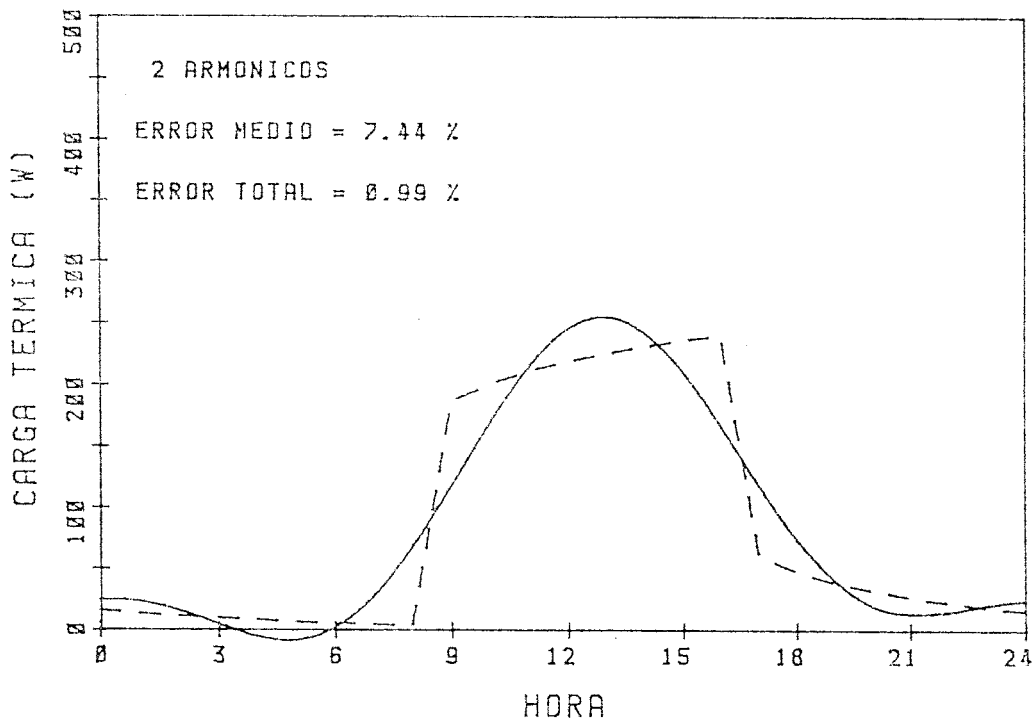


Fig. 40b. Carga térmica de referencia y obtenida con 2 armónicos.

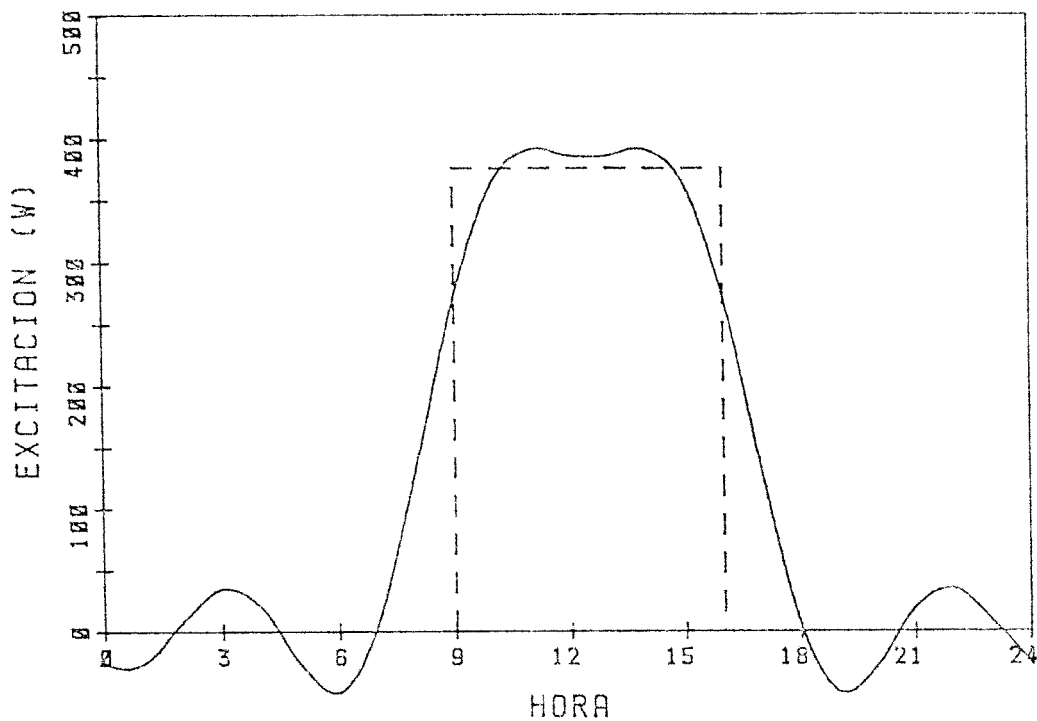


Fig. 41a. Excitación real de ocupación y valores sintetizados con 4 armónicos.

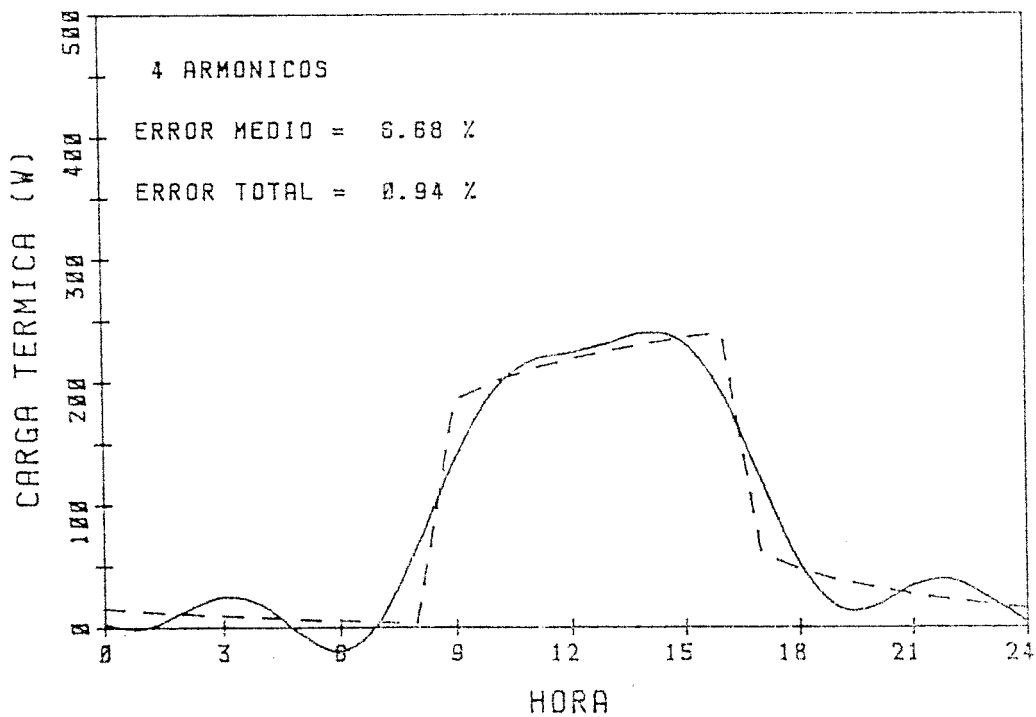


Fig. 41b. Carga térmica de referencia y obtenida con 4 armónicos.

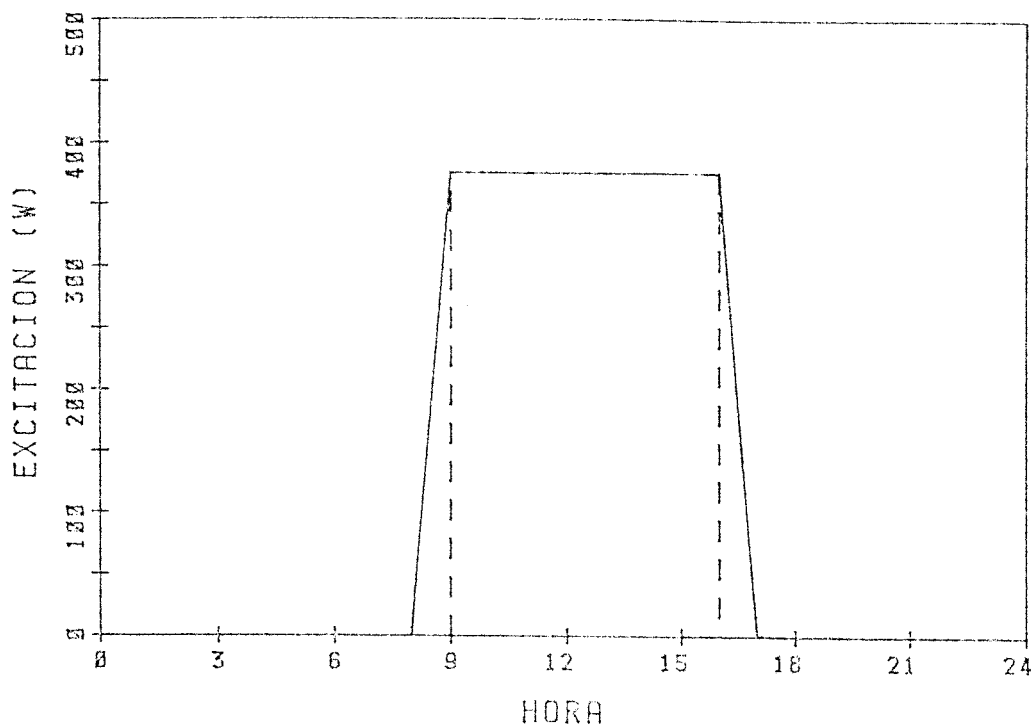


Fig. 42a. Excitación real de ocupación y valores sintetizados con 11 armónicos.

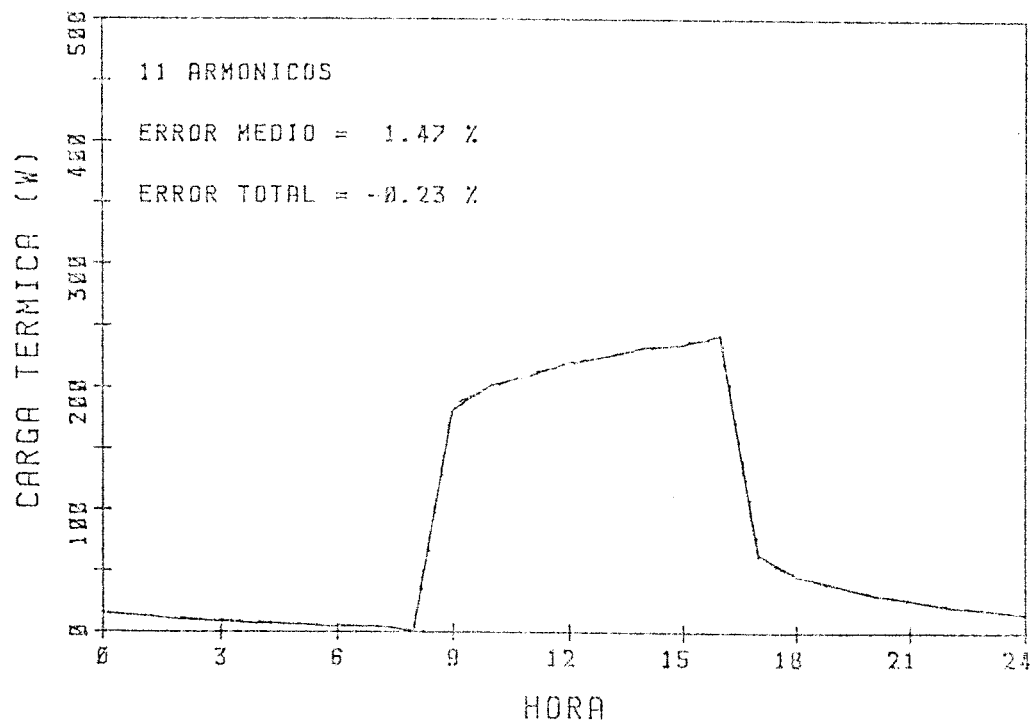


Fig. 42b. Carga térmica de referencia y obtenida con 11 armónicos.

#### 7.4. PROPIEDADES OPTICAS DE LOS CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

En los apartados anteriores se han considerado constantes las propiedades ópticas de los vidrios. La transmisividad y la absorptividad (y la reflectividad, calculada como la diferencia hasta uno) dependen del ángulo de incidencia de la radiación solar directa sobre el vidrio. Esta variación se expresa, en función del coseno del ángulo de incidencia, mediante una expresión del tipo (32).

En teoría, admitiendo las hipótesis básicas de linealidad e invarianza del método de respuesta en frecuencia, no puede contemplarse la variación de las propiedades ópticas de los vidrios. Sin embargo, si se analizan las ecuaciones en que intervienen estas propiedades, se observa que aparecen los productos de la transmisividad o absorptividad por la radiación directa incidente sobre el vidrio.

La radiación solar directa se suministra al modelo como un desarrollo en serie de Fourier. Si se quiere considerar la variación de las propiedades ópticas, esto puede hacerse desarrollándolas en serie de Fourier y, aplicando el teorema de convolución (Anexo 1), calcular los productos de las propiedades por la radiación.

Manteniendo las condiciones teóricas del modelo, sólo es posible considerar un valor constante para cada propiedad. Habitualmente, se toman los valores correspondientes a incidencia normal. También podrían tomarse los valores para la radiación difusa, calculados mediante la ecuación (33).

Para analizar la influencia de la elección que se tome, se ha calculado la carga térmica a temperatura interior constante, durante el mes de julio (en enero la contribución de la

radiación directa es muy pequeña) para el módulo medio, considerando todas las posibilidades apuntadas. Los errores aparecen en la tabla 12. Se han calculado los errores medio y total, definidos anteriormente, respecto a los resultados del modelo de referencia considerando las variaciones de las propiedades ópticas con el ángulo de incidencia.

TABLA 12. Errores cometidos con las diversas aproximaciones de las propiedades ópticas de los vidrios.

	$\epsilon_m$	$\epsilon_T$
Propiedades constantes (incidencia normal)	2.91	2.36
Propiedades constantes (radiación difusa)	2.54	0.29
Ajuste en serie de Fourier, 2 armónicos	1.83	0.25
Ajuste en serie de Fourier, 4 armónicos	1.58	0.26
Ajuste en serie de Fourier, 11 armónicos	1.56	0.26

Se observa una importante reducción del error al considerar las propiedades radiantes variables. En especial, considerar las propiedades constantes, en los valores de incidencia normal, sobreestima el valor de la carga térmica. La propiedad que más influye en esta sobreestimación es la transmisividad que es máxima para incidencia normal; se está suponiendo, al tomar estos valores, que el módulo recibe más radiación de la que realmente le está llegando.

Los errores, medios y totales, toman valores del orden de los obtenidos para propiedades constantes, al considerar la variación mediante un ajuste en serie de Fourier.

El ajuste con cuatro armónicos es satisfactorio, ya que - el resultado con once, sólo es ligeramente mejor.

El esfuerzo de cálculo para considerar la variación de -/ las propiedades es pequeño, no llega al 10%.

## 7.5. FUNCIONAMIENTO INTERMITENTE DEL EQUIPO ACONDICIONADOR

Hasta ahora, con excepción del tratamiento de las propiedades ópticas de los cerramientos semitransparentes, se han mantenido las condiciones de linealidad e invarianza impuestas por las hipótesis básicas. El funcionamiento intermitente del equipo acondicionador es una práctica habitual, que no puede ser tratada en el dominio de la frecuencia, por introducir modificaciones en las ecuaciones del campo térmico del edificio, que dejan de ser invariantes.

Los modelos horarios no tienen dificultades especiales en el tratamiento de la intermitencia del equipo acondicionador. Existen dos alternativas para dicho tratamiento. En la primera, se utilizan dos sistemas de ecuaciones distintos, uno para los periodos de funcionamiento, otro para los de parada; la diferencia entre ambos sistemas de ecuaciones es que en el segundo aparece una ecuación más, la del balance sobre el aire del local, cuya temperatura es una incógnita cuando el equipo acondicionador no funciona.

La segunda alternativa contempla las interrupciones de un modo indirecto. Se basa en la metodología de factores de ponderación /32/ y parte del cálculo de la carga térmica, a temperatura interior constante y con funcionamiento continuo del equipo. Los factores de ponderación para la temperatura del aire del local permiten calcular, a partir de la carga a temperatura constante, las desviaciones de la carga térmica respecto a la calculada, y las de la temperatura interior respecto a la utilizada como referencia en el cálculo de la carga. Este es el procedimiento que se utiliza en esta Tesis.

Los factores de ponderación para la temperatura del aire del local son la carga térmica, originada por una variación -/

triangular unitaria de la temperatura interior del aire, evaluada a intervalos regulares, normalmente una hora.

Si se denomina  $W_n$  al factor de ponderación para la hora  $n$ ,  $\Delta Q(t)$  a la variación de carga respecto a la de referencia a la hora  $t$ ,  $\Delta T(t)$  a la variación de la temperatura del aire respecto a la de referencia, se puede escribir:

$$\Delta Q(t) = \sum_{n=0}^{\infty} W_n \Delta T(t-n) \quad (95)$$

En los instantes en que el equipo no funciona, es  $\Delta Q(t) = -Q_R(t)$ , siendo  $Q_R(t)$  la carga evaluada a temperatura interior constante en la hora  $t$ . La expresión (95) permite evaluar la nueva temperatura del aire interior.

Si el equipo funciona  $\Delta T(t)$  vale cero, si se mantiene la temperatura de referencia, o vale una cantidad constante si se desea otra temperatura interior distinta. En cualquier caso (95) permite calcular la variación de la carga térmica.

Nótese que utilizar la metodología de los factores de ponderación de la temperatura del aire interior obliga a abandonar el dominio de la frecuencia. Esto no es ninguna limitación, antes al contrario, supone un importante aumento de las posibilidades del método de respuesta en frecuencia.

En el Anexo 2 se describe un procedimiento, inicialmente sugerido por Muncey / 7 /, que permite el cálculo de los factores de ponderación, para la temperatura del aire interior, a partir de la respuesta en frecuencia de edificios. En el Anexo 3 se describe como se modifican los factores de ponderación calculados cuando, además, se somete el edificio a volúmenes de ventilación e infiltración variables, otro aspecto que no se puede tratar directamente en el dominio de la frecuencia.



Entre los problemas que se pueden abordar ahora, destaca el cálculo de cargas de diseño, tanto de calefacción como de refrigeración.

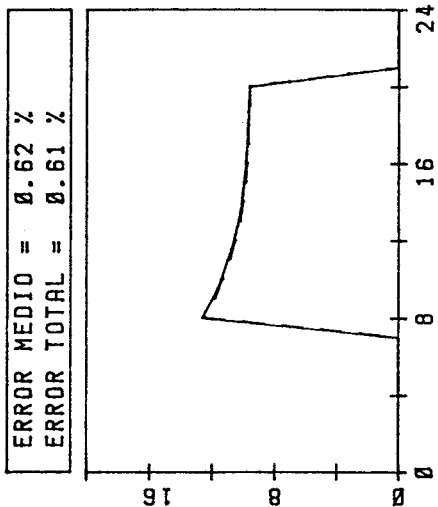
Como ejemplo del uso de esta metodología se han calculado las cargas térmicas y la evolución de la temperatura del aire interior, con funcionamiento intermitente del equipo acondicionador, para los módulos ligero medio y pesado, en los meses de enero y julio. Se ha supuesto que el equipo funciona desde las 8 hasta las 20 horas. El volumen de ventilación e infiltración se ha tomado una renovación hora en el periodo de funcionamiento y media renovación hora en el de parada.

Los resultados se muestran en las figuras 43 y 44. Como en las figuras anteriores los resultados del modelo de respuesta en frecuencia aparecen con línea continua, con línea de trazos aparecen los del modelo de referencia.

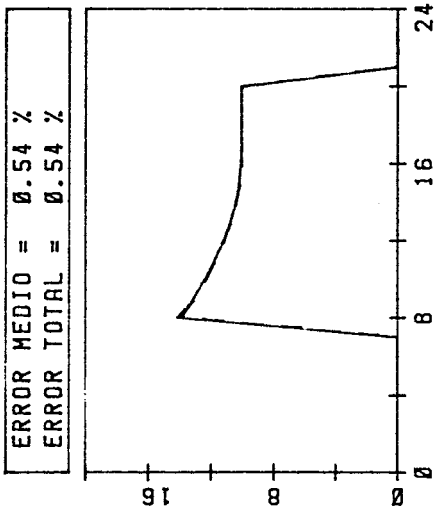
Resultan errores pequeños. Inferiores incluso a los recogidos en las tablas 7 a 10, donde se utilizaban todas las propiedades constantes. El error inferior puede justificarse por una compensación entre los errores en la determinación de la carga térmica y en la determinación de los factores de ponderación para la temperatura del aire interior (Anexo 2).

Si los casos que se han resuelto hubieran de considerarse problemas de diseño, habría que atender a las cargas máximas. Los errores que se obtienen, aparecen en la tabla 13.

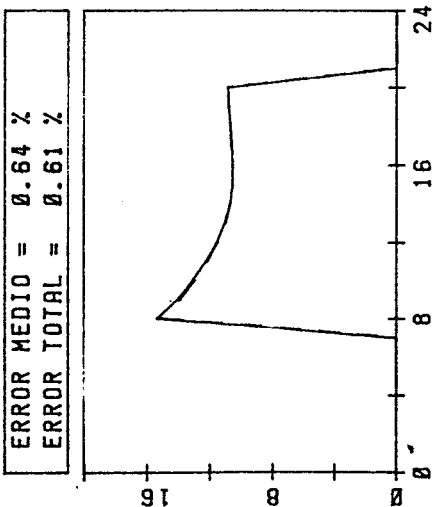
PESADO



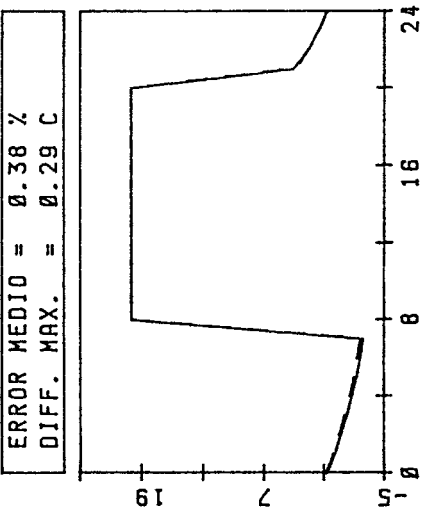
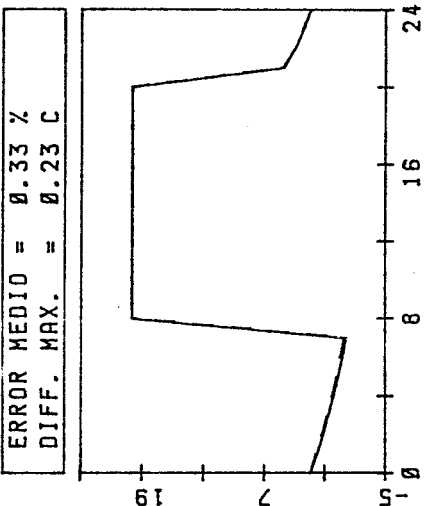
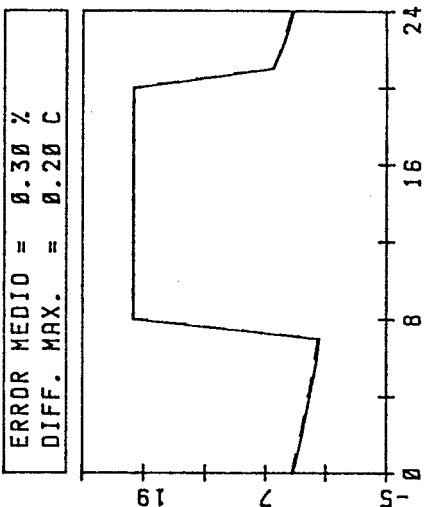
MEDIO



LIGERO



CARGA TERMICA (KWH)

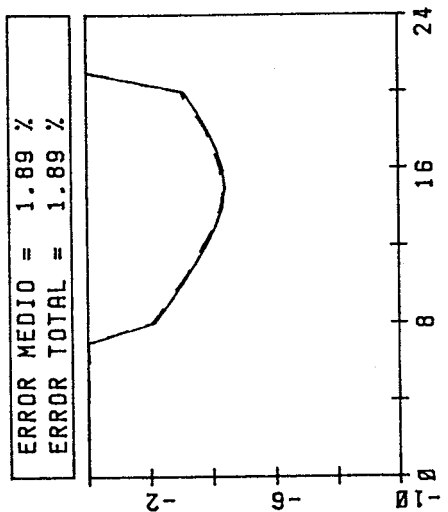


TEMPERATURA (C)

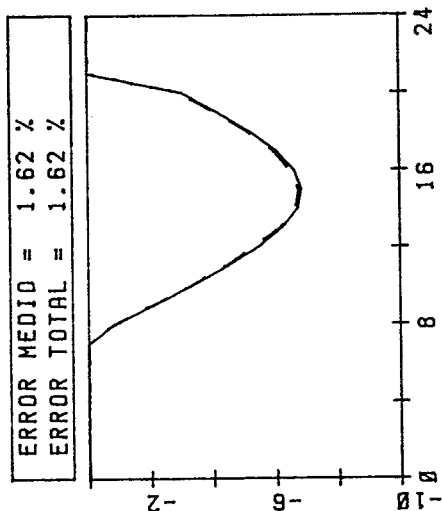
ENERO, 4 ARMONICOS

Fig. 43. Carga térmica y evolución de temperatura interior en los módulos ligero, medio y pesado. Funcionamiento intermitente del equipo acondicionador. Valores obtenidos para el mes de Enero con 4 armónicos.

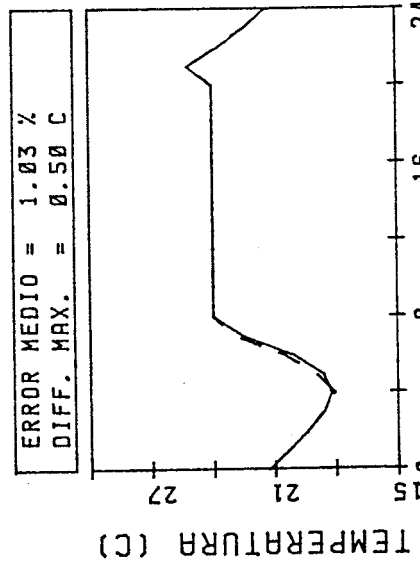
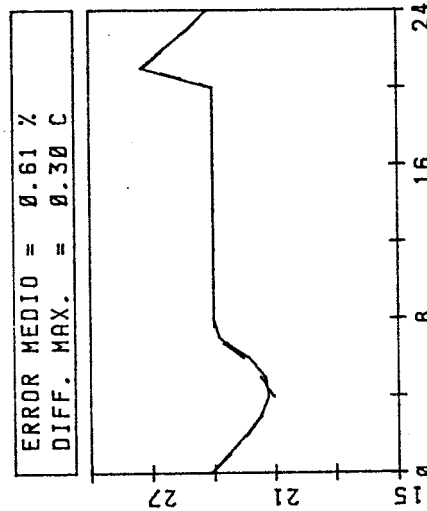
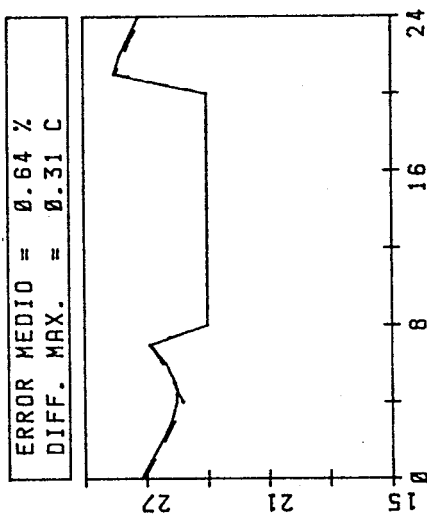
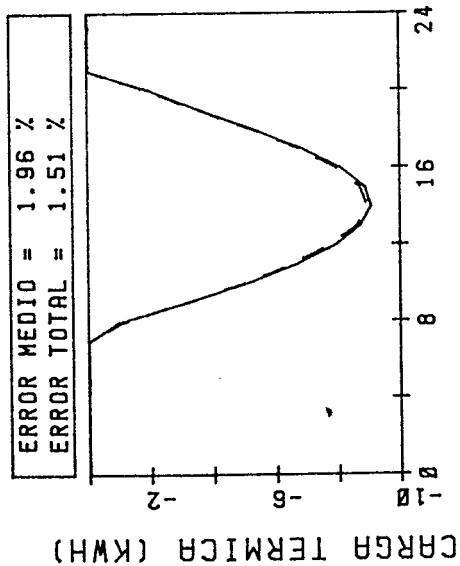
PESADO



MEDIO



LIGERO



JULIO, 4 ARMONICOS

Fig. 44. Carga térmica y evolución de temperatura interior en los módulos ligero, medio y pesado. Funcionamiento intermitente del equipo acondicionador. Valores para el mes de Julio con 4 armónicos.

TABLA 13. Errores en la determinación de la carga máxima con -  
funcionamiento intermitente del equipo acondicionador.

MODULO	Cargas Máximas (KWh)					
	ENERO			JULIO		
	M.R.F.	REF.	Error (%)	M.R.F.	REF.	Error (%)
LIGERO	15.4	15.0	2.45	-9.07	-8.94	1.40
MEDIO	14.2	13.9	1.99	-6.84	-6.75	1.32
PESADO	12.7	12.4	1.60	-4.41	-4.36	1.01

En el peor de los casos el error es inferior al 3%. Todos los errores se obtienen por exceso, de modo que se sobreestiman las cargas de diseño.

## 7.6. REPRESENTACION DE DATOS METEOROLOGICOS. PERIODO DE UN AÑO

En el Capítulo 6 se describieron dos modelos meteorológicos, utilizables por el método de respuesta en frecuencia, para la representación de datos anuales.

El modelo desarrollado por Hittle, es especialmente atractivo por su rapidez. Su principal inconveniente es la necesidad de datos meteorológicos no siempre disponibles. El modelo de días de referencia, desarrollado por Alvarez, puede ser utilizado en casi cualquier localidad, pero su utilización consume más tiempo. Cualquiera de ambos modelos supone un extraordinario ahorro de tiempo para cálculos estacionales o anuales.

En este apartado se pretende conocer el comportamiento -/ del modelo de Hittle al variar el número de armónicos extrai-/ dos del desarrollo en serie de los datos meteorológicos anua-/ les. Este estudio no es necesario para el modelo de Alvarez, - puesto que se basa en días de referencia, habiendo sido anali- zado en los apartados anteriores el comportamiento del modelo de respuesta en frecuencia para datos de periodo un día.

Habida cuenta de las características meteorológicas de la localidad de la que se tienen datos, se ha elegido como caso - de prueba el cálculo de la carga térmica de calefacción duran- te los meses de octubre a abril en los módulos ligero, medio y pesado.

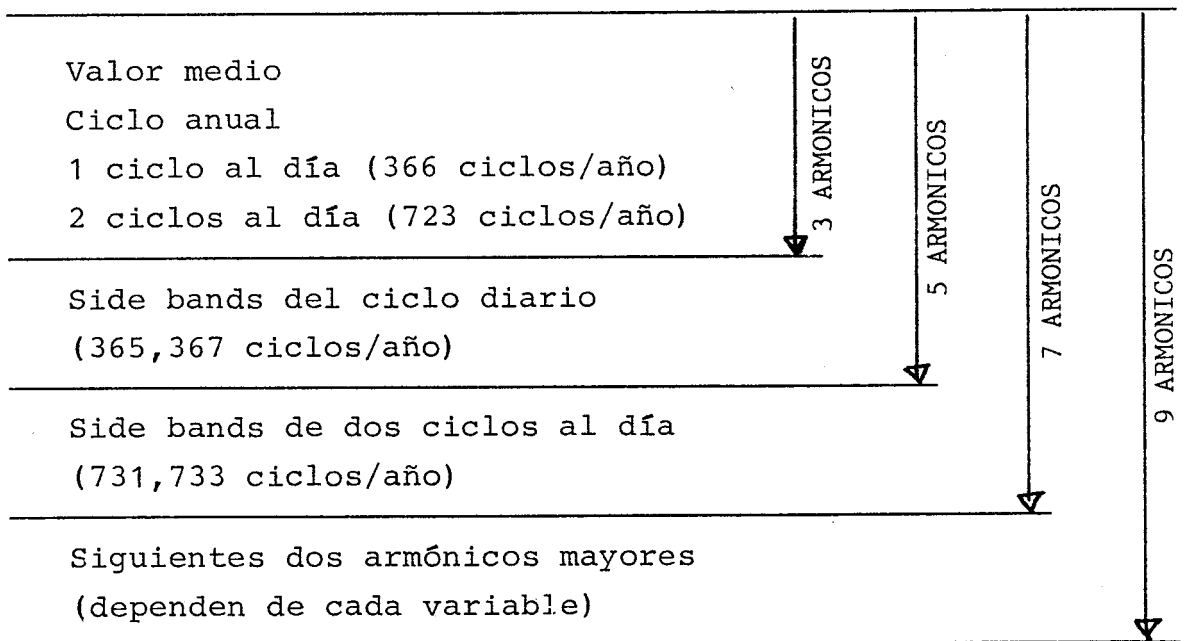
Se ha supuesto que el equipo funciona continuamente para mantener una temperatura interior constante de 20 grados Cel- sius. A partir de la carga térmica así calculada, y utilizando los factores de ponderación de la temperatura del aire inte--/ rior, se ha determinado la carga térmica necesaria para mante- ner 20 grados Celsius como mínimo, de modo que si, espontánea- mente la temperatura interior supera esa cota el equipo acondi

cionador se para, volviendo a ponerse en marcha cuando la temperatura interior baja de nuevo. Se suponen 0.5 renovaciones - por hora debidas a ventilación e infiltración.

Las propiedades ópticas de los vidrios se han ajustado mediante una serie de Fourier de cuatro armónicos. En el modelo de Hittle se ha hecho el ajuste para el día 21 de cada mes. A partir de este ajuste para cada mes, se ha obtenido el anual - de la siguiente forma: el ciclo anual se obtiene ajustando, -/ con un solo armónico, los valores medios de cada mes; los armónicos restantes se obtienen como media aritmética de los determinados para cada mes. Esta es la mejor de las aproximaciones que ha podido hacerse.

#### 7.6.1. Influencia del número de armónicos en el modelo de Hittle

Los casos mencionados en el apartado anterior se han resuelto considerando un número de armónicos igual al de las figuras 14 a 28 del Capítulo 6. Los armónicos tomados se ilustran en el siguiente gráfico:



Los resultados obtenidos se agrupan en la tabla 14 para el módulo ligero, en la 15 para el medio y en la 16 para el pesado.

Al observar estas tablas no deben sorprender las notables desviaciones que aparecen a nivel mensual, que parecen compensarse para dar un buen resultado final. Debe quedar claro que los resultados utilizables son los estacionales, ya que el año meteorológico que se usa sólo mantiene las tendencias del original; las desviaciones para periodos más cortos pueden ser importantes. Compárese, por ejemplo, la radiación directa real en el mes de enero (732 primeras horas de la figura 19) con las sintetizadas para ese mes (732 primeras horas de las figuras 20 a 23). Para calcular con este modelo un mes particular, habría que hacer un análisis parecido al que se hizo, a nivel anual, en el Capítulo 6. Si se hiciera este análisis, los resultados que se obtuvieran a nivel diario serían poco representativos individualmente considerados, del mismo modo que son poco significativos los valores horarios cuando se considera el periodo de un día; así, se han obtenido errores medios en la carga térmica entre 0.5 y 4%, mientras los errores totales no superaban el 0.5% (tablas 7 y 8).

En las tablas anteriores se observa una mejora de los resultados al pasar de la aproximación de 3 armónicos a la de 5. La aproximación de 7 armónicos no mejora sustancialmente los resultados de la de 5; y la aproximación de 9 armónicos, en algunos casos, obtiene mayores errores que la de 7. Así, parece conveniente utilizar la aproximación de 7 armónicos.

Tabla 14. Influencia del número de armónicos en cálculos estacionales. Modelo de Hittle.  
Módulo Ligero. Carga de Calefacción (KWh)

MESES	REF.	9-ARM	Error (%)	7-ARM	Error (%)	5-ARM	Error (%)	3-ARM	Error (%)
OCTUBRE	2878	2548	-11.46	2524	-12.30	2521	-12.40	2539	-11.77
NOVIEMBRE	4097	3917	-4.39	3940	-3.83	3938	-3.88	3926	-4.17
DICIEMBRE	5224	5105	-2.27	5204	-0.38	5198	-0.49	5161	-1.2
ENERO	5558	5670	2.01	5577	0.34	5568	0.18	5516	-0.75
FEBRERO	4551	4783	5.09	4768	4.76	4759	4.57	4710	3.49
MARZO	3487	3868	10.93	3901	11.87	3894	11.67	3854	10.52
ABRIL	2692	2323	-13.71	2299	-14.60	2303	-14.45	2249	-16.45
TOTAL	28478	28214	-0.93	28213	-0.93	28181	-1.04	27955	-1.84



Tabla 15. Influencia del número de armónicos en cálculos estacionales. Modelo de Hittle.  
Módulo Medio. Carga de calefacción (KWh).

MESES	REF.	9-ARM	Error (%)	7-ARM	Error (%)	5-ARM	Error (%)	3-ARM	Error (%)
OCTUBRE	2420	2144	-11.4	2143	-11.44	2145	-11.36	2161	-10.70
NOVIEMBRE	3607	3446	- 4.46	3463	- 3.99	3460	- 4.07	3447	- 4.43
DICIEMBRE	4647	4541	- 2.28	4615	- 0.69	4608	- 0.84	4566	- 1.74
ENERO	4949	5053	1.69	4965	0.32	4955	0.12	4896	- 1.07
FEBRERO	4047	4265	5.39	4247	4.94	4237	4.69	4180	3.28
MARZO	3017	3417	13.26	3461	14.72	3454	14.48	3408	12.96
ABRIL	2254	1958	-13.13	1956	-13.22	1955	-13.26	1922	-14.73
TOTAL	24941	24824	- 0.47	24850	- 0.36	24814	- 0.51	24580	- 1.45

Tabla 16. Influencia del número de armónicos en cálculos estacionales. Modelo de Hittle.  
Modulo Pesado. Carga de Calefacción (KWh)

MESES	REF.	9-ARM	Error (%)	7-ARM	Error (%)	5-ARM	Error (%)	3-ARM	Error (%)
OCTUBRE	1954	1740	-10.95	1773	- 9.26	1776	- 9.11	1798	- 7.98
NOVIEMBRE	3101	2959	- 4.58	2969	- 4.25	2967	- 4.32	2952	- 4.80
DICIEMBRE	4050	3964	- 2.12	4012	- 0.94	4004	- 1.13	3957	- 2.30
ENERO	4318	4424	2.45	4342	0.55	4331	0.30	4264	- 1.25
FEBRERO	3548	3740	5.41	3716	4.73	3706	4.45	3641	2.62
MARZO	2542	2959	17.7	3012	18.49	3004	18.17	2051	16.09
ABRIL	1805	1616	-10.47	1642	- 9.03	1639	- 9.19	1617	-10.41
TOTAL	21318	21402	0.39	21466	0.69	21427	0.51	21180	- 0.64

## 7.7. CALCULOS ESTACIONALES

Como ejemplo final se ha considerado la comparación de -/ los resultados obtenidos, con los dos modelos meteorológicos - del capítulo 6, en el cálculo de la carga térmica anual de calefacción.

Se ha elegido el mismo caso que en el apartado anterior, en los tres módulos, ligero, medio y pesado, se ha mantenido - una temperatura interior mínima de 20 grados Celsius, permitiendo que el equipo acondicionador pare cuando no sea necesario - su funcionamiento. El volumen de ventilación e infiltración se ha hecho equivalente a 0.5 renovaciones por hora.

Los resultados aparecen en la tabla 17.

En ambos modelos se observa una buena concordancia con -/ los resultados de referencia. Tomando como valor 100 el tiempo de cálculo empleado por el modelo de referencia, el tiempo empleado por el método de respuesta en frecuencia es 13 con el - modelo meteorológico de 3 días de referencia por mes, y 2 con el año meteorológico sintetizado con 7 armónicos.

TABLA 17. Carga térmica estacional de calefacción

MODULO	REF.	AÑO SINTETIZADO CON 7 ARMONICOS		3 DIAS DE REFERENCIA POR MES (4 ARMONICOS)	
		VALOR	Error (%)	VALOR	Error (%)
LIGERO	28478	28213	-0.93	29420	3.3%
MEDIO	24941	24850	-0.36	25767	3.3%
PESADO	21318	21466	0.69	22128	3.8%

Se observa que los errores son superiores en el modelo de tres días de referencia. Este modelo proporciona, sin embargo, resultados mucho más cercanos a los de referencia a nivel mensual, como era de esperar, al realizar los cálculos por separado para cada mes.

Los valores mensuales del modelo de tres días de referencia aparecen en la tabla 18.

Los resultados mensuales de ambos modelos meteorológicos se comparan, gráficamente, en las figuras 45, 46 y 47 para los módulos ligero, medio y pesado respectivamente. Las barras vallas corresponden a los valores obtenidos con el método de respuesta en frecuencia.

TABLA 18. Resultados mensuales con el mdelo de tres dias de referencia por mes (3 D.R.) para el cálculo de la carga térmica de calefacción.

MES	MODULO LIGERO			MODULO MEDIO			MODULO PESADO		
	REF.	3 D.R.	Error (%)	REF.	3 D.R.	Error (%)	REF.	3 D.R.	Error (%)
OCTURRE	2878	2959	2.81	2420	2528	4.46	1954	2085	6.70
NOVIEMBRE	4097	4270	4.22	3607	3754	4.08	3101	3232	4.22
DICIEMBRE	5224	5427	3.89	4647	4815	3.62	4050	4194	3.56
ENERO	5558	5770	3.81	4949	5137	3.80	4318	4493	4.05
FEBRERO	4551	4628	1.69	4047	4075	0.69	3548	3510	-1.07
MARZO	3487	3675	5.39	3017	3203	6.17	2542	2717	6.88
ABRIL	2692	2652	-1.49	2254	2256	0.09	1805	1897	5.10

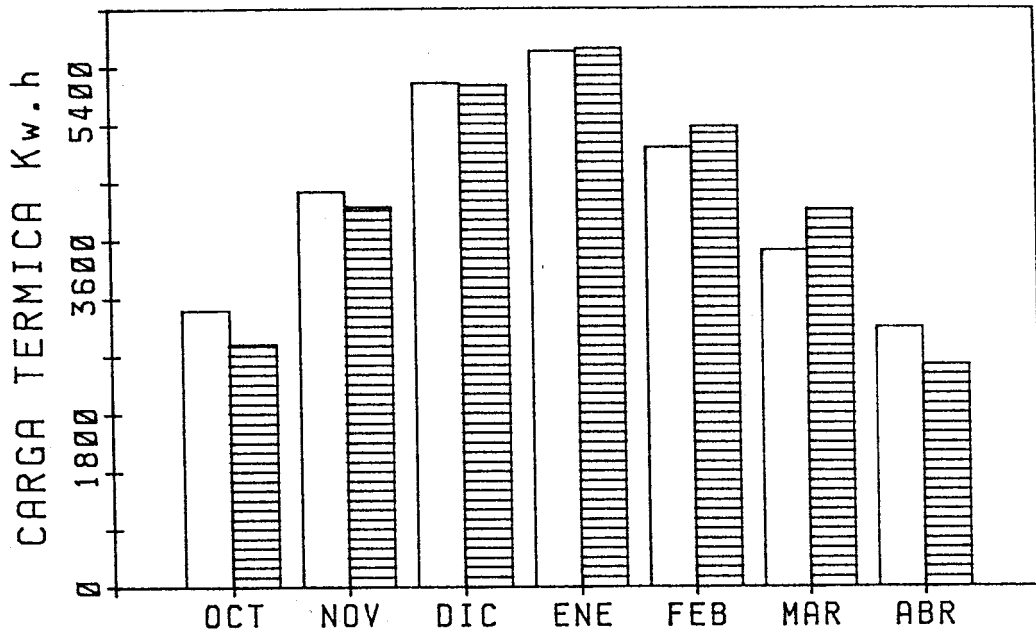


Fig. 45a. Resultados mensuales para la carga de calefacción del módulo ligero. Año -- sintetizado con 7 armónicos.

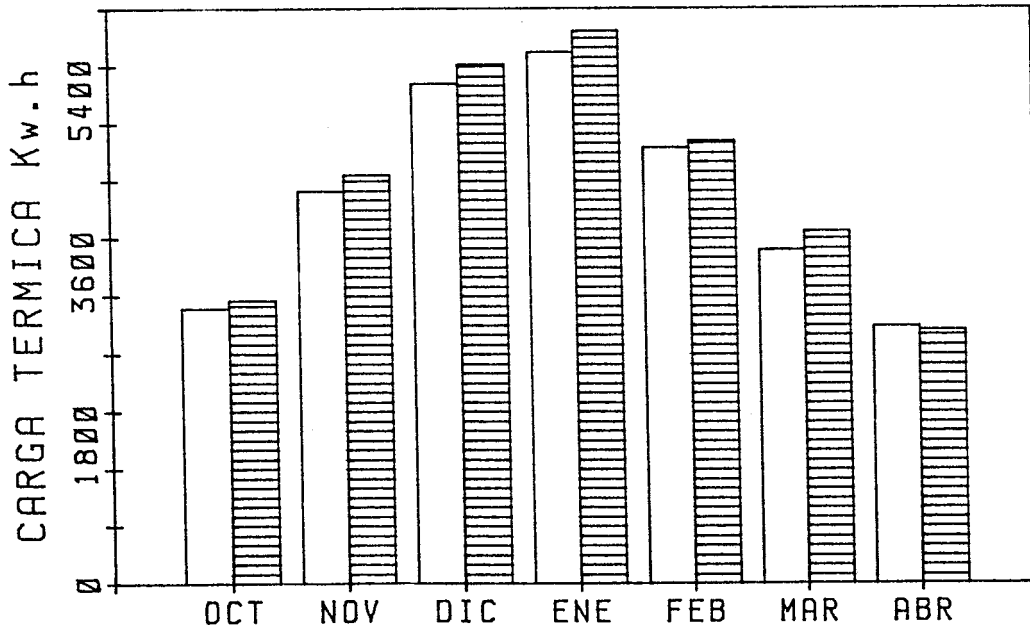


Fig. 45b. Resultados mensuales para la carga de calefacción del módulo ligero. Modelo de 3 días de referencia por mes (4 armónicos)

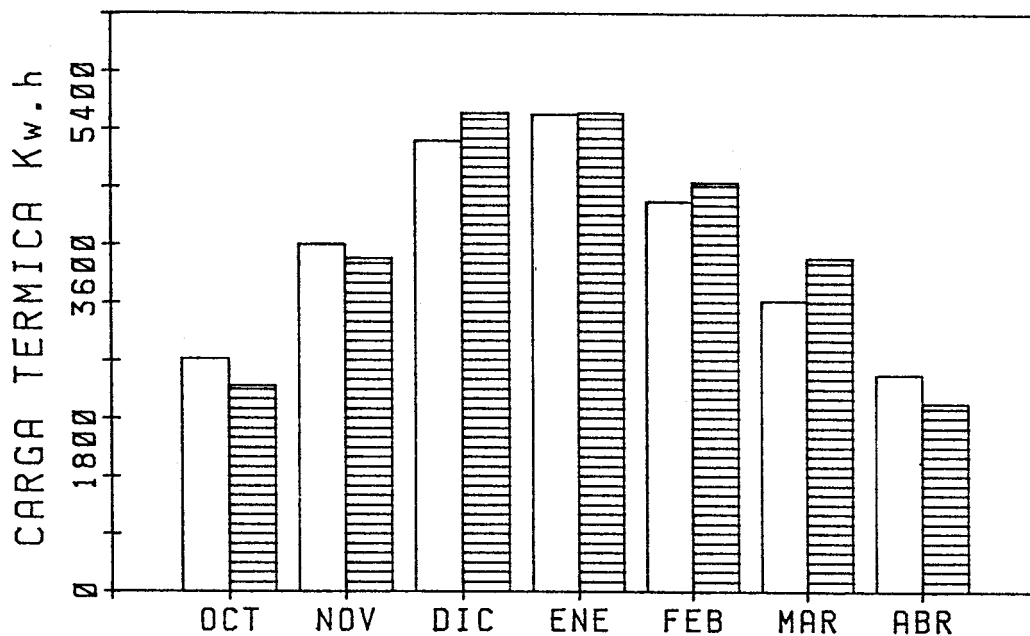


Fig. 46a. Resultados mensuales para la carga de calefacción del módulo medio. Año sin tetizado con 7 armónicos.

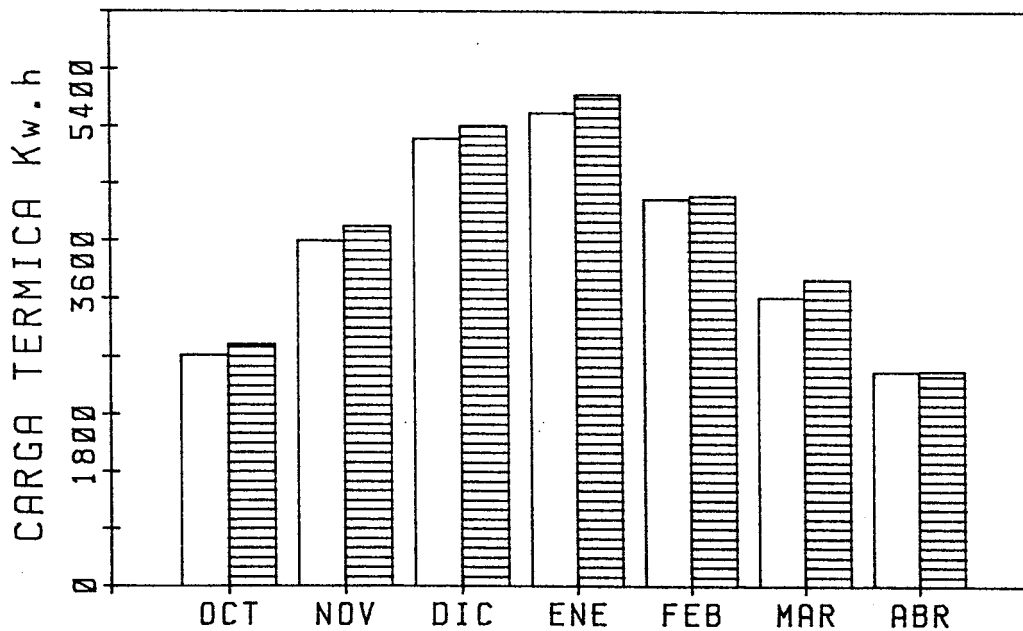


Fig. 46b. Resultados mensuales para la carga de calefacción del módulo medio. Modelo de 3 días de referencia por mes (4 armónicos).

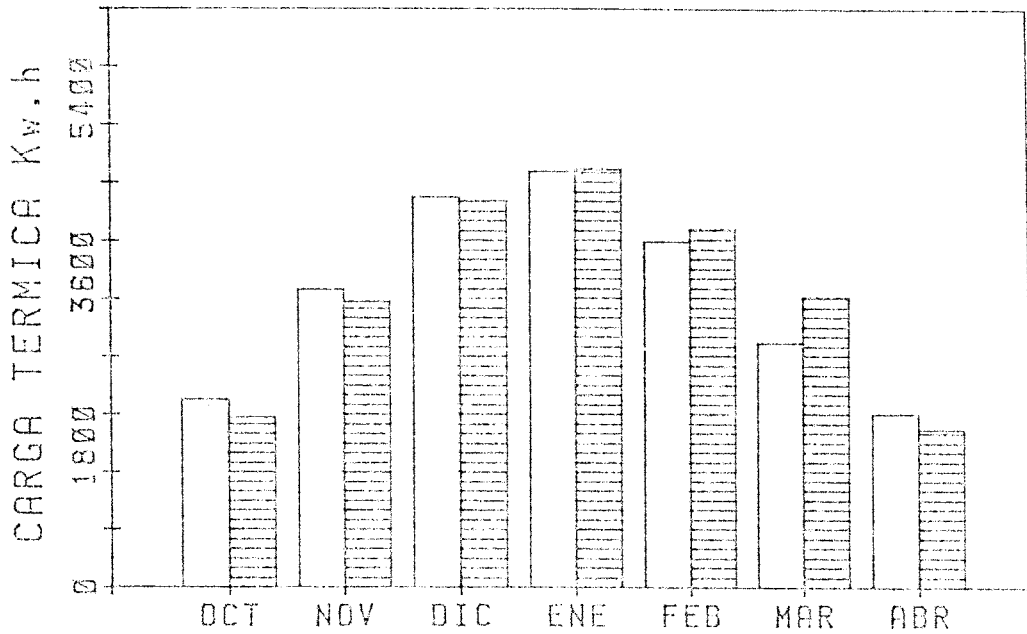


Fig. 47a. Resultados mensuales para la carga de calefacción del módulo pesado. Año - sintetizado con 7 armónicos.

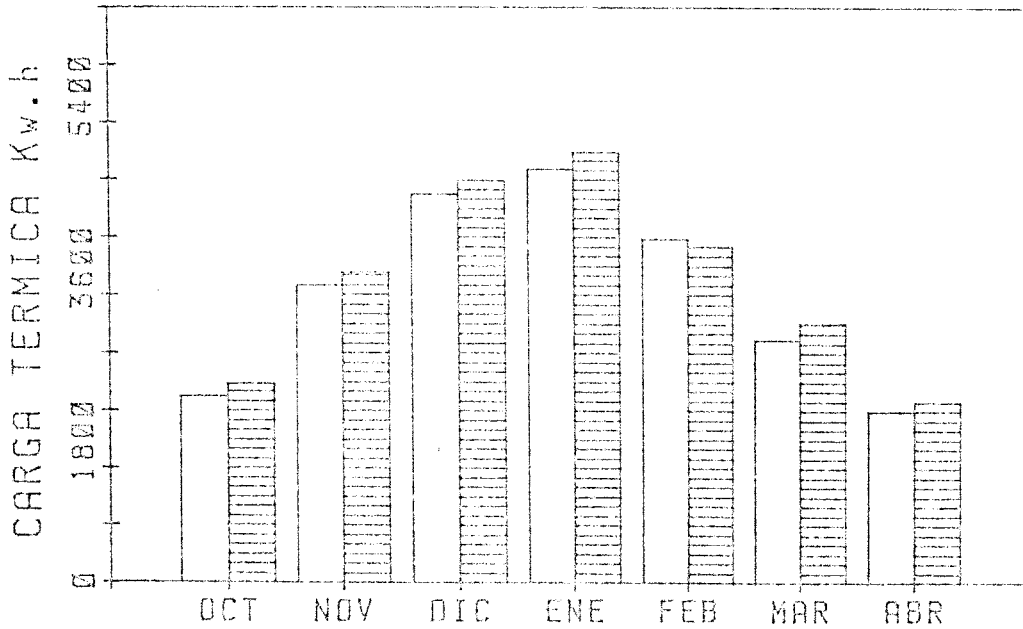


Fig. 47b. Resultados mensuales para la carga de calefacción del módulo pesado. Modelo de 3 días de referencia por mes (4 armónicos).



CAPITULO 8

CONCLUSIONES

DESARROLLO FUTURO

## CAPITULO 8. CONCLUSIONES. DESARROLLO FUTURO

### 8.1. CONCLUSIONES

1. El método de respuesta armónica desarrollado propone una formulación detallada y compacta de los procesos que rigen la transferencia térmica de edificios en el dominio de la frecuencia.

Los acoplamientos a nivel de cerramientos y a nivel zonal se han tenido en cuenta con el máximo rigor compatible con la hipótesis de linealidad impuesta por el modelo. Es decir, las únicas hipótesis retenidas son las puramente matemáticas.

2. En relación con otros métodos de respuesta en frecuencia se han revisado y mejorado sensiblemente los siguientes aspectos:

- Intercambio radiante de larga longitud de onda entre las superficies interiores del recinto.
- Redistribución de la radiación solar (onda corta) y pérdidas al exterior.
- Variaciones horarias y estacionales de las propiedades ópticas de los cerramientos semitransparentes.

Estas tres cuestiones se han considerado tradicionalmente de forma muy simplificada y, en muchas ocasiones, se han ignorado. Su efecto sobre el comportamiento térmico global de los edificios convencionales es reducido, pero pueden alcanzar una incidencia determinante (especialmente los dos primeros), en el caso de edificios diseñados con criterios pasivos

3. Se han realizado análisis de sensibilidad tendente a fijar las variables de operación que permitan una definición completa del modelo desde el punto de vista de su aplicabilidad. En este sentido se ha buscado siempre un equilibrio entre el esfuerzo de cálculo y la exactitud de los resultados.
4. Se ha comprobado la idoneidad de los modelos climáticos empleados para caracterizar el comportamiento térmico a largo plazo de edificios. La representación armónica desarrollada para las variables meteorológicas, no sólo posibilita una aplicación coherente del método propuesto, sino que es igualmente utilizable por otros métodos, ya sean de carácter horario o de carácter armónico con un grado de simplificación diferente al propuesto. En cualquier caso, se produce un ahorro considerable de la memoria de almacenamiento requerida ya que, como han puesto de manifiesto los estudios de sensibilidad, siete armónicos son suficientes para caracterizar los datos en base anual y cuatro para caracterizar un día de referencia.
5. A partir de la formulación armónica propuesta y mediante una variante de la integral de Duhamel, se ha desarrollado, en el anexo 2, un método de cálculo de los factores de ponderación asociados a la variación de la temperatura interior. Este desarrollo permite ampliar considerablemente el campo de aplicación de los métodos de respuesta en frecuencia, pudiéndose contemplar aspectos como el funcionamiento intermitente del equipo acondicionador (parada nocturna, fines de semana, ...) y las variaciones en los caudales de ventilación e infiltración. Esta metodología puede igualmente ser usada para calcular otros tipos de factores de ponderación y en todos los casos competiría ventajosamente con las técnicas clásicas en base horaria, tanto por la exactitud de los resultados obtenidos como por la rapidez de ejecución.

6. Las pequeñas desviaciones observadas entre los resultados del método propuesto y los del método de referencia, horario, validado experimentalmente, ponen en evidencia la bondad del método. Este hecho unido a la extraordinaria reducción del tiempo de cálculo (2% del utilizado por el modelo de referencia para cálculos en base anual) y a la eficiencia del modelo para la realización de estudios paramétricos, demuestran su interés como punto de partida para el desarrollo de una herramienta de ayuda al diseño en las etapas intermedias y avanzadas del mismo. En relación con los estudios paramétricos, mientras que en el método propuesto las modificaciones de los datos de entrada son directas, los métodos horarios ya sean basados en funciones de transferencia, factores de ponderación o numéricos, requieren una reelaboración apreciable de datos cada vez que se modifica un parámetro de diseño que afecte a la epidermis constructiva (tipo, localización y espesor de aislamiento, etc.).
7. Teniendo en cuenta que se puede recuperar el dominio del tiempo, realizando una evaluación de las series de Fourier en una base de tiempo conveniente, el método propuesto puede ser utilizado para todo tipo de análisis térmicos derivados de las curvas de carga, es decir, simulación de sistemas, zonificación, inversión térmica, transferencia de energía entre zonas, acumulación térmica, free-cooling, etc.

## 8.2. DESARROLLO FUTURO

El trabajo desarrollado en esta Tesis puede continuarse, entre otros aspectos, mediante:

- Ampliación del modelo a edificios multizona.
- Consideración de la variación, horaria y estacional, de los coeficientes de película exteriores e interiores.
- Modelización de elementos solares pasivos, tales como muros de comportamiento complejo (Trombe, parietodinámicos, etc.), en el dominio de la frecuencia.

## REFERENCIAS

REFERENCIAS

1. ALFORD, J.S., RYAN, J.E., URBAN, F.O.  
"Effect of Heat Storage and Variation in Outdoor Temperature and Solar Intensity on Heat Transfer Through Walls".  
A.S.H.V.E. Transactions. Vol. 45, pp. 369-396. (1939)
2. MACKEY, C.O., WRIGHT, L.T.  
"Periodic Heat Flow-Homogeneous Walls or Roofs"  
A.S.H.V.E. Transactions. Vol. 50, pp. 293-312. (1944)
3. MACKEY, C.O., WRIGHT, L.T.  
"Periodic Heat Flow - Composite Walls or Roofs".  
A.S.H.V.E. Transactions. Vol. 52, pp. 283-296. (1946)
4. MUNCEY, R.W.  
"The calculation of Temperatures Inside Buildings Having Variable External Conditions".  
Australian Journal Applied Science. Vol. 4, pp. 189-196.  
(1953)
5. PIPES, L.A.  
"Matrix Analysis of Heat Transfer Problems".  
Journal Franklin Institution. Vol. 263, pp. 195-206. (1957)
6. CARSLAW, H.S., JAEGER, J.C.  
"Conduction of Heat in Solids". 2a Ed.  
Oxford University Press. Londres. (1959)

7. MUNCEY, R.W.  
"The thermal Response of a Building to Sudden Changes of Temperature or Heat Flow".  
Australian Journal of Applied Science. Vol. 14, pp. 123-128. (1963)
8. GUPTA, C.L.  
"A Matrix Method for Predicting Thermal Response of Unconditioned Buildings".  
J.I.H.V.E. Vol. 32, pp. 159-164. (1964)
9. MUNCEY, R.W., SPENCER, J.W.  
"Calculation of Non-Steady Heat Flow: Considerations of Radiation Within the room".  
J.I.H.V.E. April 1966, pp. 35-38 (1966)
10. LOUDON, A.G.  
"Summertime Temperatures in Buildings without Air-Conditioning".  
J.I.H.V.E. Vol. 37, pp. 280-292. (1970)
11. DANTER, E.  
"Heat Exchanges in a Room and the Definition of Room Temperature".  
B.S.E. Vol. 41, pp. 231-246. (1974)
12. MILBANK, N.O., HARRINGTON, J.  
"Thermal Response and the Admittance Procedure".  
B.S.E. Vol. 42, pp. 38-45. (1974)
13. SONDEREGGER, R.C.  
"Harmonic Analysis of Building Thermal Response Applied to the Optimal Location of Insulation within the Walls".  
Energy and Buildings. Vol. 1, pp. 131-140. (1977)



14. GREEN, M.D., ÜLGE, A.  
"Frequency and Time-Domain Thermal Response of Dwellings".  
Building and Environment. Vol. 14, pp. 107-118. (1979)
15. SODHA, M.S., SETH, A.K., KAUSKIK, S.C.  
"Periodic Heat Transfer Through a Hollow Concrete Slab: Optimum Placement of the Air Gap".  
Applied Energy, Vol. 6, pp. 113-123. (1980)
16. SODHA, M.S., SETH, S.P., BANSAL, N.K., SETH, A.K.  
"Comparison of the Thermal Performances of single Hollow and Double Hollow Concrete Slabs".  
Applied Energy, Vol. 9, pp. 201-209. (1981)
17. SETH, S.P., SODHA, M.S., SETH, A.K.  
"Optimum Placement/Distribution of Insulation/Concrete in a Heavily Insulated Multilayered Roof/Wall for Best Load Levelling".  
Energy Research, Vol. 6, pp. 135-141. (1982)
18. SINGH, U., NAYAK, J.K., SODHA, M.S.  
"Relative Performance of Walls".  
Energy Research, Vol. 7, pp. 49-60. (1983)
19. KAUSHIK, S.C., SODHA, M.S., BANSAL, P.K., BHARDWAJ  
"Solar Thermal Modelling of a Non-Airconditioned Building: Evaluation of Overall Heat Flux".  
Energy Research, Vol. 6, pp. 143-160. (1982)
20. SHARMA, A.K., KUMAR, A., BANSAL, N.K.  
"Analysis of the Direct Gain Concept for Non-Conditioned Buildings".  
Energy Conversion and Management, Vol. 26 (2), pp. 237-243. (1986)

21. SODHA, M.S., SINGH, S., NAYAK, J.K., BANSAL, N.K.  
"Thermal Modelling of a Few Novel Solar Collector-Cum-Storage Units for Passive Heating".  
Energy Research, Vol. 8, pp. 19-30. (1984)
22. CHANDRA, S., KAUSHIK, D.D, KAUSHIK, S.C.  
"Thermal Modelling of Integrated Roof Air Heater for Passive Solar Space Heating of a Non-Airconditioned Building".  
Energy Conversion and Management. Vol. 24(2), pp. 115-122. (1984).
23. CHANDRA, S., KUMAR, R., KAUSHIK, S., KAUL, S.  
"Thermal Performance of a Non-Airconditioned Building with PCCM Thermal Storage Wall".  
Energy Conversion and Management. Vol. 25(1), pp. 15-20. (1985).
24. HITTLE, D.C.  
"A Comparison of Building Energy Use Calculated with Actual and Synthesized Weather Data".  
A.S.H.R.A.E. Transactions. Vol. 85 P2, pp. 167-189. (1979)
25. HITTLE, D.C.  
"Periodic and Stochastic Behaviour of Weather Data".  
A.S.H.R.A.E. Transactions. Vol. 87 P2, pp. 173-194. (1981)
26. HITTLE, D.C.  
"Calculating Building Heating and Cooling Loads Using the Frequency Response of Multilayered Slabs".  
Tesis Doctoral. Universidad de Illinois. (1981).

27. HITTLE, D.C., PEDERSEN, C.O.  
"Calculating Building Heating Loads Using the Frequency -- Response of Multilayered Slabs".  
A.S.H.R.A.E. Transactions. Vol. 88 P2, pp. 545-568. (1982)
28. ALVAREZ, S.  
"Análisis Dinámico del Comportamiento Térmico de Edificios".  
Tesis Doctoral. Universidad de Sevilla. (1986).
29. BRIGHAM, E.O.  
"The Fast Fourier Transform".  
Prentice-Hall Inc. Englewood Cliffs, New Jersey. (1974).
30. MOLINA, J.L., ALVAREZ, S.  
"Análisis of Solar Passive Systems Using a Frequency, Response Model".  
International Congress on Renewable Energy Sources. Madrid. (1986).
31. ZORNOZA, J.  
"Influencia de la Radiación Solar y del Efecto de Almacenamiento sobre la Carga Térmica en Acondicionamiento de Aire. Aplicación al Desarrollo de una Metodología de Cálculo".  
Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Madrid. (1981).
32. A.S.H.R.A.E.  
"Procedure for Determining Heating and Cooling Loads for computerizing Energy Calculations".  
A.S.H.R.A.E. New York. (1975).
33. FERRIES, B.  
"Contribution á L'étude des Enveloppes Climatiques et Aide à leur Conception par micro-Ordinateur".  
Tesis de Doctor Ingeniero. Tolosa. (1980).

34. A.S.H.R.A.E.  
 "Handbook of fundamentals".  
 A.S.H.R.A.E. New York (1985)
35. HAMILTON, D.C., MORGAN, W.R.  
 "Radiant Interchange Configurations Factors".  
 NACA Tech. notes (1952)
36. ALLARD, F., INARD, C., ROLDAN, A.  
 "Caractérisation Théorique et Expérimentale du Comportement  
 Thermique d'une Cellule d'Habitation Perturbée par des  
 Rayonnements de Courtes et Grandes Longueurs d'Onde".  
 Laboratoire Equipement de l'Habitat. INSA Lyon. (1985)
37. CARNAHAN, B., LUTHER, H.A., WILKES, J.O.  
 "Cálculo Numérico. Métodos, Aplicaciones".  
 Ed. Rueda. Madrid. (1979)
38. B.O.E.  
 Reglamento de Instalaciones de Calefacción, Climatización  
 y Agua Caliente Sanitaria.  
 B.O.E. nº 188. Agosto, 1980.
39. DUFFIE, J.A., BECKMAN, W.A.  
 "Solar Energy Thermal Processes".  
 John Wiley & Sons, Inc., New York. (1974)
40. TEST REFERENCE YEARS  
 "Weather Data Sets for Computers Simulations of Solar Energy  
 Systems and Energy Consumption in Buildings".  
 Commission of the European Communities. (1985)
41. COOLEY, J.W., TUKEY, J.W.  
 "An Algorithm for the Machine Calculation of Complex  
 Fourier Series".  
 Math Comp. Vol. 19, pp. 297-301. (1965)

42. SINGLETON, R.C.  
"An Algorithm for Computing the Mixed Radix Fast Fourier Transform".  
I.E.E.E. Transactions, Vol. AU-17 (2). pp. 93-103.  
(1969)
43. ALVAREZ, S., VELAZQUEZ, R., ROLDAN, A.  
"Determination of the Long-Term Thermal Performance of Buildings by Means of a Compressed Meteorological Test Year".  
Clima 2000. Vol. 2: Building Design and Performance.  
pp. 283-287. Copenhagen. (1985).
44. COLLARES-PEREIRA, M., RABL, A.  
"The Average Distribution of Solar Radiation-Correlations Between Diffuse and Hemispherical and Between Daily and Hourly Insolation Values".  
Solar Energy. Vol. 22, pp. 155-164. (1979)
45. LIU, B.Y.H., JORDAN, R.C.  
"The Interrelationship and Characteristic Distribution of Direct, Diffuse and Total Solar Radiation".  
Solar Energy. Vol. IV (3), pp. 1-19. (1960)
46. LEBRU, A.  
Rapport MPE/314/Gr. C.S.T.B. Sophia-Antípolis. (1984)
47. MUNCEY, R.W.  
"Heat Transfer Calculations for Buildings".  
Applied Science Publishers Ltd. Gran Bretaña. (1979)

48. MYERS, G.E.  
"Analytical Methods in Conduction Heat Transfer"  
McGraw-Hill Inc. New York. (1971)
49. PAPOULIS, A.  
"The Fourier Integral and Its Applications".  
McGraw-Hill Inc. New York (1962)
50. International Energy Agency. Task VIII.  
"Design Tool evaluation Report"  
May 1986.
51. RODRIGUEZ, E.A.  
"Cálculo aproximado de factores de forma"  
Comunicación interna. Cátedra Termotecnia. E.S.I.I. Sevilla. Febrero 1987.

ANEXOS

## ANEXO 1. DESARROLLO EN SERIE DE FOURIER DE FUNCIONES MUESTREADAS

### A1.1. Introducción

A lo largo de esta tesis se ha referido, en numerosas ocasiones, la necesidad de desarrollar en serie de Fourier, las excitaciones, exteriores e interiores, que aparecen en un edificio.

La técnica de desarrollo en serie de Fourier clásica, no es inmediatamente utilizable, puesto que se trabaja con muestras, habitualmente a intervalos de tiempo de una hora, de las variables que se manejan.

En este anexo, se describe cómo se calcula el desarrollo en serie de Fourier, en forma de la ecuación 7, a partir de una muestra de una función, supuesta periódica, a intervalos regulares.

Buena parte del contenido matemático ha sido extraído de la referencia /29/.

### A1.2. Integral de Fourier. Transformada de Fourier. Serie de Fourier

La integral de Fourier se define por:

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{i2\pi ft} dt \quad (A1-1)$$



Si la integral existe para todos los valores del parámetro  $f$ , se dice que (A1-1) define la Transformada de Fourier,  $H(f)$ , de la función  $h(t)$ ,  $i$  es la unidad imaginaria. En general la Transformada de Fourier es una cantidad compleja.

La Transformada de Fourier inversa, se define:

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) e^{-i2\pi ft} df \quad (\text{A1-2})$$

Sin entrar en consideraciones matemáticas, las integrales (A1-1) y (A1-2) se pueden calcular, si las funciones  $H$  y  $h$  son acotadas, esto es, si pueden representarse por una curva de longitud finita en cualquier intervalo de longitud finita.

La transformación de Fourier de una función del tiempo se interpreta como una aproximación de dicha función por una serie de ondas sinusoidales de diferentes frecuencias.

La transformada de Fourier de una función tiene, en general, un valor finito, para todas las frecuencias. Ello no es así, sin embargo, para funciones periódicas o funciones impulso.

La función impulso,  $\delta(t)$ , se define mediante:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0) x(t) dt = x(t_0) \quad (\text{A1-3})$$

siendo  $x$  cualquier función, continua en  $t_0$ .

De acuerdo con (A1-3) se pueden calcular los siguientes pares de funciones transformadas:

$$h(t) = K \delta(t) \qquad H(f) = K \qquad (\text{A1-4.a})$$

$$h(t) = K \qquad H(f) = K \delta(f) \qquad (\text{A1-4.b})$$

$$h(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t-nT) \qquad H(f) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T}\right) \qquad (\text{A1-4.c})$$

La última relación establece que la transformada de una serie infinita de impulsos, espaciados  $T$ , es otra serie de impulsos, separados  $1/T$ , "en el dominio de la frecuencia".

Para una función periódica, se obtiene una transformada que consta de una serie de impulsos:

$$h(t) = A \cos(2\pi f_0 t) \qquad H(f) = \frac{A}{2} \delta(f-f_0) + \frac{A}{2} \delta(f+f_0) \qquad (\text{A1-4.d})$$

$$h(t) = A \sin(2\pi f_0 t) \qquad H(f) = i \frac{A}{2} \delta(f+f_0) - i \frac{A}{2} \delta(f-f_0)$$

(A1-4.e)

Un teorema de interés en el desarrollo que sigue es el de convolución. La integral de convolución se define por:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau \qquad (\text{A1-5})$$

se dice que  $y$  es la convolución de las funciones  $x$  y  $h$  y se representa  $y(t) = x(t) * h(t)$ .

Entre las muchas aplicaciones de la integral de convolución, la que interesa aquí, es la convolución de una función, limitada en el tiempo, con un tren de impulsos infinito, tal -

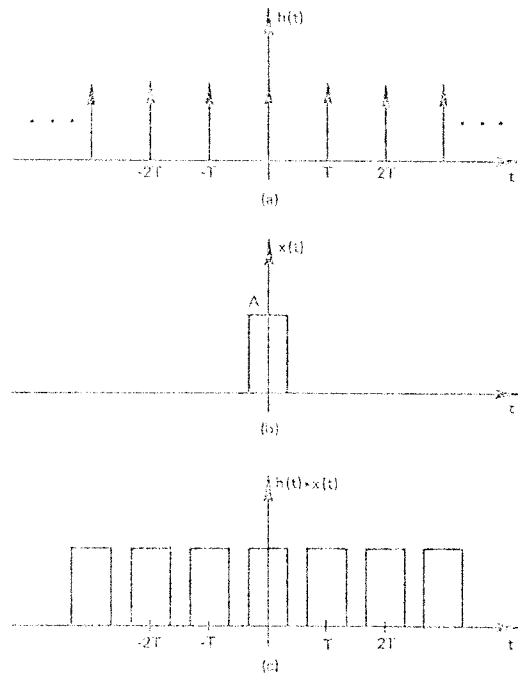


Fig. A1-1. Convolución con un tren de impulsos.

como el definido en (A1-4.c). El efecto "gráfico" es la repetición, de la función que se convoluciona con el tren de impulsos, a intervalos correspondientes a la separación de los mismos, figura A1-1.

El teorema de convolución establece que, si:

$$h(t) = x(t) * y(t) \qquad H(f) = X(f) Y(f) \qquad (A1-6)$$

es decir, la transformada de la convolución de dos funciones es el producto, en el dominio de la frecuencia de las transformadas de las funciones. El recíproco también es cierto:

$$h(t) = x(t) y(t) \qquad H(f) = X(f) * Y(f) \qquad (A1-7)$$

Ahora, es posible relacionar la serie clásica de Fourier con la transformada de Fourier, para funciones periódicas.

La definición clásica de la serie de Fourier, para una función periódica,  $y(t)$ , de período  $T_0$ , es:

$$y(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(2\pi n f_0 t) + b_n \operatorname{sen}(2\pi n f_0 t)] \quad (\text{A1-8.a})$$

siendo  $f_0 = 1/T_0$  la frecuencia fundamental. Las cantidades  $a_n$  y  $b_n$  se calculan con las integrales:

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} y(t) \cos(2\pi n f_0 t) dt \quad n=0, 1, 2, 3, \dots \quad (\text{A1-8.b})$$

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} y(t) \operatorname{sen}(2\pi n f_0 t) dt \quad n= 1, 2, 3, \dots \quad (\text{A1-8.c})$$

Aplicando las identidades:

$$\cos(2\pi n f_0 t) = \frac{1}{2} (e^{i2\pi n f_0 t} + e^{-i2\pi n f_0 t})$$

$$\operatorname{sen}(2\pi n f_0 t) = \frac{1}{2i} (e^{i2\pi n f_0 t} - e^{-i2\pi n f_0 t})$$

e introduciendo índices negativos ( $a_{-n} = a_n$ ,  $b_{-n} = b_n$ ) se puede reescribir (A1-8-a) como:

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n e^{i2\pi n f_0 t} \quad (\text{A1-9.a})$$

siendo:

$$\alpha_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} y(t) e^{-i2\pi n f_0 t} dt \quad (\text{A1-9.b})$$

se cumple:

$$\alpha_n = \frac{1}{2} (a_n - i b_n) \quad n=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (\text{A1-9.c})$$

Si  $y(t)$  es periódica, de período  $T_0$ , se puede escribir:

$$y(t) = x(t) * h(t) \quad (\text{A1-10})$$

Siendo  $x(t)$  la misma función  $y(t)$ , pero limitada al período  $T_0$ ;  $h(t)$  es un tren de impulsos, espaciados  $T_0$ ,

$$h(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_0) \quad (\text{A1-11})$$

La transformada de Fourier de  $y(t)$  es:

$$\begin{aligned} Y(f) &= X(f) H(f) \\ &= X(f) \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_0}\right) \\ &= \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X\left(\frac{n}{T_0}\right) \delta\left(f - \frac{n}{T_0}\right) \end{aligned} \quad (\text{A1-12})$$

Así, la transformada de Fourier, de una función periódica, es un tren infinito de impulsos, equidistantes, cuyas amplitudes son  $X(n/T_0)$ .

Puesto que las funciones  $x(t)$  e  $y(t)$  coinciden sobre el período  $T_0$ ,  $y(t)$  puede ser reemplazada por  $x(t)$  en la integral (A1-9.b)

$$\alpha_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) e^{-i2\pi n f_0 t} dt \quad (\text{A1-13})$$

y, puesto que  $x(t)$  vale cero fuera del intervalo  $[-T_0/2, T_0/2]$ , los límites de la integral pueden cambiarse a  $-\infty$  e  $\infty$ , y queda:

$$\alpha_n = \frac{1}{T_0} X(nf_0) = \frac{1}{T_0} X\left(\frac{n}{T_0}\right) \quad (\text{A1-14})$$

Así, para una función periódica, los coeficientes de la serie de Fourier, coinciden con los valores de la transformada de Fourier, a intervalos  $1/T_0$ . Salvo el factor de escala  $1/T_0$ .

#### A1.2. Desarrollo en serie de Fourier de funciones muestreadas

Si  $h(t)$  es una función, cualquiera, del tiempo, una muestra  $\hat{h}(t)$  a intervalos  $t=T$ , puede expresarse como:

$$\hat{h}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(nT) \delta(t-nT) \quad (\text{A1-15})$$

La función muestreada,  $\hat{h}(t)$ , es un tren de impulsos de valores iguales a los de la función original en los mismos puntos. La función  $\hat{h}(t)$  puede expresarse como el producto de  $h(t)$  y un tren de impulsos espaciados  $T$ . La transformada de  $\hat{h}(t)$  se

rá, entonces, la convolución de las transformadas de  $h(t)$  y  $\Delta(t)$  del tren de impulsos. Nótese que la transformada de una función muestreada siempre será periódica. Además, puesto que la convolución con el tren de impulsos "repite" la transformada a intervalos  $1/T$  (de ahí la periodicidad), si la transformada de la función que se muestrea, no está limitada en frecuencia, es decir, si no vale cero a partir de alguna frecuencia,  $f_c$ , se producirá un solapamiento, en el dominio de la frecuencia. No debe perderse de vista que el objetivo es obtener la transformada de una función, a partir de una muestra de la misma. Esto será posible hacerlo, únicamente, para funciones limitadas en frecuencia, siempre que se muestreen a intervalos inferiores a la mitad de  $1/f_c$ ;  $f_c$  se denomina frecuencia crítica.

El proceso general para obtener la transformada de Fourier de una función a partir de una muestra se ilustra en la figura A1-2.

En A1-2a se muestran la función  $h(t)$  y su transformada  $H(f)$ . Inicialmente, se muestrea  $h(t)$  a intervalos  $T$ . Para ello se multiplica  $h(t)$  por el tren de impulsos  $\Delta(t)$  que aparece, junto a su transformada, en A1-2b. El resultado del muestreo se aprecia en A1-2c, nótese el solapamiento introducido en la transformada. Hasta ahora se está manejando un tren infinito de impulsos. Puesto que la transformada debe calcularse mediante un programa de computador, debe manejarse un número finito de datos, sean  $N$ , para ello se trunca la función mediante su multiplicación por  $x(t)$ , cuya representación aparece en A1-2d, junto a su transformada. El resultado del producto, convolución de las transformadas, se aprecia en A1-2e. La convolución con  $X(f)$  produce un "rizado" en el dominio de la frecuencia. Aún no puede aceptarse el resultado por manejar una función de la frecuencia continua. El ordenador sólo puede retener una muestra de longitud finita. Para ello, se muestrea en el domi-

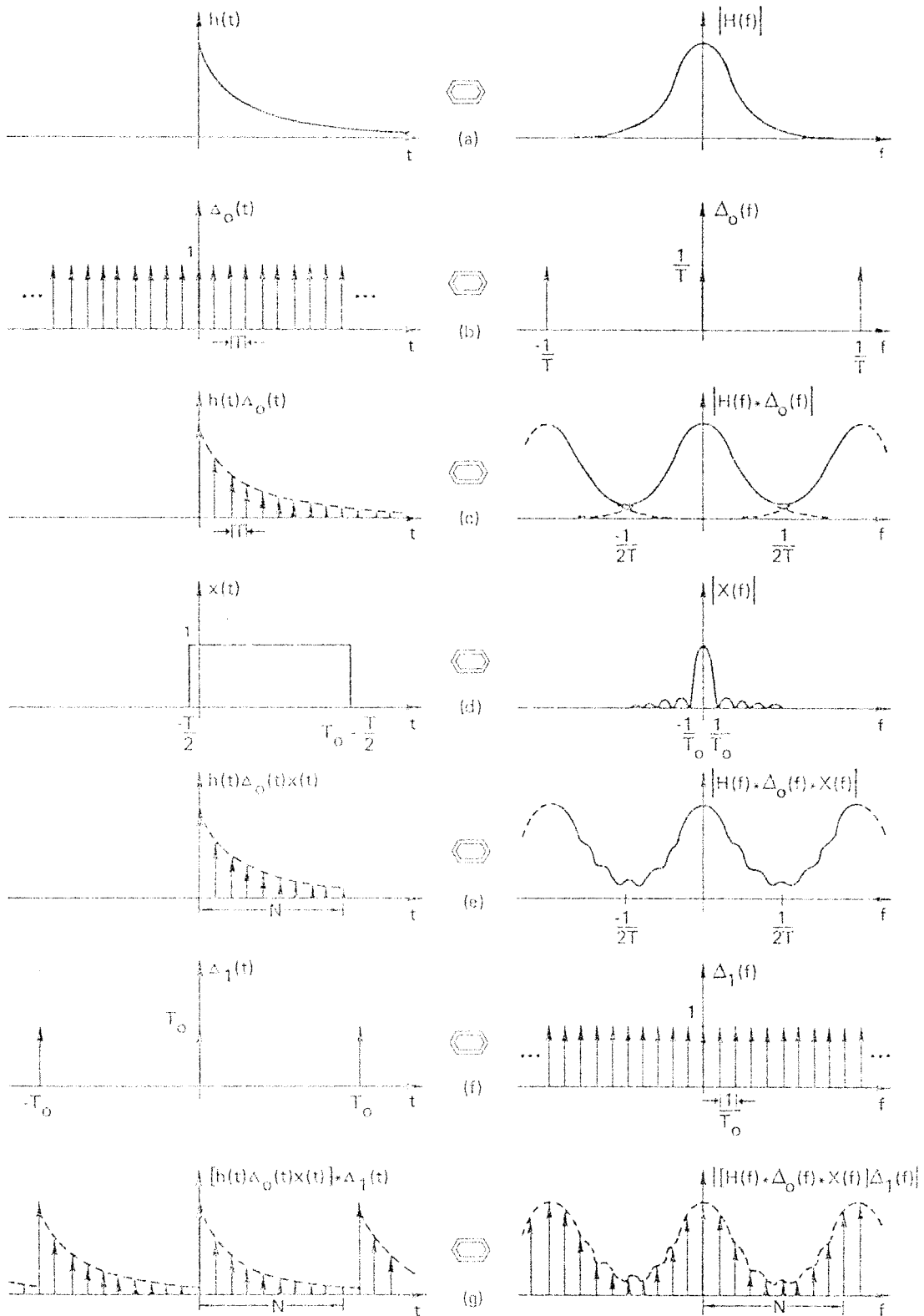


Fig. A1-2. Derivación gráfica de la transformada discreta de Fourier.



nio de la frecuencia a intervalos  $1/T_0$ ,  $T_0$  es la longitud de truncamiento ( $N T$ ), multiplicando por  $\Delta_1(t)$ , figura A1-2f. El resultado final se muestra en A1-2g. Se han producido modificaciones en ambos dominios, el tiempo y la frecuencia. Ambas funciones son ahora periódicas y de ambas se retiene sólo una muestra de  $N$  valores. Se notará el fenómeno de solapamiento y rizado de la transformada. Para evitarlo, o atenuarlo, sólo existe un remedio, muestrear más y considerar un período de truncamiento tan grande como sea posible.

Este desarrollo gráfico puede ser seguido matemáticamente: Si  $h(t)$  es la función original,  $h(t) \Delta_0(t)$  es la función muestreada a intervalos  $T$ :

$$h(t) \Delta_0(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(kT) \delta(t-kT) \quad (\text{A1-16})$$

Multiplicando ahora por la función de truncamiento, de longitud  $T_0$ :

$$x(t) = \begin{cases} 1 & -\frac{T_0}{2} < t < \frac{T_0}{2} \\ 0 & \text{otros valores de } t \end{cases} \quad (\text{A1-17})$$

Se obtiene:

$$\begin{aligned} h(t) \Delta_0(t) x(t) &= \left[ \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(kT) \delta(t-kT) \right] x(t) \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} h(kT) \delta(t-kT) \end{aligned} \quad (\text{A1-18})$$

El muestreo en el dominio de la frecuencia, a intervalos  $1/T_0$ , supone una convolución en el tiempo con un tren de impulsos separados  $T_0$ , que se expresa:

$$\Lambda_1(t) = T_0 \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta(t-rT_0) \quad (\text{A1-19})$$

El resultado de la convolución es:

$$\begin{aligned} [h(t) \Delta_0(t) x(t)] * \Lambda_1(t) &= \left[ \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \delta(t-kT) \right] * \left[ T_0 \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta(t-rT_0) \right] = \\ &= \dots + T_0 \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \delta(t-T_0-kT) + \\ &\quad + T_0 \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \delta(t-kT) + \\ &\quad + T_0 \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \delta(t-T_0-kT) \dots \end{aligned} \quad (\text{A1-20})$$

Se observa que (A1-20) es periódica, de periodo  $T_0$ . Se puede escribir:

$$\hat{h}(t) = T_0 \sum_{r=-\infty}^{\infty} \left[ \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \delta(t-kT-rT_0) \right] \quad (\text{A1-21})$$

$\hat{h}(t)$  indica una aproximación de  $h(t)$ .

Puesto que (A1-21) es periódica, su transformada  $\hat{H}(f)$  será una serie de pulsos equidistantes  $f_0 = 1/T_0$ :

$$\hat{H}(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n \delta(f-nf_0) \quad (\text{A1-22.a})$$

donde  $\alpha_n$  se calculan:

$$\alpha_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T/2}^{T_0 - T/2} \tilde{h}(t) e^{-i2\pi n t / T_0} dt \quad n=0, \pm 1, \pm 2, \quad (\text{A1-22.b})$$

Sustituyendo (A1-21) en (A1-22.b) y haciendo la integral sobre un período:

$$\begin{aligned} \alpha_n &= \int_{-T_0/2}^{T_0 - T/2} \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \delta(t-kT) e^{-i2\pi n t / T_0} dt \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \int_{-T/2}^{T_0 - T/2} e^{-i2\pi n t / T_0} \delta(t-kT) dt \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) e^{-i2\pi k n / N} \quad n=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (\text{A1-23}) \end{aligned}$$

La transformada es entonces:

$$\tilde{H}\left(\frac{n}{NT}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) e^{-i2\pi k n / N} \quad (\text{A1-24})$$

Puede demostrarse que  $\tilde{H}$  es una función periódica, de período  $1/T_0$ . Para ello se calcula en dos puntos separados por dicho período:

$$\tilde{H}\left(\frac{r}{NT}\right) = \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) e^{-i2\pi k r / N} \quad (\text{A1-25})$$

Si ahora se calcula  $\hat{H}(r+N/NT)$ , aplicando:

$$e^{-i2\pi k(r+N)/N} = e^{-i2\pi kr/N} e^{-i2\pi k} = e^{-i2\pi kr/N}$$

se obtiene:

$$\begin{aligned} \hat{H}\left(\frac{r+N}{NT}\right) &= \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) e^{-j2\pi k(r+N)/N} \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) e^{-j2\pi kr/N} \end{aligned} \quad (\text{A1-26})$$

que coincide con (A1-25).

Hay, por tanto, sólo  $N$  valores distintos de la transformada, que puede expresarse por la ecuación (A1-25)

Así dada una función,  $g$ , muestreada a intervalos  $T$  sobre un periodo  $T_0$ ,  $N = T_0/T$ , se calcula su transformada de Fourier mediante:

$$G\left(\frac{n}{NT}\right) = \sum_{k=0}^{N-1} g(kT) e^{-i2\pi nk/N} \quad n=0, 1, \dots, N-1 \quad (\text{A1-27})$$

la transformada inversa es:

$$g(kT) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} G\left(\frac{n}{NT}\right) e^{i2\pi kn/N} \quad k=0, 1, \dots, N-1 \quad (\text{A1-28})$$

Como se ha expuesto, las transformadas de Fourier, obtenidas de la forma indicada, son una aproximación de la transformada de Fourier "exacta". El único caso en que la muestra obtenida es exactamente una muestra de la transformada es cuando: 1) la función es periódica en el tiempo; 2) la función transformada es limitada en la frecuencia; 3) el espaciado de muestreo en el tiempo es, como mínimo, la mitad del inverso de la mayor frecuencia; 4) el tratamiento se realiza sobre, exactamente, un período o un múltiplo del mismo.

Conocida la transformada de Fourier de una función muestreada, los coeficientes  $\alpha_n$ , de la ecuación (A1-9.a), se calculan mediante la ecuación (A1-14).

Las funciones, cuyos desarrollos se quieren calcular aquí, son reales. Para funciones reales, se cumple que la parte real de la transformada es par, y la parte imaginaria impar. Así, - el número complejo, correspondiente al valor de la transformada, para un valor negativo de la frecuencia, es el conjugado - del que corresponde a la misma frecuencia positiva. Este hecho es fundamental, ya que de los coeficientes calculados mediante (A1-14), sólo tienen sentido la mitad, hasta  $n=N/2$ , el resto - debe ser interpretado como correspondiente a frecuencias negativas.

Para una función real, de la que se conocen N muestras, - la ecuación (A1-14), sólo permite calcular N coeficientes  $\alpha_n$  - distintos. Pero, por lo que se dice en el párrafo anterior, la mitad deben ser considerados correspondientes a frecuencias negativas. La ecuación (A1-9.a) queda entonces:

$$y(t) = \sum_{n=-N/2}^{N/2} \alpha_n e^{i2\pi n f_0 t} \quad (A1-29)$$

y, como  $\alpha_{-n}$  es el conjugado de  $\alpha_n$ , (A1-29) puede escribirse:

$$y(t) = 2 \sum_{n=0}^{N/2} \operatorname{Re}[\alpha_n e^{i2\pi n f_0 t}] \quad (\text{A1-30})$$

### A1.3. Conclusiones

Como conclusiones, del desarrollo matemático anterior, cabe señalar las siguientes:

- Se ha visto la conveniencia de recurrir a la transformada de Fourier, como paso intermedio para la obtención de la serie de Fourier para una función muestreada.
- Se han expuesto las condiciones en las que la transformada -/ discreta de Fourier, por tanto la serie de Fourier, se ajusta con exactitud a la transformada continua de Fourier.
- Se ha tenido en cuenta, el hecho de que las funciones que se manejan son reales, con la simplificación que ello supone, - en cuanto al número de términos de la serie a retener.

ANEXO 2. CALCULO DE LOS FACTORES DE PONDERACION PARA LA TEMPERATURA INTERIOR DE EDIFICIOS (ROOM-AIR Weighting Factors) A PARTIR DE LA RESPUESTA EN FRECUENCIA.

A2.1. Introducción

Como se indicó en el capítulo 5, el procedimiento de cálculo desarrollado en esta Tesis, sólo es válido en dos situaciones extremas:

- 1) El equipo acondicionador funciona continuamente manteniendo constante la temperatura del aire interior.
- 2) El equipo acondicionador no funciona, o no existe, y la temperatura interior evoluciona libremente.

Las hipótesis del método, impiden considerar situaciones intermedias, las reales en la mayoría de los casos, en que el equipo acondicionador funciona de modo interrumpido, manteniendo constantes las condiciones interiores en los periodos de funcionamiento, y dejándolas evolucionar el resto del tiempo.

La metodología clásica del cálculo de cargas térmicas, /34 /, cuando el equipo no funciona continuamente, se inicia con el cálculo de la carga a temperatura constante, ignorando el funcionamiento interrumpido. Posteriormente, la técnicas de los factores de ponderación para la temperatura del aire interior (Room-Air Weighting Factors, RAWF en lo sucesivo) permite calcular la carga térmica en los periodos de funcionamiento, y la temperatura interior en los periodos en que el equipo no funciona.

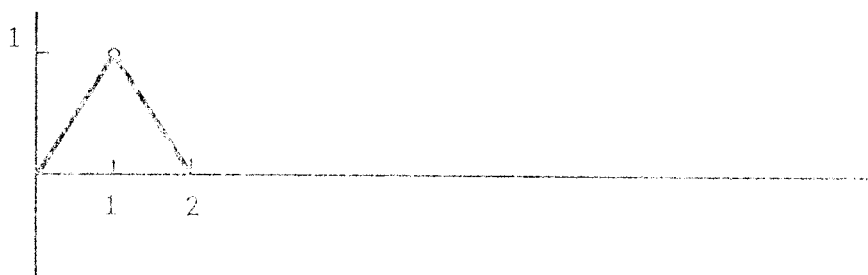


Fig. A2-1a. Excitación triangular unitaria de temperatura interior.

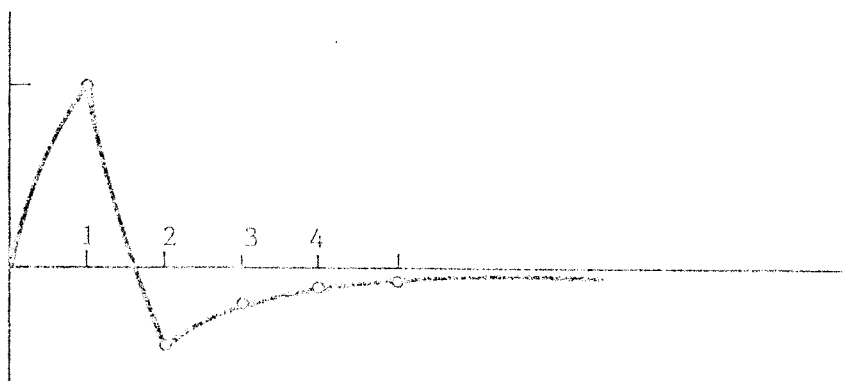


Fig. A2-1b. Respuesta cualitativa en carga térmica.

Los RAWF se definen como las cargas térmicas, que aparecen en un edificio, cuando su temperatura interior se somete a una variación triangular unitaria. La figura A2-1.a muestra esta evolución de temperatura, y la A2-1.b, cualitativamente, la carga que origina. Los valores de esta carga, a intervalos regulares, una hora es el paso de tiempo típico, son los RAWF.

La carga resultante  $Q(t)$ , puede calcularse, sumando la carga determinada a temperatura constante,  $Q_R(t)$ , y la variación de carga debida al funcionamiento interrumpido,  $\Delta Q(t)$ . Esta variación de carga se determina a partir de las desviaciones de temperatura interior respecto a la temperatura de referencia, según:

$$Q(t) = \sum_{j=0}^{\infty} \text{RAWF}(j) \Delta T(t-j) \quad (\text{A2-1})$$



Tradicionalmente, esta variación de carga se relaciona con la variación de temperatura, a través de una función de transferencia, en  $z$ , de la forma:

$$\frac{\Delta Q(z)}{\Delta T(z)} = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{na} z^{-na}}{1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + \dots + d_{nd} z^{-nd}} \quad (\text{A2-2})$$

Los coeficientes del numerador y denominador pueden calcularse, a partir de los RAWF, mediante el algoritmo propuesto por Alvarez / /. En el anexo 2 se utiliza este algoritmo para considerar caudales de ventilación e infiltración variables.

La ecuación (A2-1) se escribe:

$$\Delta Q(t) = \sum_{n=0}^{na} a_n \Delta T(t-n) - \sum_{n=1}^{nd} d_n \Delta Q(t-n) \quad (\text{A2-3})$$

ASHRAE, propone unos valores precalculados de los RAWF, para usar en una ecuación del tipo (A2-3), sin embargo, su uso puede conducir a errores /26, 28/.

Los RAWF deben calcularse para cada edificio en particular. Esto puede hacerse resolviendo las ecuaciones de transferencia generales, linealizadas puesto que se utiliza el principio de superposición.

En este anexo, se describe un procedimiento para calcular los RAWF, a partir de las ecuaciones de transferencia, en el dominio de la frecuencia, desarrolladas en el capítulo 5. El grupo de métodos de respuesta en frecuencia, se conecta, así, con el de factores de ponderación, pero calculando los RAWF de modo autónomo.

## A2.2. Cálculo de RAWF a partir de la respuesta en frecuencia

Aplicando superposición se determina la carga, a partir de variaciones de temperatura interior, en ausencia de cualquier otra excitación. Las ecuaciones (78) y (82) se escriben, anulando todas las excitaciones:

$$[0] \{T_j(\omega)\} = -\text{diag}[h_j] \{T_A(\omega)\} \quad (\text{A2-4.a})$$

$$i\omega n_A C_{PA} T_A(\omega) = \sum_{j=1}^n A_j h_j (T_j(\omega) - T_A(\omega)) + Q_E(\omega) \quad (\text{A2-4.b})$$

Se ha introducido  $\omega$  en la notación, para recordar que se trata de las ecuaciones para resolver cada una de las frecuencias.

El problema no se puede resolver, directamente en el dominio de la frecuencia, para una excitación triangular de temperatura interior.

Las ecuaciones (A2-4) pueden escribirse en forma de función de transferencia:

$$G(\omega) = \frac{Q_E(\omega)}{T_A(\omega)} \quad (\text{A2-5})$$

El sistema térmico que consideramos es lineal, de modo que (A2-5) es una función de transferencia de un sistema lineal y se pueden utilizar los métodos clásicos, de dinámica de sistemas lineales, para resolver el problema que se ha planteado.

Uno de los métodos de cálculo de la respuesta de un sistema lineal, a cualquier excitación, es la determinación previa de la respuesta del sistema, a una excitación elemental, un escalón en este caso de temperatura. Si  $a(t)$  es la función que representa la respuesta a un escalón, la respuesta  $R(t)$ , a cualquier excitación,  $E(t)$ , se calcula mediante /49/.

$$R(t) = \int_{-\infty}^t E'(\tau) a(t-\tau) d\tau \quad (\text{A2-6})$$

La ecuación (A2-5) permite el cálculo de la respuesta del edificio a excitaciones de la forma  $\exp(i\omega t)$ , de modo que (A2-6) puede utilizarse para encontrar la respuesta a un escalón,  $a(t)$ , a partir de la respuesta en frecuencia.

Muncey / 7 , 47 / propone expresar la respuesta,  $a(t)$ , a la excitación escalón, del modo:

$$a(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \exp(-b_n t) \quad (\text{A2-7})$$

ya que es típica la aparición, en las expresiones obtenidas analíticamente / 48 /, de términos constantes ( $a_0$  es la respuesta en régimen permanente) y exponenciales.

La respuesta del edificio, a una excitación  $\exp(i\omega t)$ , se obtiene de (A2-6), haciendo  $T_A = 1$ , y, en general, es un número complejo; la respuesta tendrá una parte real  $R(\omega)$  y una imaginaria  $I(\omega)$ . Además, hay que considerar la respuesta en régimen permanente,  $R(0)$ , obtenida para frecuencia nula y  $T_A = 1$ , amplitud del escalón.

La ecuación (A2-6) queda:

$$R(0) + (R(\omega) + iI(\omega)) \exp(i\omega t) = \int_{-\infty}^t i\omega \exp(i\omega \tau) \left[ a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \exp(-b_n(t-\tau)) \right] d\tau \quad (\text{A2-8})$$

Y, si se calcula la integral, y se divide por  $\exp(i\omega t)$ :

$$R(0) + R(\omega) + iI(\omega) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n \omega^2}{b_n^2 + \omega^2} + i \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n b_n \omega}{b_n^2 + \omega^2} \quad (\text{A2-9})$$

$a_0$  debe coincidir con  $R(0)$ , y (A2-9) puede separarse en sus partes real e imaginaria:

$$R(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n \omega^2}{b_n^2 + \omega^2} \quad (\text{A2-10.a})$$

$$I(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n b_n \omega}{b_n^2 + \omega^2} \quad (\text{A2-10.b})$$

Papoulis / 49 / indica que para funciones, como es el caso del escalón que se considera, nulas para tiempos negativos -/ (Papoulis llama *causales* a estas funciones), no es necesario - resolver las dos ecuaciones (A2-10) a y b, sino que una cual- / quiera de ellas es suficiente. Así, es posible encontrar la -/

respuesta a un escalón, calculando los coeficientes  $a_n$  y  $b_n$  para  $n = 1, 2, \dots$ , calculando los números  $R(\omega)$  e  $I(\omega)$ , para un número suficiente de frecuencias, de forma que se obtenga un sistema de ecuaciones de dimensión apropiada.

Puesto que hay la mitad de ecuaciones que incógnitas, pueden elegirse los valores de los  $b_n$ , y calcular los  $a_n$  que correspondan.

Utilizando la parte imaginaria, ecuación (A2-10.b), y eligiendo los  $b_n$  iguales a las  $\omega_K$  ( $\omega_K$  es la frecuencia número  $K$  de las elegidas) para  $K = n, n = 1, 2, \dots, NF$  se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} \frac{\omega_1^2}{2\omega_1^2} & \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2 + \omega_1^2} & \frac{\omega_1^2}{\omega_{NF}^2 + \omega_1^2} \\ \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2 + \omega_2^2} & \frac{\omega_2^2}{2\omega_2^2} & \frac{\omega_2^2}{\omega_{NF}^2 + \omega_2^2} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\omega_{NF}^2}{\omega_1^2 + \omega_{NF}^2} & \frac{\omega_{NF}^2}{\omega_2^2 + \omega_{NF}^2} & \frac{\omega_{NF}^2}{2\omega_{NF}^2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{NF} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I(\omega_1) \\ I(\omega_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ I(\omega_{NF}) \end{bmatrix}$$

(A2-11)

Muncey elige las frecuencias, de modo que cubran el rango que se suele presentar en los edificios. Aquí se toman frecuencias entre un ciclo por año y un ciclo por minuto. Los valores intermedios se eligen en progresión geométrica, de razón,  $r$ , -

a determinar, observando la exactitud de los resultados. Muncy propone una razón  $r=2$  y toma 18 frecuencias.

En el apartado A2.3 se realiza una aplicación numérica y se encuentra el valor de  $r=1.8$  que supone calcular 29 frecuencias como apropiado.

Al utilizar un número finito,  $NF$ , de frecuencias, lo que se obtiene es una aproximación de la respuesta a una excitación escalón. Los RAWF que se obtengan serán, por tanto, aproximados.

La excitación triangular unitaria, cuya respuesta se desea conocer, se expresa:

$$E(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ t & 0 < t \leq 1 \\ -t+2 & 1 < t \leq 2 \\ 0 & t > 2 \end{cases} \quad (A2-12)$$

La respuesta se calcula mediante (A2-6). El límite de integración inferior puede cambiarse a 0, puesto que las funciones son nulas para  $t \leq 0$ :

$$\text{RAWF}(t) = \int_0^t E'(\tau) a(t-\tau) d\tau \quad (A2-13)$$

La derivada de  $E(t)$  vale:

$$E'(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & 0 < t < 1 \\ -1 & 1 < t < 2 \\ 0 & t > 2 \end{cases} \quad (A2-14)$$

La discontinuidad de  $E'(t)$  obliga a realizar la integral (A2-13) por intervalos. Se obtienen los siguientes resultados:

Para  $0 < t < 1$

$$\text{RAWF}(t) = a_0 t + \sum_{n=1}^{NF} \frac{a_n}{b_n} (1 - \exp(-b_n t)) \quad (\text{A2-15.a})$$

Para  $1 < t < 2$

$$\text{RAWF}(t) = a_0 (2-t) + \sum_{n=1}^{NF} \frac{a_n}{b_n} [2\exp(-b_n (t-1)) - \exp(-b_n t) - 1] \quad (\text{A2-15.b})$$

Para  $t > 2$

$$\text{RAWF}(t) = \sum_{n=1}^{NF} \frac{a_n}{b_n} [-\exp(-b_n (t-2)) + 2\exp(-b_n (t-1)) - \exp(-b_n t)] \quad (\text{A2-15.c})$$

Las expresiones (A2-15) a y b coinciden, para  $t=1$ , en:

$$\text{RAWF}(1) = a_0 + \sum_{n=1}^{NF} \frac{a_n}{b_n} (1 - \exp(-b_n)) \quad (\text{A2-15.d})$$

y las (A2-15) b y c coinciden, para  $t=2$ , en:

$$\text{RAWF}(2) = \sum_{n=1}^{NF} \frac{a_n}{b_n} (1 - \exp(-b_n))^2 \quad (\text{A2-15.e})$$

En resumen, el método de cálculo de los RAWF a partir de la respuesta en frecuencia es el siguiente:

- 1) Se plantean las ecuaciones de respuesta en frecuencia para obtener las respuestas a excitaciones del tipo  $-\exp(i\omega t)$ .
- 2) Se determina la respuesta del edificio a un escalón de temperatura interior, suponiendo que puede expresarse en la forma de la ecuación (A2-7), calculando los coeficientes  $a_n$  y  $b_n$  mediante el uso de la expresión --/ (A2-8), escrita para un número suficiente de frecuen--/ cias.
- 3) Mediante las ecuaciones (A2-15) a,b y c, se calculan - los RAWF con el paso de tiempo que se necesite.

### A2.3. Aplicación Numérica

Como ejemplo de utilización de la metodología desarrollada en los apartados anteriores se han calculado los RAWF correspondientes al Módulo Medio descrito en el apartado 7.1.

El objetivo es determinar el número de frecuencias necesarias para obtener una buena aproximación a Los RAWF obtenidos mediante el método de referencia.

Las frecuencias se obtienen muestreando la banda de interés (de 1 ciclo al año a un ciclo por minuto) en progresión --/ geométrica.

El método de referencia, con paso de tiempo de una hora, proporciona muy malos resultados para los RWAF. Ello es razonable al considerar que los RAWF deben calcularse como respuesta



a una variación lineal de temperatura del aire interior, mientras que el método de referencia calcula los RAWF suponiendo esa variación lineal en las superficies interiores de los cerramientos, donde en realidad, la evolución es más bien parabólica. Así, se ha necesitado reducir el intervalo de tiempo a un cuarto de hora para obtener unos resultados próximos a los del método que se propone, que sí cumple la condición expuesta de variación lineal de la temperatura del aire.

Los resultados son suficientemente próximos entre ambos métodos para  $r = 1.8$ , que supone calcular 29 frecuencias. Disminuir la razón aumenta extraordinariamente el tiempo de cálculo y no mejora los resultados. Aumentarla produce una muestra de frecuencias demasiado pequeña y unos resultados muy pobres. La calidad de los resultados se evalúa observando el régimen exponencial. Razones menores de 1.8 no producen un régimen exponencial antes de los 72 primeros RAWF. Razones superiores a 1.8 producen regímenes exponenciales en valores diferentes.

Los valores obtenidos se muestran en la tabla A2-1. Se presentan así mismo las desviaciones absolutas, en watios. Se observa una buena concordancia entre ambos resultados. El régimen exponencial se alcanza en la hora 21 con valor 0.847 para el método de respuesta en frecuencia y con valor 0.848, para el método de referencia.

La pequeña magnitud de las desviaciones permite asegurar un buen resultado en la utilización de los RAWF. Los errores pueden ser, como máximo, del orden de la suma de los que se hayan producido en la evaluación de la carga térmica a temperatura constante, y los de los propios RAWF. Incluso pueden obtenerse errores inferiores, si ocurren compensaciones.

TABLA A2-1. RAWF calculados con el método de respuesta en frecuencia ( $r = 1.8$ , 29 frecuencias) y con el método de referencia (paso de tiempo 0.25 h.)

Hora	M.R.F. (W)	REF. (W)	Desviación (W)
0	0	0	-
1	556.65	555.1	1.55
2	-51.96	-50.22	1.74
3	-31.82	-31.66	0.16
4	-24.92	-24.75	0.17
5	-20.28	-20.07	0.21
6	-16.70	-16.48	0.22
7	-13.84	-13.63	0.21
8	-11.50	-11.31	0.19
9	- 9.59	- 9.41	0.18
10	- 8.02	- 7.84	0.18
11	- 6.71	- 6.53	0.18
12	- 5.63	- 5.46	0.17
13	- 4.73	- 4.57	0.16
14	- 3.98	- 3.83	0.15
15	- 3.35	- 3.22	0.13
16	- 2.83	- 2.68	0.15
17	- 2.39	- 2.26	0.13
18	- 2.02	- 1.86	0.16
19	- 1.71	- 1.57	0.14
20	- 1.45	- 1.33	0.11
21	-1.22 (RE=0.847)	-1.13 (RE=0.848)	0.09

ANEXO 3. CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA CORRESPONDIENTE A LOS RAWF CON CAUDALES DE VENTILACION E INFILTRACION VARIABLES.

La utilización de los RAWF supone la aplicación del principio de superposición, de modo que se calculan, así se ha hecho en el anexo 2, en ausencia de toda otra excitación que la variación de temperatura interior.

En un edificio real, al igual que el equipo acondicionador funciona de modo interrumpido, los caudales de ventilación son variables con el tiempo. Tampoco esto se ha considerado en el desarrollo del capítulo 5, por quedar fuera de las hipótesis básicas del método.

Sin embargo, es posible incluir las variaciones de caudal en los RAWF, en la transformación de la expresión (A2-1) en la forma de la (A2.2).

El proceso que se sigue es el que Alvarez / 28 /, utiliza para el cálculo de funciones de transferencia a partir de factores de respuesta.

Supóngase calculados los RAWF con un caudal de ventilación nulo. Si en el instante de cálculo, existe realmente un caudal de ventilación,  $V(t)$ , la variación de carga será:

$$\Delta Q(t) = \sum_{n=0}^{\infty} W_n \Delta T(t-n) - V(t) (T_e - T_a) \quad (A3-1)$$

que se puede escribir:

$$\Delta Q(t) = \sum_{n=0}^{\infty} W_n \Delta T(t-n) - V(t) \Delta T_e(t) + V(t) \Delta T(t) \quad (A3-2)$$

Siendo:  $W_n$  el RAWP para el instante  $t=n$ ,  $\Delta T$  la diferencia entre la temperatura del aire interior y la de referencia, la usada en el cálculo a temperatura constante;  $\Delta T_e$  la diferencia entre la temperatura del aire exterior y la de referencia.

Los valores  $W_n$ , a partir de un término  $n=r$ , verifican  $W_{r+1} = C_R W_r$ . Se dice que alcanzan el régimen exponencial en  $n=r$ .  $C_R$  se denomina razón común.

La expresión (A3-2) puede escribirse:

$$\Delta Q(t) = [W_0 + V(t)] \Delta T(t) + \sum_{n=1}^{\infty} W_n \Delta T(t-n) - V(t) \Delta T_e(t) \quad (A3-3)$$

Ahora, se escribe (A3-3) para el instante  $(t-1)$ , se multiplica por  $C_R$ , y se resta de (A3-3). Se obtiene:

$$\Delta Q(t) - C_R \Delta Q(t-1) = \sum_{n=0}^{r_1} W'_n \Delta T(t-n) - [V(t) \Delta T_e(t) - C_R V(t-1) \Delta T_e(t-1)] \quad (A3-4)$$

$r_1$  es el término en que aparece el régimen exponencial en los factores  $W_n$ . Los nuevos factores  $W'_n$  son:

$$W'_0 = W_0 + V(t)$$

$$W'_1 = W_1 - C_R (W_0 + V(t-1))$$

$$W'_j = W_j - C_R W_{j-1} \quad , \quad j > 2$$

En los nuevos factores  $W'_n$  se observa, de nuevo, la aparición de un régimen exponencial, a partir de un término  $n=r_2$ .

Repitiendo la operación anterior con la expresión (A3-4) se obtiene:

$$\begin{aligned} \Delta Q(t) - (C_R + C'_R) \Delta Q(t-1) + C_R C'_R \Delta Q(t-2) = \\ r_2 \\ = \sum_{n=0} W''_n \Delta T(t-n) - [V(t) \Delta T_e(t) - (C_R + C'_R) V(t-1) \Delta T_e(t-1) + \\ C_R C'_R V(t-2) \Delta T_e(t-2)] \end{aligned} \quad (A3-5)$$

Los nuevos factores  $W''_n$  son ahora:

$$W''_0 = W_0 + V(t)$$

$$W''_1 = W_1 - (C_R + C'_R) (W_0 + V(t-1))$$

$$W''_2 = W_2 - (C_R + C'_R) W_1 + C_R C'_R (W_0 + V(t-2))$$

$$W''_j = W_j - (C_R + C'_R) W_{j-1} + C_R C'_R W_{j-2} \quad j > 3$$

La operación puede repetirse de nuevo. Se obtienen unas expresiones recurrentes, que conducen a:

$$\sum_{n=0}^{nd} d_n \Delta Q(t-n) = \sum_{n=0}^{na} a_n \Delta T(t-n) - \sum_{n=0}^{nd} d_n V(t-n) \Delta T_e(t-n) \quad (A3-6)$$

los coeficientes, se calculan de:

$$1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + \dots + d_{nd} z^{-nd} = (1 - C_R z^{-1}) (1 - C_R^1 z^{-1}) (1 - C_R^2 z^{-1}) \dots (1 - C_R^{nd} z^{-1})$$

y

$$a_j = \sum_{k=0}^j w_k d_{j-k} + d_j V(t-j)$$

Los resultados obtenidos, para  $a_j$ , sin considerar la ventilación, son:

$$a_j = \sum_{k=0}^j w_k d_{j-k}$$

De forma que el procedimiento de Alvarez es perfectamente aplicable. Únicamente, hay que modificar los valores de los coeficientes del numerador.

La expresión que se utiliza es la (A3-6).

Obsérvese, que al suponer calculados los RAWF con un caudal de ventilación nulo, debe utilizarse este caudal nulo al resolver el problema del cálculo de la carga a temperatura constante, si se desea aplicar la metodología de los RAWF.